

Baccalauréat 2010 session Normale

Exercice 1(3points)

On considère une fonction f dérivable sur son domaine de définition D_f de dérivée f' . Son tableau de variation est donné ci-dessous. On nomme (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	-3	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Pour chaque question, parmi les réponses proposées une seule réponse est exacte

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	L'ensemble de définition de f est :	$\mathbb{R} \setminus \{-2\}$	$\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
2	L'équation $f(x)=0$ admet dans D_f exactement	3 solutions	2 solutions	1 solution
3	La courbe (C) admet une asymptote d'équation	$x = 1$	$x = -2$	$y = -2$
4	La fonction f est une fonction	Paire	Impaire	ni paire ni impaire
5	L'équation de la tangente à (C) au point d'abscisses $x_0 = 1$ est	$x = 1$	$y = 0$	$y = -4$

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-dessous. Aucune justification n'est demandée.

N° question	1	2	3	4	5
Réponse Exacte					

Exercice 2 (4points)

Pour tout nombre z on pose : $p(z) = z^3 - z^2 - 4z - 6$

1°) a) Calculer $p(3)$

b) Déterminer les réels a, b tels que pour tout z on a $p(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$

c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $p(z) = 0$

2°) On considère dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ les points A, B, C et D d'affixes respectifs $Z_A = 3 + 2i; Z_B = -1 + i; Z_C = -1 - i$ et $Z_D = 3$

a) Placer les points A, B, C et D dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$

b) Comparer l'affixe du milieu de [AC] à celle du milieu de [BD]

c) En déduire la nature du quadrilatère ABCD

d) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixes z telle que :

$$|z - 3| = |z + 1 - i|$$

Exercice 3 (4points)

On considère la suite numérique (U_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par :

$$U_n = \frac{n^2 + n + 1}{n(n + 1)}$$

- 1a) Calculer u_1, u_2 et u_3
 b) Justifier que la suite (U_n) ;
 n'est pas arithmétique, n'est pas géométrique ; est convergente.
 2°) pour tout entier $n \geq 1$ on pose : $v_n = \frac{n^2-1}{n}$

- a) Montrer que : $U_n = V_{n+1} - V_n$
 b) En déduire l'expression de la somme $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ en fonction de n
 3) Pour tout entier $n \geq 2$ on pose $w_n = \ln V_n$ et $s'_n = W_2 + W_3 + \dots + W_n$
 Démontrer que $S'_n = \ln \left[\frac{(n+1)!}{2n} \right]$

Exercice 4 (9points)

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = x + 2 + e^x$ soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm

- 1a) Calculer les limites de $f(x)$ en $-\infty$ et $+\infty$
 b) Calculer et donner une interprétation graphique de $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x + 2))$ et

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

- 2) Dresser le tableau de variation de f
 3°) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J que l'on déterminera
 4°) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α puis vérifier que $-2,5 < \alpha < -2$
 5°) Construire (C) et (C') représentant respectivement la fonction f et sa réciproque f^{-1} dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$
 6a) Déterminer la primitive F de f qui vérifie $F(0) = 0$
 Soit $A(\alpha)$ l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = \alpha$ et $x = 0$

- b) Calculer $A(\alpha)$ en fonction de α . Montrer que $A(\alpha) = \frac{6-2\alpha-\alpha^2}{2}$

- 7a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = \alpha$

b) Vérifier que $(f^{-1})'(0) = \frac{-1}{\alpha+1}$

- 8) On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln(x + 2 + e^x)$

- a) Déterminer l'ensemble de définition de g
 b) Dresser le tableau de variation de g
 c) Construire la courbe (Γ) de g dans un nouveau repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

FIN