10.2

1. $Hours = \beta_1 + \beta_2 WAGE + \beta_3 EDUC + \beta_4 AGE + \beta_5 KIDSL6 + \beta_6 NWIFEINC + e$

$\beta_2 > 0$, $\beta_3 > 0$, $\beta_4 > 0$, $\beta_5 < 0$, $\beta_6 < 0$.

2. 可能具有内生性問題

WAGE 可能與 e 相関

e 內包含人力資本的遺漏誤差，能力強的人 薪水高

⇒ WAGE 與 e 正相関.

$Cov(WAGE, e) \neq 0$.

3. $Cov(WAGE, EXPER) \neq 0$

$Cov(WAGE, EXPER^2) \neq 0$

資歷長 ⇒ 薪水高.

$Cov(EXPER, e) = 0$. 資歷是影響 WAGE 的重要變數. 再來影響 Hour

$Cov(EXPER, EXPER^2) \neq 0$ ，且可提供非線性資訊.

4. $\beta = 1$, WAGE, 其它不會引發內生性

$L = 2$, EXPER, EXPER^2 $\Rightarrow$ $L > B$, Over Identified.

5. 找出 WAGE 跟 EXPER 的相關性 並確認 EXPER 與 Hour 不相關 (描繪 X 與 e 的 scatterd plot)

兩階段估計核心步驟

> **第一階段：把內生變數用「工具 + 其他外生變數」來解釋**
> **第二階段：把第一階段預測值代回結構方程，再用普通最小平方法估計係數。**

階段	具體作法	產出關鍵物
Step 1. 建立第一階段迴歸	以 `WAGE` 為因變數；自變數放入 `EXPER`, EXPER^2 以及所有外生控制 (`EDUC`, `AGE`, `KIDSL6`, `NWIFEINC`)。	(a) 迴歸係數與 *F*-statistic（檢查工具強度） (b) WAGE 的預測值 **$\widehat{WAGE}$**
Step 2. 檢查弱工具	檢視第一階段針對 `EXPER`, EXPER^2 的同時 *F*-統計量。常用閾值：$F > 10$。若 F 太小，應尋找更強的工具或修正模型。	強度結論
Step 3. 第二階段迴歸 (2SLS)	在原供給式中，用 **$\widehat{WAGE}$** 取代原 `WAGE`，與所有外生變數一起放入右手邊，以 OLS 估計 β 係數。為保險起見，使用「heteroskedasticity-robust」標準誤。	2SLS 估計量 $\hat{\beta}$ 與其 robust SE
Step 4. 建立信賴區間 / 假設檢定	依 $\hat{\beta} \pm 1.96 \cdot SE$ 建立 95% CI；或做 t-test 檢定政策效應方向與顯著性。	解釋性顯著結論

10.3.

a, $y = \beta_1 + \beta_2 x + e$

$Cov(x, e) \neq 0$, Z is a valid IV.

$$\beta_2 = \frac{Cov(Z, y)}{Cov(Z, x)}$$

$$x = r_1 + \theta_1 Z + V$$

$$\theta_1 = \frac{Cov(x, Z)}{Var(Z)}$$

$$\beta_2 = \frac{\frac{Cov(Z, y)}{Var(Z)}}{\frac{Cov(Z, x)}{Var(Z)}} = \frac{\phi_1}{\theta_1}$$

$\phi_1 = \frac{Cov(Z, y)}{Var(Z)}$, 即以 IV 取代 X 之後的斜率

b. $\phi_1 = \pi_1$

c, $y = \beta_1 + \beta_2 x + e$

$= \beta_1 + \beta_2 (r_1 + \theta_1 Z + v) + e$

$= \beta_1 + \beta_2 r_1 + \beta_2 \theta_1 Z + \beta_2 v + e$

$= (\beta_1 + \beta_2 r_1) + \beta_2 \theta_1 Z + (\beta_2 V + e)$

$\pi_0 = \beta_1 + \beta_2 r_1$, $\pi_1 = \beta_2 \theta_1$, $u = \beta_2 V + e$.

d. $\pi_1 = \beta_2 \theta_1$, $\beta_2 = \dfrac{\pi_1}{\theta_1}$

e. $\hat{\theta}_1 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z})}{\sum(z_i - \bar{z})^2} \xrightarrow{p} \dfrac{Cov(X, Z)}{Var(Z)} = \theta_1$

$\hat{\pi}_1 = \dfrac{\sum(y_i - \bar{y})(z_i - \bar{z})}{\sum(z_i - \bar{z})^2} \xrightarrow{p} \dfrac{Cov(y, Z)}{Var(Z)} = \pi_1$

$\beta_2 = \dfrac{\pi_1}{\theta_1}$ is continuous when $\theta_1 \neq 0$

by Continuous Mapping Theorum

$\hat{\pi}_1 \xrightarrow{p} \pi_1$, $\hat{\theta}_1 \xrightarrow{p} \theta_1 \neq 0$.

$g(\hat{\pi}_1, \hat{\theta}_1) = \dfrac{\hat{\pi}_1}{\hat{\theta}_1} \xrightarrow{p} \dfrac{\pi_1}{\theta_1} = \beta_2$