



Designnotat

Tittel: Frekvensdobler

Forfattere: Håkon Kartveit Mikalsen

Versjon: 1.0

Dato: 08.04.2025

Innhold

1	Problembeskrivelse	1
2	Prinsipiell løsning	1
2.1	Ulineært system	2
2.2	Filter	5
2.3	Kvalitets mål	6
3	Realisering og test	7
4	Konklusjon	10
5	Takk	10
	Referanser	11
A	Vedlegg	11

1 Problembeskrivelse

Det skal designes en frekvensdobler. Dette kan realiseres med en frekvensmultiplikator. For en vilkårlig frekvensmultiplikator er inngangssignal x_1 med kjent frekvens f og amplitude A_1 definert slik som vist i [Ligning 1](#):

$$x_1 = A_1 \cdot \sin(2\pi t \cdot f) \quad (1)$$

Utgangssignalet x_2 er da definert som vist i [Ligning 2](#):

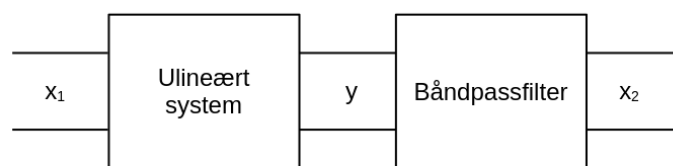
$$x_2 = A_2 \cdot \sin(2\pi t \cdot fn + \phi) \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad (2)$$

Der n er et naturlig tall og betegner multiplikasjonsfaktoren til frekvensen. Altså vil n være to for en frekvensdobler. ϕ er forskyvningen til utgangssignalet og A_2 er amplituden. Det vil ikke bli tatt hensyn til hverken A_2 eller ϕ for denne applikasjonen. For dette notatet skal inngangsfrekvensen f være 1.2kHz.

Frekvensmultiplikatorer introduserer ofte mye støy. Det skal derfor også undersøkes signal-til-distorsjons-forholdet til frekvensdobleren med ulike parametre.

2 Prinsipiell løsning

Det finnes flere prinsipper som kan brukes for å skape en frekvensmultiplikator. En av disse er å bruke et ulineært system sammen med et båndpassfilter slik som illustrert i [Figur 1](#).

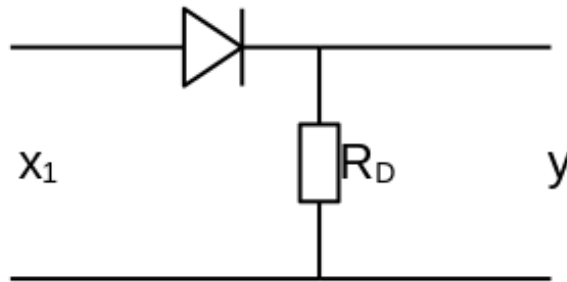


Figur 1: Illustrering av prinsipielt system for en frekvensmultiplikator.

Figuren viser et ulineært system med et inngangssignal x_1 og utgangssignal y som videre er koblet til et båndpassfilter med utgangssignal x_2 . Prinsippet går ut på å bruke et ulineært system til å omforme inngangssignalet til et signal med flere forskjellige frekvenskomponenter. Videre filtreres uønskede frekvenser ut med båndpassfilteret. Bredden til båndpassfilteret bestemmer i stor grad hvor mye distorsjon som kommer av denne prosessen.

2.1 Ulineært system

Det finnes mange ulineære systemer som kan brukes for en applikasjon som diskutert over. Et relativt enkelt ulineært system består av en inngang x_1 koblet til en diode som videre er koblet sammen med en motstand R_D i parallell med en utgang y . Kretstegningen er illustrert i [Figur 2](#).



Figur 2: Prinsipiell kretstegning for ulineært system.

Dette resulterer i en halvbølge likeretter. I en slik krets har hverken dioden eller motstanden mye å si for det resulterende signalet. For motstanden må det tas hensyn til å ikke bruke for lave motstandsverdier siden dette kan føre til store strømmen. For dioden trengs det bare å ta hensyn til at dioden er berengnet for spenningen og strømmen som går ut i fra inngangssignalet. Utgangssignalet til et slikt system kan uttrykkes matematisk som:

$$y = \begin{cases} x_1 & \text{for } x_1 \geq 0 \\ 0 & \text{for } x_1 < 0 \end{cases}$$

Hvis inngangssignalet x_1 er sinusformet, er definisjonen til y gitt ved [Ligning 3](#).

$$y = \begin{cases} A_1 \cdot \sin(2\pi ft) & \text{for } \sin(2\pi ft) \geq 0 \\ 0 & \text{for } \sin(2\pi ft) < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Signalet er illustrert i [Figur 3](#).



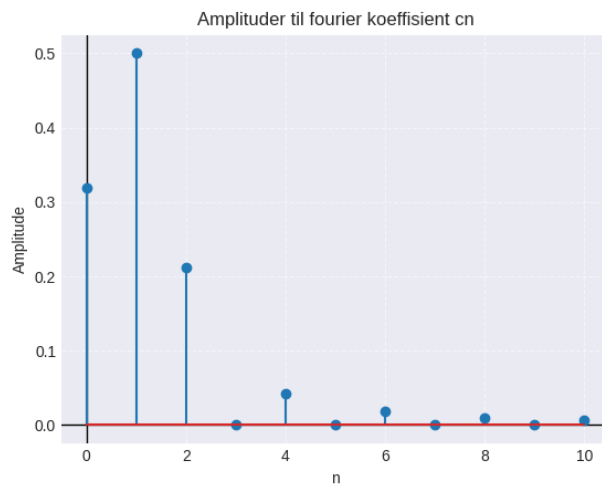
Figur 3: Illustrasjon av et sinussignal som har gått igjennom en halvbølge likeretter.

Igjennom fourieranalyse kan det vises at signalet kan skrives om og uttrykkes med fourierkoeffisient c_n slik som vist i [Ligning 4](#) og [Ligning 5](#). Beviset for dette er innkludert i vedlegg A [2](#).

$$c_n = \begin{cases} \frac{A}{\pi(1-n^2)} & \text{for } n = (\pm)2, 4, 6... \\ \pm \frac{A}{4j} & \text{for } n = \pm 1 \\ \frac{A}{\pi} & \text{for } n = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \cdot e^{j \cdot 2\pi t \cdot f n} \quad (5)$$

Amplituden til de første koeffisientene er plottet i [Figur 4](#).

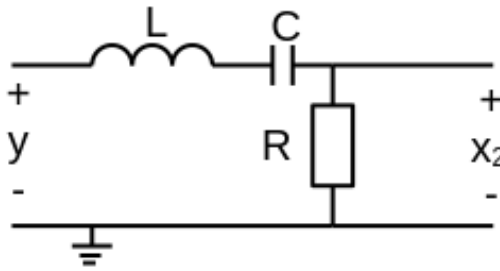


Figur 4: Plot av amplitudene til fourier koeffisientene til et sinussignal igjennom en halvbølge likeretter

Fra ligningene og figuren ser vi at det halvt likerettete sinussignalet består av et sinussignal med frekvensen f til det originale signalet, samt sinussignal med frekvenser lik partallsmultipler av f . Altså vil et slikt system bare fungere for frekvensmultiplikatorer der man ønsker partall multiplikasjon av originalfrekvensen. Videre ser vi også at for de økende frekvensene er amplituden lavere. Det vil derfor i praksis være utfordrende å hente ut høye multipler av frekvensen.

2.2 Filter

Som tidligere nevnt, kan det brukes et båndpassfilter for å filtrere ut uønskede signaler fra det ulineære systemet. Et relativt enkelt filter kan skapes med en RCL-krets. Kretstegningen til et slikt filter er vist i [Figur 5](#).



Figur 5: Kretstegning for RCL båndpassfilter.

Kretsen består av en kondensator C og en spole L i serie og en motstand R i parallell med utgangen. Ifølge Wikipedia er resonansfrekvensen definert slik som visst i [Ligning 6](#) [1].

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}} \quad (6)$$

For denne kretsen vil dette være midtpunktet til frekvensbåndet som slipper igjennom. Videre er Q -faktoren til filteret definert som [Ligning 7](#) [1].

$$Q = \sqrt{\frac{L}{C \cdot R^2}} \quad (7)$$

Q -faktoren sier i dette tilfellet noe om bredden på båndet som slipper igjennom. En stor Q -faktor gir et smalere bånd, mens en lav Q -faktor gir bredere bånd. Siden det er ønskelig med et lite bånd i denne applikasjonen er det gunstig å velge en høy spole verdi og lav motstand. På grunn av fysiske begrensinger kan derimot høye Q -faktorer føre til høye dempinger generelt. Derfor vil det ofte være nødvendig å teste med forskjellige komponentverdier for å finne gunstige verdier.

2.3 Kvalitets mål

Det finnes mange måter å måle kvaliteten til et signal. En av disse er SDR eller signal til distorsjon forholdet (Engelsk: Signal to distorsjon ratio). Distorsjon er uønskede signaler som kommer fra endringer eller modifikasjoner av original signalet [2]. Et signal $\hat{x}(t)$ som består av det ønskede signalet $x(t)$ og en distorsjon $d(t)$ er definert slik som vist i [Ligning 8](#). Merk at i dette tilfellet er det antatt at støyen er neglisjerbar. Denne antagelsen følger også videre igjennom resten av notatet.

$$\hat{x}(t) = x(t) + d(t) \quad (8)$$

SDR er forholdet mellom middeleffekten til det ønskede signalet P_x og distorsjonen til det signalet P_d slik som visst i [Ligning 9](#).

$$SDR = \frac{P_x}{P_d} \quad (9)$$

Fra [Ligning 8](#) ser vi at distorsjonen kan uttrykkes som differansen mellom det faktiske signalet og ideelle signalet. Fra dette følger det at SDR også kan uttrykkes slik som vist i [Ligning 10](#).

$$SDR = \frac{P_x}{P_{\hat{x}} - P_x} \quad (10)$$

Den diskrete middeleffekten til et signal $y(t)$ med N antall punkter y_n kan skrives som:

$$P_y(t) = \frac{V_y(t)^2}{R}$$
$$P_y = \frac{1}{N \cdot R} \sum_{n=1}^N V_{y_n}^2$$

Videre kan den diskrete RMS verdien til det samme signalet skrives som:

$$V_y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N V_{y_n}^2}$$

Fra dette vi kan uttrykke middeleffekten i form av RMS verdien slik som definert i [Ligning 11](#).

$$P_y = V_y^2 \cdot \frac{1}{R} \quad (11)$$

Dette gir en siste definisjon av SDR gitt i [Ligning 12](#).

$$SDR = \frac{V_x^2}{V_{\hat{x}}^2 - V_x^2} \quad (12)$$

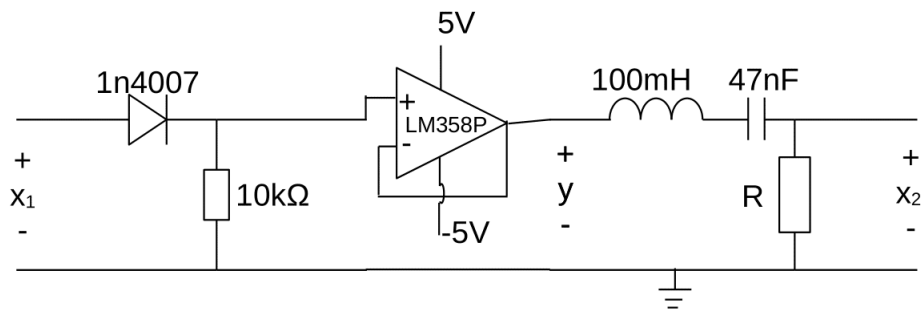
Det er ofte ønskelig å uttrykke dette i form av desibel. Formelen for dette er vist i [Ligning 13](#).

$$SDR[\text{dB}] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{V_x^2}{V_{\hat{x}}^2 - V_x^2}\right) \quad (13)$$

3 Realisering og test

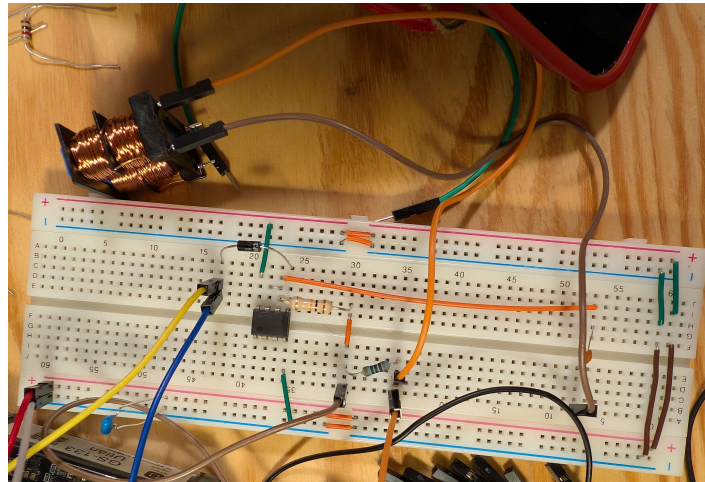
For å implementere et ulineært system slik som vist tidligere velges en vilkårlig diode og motstandsverdi. Det er valgt en diode av type 1n4007. Videre velges en motstand med $R_D = 10k\Omega$.

Videre velges verdiene for filteret. Ut ifra tilgjengelige verdier og kriterier nevnt tidligere velges en spole på 100mH. Ved å bruke formelen for resonansfrekvens som vist i [Ligning 6](#) får vi at det trengs en kondensator på $C \approx 44\text{nF}$. Det velges derfor den nærmeste standard verdien slik at $C = 47\text{nF}$. Motstandsverdien til filteret velges derimot ikke siden denne skal velges eksperimentalt. Det velges også å bruke en buffer mellom systemene for å unngå uønsket påvirkning mellom dem. For dette brukes en op-amp av type LM358P med negativ tilbakekobling og en spenningsforsyning på $\pm 5\text{V}$ slik at den ikke skaper distorsjon i signalet. Den ferdige kretstegningen er vist i [Figur 6](#).



Figur 6: Fullstendig kretstegning med komponentverdier.

Det fysiske oppkoblede systemet er vist i [Figur 7](#).



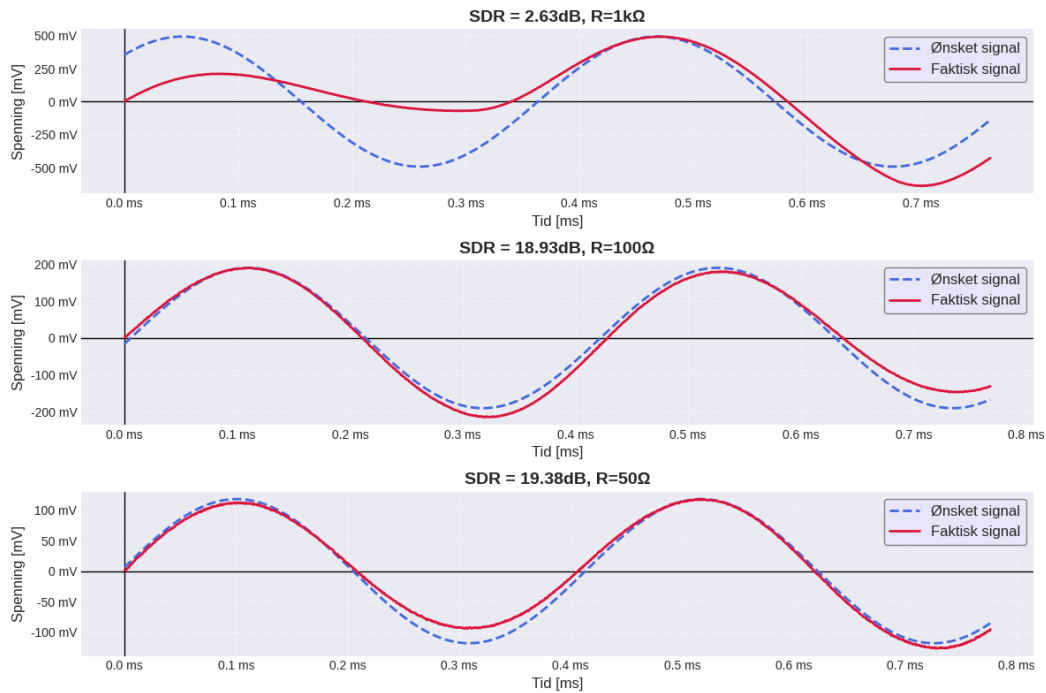
Figur 7: Fysisk oppkobling av krets.

Amplituden til inngangssignalet er så valgt til å være 2V. Dette er valgt noe vilkårlig, men ligger over terskelspenningen til dioden [3] og samtidig innenfor det lineære området til bufferen.

Kretsen testes så for ulike motstandsverdier. I [Tabell 1](#) er måleverdiene presentert, mens [Figur 8](#) viser plottet til de ulike signalene sammen med det ideelle signalet. Det er testet med lavere motstandsverdier, men i de tilfellene faller spenningen sammen og gir ingen måleverdier. All måledata og kode som er brukt er lagt ved i vedlegg A 1.

Tabell 1: Tabell over resultater.

$R[\Omega]$	SDR	SDR [dB]	Q-faktor	V_x	$V_{\hat{x}}$
1000	1.83	2.63	1.46	0.245	0.304
100	78.2	18.9	14.6	0.129	0.13
50	86.6	19.4	29.2	0.0793	0.0797



Figur 8: Måleverdier sammen med ideelle måleverdier.

Fra dette ser vi at med lavere motstandsverdier og derfor høyere Q-faktor får vi høyere SDR, men også lavere utgangsspenninger. Dette er som tidligere nevnt fordi høyere Q-faktor kan føre til en generell demping i alle bånd. For videre bruk av signalet trengs det en forsterker som øker amplituden, men der er ikke innenfor rammene av dette notatet. Hvis man ønsker å forbedre signalet videre kan det brukes et skarpere filter, men for det gitte filteret er man begrenset av den relativt store dempingen som kommer av høye Q-faktorer. Det kan også merkes at frekvensene inn og ut er relativt nære hverandre som gjør det vanskeligere å designe et skrappt nok filter.

4 Konklusjon

Det er designet en frekvensdobler. Dobleren tar inn et sinussignal på 1.2kHz og gir ut et signal på 2.4kHz. Dette gjøres med en halvbølgelikeretter og en RCL-krets koblet opp som et båndpass filter. Det er testet med forskjellige komponentverdier. Det beste resultatet ga et utgangssignal med en SDR [dB] på 19,4 dB.

5 Takk

Helga Therese Tomaszewski Vrenne, Jakob Furnesvik Eikeland og Ask Scott Darup for gode diskusjoner og tips.

Referanser

- [1] Wikipedia, *RLC circuit*, wikipedia.org, Hentet fra: https://en.wikipedia.org/wiki/RLC_circuit (Lastet ned: 1.04.2025)
- [2] Wikipedia, *Distortion*, wikipedia.org, Hentet fra: <https://en.wikipedia.org/wiki/Distortion> (Lastet ned: 1.04.2025)
- [3] alldatasheet, *1N4007 Datasheet (PDF) - Diodes Incorporated*, alldatasheet.com, Hentet fra: <https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/58825/DIODES/1N4007.html> (Lastet ned: 1.04.2025)

A Vedlegg

- 1. [Kode på GitHub](#)
- 2. [Matematisk bevis for Fourier koeffisienter](#)