

苏中根 概率论小测答案

1.运用全概率公式， A 代表第二次取出3个新球， B_i 代表第一次取出*i*个新球

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_0)P(A|B_0) + P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) \\ &= \frac{C_3^3}{C_{12}^3} \cdot \frac{C_9^3}{C_{12}^3} + \frac{C_9^1 C_3^2}{C_{12}^3} \cdot \frac{C_8^3}{C_{12}^3} + \frac{C_9^2 C_3^1}{C_{12}^3} \cdot \frac{C_7^3}{C_{12}^3} + \frac{C_9^3}{C_{12}^3} \cdot \frac{C_6^3}{C_{12}^3} \\ &= \frac{C_3^3 C_9^3 + C_9^1 C_3^2 C_8^3 + C_9^2 C_3^1 C_7^3 + C_9^3 C_6^3}{[C_{12}^3]^2}. \end{aligned}$$

2.各个面颜色：1—红白黑；2、3—红白；4—红；5—白；6、7、8—黑，于是

$$P(A) = 1/2, P(C) = 1/2, P(AC) = 1/8$$

所以三个事件不独立。

3.

要求最大值与最小值的联合分布，即

$$\begin{aligned} F(x, y) &= P(X_{(1)} \leq x, X_{(n)} \leq y) \\ &= P(X_{(n)} \leq y) - P(X_{(1)} > x, X_{(n)} \leq y) \\ &= \begin{cases} [F(y)]^n - [F(y) - F(x)]^n, & x < y; \\ [F(y)]^n, & x \geq y. \end{cases} \end{aligned}$$

代入 $F(x) = \frac{x}{a}$ ，并加入 x, y 的上下限即可。

4.作 $a \times a$ 正方形区域，等距线是 $y = x + b$ ，所以左上角与右下角为等距区域，也就是

$$F(x) = \frac{1}{a^2} [a^2 - (a - x)^2], \quad 0 \leq x \leq a.$$