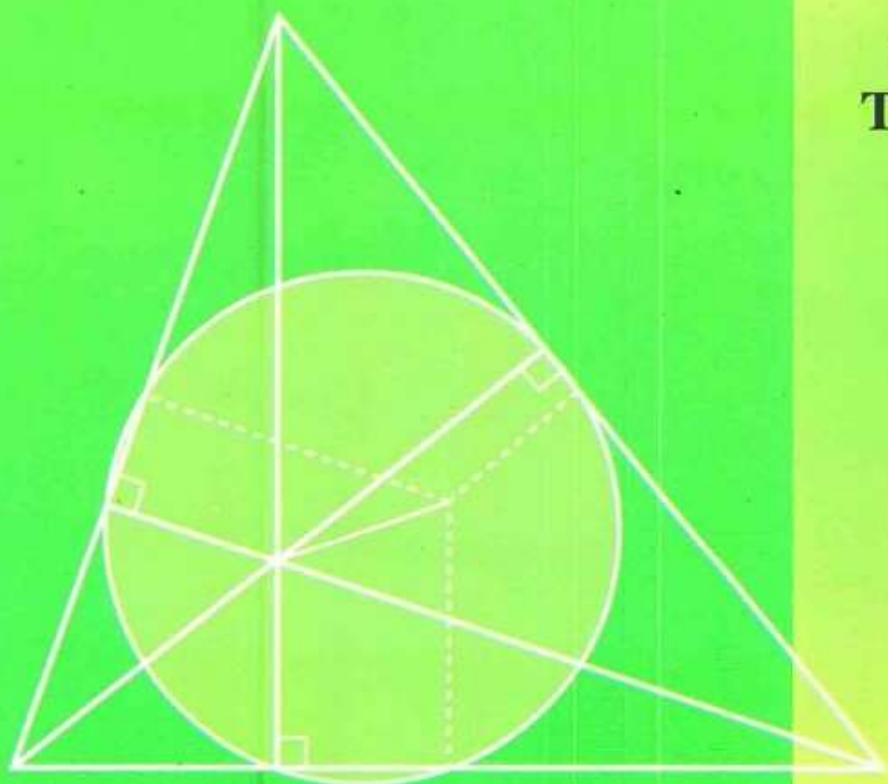


VŨ HỮU BÌNH

NÂNG CAO
VÀ PHÁT TRIỂN
TOÁN

7

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



VŨ HỮU BÌNH

NÂNG CAO VÀ PHÁT TRIỂN²

TOÁN 7

TẬP HAI

(Tái bản lần thứ mười)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương III

THỐNG KÊ

§11. BẢNG "TẦN SỐ" VÀ BIỂU ĐỒ

Khi nghiên cứu một hiện tượng tự nhiên hay xã hội, người ta thường tiến hành thống kê. Các số liệu thống kê thường được thể hiện bằng các giá trị số, chúng thường được viết thành một bảng (gọi tắt là bảng "tần số").

Số lần xuất hiện của một giá trị trong bảng gọi là *tần số* của giá trị đó. Tỉ số giữa tần số của một giá trị và số tất cả các giá trị được thống kê là *tần suất* của giá trị đó.

Ví dụ 47

Hai đội tuyển của trường A và trường B thi học sinh giỏi Toán của Quận đạt điểm (chấm điểm 20) như sau :

Trường A : 7, 12, 17, 8, 12, 19, 8, 18, 8, 18.

Trường B : 10, 7, 12, 9, 10, 9, 17, 18, 12, 16.

Lập bảng "tần số" thống kê điểm của từng đội tuyển gồm các cột : điểm, tần số, tần suất (tính theo phần trăm).

Giải :

Điểm	Trường A		Trường B	
	Tần số n	Tần suất f	Tần số n	Tần suất f
7	1	10%	1	10%
8	3	30%		
9			2	20%
10			2	20%
12	2	20%	2	20%
16			1	10%
17	1	10%	1	10%
18	2	20%	1	10%
19	1	10%		
	N = 10	100%	N = 10	100%

Bài tập

167. Bạn Tâm đếm các chữ cái trong dòng chữ “NGÀN HOA VIỆC TỐT DÂNG LÊN CÔ THẦY” để cất khẩu hiệu. Lập bảng thống kê các chữ cái (không kể dấu) với tần số xuất hiện của chúng. Tìm các chữ cái xuất hiện từ ba lần trở lên và tính tần suất của các chữ cái đó.

168. Năng suất lúa của cả năm 1999 tính theo tạ/ha như sau (theo *Niên giám 2000*) :

.....

Đồng bằng sông Hồng : 54,6

Đồng Bắc : 37,3

Tây Bắc : 28,0

Bắc Trung Bộ : 38,9

Duyên hải Nam Trung Bộ : 39,2

Tây Nguyên : 30,8

Đông Nam Bộ : 30,5

Đồng bằng sông Cửu Long : 40,9

Lập biểu đồ cột đứng.

169. Cơ cấu kinh tế nước ta (theo *Niên giám 2000*) :

Năm	Nông, lâm, thủy sản	Công nghiệp và xây dựng	Dịch vụ
1988	46%	24%	30%
1993	30%	29%	41%
1999	25%	35%	40%

Lập biểu đồ hình quạt cơ cấu kinh tế trong các năm trên.

170. Nhiệt độ không khí trung bình (tính theo độ C) trong các tháng năm 1999 của một số địa phương như sau (theo *Niên giám 2000*) :

Tháng Địa phương	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hà Nội	17,9	19,8	19,8	25,4	26,4	29,4	30,1	28,7	28,5	25,4	22,0	16,3
Huế	19,7	21,5	21,5	25,8	26,6	28,6	29,2	28,7	27,3	25,4	23,6	17,8
Đà Lạt	16,5	16,4	16,4	18,9	18,8	18,4	18,5	18,2	18,6	18,2	17,7	15,9

Trong mỗi địa phương trên :

a) Tháng nào nóng nhất ? Tháng nào lạnh nhất ?

b) Chênh lệch nhiệt độ giữa tháng nóng nhất và tháng lạnh nhất là bao nhiêu độ ?

§12. SỐ TRUNG BÌNH CỘNG

Để đại diện cho một dấu hiệu, người ta thường dùng *số trung bình cộng*, đó là trung bình cộng của tất cả các giá trị được thống kê.

Có trường hợp người ta quan tâm đến giá trị có số lần xuất hiện nhiều nhất (tức là giá trị có tần số lớn nhất), giá trị đó gọi là *mốt* (xem bài tập 175).

Ví dụ 48

Tính trung bình cộng điểm Toán của mỗi đội tuyển của trường A và trường B trong ví dụ 47.

Giải :

Trung bình cộng điểm Toán của đội tuyển trường A :

$$(7 + 8.3 + 12.2 + 17 + 18.2 + 19) : 10 = 12,7.$$

Trung bình cộng điểm Toán của đội tuyển trường B :

$$(7 + 9.2 + 10.2 + 12.2 + 16 + 17 + 18) : 10 = 12,0.$$

Ví dụ 49

Trung bình cộng của tám số là 12. Do thêm số thứ chín nên trung bình cộng của chín số là 13. Tìm số thứ chín.

Giải :

Tổng của tám số lúc đầu là : $12.8 = 96.$

Tổng của chín số là : $13.9 = 117.$

Số thứ chín : $117 - 96 = 21.$

Bài tập

171. Điểm trung bình 10 bộ môn của hai học sinh An và Bách như sau :

An : 6,2 ; 6,3 ; 7,2 ; 7,5 ; 7,5 ;

8,4 ; 8,6 ; 8,8 ; 8,8 ; 9,0.

Bách : 6,8 ; 6,8 ; 7,0 ; 7,0 ; 7,2 ;

7,2 ; 7,2 ; 7,5 ; 7,5 ; 7,5.

Tính điểm trung bình các môn của mỗi học sinh trong các trường hợp sau :

a) Các môn không tính hệ số.

b) Một điểm 6,3 và một điểm 8,4 của An tính hệ số 2, các điểm còn lại hệ số 1.
Hai điểm 6,8 của Bách tính hệ số 2, các điểm còn lại hệ số 1.

172. Điểm của Ban giám khảo cho các thí sinh A và B như sau :

Thí sinh A : 8 ; 8,5 ; 9 ; 9 ; 9.

Thí sinh B : 8 ; 8 ; 8,5 ; 8,5 ; 8.

Tính điểm trung bình của mỗi thí sinh.

173. Số giờ làm thêm của các công nhân hai tổ 1 và 2 trong một tháng như sau (mỗi tổ có 8 công nhân) :

Tổ 1 : 6, 6, 15, 18, 20, 20, 25, 30.

Tổ 2 : 3, 6, 6, 10, 10, 15, 20, 30.

Tính số giờ làm thêm trung bình của các công nhân mỗi tổ.

174. Hai xạ thủ A và B thi bắn súng, mỗi người bắn 10 phát súng, kết quả điểm như sau :

A : 5, 7, 8, 10, 9, 7, 8, 10, 5, 8.

B : 7, 8, 6, 6, 7, 5, 6, 7, 6, 6.

Tính điểm trung bình của mỗi xạ thủ.

175. Các ngành kinh tế có dự án đầu tư trực tiếp của nước ngoài được cấp giấy phép trong năm 1999 như sau :

Ngành	Số dự án được cấp giấy phép
Nông lâm nghiệp	23
Thủy sản	3
Công nghiệp	218
Xây dựng	12
Khách sạn, du lịch	6
Giao thông vận tải, bưu điện	4
Tài chính, ngân hàng	5
Văn hóa, y tế, giáo dục	6
Các ngành dịch vụ khác	35
Cộng	312

Ngành kinh tế nào có số dự án được cấp giấy phép nhiều nhất ?

176. Trung bình cộng của các giá trị thay đổi thế nào nếu :

a) Mỗi giá trị tăng a đơn vị.

b) Mỗi giá trị tăng 10%.

177. Một bảng thống kê cho biết tỉ số giữa số nữ và số nam là 11 : 10. Tuổi trung bình của nữ là 34, tuổi trung bình của nam là 32. Tính tuổi trung bình của những người được thống kê.

178. Trung bình cộng của sáu số là 4. Do thêm số thứ bảy nên trung bình cộng của bảy số là 5. Tìm số thứ bảy.

179. Một học sinh viết 27 số rồi tính trung bình cộng của chúng, nhưng sau đó lại viết tiếp số trung bình cộng đó bên cạnh rồi tính luôn số trung bình cộng của 28 số. Số trung bình cộng lúc sau lớn hơn, nhỏ hơn hay bằng số trung bình cộng lúc đầu (trung bình cộng của 27 số).

180. Để tính trung bình cộng của ba số a, b, c bạn Tâm đã lấy trung bình cộng của a và b, rồi lấy trung bình cộng của kết quả này và c. Cho biết $a > b > c$. Chứng minh rằng cách tính của Tâm cho kết quả nhỏ hơn kết quả đúng.

Chương IV

BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

§13. GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Để tính giá trị của một biểu thức đại số ứng với một giá trị nào đó của biến số, ta thường thay giá trị đó của biến vào biểu thức rồi làm các phép tính theo thứ tự thực hiện đã được quy ước. Tuy nhiên trong một số bài, cần quan sát biểu thức để tính toán một cách hợp lí.

Ví dụ 50

Tính giá trị của biểu thức :

$$A = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 19^2 + 20^2) (a + b) (a + 2b) (a + 3b)$$

với $a = \frac{3}{5}$, $b = -0,2$.

Giải : Chú ý rằng $a + 3b = \frac{3}{5} + 3(-0,2) = 0,6 - 0,6 = 0$.

Vậy $A = 0$.

Ví dụ 51

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết rằng $f(0), f(1), f(2)$ có giá trị nguyên. Chứng minh rằng :

- a) $2a$ và $2b$ có giá trị nguyên ;
- b) $f(3), f(4), f(5)$ cũng có giá trị nguyên.

Giải : a) Ta có $f(0) = c, f(1) = a + b + c, f(2) = 4a + 2b + c$. Theo đề bài ta có $c, a + b + c, 4a + 2b + c$ là các số nguyên. Suy ra :

$(a + b + c) - c = a + b, (4a + 2b + c) - c = 4a + 2b$ cũng là các số nguyên. Do đó $2a + 2b \in \mathbb{Z}$, suy ra $(4a + 2b) - (2a + 2b) = 2a \in \mathbb{Z}, 2b \in \mathbb{Z}$.

b) Do $2a, 2b, c, a + b + c \in \mathbb{Z}$ nên dễ dàng suy ra :

$$f(3) = 9a + 3b + c = 8a + 2b + (a + b + c) \in \mathbb{Z};$$

$$f(4) = 16a + 4b + c \in \mathbb{Z};$$

$$f(5) = 25a + 5b + c = 24a + 4b + a + b + c \in \mathbb{Z}.$$

Chú ý : Ta cũng chứng minh được rằng với mọi $n \in \mathbb{Z}$ thì $f(n) \in \mathbb{Z}$. Thật vậy : Nếu n là số chẵn ($n = 2k, k \in \mathbb{Z}$) thì :

$$f(n) = a(2k)^2 + b.2k + c = 4ak^2 + 2b.k + c \in \mathbb{Z} \text{ (vì } 2a, 2b, c \in \mathbb{Z}).$$

Nếu n là số lẻ ($n = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$) thì :

$$f(n) = a(2k + 1)^2 + b(2k + 1) + c = 4ak^2 + 4ak + a + 2bk + b + c \in \mathbb{Z}$$

(vì $2a, 2b, a + b + c \in \mathbb{Z}$).

Ví dụ 52

Hai đa thức $ax + b$ và $a'x + b'$ có giá trị bằng nhau với mọi giá trị của x . Chứng minh rằng $a = a', b = b'$.

Giải :

$$ax + b = a'x + b' \text{ với mọi } x \quad (1)$$

Thay $x = 0$ vào (1) ta được : $a.0 + b = a'.0 + b'$, suy ra $b = b'$. Do đó :

$$ax = a'x \text{ với mọi } x \quad (2)$$

Thay $x = 1$ vào (2) ta được : $a.1 = a'.1$, suy ra $a = a'$.

Bài tập

181. Tính giá trị của các biểu thức :

a) $x^3 - 6x^2 - 9x - 3$ với $x = -\frac{2}{3}$;

b) $\frac{2a - 5b}{a - 3b}$ với $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$;

c) $\frac{3a - b}{2a + 7} + \frac{3b - a}{2b - 7}$ với $a - b = 7$; $a \neq -3,5$; $b \neq 3,5$.

182. Cho $f(x) = 3x^2 - 4x - 1$. Tính $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(-3)$.

183. Tìm các hệ số a và b của đa thức $f(x) = ax + b$ biết rằng $f(1) = 1$, $f(2) = 4$.

184. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ bằng 0 với mọi giá trị của x . Chứng minh rằng $a = b = c = 0$.

185. Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ trong đó các hệ số a , b , c là các số nguyên. Biết rằng giá trị của đa thức chia hết cho 3 với mọi giá trị nguyên của x . Chứng minh rằng a , b , c đều chia hết cho 3.

186. Cho $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a , b , c , d là các số nguyên. Biết rằng giá trị của đa thức chia hết cho 5 với mọi giá trị nguyên của x . Chứng minh rằng a , b , c , d đều chia hết cho 5.

187. Hai đa thức $ax^2 + bx + c$ và $a'x^2 + b'x + c'$ có giá trị bằng nhau với mọi giá trị của x . Chứng minh rằng $a = a'$, $b = b'$, $c = c'$.

188. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ thoả mãn $f(1) = f(-1)$. Chứng minh rằng $f(x) = f(-x)$.

189. Cho đa thức $f(x)$ thoả mãn $f(x) + x.f(-x) = x + 1$ với mọi giá trị của x . Tính $f(1)$.

§14. TÍCH CÁC ĐƠN THỨC

Đơn thức là một biểu thức đại số trong đó các phép toán trên các biến chỉ là những phép nhân hoặc lũy thừa không âm.

Muốn tìm tích của hai đơn thức, ta nhân phân hệ số với nhau, nhân phần biến với nhau rồi lấy tích của chúng.

Ví dụ 53

Xác định dấu của c , biết rằng $2a^3bc$ trái dấu với $-3a^5b^3c^2$.

Giải :

$2a^3bc$ và $-3a^5b^3c^2$ trái dấu nên $(2a^3bc)(-3a^5b^3c^2) < 0$.

Do đó $-6a^8b^4c^3 < 0$.

Do $a^8b^4 \geq 0$ và a, b, c khác 0 nên $-6a^8b^4 \leq 0$, suy ra $c^3 > 0$. Vậy $c > 0$.

Bài tập

190. Hai đơn thức $-3x^4y$ và $5x^2y^3$ có thể cùng có giá trị dương được không ?

191. Chứng minh rằng ba đơn thức $-\frac{1}{4}x^3y^4$, $-\frac{4}{5}x^4y^3$, $\frac{1}{2}xy$ không thể cùng có giá trị âm.

192. Hai đơn thức $-2a^5b^2$ và $3a^2b^6$ cùng dấu. Tìm dấu của a .

193. Các đơn thức ad , $-bc$, $-ac$, $-bd$ có thể cùng có giá trị âm được không ?

§15. CỘNG VÀ TRỪ ĐƠN THỨC, ĐA THỨC

Đa thức là tổng của các đơn thức.

Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

Để cộng hay trừ các đơn thức, đa thức, ta áp dụng quy tắc "dấu ngoặc" rồi thu gọn các số hạng đồng dạng (nếu có).

Ví dụ 54

Chứng minh rằng :

a) Tổng của ba số nguyên liên tiếp thì chia hết cho 3.

b) Tổng của năm số nguyên liên tiếp thì chia hết cho 5.

c) Tổng quát, tổng của $2k + 1$ số nguyên liên tiếp ($k \in \mathbb{N}$) thì chia hết cho $2k + 1$.

Giải : a) Gọi ba số nguyên liên tiếp là $n - 1, n, n + 1$ ($n \in \mathbb{Z}$). Ta có

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 3n : 3.$$