

## CH10 Q2

(a) WAGE - EDUC 正

KIDSL6、NWIFEINC 負

AGE 不一定 (年紀增加可能暗示工作經驗較多 (正向), 但也可能接近退休  
工作量減少)

---

(b) WAGE 可能是內生變數, 會導致 OLS 估計量產生偏誤和不一定性  
(內生性問題)

---

(c) 工具變數需符合相關性和外生性, 工具變數要和內生變數顯著相關  
(EXPER 和  $EXPER^2$  明顯會影響 WAGE)

工具變數不能和誤差項  $\epsilon$  有關 (只能透過影響 WAGE 來間接影響 HOURS)

(EXPER 和  $EXPER^2$  是外部變數, 理論上不會直接影響 HOURS)

因這兩變數滿足工具變數的邏輯, 所以可用來解決 WAGE 的內生性問題

(d)

是可識別的，模型中包含1個內生變數 (WAGE)，以及2個工具變數 (EXPER、EXPER<sup>2</sup>)，由於工具變數的數量超過內生變數的數量，因此這是1個過度識別的模型，只要這些工具變數同時滿足和 WAGE 有強相關性和外生性，這條方程式就可被識別，且可用工具變數法 or 二階段最小平方法來估計

---

(e)

- ① 建立回歸模型  $WAGE = \beta_1 + \beta_2 EXPER + \beta_3 EXPER^2 + \text{其它控制變數}$   
用這模型預測出來每個觀察值為預測工資  $\hat{WAGE}$
- ② 把原始模型中的 WAGE 換成  $\hat{WAGE}$ ，使用 OLS 來估計這個模型中的係數

# CH10 Q3

$$(a) \quad X = r_1 + \theta_1 Z + V \quad E(X_i) = r_1 + \theta_1 E(Z_i)$$

$$\text{同減 } E(X_i) \Rightarrow X - E(X_i) = \theta_1 [Z - E(Z_i)] + V$$

$$\text{同} \times Z - E(Z_i) \Rightarrow [X - E(X_i)][Z - E(Z_i)] = \theta_1 [Z - E(Z_i)]^2 + [Z - E(Z_i)]V$$

$$\text{同取期望值} \Rightarrow E[X - E(X_i)][Z - E(Z_i)] = \theta_1 E[Z - E(Z_i)]^2 + E([Z - E(Z_i)]V)$$

$$\Rightarrow \text{Cov}(Z, X) = \theta_1 \text{Var}(Z) + \text{Cov}(Z, V)$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \frac{\text{Cov}(Z, X) - \text{Cov}(Z, V)}{\text{Var}(X_i)} \quad \therefore \text{Cov}(Z, V) = 0$$

$$\therefore \theta_1 = \frac{\text{Cov}(Z, X)}{\text{Var}(Z)}$$


---

$$(b) \quad Y = \pi_0 + \pi_1 Z + u \quad E(Y_i) = \pi_0 + \pi_1 E(Z_i)$$

$$\text{同減 } E(Y_i) \Rightarrow Y - E(Y_i) = \pi_1 [Z - E(Z_i)] + u$$

$$\text{同} \times Z - E(Z_i) \Rightarrow [Y - E(Y_i)][Z - E(Z_i)] = \pi_1 [Z - E(Z_i)]^2 + [Z - E(Z_i)]u$$

$$\text{同取期望值} \Rightarrow E[Y - E(Y_i)][Z - E(Z_i)] = \pi_1 E[Z - E(Z_i)]^2 + E([Z - E(Z_i)]u)$$

$$\Rightarrow \text{Cov}(Z, Y) = \pi_1 \text{Var}(Z) + \text{Cov}(Z, u) \quad \therefore \text{Cov}(Z, u) = 0$$

$$\Rightarrow \pi_1 = \frac{\text{Cov}(Z, Y)}{\text{Var}(Z)}$$

#

(c)

$$y = \beta_1 + \beta_2(r_1 + \theta_1 z + v) + e = \underbrace{\beta_1 + \beta_2 r_1}_{=\pi_0} + \underbrace{\beta_2 \theta_1}_{=\pi_1} z + \underbrace{\beta_2 v + e}_{=u}$$

$$\pi_0 = \beta_1 + \beta_2 r_1$$

$$\pi_1 = \beta_2 \theta_1$$

$$\pi_2 = \beta_2 v + e$$

---

(d)  $\because \pi_1 = \beta_2 \theta_1 \quad \therefore \theta_1 \text{ 移項得 } \frac{\pi_1}{\theta_1} = \beta_2 \quad \#$

---

(e) 假設  $\hat{\pi}_1$  和  $\hat{\theta}_1$  是一致估計量

$$y = \pi_0 + \pi_1 z + u$$

$$x = r_1 + \theta_1 z + v$$

$$\text{則 } \hat{\pi}_1 \xrightarrow{P} \pi_1$$

$$\hat{\theta}_1 \xrightarrow{P} \theta_1$$

$$\frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\theta}_1} \xrightarrow{P} \frac{\pi_1}{\theta_1} = \beta_2$$

$$\therefore \hat{\beta}_2 = \frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\theta}_1} \text{ 是一致估計量}$$