28) $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ a+1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & a+1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & a+1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det(A) = 0 \begin{pmatrix} 0 & a+1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & a+1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - (a+1) \cdot 1 = 1 - (a+1) = 1 - a - 1 = -a$$

$$\det(A) = -2(-a) = 2a$$

$$2a \neq 0$$

$$\Downarrow$$

$$a \in \mathbb{R}, \ a \neq 0$$

29) Matrix A ist 2×2 Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrix B ist 2×3 Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Matrix c ist 3×2 Matrix

$$c = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 & 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 & 1 \cdot 3 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

AC nicht definiert Spalten $A \neq$ Zeilen B

BA – " –

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 & 2 \cdot 2 & 3 \cdot 3 & 1 \cdot 2 & 2 \cdot 3 & 3 \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 & 1 \cdot 2 & 2 \cdot 3 & 0 \cdot 2 & 1 \cdot 3 & 2 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 11 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$CA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 \\ 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 \\ 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 & 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$CB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \\ 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 3 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 7 & 12 \\ 3 & 7 & 11 \end{pmatrix}$$

Die Matrixmultiplikation von A vertauscht die Komponenten des Vectors im $\mathbb{R}^2$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$