

基于递推最小二乘法的锂电池等效电路模型参数辨识

周娟

1、问题描述及电池建模

锂电池内部存在复杂的物理和化学变化，且电池内部参数不易观测，因此很难建立准确的电池模型，借助等效电阻、电容等电路元件可以有效模拟电池内部的电化学反应机理。因为锂电池本身具有很强的非线性和时变性，综合考虑模型的复杂性和准确性，采用一阶 RC 网络的等效电路模型来描述锂电池的动态性能，如图 1 所示：

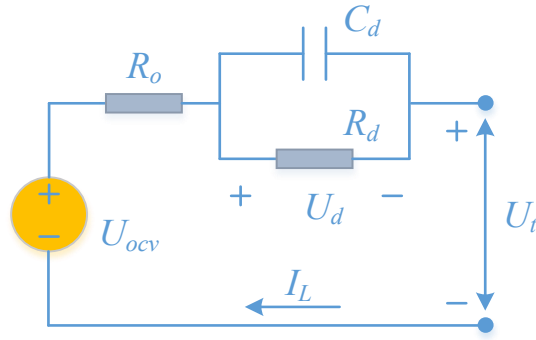


图 1 锂电池一阶 RC 等效电路模型

其中， U_{ocv} 为开路电压， U_t 为端电压， U_d 为极化电压， R_o 为欧姆内阻， R_d 极化电阻， C_d 为极化电容， I_L 为负载电流。

基于上述等效电路模型，进行电路分析，可以获得锂电池数学模型离散形式：

$$\begin{cases} U_{d,k} = U_{d,k-1}e^{-\Delta t/\tau} + I_{L,k-1}R_d(1-e^{-\Delta t/\tau}) \\ U_{t,k} = U_{ocv,k} - I_{L,k}R_o - U_{d,k} \end{cases} \quad (1)$$

式中， $U_{d,k}$ 、 $U_{d,k-1}$ 为 k 与 $k-1$ 时刻的极化电压， $I_{L,k}$ 、 $I_{L,k-1}$ 为 k 与 $k-1$ 时刻的负载电流， $U_{t,k}$ 为 k 时刻的端电压， $U_{ocv,k}$ 为 k 时刻的开路电压， τ 为时间常数($\tau=R_dC_d$)。

根据公式(1)，可以推导出下式：

$$U_{t,k} = U_{ocv,k} - U_{d,k-1}e^{-\Delta t/\tau} - I_{L,k-1}R_d(1-e^{-\Delta t/\tau}) - I_{L,k}R_o \quad (2)$$

定义 $E_{t,k}=U_{t,k}-U_{ocv,k}$ ，公式 (2) 可得：

$$\begin{aligned} E_{t,k} &= -U_{d,k-1}e^{-\Delta t/\tau} - I_{L,k-1}R_d(1-e^{-\Delta t/\tau}) - I_{L,k}R_o \\ &= -R_oI_{L,k} + e^{-\Delta t/\tau}E_{t,k-1} + (e^{-\Delta t/\tau}R_o - (1-e^{-\Delta t/\tau})R_d)I_{L,k-1} \\ &= \beta_1I_{L,k} + \beta_2E_{t,k-1} + \beta_3I_{L,k-1} \end{aligned} \quad (3)$$

其中， β_1 ， β_2 ， β_3 为模型多项式系数，可由递推最小二乘法得到。

$$\begin{cases} \beta_1 = -R_o \\ \beta_2 = e^{-\Delta t/\tau} \\ \beta_3 = e^{-\Delta t/\tau} R_o - (1 - e^{-\Delta t/\tau}) R_d \end{cases} \quad (4)$$

由公式(4)可知，电池等效电路中的欧姆内阻、极化内阻和极化电容可由公式(5)表示：

$$\begin{cases} R_o = -\beta_1 \\ R_d = \frac{\beta_3 + \beta_1 \beta_2}{\beta_2 - 1} \\ C_d = \frac{(1 - \beta_2) \Delta t}{(\beta_3 + \beta_1 \beta_2) \log(\beta_2)} \end{cases} \quad (5)$$

2、基于递推最小二乘法的模型参数辨识

递归最小二乘法（RLS）是一种通过递归方式求解最小平方损失函数来获得问题最优解的迭代算法，通过递归的方式逐步更新参数估计值，特别适用于在线估计系统参数，因此将其用于锂电池模型的参数辨识是非常合适的。

考虑如下观测模型

$$\mathbf{y}_k = H_k \mathbf{X} + \mathbf{v}_k \quad (6)$$

式中， \mathbf{y}_k 是 k 时刻的测量值， H_k 是 k 时刻的测量矩阵， \mathbf{X}_k 是待估计的参数向量， \mathbf{v}_k 是零均值的随机向量，方差为 $\text{cov}(\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T) = R_k > 0$ 。因此，我们可以构建如下递归形式：

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k-1} + K_k (\mathbf{y}_k - H_k \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) \quad (7)$$

式中， $\hat{\mathbf{X}}_k$ 为 k 时刻的估计值， K_k 为增益矩阵。为了求解增益矩阵，我们首先定义估计误差

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_k &= \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}_k \\ &= \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}_{k-1} - K_k (\mathbf{y}_k - H_k \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) \\ &= \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}_{k-1} - K_k H_k (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) - K_k \mathbf{v}_k \\ &= (1 - K_k H_k) \tilde{\mathbf{X}}_{k-1} - K_k \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (8)$$

由上式可得，估计误差的协方差递归式如下：

$$P_k = E[\tilde{\mathbf{X}}_k \tilde{\mathbf{X}}_k^T] = (I - K_k H_k) P_{k-1} (I - K_k H_k)^T - K_k R_k K_k^T \quad (9)$$

依据递归最小二乘的估计误差方差之和最小准则，则有：

$$\begin{aligned} J_k &= E[\tilde{x}_{1,k}^2 + \tilde{x}_{2,k}^2 + \cdots + \tilde{x}_{n,k}^2] \\ &= [\text{Tr}(\tilde{\mathbf{X}}_k \tilde{\mathbf{X}}_k^T)] \\ &= \text{Tr}(E[\tilde{\mathbf{X}}_k \tilde{\mathbf{X}}_k^T]) \\ &= \text{Tr}(P_k) \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $Tr(\cdot)$ 为求解矩阵的迹。为了找到使 J_k 达到最小的增益矩阵 K_k , 可以利用偏微分求解, 具体数学公式如下:

$$\frac{\partial J_k}{\partial K_k} = 2(I - K_k H_k) P_{k-1} (-H_k^T) - 2K_k R_k = \mathbf{0} \quad (11)$$

由此可以求解增益矩阵为:

$$K_k = P_{k-1} H_k^T (H_k P_{k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (12)$$

从而公式(9)可以改写为:

$$P_k = P_{k-1} - P_{k-1} H_k^T (H_k P_{k-1} H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_{k-1} \quad (13)$$

从式(13)可以发现, 估计误差方差比前一时刻更小, 说明引入新的测量值后, 会提升参数估计精度。

为了使用递推最小二乘法对锂电池的模型参数进行辨识, 可以将公式(3)写成如下形式:

$$\begin{cases} y_k = H_k \mathbf{X}_k \\ H_k = [I_{L,k}, E_{t,k-1}, I_{L,k-1}] \\ \mathbf{X}_k = [\beta_1, \beta_2, \beta_3]^T \end{cases} \quad (14)$$

其中, $E_{t,k}$ 由 y_k 表示, H_k 和 \mathbf{X}_k 分别为数据输入矩阵和模型参数矩阵。接着可以采用如图 2 中所示的递推最小二乘算法对模型参数进行辨识。

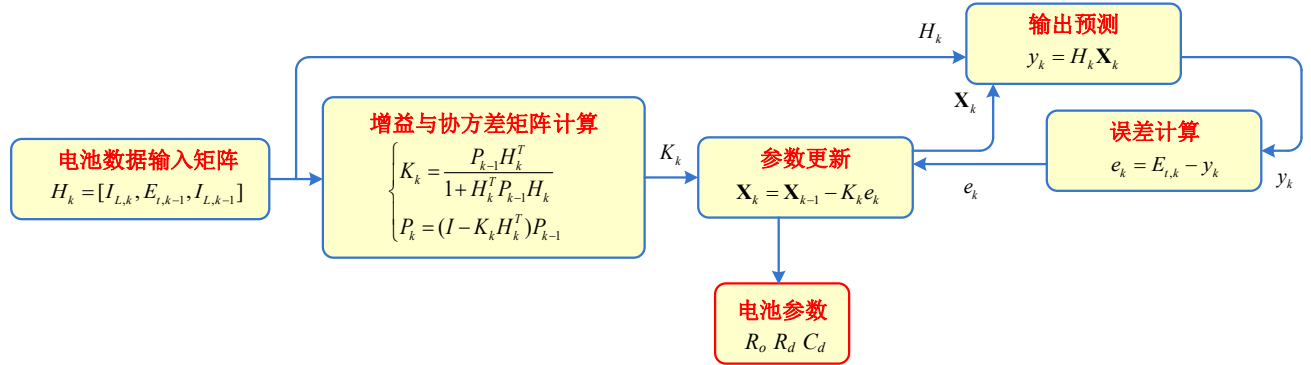


图 2 基于递推最小二乘法得参数辨识流程

3、实验结果与分析

为了更加直观地确定电池模型参数, 同时为了验证递推最小二乘法辨识模型参数的准确性, 采用 1865140 型 10Ah 磷酸铁锂电池为测试对象进行实验验证。该电池的截止电压分别为 2.5V 和 3.65V, 采用 NEWARE 电池测试系统用于电池充放电测试, 并获取电池电压、电流等数据, 测试环境恒定为 25°C。此外, 采用联邦城市运行工况(FUDS)进行电池参数辨识, 通过 MATLAB 编写锂电池递归最小二乘参数辨识程序, 并导入 FUDS 和 UDDS 工况进行验证。

FUDS 工况是汽车行业标准的城市驾驶车辆时间速度工况, 多年来一直用于电动汽车性能测试, 相关工况如图 3 所示。图 3(a)绘制了 FUDS 工况下的负载电流曲线, 图 3(b)给出了相应

的工况放大图。如图 4 所示，其为 FUDS 工况下的模型参数辨识结果，欧姆内阻 R_o 收敛结果约为 $7.9\text{m}\Omega$ ，极化内阻 R_d 收敛结果约为 $9.4\text{m}\Omega$ ，计划电容 C_d 收敛结果约为 3592F 。

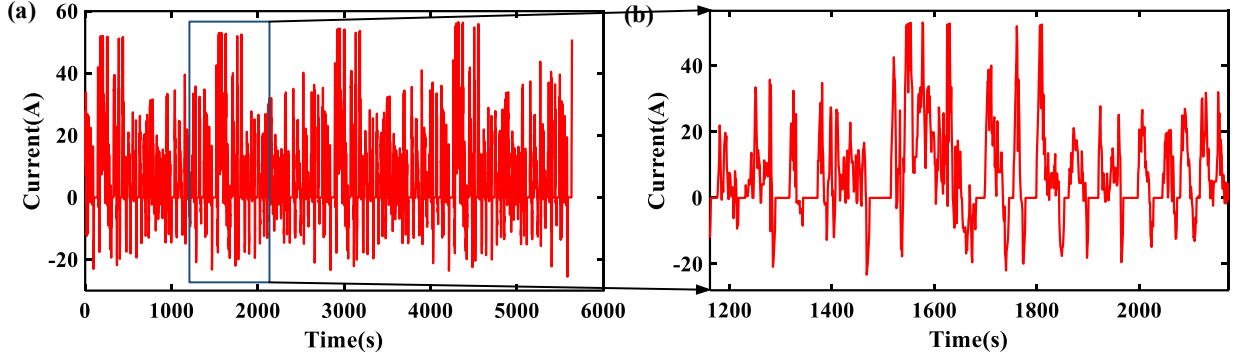


图 3 FUDS 电流工况

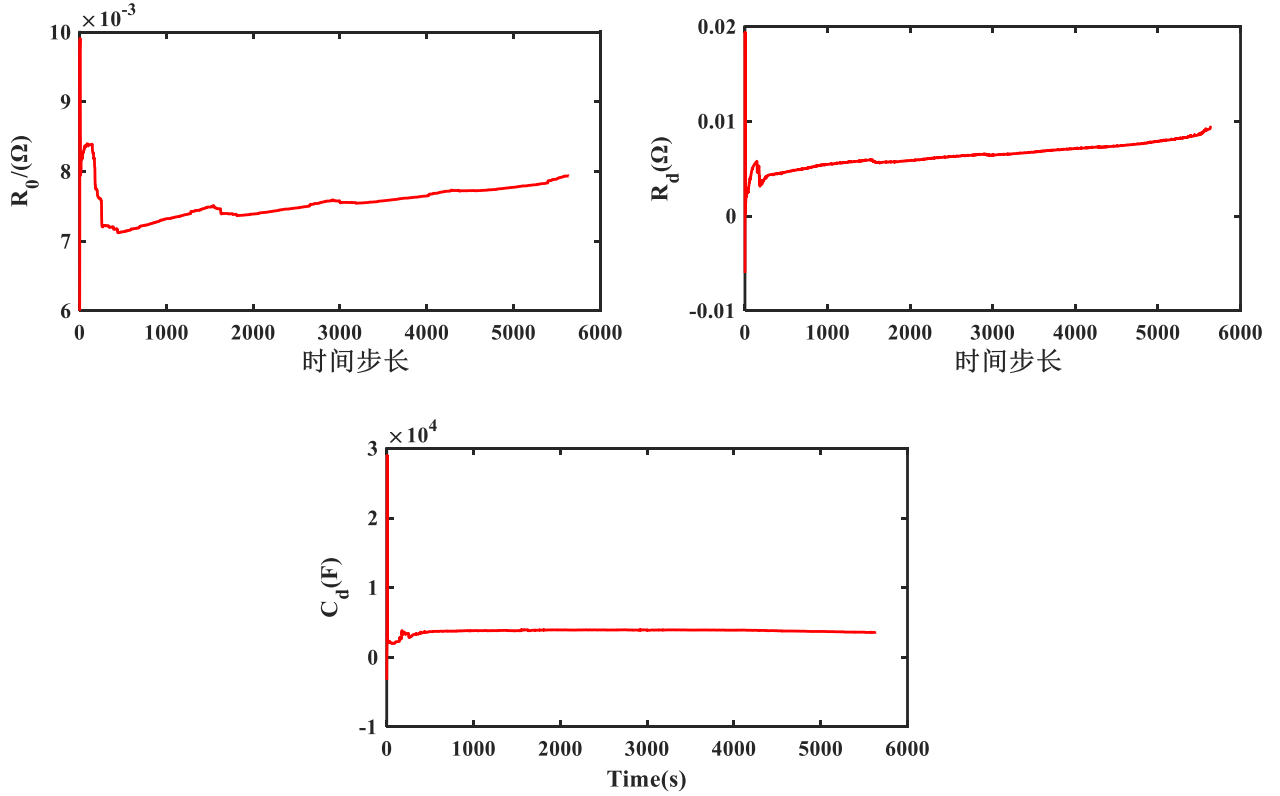


图 4 FUDS 参数辨识结果

如图 5 所示，其为采用模型参数估计的电压值与真实测量值的对比结果。从结果不难看出，在不考虑初始时间的情况下，模型估计电压结果与测量结果非常接近，其中最大电压误差小于 80mV 。为了使结果更加直观，我们对数值结果进行了统计分析，端电压估计误差的 MAE 和 RMSE 分别为 4.1mV 和 7.2mV 。结果表明，采用递归最小二乘法对锂电池模型参数进行辨识，可以获得准确的电压估计，这说明采用 RLS 辨识的模型参数具有很高的精度。

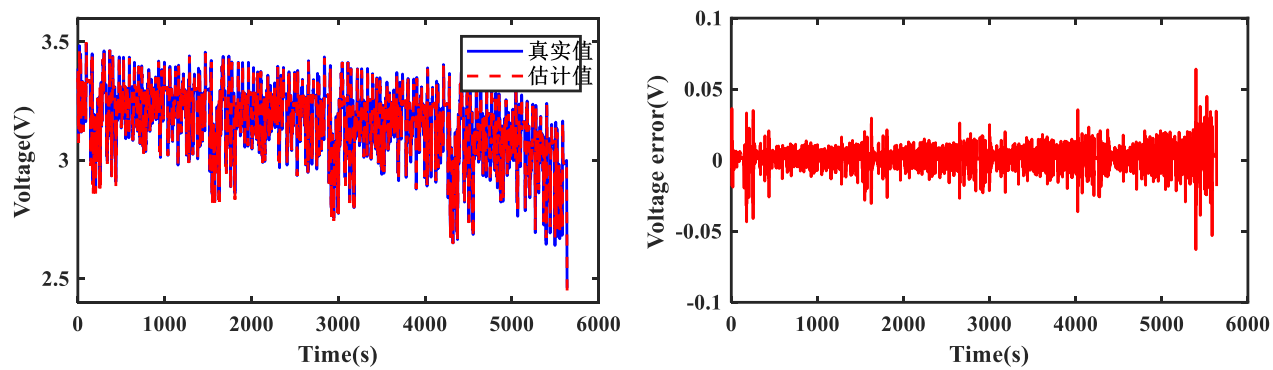


图 5 FUDS 工况下锂电池模型估计端电压与实测端电压对比结果