



# Elektrotechnische Grundlagen der Informatik (LU 182.692)

## Protokoll der 2. Laborübung: „Filter“ „Transiente Vorgänge und Frequenzverhalten“ b) Messungen

Gruppennr.: 10

Datum der Laborübung: 19.05.2017

Matr. Nr.	Kennzahl	Name
1609418	033 535	GEISELBRECHTINGER Max
1625753	033 535	HAAR Martin

<b>Kontrolle</b>	✓
Verhalten eines Filters 1. Ordnung	
Verhalten eines RL-Filters	
Dynamisches System 2. Ordnung	

# 1 RC-Tiefpass

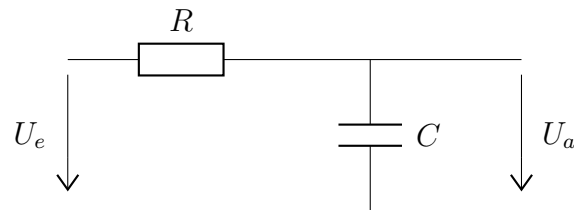


Abbildung 1: RC-Tiefpass 1.Ordnung

Das Schaltbild zeigt den Messaufbau des RC-Tiefpassfilters 1.Ordnung.

$$R = 22k\Omega, C = 1nF, U_e = 1V$$

## 1.1 Sprungantwort

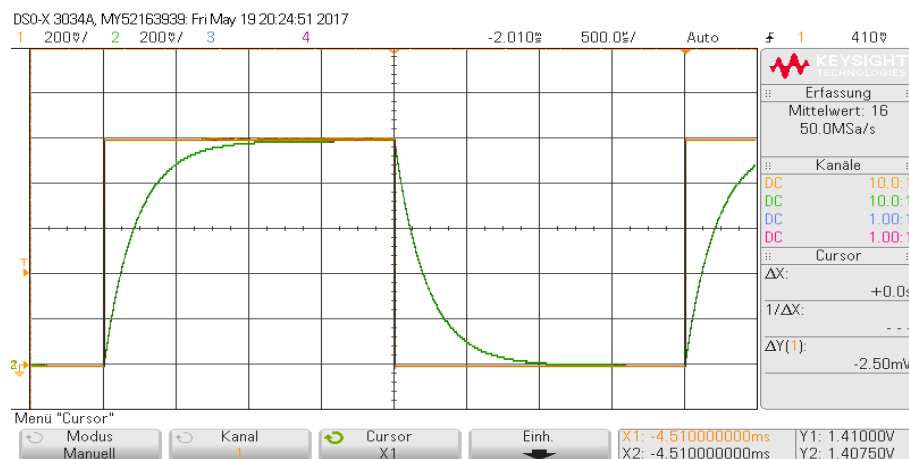


Abbildung 2: Sprungantwort RC-Tiefpass,  $U_e$  (gelb),  $U_a$  (grün)

In der Abbildung der Sprungantwort sind die exponentiellen Lade- und Entladekurven des Kondensators zu sehen.

$$U_{charge} = U_e(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad U_{drain} = U_e e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = RC$$

Die Zeitkonstante kann direkt aus der Sprungantwort abgelesen werden, indem man die Zeitdifferenz von  $U_e = 0$  bis  $U_C \approx 0,6U_e$  misst. Daraus ergibt sich ein  $\tau_{gemessen}$  von  $210\mu s$ , dass gegenüber einem  $\tau_{berechnet}$  von  $220\mu s$  steht. Der Messfehler ergibt sich durch, ungenaues ablesen mit dem Cursor und Bauteiltoleranzen.

## 1.2 Bode Diagramm

Das Bode Diagramm zeigt den Verlauf der Amplitude und des Phasenwinkels des Filters in abhängigkeit der Frequenz.

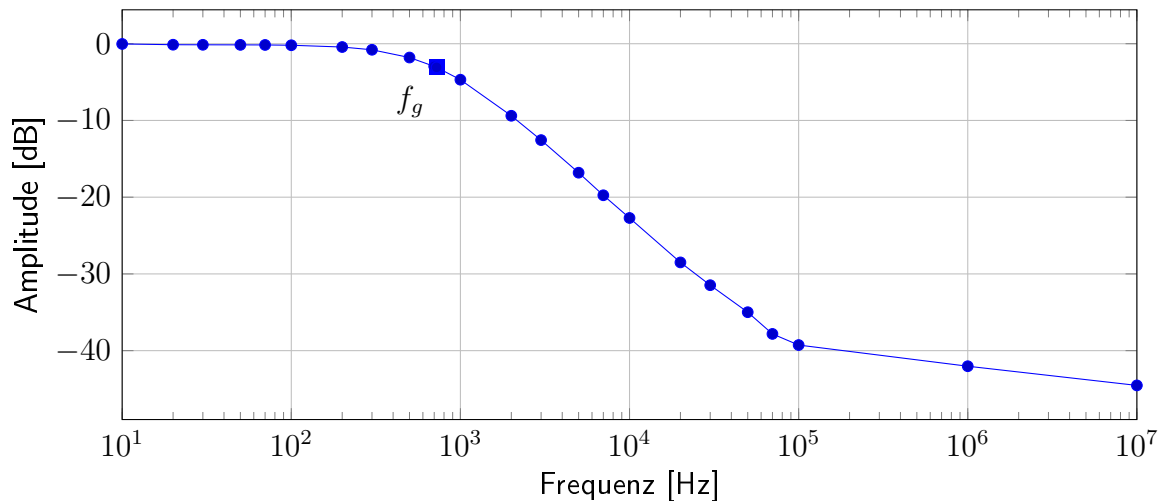


Abbildung 3: Bode Diagramm RC-Tiefpass, Amplitudengang

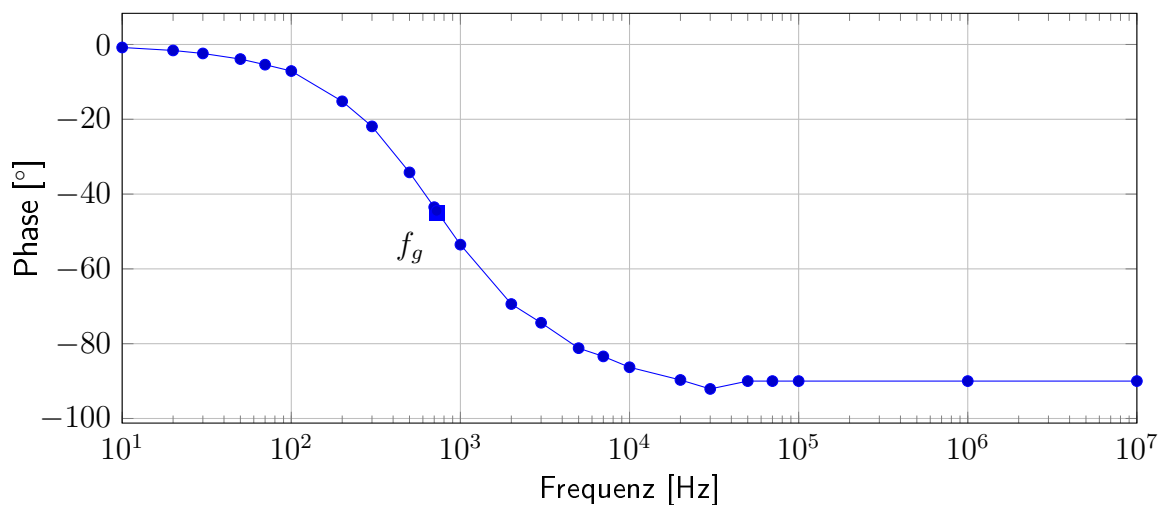


Abbildung 4: Bode Diagramm RC-Tiefpass, Phasengang

Die niedrigen Frequenzen werden vom Tiefpassfilter ungedämpft durchgelassen. Erst ab der Grenzfrequenz, von  $f_g = \frac{1}{2\pi RC} = 723,43\text{Hz}$ , nimmt die Dämpfung mit  $-20\text{dB/DEK}$  zu. Ab  $100\text{kHz}$  war die Dämpfung mit dem Oszilloskop nahezu nicht mehr messbar. Der Phasengang verläuft von  $0^\circ$  bis  $-90^\circ$ . Auch hier wurde die Messung ab  $100\text{kHz}$  sehr ungenau. Die Grenzfrequenz liegt hier bei  $-45^\circ$ .

Die Messergebnisse des RC-Tiefpassfilters 1.Ordnung stimmen, bis auf kleine Abweichungen durch Messfehler und Bauteiltoleranzen, weitest gehend mit der Simulation überein. Nur bei hohen Frequenzen, ab ca  $100kHz$ , gab es bei der Messung der Ausgangsspannung und des Phasenwinkels Ungenauigkeiten, da durch die fortgeschrittene Dämpfung das Ausgangssignal kaum mehr zu messen war.

## 2 RL-Hochpass

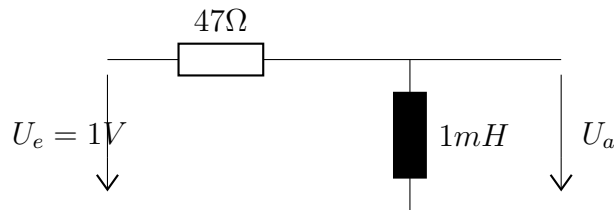


Abbildung 5: RL-Hochpass 1.Ordnung

Das Schaltbild zeigt den Messaufbau des RL-Hochpassfilters 1.Ordnung.

### 2.1 Sprungantwort

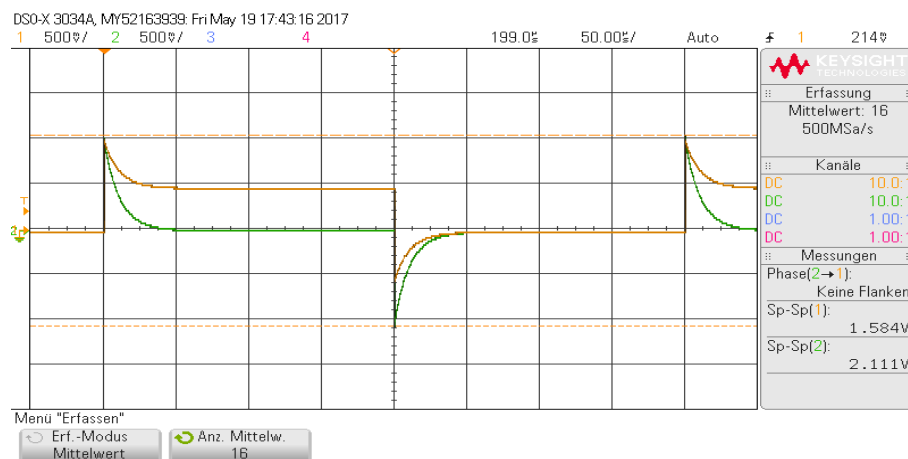


Abbildung 6: Sprungantwort RL-Hochpass,  $U_e$  (gelb),  $U_a$  (grün)

In dieser Abbildung sind die Aus- und Einschaltvorgänge an der Spule zu sehen.

$$U_{charge} = U_e e^{-\frac{t}{\tau}} \quad U_{drain} = -U_e e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

In der Abbildung beträgt die Eingangsspannung weniger als  $0,5V$ , da der Frequenzgenerator eine Spannungsquelle ist und den durch die Spule verursachten Stromfluss nicht genügen kann. Die Induktivität der Spule ist auch verantwortlich für die Ausschläge beim Einschalten der Eingangsspannung.

Die Zeitkonstante kann aus der Sprungantwort abgelesen werden, indem man die Zeitdifferenz von  $U_e = 0$  bis  $U_L \approx 0,3U_e$  misst. Daraus ergibt sich ein  $\tau_{gemessen}$  von  $23\mu s$ , dass gegenüber einem  $\tau_{berechnet}$  von  $21,28\mu s$  steht. Der Messfehler entsteht dabei, durch ungenauigkeiten beim Ablesen mit dem Cursor und Bauteiltoleranzen.

## 2.2 Bode Diagramm

Das Bode Diagramm zeigt den Verlauf der Amplitude und des Phasenwinkels des Filters in abhängigkeit der Frequenz.

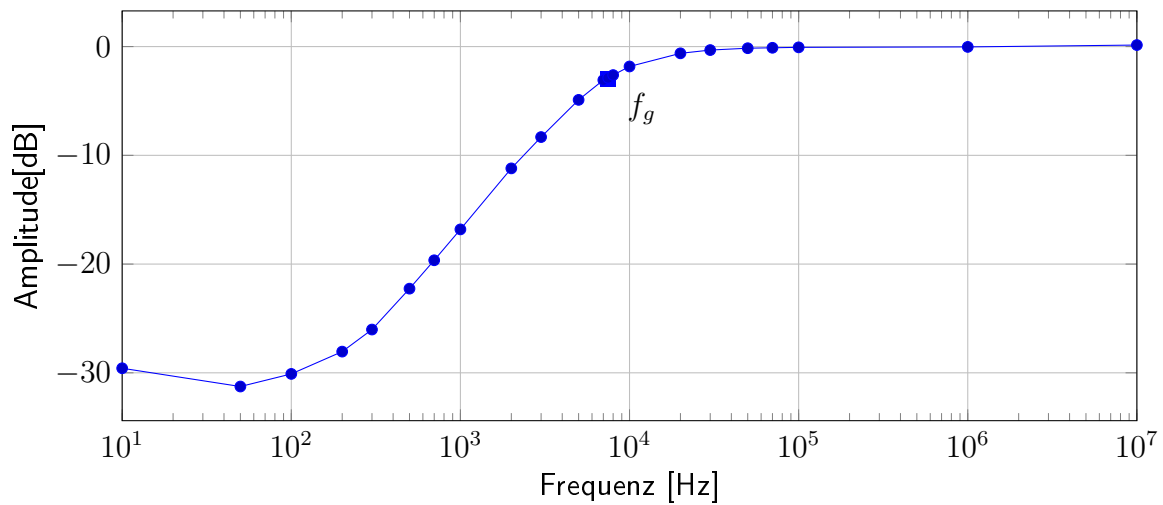


Abbildung 7: Bode Diagramm RL-Hochpass, Amplitudengang

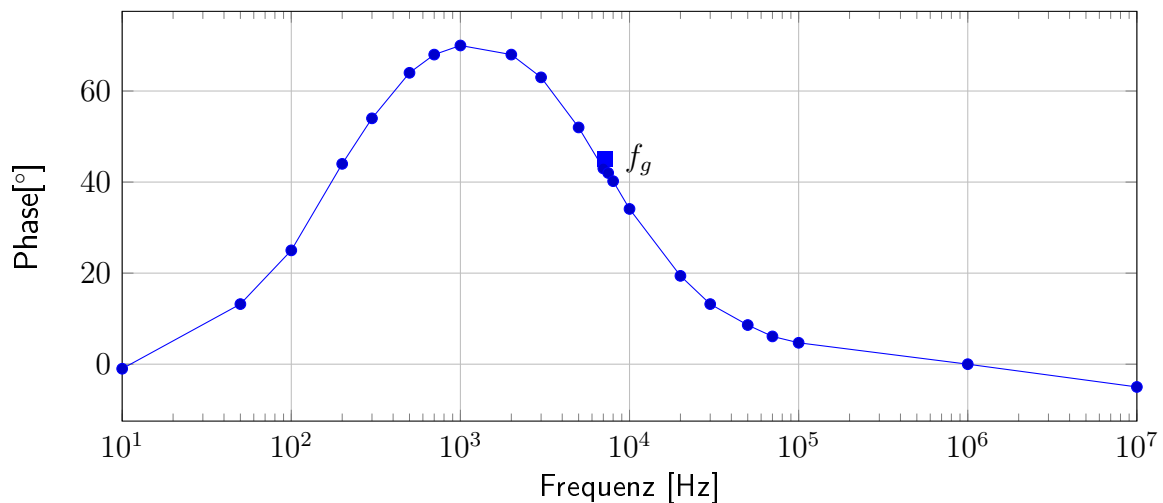


Abbildung 8: Bode Diagramm RL-Hochpass, Phasengang

Die niedrigen Frequenzen werden vom Hochpassfilter stark gedämpft. Die Dämpfung nimmt bei steigender Frequenz, mit  $20\text{dB}/\text{DEK}$ , ab. Ist die Grenzfrequenz, von  $f_g = \frac{R}{2\pi L} = 7480,28\text{Hz}$  erreicht, wird das Signal ungedämpft durchgelassen. Der Knick bei  $50\text{Hz}$  entsteht durch den Spannungsteiler, der sich durch den parasitären Innenwiderstand der realen Spule ergibt. Dieser wird mit zunehmender Frequenz von der steigenden Impedanz der Spule überdeckt.

Der Phasengang verläuft von  $0^\circ$  bis  $70^\circ$  und nimmt dann wieder ab. Die Spule besitzt, auf Grund ihres Innenwiderstandes, zwei Phasenlagen von jeweils  $45^\circ$ , jedoch entspricht nur die um  $7500\text{Hz}$  der Grenzfrequenz.

Durch den, vom Spulenstrom verursachten, Spannungseinbruch des Frequenzgenerators wurde die Messung des Frequenzganges nicht beeinträchtigt, da hierbei lediglich das Verhältnis der Ausgangs- zur Eingangsspannung betrachtet wird. Die Messergebnisse stimmen auch weitestgehend mit der Simulation der realen Spule, mit parasitären Innenwiderstand, überein.

## 3 RLC-Tiefpass

### 3.1 Aufgabenstellung

In diesem Beispiel war ein RLC-Tiefpass aufzubauen und mit drei verschiedenen Widerständen jeweils die Sprungantwort und das Bodediagramm zu messen.

### 3.2 Schaltung

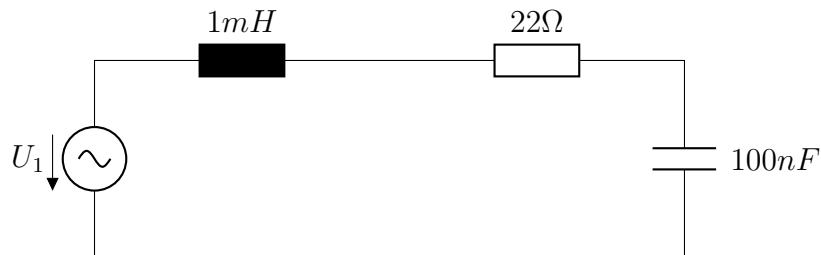


Abbildung 9: RLC-Glied Messschaltung.

Der Widerstand  $R$ , wird im Laufe der Messungen zweimal ersetzt, einmal durch  $180\Omega$  und einmal durch  $1k\Omega$ .

Hierbei handelt es sich um einen Tiefpass zweiter Ordnung, dies ist daran zu erkennen dass, der Schaltkreis zwei frequenzabhängige Bauelemente ( $L$  und  $C$ ) enthält. Während die Impedanz der Spule im seriellen Zweig mit steigender Frequenz größer wird, so wird die Impedanz des Kondensators im Parallelzweig kleiner.

Bei niedrigen Frequenzen (10 - 1000Hz) ist der Blindwiderstand des Kondensators größer  $1500\Omega$ , während die Spule einen Blindwiderstand von kleiner  $1\Omega$  hat. An dem Verhältnismäßig großen Widerstand im Parallelzweig fällt daher die meiste Spannung ab und der Tiefpass hat eine sehr geringe Dämpfung. Steigt nun die Frequenz, so ändern sich auch die Blindwiderstände und der Spannungsabfall am Kondensator wird immer kleiner, was zu einer größeren Dämpfung führt.



### 3.3 Sprungantwort $R = 22\Omega$

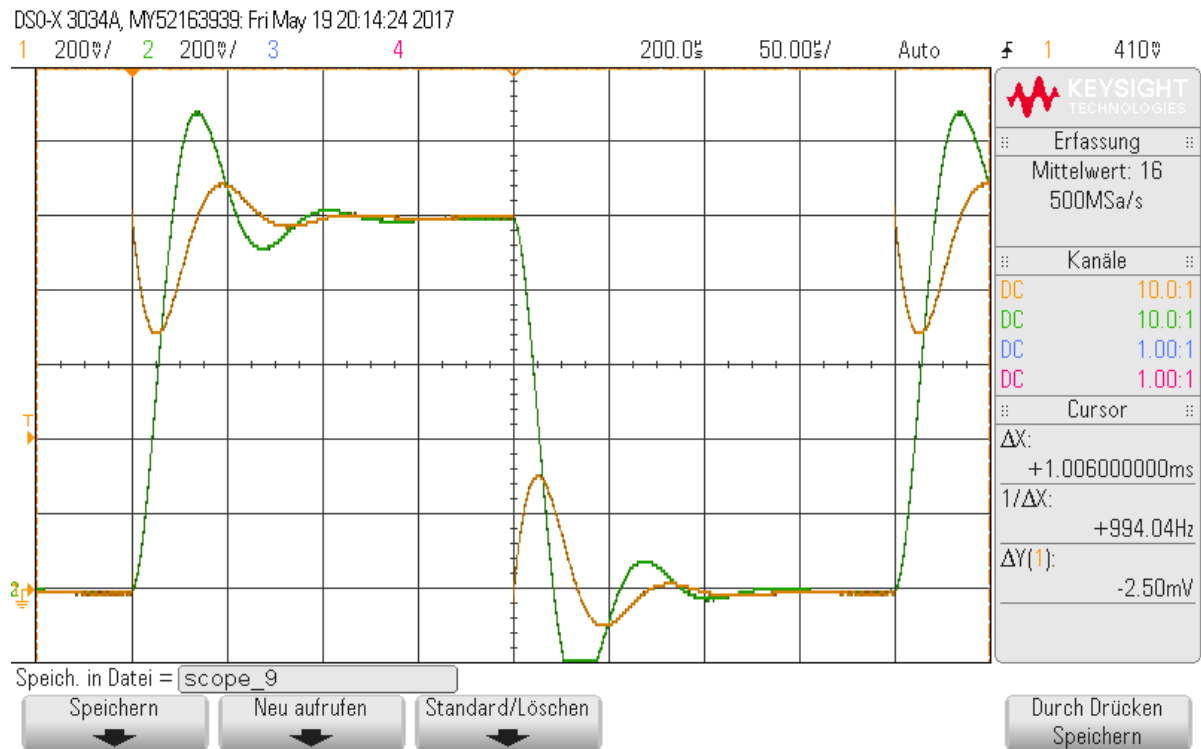


Abbildung 10: Sprungantwort mit  $R = 22\Omega$ ,  $U_e$  (gelb),  $U_a$  (grün)

Bereits in der Sprungantwort ist zu erkennen, dass das System mit einem Widerstand von nur  $22\Omega$  überschwingen wird, da die Ausgangsspannung an den Flanken stark überschwingt. Die Schwingungen an der Eingangsspannung werden durch die Induktivität der Spule verursacht.

### 3.4 Bodediagramm $R = 22\Omega$

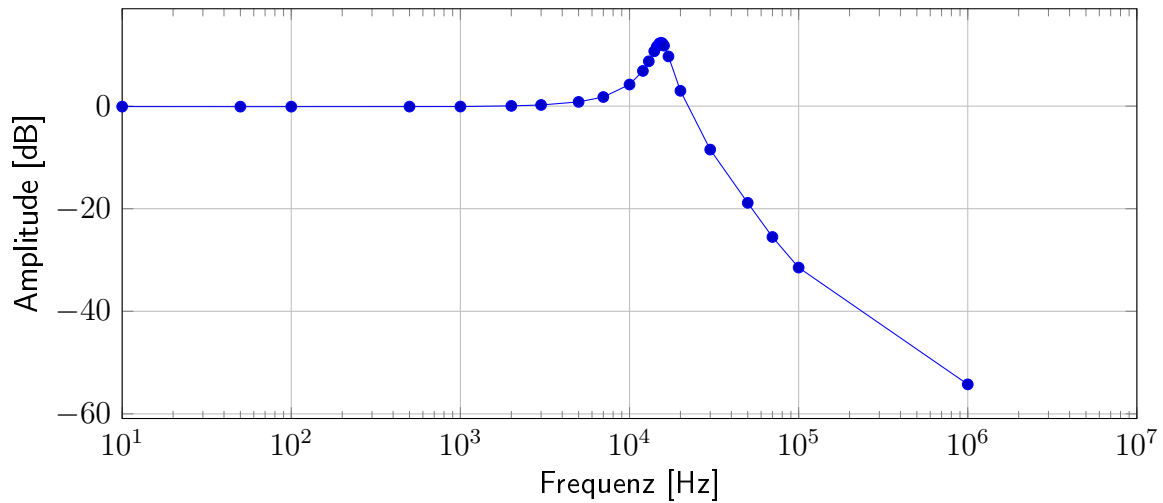


Abbildung 11: Bode Diagramm RLC-Tiefpass,  $R = 22\Omega$ , Amplitudengang

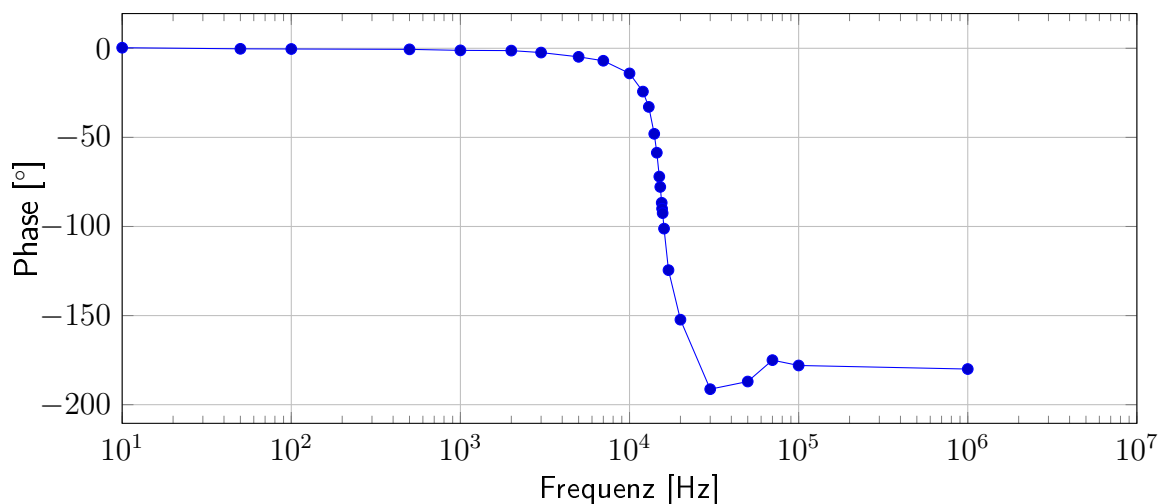


Abbildung 12: Bode Diagramm RLC-Tiefpass,  $R = 22\Omega$ , Phasengang

Da es sich bei dieser Messung um einen Tiefpass handelt ist die Dämpfung bis zur Grenzfrequenz 0dB und das Eingangssignal wird unverändert durchgelassen. Wie bereits in der Sprungantwort festgestellt schwingt der Filter genau bei der Grenzfrequenz, das heißt die Ausgangsspannung ist größer als die Eingangsspannung. Danach beginnt der Fiter mit  $-40dB/Dec$  zu dämpfen. Die Phase dreht von  $0^\circ$  auf  $-180^\circ$ , genau bei der Grenzfrequenz beträgt der Phasenwinkel  $-90^\circ$ .

Die letzten 5 Messpunkte sind sehr ungenau, da das Ausgangssignal bereits so stark gedämpft ist, dass keine genauen Messungen mehr durchgeführt werden konnten.

Die genaue Grenzfrequenz sollte mittels Variation der Frequenz am Funktionsgenerator festgestellt werden. Dabei wird die Frequenz so lange erhöht bis die Phasenverschiebung genau  $-90^\circ$  beträgt.

Ermittelte Grenzfrequenz:  $f_0 = 15580 \text{ Hz}$

Berechnete Grenzfrequenz:  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{100\text{nF} \cdot 1\text{mH}}} = 15916 \text{ Hz}$

Unterschied zwischen berechneten und gemessenen Wert: 2,11%.

### 3.5 Sprungantwort $R = 180\Omega$

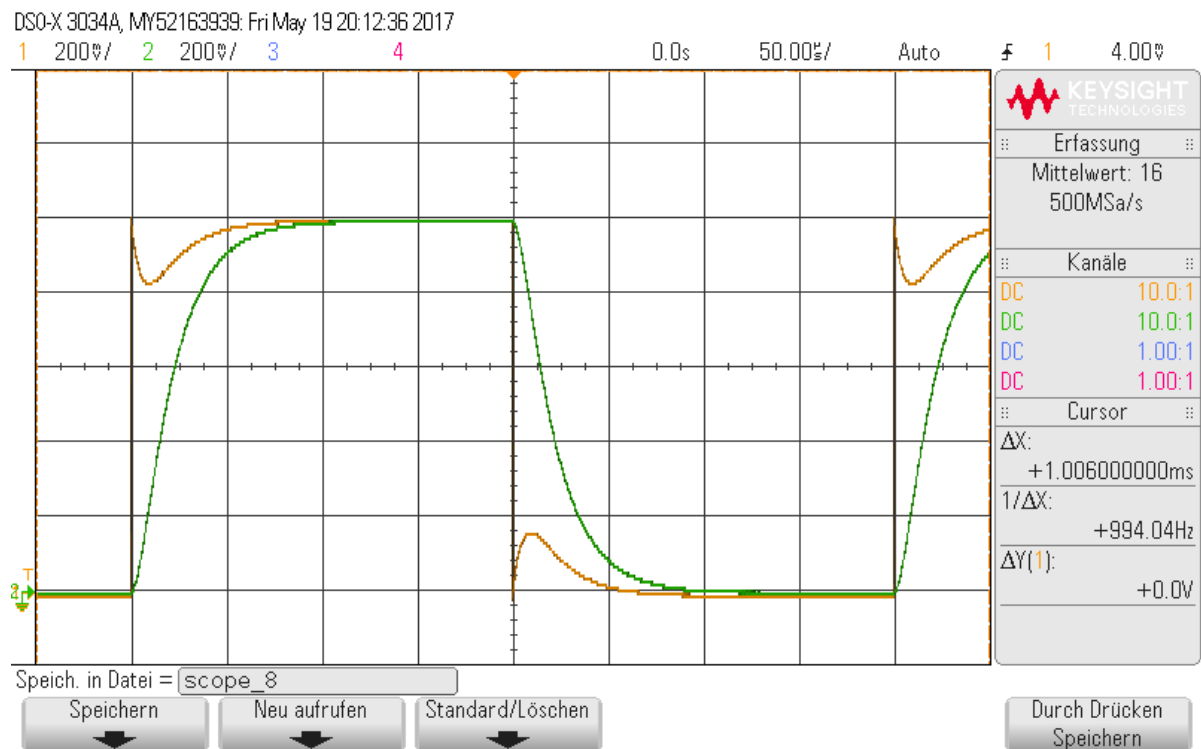


Abbildung 13: Sprungantwort mit  $R = 180\Omega$ ,  $U_e$  (gelb),  $U_a$  (grün)

Mit dem größeren Widerstand, steigt die Ausgangsspannung relativ schnell an, es kommt jedoch nicht zu überschwingungen  $\Rightarrow$  Filter kritisch gedämpft.

### 3.6 Bodediagramm $R = 180\Omega$

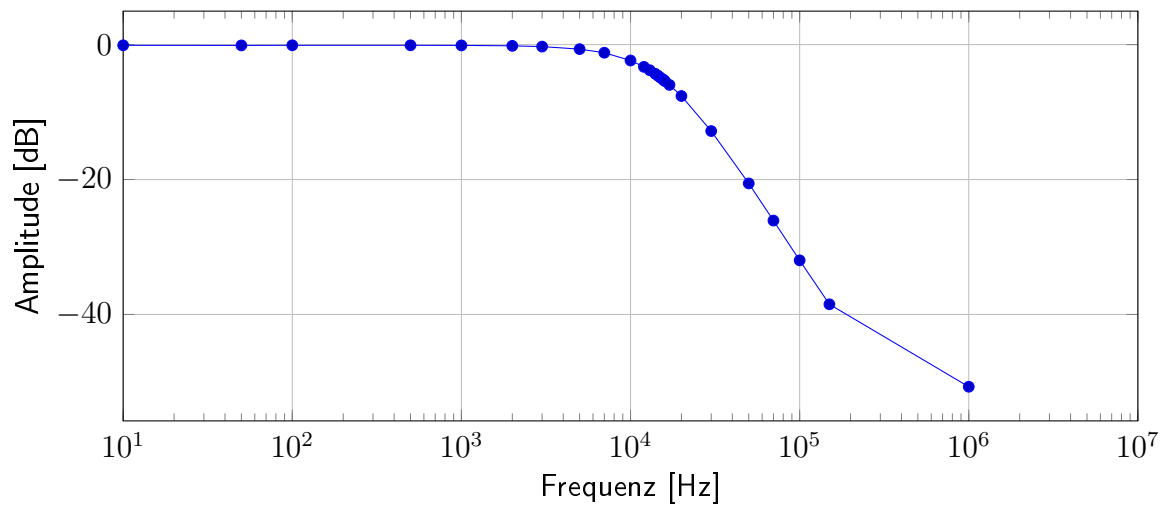


Abbildung 14: Bode Diagramm RLC-Tiefpass,  $R = 180\Omega$ , Amplitudengang

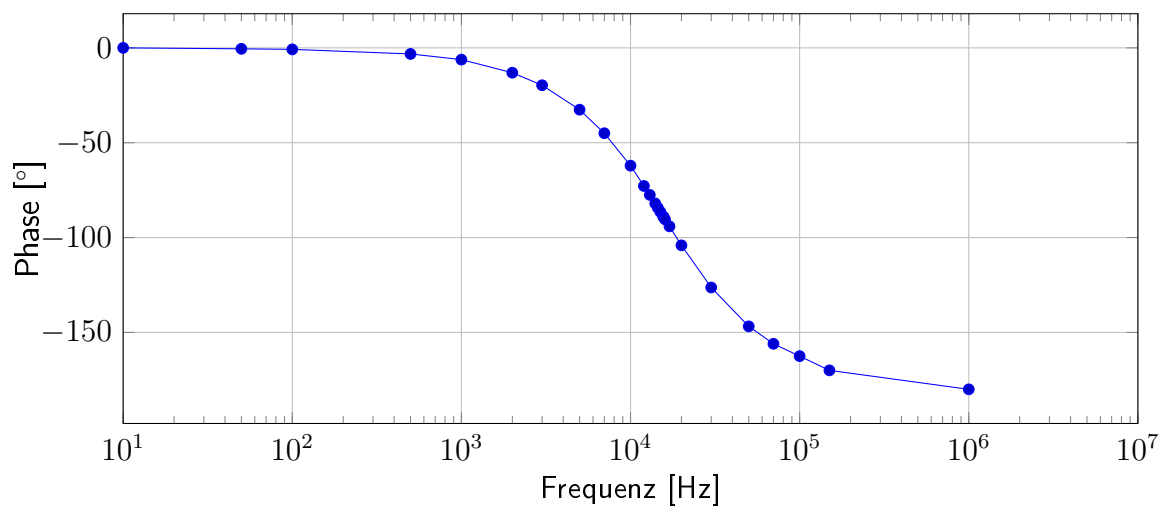


Abbildung 15: Bode Diagramm RLC-Tiefpass,  $R = 180\Omega$ , Phasengang

Da es sich hier um einen Filter mit kritischer Dämpfung handelt, beginnt die Dämpfung, kurz vor der Grenzfrequenz. Bei  $-90^\circ$  Phasenverschiebung wurde eine Dämpfung von -5dB gemessen. Ab der Grenzfrequenz beträgt die Filtersteilheit  $-40dB/Dec$ .

### 3.7 Sprungantwort $R = 1k\Omega$

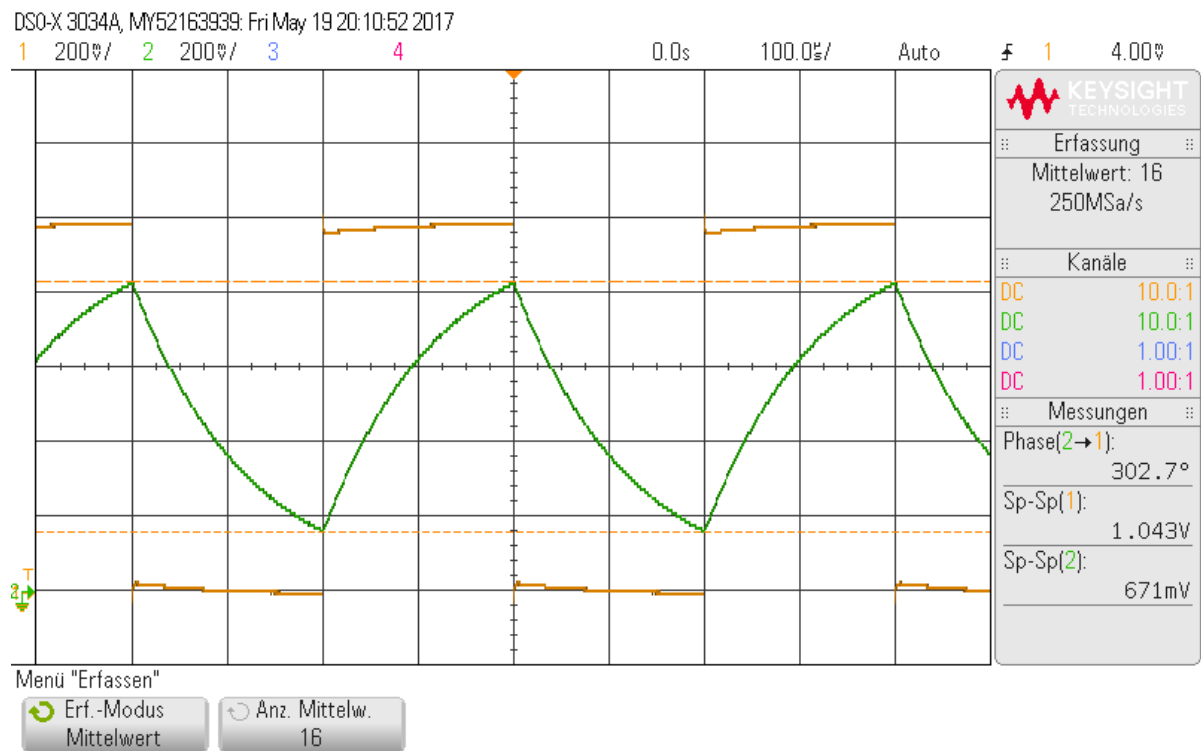


Abbildung 16: Sprungantwort mit  $R = 1k\Omega$ ,  $U_e$  (gelb),  $U_a$  (grün)

Mit einem großen Widerstand von  $R = 1k\Omega$  ist die Zeitkonstante  $\tau$  sehr groß, d.h. der Filter braucht sehr lange bis der Endwert erreicht wird.

### 3.8 Bodediagramm $R = 1k\Omega$

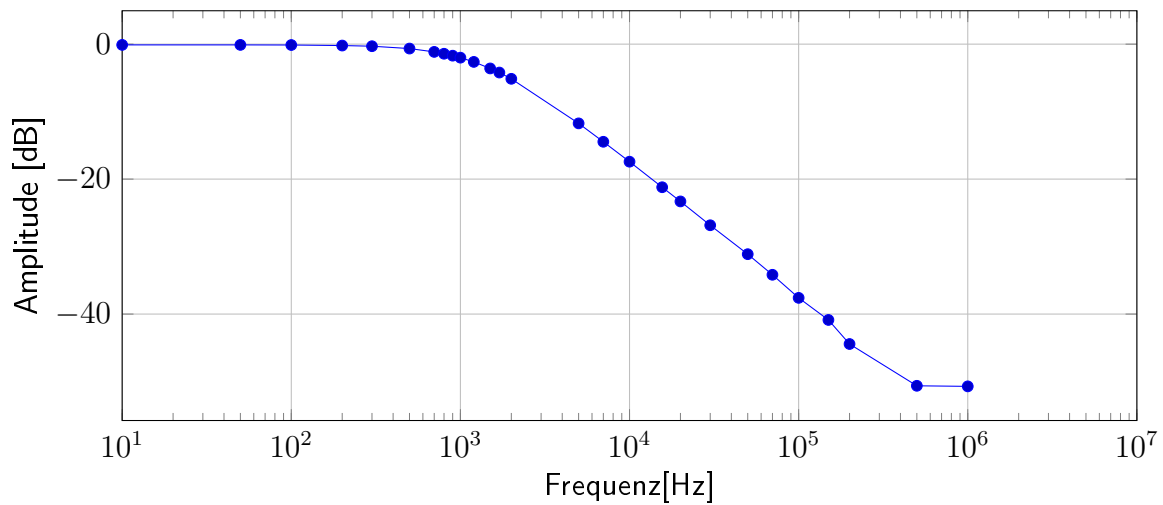


Abbildung 17: Bode Diagramm RLC-Tiefpass,  $R = 1k\Omega$ , Amplitudengang

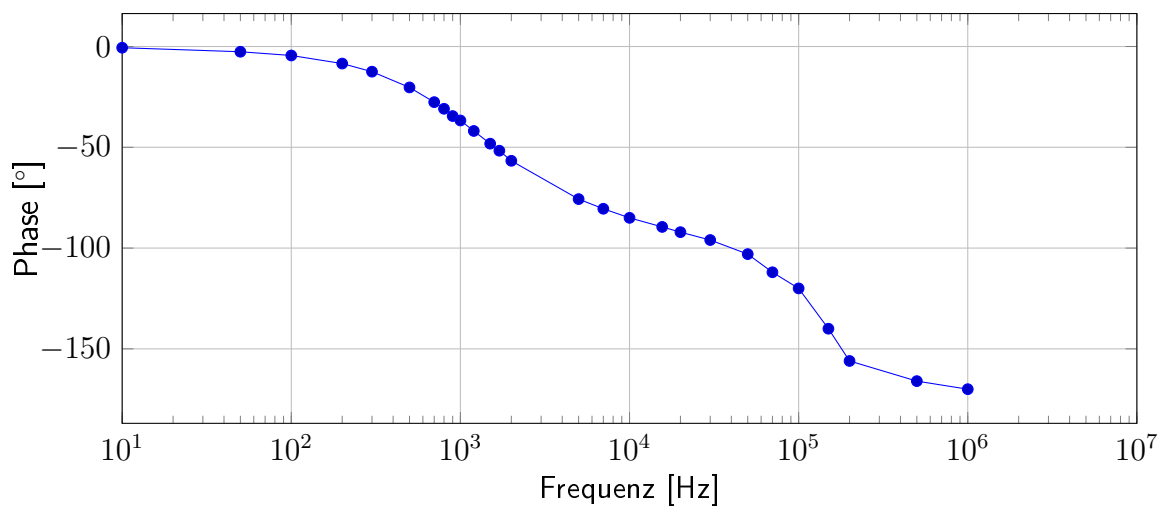


Abbildung 18: Bode Diagramm RLC-Tiefpass,  $R = 1k\Omega$ , Phasengang

Dieses schlechte Dämpfungsverhalten, welches bereits in der Sprunganwort zu erkennen war, zeichnet sich auch im Bodediagramm ab. Der Filter beginnt bereits sehr früh zu dämpfen, jedoch beträgt die Filtersteilheit nur  $-20\text{dB/Dec}$ . Dies liegt daran, dass nur der RC-Teil aktiv ist. Die Grenzfrequenz des RL-Teils liegt weit darüber, bei ca.  $150k\text{Hz}$ . Dieser Knick ist allerdings im Amplitudengang nur mehr sehr schlecht zu erkennen, da bei dieser hohen Frequenz das Ausgangssignal bereits so stark gedämpft wurde, dass keine vernünftigen Messergebnisse mehr aufgenommen werden konnten. Im Phasengang, ist die Drehung von  $-90^\circ$  auf  $-180^\circ$  bei ca.  $150k\text{Hz}$  zu erkennen.

Grenzfrequenz des RC-Teiles:  $f_g = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi * 1k\Omega * 100nF} = 1591Hz$

Grenzfrequenz des LC-Teiles:  $f_g = \frac{R}{2\pi L} = \frac{1k\Omega}{2\pi * 1mH} = 159155Hz$

### 3.9 Pol- Nullstellendiagramm

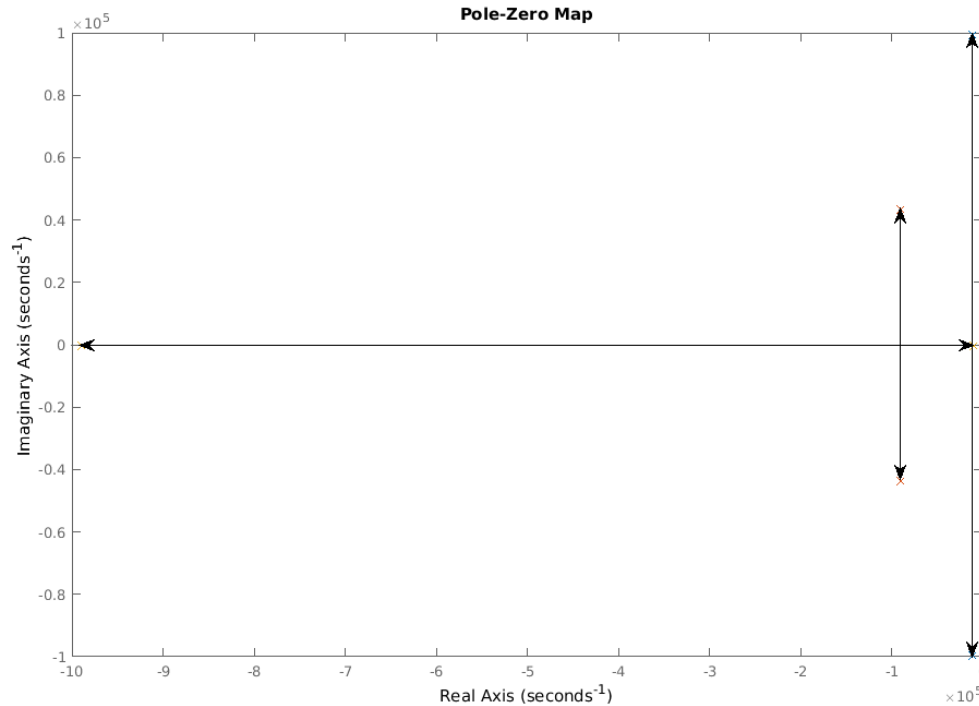


Abbildung 19: Pol- Nullstellen Diagramm

Das Diagramm zeigt die Polstellen der verschiedenen Messungen. Die orangen Punkte, mit Imaginärwert 0, sind vom  $1k\Omega$  Widerstand, die roten Punkte, bei  $40kHz$ , vom  $180\Omega$  Widerstand und die blauen Punkte, Realwert 0, sind vom  $22\Omega$  Widerstand.

### 3.10 Vergleich: Messung und Simulationen

Die Messungen stimmen bis auf kleine Bauteil- und Messungenauigkeiten mit den Simulationen überein.

Die Messungen der Ausgangssingale im hochfrequenten Bereich ( $> 100kHz$ ) sind im Vergleich zu den Simulationen sehr ungenau, da das Signal bereits zu stark gedämpft ist.





## 4 Messwerte

RC-Tiefpass				
Frequenz	Ue	Ua	Phi	dB
10	1.011	1	0.32	-0.09502311182002
50	1.012	1	-0.3	-0.103610250075607
100	1.012	1	-0.4	-0.103610250075607
500	1.011	1	-0.6	-0.09502311182002
1000	1.01	1	-1.17	-0.086427475652852
2000	1.008	1.013	-1.3	0.042978265015479
3000	1.003	1.029	-2.4	0.222288834840296
5000	0.98	1.077	-4.8	0.819792552109734
7000	0.941	1.154	-7	1.77232370784911
1.00E+04	0.812	1.318	-14.1	4.20718762033632
1.20E+04	0.645	1.421	-24.3	6.86068726584404
1.30E+04	0.534	1.46	-32.9	8.73623197511761
1.40E+04	0.424	1.451	-48	10.6860311169001
1.45E+04	0.376	1.433	-58.6	11.6211669093937
1.50E+04	0.345	1.403	-72	12.1847715191017
1.52E+04	0.338	1.391	-77.8	12.2882085942878
1.55E+04	0.333	1.376	-86.7	12.3234840078635
15580	0.333	1.347	-90	12.1384672443333
15700	0.334	1.349	-92.5	12.1253096572068
1.60E+04	0.34	1.32	-101.2	11.7819002832719
1.70E+04	0.398	1.214	-124.5	9.68671229331102
2.00E+04	0.627	0.884	-152.3	2.98369448364713
3.00E+04	0.902	0.34	-191.3	-8.47455240999373
5.00E+04	0.982	0.112	-187	-18.8578693023354
7.00E+04	1	0.053	-175	-25.5144826079842
1.00E+05	1.012	0.027	-178	-31.4763349668959
1.00E+06	1.031	0.002	-180	-54.2445733923907

RLC-Tiefpass 22				
Frequenz	Ue	Ua	Phi	dB
10	1.011	1	0.32	-0.09502311182002
50	1.012	1	-0.3	-0.103610250075607
100	1.012	1	-0.4	-0.103610250075607
500	1.011	1	-0.6	-0.09502311182002
1000	1.01	1	-1.17	-0.086427475652852
2000	1.008	1.013	-1.3	0.042978265015479
3000	1.003	1.029	-2.4	0.222288834840296
5000	0.98	1.077	-4.8	0.819792552109734
7000	0.941	1.154	-7	1.77232370784911
1.00E+04	0.812	1.318	-14.1	4.20718762033632
1.20E+04	0.645	1.421	-24.3	6.86068726584404
1.30E+04	0.534	1.46	-32.9	8.73623197511761
1.40E+04	0.424	1.451	-48	10.6860311169001
1.45E+04	0.376	1.433	-58.6	11.6211669093937
1.50E+04	0.345	1.403	-72	12.1847715191017
1.52E+04	0.338	1.391	-77.8	12.2882085942878
1.55E+04	0.333	1.376	-86.7	12.3234840078635
15580	0.333	1.347	-90	12.1384672443333
15700	0.334	1.349	-92.5	12.1253096572068
1.60E+04	0.34	1.32	-101.2	11.7819002832719
1.70E+04	0.398	1.214	-124.5	9.68671229331102
2.00E+04	0.627	0.884	-152.3	2.98369448364713
3.00E+04	0.902	0.34	-191.3	-8.47455240999373
5.00E+04	0.982	0.112	-187	-18.8578693023354
7.00E+04	1	0.053	-175	-25.5144826079842
1.00E+05	1.012	0.027	-178	-31.4763349668959
1.00E+06	1.031	0.002	-180	-54.2445733923907

RLC-Tiefpass 1k				
Frequenz	Ue	Ua	Phi	dB
10	1.011	0.998	-0.6	-0.112412286072598
50	1.011	0.998	-2.6	-0.112412286072598
100	1.011	0.996	-4.46	-0.129836343346046
200	1.011	0.987	-8.46	-0.208680058427286
300	1.008	0.973	-12.49	-0.306953836823091
500	1.005	0.932	-20.3	-0.655002988050525
700	1.001	0.877	-27.6	-1.14868968226556
800	0.999	0.848	-30.9	-1.42339271938537
900	0.996	0.818	-34.5	-1.71012069504751
1000	0.995	0.79	-36.7	-2.00391978910568
1.20E+03	0.991	0.732	-41.9	-2.63125146853767
1500	0.987	0.652	-48.2	-3.60139113875433
1700	0.984	0.606	-51.7	-4.21044948530111
2.00E+03	0.981	0.543	-56.7	-5.13738355582203
5.00E+03	0.97	0.251	-75.7	-11.7419602557041
7.00E+03	0.968	0.183	-80.5	-14.4684853515593
1.00E+04	0.966	0.13	-85	-17.4206754821731
1.56E+04	0.965	0.084	-89.5	-21.2049605456382
2.00E+04	0.966	0.066	-92.1	-23.3086638174725
3.00E+04	0.967	0.044	-96	-26.8394759519363
5.00E+04	0.972	0.027	-103	-31.1260500153457
7.00E+04	0.972	0.019	-112	-34.1782532794689
1.00E+05	0.986	0.013	-120	-37.5986712526875
1.50E+05	0.995	0.009	-140	-40.871611426128
2.00E+05	1	0.006	-156	-44.4369749923271
5.00E+05	1.02	0.003	-166	-50.6295783408451
1.00E+06	1.03	0.003	-170	-50.7143193997102

RL-Hochpass				
Frequenz	Ue	Ua	Phi	dB
10	0.482	0.016	-1	-29.5785411116585
50	0.475	0.013	13.2	-31.2550051463606
100	0.48	0.015	25	-30.1029995663981
200	0.48	0.019	44	-28.0497527284552
300	0.48	0.024	54	-26.0205999132796
500	0.48	0.037	64	-22.2139659498738
700	0.48	0.05	68	-19.6454246607914
1000	0.485	0.07	70	-16.8128739717601
2000	0.49	0.135	68	-11.1972462306701
3000	0.516	0.198	63	-8.3196902273136
5000	0.557	0.317	52	-4.89591865911955
7000	0.6	0.421	43	-3.07738309095951
7480	0.62	0.445	42	-2.88063357034645
8000	0.633	0.468	40.2	-2.62315713886462
1.00E+04	0.68	0.551	34.1	-1.82714627708903
2.00E+04	0.854	0.795	19.4	-0.621814840650695
3.00E+04	0.924	0.891	13.2	-0.315885343664094
5.00E+04	0.977	0.96	8.6	-0.152466613584094
7.00E+04	0.996	0.984	6.1	-0.105284799847145
1.00E+05	1.009	1.001	4.7	-0.06914177151838
1.00E+06	1.031	1.027	0	-0.033764433724767
1.00E+07	1.087	1.105	-5	0.1426546786967

RLC-Tiefpass 180				
Frequenz	Ue	Ua	Phi	dB
10	1.011	0.999	0	-0.103713347300374
50	1.012	0.998	-0.5	-0.120999424328184
100	1.012	1	-0.8	-0.103610250075607
500	1.009	0.997	-3.2	-0.103920158505095
1.00E+03	1.006	0.992	-6.2	-0.121726171314599
2000	0.994	0.973	-13.1	-0.185470882579228
3000	0.976	0.943	-19.7	-0.298762498587268
5000	0.927	0.858	-32.6	-0.671848925915834
7000	0.878	0.764	-45	-1.20802314660825
1.00E+04	0.824	0.628	-62.1	-2.35935135919839
1.20E+04	0.803	0.549	-72.8	-3.30286401657178
1.30E+04	0.796	0.514	-77.5	-3.79899897484787
1.40E+04	0.793	0.482	-82	-4.32452298157509
1.45E+04	0.791	0.466	-84.3	-4.59581133615353
1.50E+04	0.791	0.451	-86.4	-4.87999883239432
1.56E+04	0.79	0.435	-88.9	-5.18275668671608
15700	0.79	0.431	-89.2	-5.2629964225942
1.60E+04	0.79	0.423	-90.4	-5.42573447830798
1.70E+04	0.792	0.398	-94.1	-5.97684219031611
2.00E+04	0.801	0.333	-104.1	-7.62376565155836
3.00E+04	0.853	0.195	-126.3	-12.8182883961001
5.00E+04	0.93	0.087	-146.8	-20.5792739187063
7.00E+04	0.967	0.048	-156	-26.0837047341483
1.00E+05	0.993	0.025	-162.5	-31.9801847964669
1.50E+05	1.009	0.012	-170	-38.4941984037857
1.00E+06	1.03	0.003	-180	-50.7143193997102

