石英晶体在基本振蕩电路中的振蕩范围*

朱之江

提 要

本文用解析的方法分析了石英晶体在基本振蕩电路中的振蕩范围，引入临界頻率概念，并证明三种基本振蕩电路的振蕩頻率都在晶体的串联諧振頻率与临界頻率之間，而在一般情况下，不可能振蕩在晶体的并联諧振頻率上。文中还給出了三种基本振蕩电路的振蕩頻率的普遍公式。最后討論了理想的振蕩范圍，认为不論何种振蕩器，其振蕩頻率愈接近晶体的串联諧振頻率，由于电路元件不稳定引起的頻率漂移就愈小。

一 引 言

石英晶体的等效电路如图1.1所示，其等效电阻 R_e 与等效电抗 x_e 随頻率变化曲綫示于图1.2。

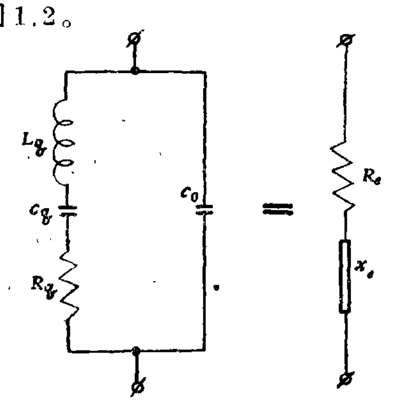


图1.1 石英晶体等效电路。

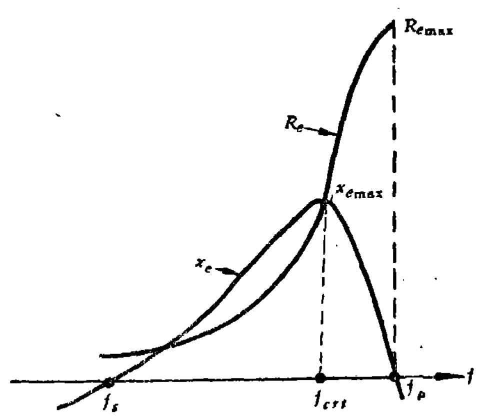


图1.2 石英晶体等效电阻R_e及等效电抗x_e随頻率变化曲綫。

石英晶体有两个諧振頻率。一是串联諧振頻率 f_s，基本上仅由本身参数决定；另一个是并联諧振頻率 f_p，其数值要随并于晶体两端的电容改变，如管座及接綫的分布电容等。将晶体分别置于振蕩管的板—栅、栅—阴及板—阴間就形成三种基本振蕩电路。如图1.3 a、b、c 所示。

无論哪种振蕩器都由以下两部分組成，即晶体与振蕩电路，見图1.4。为了滿足振蕩条件，从虛綫向两端看进去的阻抗大小应相等，而符号則相反

* 1962年4月收稿，

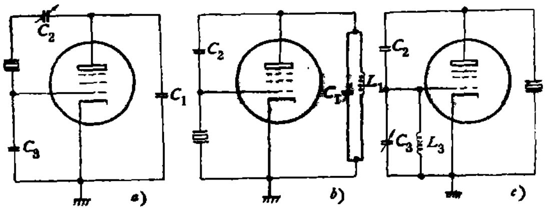
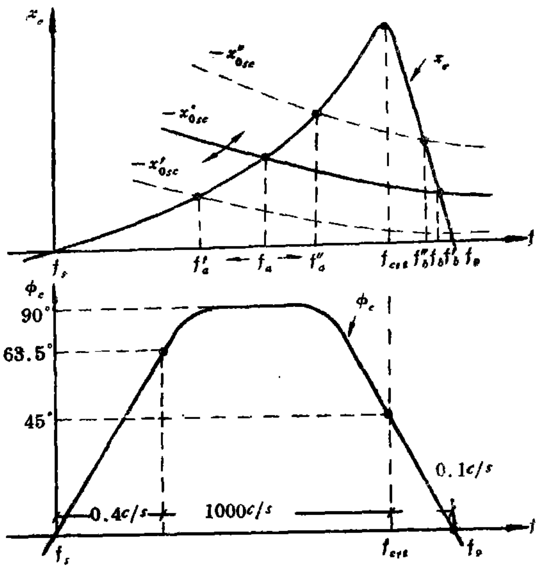


图1.3　三种基本振蕩电路:
a) 板—栅振蕩器; b) 栅—阴振蕩器; c) 板—阴振蕩器。



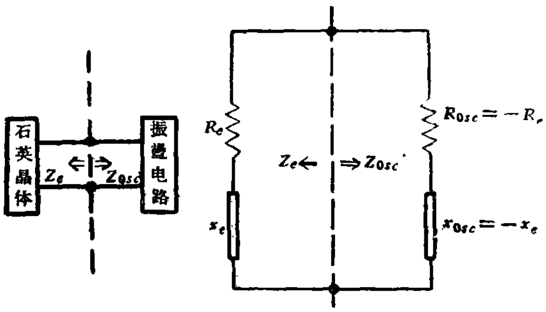


图1.4　振蕩器由两个二端网絡組成。

图1.5　振蕩器在两个頻率上都能滿足相位平衡条件。

注: (1) 此图为了便于説明問題,将曲綫变化急剧之处加以放大了。

(2) 下图的晶体相角曲綫的具体数字是当晶体参数为:
$Q_q=5\times10^6$, $f_s=1\times10^6 c/s$, $C_q=15\times10^{-3}pf$
$C_0=15pf$时, 利用公式

$$\mathrm{tg}\phi_e=\frac{-1}{PQ_q}\left[1+4Q_q^2\left(\frac{\Delta f_p}{f_p}\right)^2+2Q_q^2 P\frac{\Delta f_p}{f_p}\right]$$

及$$\mathrm{tg}\phi_e=\frac{-1}{PQ_q}\left[1+4Q_q^2\left(\frac{\Delta f_s}{f_s}\right)^2-2Q_q^2 P\frac{\Delta f_s}{f_s}\right]$$

計算出来的。

(3) 63.5°是根据最大相角90°乘0.707得来的。

$$Z_e=-Z_{osc} \tag{1.1}$$

$$R_e=-R_{osc} \tag{1.2}$$

$$x_e=-x_{osc}=\frac{1}{\omega C_{osc}} \tag{1.3}$$

晶体的等效电抗x_e及振蕩电路的等效电抗$-x_{osc}$都是頻率的函数。如果定义$x_e=x_{e\max}$时的頻率为晶体的临界頻率f_{cri},則用图解法求出晶体的等效电抗$x_e=-x_{osc}$时的頻率有两个: 一个是低于临界頻率的f_a, 另一个是高于临界頻率的f_b。f_a和f_b都滿足振蕩的相位平衡条件式(1.3), 且当振蕩电路的等效电抗$-x_{osc}$数值改变时, f_a和f_b的数值也要随之改变, 見图1.5。显然, 实际上振蕩頻率只可能是它們中的一个, 因为f_a、f_b虽然都滿足相位平衡条件, 但不一定都能滿足振蕩的幅度平衡条件, 或者其中之一更容易滿足振幅平衡条件。下面先用解析的方法将滿足相位平衡条件的两个頻率求出, 再将对应于这两个頻率的晶体等效电阻及等效电抗求出, 分别代入各基本电路的振幅平衡条件中, 并加以比較, 最容易滿足振幅平衡条件的, 就是振蕩頻率了。

二　滿足相位平衡条件的两个頻率

前面提到晶体在两个頻率(f_a、f_b)上都能滿足振蕩的相位平衡条件, 下面就用数学式子将它們解出。

由于f_b靠近晶体的并联諧振頻率f_p, 而f_a则在晶体的串联諧振頻率f_s与临界頻率f_{cri}之間, 故在求解f_a、f_b时, 一定得采用未經簡化的公式。

石英晶体等效电抗公式[1]为

$$x_e=\frac{-P\rho_q\left[1+4Q_q^2\left(\frac{\Delta f_p}{f_p}+\frac{P}{2}\right)\frac{\Delta f_p}{f_p}\right]}{1+4Q_q^2\left(\frac{\Delta f_p}{f_p}\right)^2} \tag{2.1}$$

式中
$$f_p=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_qC_q}}\sqrt{1+\frac{C_q}{C_0}} \tag{2.2}$$

$$\Delta f_p=f_{osc}-f_p \tag{2.3}$$

$$P=\frac{C_q}{C_0} \tag{2.4}$$

$$\rho_q=\frac{1}{\omega C_q} \tag{2.5}$$

$$Q_q=\frac{1}{\omega C_qR_q} \tag{2.6}$$

通常晶体在振蕩器中为一感抗，故振蕩电路的等效电抗 x_{osc} 应該是个容抗

$$x_{osc}=\frac{-1}{\omega C_{osc}} \tag{2.7}$$

将式（2.1）及（2.7）代入相位平衡条件（1.3）中得

$$\frac{-P\rho_q\left[1+4Q_q^2\left(\frac{\Delta f_p}{f_p}+\frac{P}{2}\right)\frac{\Delta f_p}{f_p}\right]}{1+4Q_q^2\left(\frac{\Delta f_p}{f_p}\right)^2}=\frac{1}{\omega C_{osc}}$$

移項整理后得

$$\left(\frac{\Delta f_p}{f_p}\right)^2+\frac{P}{2}\frac{C_{osc}}{C_0+C_{osc}}\frac{\Delta f_p}{f_p}+\frac{1}{4Q_q^2}=0$$

最后解出

$$\frac{\Delta f_{pa}}{f_p}=-\frac{P}{2}\left(\frac{C_{osc}}{C_0+C_{osc}}\right)+\frac{1}{2PQ_q^2}\left(1+\frac{C_0}{C_{osc}}\right) \tag{2.8}$$

式中
$$\Delta f_{pa}=f_a-f_p \tag{2.9}$$

$$\frac{\Delta f_{pb}}{f_p}=-\frac{1}{2PQ_q^2}\left(1+\frac{C_0}{C_{osc}}\right) \tag{2.10}$$

式中
$$\Delta f_{pb}=f_b-f_p \tag{2.11}$$

由于 f_a 在晶体的串联諧振頻率 f_s 与临界頻率 f_{crt} 之間，为了使用方便，将式（2.8）用对 f_s 的相对离諧表示

$$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}=\frac{P}{2}+\frac{\Delta f_{pa}}{f_p}=\frac{C_q}{2(C_0+C_{osc})}+\frac{1}{2PQ_q^2}\left(1+\frac{C_0}{C_{osc}}\right) \tag{2.12}$$

$$\Delta f_{sa}=f_a-f_s \tag{2.13}$$

式中
$$f_s=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_qC_q}} \tag{2.14}$$

三　对应于 f_a、f_b 的等效电阻及等效电抗

1　晶体的等效电阻

晶体的等效电阻 R_e 是頻率的函数，为了求出頻率为 f_a 及 f_b 时的等效电阻 R_{ea} 及 R_{eb}，也只能使用未經簡化的公式[1]

$$R_e=\frac{P^2Q_q\rho_q}{1+4Q_q^2\left(\frac{\Delta f_p}{f_p}\right)^2} \tag{3.1}$$

分别将式（2.8）（2.10）的两个頻率代入上式，且当

$$PQ_q \gg 1+\frac{C_0}{C_{0sc}} \tag{3.2}$$

时，对应于 f_a、f_b 的等效电阻 R_{ea} 及 R_{eb} 等于

$$R_{ea} \doteq R_q\left(1+\frac{C_0}{C_{0sc}}\right)^2 \tag{3.3}$$

$$R_{eb} \doteq \frac{1}{(\omega C_0)^2 R_q} = R_{e\max} \tag{3.4}$$

在一般情况下，$R_{e\max} \gg R_q\left(1+\frac{C_0}{C_{0sc}}\right)^2$ 故

$$\frac{R_{ea}}{R_{eb}} \ll 1 \tag{3.5}$$

2 晶体的等效电抗

根据振蕩器的相位平衡条件得

$$x_{ea} = \frac{1}{\omega_a C_{0sc}} \tag{3.6}$$

$$x_{eb} = \frac{1}{\omega_b C_{0sc}} \tag{3.7}$$

因 $\omega_a \doteq \omega_b$ 所以

$$x_{ea} \doteq x_{eb} = \frac{1}{\omega C_{0sc}} \tag{3.8}$$

四 石英晶体的临界頻率

关于临界頻率的定义已在引言中提过了，这里準备定量的求出临界頻率的数値。

对式（2.1）求导，并令其一阶导数等于零，即得晶体的临界頻率

$$\frac{\Delta f_{crt}}{f_p} = -\frac{1}{2Q_q} \tag{4.1}$$

式中

$$\Delta f_{crt} = f_{crt} - f_p \tag{4.2}$$

例如：某晶体的 $Q_q = 5\times 10^6$，$f_p = 1\times 10^6 c/s$，则临界頻率与并联諧振頻率之差頻 Δf_{crt} 只有十分之一周。

下面再将对应于临界頻率的晶体等效电阻求出。只要将式（4.1）代入式（3.1）即得

$$R_{crt} = \frac{1}{2} R_{e\max} \tag{4.3}$$

五 三种基本振蕩电路的振蕩范圍

前面几节已将 f_a、f_b 的数値及对应于此二頻率的晶体等效电阻 R_{ea}、R_{eb} 和等效电抗 x_{ea}、x_{eb} 求出。本节先将各基本振蕩电路的振幅平衡条件求出，再把上述結果代入振幅平衡条件中进行比較，从而得出各基本振蕩电路的振蕩頻率范圍。

近来几乎所有的高稳定石英晶体振蕩电路都装置了自动增益控制电路，維持晶体电流在50～100微安以下。由于振幅很小，沒有栅流产生，因此在分析振蕩条件时一律采用綫性电路的分析方法。

1 板—栅振蕩器的振蕩頻率

板—栅振蕩器（見图1.3 *a*）的等效电路示于图5.1。

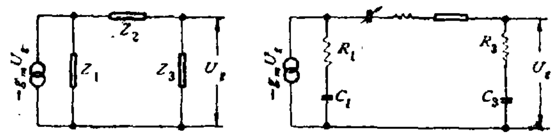


图5.1　板—栅振荡器等效电路图。

振荡电路的全平衡方程式[2]

$$g_mZ_1Z_3+Z_1+Z_2+Z_3=0 \tag{5.1}$$

式中

$$Z_1=R_1-j\frac{1}{\omega C_1} \tag{5.2}$$

$$Z_2=R_2+R_e+jx_e-j\frac{1}{\omega C_2} \tag{5.3}$$

$$Z_3=R_3-j\frac{1}{\omega C_3} \tag{5.4}$$

g_m 为振荡跨导，R_1、R_2、R_3 是各支路损耗电阻。如电容器的介质损耗，接綫电阻，电子管輸出电阻，以及分别并联在电容 C_1、C_3 上的电阻 R_a、R_g 等。将 Z_1、Z_2 和 Z_3 代入式(5.1)，整理后得振蕩器的全平衡方程式

$$jx_e-j\left[(1+g_mR_3)\frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2}+(1+g_mR_1)\frac{1}{\omega C_3}\right]+R_e+R_1+R_2+R_3+$$
$$+g_mR_1R_3-\frac{g_m}{\omega^2C_1C_3}=0 \tag{5.5}$$

式（5.5）的实部即为振幅平衡条件

$$g_m\left(R_1R_3-\frac{1}{\omega^2C_1C_3}\right)+R_1+R_2+R_3+R_e=0 \tag{5.6}$$

移項得振蕩跨导

$$g_m=\frac{\omega^2C_1C_3(R_1+R_2+R_3+R_e)}{1-\omega^2C_1C_3R_1R_3} \tag{5.7}$$

分别将式（3.3）（3.4）代入上式，即得振蕩频率分别为 f_a 及 f_b 时要求的跨导值 g_{ma} 和 g_{mb}

$$g_{ma}=\frac{\omega^2C_1C_3\left[R_1+R_2+R_3+R_q\left(1+\frac{C_0}{C_{0sc}}\right)^2\right]}{1-\omega^2C_1C_3R_1R_3} \tag{5.8}$$

$$g_{mb}=\frac{\omega^2C_1C_3(R_1+R_2+R_3+R_{e\max})}{1-\omega^2C_1C_3R_1R_3} \tag{5.9}$$

在一般情况下

$$R_{e\max}\gg R_q\left(1+\frac{C_0}{C_{0sc}}\right)^2$$

$$R_{e\max}\gg R_1+R_2+R_3$$

故

$$\frac{g_{ma}}{g_{mb}}=\frac{R_q\left(1+\frac{C_0}{C_{0sc}}\right)^2+R_1+R_2+R_3}{R_{e\max}+R_1+R_2+R_3}\ll 1 \tag{5.10}$$

从上式中可看出，振蕩频率为 f_a 时要求的振蕩跨导 g_{ma} 比振蕩频率为 f_b 时要求的跨导 g_{mb} 小得多，也就是說振蕩频率应为 f_a 而非 f_b。

根据式（5.5）的虚部得

$$x_e-\frac{1}{\omega C_1}(1+g_mR_3)-\frac{1}{\omega C_2}-\frac{1}{\omega C_3}(1+g_mR_1)=0 \tag{5.11}$$

将式（1.3）的相位平衡条件代入，即可求出板—栅振荡电路的等效輸入电容

$$\frac{1}{C_{0sc}}=\frac{1}{C_1}(1+g_mR_3)+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}(1+g_mR_1) \tag{5.12}$$

当　$g_mR_3\ll 1$ 及 $g_mR_1\ll 1$ 时

$$\frac{1}{C_{0sc}}\doteq\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \tag{5.13}$$

将式（5.13）代入式（2.12）即可将 f_a 求出。

2　栅—阴振荡器的振荡频率

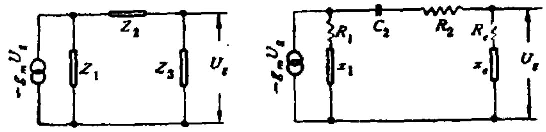


图5.2　栅—阴振荡器等效电路图。

栅—阴振荡器（見图1.3 b）的等效电路示于图（5.2）中。振荡电路的全平衡方程式同（5.1），只是Z_1、Z_2及Z_3的具体内容不同。这里

$$Z_1=R_1+jx_1 \tag{5.14}$$

$$R_1=\frac{Q_1\rho_1}{1+4Q_1^2\left(\frac{\Delta f_1}{f_1}\right)^2} \tag{5.14a}$$

$$x_1=\frac{-\rho_1\left(1+2Q_1^2\frac{\Delta f_1}{f_1}\right)}{1+4Q_1^2\left(\frac{\Delta f_1}{f_1}\right)^2} \tag{5.14b}$$

$$f_1=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}} \tag{5.14c}$$

$$\Delta f_1=f_{osc}-f_1 \tag{5.14d}$$

Q_1——板极槽路的品质因素，ρ_1——板极槽路的特性阻抗。

$$Z_2=R_2-jx_2 \tag{5.15}$$

$$R_2=\frac{\mathrm{tg}\,\delta_2}{\omega C_2} \tag{5.15a}$$

$$x_2=\frac{1}{\omega C_2} \tag{5.15b}$$

$$Z_3=R_e+jx_e \tag{5.16}$$

将式（5.14）（5.15）及（5.16）代入式（5.1）得出栅—阴振荡电路的全平衡方程式

$$g_m(R_1+jx_1)(R_e+jx_e)+R_1+R_2+R_e+j(x_1+x_e-x_2)=0 \tag{5.17}$$

式（5.17）的实部

$$g_mR_1R_e-g_mx_1x_e+R_1+R_2+R_e=0 \tag{5.18}$$

移項得

$$g_m=\frac{R_1+R_2+R_e}{x_1x_e-R_1R_e} \tag{5.19}$$

将频率为f_a及f_b时要求的振荡跨导g_{ma}与g_{mb}相比得

$$\frac{g_{ma}}{g_{mb}}=\frac{R_{ea}+R_1+R_2}{R_{eb}+R_1+R_2}\cdot\frac{x_{eb}x_1-R_{eb}R_1}{x_{ea}x_1-R_{ea}R_1} \tag{5.20}$$

由式（3.5）可知$R_{ea}\ll R_{eb}$，在一般情况下$R_{eb}\gg R_1+R_2$，故式（5.20）的前項

$$\frac{R_{ea}+R_1+R_2}{R_{eb}+R_1+R_2}\ll 1$$

由式（5.19）可看出$x_1x_e-R_1R_e$必須大于零，否則将不能滿足振幅平衡条件。式（3.8）告訴我們$x_{ea}\doteq x_{eb}$，所以式（5.20）的后項

$$\frac{x_{eb}x_1-R_{eb}R_1}{x_{ea}x_1-R_{ea}R_1}<1$$

故

$$\frac{g_{ma}}{g_{mb}}\ll 1 \tag{5.21}$$

因此栅—阴振荡器的振荡频率也是f_a而不是f_b。

根据式（5.17）的虚部得

$$x_e=\frac{x_2-x_1(1+g_mR_e)}{1+g_mR_1} \tag{5.22}$$

将式（1.3）及（5.15b）代入上式得出栅—阴振荡电路的等效电容

$$C_{osc}=\frac{C_2(1+g_mR_1)}{1-\omega C_2x_1(1+g_mR_e)} \tag{5.23}$$

和板—栅振荡器一样，只要将 C_{osc} 的数值求出后代到（2.12）式内，即可解出栅—阴振荡器的振荡频率 f_a。

3　板—阴振荡器的振荡频率

板—阴振荡器的分析方法与栅—阴振荡器完全相同，只是把 Z_1 看成晶体阻抗，而 Z_3 则看成是 LC 槽路阻抗。得出的結論与栅—阴振荡器相同，这里就不再仔細分析了。

4　小　　結

三种基本振荡电路的振荡频率都是 f_a 而不是 f_b，当振荡电路等效电容 C_{osc} 改变时，f_a 可在晶体的串联諧振頻率 f_s 与临界頻率 f_{crt} 間改变，因此三种基本振荡电路的振荡范圍是

$$f_s<f_{osc}<\left(1-\frac{1}{2Q_q}\right)f_p \tag{5.24}$$

六　实　　験

1　原　　理

当振荡电路的等效电容 C_{osc} 改变时，利用图 6.1 的頻率比較設备，讀出相应的頻率变化。再与用式（2.12）計算出的理論值进行比較。

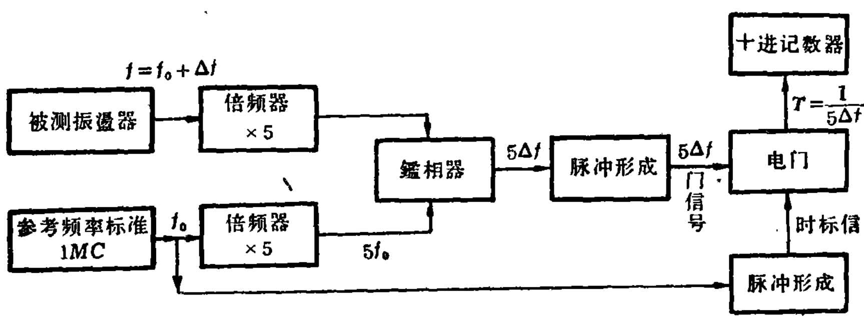


图6.1　頻率比較設备方框图。

2　板—栅振荡器实験

实験用板—栅振荡电路見图 6.2。本实験中，C_{osc} 的数值是根据不同的 C_1、C_2 和 C_3 的組合，用式（5.13）計算出来的。实験数据見表 1，实験值与理論值的比較示于图 6.3 的曲綫中。

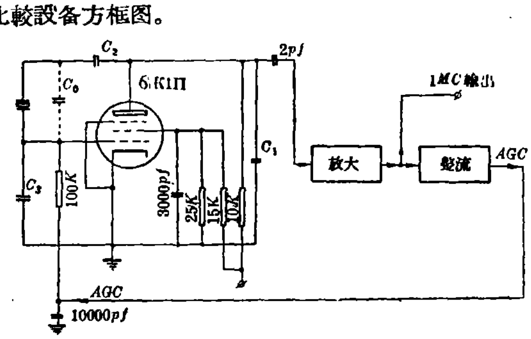


图6.2　晶体放在板—栅間振荡电路图。

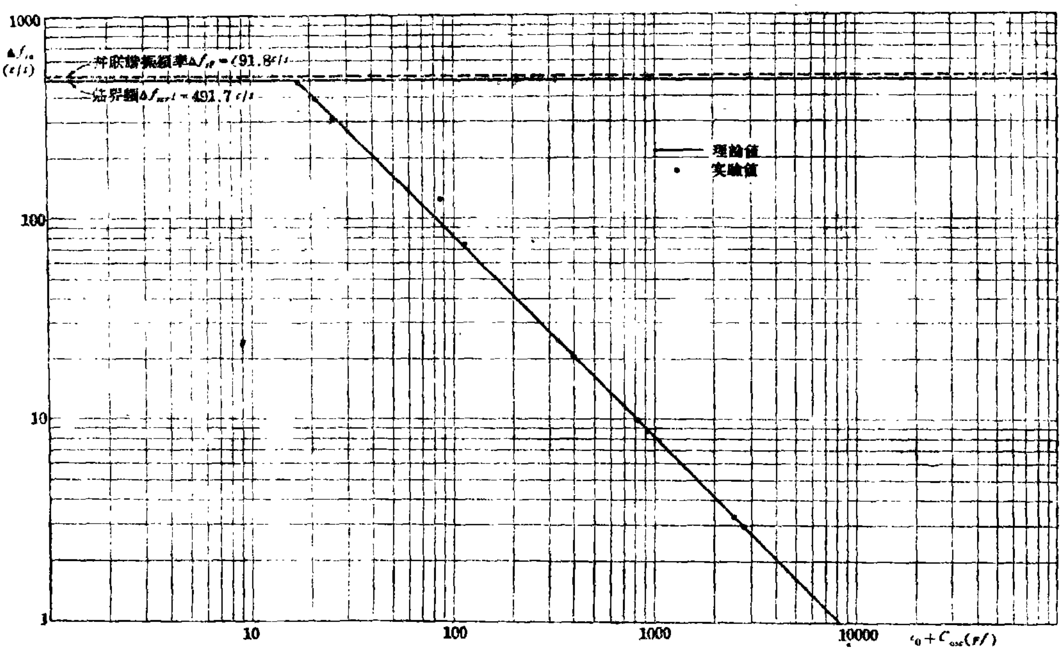


图 6.3

表 1 板—栅振蕩器振蕩范圍实験数据

石英晶体参数 $C_q=16.8\times10^{-3}pf$ $C_0=17pf$ $f_s=999995c/s$

C_1 (pf)	C_2 (pf)	C_3 (pf)	$C_{osc}=\frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}}$ (pf)	$C_{osc}+C_0$ (pf)	理論值 $\Delta f_{sa}=\frac{C_q f_s}{2(C_{osc}+C_0)}$ (c/s)	实験值 Δf_{sa} (c/s)
10400	∞	3900	2800	2817	2.99	2.99
6800	∞	3900	2480	2497	3.37	3.33
3600	∞	1200	900	917	9.15	8.78
2400	∞	1200	800	817	10.3	10.03
10400	600	1200	385	402	20.9	20.63
3600	110	1200	98	115	73.0	73.60
3600	55	1200	52	89	94.3	122.8
97	10	300	8.8	25.8	326	308.8
28.8	5	300	4.25	21.3	394	389.0
28.8	0.4	300	0.38	17.4	483	475.0

3 栅—阴振蕩器实験

实験用栅—阴振蕩器电路見图6.4。栅—阴振蕩电路的等效电容 C_{osc} 可由式(5.23)算出。在实験过程中保持 C_0 不变，在三种不同的 C_2 数值下改变 C_1，使振蕩电路具有不同的等效电容 C_{osc}，并記录相应的振蕩頻率变化。实験数据見表2。由

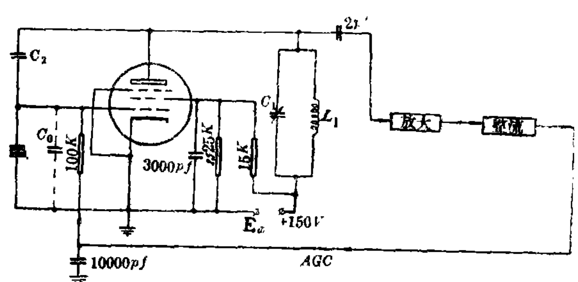


图6.4 晶体放在栅—阴間振蕩电路图。

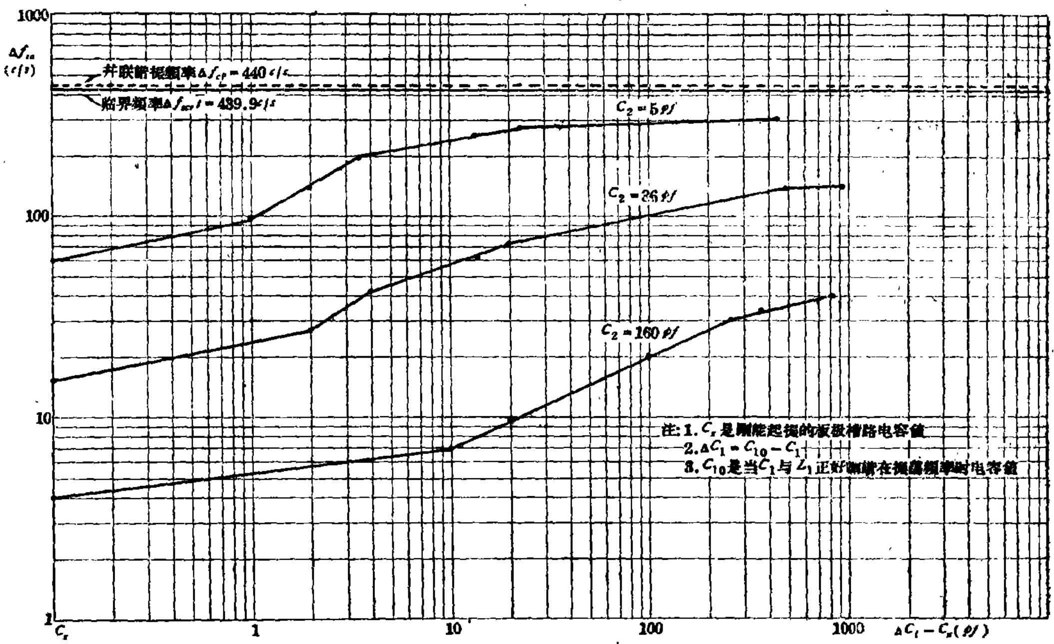


图 6.5

于板极槽路的 Q 値很低，R_1 及 x_1 的精确値很难测出，C_{0sc} 也就不易算出，故这里就不再与理論値进行比較了，但这并不影响我們要証明的問題。在图 6.5 中我們可看到，当 C_1、C_2 改变时（即 C_{0sc} 改变时），振蕩頻率也在很大的范圍內变动，从比串联諧振頻率只高 4 周的地方一直变到比串联諧振頻率高 301.5 周的地方，并未发現高于临界頻率的振蕩。

表 2　柵—阴振蕩器振蕩范圍实驗数据

石英晶体参数			$C_q=16.8pf$			$C_0=19pf$		$f_s=999995c/s$
$C_2=160pf$			$C_2=36pf$			$C_2=5pf$		
ΔC_1 (pf)	Δf_{sa} (c/s)	E_g (V)	ΔC_1 (pf)	Δf_{sa} (c/s)	E_g (V)	ΔC_1 (pf)	Δf_{sa} (c/s)	E_g (V)
C_x	4.0	−0.9	C_x'	15.3	−1.0	C_x''	59.5	−0.9
C_x+10	7.0	−1.4	$C_x'+2$	26.8	−1.6	$C_x''+1$	94.5	−1.5
C_x+20	9.3	−1.6	$C_x'+4$	41.5	−2.0	$C_x''+2$	138.5	−2.0
C_x+100	20.2	−2.3	$C_x'+14$	62	−2.3	$C_x''+3.5$	190.5	−2.5
C_x+260	30.5	−2.8	$C_x'+20$	72	−2.4	$C_x''+13.5$	245.5	−3.0
C_x+370	33.7	−3.1	$C_x'+490$	137	−5.6	$C_x''+23$	266.5	−3.3
C_x+840	40.5	−6.6	$C_x'+960$	139	−3.9	$C_x''+369$	301.5	−4.5

4　实驗結果討論

i）从实驗中得出板—柵及柵—阴振蕩器的振蕩頻率都处在晶体的串联諧振頻率与临界頻率之間，証明前面的分析是正确的。

图 6.3 和图 6.5 的并联諧振頻率是根据式（2.2）計算出来的。

ii）图 6.3 中的实驗値与理論値非常近似，由于参考振蕩器的稳定度只有 1×10^{-6}，被

測晶体未置于恒温箱內，以及所有的电容均未經精密測量，故在个别点上誤差較大。

七 理想的振蕩范圍

前面已討論过三种基本振蕩电路的振蕩頻率只可能在晶体的串联諧振頻率f_s与临界頻率f_{crt}之間。本节将研究振蕩頻率在哪一段范圍內，可使頻率不稳定度减小。

1 振蕩电路中电容数值变化引起的頻率漂移

三种基本振蕩电路的振蕩頻率相对于晶体串联諧振頻率的相对离諧由式（2.12）可近似写为

$$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s} \doteq \frac{C_q}{2(C_0+C_{0sc})} \tag{7.1}$$

由于电容C_0及C_{0sc}不稳定而引起的振蕩頻率漂移

$$\frac{\Delta f_c}{f_s}=\frac{\partial\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}}{\partial C_0}\Delta C_0+\frac{\partial\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}}{\partial C_{0sc}}\Delta C_{0sc}=\frac{-C_q}{2(C_0+C_{0sc})}(\Delta C_0+\Delta C_{0sc}) \tag{7.2}$$

将式（7.1）代入（7.2）得

$$\frac{\Delta f_c}{f_s}=-\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}\left(\frac{\Delta C_0+\Delta C_{0sc}}{C_0+C_{0sc}}\right) \tag{7.3}$$

由上式可見，当$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$愈小时（即振蕩頻率靠近晶体的串联諧振頻率时）振蕩器由于电容C_0及C_{0sc}不稳定而引起的頻率漂移就愈小，但在实际上振蕩頻率不能无限止的靠近晶体的串联諧振頻率，这是由于下面几种因素的限制。

2 振蕩頻率靠近晶体串联諧振頻率f_s的限制因素

i）振幅平衡条件的限制

由式（7.1）看出，要使$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$减小就必須加大（$C_0+C_{0sc}$）的数值，而（$C_0+C_{0sc}$）的最大值与振幅平衡条件有关，故当振蕩管的跨导和晶体的参数一定时，$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$能达到的最小值也就受到振幅平衡条件的限制。例如板一栅振蕩器$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$最小值的极限（見附录）为

$$\left.\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}\right|_{min}=\frac{1}{Q_q\sqrt{g_m R_q}} \tag{7.4}$$

ii）晶体頻率制造公差的限制

通常振蕩頻率是事先要求的某一确定值，只考虑振幅条件时可由式（7.4）算出一个最小的$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$值，但由于晶体的制造工艺限制，往往会使頻率制造公差大于这个最小的$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$值，为了不使振蕩頻率高于額定值，就必須降低晶体的串联諧振頻率f_s的数值，留出加工余量，这样一来$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$的最小值将比式（7.4）計算出的数値大好几倍。所以說降低晶体的頻率制造公差对提高振蕩器的頻率稳定度是大有好处的。

iii）晶体的陈老与頻率微調度的限制

当晶体陈老时，振蕩頻率就要向頻率增加的方向漂移，此外，为了使振蕩頻率能在一定范圍內进行微調，都将使$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$变大，影响了振蕩頻率的稳定度。

八　結　語

石英晶体的三种基本振蕩电路的振蕩頻率都低于晶体的临界頻率，且都可在晶体的串联諧振頻率与临界頻率間工作。当振蕩电路的等效电容 $C_{osc}\to\infty$时，振蕩頻率极其接近晶体的串联諧振頻率$\left(与 f_s 相差\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}=\frac{1}{2PQ_q^2}\right)$，但在一般情况下不可能使振蕩頻率等于或极其接近晶体的并联諧振頻率。

理想的振蕩范圍是靠近晶体串联諧振頻率附近的区域，因在此范圍內由于电容数值变化引起的振蕩頻率漂移最小。要使振蕩頻率靠近晶体的串联諧振頻率就应采用高 Q_q 低老化的晶体，并尽量减小晶体的頻率制造公差。

感　謝

作者对胡思益同志給予的具体指导以及参与該工作的同志們的关怀表示感謝。

附　录

板—栅振蕩器$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}$最小值的极限

板—栅振蕩器的振幅平衡条件根据式（5.8）可近似写为

$$g_m=\omega^2 C_1C_3R_q\left(1+\frac{C_0}{C_{0sc}}\right)^2 \tag{1}$$

分别令 $C_1=C_3=C$，$C_2=\frac{C}{n}$ 并代入（5.13）式中可得

$$\frac{1}{C_{0sc}}\doteq\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{n+2}{C} \tag{2}$$

移項得

$$C=(n+2)C_{0sc} \tag{3}$$

将式（3）代入式（1）整理得

$$C_0+C_{0sc}=\frac{1}{(n+2)\omega}\sqrt{\frac{g_m}{R_q}} \tag{4}$$

式（4）代入式（7.1）得

$$\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}=\frac{n+2}{Q_q\sqrt{g_mR_q}} \tag{5}$$

$$\lim_{n\to 0}\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}=\frac{\Delta f_{sa}}{f_s}\bigg|_{min}=\frac{2}{Q_q\sqrt{g_mR_q}} \tag{6}$$

参 考 文 献

[1]C. A. 德罗波夫 无綫电发送設备 蕭而江 田永正譯 1956年高教出版社出版 472頁

[2]T.C.Anderson and F. G. Merrill"Crystal-Controlled Primary Frequency Standards Latest Advance for Long-Term Stability" IRE Transactions On Instrumentation September 1960 №.2 pp.139

The Oscillating Frequency Range of Quartz Crystal at Basic Oscillator Circuits

C. C. Chu

Abstract

The oscillating frequency range of quartz crystal at basic oscillator circuits is analyzed and the critical frequency is introduced. It is shown that the oscillating frequencies of the three basic oscillator circuits lie between the series resonance and the critical frequencies of the crystal, and generally it cannot be oscillated on the parallel resonance frequency of the crystal. General formulas of the oscillating frequencies of the three basic oscillator circuits and the required transconductance of the tube are given. Finally, the ideal oscillating range is discussed and it is thought that the frequency stability of any types of oscillator increases as the oscillating frequency approaching to the series resonance frequency of the crystal.