

# 2022-2023 秋冬计院数值分析回忆卷

HobbitQia

## 1 选择题

1.  $A$  是对称正定矩阵, 假设其估计的两个最大的特征值  $\lambda_1^* > \lambda_2^* > 1$ , 则以下哪个迭代方法更快地逼近特征值  $\lambda_2$
2. 对于方程  $Ax = b$ , 其 Gauss-Seidel 迭代式为? ( $A = D + L + U$ )
3.  $\frac{dy}{dt} = -6y, y \in [0, 2]$  则用显式 Euler 法求解方程稳定时, 其步长  $h$  的范围是?
4. 以下哪组多项式在  $[0, 2]$  上正交?
5. 用牛顿迭代法求解  $f(x) = 3 \ln x + x$  其迭代式为?

## 2 填空题

1.  $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2)$ . 用 Gaussian quadrature 的方法, 让精度尽可能高. 求此时  $x_0, x_1, x_2$  分别为?
2. 0.20000 (rounding, 5 位有效数字) 的相对误差不大于\_\_\_\_\_. 计算  $0.10003 \times 10^2 - 0.1 \times 10^{-4}$  (5 位有效数字)
3.  $f(0) = 1.0, f(2) = 1.2, f(3) = 1.3$  则  $\int_1^3 f(x) dx \approx$  \_\_\_\_\_,  $f'(2) \approx$  \_\_\_\_\_
4. 对矩阵  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$  LU 分解, 得到  $L =$  \_\_\_\_\_,  $U =$  \_\_\_\_\_.
5. Lagrange basis at  $x_0 = 2, x_1 = 1, x_2 = 4$  分别为 \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

## 3 简答题

1.  $x_n = 4x_{n-1} + 3, x_n = \frac{x_{n-1}}{6} + 5$ . 假设  $x_0$  有舍入误差  $\epsilon$ , 那么
  - (a) 分析两种方法在  $x_n$  处的舍入误差
  - (b) 哪种方法更稳定?
2.  $\int_0^1 xf(x)dx = Af(0) + Bf(1) + Cf(0.5)$  当  $A, B, C$  为何值时该方法精度最高?
3.  $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{x}^{(k)} = \vec{x}^{(k-1)} + w(A\vec{x}^{(k-1)} - \vec{b})$

(a)  $w$  为何值时这个迭代式收敛?

(b)  $w$  为何值时这个迭代式收敛最快?

4. 用  $y = 2^{ax+b}$  进行逼近, 数据点如下

$X$	0	1	4
$Y$	1	2	8
$W$	1	1	1

5. 用自然三次样条插值下面的数据点 (natural cubic spline)

$x_i$	0	1	2
$y_i$	1	2	6