République Islamique de Mauritanie Ministère de l'Education Nationale et de la Réforme du Système Educatif Direction des Examens et des Concours

### BACCALAUREAT 2024 Session Complémentaire **Epreuve: MATHEMATIQUES**

Séries: C& TMGM Coefficient: 9 & 6 Durée: 4h

#### Exercice 1 (3 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé (0; i, j, k) on considère les vecteurs  $\vec{u}(5;-2;0)$  et  $\vec{n}(2;5;1)$  et le point A(2;4;2).

- 1.a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite passant par A et de vecteur directeur ü
- 0.5pt
- b) Déterminer une équation du plan P passant par A et de vecteur normal n.
- 0.75pt

2. Soit O le plan d'équation z-2=0

- 0.5pt
- a) Montrer que si le point M(x,y,z) appartient aux plans P et Q alors 2x + 5y = 24b) Résoudre l'équation 2x + 5y = 24 où x et y sont des entiers relatifs.
- 0.75pt
- c) Déduire que parmi les points d'intersection de P et Q, il y a exactement trois points dont les coordonnées sont des entiers naturels.
- 0.5pt

## **♦** Exercice 2 (4 points)



Soit f la fonction définie par f(0) = 0 et  $\forall x \in ]0; +\infty[$ ,  $f(x) = x^2(1 - \ln x)$  et soit  $(\Gamma)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O:i,i).

0.75pt

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0 .

1pt

 $\sqrt{2.a}$ ) Calculer  $\lim_{x \to +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis interpréter graphiquement.

- 0.75pt
- b) Calculer f'(x),  $\forall x \in ]0; +\infty[$  et dresser le tableau de variation de f. 3. Déterminer les points d'intersection de  $(\Gamma)$  avec l'axe (Ox) puis construire  $(\Gamma)$
- 0.75pt
- 4.a) Soit h la restriction de f sur l'intervalle  $\sqrt{e}$ ; + $\infty$ , montrer que h admet une réciproque
- 0.25pt
- b) Dresser le tableau de variation de h<sup>-1</sup>, réciproque de h, puis construire sa courbe dans le repère précèdent. (AT) (II)=

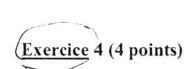
0.5pt

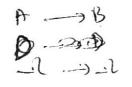
1pt

### Exercice 3 (5 points)

ABC est un triangle rectangle isocèle en A, direct et soient I, J et K et les milieux respectifs de [BC], [CA] et [AB]. Soit r la rotation de centre I transformant J en K.

- 1. Faire une figure illustrant les données de l'exercice. 0.5pt 2. a) Déterminer une mesure de l'angle de r et montrer que r(A) = B. 1pt b) On pose  $f = r \circ t_{\overline{x_1}}$ . Déterminer f(K) puis déterminer et caractériser f. 1pt 3. Soit  $S = h \circ r$  où h est l'homothétie de centre B et de rapport 2.
- a) Montrer que S est une similitude directe, puis déterminer son rapport et une mesure de son angle.
- b) Déterminer S(A), S(I) et S(J). 0.75pt 0.75pt
- c) Exprimer le centre  $\Omega$  de S comme barycentre de A, B et C. Placer  $\Omega$  sur la figure.





$$\begin{array}{ccc} BD = VAC \\ D & \rightarrow -1 \\ BD - VAC = 0 \end{array}$$

done IA = KAB

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O; ü, v).

On considère l'équation (E) :  $z^2 - 4z + 4(1 + \cos^2 \alpha) = 0$ , avec  $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 

-1A-11.21B=0

1. Résoudre, dans  $\mathbb{C}$ , l'équation (E) (on note  $z_1$  et  $z_2$  les solutions de cette équation avec  $Im(z_1) > Im(z_1)$ 

0.5pt

2. Dans la suite de l'exercice, on suppose que  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  et on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives  $z_A = z_1$ ,  $z_B = z_2$ ,  $z_C = 5 + 2i$  et  $z_D = -1 - 2i$ .

a) Déterminer, suivant les valeurs du réel k, l'ensemble  $\Gamma_k$  de points M du plan tel que  $2MO^2 + MA^2 - MB^2 = k$ 

0.5pt

b) Déterminer l'ensemble  $\Delta$  de points M du plan tel que  $2MO^2 - MA^2 - MB^2 = -10$ 

0.5pt

3. Soient a, b et c trois réels et H l'hyperbole d'équation  $x^2 + ay^2 + bx + c = 0$  qui passe par les points A, C et D.

a + 2b + c = -4a) Montrer que le triplet (a,b,c) vérifie le système  $\{4a+5b+c=-25$ 

0.5pt

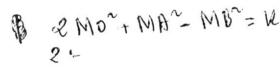
b) Résoudre le système et donner l'équation réduite de H.

1pt

c) Déterminer le centre, les sommets, l'excentricité et les asymptotes de H

1pt

# Exercice 5 (4 points)



Pour tout entier naturel n non nul, on définit la fonction  $f_n(x) = \frac{e^{-x}}{(2-x)^n}$  sur  $]-\infty,2[$  et soit  $(C_n)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(0; \vec{i}, \vec{j})$ 

1.a) Montrer que  $\lim_{x\to -\infty} f_n(x) = +\infty$  puis calculer et interpréter graphiquement  $\lim_{x\to 2^-} f_n(x)$ .

1pt

b) Montrer que  $\forall x < 2$ ,  $f_n'(x) = \frac{e^{-x}(x-2+n)}{(2-x)^{n+1}}$  et dresser le tableau de variation de  $f_n$ 

0.75pt

c) Etudier la position relative des courbes (C<sub>n</sub>) et (C<sub>n+1</sub>)

0.5pt

2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose  $I_n = \int_{-1}^1 f_n(x) dx$  et  $S_n = \sum_{n=0}^\infty (k-2) I_k$ 

a) Justifier que  $\lim_{n \to \infty} I_n = 0$ 

b) Montrer que  $\forall x < 2$ ,  $f_n'(x) = -f_n(x) + nf_{n+1}(x)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ 

0.25pt 0.25pt

c) Déduire que  $\forall n \in \mathbb{N}^r$ ,  $nI_{n+1} - I_n = \frac{1}{e} - \frac{e}{3^n}$ 

0.5pt

d) Justifier que  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ,  $S_n = -I_n + \frac{n-1}{e} + \frac{e}{2} \left( \frac{1}{3^{n-1}} - 1 \right)$ . En déduire  $\lim_{n \to +\infty} S_n$  et  $\lim_{n \to +\infty} \frac{S_n}{n}$ .

0.75pt

Fin.