

Tes 4

Saturday, March 30, 2019 4:43 PM

- Sebuah lubang hitam supermasif memiliki massa $150 \times 10^6 M_{\odot}$ berada pada jarak 20 kpc. Tentukan panjang fokus teleskop minimum yang bisa digunakan supaya lubang hitam ini bisa terpotret dengan baik dan membentang di sensor kamera sepanjang 2 mm.

$$\begin{aligned}
 M_{\text{SMBH}} &= 150 \times 10^6 M_{\odot} \\
 d &= 20 \text{ kpc} \\
 f &= \dots \rightarrow l = 2 \text{ mm}
 \end{aligned}
 \quad \left| \quad
 \begin{aligned}
 R_{\text{SC}} &= \frac{2 G M_{\text{SMBH}}}{c^2} \\
 &= \frac{2 (6.673 \times 10^{-11}) (150 \times 10^6) (1.989 \times 10^{30})}{(3 \times 10^8)^2} \text{ m} \\
 &= 4.424 \times 10^{11} \text{ m} \\
 &= 2.958 \text{ AU}
 \end{aligned}$$



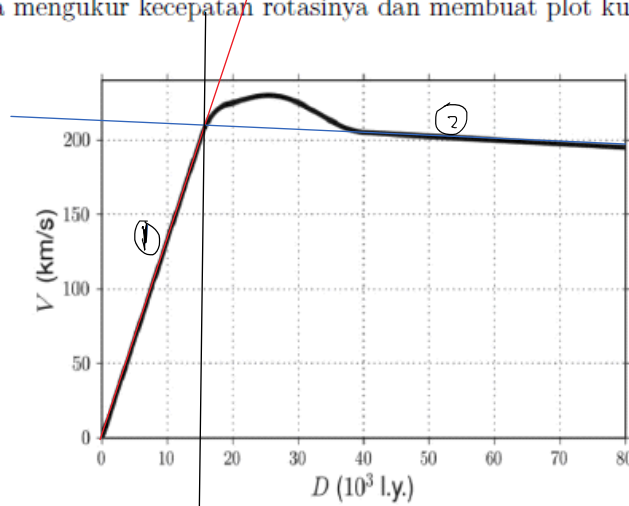
$$\begin{aligned}
 \theta &= \frac{2 R_{\text{SC}}}{d} \times 206265 \\
 &= \frac{2 \cdot 2.958}{20 \times 10^3 \times 206265} \times 206265 \text{ arcsec}
 \end{aligned}$$

$$\theta = 2.958 \times 10^{-4} \text{ arcsec} / 2 \text{ mm di kamera}$$

$$\theta \text{ w/ 1 mm} \Rightarrow \frac{2.958 \times 10^{-4} \text{ arcsec}}{2} = \text{PS}$$

$$\begin{aligned}
 \text{PS} &= \frac{206265}{f} = \frac{2.958 \times 10^{-4}}{2} \\
 f &= \frac{2 \times 206265}{2.958 \times 10^{-4}} \text{ mm} \\
 &= 1.39 \dots \times 10^9 \text{ mm} \approx \underline{\underline{1394.62 \text{ km}}}
 \end{aligned}$$

2. Astronom mempelajari sebuah galaksi spiral yang memiliki inklinasi 90° dan terang semu 8.5. Mereka mengukur kecepatan rotasinya dan membuat plot kurva rotasinya.



Gambar 1: Kurva rotasi galaksi

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad V(D) &= \frac{215}{15} D \quad \text{for } 0 < D < 15 \\ \textcircled{2} \quad V(D) &= -\frac{15}{55} D + 215 \quad \text{for } D > 15 \\ a) \quad V(D) &= \begin{cases} \frac{215}{15} D & ; 0 < D < 15 \\ -\frac{15}{55} D + 215 & ; D > 15 \end{cases} \end{aligned}$$

- (a) Buat fungsi yang terdiri dari dua persamaan garis lurus untuk mendekati kurva rotasi galaksi pada gambar di atas.
- (b) Dengan menggunakan data yang sama, astronom ini memperkirakan bahwa periode rotasi dari gelombang tekanan pada piringan galaksi (P_{wave}) adalah setengah dari periode rotasi dari massa piringan galaksi (P_{mass}). Tentukan periode yang diperlukan satu lengan spiral galaksi (P_{spiral}) untuk mengelilingi pusat galaksinya. (Petunjuk: kecepatan sudut spiral merupakan selisih kecepatan sudut tercepat dan terlambat pada gelombang tekanan pada piringan galaksi)

b)

$$P_{\text{wave}} = \frac{1}{2} P_{\text{mass}} \quad \left| \quad P = \frac{2\pi}{\omega} \quad \begin{cases} P_{\text{wave}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{wave}}} \\ P_{\text{mass}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{mass}}} \end{cases}$$

$$P_{\text{spiral}} = ?$$

$$\frac{2\pi}{\omega_{\text{wave}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega_{\text{mass}}} \quad \left| \quad \omega = \frac{V}{R} \rightarrow \omega = \frac{V(D)}{D}$$

$$\omega_{\text{wave}} = 2 \omega_{\text{mass}}$$

$$\omega_{\text{wave}} = 2 \frac{V(D)}{D}$$

$$\omega_{\text{spiral}} = \omega_{\text{wave}} \Big|_{D=15} - \omega_{\text{wave}} \Big|_{D=80}$$

$$= 2 \frac{V(D)}{D} \Big|_{D=15} - 2 \frac{V(D)}{D} \Big|_{D=80} \quad ; V(D) = -\frac{15}{55} D + 215$$

$$= 2 \left[\frac{1}{15} \left(-\frac{15}{55}(15) + 215 \right) - \frac{1}{80} \left(-\frac{15}{55}(80) + 215 \right) \right]$$

$$\omega_{\text{spiral}} = 2 \left[\left(-\frac{15}{55} + \frac{215}{15} \right) - \left(-\frac{15}{55} + \frac{215}{80} \right) \right] = 2 \left[\left(-\frac{15}{55} + \frac{215}{1.42 \times 10^4} \right) - \left(-\frac{15}{55} + \frac{215}{7.57 \times 10^4} \right) \right]$$

$$\omega_{\text{spiral}} = 2 \left[\frac{215}{1.42 \times 10^4} - \frac{215}{7.57 \times 10^4} \right]$$

Ubah ke km

$$15 \text{ kly} = 15 \times 10^3 \times 365,25 \times 24 \times 3600 \times 3 \times 10^5 \text{ km} = 2,46 \times 10^{15} \text{ rad/s}$$

$$= 1.42 \times 10^{17} \text{ km}$$

$$80 \text{ kly} = 80 \times 10^3 \times \frac{\text{light year}}{1}$$

$$= 7.57 \times 10^{17} \text{ km}$$

$$\omega_{\text{spiral}} = 2.46 \times 10^{-15} \text{ rad/s}$$

$$P_{\text{spiral}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{spiral}}} = \frac{2\pi}{2.46 \times 10^{15}} \quad \text{S}$$

$$P_{\text{spine}} = 2.55 \times 10^{15} \text{ S}$$

$$P_{\text{spiral}} = 8.09 \times 10^7 \text{ tahun}$$