#Глава_4
#Параграф_2
#Теорема

Формулировка

1. $f \in R[a,b],\ [\alpha,\beta] \subset [a,b] \Rightarrow f \in R[\alpha,\beta]$
2. $a < c < b,\ f \in (R[a,c] \cap R[c,b]) \Rightarrow f \in R[a,b]$

Доказательство

1

Возьмём $\varepsilon > 0$, подберем δ из критерия интегрируемости f на $[a,b] : \exists \delta > 0\ \forall T\ \lambda_T < \delta\ S_T - s_T < \varepsilon$
Покажем, что такое δ подходит для критерия интегрируемости f на $[\alpha,\beta]$:

Возьмём дробление T_0 отрезка $[a,b]\ \lambda_{T_0} < \delta$

Возьмём какие-нибудь дробления $[a,\alpha]\ и\ [\beta,b]$ ранга $< \delta$

$\Rightarrow$ Получим дробление T отрезка $[a,b]$ ранга $< \delta$

$$\begin{array}{ccccccc} x_0 & < \dots < & x_\mu & < \dots < & x_\nu & < \dots < & x_n \\ \| & & \| & & \| & & \| \\ a & & \alpha & & \beta & & b \end{array}$$