



# Designnotat

Tittel: Analogt støy filter

Forfattere: Håkon Kartveit Mikalsen

Versjon: 1.0

Dato: 11.03.2025

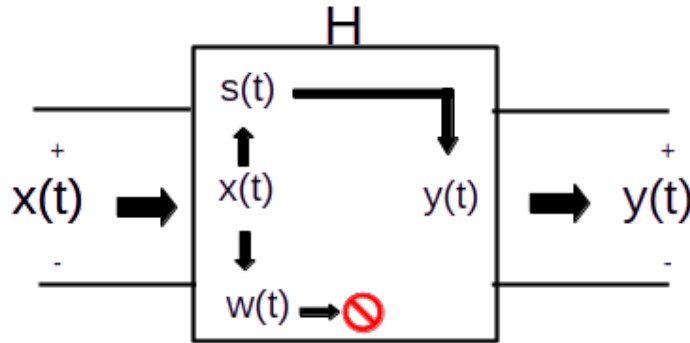
## Innhold

<b>1</b>	<b>Problembeskrivelse</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Prinsipiell løsning</b>	<b>2</b>
2.1	Båndstopp . . . . .	3
2.2	Sammenslåing av filter . . . . .	6
2.3	Forbedring etter filter . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Realisering og test</b>	<b>8</b>
3.1	Frekvensbåndet til støysignalet $w(t)$ . . . . .	9
3.2	Filterdesign . . . . .	10
3.3	Resultater og diskusjon . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>Takk</b>	<b>14</b>
	<b>Referanser</b>	<b>15</b>
<b>A</b>	<b>Vedlegg</b>	<b>15</b>

---

# 1 Problembeskrivelse

Feil med utstyret har gjort at en pipetone er kommet med under opptak av et musikksignal. Det skal utvikles et system som forbedrer signalkvaliteten. Vi skal ta for oss et støyfjerningsystem som illustrert i [Figur 1](#).



**Figur 1:** Diagram av støyfjerningsystem som fjerner signalet  $w(t)$  fra  $x(t)$ .

Figuren viser en boks H, med inngangssignal  $x(t)$  og utgangssignal  $y(t)$ . Inngangssignalet  $x(t)$  består av to separate signaler,  $s(t)$  som er det ønskede signalet og  $w(t)$  som er det uønskede støysignalet slik som vist i [Ligning 1](#).

$$x(t) = w(t) + s(t) \quad (1)$$

Inngangssignalet går inn i en boks H. Boksen H fjerner det uønskede signalet  $w(t)$  slik at utgangssignalet  $y(t)$  består av kun  $s(t)$ . Ideelt sett vil systemet oppfylle disse kravene slik at [Ligning 2](#) stemmer.

$$y(t) = s(t) \quad (2)$$

På grunn av forskjellige årsaker som skal diskuteres senere er dette ofte ikke mulig. Derfor defineres  $\hat{y}(t)$  og  $\hat{s}(t)$  som henholdsvis det faktiske utgangssignalet og det rekonstruerte signalet. Dette gir formelen for det faktiske utsignalet slik om vist i [Ligning 3](#)

$$\hat{y}(t) = \hat{s}(t) \quad (3)$$

Forskjellen mellom det ideelle utgangssignalet og det faktiske utgangssignalet samt forskjellen mellom inngangssignalet og utgangssignalet, vil sammen bedtegne forbedringen fra inngangssignalet og kvaliteten på utgangssignalet. Videre skal vi ta for oss denne problemstillingen med mål om å forbedre utgangssignalet.

## 2 Prinsipiell løsning

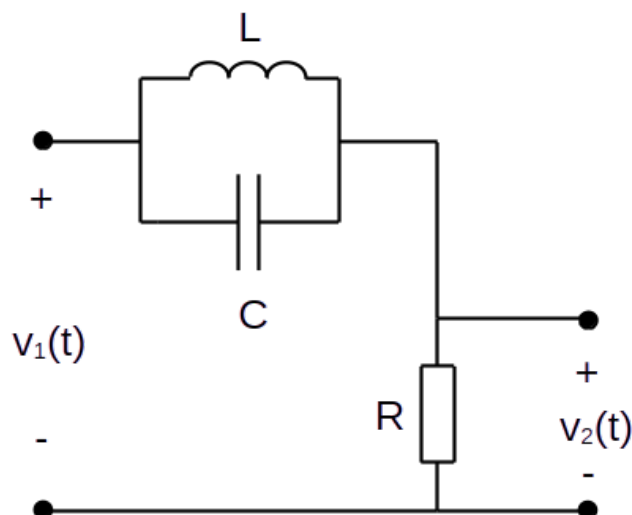
Det finnes flere prinsipper som kan brukes for å realisere et system som vist i [Figur 1](#). Siden støysignalet vårt  $w(t)$  består av en pipelyd og det ønskede signalet vårt  $s(t)$  består av et bredt bånd av frekvenser trengs det et båndstopp filter. Siden musikk kan dekke hele den hørbare skalaen og vi har et hørbart støysignal vil et lavpass eller høypass filter skape et rekonstruert  $\hat{s}(t)$  av dårlig kvalitet siden vi da også mister store del av originalsignalet  $s(t)$ . Et båndstopp filter vil derimot bevare en større del av originalsignalet siden det bare fjerner et spesifikt bånd.

Vi skal ta for oss en analog løsning til dette problemet, men det er også mulig å løse digitalt. I [underseksjon 2.1](#) skal vi ta for oss en prinsipiell løsning for et båndstopp filter. Videre i [underseksjon 2.2](#) skal vi ta for oss en prinsipiell løsning for å kombinere flere filter, enten for å fjerne forskjellige bånd av et støysignal eller for å forbedre støyreduksjonen i et bånd.

For å bestemme båndstopppfilterets spesifikasjoner kan det brukes fourieranalyse for å finne frekvensbåndet(ene) til støysignalet  $w(t)$  ved å omforme inngangssignalet  $x(t)$  til frekvensdomenen som danner uttrykket  $x(f)$ . Fra dette kan det vurderes frekvenser som har unormalt høye amplituder. Fourieranalyse kommer ikke til å bli diskutert i større grad enn dette siden det er utenfor rammene av dette notatet.

## 2.1 Båndstopp

Det finnes mange forskjellige prinsipielle løsninger for å skape et båndstopp filter. Vi skal ta for oss et relativt grunnleggende filter slik som vist i kretstegningen i [Figur 2](#).



**Figur 2:** Prinsipiell kretstegning for båndstopp filter.

Figuren viser en spole  $L$  og en kondensator  $C$  som er parallellkoblet. Videre er en motstand  $R$  koblet i serie med disse. Inngangsspenning  $v_1(t)$  er koblet over denne seriekoblingen, mens utgangsspenning  $v_2(t)$  er koblet over motstanden slik at utgangsspenningen er lik spenningen  $v_R(t)$  over slik som vist i [Ligning 4](#)

$$v_2(t) = v_R(t) \quad (4)$$

For å finne et uttrykk for hvordan filteret reagerer på forskjellige frekvenser, er det ønskelig å finne forholdet mellom amplitudespenningene til inngangsspenningen og utgangsspenningen gitt en vinkelfrekvens  $\omega$ . Disse defineres som henholdsvis  $V_2(\omega)$  og  $V_1(\omega)$ . Fra dette følger også at maksspenning over motstanden  $V_R(\omega)$  er lik  $V_2(\omega)$ . For å finne spenningen  $V_2(\omega)$  trengs impedansen til hvert av leddene i kretsen. Ifølge SNL er impedansen til motstanden,  $Z_R$ , kondensator,  $Z_C$  og spole,  $Z_L$  gitt slik som vist i [Ligning 5](#) [1].

$$Z_R = R \quad , \quad Z_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \quad , \quad Z_L = j \cdot \omega \cdot L \quad (5)$$

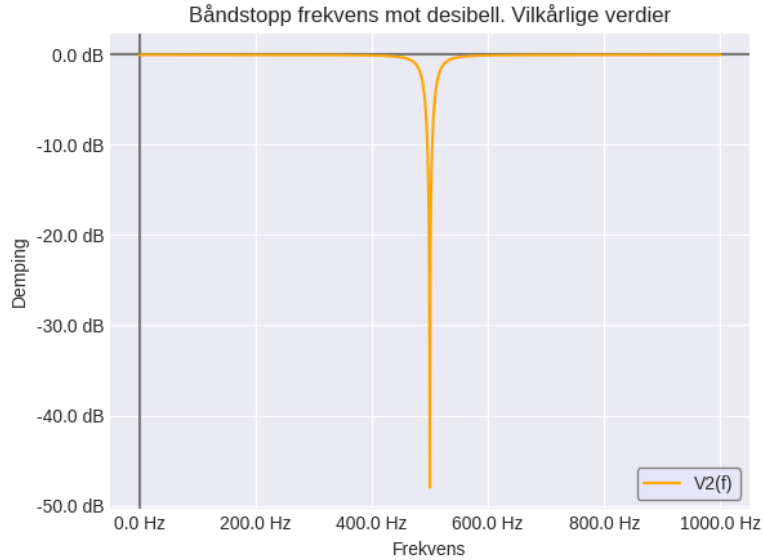
Der  $\omega$  er vinkelfrekvensen til de forskjellige sinussignalene som bygger opp spenningen over dem.  $\omega$  er ifølge wikipedia gitt ved produktet av to,  $\pi$  og frekvensen  $f$  til sinussignalet slik som vist i [Ligning 6](#) [2].

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (6)$$

Fra dette og prinsipper om spenningsdeling kan det utledes en formel for amplitudepenningen over  $V_R(\omega)$  og derfor også utgangspenningen  $V_2(\omega)$ , slik som vist [Ligning 7](#).

$$\begin{aligned}
Z_C || Z_L &= \frac{Z_C \cdot Z_L}{Z_C + Z_L} \\
&= \frac{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \cdot j \cdot \omega \cdot L}{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} + j \cdot \omega \cdot L} \\
&= \frac{j \cdot \omega \cdot L}{1 - \omega^2 \cdot L \cdot C} \\
Z_T &= Z_R + Z_C || Z_L = R + \frac{Z_C \cdot Z_L}{Z_C + Z_L} \\
\overline{V_2(\omega)} &= \overline{V_R(\omega)} = \overline{V_1(\omega)} \cdot \frac{Z_R}{Z_T} \\
|\overline{V_2(\omega)}| &= |\overline{V_R(\omega)}| = |\overline{V_1(\omega)}| \cdot \frac{|Z_R|}{|Z_T|} \\
V_2(\omega) &= V_R(\omega) = V_1(\omega) \cdot \frac{|Z_R|}{|Z_T|} \\
V_2(\omega) &= V_R(\omega) = V_1(\omega) \cdot \frac{|R|}{|R + \frac{Z_C \cdot Z_L}{Z_C + Z_L}|} \\
V_2(\omega) &= V_R(\omega) = V_1(\omega) \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\frac{\omega \cdot L}{1 - \omega^2 \cdot L \cdot C})^2}} \tag{7}
\end{aligned}$$

Dette funksjonsuttrykket er plottet for noen vilkårlige valgte verdier i [Figur 3](#) ( $\omega$  er i dette tilfellet byttet ut med frekvensen  $f$  for lesbarhet).



**Figur 3:** Plot for dempingen til vilkårlig båndstopp filter.

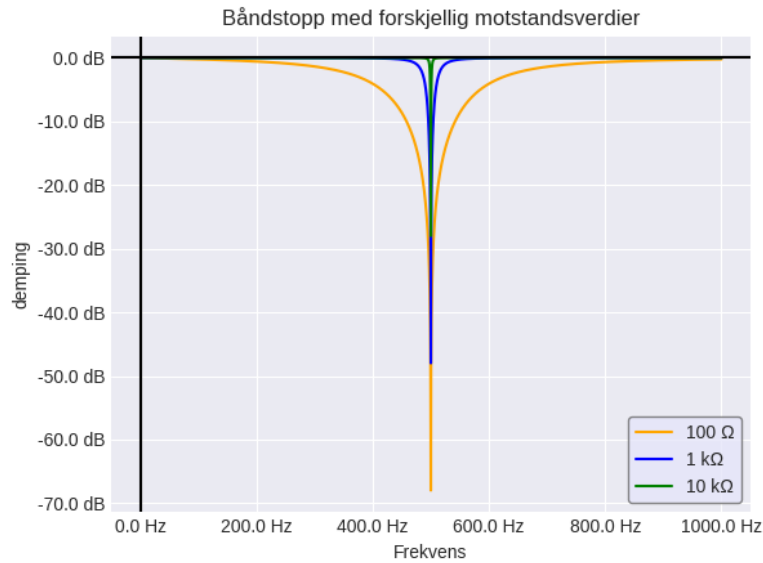
Fra plottet kan vi se at ved en gitt frekvens konvergerer utgangspenningen mot 0V. Dette skjer ved resonansfrekvensen til kretsen, som for RCL kretser er ifølge SNL definert slik som vist i [Ligning 8](#) [3].

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (8)$$

Ved å ta grenseverdien til når  $\omega$  nærmer seg resonansfrekvensen kan det vises at uttrykket konvergerer mot null for resonansfrekvensen:

$$\begin{aligned} \text{Gitt at: } \lim_{\omega \rightarrow \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}} V_1(\omega) &= k \quad \text{der } k \in \mathbb{R} \\ \lim_{\omega \rightarrow \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}} V_2(\omega) &= \lim_{\omega \rightarrow \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}} V_1(\omega) \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\frac{\omega \cdot L}{1 - \omega^2 \cdot L \cdot C})^2}} \\ &= k \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\frac{\frac{L}{\sqrt{L \cdot C}}}{0^+})^2}} \\ &= k \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + \infty}} \\ &= k \cdot 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

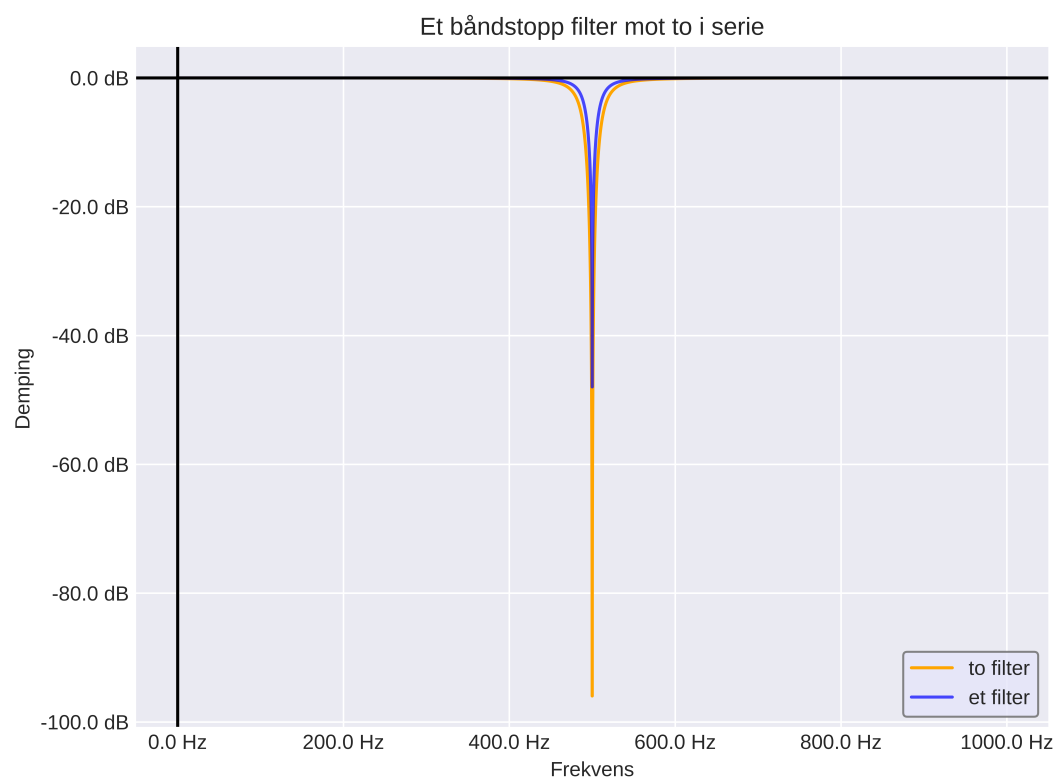
Altså må komponentverdiene velges slik at resonansfrekvensen er lik frekvensen som skal filtreres ut. Ved å variere motstandsverdien R, endres bredden på båndet som blir dempet, slik som vist i [Figur 4](#). Med dette kan man dempe et større eller mindre bånd.



**Figur 4:** Frekvensrespons til båndstopp filter med forskjellige motstandsverdier.

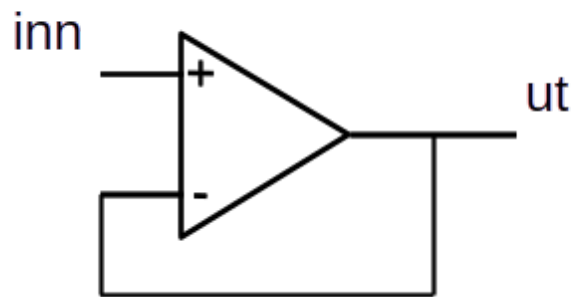
## 2.2 Sammenslåing av filter

Ut ifra hvordan det uønskede støysignalet er bygd opp, kan det være ønskelig å bruke flere filter i serie. Dette kan være fordi støysignalet består av to eller flere adskilte frekvensbånd. En annen grunn er for å videre dempe et gitt frekvensbånd. Ofte er det vanskelig å skap et filter som når de teoretiske dempingene, derfor kan flere filter videre dempe og skape mer brede “spisser” i frekvensresponsen. Dette er illustrert i [Figur 5](#).



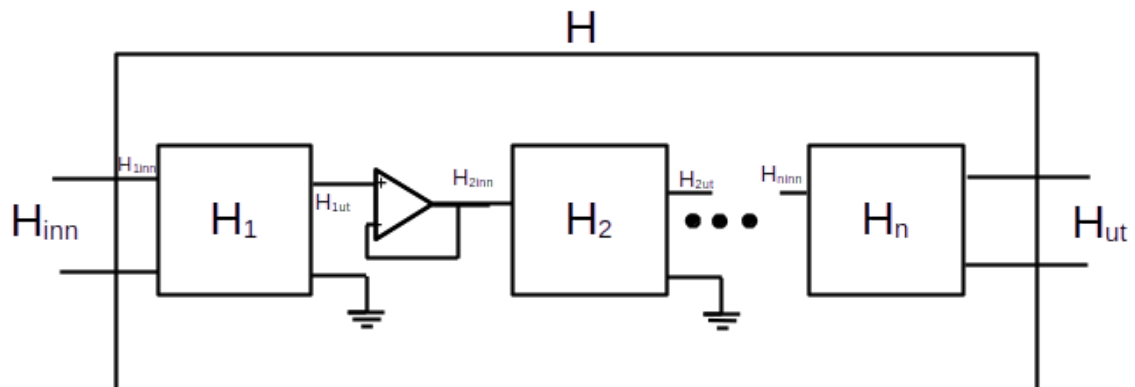
**Figur 5:** Illustrering av forskjell mellom et båndstopp filter og to filter i serie.

For å unngå problemer med spenningsdeling og justeringer for inngangs- og utgangs- motstand når flere filterkretser er koblet i lag er det ofte nødvending å bruke spenningsbuffere. Disse skiller kretsene og stopper uønskede påvirkninger mellom dem. En realisering av en slik buffer er relativt enkel og består kun av en op-amp med negativ tilbakekobling slik som vist i [Figur 6](#).



**Figur 6:** Spenningsbuffer/op-amp med negativ tilbakekobling.

Med dette kan et filter  $H$  skapes med  $n$  antall delfilter  $H_n$  slik som illustrert i [Figur 7](#).



**Figur 7:** Illustrering av et filter  $H$  bestående av  $n$  delfilter koblet i serie.

Dette gir  $n$  antall delfilter med hver sin frekvensrespons gitt ved  $H_n(\omega)$ . Til sammen gir dette en samlet frekvensrespons til  $H(\omega)$  gitt i [Ligning 9](#).

$$H(\omega) = \prod_{n=1}^n H_n(\omega) \quad (9)$$



## 2.3 Forbedring etter filter

Det finnes mange måter å vurdere forbedringen til utgangssignalet mot inngangssignalet. Samt forskjellen mellom utgangssignalet og det ideelle utgangssignalet. Å høre på forskjellen mellom signalene er en til dels subjektiv bedømmelse, men kan fungere godt. Å vurdere reduksjonen filteret medfører i et spesifikt bånd sier mye om filteret, men det kan være vanskelig å vurder om det nye signalet er forbedret. Hvis man har tilgang til originalsignalet kan man sammenlikne inngangssignalet og utgangssignalet med det ideelle signalet  $s(t)$  ved bruk av fourieranalyse. På denne måten kan man se hvor mye av de ideelle signalet som er borte det restrukturerte signalet  $\hat{s}$ .

## 3 Realisering og test

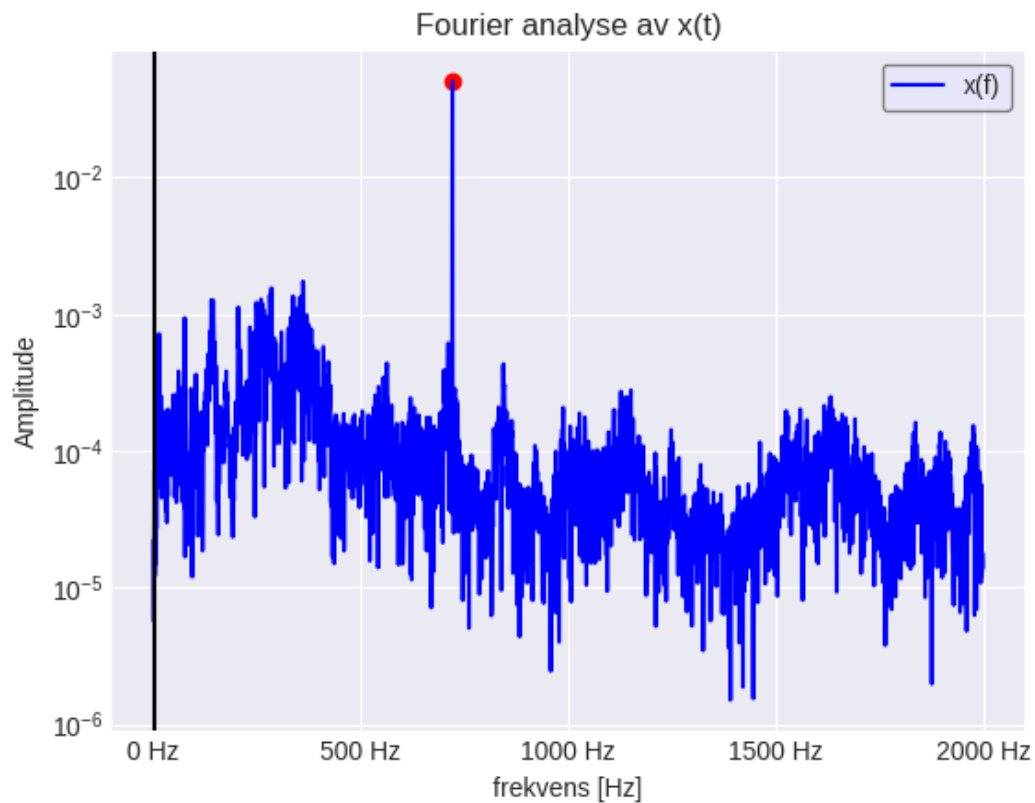
Det er tatt et ti sekunders opptak av inngangssignalet  $x(t)$  med uønsket støy. Dette kan høres ved å lytte på filen under:

[Lydfil x\(t\)](#)

Det ønskes å redusere denne støyen. For dette blir det først tatt i bruk fourieranalyse for å finne frekvensbåndet til støysignalet  $w(t)$ . Dette er vist under i [underseksjon 3.1](#). Filteret designes etter gitte spesifikasjoner i [underseksjon 3.2](#). Resultater og sammenlikninger diskuteres i [underseksjon 3.3](#). Alle lydfiler, kode og resultater som er brukt er lagt ved i [element 1](#).

### 3.1 Frekvensbåndet til støysignalet $w(t)$

For å finne frekvensbåndet til støysignalet  $w(t)$ , sendes inngangssignalet  $x(t)$  igjennom en Python kode som utfører fourieranalyse og plotter det omformede signalet  $x(f)$  slik som vist i Figur 8. Pythonkoden ligger som tidligere nevnt i [element 1](#).

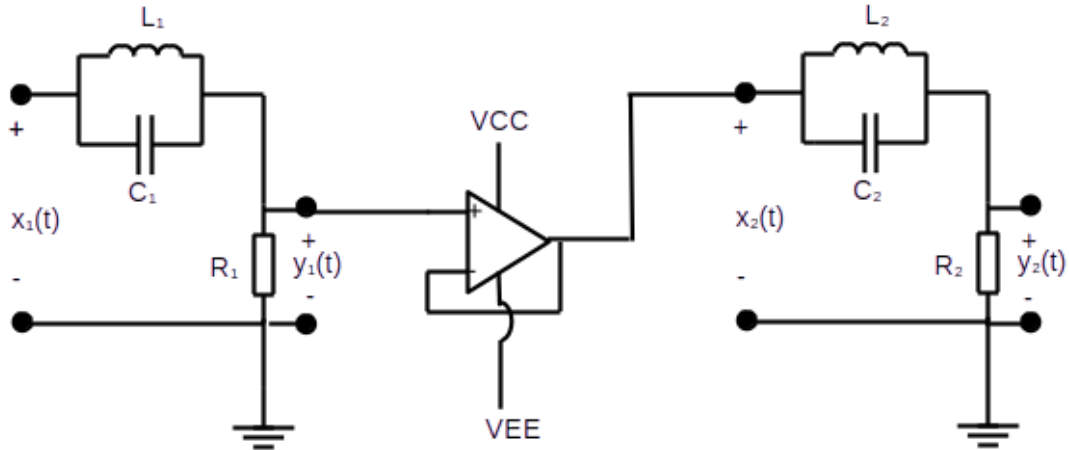


**Figur 8:** Fourieranalyse av inngangssignalet  $x(t)$  med merking ved  $f=720\text{Hz}$ .

Fra dette kan vi observere at det er et markant hopp i amplitude. Denne ligger ved  $f \approx 720\text{Hz}$ . Dette antas å være midtpunktet i frekvensbåndet til den uønskede frekvensen. Dette antas også å være det eneste uønskede frekvensbåndet.

### 3.2 Filterdesign

Fra forrige underseksjon er det vist at den uønskede støyen ligger rundt 720Hz. Fra dette kan et filter designes. Det ble valg spoler med oppgitt induktans på 0.1H. Siden spolene ikke er av høyeste kvalitet velges det å bruke to identiske båndstopp filter i serie for å forbedre den totale filtreringen, slik som diskutert i [underseksjon 2.2](#). Kretsen er illustrert i [Figur 9](#).

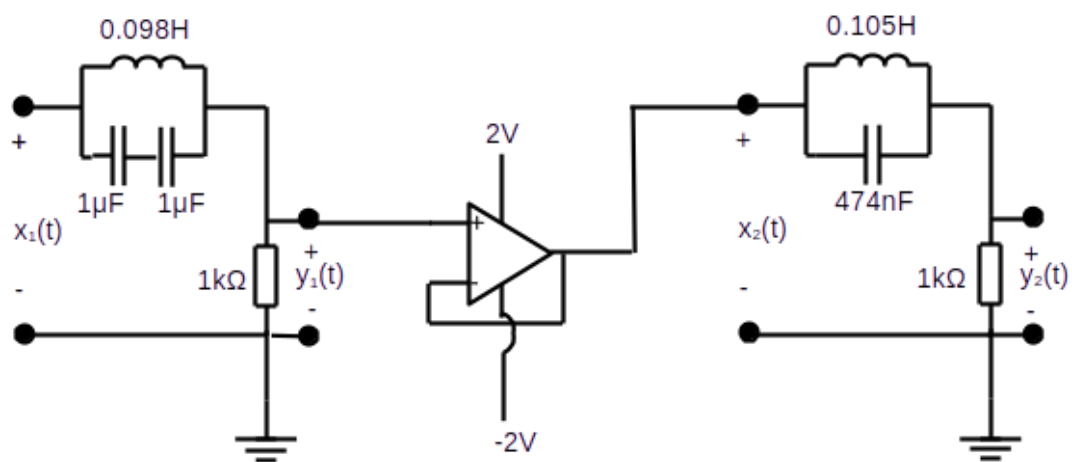


**Figur 9:** Illustrering av to båndstopp i serie.

Figuren viser to delfilter koblet opp i serie med en op-amp mellom dem. Komponentene for hvert defilter er merket med tilhørende nummer. Hvert defilter har også et inngangssignal  $x(t)$  og et utgangssignal  $y(t)$  som er nummerert på samme måte. Merk at  $y_2(t)$  i dette tilfellet er lik til  $\hat{y}(t)$  til det resulterende filteret. Likt blir  $x_1(t)$  lik  $x(t)$ . Merk også ved å implementere en spenningsbuffer for utgangssignalet kan være gunstig hvis kretsen skal drive en påfølgende krets. For å bedre tilpasse komponentverdiene til hvert av defilter, er induktansen til hver av spolene målt. Spolene er målt til å være  $L_1 = 0.098H$  og  $L_2 = 0.105H$ . Ved å snu på formelen for resonansfrekvens gitt i [Ligning 8](#) med hensyn på C, slik som vist i [Ligning 10](#), kan kondensatorverdiene regnes ut til å ideelt sett være  $C_{1-Ideelt} = 499nF$  og  $C_{2-ideelt} = 465nF$ .

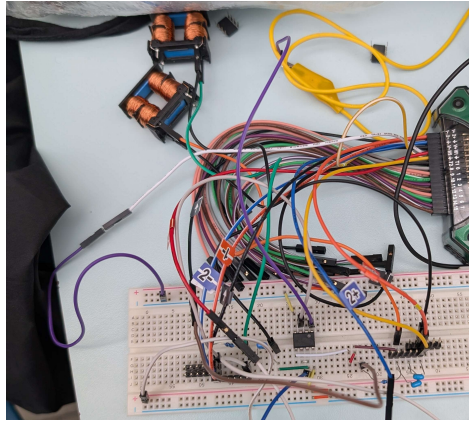
$$C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot L} \quad (10)$$

Fra dette velges det kondensator verdier som ligger nærmest mulig ideelle verdier. For  $C_1$  er to  $1\mu\text{F}$  kondensatorer satt i serie for å skape en  $C_1 = 500\text{nF}$ . For  $C_2$  er en  $474\text{nF}$  kondensator valgt slik at  $C_2 = 474\text{nF}$ . Hvert filter testes med forskjellige motstandsverdier for å finne hvilke verdier som gir gode filtreringer. Fra testing er  $R_1 = R_2 = 1\text{k}\Omega$  ideelt. For mange motstandsverdier oppfører filteret seg på uforventede og uønskede måter. Eksempelvis svært lave dempingen eller demping i feil bånd. Dette kan trolig være på grunn av lav kvalitet på spolene, men kan også være av andre årsaker. Maksamplituden  $V_1$  til inngangssignalet er målt til å være  $V_1 = 1\text{V}$ . Fra dette er spenningsforsyningen  $V_{CC}$  og  $V_{EE}$  til op-ampene valgt til  $V_{CC} = 2\text{V}$  og  $V_{EE} = -2\text{V}$  slik at de ligger innenfor det lineære området til op-ampene. Kretstegningen med tilhørende verdier er illustrert i Figur 10.



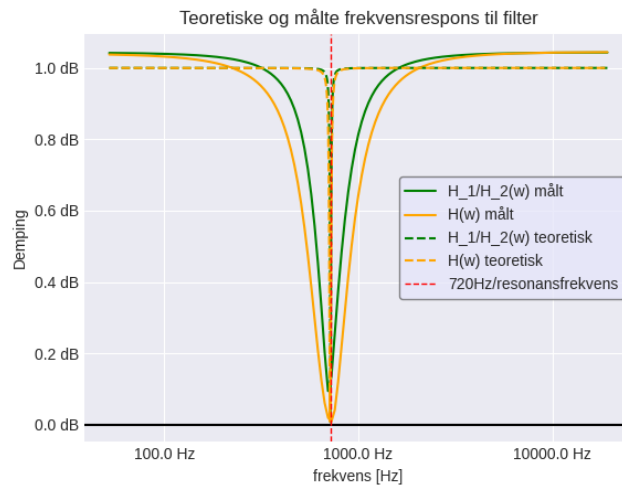
**Figur 10:** Illustrering av to båndstopp i serie med brukte verdier.

Den ferdige oppkoblingen er vist i [Figur 11](#).



**Figur 11:** Fysisk oppkobling av krets.

Med bruk av et nettverksanalyseverktøy som sender inn varierende frekvenser og måler utgangsverdiene til  $y_1(t)$  og  $y_2(t)$  kan det måles frekvens responsen til henholdsvis et og to filter. Disse er dermed også de faktiske verdiene til  $H_1(\omega)$  og  $H(\omega)$ . Merk at  $H_2(\omega)$  ikke er målt alene og antas å være tilnærmet lik  $H_1(\omega)$ . Måleverdiene er plottet sammen med de teoretiske verdiene i [Figur 12](#).

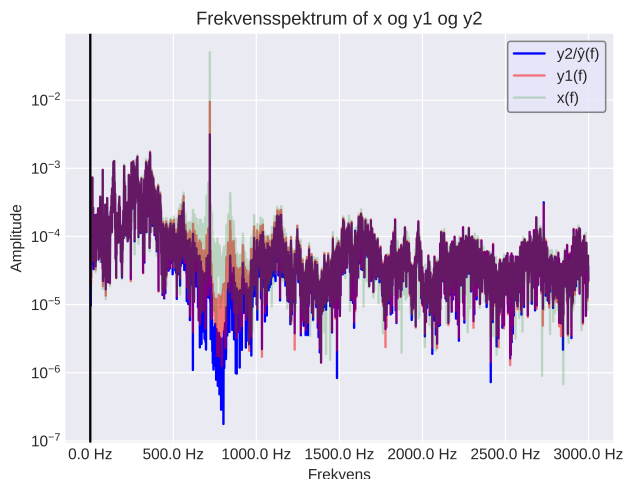


**Figur 12:** Frekvensrespons til oppkoblet filter sammen med teoretiske filter.

Fra dette ser vi at det er store avvik fra de teoretiske filterene. Det er ventet noe avvik, men dette var større enn forventet. Komponentverdier er målt på nytt etter testene uten markante avvik. Siden det fortsatt blir nådd damping i rett bånd velges det å ikke utføre videre forsøk for å finne årsaken. Diskusjon rundt mulige årsaker og løsninger til dette er gitt i neste underseksjon [underseksjon 3.3](#). Grunnen til at de målte verdiene er forsterket for noen verdier ligger i bruk av op-amper. Det ses derfor bort ifra dette.

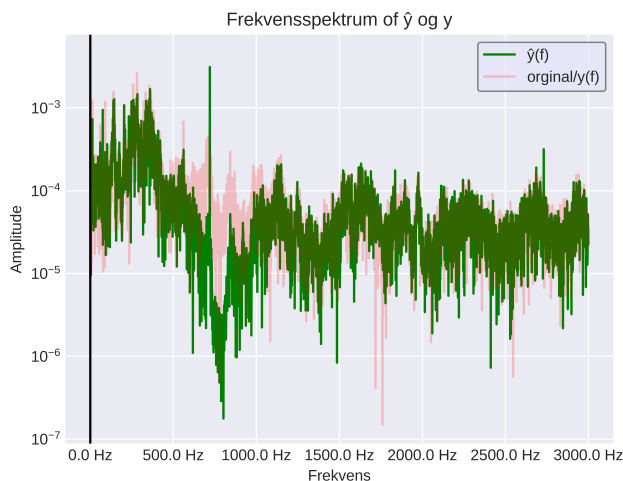
### 3.3 Resultater og diskusjon

For testing med det faktiske signalet, kobles lydsignalet til filteret mens det blir tatt lydopptak av  $y_1(t)$  og  $y_2(t)$ . Fra dette kan vi se på fourier analysen av signalene som vist i Figur 13 at det er en markant damping i ønsket bånd. Amplitudene er normalisert for å unngå forskjeller i lydnivå til forskjellige målinger.



**Figur 13:** Frekvensspektrum til  $\hat{y}$ ,  $y_1$  og  $x$  sammenlinknet. (lilla er der alle tre grafene sammenfaller)

I Figur 14 er  $\hat{y}(f)$  sammenlignet med  $y(f)$ .



**Figur 14:** Frekvensspektrum til  $\hat{y}$  og  $y$  sammenlignet.

Fra dette ser vi at en del av det originalet signalet  $s$  er bevart i  $\hat{s}$ . For å vurdere forbedringen etter filtrering kan man også høre på lydopptakene og sammenlikne dem med inngangssignalet.

Under er det gitt fire lydavspillere.

[Lydfil  \$x\(t\)\$ /inngangssignal](#)

[Lydfil  \$y\_1\(t\)\$ /et filter](#)

[Lydfil  \$y\_2\(t\)/\hat{y}\(t\)\$ /utgangssignal](#)

[Lydfil original signalet](#)

En slik sammenlikning er i stor grad subjektiv og valg av lydavspiller vil også ha stor innvirkning. Ved å høre på lyden med datamaskinens innebygde høyttalere og med hodetelefoner kan det vurderes å være en forbedring, men filteret har ikke fjernet alt av støy. For høyttalere med lavere kvalitet er støyen mindre markant, men for høyttalere med høyere kvalitet som reproducerer lyden mer nøyaktig er resterende støy mer markant.

For et relativt enkelt filter som dette kan dette regnes som gode forbedringer. Filterene demper i liten grad det originale signalet, mens det fjerner en del av støysignalet. Det er mange mulige forbedringer som kan implementeres. Noen av disse er å bruke deler med høyere kvalitet eller å ta i bruk et mer avansert aktivt filter.

Selv om det var store forskjeller mellom teoretiske verdier og målte verdier for frekvensresponsen virker det ikke som at dette har noen innvirkninger i dette forsøket, men kan ha større innvirkning i liknende situasjoner. Ved senere undersøkelser av spolen er det relativt store forskjeller i induktans ut i fra målefrekvensen. For en av spolene var dette på rundt 0.1H til 0.11H for frekvensbåndet mellom 100Hz og 20000Hz. Det er derimot vanskelig å si om det er dette som skapte avvikene

## 4 Konklusjon

Det er designet et båndstoppfilter bestående av to ledd. Det brukes for å filtrere ut en pipelyd på 720Hz i et musikksignal. Resultatet er en reduksjon i pipelyden mens resten av signalet er relativt likt originalsignalet. Det ble funnet større avvik i teoretiske og måleverdier for frekvensresponsen. Det ble ikke konkludert med hva årsaken til dette er, men kan trolig ha med kvaliteten på komponenter som er brukt.

## 5 Takk

Helga Therese Tomaszewski Vrenne, Jakob Furnesvik Eikeland og Ask Scott Darup for gode diskusjoner og tips.

## Referanser

- [1] J. Skaar, *impedans (elektroteknikk)*, SNL.no, Hentet fra: [https://snl.no/impedans\\_-\\_elektroteknikk](https://snl.no/impedans_-_elektroteknikk) (Lastet ned: 8.03.2025)
- [2] Wikipedia, *Vinkelfrekvens*, wikipedia.org, Hentet fra: <https://no.wikipedia.org/wiki/Vinkelfrekvens> (Lastet ned: 8.03.2025)
- [3] J. Skaar, *elektrisk resonans*, SNL.no, Hentet fra: [https://snl.no/elektrisk\\_resonans](https://snl.no/elektrisk_resonans) (Lastet ned: 8.03.2025)

## A Vedlegg

1. [Kode på GitHub](#)