Q2

(a)

b2: +，工資 up，勞動誘因 up，勞動供給 up

b3: +，教育程度 up，工資可能也較高，勞動供給 up

b4: 不確定，年齡可能代表經驗，也可能代表職業生命剩多少

b5: -，小孩 up，要花時間顧，勞動供給 down

b6: -，家中其他收入越多，妻子工作賺錢誘因低，勞動供給 down

(b)

因為 WAGE 很可能是內生變數

倒因為果：工作時數可能會影響工資（ex: 工作較多經驗增長導致升職加薪）

遺漏變數偏誤：例如「能力」同時影響工資與工作時數，但未被放入回歸

而有 Cov(WAGE,e) != 0 的結果

違反 OLS 的關鍵假設，OLS 估計為偏誤且不一致

(c)

他們同時滿足關聯性（與工資高度相關）和排除性（假設 EXPER 與勞動供給的誤差項無關），

(d)

WAGE 是內生變數，工具變數有 WAGE、$WAGE^2$，2 > 1，因此 supply equation is identified

(e)

Step 1

使用工具變數去預測內生變數 WAGE

WAGE_hat = b0 + b1EXPER + b2EXPER^2 + 其他解釋變數 + e

Step 2

將 WAGE 換成第一階段的預測值 **WAGE_hat**，放入原本的回歸式中，重新估計係數

HOURS = β1 + β2**WAGE_hat** + β3EDUC + β4AGE + β5KIDSL6 + β6NWIFEINC + u

這樣估計出來的係數就是一致的了

Q3

(a) 在 2SLS 中的 stage1, $x = \gamma_1 + \theta_1 z + v$ → simple OLS

The Ordinary Least Squares (OLS) Estimators

$$b_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.7)$$

$$\theta_1 = \frac{\sum (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x})}{\sum (z_i - \bar{z})^2} = \frac{\sum (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x}) \times \frac{1}{N-1}}{\sum (z_i - \bar{z})^2 \times \frac{1}{N-1}} = \frac{\widehat{cov}(z, x)}{\widehat{var}(z)}$$

\#

(b) $y = \pi_0 + \pi_1 z + u$ → simple OLS

$$\pi_1 = \frac{\sum (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\sum (z_i - \bar{z})^2} = \frac{\sum (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y}) \times \frac{1}{N-1}}{\sum (z_i - \bar{z})^2 \times \frac{1}{N-1}} = \frac{\widehat{cov}(z, y)}{\widehat{var}(z)}$$

\#

(c) 原始 model

$y = \beta_1 + \beta_2 x + e$, 代入 $x = \gamma_1 + \theta_1 z + v$

$\Rightarrow y = \beta_1 + \beta_2(\gamma_1 + \theta_1 z + v) + e$

$\Rightarrow y = (\beta_1 + \beta_2 \gamma_1) + \beta_2 \theta_1 z + \beta_2 v + e$

let $\pi_0 = \beta_1 + \beta_2 \gamma_2$

$\pi_1 = \beta_2 \theta_1$ $\Rightarrow y = \pi_0 + \pi_1 + u$ \#

$u = \beta_2 v + e$

(d) $\pi_1 = \beta_2 \theta_1$, 同除 θ_1 $\Rightarrow \beta_2 = \frac{\pi_1}{\theta_1}$

(e) $\hat{\theta}_1 = \dfrac{\hat{Cov}(z, x)}{\hat{Var}(z)} = \dfrac{\Sigma (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x})}{\Sigma (z_i - \bar{z})^2}$, $\hat{\pi}_1 = \dfrac{\hat{Cov}(z, y)}{\hat{Var}(z)} = \dfrac{\Sigma (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\Sigma (z_i - \bar{z})^2}$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\theta}_1} = \frac{\dfrac{\Sigma (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\Sigma (z_i - \bar{z})^2}}{\dfrac{\Sigma (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x})}{\Sigma (z_i - \bar{z})^2}} = \frac{\Sigma (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\Sigma (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x})} = \frac{\hat{Cov}(z, y)}{\hat{Cov}(z, x)}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\hat{Cov}(z, y)}{\hat{Cov}(z, x)} \xrightarrow{P} \frac{Cov(z, y)}{Cov(z, x)} = \beta_2 \quad \#$$