基于差分模型的高温作业专用服装设计方案

摘要

对于问题一，我们首先确定这是热传导方面的问题，因此需要利用物理定律进行建模，首先需要简化模型，依据题目中所给的条件，忽略了一些热传导的次要因素，简化为一维的热传导方程，即给出两个边值条件，在五种介质下的热传导。利用傅里叶实验定律来推出一维热传导的实验定律，并且根据热力学的传导定律，列出了一系列的微分方程，由于很难找到或者没有解析解，我们利用差分法，确定合适的步长，将数值区域网格化，利用差分与迭代的思想，解出近似的数值解，输出结果即可。

对于问题二，首先确定最优代表衣服最薄，根据问题一中的模型，基于离散数据的最优化，我们改变了模型的初边值，输出结果，主要考虑的对象就是输出的结果中的皮肤温度，因此将问题的解转化为数组中的值，接下来主要是利用编程方法，在不同厚度下求出温度在两个点的值，是否满足条件。在一般精度下，我们可以遍历范围内的数得到最优解，为了缩小数据范围，我们先采用二分法，再去遍历，找到合适的解，最优解，也就是临界状态下的解来表示衣服厚度最薄的情况。

对于问题三，作为一个开放性非常强的问题，首先判断什么情况下是最优的，联系生活思考，自然想到价格最便宜以及衣服整体最薄这两个条件。价格最低，意味着第二层要最薄，那么第四层必须最厚，因此相当于是问题二的求解，利用二分法与遍历的思想很容易解出。第二个目标简化为第四层与第二层的和最小，同时满足题目所给的条件，利用多目标规划模型，基于问题一建立的差分方程，作为离散量，也可以通过遍历去取最优解，为了减少变量个数，可以采用固定第四层为最大值和最小值并且通过问题二的分析来确定第二层的范围，然后进行遍历求解，最终比较各个数据的大小求出最优解。

关键字： 微分方程　差分法　数值解　迭代　二分法　多目标规划

目录

一、 问题重述

在高温环境下工作时，人们需要穿着专用服装以避免灼伤。专用服装通常由三层织物材料构成，记为 I、II、III 层，其中 I 层与外界环境接触，III 层与皮肤之间还存在空隙，将此空隙记为 IV 层。为设计专用服装，将体内温度控制在 37ºC 的假人放置在实验室的高温环境中，测量假人皮肤外侧的温度。为了降低研发成本、缩短研发周期，请你们利用数学模型来确定假人皮肤外侧的温度变化情况，并解决以下问题：

(1) 专用服装材料的某些参数值由附件 1 给出，对环境温度为 75ºC、II 层厚度为 6 mm、IV 层厚度为 5 mm、工作时间为 90 分钟的情形开展实验，测量得到假人皮肤外侧的温度（见附件 2）。建立数学模型，计算温度分布，并生成温度分布的 Excel 文件（文件名为 problem1.xlsx）。

(2) 当环境温度为 65ºC、IV 层的厚度为 5.5 mm 时，确定 II 层的最优厚度，确保工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47ºC，且超过 44ºC 的时间不超过 5 分钟。

(3) 当环境温度为 80 时，确定 II 层和 IV 层的最优厚度，确保工作 30 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47ºC，且超过 44ºC 的时间不超过 5 分钟。

二、 问题分析

2.1 问题一分析

对于问题一，实则分为两步，怎么建立模型，怎么解决方程。

对于建立模型，首先确定是热学模型，为热传导模型，于是我们查了实验的傅里叶定律，为了确定维数，我们简化了人体，衣服的厚度带来的影响忽略不计，衣服的内表面与外表面的面积相同，这样我们可以将问题简化为一维的热传导问题，并且将整个空间简化为一个从左至右的几层，最左侧是 37℃ 恒温，接下来是 5mm 的皮肤介质，皮肤外表面接着空隙介质，依次向右紧邻着几种不同介质，最右侧是一个 75℃ 的恒温，热量从右侧向左侧传递，初步考虑随着距离增加，温度升高，随着时间增加，温度也升高。接着研究热传导的规律，利用傅里叶实验定律以及热力学定律推导出一维热传导方程，在介质边缘处，我们考虑内外表面的温度是一样的，并且根据热传学定律，忽略能量损失，建立热传导稳态方程，同时根据题目给出初边值，建立模型。

对于解决方程，依据现有的知识很难或者无法找到解析解，我们采取差分法来解决该问题，利用方程在某一个点的值来代替方程在此点附近的解，作为数值解。将网格划分，设定一个合理的步长，将微分方程利用差分法转化为一次的差分方程，利用前后迭代写出各个网格点上的解，并且满足所给的初边值条件，并且做成连续的图，输出所有数值解即可作出温度分布。

2.2 问题二分析

第二题要求我们求出最优解，衣服的最优厚度，依据实际情况，衣服的最优厚度必然是越薄越好。此题中只需要改变第 2 层即可，而在空间一定下，依据前面的问题所建立的模型来看，皮肤温度随衣服厚度必然是递减的关系，考虑到问题一中我们求出的是数值解，为离散量，因此我们可以选择遍历法，以一般精度去求解，将衣服由薄向厚递增，代入模型求解，但鉴于简洁性与函数的递增性，我们可以利用二分法来大大减少搜索范围，选取两个点向中间二分，满足就保留该点，不满足就舍弃，直到精度到达二位小数，接下来利用遍历的方法依次遍历求解，利用编程求值判断是否满足，到达第一个满足条件的点立刻停止。

2.3 问题三分析

问题三是问题二的改进，在这里，衣服的最优厚度经过我们讨论具有两层含义，首先是用料最省，质量最轻，忽略厚度带来的内外表面积的影响，只需考虑第二层衣服最薄，那么必须让第四层最厚，在空气最厚的情况下考虑，在这个目标下，空气层定为最大，与第二题类似，只需要考虑第二层，仍然先采用二分法，试验求解，观察是否满足题目所给的条件，在缩小到 2 位精度时，可以采取遍历的方式算出最优解。其次是衣服

不仅要考虑重量，总厚度也是优化的一个目标，因此我们要求衣服的总厚度最薄，也就是空气层加上第二层的总厚度最薄，假设出关于第四层厚度与第二层厚度的二元函数，列出多目标最优化方程，并且主要通过编程的方法求解二者之和，主要方法仍是二分法缩小范围，再遍历。

三、 模型的假设

- 我们假设人体皮肤（具有厚度）内隔着 37℃ 恒温；
- 不考虑衣服厚度的影响
- 不考虑衣服受热带来的密度影响
- 假设各个材料，皮肤都是均匀的
- 假设刚开始衣服和人体都处于 37 摄氏度的状态

四、 符号说明

符号	意义
U	各种介质的温度值
i	表示第 i 层介质
Q	热量
Q_1	热量
Q_2	热量
c_i	第 i 层介质的比热容
ρ_i	第 i 层介质的密度
k_i	第 i 层介质的热导率
T,t	表示温度
F	表示最终温度函数，为二元函数
G	表示定温温度函数，为二元函数
x_1	函数 F,G 的自变量，表示第二层的厚度
x_2	函数 F,G 的自变量，表示第四层厚度
L_i	表示第 i 层介质的厚度
n	表示皮肤层所在列数
dx	步长

五、 问题一模型的建立与求解

5.1 问题一的模型

5.1.1 热传导方程的推导

了解到傅里叶热传导定律 $Q=-\frac{k\cdot ds}{dt}$ 对一个封闭体积元，dt 时间内热量变化为 dQ，对体积元积分得

$$dQ=\oiint_{\Sigma} d\overrightarrow{q}d\overrightarrow{s}=-\oiint_{\Sigma} k\nabla Ud\overrightarrow{s}dt$$

对时间积分得一段时间内流入体积元的热量 $Q1$,

$$Q1=\int_{t_1}^{t_2}(-dQ)dt=\int_{t_1}^{t_2}\oiint_{\Sigma} k\nabla Ud\overrightarrow{s}dt$$

，根据高斯公式，

$$Q_1=\int_{t_1}^{t_2}\oiint_{\Sigma} k\nabla ud\overrightarrow{s}dt=\int_{t_1}^{t_2}\iiint_{\Omega}\nabla(k\nabla U)dvdt=\int_{t_1}^{t_2}\iiint_{\Omega}k\nabla^2Udxdydzdt$$

依据比热容公式 $Q=cm\Delta t$ 有，

$$Q_2=cm\Delta U=\iiint_{\Omega}c\rho[U(x,y,z,t_2)-U(x,y,z,t_1)]dxdydz$$

根据导数的定义，我们有

$$Q_2=\int_{t_1}^{t_2}\iiint_{\Omega}c\rho\frac{\partial U}{\partial t}dxdydzdt$$

，根据热力学热量守恒定律，我们有 $Q_1=Q_2$，即

$$\int_{t_1}^{t_2}\iiint_{\Omega}k\Delta Udxdydzdt=\int_{t_1}^{t_2}\iiint_{\Omega}c\rho\frac{\partial U}{\partial t}dxdydzdt$$

，进行化简后我们得到

$$k\Delta U=c\rho\frac{\partial U}{\partial t}$$

，令 $a=\frac{k}{c}\rho$，得

$$\frac{\partial U}{\partial t}=a^2\Delta U$$

，依据题目所给数据，这里的系数 $a=\frac{k_i}{c_i\rho_i}$，根据一维可得方程

$$\frac{\partial U_i}{\partial t}=\frac{k_i}{c_i\rho_i}\frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2}$$

，其中 i 表示介质的层数，$i=1,2,3,4,5;$

5.1.2 微分方程的建立

首先，我们考虑到题目中存在两个恒温条件，一个是人体温度恒为37℃，一个是外界环境恒为75℃，这两个条件应该是不变的，皮肤表面受到两个温度因素的影响，一个是第四层的温度，另一个是人体核心温度的影响，我们假设皮肤具有厚度，皮肤内表面温度为37℃，外界温度通过四层传播热量，人体核心通过皮肤传播热量，并且假设衣物，人体皮肤都是均匀介质，并且鉴于厚度非常小，不考虑内外边界的面积差，也不考虑各种介质的面积差，所以可以简化为如下模型

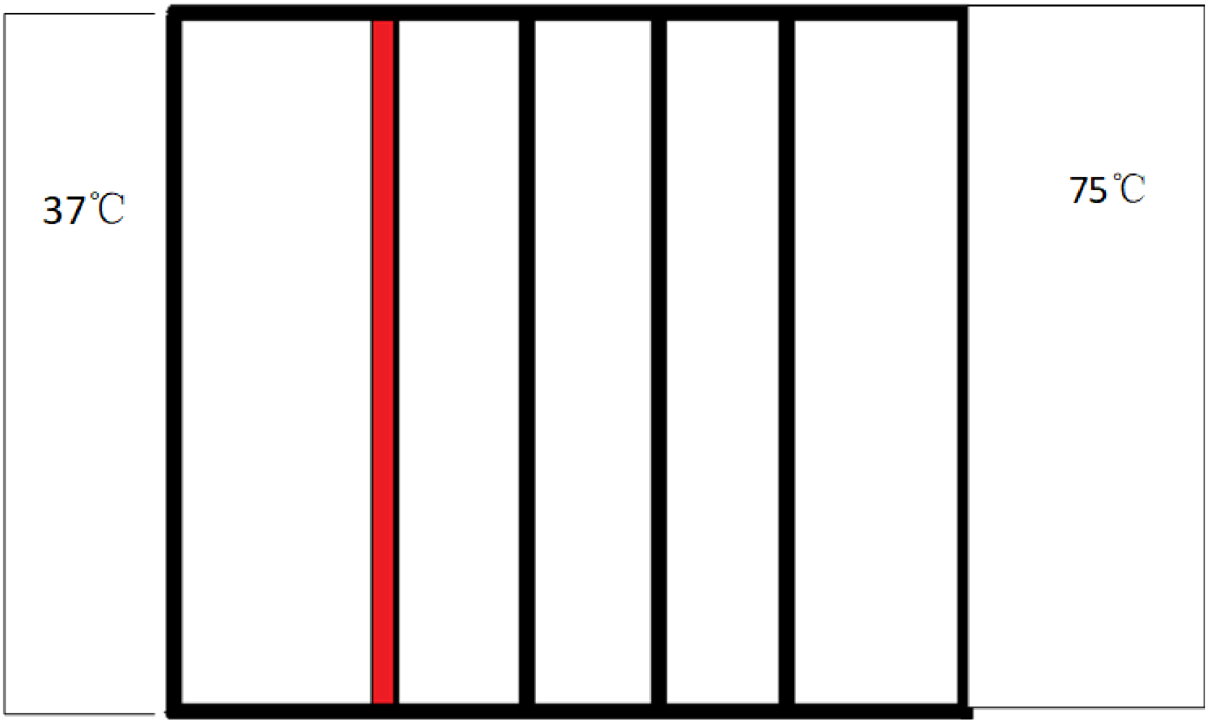

图 **1**　简化模型图

依据热学的傅里叶实验定律，我们可以推导出以下微分方程模型，式一为一维热传导模型，在 5.1.1 中已经被推出，式二表示初值条件，t 为 0 时，衣服和皮肤均处于 37℃状态，式三表示边值条件，表示皮肤内表面为37℃，式四表示衣服外表面为75℃，式五表示介质相邻处的热传导平衡，热量进出平衡，以及温度相同，列出该模型来求温度分布。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = \frac{k_i}{c_i \rho_i} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \tag{1}$$

$$U_i(x, 0) = 37 \tag{2}$$

$$U_5(L_5, t) = 37 \tag{3}$$

$$U_1(0, t) = 75 \tag{4}$$

$$k_i \frac{\partial U_i}{\partial x} = k_{i+1} \frac{\partial U_{i+1}}{\partial x} \quad (U_i = U_{i+1} \quad x = L_i \quad i = 1, 2, 3, 4) \tag{5}$$

5.2 利用差分法求解该偏微分方程

由于该微分方程模型多段，中间的边值条件未知，所以难求出解析解，因此准备求数值解，采用差分法来求解。

首先利用网格法对平面进行网格划分，取 α ,β 为 x，t 轴的划分步长，用平行直线 $x=x_k(k=0,1,2,3,4,...)$ 和 $t=t_j(j=0,1,2,3,4,...)$ 进行划分，格点为 (x_k,t_j)，u 对 t 的一阶偏导我们采用向后差商，即 $\frac{U(x_k,t_j)-U(x_k,t_{j-1})}{\beta}$，U 对 x 的二阶偏导采用二阶中心差商公式得到 $\frac{U(x_{k+1},j)-2U(x_k,j)+U(x_{k-1},j)}{\alpha^2}$，那么，我们便得到差分方程如下

$$\frac{U(x_k,t_j)-U(x_k,t_{j-1})}{\beta}-\frac{k_i}{c_ip_i}\times\frac{U(x_{k+1},j)-2U(x_k,j)+U(x_{k-1},j)}{\alpha^2}=0$$

我们列出每个网格点的值，由于有五层介质，介质的相邻处左右两边的值可以用迭代的方法去做，依据给出的最外层介质的初值和最内层的介质的初值，利用整体法求解，可以解出图像。

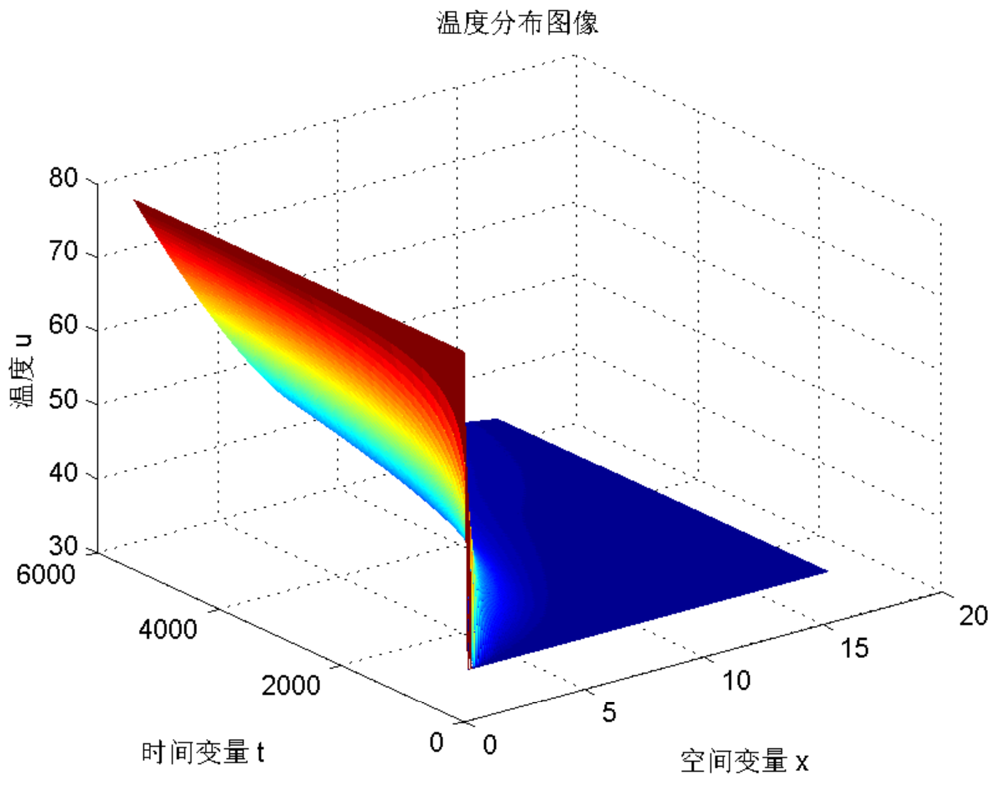

图 **2** 各层温度分布图象三维图

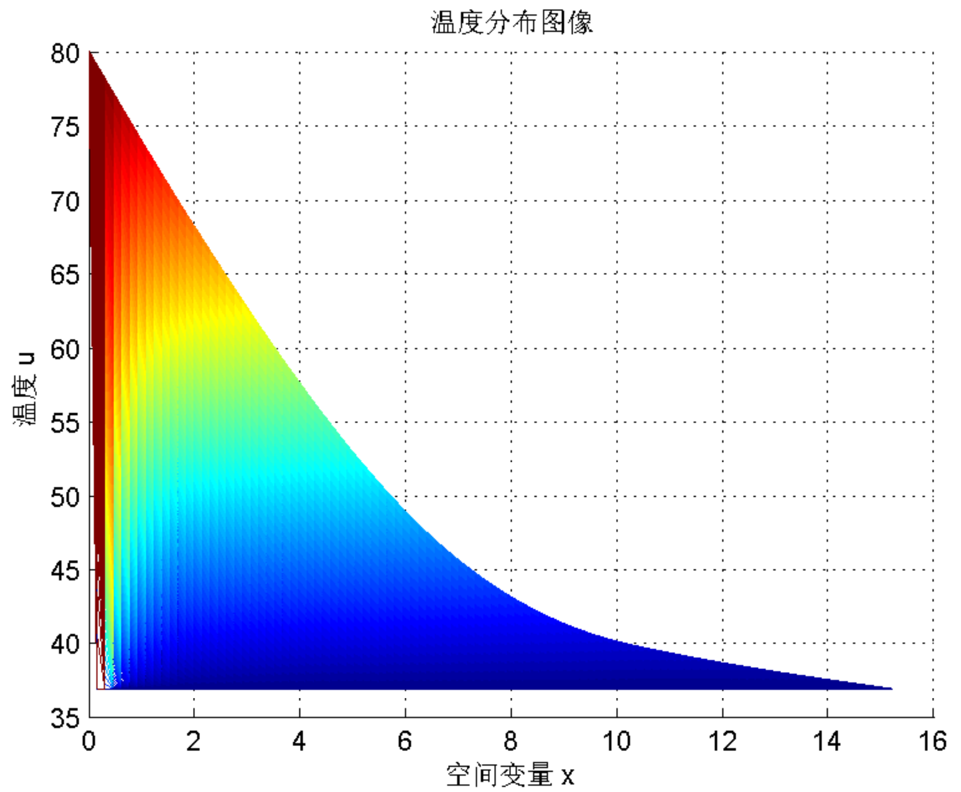

图 **3**　各层温度与时间的关系图像

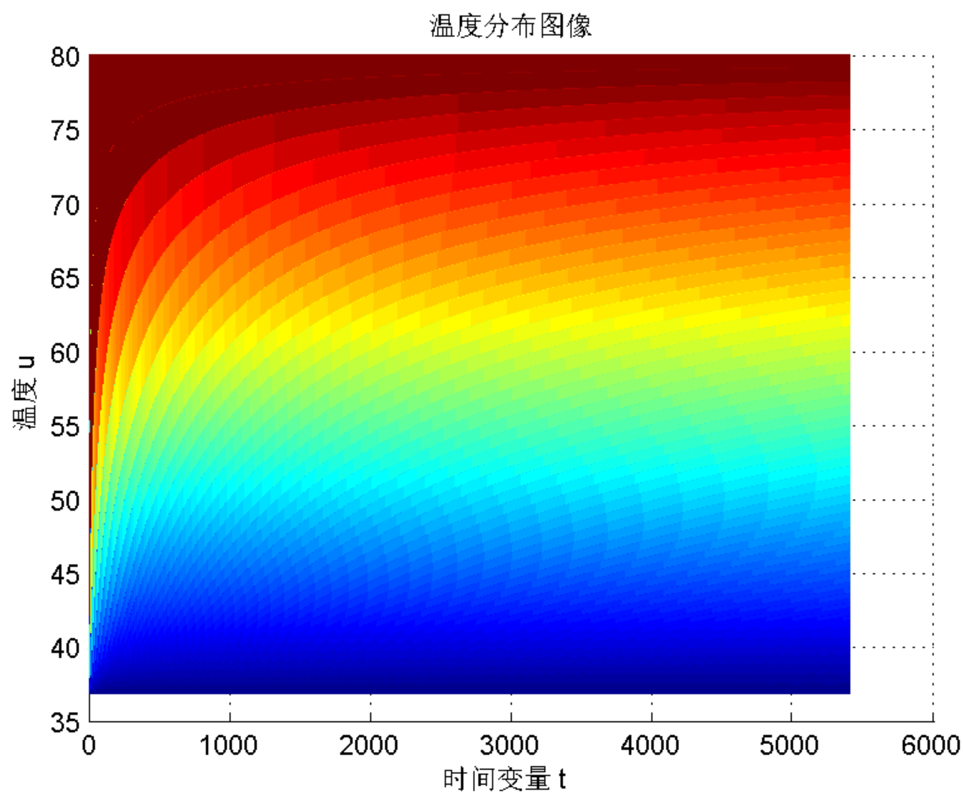

图 **4**　各层温度与空间距离的关系

在这里，我们时间上的步长选择的是 1，而对长度方面，我们分割成 100 份来求解，利用 MATLAB 作图，并且列出表格，已经传到 EXCEL 文件中。

我们可以看出，各层温度随时间变化的图像为 S 型图像，增长由缓慢到急速再到缓慢的一个过程。

六、 问题二的求解与模型

6.1 问题二的模型

根据问题二的分析，我们在问题一中建立的是一个通用的模型，因此完全可以用来应用于问题二。

6.2 模型的求解

首先利用二分法，我们首先将 5 作为 L2 的值代入问题一中的模型，发现在 3600 秒，温度已经超过 47℃，其次将 25 作为 L2 的值代入问题一中的模型，发现在 3600 秒时温度未达到 44℃，进行二分，取值 15，发现符合条件，并且 44℃ 以上 47℃ 时间为 196 秒，符合条件，继续二分，取值 10mm，发现不符合条件，二分，取值 12.5，不符合时间条件，二分 13.75，仍然不符合条件，但此时精度已经到达两位数，因此利用代码，将 L2 的初始值定为 13.75，从 13.75 以 0.1 为单位遍历到 15，直到符合条件时立即停止并且输出结果即为最优解。在该过程中，我们得出一些数据，已经列成表格如下。

表 **1**　不同厚度下的皮肤表面温度数据

厚度 (mm)	最高温度 (°C)	时间 (s)	
5	50.3043		不符合
25	41.1188		符合
15	44.7779	196	符合
10	47.2699		不符合
12.5	45.9673	453	不符合
13.75	45.3595	260	符合
14.05	45.2107	296	符合（最优解）

最高温度：3600s 是皮肤表面的温度值

时间：大于 44℃ 不超过 47℃ 的持续时间

我们给出他的温度随时间变化的图像

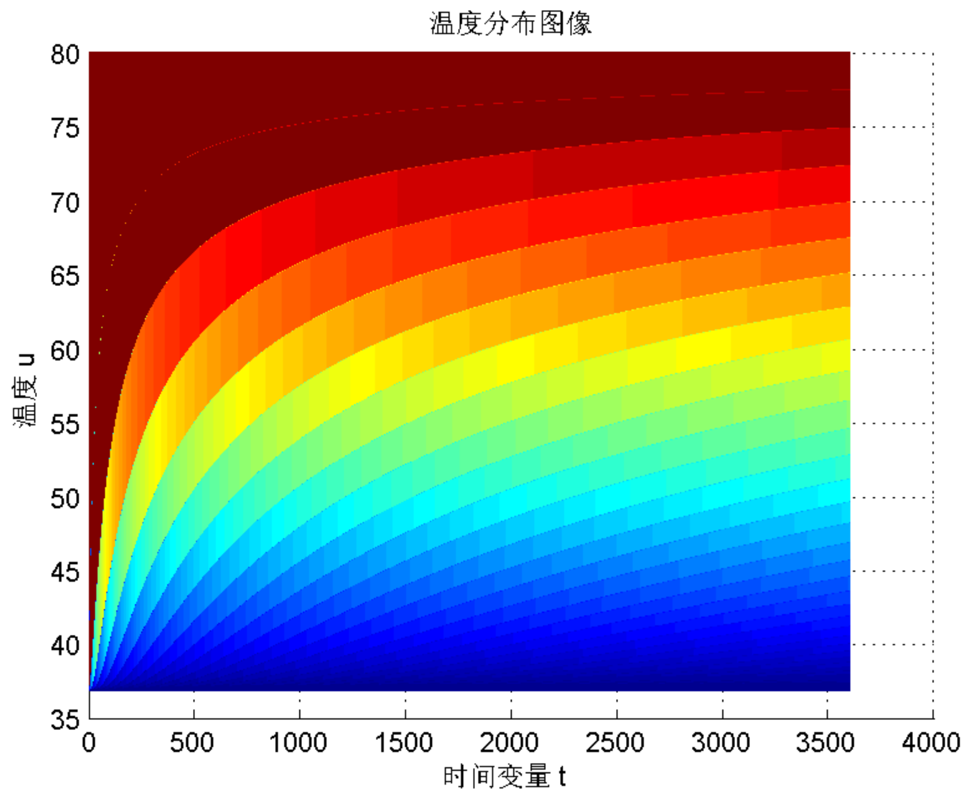

图 **5**　温度与时间的关系

6.3 模型的结果

我们得出的结果是 14.05mm，此时最高温度为 45.2107℃，在大于 44℃ 不超过 47℃ 的时间为 296 秒。

七、 问题三的求解与模型

7.1 问题三的模型建立

7.1.1 最优目标分析

第三题中要求我们改变两层材质的厚度，同时满足一定的条件，属于多目标规划，属于开放性题目，需要寻求最优的含义。

（1）目标一 材料最省

题目中所给条件

表 **2**　专用服装材料的参数值

分层	密度 (kg/m^3)	比热 (J/kg·°C)	热传导率 ($W/(m$·°C)	厚度 (mm)
I 层	300	1377	0.082	0.6
II 层	862	2100	0.37	0.6-25
III 层	74.2	1726	0.045	3.6
IV 层	1.18	1005	0.028	0.6-6.4

我们搜集数据可知成年人的平均表面积为 1.6 平方米，若以 10mm 计算，根据体积公式

$$V = S \cdot L$$

$$L = 10 \cdot 10^{-3}$$

, 第二层的体积就有 $V = 1.6 \times 10 \times 10^{-3} = 1.6 \times 10^{-3}$ 立方米，根据质量公式 $m = \rho \cdot v$，得出该隔热服质量为 $1.6 \times 10^{-3} \times 862 = 1.3792$ 千克，再继续算一三两层的质量，为 0.2514 千克，从密度上也可以看出第二层占衣服整体的大部分质量，所以为轻便起见，减少第二层的厚度是一个目标

（2）目标二 总衣服最省

衣服不仅要考虑重量，为了舒适起见，总厚度也是优化的一个目标，因此我们要求衣服的总厚度最薄，即第四层与第三层和值最小。

7.1.2 针对目标一的模型的建立

同样的，我们需要利用问题一中建立的模型，针对目标一，我们这里假定空气层厚度为 6.4mm，只需要考虑第二层的厚度，这就相当于改变初值的问题二，因此我们仿照问题二的求解方法，利用二分法和遍历法来找出符合题目中温度限制的最小值 m1。

7.1.3 针对目标二的模型的建立

同样需要利用问题一中建立的模型，改变参数，针对目标二，我们先假定空气层厚度为 0.6mm 的最小值，相当于改变初值的问题二，仿照问题二的求解办法，利用二分法和遍历法来找出符合题目中温度限制的最小值 m2。这个最小值必然是最优解中的第二层的最大值，而 7.1.2 中的处的值是第二层在该问题中的最小值，利用多目标规划模型，我们的目的是为了让两层厚度之和最小，依据题目中所给的约束条件，我们列出如

下的多目标规划求解模型。

$$min\, x_1 + x_2$$

$$s.t.\ m_1 \le x_1 \le m_2$$

$$0.6 \le x_2 \le 6.4$$

$$F(x_1, x_2) \le 47$$

$$G(x_1, x_2) \le 44$$

其中，函数 F 表示在时间为 1800 秒时，当衣服厚度为 x_1，空气厚度为 x_2 时的皮肤温度，函数 G 表示 1500 秒时当衣服厚度为 x_1，空气厚度为 x_2 时的皮肤温度，目标函数是 $x_1 + x_2$ 最小。

7.2 问题三模型的求解

7.2.1 针对目标一的模型的求解

在问题一中模型温度设置为 80℃。

首先利用二分法，我们首先将 5 作为 L2 的值代入问题一中的模型，发现在 1800 秒，温度已经超过 47℃，其次将 25 作为 L2 的值代入问题一中的模型，发现在 1800 秒时温度未达到 44℃，进行二分，取值 15，发现符合条件，继续二分，取值 10mm，发现不符合条件，二分，取值 12.5，符合时间条件，二分 11.25，符合条件，但此时精度已经到达两位数，因此利用代码，将 L2 的初始值定为 11.25，从 11.25 以 0.1 为单位遍历到 10，直到符合条件时立即停止并且输出结果即为最优解。在该过程中，我们得出一些数据，已经列成表格如下。

表 **3**　不同厚度下的皮肤表面温度数据

厚度 (mm)	最高温度 (°C)	时间 (s)	
5	51.7762		不符合
25	38.4905		符合
15	41.9026		符合
10	45.3718	578	不符合
12.5	43.3891		符合
11.25	44.6251	251	符合（最优解）
11.15	44.3742	311	不符合

最高温度：1800s 时皮肤表面的温度值

时间：大于 44℃ 不超过 47℃ 的持续时间

我们可以得出，11.25 为最优厚度。

我们给出其温度随时间的变化图像

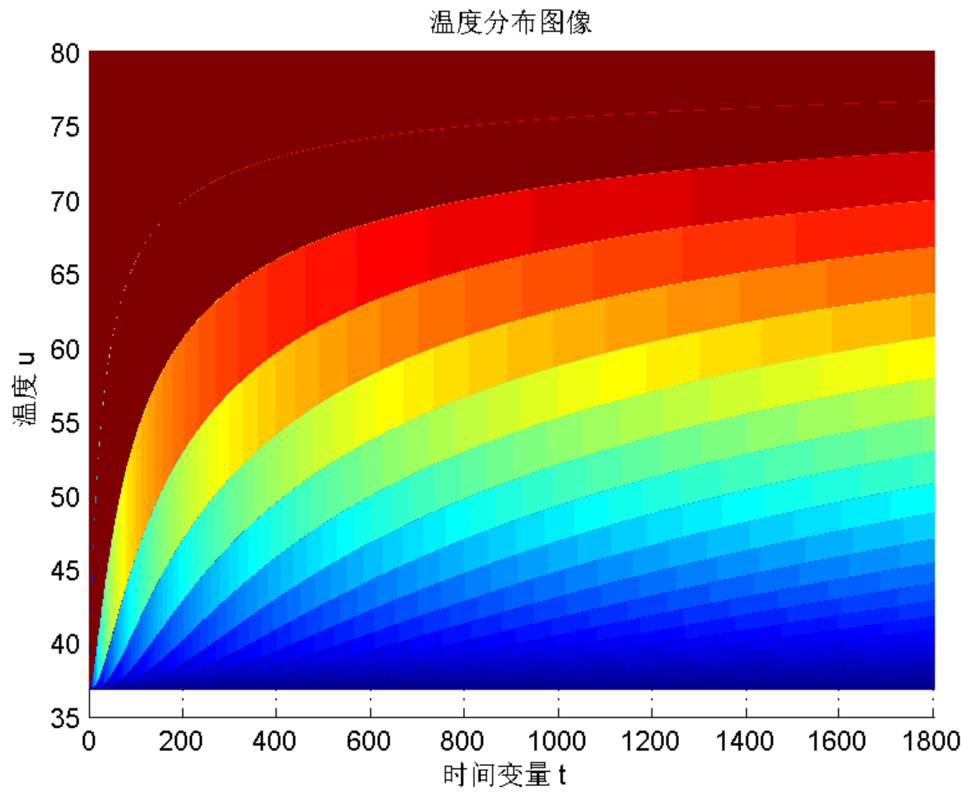

图 **6**　温度与时间的关系

7.2.2 针对目标二的模型的求解

具体操作如下，我们的模型代码能输出一个 1800×100 的表格，1800 代表 1800s，而 100 是把长度分成 100 份。为了表示目标数据的位置，我们需要找到目标数据的列数 n。n 的求解如下

$$n = \frac{(L_1 + L_2 + L_3 + L_4)}{dx} + 1$$

n 表示皮肤所在的位置，dx 表示我们选定的步长，输出表格中第 1800 行 n 列数据，用 if 语句和 47 比较大小，同时输出第 1500 行 n 列的数据，和 44 比较大小，这个是为了满足题目中的条件，接下来是最优化问题，寻找 x_1 与 x_2 的和的最小值，首先我们可以进行搜索范围的压缩，在空气层最大时，寻找二层的满足条件的最小值，这个即为二层的最小值，当空气层为 0.6 时，寻找二层满足条件的最小值，这个即为此题中二层的最大值，均是只有一个变量情况下的最优化，均可以用第二问中的差分加遍历的方法利用代码解出，其中最小值已经在 7.2.1 中求出，为 11.25，即 $m_1 = 11.25$。接下来我们以 0.1 为

精度，固定其中一个变量，对另一个变量以 0.1 的精度遍历，将满足条件的解输出，遍历完后改变固定的变量，同样以 0.1 为精度，同时继续遍历另一个条件值，将满足条件的解输出，最后比较解的大小，输出最小值即为最优解。

当空气层为 0.6mm 时，满足最优解的厚度为 m_2，经过差分法求解，得出如下表格。

首先利用二分法，我们首先将 10 作为 L2 的值代入问题一中的模型，发现在 1800 秒，温度已经超过 47℃，其次将 20 作为 L2 的值代入问题一中的模型，发现在 1800 秒时温度未达到 44℃，进行二分，取值 15，发现符合条件，并且 44℃ 以上 47℃ 时间为 196 秒，符合条件，继续二分，取值 12.5mm，发现不符合条件，二分，取值 13.75，符合时间条件，此时精度已经到达两位数，因此利用代码，将 L2 的初始值定为 13.75，从 13.75 以 0.1 为单位遍历到 12.5，直到符合条件时立即停止并且输出结果即为最优解。在该过程中，我们得出一些数据，已经列成表格如下。

表 **4**　不同厚度下的皮肤表面温度数据

厚度 (mm)	最高温度 (°C)	时间 (s)	
10	49.976		不符合
20	41.9478		符合
15	43.4009		符合
12.5	45.1679	552	不符合
13.75	44.2422	230	符合
13.35	44.3128	300	符合（最优解）

最高温度：1800s 时皮肤表面的温度值

时间：大于 44℃ 不超过 47℃ 的持续时间

可以得出，13.35 为最优解。

我们给出其温度随时间的变化图像

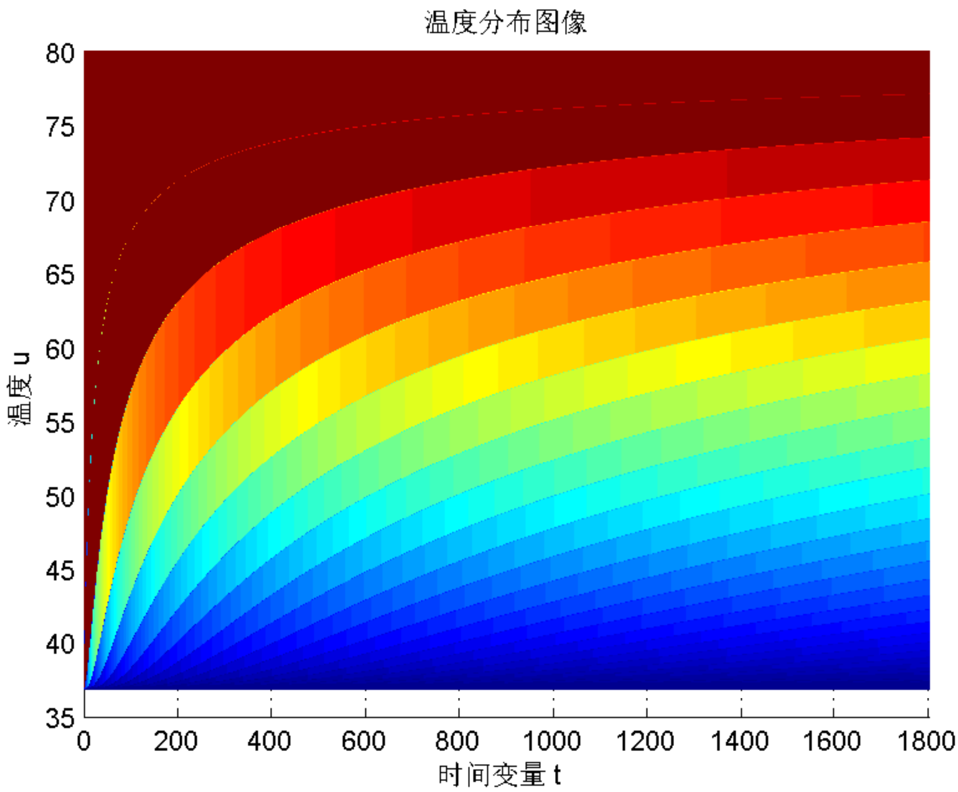

图 **7**　温度与时间的关系

所以我们得出了 m_2 的值为 13.35mm，以 0.1 为精度，从 11.25 开始，当 L_2 为 11.35 时，将第四层厚度从 0.6 遍历到 6.4 来求符合题目条件的解，并求和，存入到数组中，遍历完后，令 $L_2 = 11.45$，继续遍历，存入数组，知道 L_2 取到 13.35，遍历结束，此时数组中全是符合条件的值，取其中的最小值即可，实际上，任何厚度组合都可以在其中找到，我们代码求出的最终结果是，L_2 为 12.65mm，L_4 第四层厚度为 5.3mm

我们给出其温度随时间的变化图像

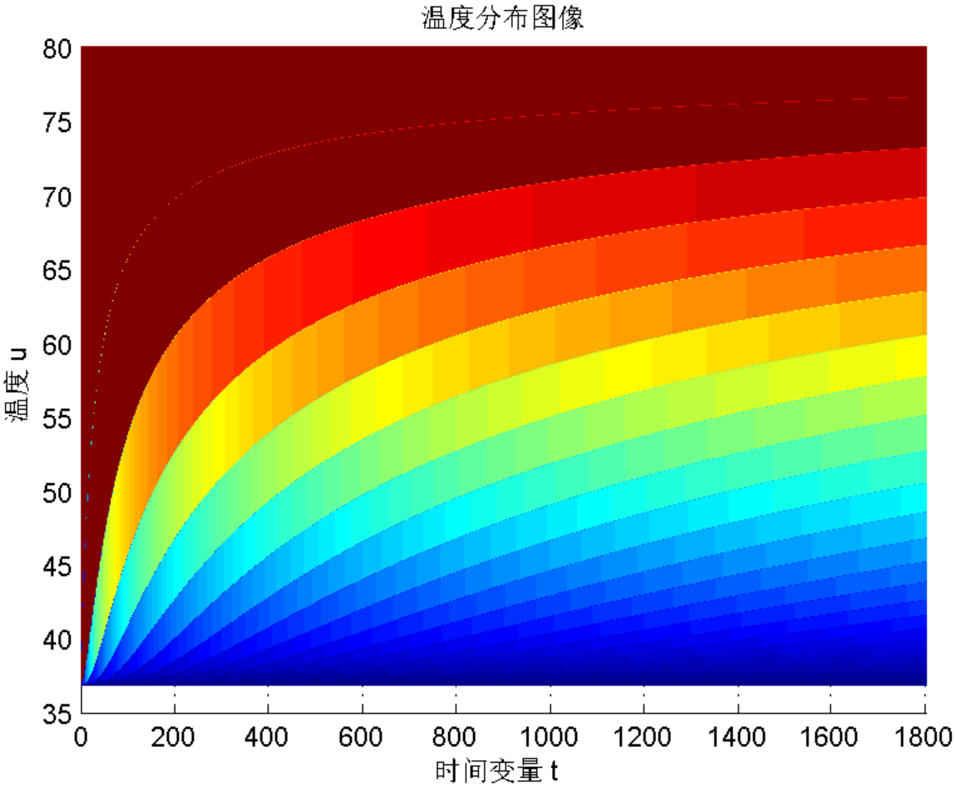

图 **8**　温度与时间的关系

7.3 模型结果

以第二层衣服最薄为目标，我们得出的结果是，当第二层衣服厚度为 11.25mm 时第四层空隙为 6.4mm 时即可。

以两层衣服之和，总体衣服最薄为目标，我们得出的结果是，当第二层衣服为 12.65mm，第四层厚度为 5.3mm 时，结果最优。

八、 模型评价

8.1 优点：

1. 可以通过求数值解来代替解析解，可以在不知道解析解的情况下解决问题
2. 全程基本利用 MATLAB 来求解，可靠性高，数值精确。
3. 利用迭代思想衔接不同的介质，可以不用过于考虑边界条件，因为边界条件未给出并且处于不断变化中，利用最初的值和最终的值可以将区域衔接起来，完美使用差分方程模型，数值较为精确。
4. 可以随时改变温度和初值条件，十分范用。
5. 可以改变步长来决定自己需要的精确度。

8.2 缺点：

1. 数值解仍然存在一定误差，差分法本身就有误差，也许差分的网格无法涵盖边界，导致边界值存在跳跃，影响精确度。并且遍历法精确度为 0.01-0.1 间，仍然存在误差
2. 利用该模型，需要保证一个系数小于 0.5，因此步长并非随意修改，而是在固定范围内修改，因此限制了该模型的使用范围。

参考文献

[1] 史策. 热传导方程有限差分法的 MATLAB 实现 [D]. 咸阳师范学院学报, 2009.

[2] 司守奎. 数学建模中的算法与应用 [M]. 国防工业出版社, 2011.

[3] 谷超豪, 李大潜, 陈恕行, 郑宋穆, 谭永基. 数学物理方程 [M]. 高等教育出版社, 2012.

附录 A 问题一模型——matlab 源程序

```
function [U x t] = PDEParabolicClassicalExplicit(uX,uT,phi,psi1,psi2,M,N,C)
L1=0.6;
L2=1;
L3=3.6;
L4=5;
L5=5;
C1=1.98*10^(-3);
C2=2.04*10^(-3);
C3=3.51*10^(-3);
C4=236*10^(-5);
C5=970*10^(-5);
C;
dx = (L4+L1+L2+L3+L5)/M;
d1=ceil(L1/dx);
d2=ceil((L2+L1)/dx);
d3=ceil((L3+L1+L2)/dx);
d4=ceil((L4+L1+L2+L3)/dx);
dt = (uT/N);
x = (0:M)*dx;
t = ((0:N)*dt);


U = zeros(M+1,N+1);
for i = 1:M+1
   U(i,1)=phi(x(i));
end

for j =1:N+1
   U(1,j)=psi1(t(j));
   U(M+1,j)=psi2(t(j));
end

for j=1:N
   for i=2:d1
      C=C1;
      r = C*dt/dx/dx;
      r1 = 1-2*r;
      U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
   for i=d1+1:d2
      C=C2;
      r = C*dt/dx/dx;
      r1 = 1-2*r;
```

```
        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
    for i=d2+1:d3
        C=C3;
        r = C*dt/dx/dx;
       r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
    for i=d3+1:d4
        C=C4;
        r = C*dt/dx/dx;
        r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
    for i=d4+1:M
        C=C5;
        r = C*dt/dx/dx;
        r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end

end

U=U';

mesh(x,t,U);
title('温度分布图像')
xlabel('空间变量 x')
ylabel('时间变量 t ')
zlabel('温度 u')

return;
```

附录 B 问题二的遍历法——matlab 源程序

```
for ii = 13.75:0.1:15
    a = myPDEParabolicClassicalExplicit(ii,5400,phi,psi1,psi2,100,5399,1);
    if(a <68)
        fprintf('value of ii: %d\n', ii);
        fprintf('value of a: %d\n', a);
    end
```

```
end


function a = myPDEParabolicClassicalExplicit(l2,uT,phi,psi1,psi2,M,N,C)
L1=0.6;
L2=l2;
L3=3.6;
L4=5;
L5=5;
C1=1.98*10^(-3);
C2=2.04*10^(-3);
C3=3.51*10^(-3);
C4=236*10^(-5);
C5=970*10^(-5);
C;
dx = (L4+L1+L2+L3+L5)/M;
d1=ceil(L1/dx);
d2=ceil((L2+L1)/dx);
d3=ceil((L3+L1+L2)/dx);
d4=ceil((L4+L1+L2+L3)/dx);
dt = (uT/N);
x = (0:M)*dx;
t = ((0:N)*dt);

U = zeros(M+1,N+1);
for i = 1:M+1
   U(i,1)=phi(x(i));
end

for j =1:N+1
   U(1,j)=psi1(t(j));
   U(M+1,j)=psi2(t(j));
end

for j=1:N
   for i=2:d1
      C=C1;
      r = C*dt/dx/dx;
      r1 = 1-2*r;
      U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
   for i=d1+1:d2
      C=C2;
      r = C*dt/dx/dx;
      r1 = 1-2*r;

      U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
```

```
    end
    for i=d2+1:d3
        C=C3;
        r = C*dt/dx/dx;
       r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
    for i=d3+1:d4
        C=C4;
        r = C*dt/dx/dx;
        r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
    for i=d4+1:M
        C=C5;
        r = C*dt/dx/dx;
        r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end

end
  r=0.1;
 q=0.01;

U=U';
a=U(5333:5333,5:5);

return ;
```

附录 C 问题三的遍历法——matlab 源程序

```
phi = inline('37');psi1 = inline('80');psi2 = inline('37');
sum = 50;
for ii = 5:0.1:25
    for jj =5:0.1:10
        a = myPDEParabolicClassicalExplicit3(ii,jj,5400,phi,psi1,psi2,100,5399,1,1500);
        b = myPDEParabolicClassicalExplicit3(ii,jj,5400,phi,psi1,psi2,100,5399,1,1800);
        if(a <44&& b<47)
            if(sum>ii+jj)
                sum=ii+jj;
                x1 = ii;
                x2 = jj;
```

```
            end
        end
    end
end



function a = myPDEParabolicClassicalExplicit3(l2,l4,uT,phi,psi1,psi2,M,N,C,T)
L1=0.6;
L2=l2;
L3=3.6;
L4=l4;
L5=6.4;
C1=1.98*10^(-3);
C2=2.04*10^(-3);
C3=3.51*10^(-3);
C4=236*10^(-5);
C5=970*10^(-5);
C;
dx = (L4+L1+L2+L3+L5)/M;
d1=ceil(L1/dx);
d2=ceil((L2+L1)/dx);
d3=ceil((L3+L1+L2)/dx);
d4=ceil((L4+L1+L2+L3)/dx);
dt = (uT/N);
x = (0:M)*dx;
t = ((0:N)*dt);

U = zeros(M+1,N+1);
for i = 1:M+1
    U(i,1)=phi(x(i));
end

for j =1:N+1
    U(1,j)=psi1(t(j));
    U(M+1,j)=psi2(t(j));
end

for j=1:N
    for i=2:d1
        C=C1;
        r = C*dt/dx/dx;
        r1 = 1-2*r;
        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
     end
    for i=d1+1:d2
        C=C2;
```

```
        r = C*dt/dx/dx;
        r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
    for i=d2+1:d3
        C=C3;
        r = C*dt/dx/dx;
       r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
    for i=d3+1:d4
        C=C4;
        r = C*dt/dx/dx;
        r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end
    for i=d4+1:M
        C=C5;
        r = C*dt/dx/dx;
        r1 = 1-2*r;

        U(i,j+1)=r*U(i-1,j)+r1*U(i,j)+r*U(i+1,j);
    end

end

U=U';
a=U(T:T,13:13);

return ;
```