

Baccalauréat 2011 session Complémentaire

Exercice 1 (3 points)

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte

1) Soit f une fonction définie et continue sur \mathbb{R} vérifiant pour tout x , réel $f(4-x) + f(x) = 8$

et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$, soit (C) la courbe de f dans un repère orthonormé .

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La courbe (C) admet	Un centre de symétrie $\Omega(-2, 4)$	Un centre de symétrie $\Omega(2, 4)$	Un axe de symétrie d'équation $x=2$
2	La courbe (C) admet une asymptote d'équation	$x = 5$	$Y = 5$	$Y=5x$
3	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ égale	-5	3	$-\infty$
4	Si f est strictement croissante sur l'intervalle $[2, +\infty[$, alors elle est	Croissante sur \mathbb{R}	Décroissante sur $]-\infty, 2]$	Non monotone sur \mathbb{R}

2) Une usine produit des bouteilles de 75 cl d'eau minérale . Soit X la variable aléatoire ayant pour valeurs les quantités possibles d'eau dans une bouteille expérimentée en centilitre. On note p_i la probabilité que la quantité d'eau dans une bouteille soit x_i centilitres. On donne le tableau suivant :

x_i	74,8	74,9	75	75,1	75,2
p_i	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{1}{20}$

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Si on choisit au hasard une bouteille ,la probabilité qu'elle soit au moins 75 cl est :	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$
2	L'espérance mathématique de la variable X est égale à	75,001	75	74,99

Recopie sur la feuille et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.

Question	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (4 points)

Pour tout nombre complexe z on pose $f(z) = z^2 - 2z$

1a) Calculer $f(a)$ et $f(b)$

b) En déduire les solutions, dans \mathbb{C} , des équations $z^2 - 2z + 2 = 0$ et $z^2 - 2z + 4 = 0$

2. On pose $c = ab = (1+i)(1+i\sqrt{3})$

a) Écrire a et b sous forme trigonométrique et exponentielle.

b) Écrire a et b sous forme algébrique et exponentielle

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$

Exercice 3 (4 points)

On définit une suite (U_n) pour tout entier naturel non nul n par : $U_n = \frac{n^2}{2^n}$

1.a) Calculer les termes : U_2 ; U_3 ; U_4 et U_5

b) Montrer que (U_n) est positive, non monotone et quelle est ni arithmétique, ni géométrique.

2.a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n on a : $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{1}{2} \left(\frac{n+1}{n} \right)^2$

b) Prouver, pour tout entier naturel $n \geq 5$, on a : $0 < \frac{U_{n+1}}{U_n} \leq \frac{3}{4}$

3.a) Déterminer le sens de variation de la suite (U_n) à partir du rang 5

b) Que peut-on en déduire pour la suite ?

4.a) Montrer que pour tout naturel $n \geq 5$, on a : $0 < U_n < \frac{25}{32} \left(\frac{3}{4} \right)^{n-5}$

b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

Exercice 3 (9 points)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 2x - 1 + \ln x$

Soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

2.a) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f

b) Démontrer que f réalise une bijection de $]0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

c) Dresser le tableau de variation de f^{-1} réciproque de f

3. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α . Vérifier que $0,6 < \alpha < 0,7$

4a) Préciser les points de (C) en lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y=3x$

b) construire la courbe (C) .

5a) En utilisant une intégration par parties, calculer $\int_{\alpha}^1 \ln t dt$

b) En déduire, en fonction de α , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \alpha$ et $x = 1$

6. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x - 1 + 2e^x$. Soit Γ sa courbe représentative dans le repère précédant

a) En utilisant le tableau de variation de f , dresser le tableau de variation de g .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} (g(x) - (x-1))$ et interpréter graphiquement.

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

d) Déterminer en fonction de α l'abscisse du point d'intersection de la courbe Γ de g avec l'axe des abscisses

e) Construire Γ