

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은?

[3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2 수학 영역

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

6. $\cos \theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos \theta$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

7. 상수 $a(a > 2)$ 에 대하여 함수 $y = \log_2(x - a)$ 의 그래프의

접근선이 두 곡선 $y = \log_2 \frac{x}{4}$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 만나는 점을 각각

A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

10. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

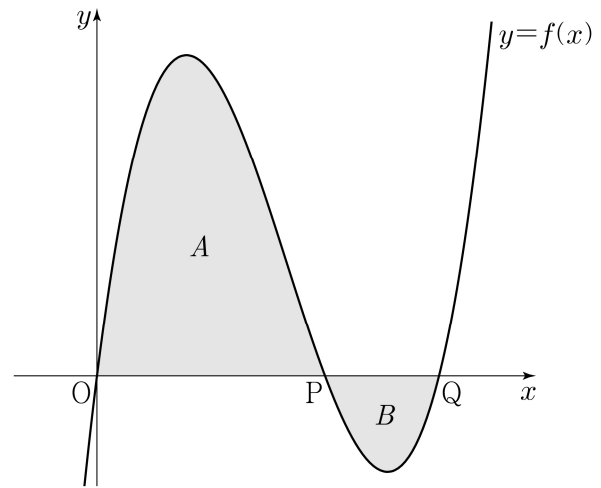
$$f(x) = kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 P , Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$$

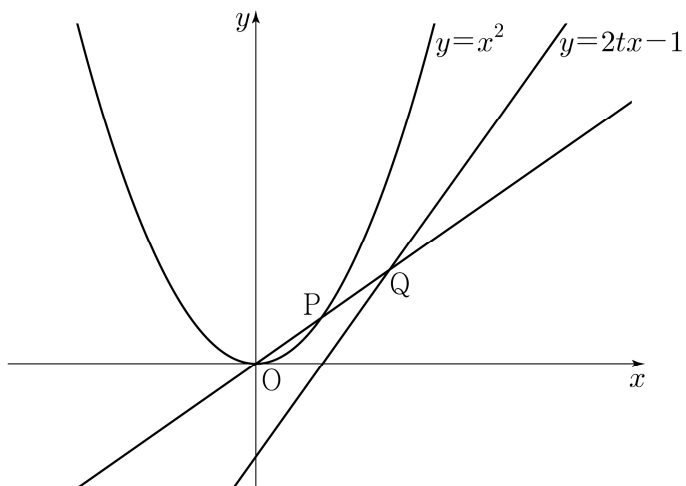
일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



11. 그림과 같이 실수 t ($0 < t < 1$)에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y = 2tx - 1$ 과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\overline{PQ}}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

12. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1}$ ($n \geq 1$)이라 하고, 두 집합 A, B 를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

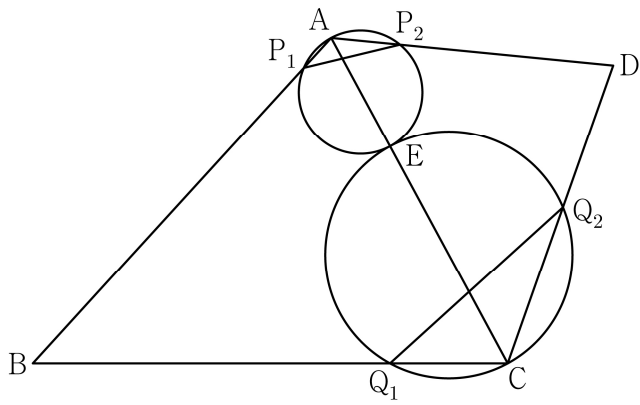
- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

13. 그림과 같이

$$\overline{BC} = 3, \overline{CD} = 2, \cos(\angle BCD) = -\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두
예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여
선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는
점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2 라 하고,
선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는
점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2 라 하자.

$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3:5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때,
 $\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$) [4점]



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

14. 실수 $a(a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 운동 방향을
한 번만 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지
점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = k \text{이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$
$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

단답형

16. 부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x)=ax^3+bx+a$ 는 $x=1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^xf(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x)=a\sin bx+8-a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다.
(나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

21. 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자.

<보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$) [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$ 이다.

—<보 기>—

- ㄱ. $f(1)=1$ 이고 $f(2)=2$ 이다.
- ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.
- ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

22. 정수 $a(a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 존재한다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+9n} - \sqrt{n^2+4n})$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{5t}{t^2+1}, \quad y = 3\ln(t^2+1)$$

에서 $t=2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{ax+b}-8}{2^{bx}-1} = 16$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
 (단, a 와 b 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

26. x 에 대한 방정식 $x^2-5x+2\ln x=t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 t 의 값의 합은? [3점]
- ① $-\frac{17}{2}$ ② $-\frac{33}{4}$ ③ -8 ④ $-\frac{31}{4}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

27. 실수 $t(0 < t < \pi)$ 에 대하여 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ 에서의 접선과 점 P를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \pi-} \frac{\tan \theta}{(\pi - t)^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$
- ② $\frac{1}{8}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 1

28. 두 상수 $a(a > 0)$, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여
$$\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$$
이다.

(나) $f(0) = f(2) + 1$

- ① $-\frac{1}{16}$
- ② $-\frac{7}{64}$
- ③ $-\frac{5}{32}$
- ④ $-\frac{13}{64}$
- ⑤ $-\frac{1}{4}$

단답형

29. 세 실수 a, b, k 에 대하여 두 점 $A(a, a+k), B(b, b+k)$ 가 곡선 $C: x^2 - 2xy + 2y^2 = 15$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A 에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B 에서의 접선이 서로 수직일 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, $a+2k \neq 0, b+2k \neq 0$) [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3 이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8 이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.