

队伍编号	906417
题号	D

## 基于多重线性回归与神经网络的配料方案的分析与优化

### 摘要

在钢铁冶炼中，为了调整钢中合金元素含量达到所炼钢种规格的成分范围，需要向钢中加入所需的合金或金属，国内大部分钢铁企业是按照不同元素的固定收得率或经验值来计算各种合金的加入量。为了研究重要元素的收得率的变化特征从而进行预测以及对传统的合金料添加量进行优化，我们建立了多重线性回归分析模型（MLR）和神经网络模型多层感知器（MLP）方法来解决该问题。

针对问题一，我们首先对数据进行了预处理，在得到我们可操作的数据后，分别计算了脱氧合金化过程中被钢水吸收的C、Mn元素的质量和加入的合金料中C、Mn元素的质量，然后计算出C、Mn元素的历史收得率，再用多重线性回归模型（MLR）分析影响其收得率的主要因素。

针对问题二，由于用多重线性回归来预测，会有较多的不稳定因素，因此我们选择SPSS神经网络的多层感知器（MLP）方法对已处理过的数据进行学习，选取所问题而二求得的主要因素作为该模型的学习指标，进而对C、Mn元素收得率进行预测。

针对问题三，我们以转炉终点温度以及转炉终点C、Mn、Si、P、S六个因素作为学习指标，预测出C、Mn、Si、P、S的收得率，进而计算出脱氧合金化过程中加入元素的质量，在优化合金配料中，我们忽略了Si、P、S元素对优化问题的影响，考虑C、Mn元素在合金料中的含量，用单目标多元线性归化对合金料的分配问题进行优化，求得成本最低的方案。

最后我们结合建模背景、所求解的模型结果与分析结果得结论，致信于炼钢厂领导，提出我们的建议。

关键词：多重线性回归分析 神经网络MLP分析 线性规划 收得率

# 目录

一. 问题重述.....	1
二. 模型假设.....	1
三. 符号说明.....	2
四. 问题分析.....	2
4.1 问题一的分析.....	2
4.2 问题二的分析.....	2
4.3 问题三的分析.....	3
五. 数据预处理.....	3
5.1 异常值的剔除.....	3
5.2 不完整数据的处理.....	4
5.3 预处理效果.....	4
六. 模型建立与求解.....	6
6.1 问题一的模型建立与求解.....	6
6.1.1 C、Mn 元素历史收得率的计算.....	6
6.1.2 用多重线性回归分析影响 C、Mn 元素收得率的主要因素.....	7
6.2 问题二的模型建立与求解.....	11
6.2.1 模型的提出与建立.....	11
6.2.2 模型的结果与分析.....	13
6.3 问题三的模型建立与求解[3].....	14
七. 模型的改进.....	17
7.1 改进模型分析影响 Mn 元素收得率: .....	17
7.2 对优化合金料分配模型的改进.....	18
八. 模型评价.....	19
● 模型的优点: .....	19
● 模型的局限性: .....	20
九. 给炼钢厂领导的一封信.....	21
十. 参考文献.....	22
十一. 附录.....	23
附录 1.....	23
附录 2 Lingo 源程序: .....	26

## 一. 问题重述

在出钢脱氧合金化过程中，合金收得率是直接、客观反映实际情况的参数，因此实际生产中，合金收得率需要根据具体炉况具体分析，计算合金加入量前准确预测出合金元素的收得率，才能根据当前炉况进一步计算调节该元素的合金加入量。然而生产过程中收得率是企业人员根据一段较长时间的合金加料记录统计得出的，同时也不区分钢种与炉次实际的收得率存在差距，难以实现当前炉次合金配料的自动化和成本控制。

合金料成本是炼钢生产成本的重要组成部分，优化合金料配料方案，可以有效降低生产成本。根据材料，需要建立数学模型解决以下问题：

- (1) 计算C、Mn两种元素的历史收得率，并分析影响其收得率的主要因素；
- (2) 预测C、Mn两种元素的收得率，并进一步改进模型及算法以提高预测的准确率；
- (3) 实现钢水脱氧合金化成本的优化计算，并给出合金配料方案；
- (4) 根据研究结果给炼钢厂领导写一封建议信。

## 二. 模型假设

- (1) 假设不考虑合金料的加入顺序以及操作因素的差异；
- (2) 假设添加的合金料与钢水充分接触并发生反应；
- (3) 假设在钢水脱氧合金化过程中环境保持稳定；
- (4) 假设表中未列出的其他元素对收得率的影响可以忽略不计；
- (5) 假设加入各种合金配料对于元素收得率的影响可以近似等同于合金配料中所含相应元素对元素收得率的影响；
- (6) 其他钢号合金的脱氧合金化过程研究与HRB400B钢号相同。

### 三. 符号说明

符号	说明
$M$	末状态钢水的质量 ( $kg$ )
$M_0$	初始状态下钢水的质量 ( $kg$ )
$m_i$	加入的第 $i$ 中合金料的值质量 ( $kg$ )
$a_i$	元素 $i$ 的转炉终点
$a_i'$	元素 $i$ 的连铸正样
$\eta_i$	元素 $i$ 的收得率
$b_{ij}$	加入的第 $i$ 种合金料中 $j$ 元素的含量
$\beta$	偏回归系数
$\delta$	钢水质量的修正量

表 1 符号说明

### 四. 问题分析

**4.1 问题一的分析：** 在问题一中，题目要求我们主要关注C、Mn、S、P、Si五中元素的含量，从给定数据表中自主选取学习样本，建立数学模型计算C、Mn两种元素的历史收得率，并分析影响其收得率的主要因素。通过对数据进行处理，剔除所给材料中的异常数据，计算出C、Mn的历史收得率。由于因变量只有一个，但自变量有多个，所以我们采用多重线性回归分析的方法来研究C、Mn的收得率与各个因素的关系。

**4.2 问题二的分析：** 对C、Mn两种元素的历史收得率进行预测，多重线性回归本可以进行预测，但是用多重线性回归预测可能会有不稳定因素，为了提高预测的准确率，我们可以建立神经网络模型，用SPSS神经网络的多层感知器(MLP)方法对数据进行学习和预测，对比预测值和实际值，如果预测值和实际值大致相

符（少部分异常数据除外），则认为该预测方法是有效的。

**4.3 问题三的分析：**准确地预测合金收得率是计算合金料添加量的前提，首先预测出C、Mn、P、Si、S元素的收得率，通过收得率计算需要加入C、Mn元素的质量，然后根据附件二中合金料中各元素含量以及产品的主要合金元素含量及国家标准进行单目标多元线性规划，求得最优解。

## 五. 数据预处理

### 5.1 异常值的剔除

模型的精确度很大程度上取决于数据的准确性，由于所给出的数据并不完整，且个别数据波动很大，所以我们需要剔除异常数据。我们通过原始时间系列分析，用拉依达准则对1716组数据进行异常值的剔除，对于1716组的转炉终点温度、转炉终点的C、Mn、S、P、Si的含量以及钢水净重的原始时间序列数据，当偏差大于3 的时候，该数据为异常值，需要被剔除，的计算公式为：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1)$$

其中， $x_i$  ( $i=1,2, \dots, 1716$ ) 分别表示1716组指标原始时间序列数据， $\bar{x}$  分别表示他们的平均值，当偏差大于  $3\sigma$  的时候，该数据为异常值，异常值的判断准则如下：

$$|x_i - \bar{x}| > 3\sigma \quad (2)$$

因此，正常的数据范围是  $x_i > \bar{x} + 3\sigma$  和  $x_i < \bar{x} - 3\sigma$ ，剔除完剩下的即为正常值。

终点转炉元素	均值	标准差	下范围	上范围
C	0.0006351	0.0002227	-0.000033	0.001303
Mn	0.0010262	0.00026103	0.0002431	0.001809
S	0.00028491	0.00005734	0.0001129	0.000457
p	0.00022515	0.00007484	0.0000006	0.00045
Si	0.00169506	0.00125986	-0.002085	0.005475

表 2 转炉终点元素值的处理

连铸正样元素	均值	标准差	下范围	上范围
C	0.00231260	0.00009738	0.0020205	0.002605
Mn	0.01335119	0.00044811	0.0120069	0.014696
S	0.00030170	0.00003875	0.0001855	0.000418
P	0.00025309	0.00005419	0.0000905	0.000416
Si	0.00375743	0.00037272	0.0026393	0.004876

表 3 连铸正样值的处理

## 5.2 不完整数据的处理

对于少量的不完整数据，我们采取直接剔除的措施，但由于转炉终点Mn的数据大量缺失，为了尽可能保证结果的准确率，我们将这一列元素单独列出分析，再根据分析结果对不完整数据进行补充，在后面我们会提到具体的做法。

## 5.3 预处理效果

预处理前：

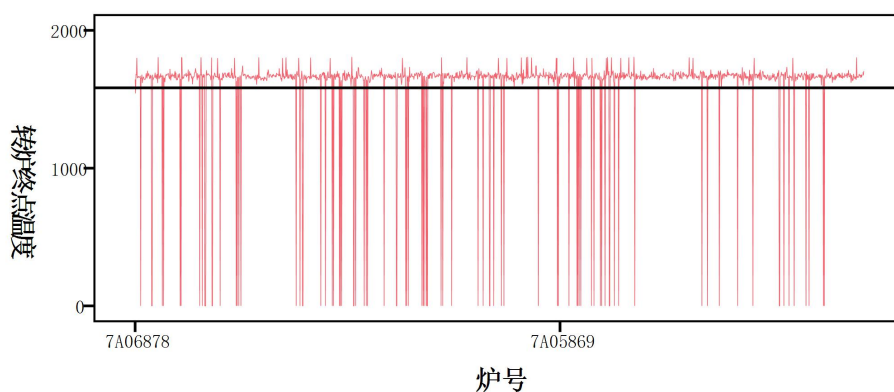


图 1 预处理前转炉终点温度

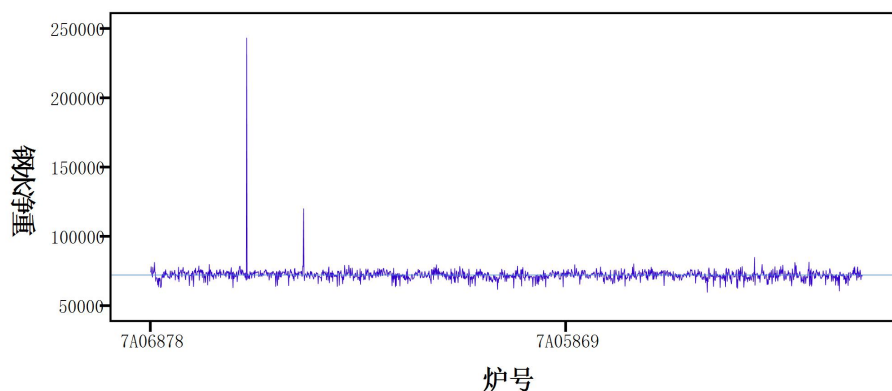


图 2 预处理前钢水净重

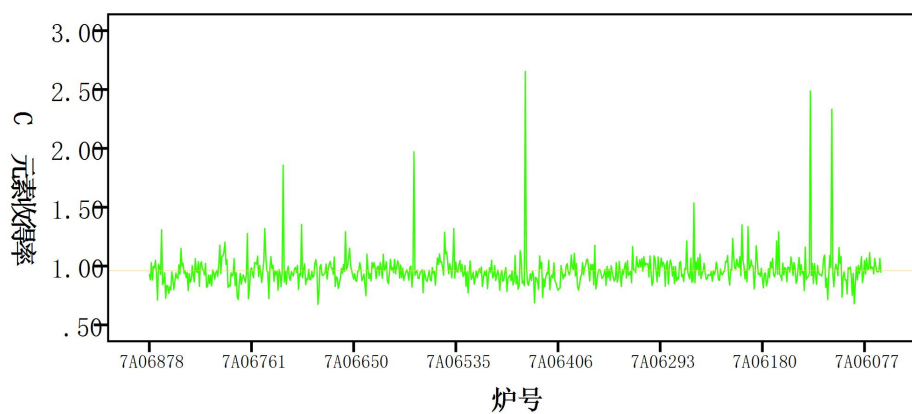


图 3 预处理前C元素收得率

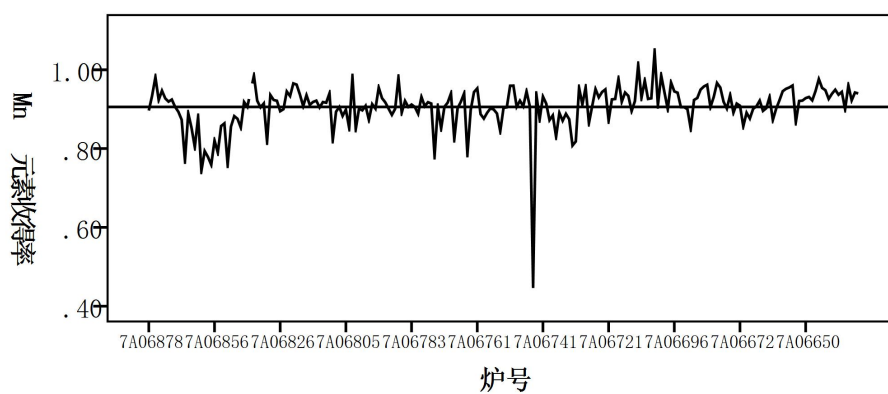


图 4 预处理前Mn元素收得率

预处理后：

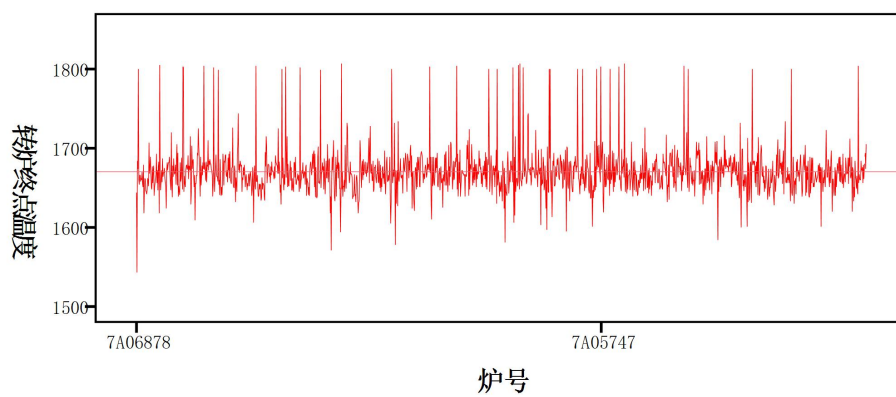


图 5 预处理后转炉终点温度

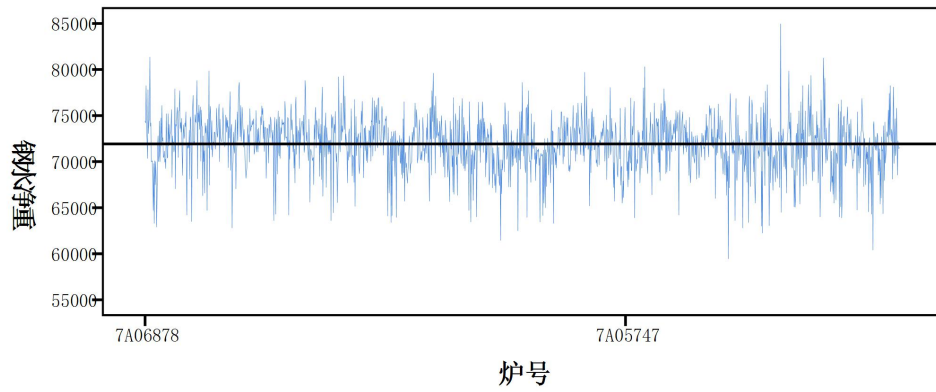


图 6 预处理后钢水净重

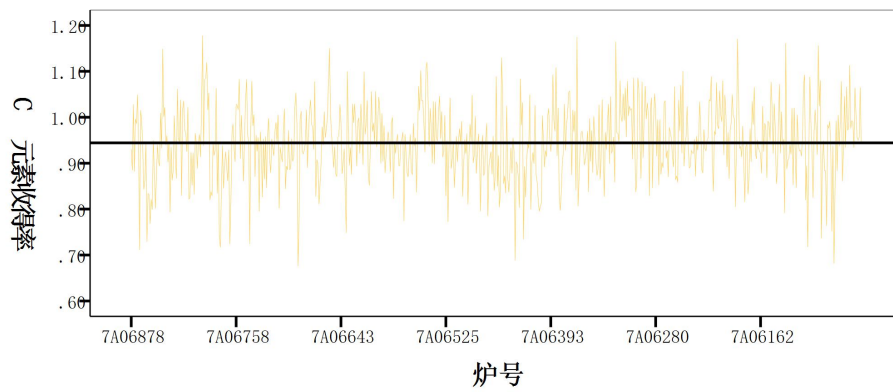


图 7 预处理后C元素收得率

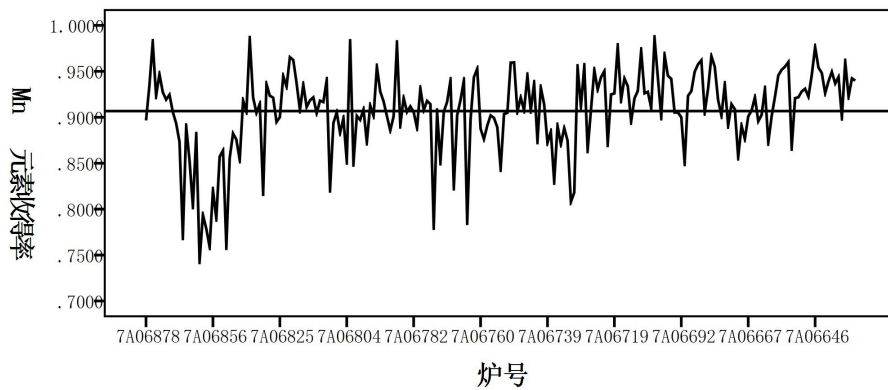


图 8 预处理后Mn元素收得率

## 六. 模型建立与求解

### 6.1 问题一的模型建立与求解

#### 6.1.1 C、Mn 元素历史收得率的计算

根据收得率的计算方法：收得率=(合金元素进入钢中质量/合金元素加入总



量) × 100%，可以对C、Mn元素的收得率进行计算。根据等式：

$$\sum (M \cdot a_i' - M_0 \cdot a_i) = M - M_0 \quad (3)$$

则有：

$$M = M_0 \cdot \frac{\sum a_i - 1}{\sum a_i' - 1} \quad (4)$$

添加配料之后钢水质量会发生变化，但所给的表中Mn和P的转炉中点数据只有两百多组，对于缺失的大量数据，我们希望对其进行补充。故根据该式子计算出前两百多组数据的结果，并设定一个修正量 $\delta$ 使得 $\delta = \frac{M}{m}$ ，对每一组数据计算出一个 $\delta$ 值，利用直方图求出 $\delta$ 值得分布：

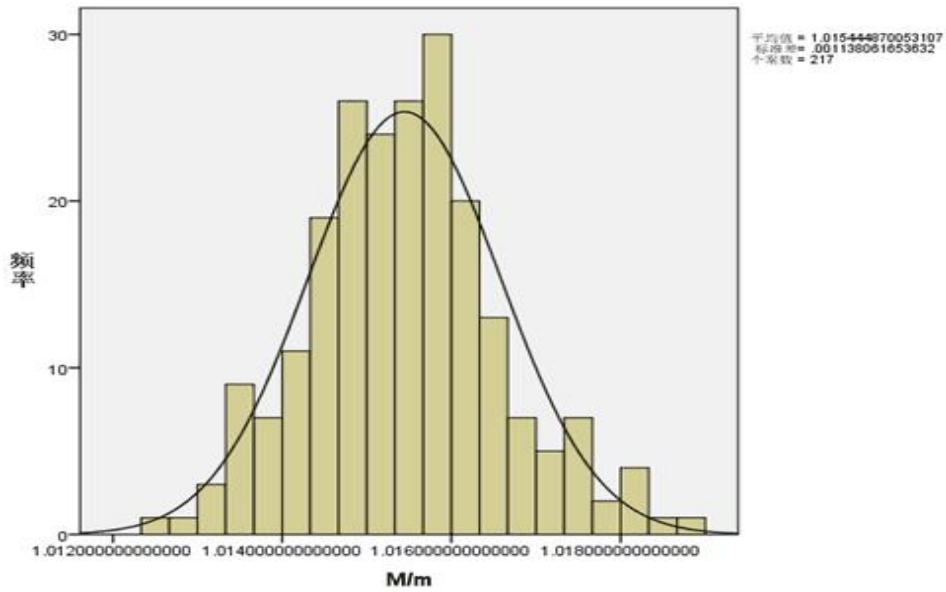


图 9 修正量残差分布图

$\delta$  值的标准差很小，故以均值作为修订量，对缺失的数据进行补充  $M = \bar{\delta} \cdot M_0$ ，

所以收获率为：

$$\eta_i = \frac{M \cdot a_{i2} - M_0 \cdot a_{i1}}{\sum m_i \cdot b_{ij}} \quad (5)$$

算出C、Mn的历史收获率，见附录1。

### 6.1.2 用多重线性回归分析影响C、Mn元素收得率的主要因素

#### ● 多重线性回归模型的建立

设C、Mn元素的收得率为因变量 $y_c$ 、 $y_{Mn}$ ，列出方程：

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_p x_p + \varepsilon \quad (6)$$

式中  $\beta_0$  为常数项,  $\beta_i (i=1,2,\cdots,p)$  为偏回归系数, 表示在其他自变量固定不变的情况下, 自变量  $x_i$  每改变一个单位时, 其单独引起变量  $y$  的平均改变量。设影响 C、Mn 收得率的变量个数为  $p$ , 用向量形式表示为  $(x_1, x_2, \cdots, x_p)$ , 第  $i$  例的一组观察值为  $(y_i, x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{ip})$ , 假定因变量  $y$  与自变量  $x_1, x_2, \cdots, x_p$  之间存在如下线性关系:

$$y_i = \hat{y}_i + \varepsilon_i = b_0 + b_1 x_{i1} + \cdots + b_p x_{ip} + \varepsilon_i \quad (7)$$

$\varepsilon_i$  为残差, 是因变量实测值  $y_i$  与其估计值  $\hat{y}$  之间的差值, 它不由自变量决定, 服从  $N(0, \sigma^2)$  分布。

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + \cdots + b_p x_p \quad (8)$$

式中,  $\hat{y}$  为各  $x$  在取一组定值时, 因变量  $y$  的平均估计值或平均预测值。

$b_i (i=1,2,\cdots,p)$  是  $\beta_i (i=1,2,\cdots,p)$  的样本估计值。

将原始数据标准化:

$$x_i^* = \frac{x_i - \bar{x}_i}{s_i} \quad (9)$$

然后标准化数据进行拟合, 获得标准化偏回归系数  $k_1, k_2, \cdots, k_p$ ,  $k_i$  绝对值较大的自由变量对因变量  $y$  的贡献大。

对 C、Mn 两种元素分别进行分析, 用 SPSS 分析[1]得到如下结果:

	未标准化系数	标准误差	标准化系数	t	显著性
(常量)	1.614	0.303		5.324	0.000
转炉终点温度	0.000	0.000	0.045	0.756	0.450
转炉终点C	-413.015	49.727	-0.930	-8.306	0.000
转炉终点Mn	16.728	28.565	0.046	0.586	0.559
转炉终点S	-111.199	87.633	-0.077	-1.269	0.206
转炉终点P	-197.800	91.898	-0.158	-2.152	0.033
转炉终点Si	-5.739	6.811	-0.052	-0.843	0.400
添加C元素含量	-0.004	0.001	-0.838	-6.837	0.000

添加Mn元素含量	0.000	0.000	-0.297	-2.089	0.038
添加S元素含量	5.948E-5	0.000	0.074	0.825	0.410
添加Si元素含量	0.001	0.000	0.361	1.904	0.058
添加Al元素含量	-0.006	0.001	-0.377	-4.727	0.000
添加Ca元素含量	-0.002	0.003	-0.055	-0.609	0.544
添加V元素含量	-0.001	0.002	-0.075	-0.557	0.578
添加N元素含量	0.000	0.005	0.004	0.027	0.978

a. 因变量：C元素收得率

表 4 C元素回归系数

排除的变量<sup>a</sup>

模型	输入	Beta	t	显著性	偏相关	共线性统计容差
1	添加P元素含量	-25.432 <sup>b</sup>	-3.410	.001	-.238	5.248E-5

a. 因变量：C元素收得率

b. 模型中的预测变量：(常量), 添加N元素含量, 转炉终点温度, 添加Mn元素含量, 转炉终点Mn, 添加S元素含量, 转炉终点S, 转炉终点Si, 转炉终点C, 添加Al元素含量, 转炉终点P, 添加Ca元素含量, 添加C元素含量, 添加V元素含量, 添加Si元素含量

图 10 C元素回归分析中的排除变量

	未标准化系数	标准误差	标准化系数	t	显著性
(常量)	1.242	0.186		6.690	0.000
转炉终点温度	7.514E-5	0.000	0.053	0.830	0.407
转炉终点C	24.736	25.174	0.113	0.983	0.327
转炉终点Mn	-57.725	15.764	-0.331	-3.662	0.000
转炉终点S	-54.935	46.634	-0.080	-1.178	0.240
转炉终点P	-7.133	51.479	-0.011	-0.139	0.890
转炉终点Si	1.212	3.886	0.021	0.312	0.756
添加C元素含量	0.000	0.000	0.082	0.648	0.518
添加Mn元素含量	-0.002	0.003	-1.445	-.495	0.621
添加S元素含量	0.000	0.000	-.243	-2.531	0.012
添加P元素含量	0.515	1.274	1.198	0.404	0.687
添加Si元素含量	0.000	0.000	-0.195	-1.422	0.157
添加Al元素含量	0.000	0.001	0.026	0.303	0.762
添加Ca元素含量	0.001	0.002	0.035	0.376	0.708
添加V元素含量	-0.001	0.003	-0.200	-0.366	0.715
添加N元素含量	0.008	0.008	0.399	0.938	0.349

a. 因变量：Mn元素收得率

表 5 Mn元素的回归系数

一般认为，在显著性<0.05下可认为该因素为主要影响因素。

● 衡量多重回归模型优劣的标准

为保证模型的自变量“少而精”，通常需要一些量化指标来衡量模型的好坏，我们用  $R^2$ （决定系数）或调整  $R^2$ （调整的决定系数）来衡量。 $0 \leq R^2 \leq 1$ ，决定系数越接近1，表示样本数据对所选用的模型拟合越好。调整的决定系数增加了对方程中引入的“监督”，当有意义的变量进入方程，调整系数增大；无意义的变量进入方程，调整系数减小。C、Mn量元素的拟合效果如下：

模型摘要<sup>b</sup>

模型	R	R 方	调整后 R 方	标准估算的误差	更改统计					德宾-沃森
					R 方变化量	F 变化量	自由度 1	自由度 2	显著性 F 变化量	
1	.664 <sup>a</sup>	.441	.431	.0615633140	.441	44.887	12	684	.000	1.592

a. 预测变量: (常量), 添加N元素含量, 转炉终点C, 转炉终点Si, 转炉终点温度, 添加Mn元素含量, 添加S元素含量, 转炉终点S, 添加Al元素含量, 添加Ca元素含量, 添加V元素含量, 添加C元素含量, 添加Si元素含量

b. 因变量: C元素收得率

图 11 C元素回归分析的决定系数

模型摘要<sup>b</sup>

模型	R	R 方	调整后 R 方	标准估算的误差	更改统计					德宾-沃森
					R 方变化量	F 变化量	自由度 1	自由度 2	显著性 F 变化量	
1	.557 <sup>a</sup>	.310	.258	.0386111148	.310	5.912	15	197	.000	1.435

a. 预测变量: (常量), 添加N元素含量, 转炉终点温度, 转炉终点Mn, 添加S元素含量, 转炉终点S, 转炉终点Si, 添加Mn元素含量, 添加C元素含量, 添加Al元素含量, 转炉终点P, 添加Ca元素含量, 转炉终点C, 添加Si元素含量, 添加V元素含量, 添加P元素含量

b. 因变量: Mn元素收得率

图 12 Mn元素回归分析的决定系数

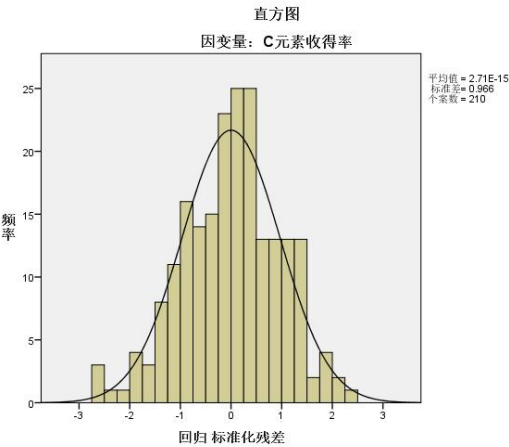


图 13 C收得率回归分析的残差分布图

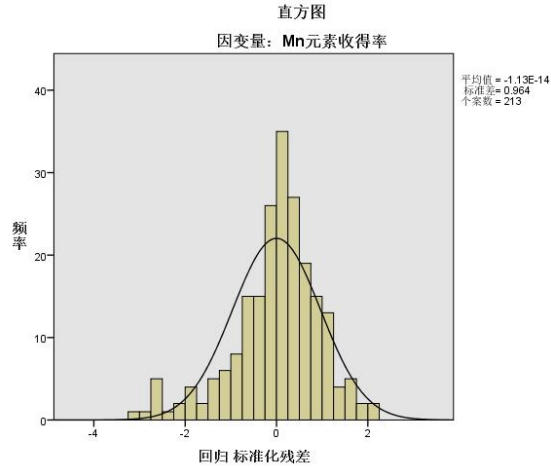


图 14 Mn收得率回归分析的残差分布

## ● 模型的分析

从以上结果分析，对C建立的线性回归中决定系数为  $R^2=0.441$ ，说明C元素的吸收率变异的44.1%可由转炉终点C和P的量、添加的合金料中C、Mn和Al的含量来解释；其中转炉终点C的量和添加的合金料中C的含量影响最显著，其标准化系数分别为-0.930和-0.838；同样地，对Mn建立的线性回归中决定系数  $R^2=0.310$ ，说明Mn元素的吸收率变异的31.0%可由转炉终点Mn的量和添加的合金料中S的含量来解释。

## 6.2 问题二的模型建立与求解

在问题一建立的模型基础上，我们可以对C、Mn元素的收得率进行预测，比如对C元素的收得率进行预测，选用正常数据进行如下计算：

$$y_c = 1.726 - 394.778 \cdot x_1 - 0.004 \cdot x_2 - 0.005 \cdot x_3 - 179.076 \cdot x_4 \quad (10)$$

根据系数表， $x_1$ ， $x_2$ ， $x_3$ ， $x_4$  分别表示转炉终点C的量、添加的合金料中C的量、添加的合金料中Al的量和转炉终点P的量。但是预测的效果并不好，于是我们建立了神经网络模型，对C、Mn元素的收得率进行预测。

### 6.2.1 模型的提出与建立

神经网络多层感知器（MLP）方法会根据输入的数据映射出关系。数据从通

过输入结点、隐藏层最后进入输出结点，它可以发现数据更复杂的关系，神经元之间的连接赋予相关的权重，训练算法在迭代过程中不断调整这些权重从而使得预测误差最小化。

我们在有关C的收得率的210组可操作数据数据中选取139组数据作为训练样本，71组数据作为坚持样本，用问题二中的主要因素作为输入，C的收得率作为输出，利用SPSS分析[2]。用同样的方法对Mn进行分析，不同的是，我们对Mn分析时，用所有因素作为输入，用Mn的收得率作为输出。

⋮

个案处理摘要									
C			个案数	百分比	Mn			个案数	百分比
	样本	坚持	139	66.2%		样本	坚持	144	67.6%
		训练	71	33.8%			训练	69	37.4%
		有效	210	100.0%			有效	213	100.0%
		排除	0				排除	0	
		总计	210				总计	213	

表 6网络个案处理摘要

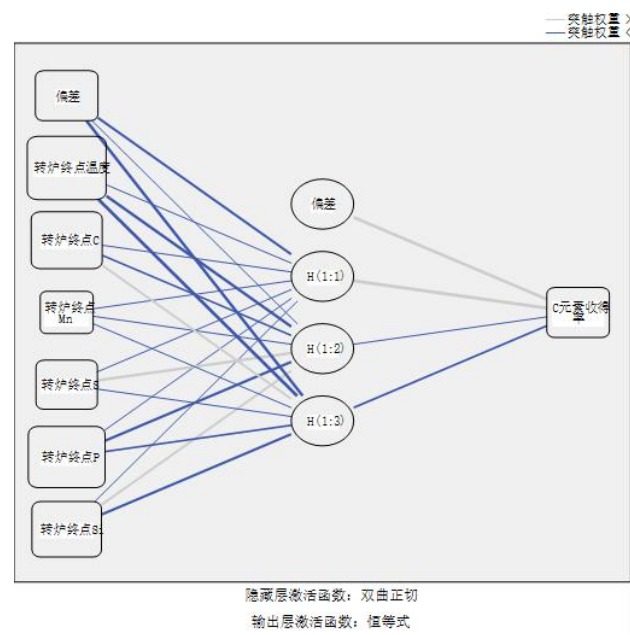


图 15 对C收得率进行预测原理图

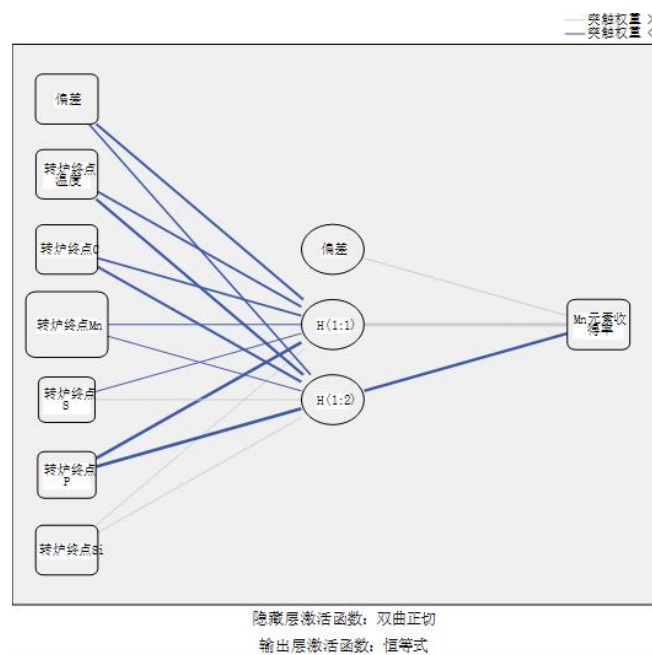


图 16 对Mn进行预测原理图

## 6.2.2 模型的结果与分析

根据以上的分析，得出神经网络对C、Mn元素的收得率的预测结果如下：

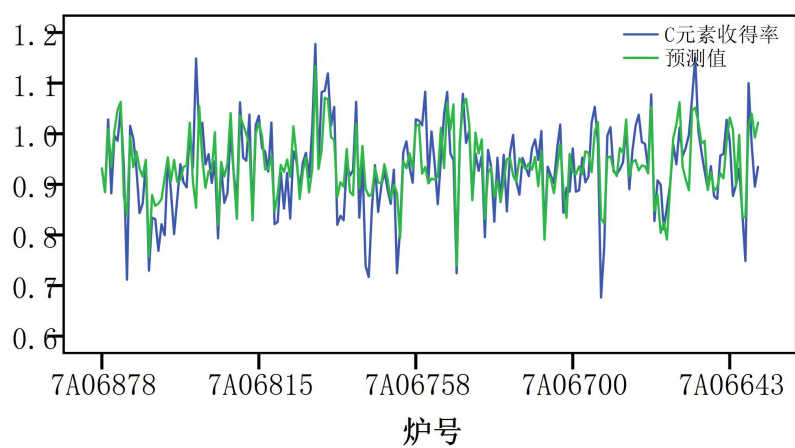


图 17 C元素的收得率预测

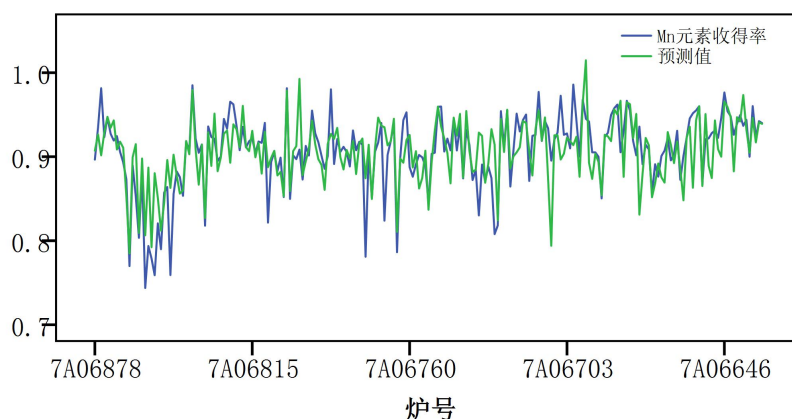


图 18 Mn元素的收得率预测

除个别异常的值外，大部分的预测结果与实际是相符合的。

### 6.3 问题三的模型建立与求解<sup>[3]</sup>

在问题二的基础上，我们需要对钢水脱氧合金化成本的优化，给出成本最低的配料方案。但是由于元素收得率自身受加入各元素的量的影响，并且为非线性函数，若直接进行求解则过程过于复杂。于是我们决定隐藏各元素加入量对于元素收得率的影响。直接以转炉终点温度，转炉终点C，转炉终点Mn，转炉终点Si，转炉终点S，转炉终点P的含量作为输入层，C，Mn，Si元素收得率直接作为输出层。所对应的数据作为学习样本直接进行神经网络分析。即初始条件一定时其所对应的元素收得率为定值。从而计算出需要添加各元素的质量，再根据产品标准对合金料分配进行优化。但是我们查阅资料发现，炉料中的Si通常不人为配入，而是由炉料带来的，一般不大于0.8%，过高会延缓钢液的沸腾；P和S的含量原则上越低越好，通常溶清后的P含量硬小于0.05%，一般不超过0.08%，且所给附件二的合金料中P和S的含量远远低于C、Mn的含量，因此我们在进行优化时，不考虑P、S的因素。



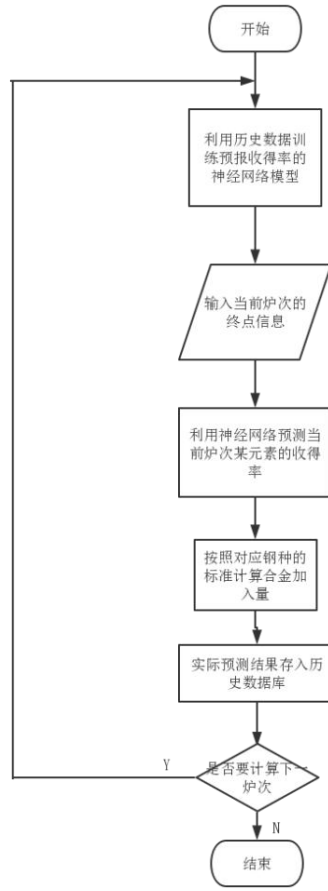


图 19 流程图

与前面类似，转炉终点的C、Mn分别用 $a_C$ 、 $a_{Mn}$ 表示，连铸正样C、Mn分别用 $a'_C$ 、 $a'_{Mn}$ 表示，同样 $\delta$ 为修正量。则：

$$\text{加入C的质量} = \frac{\delta \cdot M_0 \cdot a'_C - M_0 \cdot a_C}{\eta_C}; \quad (11)$$

$$\text{加入Mn的质量} = \frac{\delta \cdot M_0 \cdot a'_{Mn} - M_0 \cdot a_{Mn}}{\eta_{Mn}}; \quad (12)$$

HRB400B号钢的主要合金元素含量如下：

钢号	标准	元素含量 (%)				
		C	Mn	Si	P	S
HRB400B	内控区间	0.19-0.25	1.30-1.60	0.50-0.65	≤ 0.045	≤ 0.045
	目标值	0.23	1.45	0.55	0.04	0.04

表 7 号钢主要合金元素含量

$$\begin{aligned}
 & \min : \sum_{i=1}^{16} m_i p_i \\
 & \text{S.t.} \left\{ \begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^{16} m_i b_{ic} \leq 0.25 \cdot \left( \sum_{i=1}^{16} m_i + M_0 \right) \\
 & \sum_{i=1}^{16} m_i b_{ic} \geq 0.19 \cdot \left( \sum_{i=1}^{16} m_i + M_0 \right) \\
 & \sum_{i=1}^{16} m_i b_{iMn} \leq 0.16 \cdot \left( \sum_{i=1}^{16} m_i + M_0 \right) \\
 & \sum_{i=1}^{16} m_i b_{ic} \geq 0.13 \cdot \left( \sum_{i=1}^{16} m_i + M_0 \right) \\
 & m_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 16)
 \end{aligned} \right. \quad (13)
 \end{aligned}$$

对数据进行优化计算，取20项数据结果，并和未优化的成本对比：

炉号	硅铝钙	硅铝锰合金球	硅铁 FeSi75-B	优化后最低成本 (元)	实际成本 (元)
7A06864	2591.828	1415.599	77.744	13708.01	23864.20
7A06862	3146.628	1584.944	82.624	15572.27	24703.00
7A06861	2612.981	1439.102	78.088	13909.37	23114.20
7A06860	2559.180	1360.636	78.708	13262.07	26671.90
7A06857	2595.162	1236.958	56.148	12254.32	22997.20
7A06855	2592.142	1320.369	58.074	12894.09	23372.50
7A06854	3190.022	1403.815	83.938	14245.13	23538.00
7A06853	2042.074	1325.943	50.458	12351.35	22069.30
7A06852	1519.325	1265.812	63.192	11430.18	23504.50
7A06850	1582.637	1341.726	63.788	12073.21	22342.70
7A06849	3131.809	1473.199	62.407	14615.19	23995.50
7A06848	2887.934	1437.038	47.938	14029.94	24391.75
7A06847	1706.548	1424.762	68.399	12849.37	24064.75
7A06846	1786.864	1464.634	95.703	13358.31	24136.40

7A06845	1791.952	1492.830	65.797	13440.12	23665.40
7A06836	2934.941	1491.276	82.164	14646.59	23498.70
7A06834	2926.893	1414.131	56.510	13934.23	23075.00
7A06833	1807.896	1490.161	81.484	13507.95	25432.70
7A06832	3100.491	1475.027	83.119	14693.05	25187.20
7A06829	2791.182	1460.170	87.333	14290.21	23225.20

表 8 优化结果

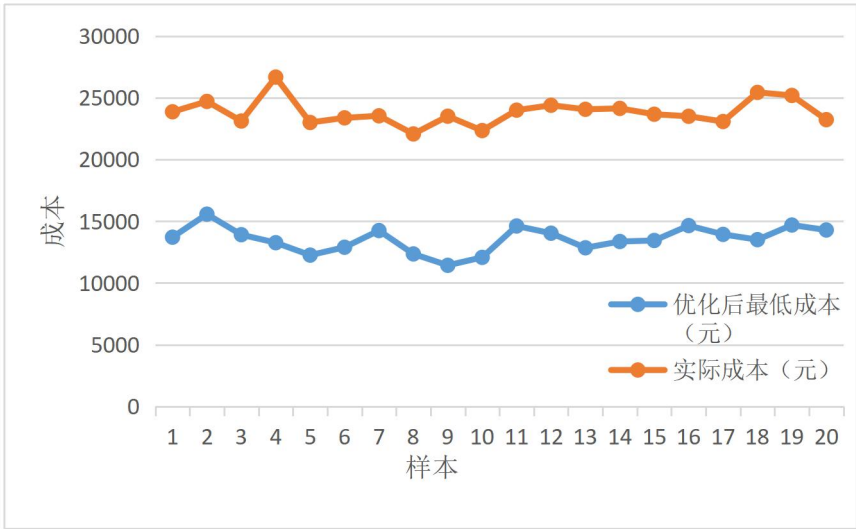


图 20 优化成本与实际成本的对比

## 七. 模型的改进

### 7.1 改进模型分析影响Mn元素收得率：

在分析问题的分析中，对Mn元素的收得率的预测效果不是很理想，其残差与正太分布不是很符，我们用神经网络对影响Mn元素收得率的因素进行了分析，得到如下结果：

自变量	重要性	正态化重要性
转炉终点温度	0.070	55.3%
转炉终点C	0.063	50.2%
转炉终点Mn	0.086	68.3%
转炉终点S	0.068	54.3%
转炉终点P	0.084	66.5%
转炉终点Si	0.061	48.5%

添加C元素含量	0.067	52.1%
添加Mn元素含量	0.126	100.0%
添加S元素含量	0.045	36.1%
添加P元素含量	0.065	52.0%
添加Si元素含量	0.049	38.9%
添加Al元素含量	0.056	44.9%
添加Ca元素含量	0.045	35.6%
添加V元素含量	0.052	41.4%
添加N元素含量	0.062	49.2%

表 9 各因素对Mn的吸收率的影响程度

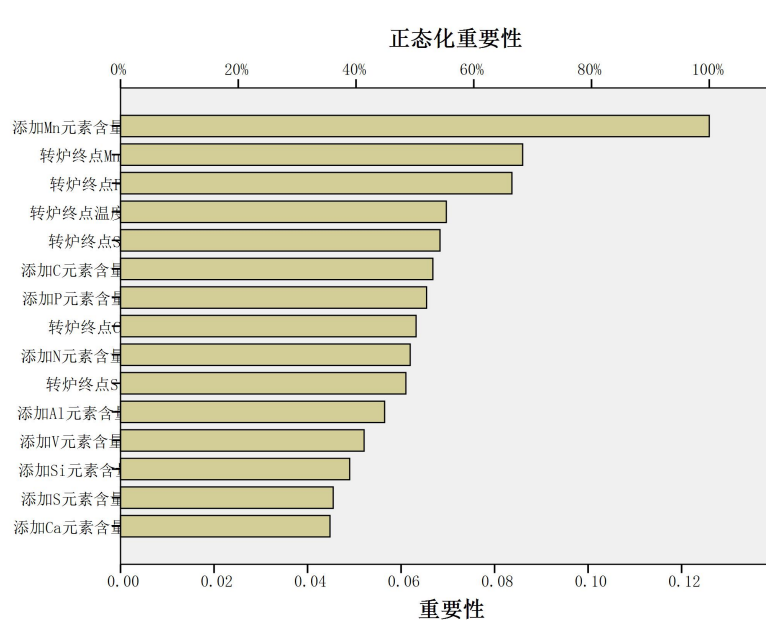


图 21 各因素对Mn的收得率的影响程度

## 7.2 对优化合金料分配模型的改进

问题三中我们使用神经网络模型仅考虑到转炉终点时的初状态对于各元素收得率的影响，而隐藏了加入合金配料对于元素收得率的影响。对于某一确定的转炉终点，只有一种确定元素收得率，一种确定的各元素投入量。对于成本进行优化仅仅只是在确定的各元素投入量标准下对于合金配料比进行优化。对于成本的优化效果较低。

我们改进模型，基于微粒群（PSO）优化的方法[4]来解决问题。由第问题二

的预测结果，我们用向量  $L(L_C, L_{Mn}, L_{Si})$  表示预测的收得率， $G(G_C, G_{Mn}, G_{Si})$  表示各元素含量区间，用  $m(m_1, m_2, \dots, m_{16})$  表示加入各种合金配料的质量合金成本的计算表达式  $f_{cost} = [p_1, p_2, \dots, p_{16}] \cdot m^T$ ， $M(M_C, M_{Mn}, M_{Si})$  分别为个加入元素的质量， $G_0$  为转炉终点个元素的含量， $M_0$  为转炉终点钢水的质量，则：

$$F = \frac{m \cdot L^T + M_0}{M_0 + M_C + M_{Mn} + M_{Si}} \in G \quad (14)$$

故合金加入量的多目标模型可描述为：

$$f_{cost}(m) = \frac{m \cdot L^T + M_0}{M_0 + M_C + M_{Mn} + M_{Si}} \quad (15)$$

$$\text{S.t. } m > 0, L > 0$$

本模型采用的算法过程如图：

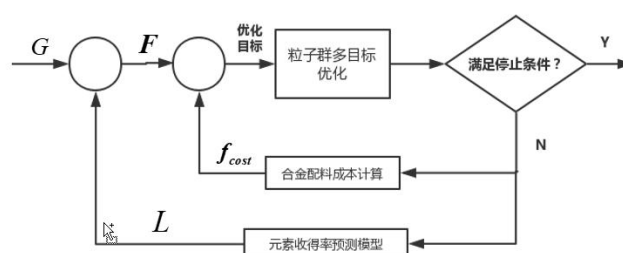


图 22 思维导图

## 八. 模型评价

### ● 模型的优点：

1. 用多重线性回归分析模型，通过多组数据，直观、快速分析出自变量与因变量之间的关系，影响程度一目了然；
2. 利用回归分析，只要采用的模型和数据相同，通过标准的计算方法可以计算出唯一的结果，在图和表的形式中，数据之间的关系解释往往因人而异；
3. 神经网络能以任意精度逼近任何非线性连续函数，特别适合于求解内部机制复杂的

问题;

4. 神经网络具有高度的自学能力和自适应能力，能自主地提取输出、输入间的“合理规则”。

● **模型的局限性:**

1. 线性回归分析中可能忽略了交互效应和非线性的因果关系;
2. 对于表格中一些数据的缺失并没有进行过多的补齐，导致使用的数据样本量较少;
3. 并未考虑到 Al, Ca 等因素对收得率造成的影响，收得率模型具有一定的局限性。

## 九. 给炼钢厂领导的一封信

尊敬的炼钢厂领导：

您好！

我们在参加数学建模比赛中有幸接触到了炼钢，对其进行了一定的探讨。

转炉炼钢过程中，出钢时的脱氧合金化是相对独立而又十分重要的一部分。而在传统的炼钢过程控制中，合金加入量如果仅仅是凭借操作人员的经验推算，计算结果误差较大，并且会造成很大的资源和资金浪费。而假如我们可以通过历史数据对脱氧合金化环节建立相应的数学模型，在线预测并优化投入合金的种类和数量，在保证钢水质量的同时最大限度的降低合金钢的生产成本，是提高生产效能，增加企业竞争力的关键所在。

我们首先对数据进行预处理，剔除掉不完整和异常的数据。然后考虑到加入合金配料之后钢水的净重会发生一定的变化，对该变化进行一定的优化处理，得到了脱氧合金化之后的钢水净重再来计算元素收得率，减小了元素收得率的误差。随后又通过多重线性回归（MLR），得到了对元素收得率影响较大的因素。也据此可以在以后对元素收得率的研究中可以抓住主要因素，而忽略次要因素，在一定情况下简化模型。

随后我们通过查阅相关论文，以及受到合金收得率受多种因素影响，难以采用显式表达式确定的启发，决定使用神经网络MLP来对各元素收得率进行预测。

得到元素收得率预测模型之后我们可以根据预测得到元素收得率，利用目标规划模型可以得到相应的目标函数，在对目标函数进行求解之后可以得到相应的最佳的合金配料比。我们又对模型进行了改进，使用智能优化算法中的微粒群算法对相应函数进行求解。最终可以得到优化后的合金配料比。经过优化之后可以节省合金的成本，并符合生产要求，对出钢时的脱氧合金化过程具有一定的指导作用。

希望我们的建模的过程或许可以对您未来对炼钢厂脱氧合金化过程进行优化时有一定的帮助。谢谢！

MathorCup 906417队

2019年4月14日

## 十. 参考文献

- [1] 武松, SPSS统计分析大全, 北京: 清华大学出版社, 2014。
- [2] 吴骏, SPSS统计分析从零开始学, 北京: 清华大学出版社, 2014。
- [3] 韩敏等, 基于收得率预测模型的转炉炼钢合金加入量计算, 《炼钢》, 第26卷第1期。  
应用于第三问中的模型建立
- [4] 韩敏, 徐俏, 赵耀, 基于微粒群算法的转炉合金加入量多目标优化模型, 《控制与决策》, 第25卷 第12期。应用于第三问的模型优化。



# 十一. 附录

附录1

炉号	连铸正样钢 水净重M	C元素 收得率	Mn元素 收得率	Si元素 收得率	C元素 收得率 的预测 值	Mn元素 收得率 的预测 值	Si元素 收得率 的预测 值
7A06864	71044.0833	0.8433	0.8528	0.1856	0.9482	0.9081	0.1728
7A06862	71035.3551	0.8622	0.8034	0.1319	0.9003	0.8043	0.1436
7A06861	71179.6834	0.9418	0.8804	0.1611	0.9817	0.8730	0.1716
7A06860	68374.7494	0.7294	0.7437	0.1237	0.8638	0.8943	0.1688
7A06857	64187.7030	0.7687	0.7589	0.1499	0.9399	0.9081	0.1581
7A06855	68469.5387	0.7994	0.7899	0.1769	0.9579	0.9075	0.1677
7A06854	71058.9940	0.9498	0.8572	0.1606	0.9556	0.9159	0.1438
7A06853	69391.2436	0.8867	0.8639	0.2118	0.8331	0.9081	0.2092
7A06852	63871.9859	0.8017	0.7591	0.3337	0.9015	0.9056	0.3693
7A06850	67458.4938	0.8707	0.8557	0.3524	0.9449	0.9247	0.3734
7A06849	72581.2220	0.9399	0.8825	0.1420	0.9014	0.8988	0.1486
7A06848	73900.6881	0.9039	0.8757	0.2210	0.9665	0.9076	0.1631
7A06847	71103.1324	0.8940	0.8535	0.3123	0.9234	0.9105	0.3659
7A06846	71774.3252	1.0090	0.9183	0.3341	0.9102	0.9086	0.3541
7A06845	75538.2064	0.9329	0.9062	0.3620	0.9601	0.9081	0.3703
7A06836	72910.7307	1.0013	0.9851	0.1769	1.0156	0.9210	0.1582
7A06834	72760.2655	0.9395	0.9047	0.1603	0.9627	0.9081	0.1589
7A06833	77293.5276	0.9598	0.9146	0.3560	0.9587	0.9078	0.3763
7A06832	73245.0431	0.9028	0.8179	0.1113	0.8909	0.8689	0.1510
7A06829	73698.0480	0.9455	0.9361	0.1387	0.9745	0.9208	0.1673
7A06828	71611.3747	0.7934	0.9234	0.3954	0.9271	0.9205	0.3858
7A06827	71564.1719	0.9348	0.9213	0.3315	1.0176	0.9211	0.3731
7A06826	72234.2609	0.8635	0.8949	0.3310	0.9332	0.9212	0.3911
7A06825	71088.2745	0.8832	0.9001	0.3613	0.9207	0.9303	0.3672
7A06824	71340.5306	1.0028	0.9451	0.1199	0.9463	0.9077	0.1705
7A06823	70317.3203	0.9216	0.9333	0.2035	0.9713	0.9120	0.1634
7A06822	76276.5548	0.8670	0.9655	0.1726	0.8609	0.9081	0.1874
7A06821	73402.7413	1.0619	0.9624	0.1198	0.9491	0.9391	0.1756
7A06820	71482.4912	0.9526	0.9371	0.1810	0.8989	0.9213	0.1699
7A06819	71480.2291	0.9468	0.9078	0.1237	0.9661	0.9298	0.1593
7A06818	76302.9722	1.0377	0.9356	0.1530	0.9794	0.9215	0.1715
7A06817	72742.5847	0.8292	0.9111	0.1245	0.8704	0.9215	0.1561

7A06816	75112.5826	1.0169	0.9184	0.1284	0.9554	0.9081	0.1549
7A06815	73071.5029	1.0355	0.9217	0.1491	0.9306	0.9393	0.1600
7A06814	74017.0533	0.9716	0.9044	0.1541	0.9951	0.9204	0.1643
7A06813	74237.6241	0.9649	0.9181	0.1614	0.9554	0.9064	0.1698
7A06812	75138.2408	0.9253	0.9166	0.1531	0.9712	0.8943	0.1595
7A06811	76837.4963	1.0219	0.9403	0.2334	0.9834	0.9205	0.1743
7A06810	69235.5019	0.8215	0.8216	0.1267	0.9376	0.9081	0.1786
7A06809	73805.2234	0.8257	0.8937	0.1375	0.8693	0.9067	0.1922
7A06808	73034.1008	0.9234	0.9055	0.1117	0.9745	0.9045	0.1692
7A06807	73169.8556	0.8521	0.8829	0.1092	0.9196	0.9048	0.1498
7A06805	72111.2051	0.9224	0.8989	0.1325	0.9438	0.8601	0.1598
7A06802	79066.4460	0.9653	0.9815	0.1428	0.9850	0.9210	0.1789
7A06801	68052.8715	0.9454	0.8498	0.1929	0.9147	0.9080	0.1572
7A06800	75117.4119	0.8886	0.9015	0.0835	0.9271	0.9207	0.1563
7A06798	74984.0454	0.9426	0.8971	0.3747	0.9927	0.9086	0.3814
7A06797	76317.8727	0.9622	0.9086	0.3669	0.8936	0.9871	0.3822
7A06796	77076.6242	0.9137	0.8729	0.4178	0.9686	0.9093	0.4005
7A06795	75168.6714	1.0105	0.9129	0.3986	0.9759	0.9080	0.3722
7A06794	71531.7907	1.1772	0.9014	0.4008	0.9857	0.9163	0.3875
7A06793	76691.0193	0.9383	0.9549	0.3815	0.9267	0.9768	0.3724
7A06792	76654.4413	1.0822	0.9280	0.3529	0.9577	0.9081	0.3872
7A06791	78878.5087	1.0851	0.9173	0.3600	0.9795	0.9423	0.3949
7A06790	74776.7355	1.1192	0.9013	0.3578	1.1316	0.9210	0.3725
7A06789	75352.2768	1.2028	0.8856	0.1389	1.0301	0.9209	0.1616
7A06788	74406.9545	1.0159	0.9010	0.3884	0.9823	0.9112	0.3685
7A06787	75930.3763	1.0530	0.9802	0.4432	0.9427	0.9228	0.3754
7A06786	71912.0721	0.8201	0.8913	0.3839	0.9570	0.9223	0.3893
7A06785	69537.9106	0.8378	0.9211	0.2164	0.9487	0.9250	0.1762
7A06784	73965.6394	0.8291	0.9058	0.1954	0.9196	0.8794	0.1568
7A06783	75062.9125	0.9422	0.9118	0.1746	0.9609	0.9081	0.1655
7A06782	73554.8521	0.9171	0.9056	0.1968	0.9534	0.9081	0.1751
7A06780	75313.0000	1.0631	0.9313	0.1747	0.9617	0.8994	0.1861
7A06779	74844.5988	0.8341	0.9077	0.1277	0.9809	0.8929	0.1746
7A06778	76489.9908	0.9421	0.9178	0.1249	0.9864	0.9210	0.1778
7A06777	71437.5776	0.7389	0.9143	0.3414	0.9873	0.9088	0.1804
7A06776	65224.4925	0.7170	0.7810	0.2795	0.9610	0.9081	0.1970
7A06775	72875.2029	0.8519	0.9062	0.2552	0.9041	0.9231	0.1891
7A06774	72570.8844	0.9379	0.8512	0.1448	0.9917	0.8907	0.1856
7A06773	73109.5696	0.8455	0.9061	0.1964	0.8939	0.9189	0.1851
7A06772	72543.6625	0.8965	0.9168	0.1708	0.9649	0.9081	0.1793
7A06771	74546.9335	0.9251	0.9402	0.1885	0.9190	0.9222	0.1534
7A06770	69117.2470	0.8901	0.8239	0.1331	1.0191	0.9210	0.1773
7A06769	75917.7157	0.8615	0.9022	0.1276	0.9694	0.9081	0.1714

7A06768	75667.4779	0.9288	0.9187	0.1718	0.9637	0.9081	0.1729
7A06767	72177.1316	1.2754	0.9401	0.1602	1.4568	0.9210	0.3251
7A06766	64617.4901	0.7244	0.7864	0.7450	0.8336	0.9081	0.7605
7A06765	74429.3475	0.8130	0.8977	0.1724	0.9566	0.9197	0.1660
7A06763	76941.9016	0.9632	0.9435	0.1739	1.0237	0.9210	0.1925
7A06761	78357.9843	0.9849	0.9529	0.1532	0.9610	0.9442	0.1681
7A06760	72985.9499	0.9341	0.8875	0.1650	0.9578	0.9099	0.1495
7A06759	73238.8013	0.9034	0.8762	0.1206	0.9033	0.9066	0.1574
7A06758	73094.9591	1.0285	0.8909	0.1755	0.9340	0.9063	0.1784
7A06757	76184.6756	1.0260	0.9021	0.2027	0.9279	0.8841	0.1604
7A06756	75520.9020	1.0167	0.8994	0.2179	0.9441	0.8609	0.1625
7A06755	75341.2988	1.0829	0.8891	0.2061	0.9378	0.9049	0.1816
7A06754	76814.6852	0.9104	0.8440	0.1287	0.9628	0.9081	0.1646
7A06753	79891.8668	1.0044	0.9035	0.1241	0.9621	0.9081	0.1831
7A06752	69121.0492	0.9416	0.9048	0.1633	0.9510	0.9074	0.1531
7A06751	76512.6186	0.8610	0.9594	0.2705	0.9673	0.9246	0.1747
7A06750	75437.7325	0.9512	0.9598	0.2538	0.9735	0.9072	0.1660
7A06749	77306.4002	1.0388	0.9062	0.3685	0.8349	0.9093	0.3847
7A06748	74688.0711	1.3185	0.9216	0.3120	1.0416	0.9217	0.3634
7A06747	76434.5227	1.0824	0.9076	0.3424	1.0233	0.9278	0.3667
7A06746	77199.1598	0.9613	0.9454	0.4034	1.0073	0.9112	0.3716
7A06745	71109.2965	0.9477	0.9075	0.1459	0.9646	0.9162	0.1439
7A06743	75085.7227	0.9773	0.9371	0.4035	0.9818	0.9214	0.3825
7A06742	74945.3644	1.0788	0.8742	0.3711	0.9800	0.9081	0.3832
7A06741	67387.2184	0.9817	0.9322	0.1875	0.9919	0.8724	0.1768
7A06740	73870.5336	1.0057	0.9141	0.1395	0.9668	0.9059	0.1520
7A06739	71059.4595	0.8709	0.8722	0.3492	0.8948	0.9065	0.3937
7A06738	72327.8417	0.9610	0.8843	0.3619	0.9515	0.9030	0.3639
7A06737	67640.5401	0.9266	0.8301	0.3236	0.9719	0.9080	0.3771
7A06736	75387.3212	0.9562	0.8907	0.3912	0.8734	0.9090	0.3883
7A06735	74187.8731	0.7956	0.8707	0.1520	0.8500	0.9176	0.1542
7A06734	75051.9646	0.9681	0.8883	0.2002	0.9582	0.9178	0.2154
7A06733	73801.8569	0.9340	0.8745	0.3886	0.9339	0.9079	0.3777
7A06732	65717.9412	0.8262	0.8079	0.3602	0.9402	0.9081	0.3816
7A06731	75605.5179	0.9526	0.8181	0.1625	0.8819	0.7949	0.2043
7A06730	73922.9090	1.8565	0.9543	0.4806	1.5541	0.9210	0.4830
7A06729	72749.7043	0.8652	0.9119	0.7803	0.9767	0.9087	0.7968
7A06723	72401.2650	0.8795	0.9436	0.1560	0.9604	0.9554	0.1662
7A06722	75617.1731	0.9522	0.9502	0.3860	0.8962	0.9084	0.3786
7A06721	71587.1374	0.9337	0.8712	0.3634	0.9372	0.9081	0.3796
7A06720	72591.2394	0.9161	0.9249	0.1391	0.9514	0.9084	0.1481
7A06719	73274.3086	0.9707	0.9260	0.3652	0.9458	0.9318	0.3800
7A06717	73152.5583	0.9886	0.9772	0.3235	1.0312	0.9350	0.3949

7A06716	74334.1140	0.9482	0.9188	0.3891	0.9559	0.9065	0.3928
7A06715	74365.5908	1.0053	0.9423	0.3894	0.9653	0.9097	0.3923
7A06714	72501.7341	0.8022	0.9339	0.3916	0.9577	0.8945	0.3706
7A06713	73042.0927	0.9350	0.8953	0.4052	0.9640	0.9081	0.3872
7A06711	74600.1249	0.9174	0.9206	0.1684	0.9283	0.8886	0.1547
7A06708	73849.6117	0.9696	0.9726	0.2575	0.9645	0.9066	0.1614
7A06707	74882.0678	1.0181	0.9261	0.1467	0.9675	0.9076	0.1719
7A06701	71126.4056	0.8856	0.9099	0.3920	0.9793	0.9081	0.3818
7A06700	75812.4632	0.9709	0.9859	0.3951	0.9675	0.9081	0.3912
7A06699	73806.5640	0.8856	0.9428	0.4401	0.9389	0.9081	0.3992
7A06698	73397.0009	0.8883	0.9002	0.3727	0.9590	0.9111	0.3854
7A06695	74214.3632	0.9156	0.9418	0.4090	0.9794	0.9076	0.3745
7A06694	77025.1474	1.0218	0.9052	0.3389	0.9748	0.9080	0.3737
7A06693	75420.8202	1.0533	0.9052	0.1378	0.9429	0.9184	0.1479
7A06692	73000.5967	0.9841	0.9000	0.3442	0.9591	0.8974	0.3635
7A06687	73655.8242	0.9959	0.9285	0.8257	0.9282	0.9082	0.7912
7A06686	76221.8908	1.0129	0.9497	0.4134	0.8388	0.8936	0.3656
7A06685	74367.8428	0.9253	0.9576	0.4146	0.9004	0.9514	0.3664
7A06684	75950.1004	0.9202	0.9621	0.3743	0.9114	0.9551	0.3746
7A06683	74830.8271	0.9296	0.9053	0.1104	0.9261	0.9233	0.1528
7A06648	77096.0985	0.8766	0.9224	0.3327	0.9524	0.9084	0.3697
7A06647	75884.4075	0.8712	0.9461	0.4498	0.9626	0.9236	0.3647
7A06646	74532.0083	0.9569	0.9765	0.4930	0.9656	0.9806	0.4007
7A06645	72799.2810	0.9599	0.9541	0.4816	0.8744	0.9088	0.3911
7A06644	74760.2613	1.0276	0.9482	0.5738	0.9919	0.9085	0.5715
7A06643	73725.1520	0.9853	0.9261	0.3987	0.9580	0.9286	0.3682

表 10 附录1

## 附录2 Lingo源程序：

```

min=350*m1+6.5*m2+350*m3+205*m4+205*m5+11.8*m6+1*m7+8.5*m8+7.6*m
9+6*m10+6*m11+4.6*m12+8.15*m13+8.15*m14+6.1*m15+4*m16;
0*m1+0*m2+0*m3+0.0031*m4+0.0031*m5+0*m6+0.00374*m7+0*m8+0.017*m9+
0.0006*m10+0.006*m11+0.96*m12+0.017*m13+0.017*m14+0.3*m15+0.22567*m1
6>Cmin;
0*m1+0*m2+0*m3+0.0031*m4+0.0031*m5+0*m6+0.00374*m7+0*m8+0.017*m9+
0.0006*m10+0.006*m11+0.96*m12+0.017*m13+0.017*m14+0.3*m15+0.22567*m1
6< Cmax;
0*m1+0*m2+0*m3+0*m4+0*m5+0*m6+0*m7+0.3*m8+0.664*m9+0*m10+0*m11
+0*m12+0.664*m13+0.664*m14+0*m15+0*m16> Mnmin;
0*m1+0*m2+0*m3+0*m4+0*m5+0*m6+0*m7+0.3*m8+0.664*m9+0*m10+0*m11
+0*m12+0.664*m13+0.664*m14+0*m15+0*m16< Mnmax;

```

$$0*m1+0.74*m2+0*m3+0.012*m4+0.012*m5+0.341*m6+0.285*m7+0.3*m8+0.072*m9+0.767*m10+0.767*m11+0*m12+0.172*m13+0.172*m14+0.56*m15+0.392*m16 > Si_{\min};$$

$$0*m1+0.74*m2+0*m3+0.012*m4+0.012*m5+0.341*m6+0.285*m7+0.3*m8+0.072*m9+0.767*m10+0.767*m11+0*m12+0.172*m13+0.172*m14+0.56*m15+0.392*m16 < Si_{\max};$$