

# *Chimie*



**Première partie**

# **Cinétique chimique**



## Notions générales

### *Transformation chimique*

Une transformation chimique a lieu chaque fois qu'une nouvelle espèce chimique est produite ou chaque fois qu'une espèce chimique disparaît. Une espèce chimique qui apparaît s'appelle produit.

Une espèce chimique qui disparaît totalement ou partiellement s'appelle réactif.

### *Définition du système chimique*

On appelle système chimique, l'ensemble des espèces chimiques présentes lors de la transformation chimique.

### *Les trois étapes d'une transformation chimique*

Une expérience mettant en jeu une transformation chimique se déroule en trois étapes :

- La préparation (mélange des réactifs s'il y a plusieurs réactifs, dissolution éventuelle dans un solvant, chauffage si c'est nécessaire...).
- Le déroulement de la transformation, pendant lequel les réactifs disparaissent et les produits apparaissent.
- L'arrêt de la transformation, qui a lieu dès qu'un des réactifs a totalement disparu, même si d'autres réactifs sont encore présents.

### *Etat initial, état final*

On appelle état initial du système chimique, l'état de ce système à la fin de la première étape.

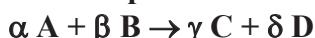
On appelle état final du système chimique, l'état de ce système au début de la troisième étape, c'est-à-dire à l'arrêt de la transformation chimique.

*La transformation chimique est donc le passage du système chimique de son état initial à son état final.*

### *Notion d'avancement et taux d'avancement :*

*L'avancement est un nombre, noté x et exprimé en mole, qui permet de décrire quantitativement un système chimique en cours de transformation*

L'avancement d'une réaction, notée x, est le nombre de fois que la réaction a évolué depuis l'état initial. Soit la réaction symbolisée par :



On dit que la réaction a avancé une fois depuis l'état initiale, si  $\alpha$  moles de A et  $\beta$  moles de B ont disparu et  $\gamma$  moles de C et  $\delta$  moles de D sont apparues.

On dit encore que les réactifs ont disparu et les produits sont apparus en quantités stœchiométriques. L'avancement x d'une réaction est une grandeur qui s'exprime en mol.

### Tableau d'avancement d'un système

Tableau d'avancement d'un système permet d'écrire l'état du système chimique à tous instant de la transformation chimique.

Etat du système	Avancement (mol)	Quantité de matière en mol			
		aA	+ bB	→ cC + dD	
Initiale	0	ni (A)	ni (B)	0	0
Intermédiaire	x	ni (A) - a.x	ni (B) - b.x	c.x	d.x
Finale	xf	ni (A) - a.xf	ni (B) - b.xf	c.xf	d.xf

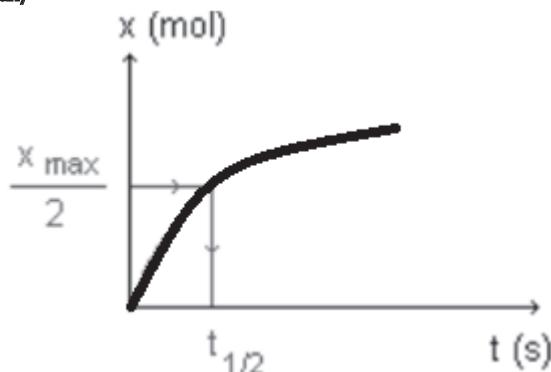
### Avancement final et avancement maximal

- ❖ L'avancement final  $x_f$  est la valeur de l'avancement en fin de la réaction.
- ❖ L'avancement maximal  $x_{\max}$  est la valeur calculée de l'avancement en supposant la réaction pratiquement totale :
  - Pour une réaction totale, un réactif prenant part à cette réaction est dit réactif limitant (ou en défaut) de cette réaction si sa quantité devient nulle à l'état final.
  - Pour une réaction limitée aucun des réactifs prenant part à cette réaction ne disparait totalement en fin de la réaction.

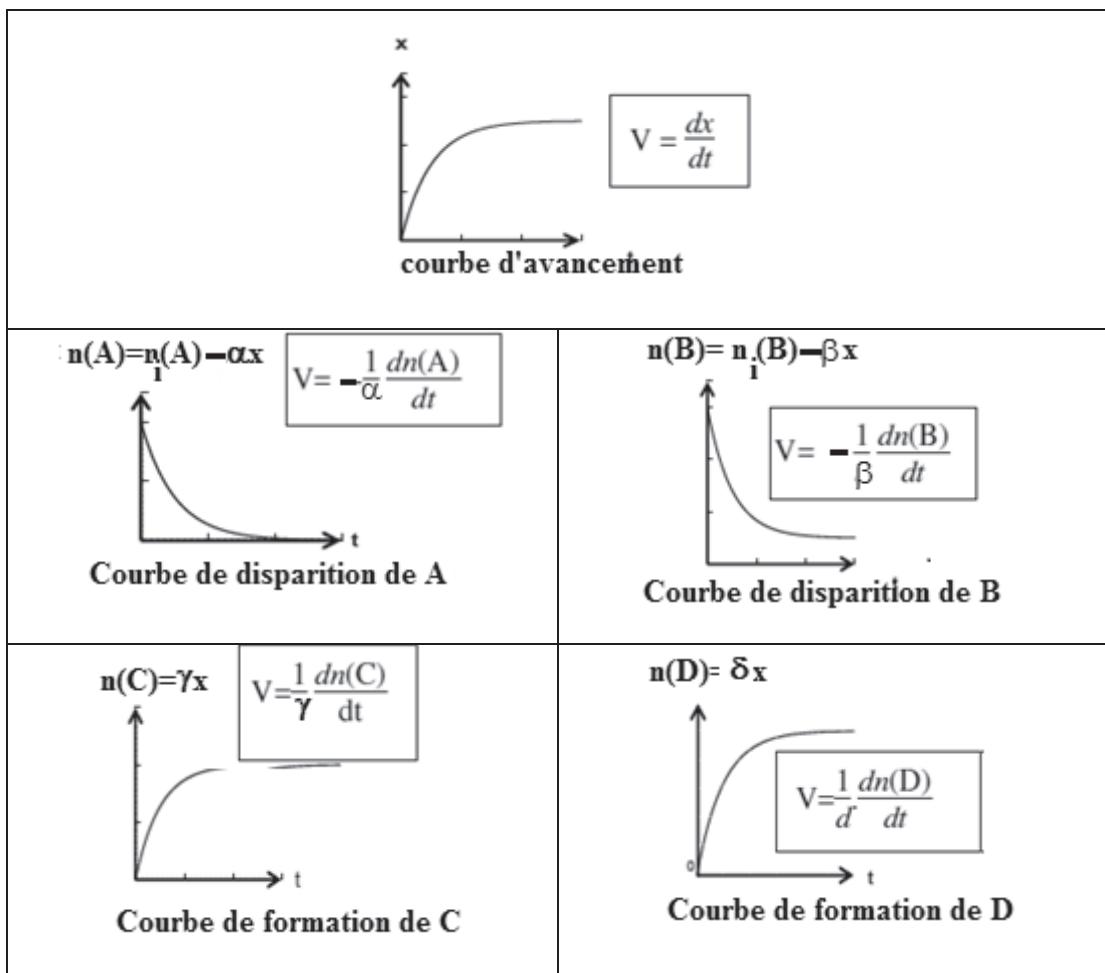
### Temps de demi-réaction

C'est le temps, noté  $t_{1/2}$ , de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement x est égal à la moitié de l'avancement final.

$$t = t_{1/2} \implies x_{1/2} = x_{\max}/2$$



## Vitesse de la réaction



### Vitesse de formation des produits :

*Vitesse moyenne :*

La vitesse moyenne de formation d'un produit P pendant l'intervalle  $t_2 - t_1$  est :

$$V_f = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

C'est le taux de variation de la quantité de matière à la variation correspondante du temps.

*Vitesse instantanée :*

La vitesse instantanée de formation d'un produit P à l'instant  $t$  est la limite, quand  $t_2$  tend vers  $t_1$  (ou quand  $\Delta t = t_2 - t_1$  tend vers 0), du quotient définissant la vitesse moyenne entre  $t_1$  et  $t_2$ :

$$V_{f(P)}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n_2 - n_1}{\Delta t}$$

Cette limite n'est autre que la valeur à la date t de  $\frac{dn}{dt}$ , fonction dérivée de

$$n(t) : V_{d(P)}(t) = \left(\frac{dn}{dt}\right)$$

Définition : la vitesse de formation d'un produit P à l'instant de date t est égale au coefficient directeur (ou pente) de la tangente à la courbe au point d'abscisse t.

### Vitesse de disparition des réactifs :

*Vitesse moyenne :*

Afin que la vitesse de disparition d'un réactif R soit une grandeur positive, on définit la vitesse moyenne de disparition comme l'opposée du taux de variation de la quantité de matière.

$$V_{d(R)} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

*Vitesse instantanée :*

De même, la vitesse instantanée de disparition d'un réactif R à l'instant t est égale à l'opposée de la valeur de la dérivée de n(t) à l'instant de date t.

$$V_{d(R)}(t) = -\left(\frac{dn}{dt}\right)$$

### Les facteurs cinétiques

- Les facteurs cinétiques sont les paramètres physiques ou chimiques qui ont une influence sur l'évolution d'une réaction. Il s'agit de la concentration, de la température et du catalyseur :
- Les vitesses de disparition des réactifs et de formation des produits d'une réaction augmentent quand les concentrations en réactif augmentent.
- Une élévation de température correspond à une augmentation de l'agitation de particules. La plus grande agitation permet d'augmenter le nombre de chocs entre les particules. La réaction se produit alors plus rapidement, sa vitesse augmente.
- Un catalyseur est un corps qui accélère une réaction chimique naturelle sans subir lui-même de modifications permanentes et qui n'apparaît pas dans l'équation

### Exercice 1

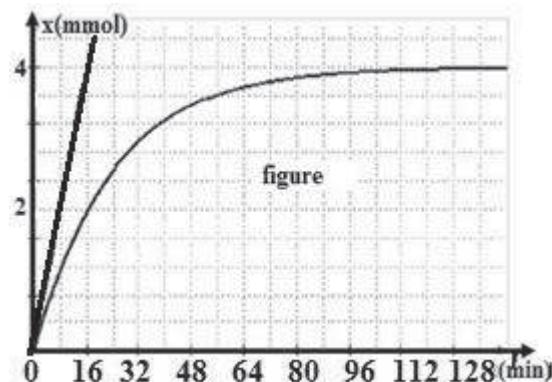
L'oxydation des ions iodures  $I^-$  par l'eau oxygénée  $H_2O_2$ , en milieu acide, est une réaction chimique lente et totale. Cette réaction est symbolisée par l'équation suivante :



Dans un bécher, on mélange à l'instant  $t=0$ , un volume  $V_1=100\text{mL}$  d'une solution aqueuse (S1) d'eau oxygénée  $H_2O_2$  de concentration  $C_1$ , avec un volume  $V_2=100\text{mL}$  d'une solution aqueuse (S2) d'iodure de potassium  $KI$  de concentration  $C_2=0,1\text{mol.L}^{-1}$  et quelques gouttes d'une solution aqueuse d'acide sulfurique concentrée, dont on négligera le volume.

Par une méthode expérimentale convenable, on suit l'évolution de l'avancement  $x$  de la réaction en fonction du temps. On obtient la courbe  $x=f(t)$  de la figure.

1. Compléter le tableau suivant décrivant l'évolution du système.



Etat de système	Avancement x (mol)	Quantité de matière(en mol)			
		$H_2O_2 + 2I^- + 2 H_3O^+ \rightarrow I_2 + 4 H_2O$			
Etat (initial) $t_0$	0	$C_1 V_1$		En excès	Solvant en excès
Etat intermédiaire $t$					
Etat (final) $t_f$					

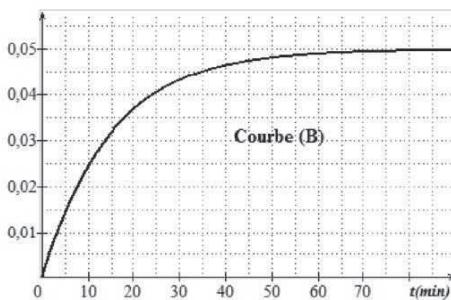
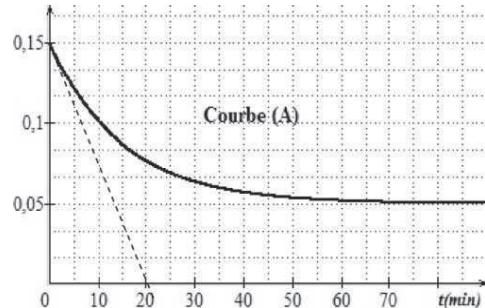
- 2.1. Déterminer graphiquement la valeur de l'avancement final  $x_f$  de la réaction.
- 2.2. Montrer que dans ce mélange, l'eau oxygénée constitue le réactif limitant.
- 2.3. Calculer la concentration  $C_1$ .
- 3.1. Définir la vitesse instantanée de la réaction. Calculer sa valeur à la date  $t=0$ .
- 3.2. Indiquer comment évolue la vitesse de la réaction au cours du temps.  
Quel facteur cinétique responsable à cette variation ?
4. Calculer la vitesse volumique moyenne de la réaction entre les dates  $t_0=0$  et  $t_1=40\text{min}$ .
5. On refait l'expérience précédente mais, en utilisant une solution aqueuse d'eau oxygénée de concentration  $C'_1 = 0,05\text{mol.L}^{-1}$ . Préciser, en le justifiant :
  - 5.1. Si l'avancement final  $x_f$  est modifié ou non. Dans l'affirmative, calculer sa nouvelle valeur.
  - 5.2. Si la valeur de la vitesse de la réaction, à l'instant  $t=0$ , augmente ou diminue.

### Exercice 2

On mélange à  $t=0$ s, un volume  $V_1=100\text{mL}$  d'une solution d'iodure de potassium (KI) de concentration molaire  $C_1$ , un volume  $V_2=100\text{mL}$  d'une solution d'eau oxygénée  $\text{H}_2\text{O}_2$  de concentration  $C_2$  et quelques gouttes d'une solution d'acide sulfurique concentrée afin d'avoir un excès d'ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  dans le mélange réactionnel. Il se produit la réaction totale d'équation :



Les courbes A et B ci-dessous représentent les concentrations molaires de  $[\text{I}_2]$  et  $[\text{I}]$  en fonction du temps exprimés en  $\text{mol.L}^{-1}$ .



1. Associer, en le justifiant, chacune des courbes (A) et (B) à la grandeur qu'elle représente.
2. Dresser le tableau descriptif d'évolution du système en utilisant l'avancement molaire.
3. Préciser, en le justifiant, le réactif limitant de cette réaction.
4. Déterminer la valeur de l'avancement final  $x_f$ .
5. Déterminer les valeurs de  $C_1$  et  $C_2$ .
- 6.1. Déterminer graphiquement, d'après la courbe (A), la valeur de la vitesse volumique maximale de la réaction.
- 6.2. En déduire la valeur de la vitesse maximale de la réaction.
- 6.3. Comment varie la vitesse de la réaction au cours de temps ? Interpréter cette variation.
7. En utilisant la courbe B, déterminer le temps de demi réaction  $t_{1/2}$ .

### Exercice 3

On admet que l'expression de l'avancement en fonction du temps soit connue de façon théorique pour une transformation particulière. On donne  $x = \frac{\alpha \cdot t}{1 + \beta \cdot t}$

- 1 Déterminer l'avancement final.
- 2 Déterminer le temps de demi-réaction.
- 3 Etablir l'expression de la vitesse de réaction puis en déduire la vitesse initiale  $V_0$ .
- 4 Réexprimer x en fonction de t avec  $t_{1/2}$  et  $V_0$ .

### Exercice 4

On mélange dans un Becher un volume  $V_1=50\text{mL}$  d'une solution d'iodure de potassium ( $\text{K}^+ + \text{I}^-$ ) de concentration molaire  $C_1=5.10^{-3}\text{mol/L}$  et un volume  $V_2=75\text{mL}$  de peroxydisulfate de potassium ( $2\text{K}^+ + \text{S}_2\text{O}_8^{2-}$ ) de concentration molaire  $C_2=2.10^{-3}\text{mol/L}$ . La solution devient progressivement jaunâtre à cause de la formation du diiode  $\text{I}_2$ .

On donne les potentiels standards des couples redox intervenant dans la réaction

$$E_{\text{S}_2\text{O}_8^{2-}/\text{SO}_4^{2-}} = 2,1\text{V}; E_{\text{I}_2/\text{I}^-} = 0,54\text{V}$$

1 Ecrire les demi-équations électroniques et l'équation bilan de la réaction.

2 Calculer les concentrations initiales des ions iodure  $[\text{I}^-]_0$  et peroxydisulfate

$$[\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]_0.$$

En déduire le réactif limitant.

3 On étudie la vitesse de formation du diiode  $\text{I}_2$  en fonction du temps ; pour cela on opère des prélèvements du milieu réactionnel à différents instants  $t$  qu'on refroidit immédiatement. L'ensemble des résultats donne la courbe de variation du diiode en fonction du temps.

3.1 Calculer la vitesse moyenne de formation du diiode entre les instants

$$t_1=10\text{mn} \text{ et } t_2=55\text{mn}$$

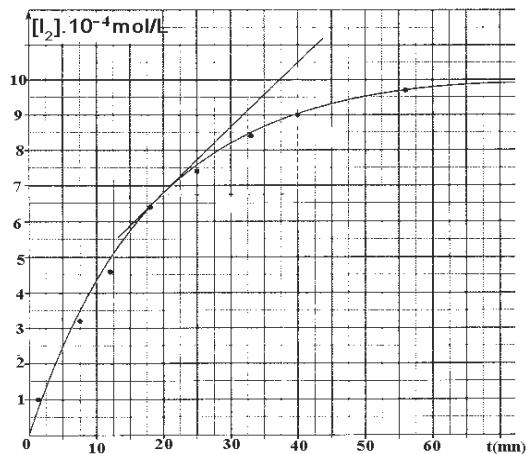
3.2 Définir la vitesse instantanée de formation du diiode et la calculer à l'instant  $t=20\text{mn}$  en déduire la vitesse de disparition de l'ion iodure à cet instant.

3.3 Calculer le temps de la demi-réaction.

### Exercice 5

On mélange  $100\text{cm}^3$  d'une solution  $S_1$  de peroxydisulfate de potassium  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$  de concentration  $C_1=10^{-2}\text{mol/L}$  et  $100\text{cm}^3$  d'une solution  $S_2$  d'iodure de potassium  $\text{KI}$  de concentration molaire  $C_2=2.10^{-2}\text{mol/L}$ . Pour déterminer la quantité de diiode  $\text{I}_2$  formé à différents instants, on prélève des échantillons de volume  $V_0=10\text{cm}^3$  que l'on dose avec une solution  $S_3$  de thiosulfate de sodium de concentration  $C_3=10^{-2}\text{mol/L}$ .

1 Ecrire les demi équations relatives à l'oxydation de  $\text{I}^-$  et à la réduction de  $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$  sachant que les couples redox mis en jeu sont  $\text{I}_2/\text{I}^-$  et  $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}/\text{SO}_4^{2-}$ .



## 2 Calculer les concentrations initiales

$[I^-]_0$  et  $[S_2O_8^{2-}]_0$  dans le mélange

initial.

3 Calculer les nombres de moles de  $I^-$  et de  $S_2O_8^{2-}$  initialement présents dans l'échantillon de volume  $V_0$ .

4 La courbe ci-contre donne la représentation du nombre de mole de  $I^-$  restant en fonction du temps.

4.1 Définir puis déterminer la vitesse

moyenne de disparition de  $I^-$  entre  $t=0$ s et  $t=8$ min.

4.2 Définir puis déterminer la vitesse instantanée de disparition de  $I^-$  à la date  $t=5$ min. Comment évolue cette vitesse au cours du temps ? Pourquoi ?

### Exercice 6

On réalise la réaction d'oxydoréduction entre les couples redox suivants :

$I_2/I^-$  et  $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$

On mélange dans un bêcher à  $t=0$  0,5L d'une solution 0,4mol/L d'iodure de potassium KI avec 0,5L d'une solution 0,2mol/L de peroxodisulfate de potassium  $K_2S_2O_8$  ; on obtient une solution S

1 Ecrire l'équation bilan de la réaction entre les couples redox.

On donne :  $E_{S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}} = 2,1V$ ;  $E_{I_2/I^-} = 0,54V$

2 Calculer les concentrations initiales des ions iodure  $I^-$  et peroxodisulfate  $S_2O_8^{2-}$ .

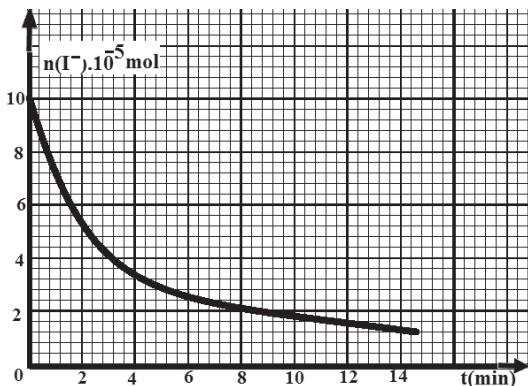
3 Le diode formé à différents instants est mis en solution et dosé par un volume  $V_1$  d'une solution S de thiosulfate de sodium  $Na_2S_2O_3$  de concentration molaire  $C_1 = 10^{-2}$  mol/L .

On opère des prélèvements de  $V=10cm^3$  de la solution S à différents instants. La réaction de formation du diiode dans le prélèvement est arrêtée par refroidissement dans l'eau glacée. L'équation de ce dosage est:



3.1 Montrer que la concentration du diiode formé à la date t est donnée par la relation  $C = \frac{C_1 V_1}{2V}$  puis compléter le tableau ci-après :

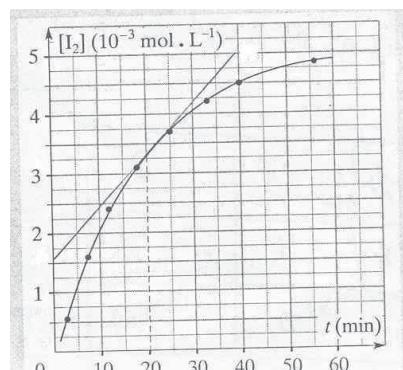
t(min)	2,7	7,5	12	18	25	33	40	56	2,7
$V_1(cm^3)$	1,1	3,2	4,8	6,2	7,4	8,4	9	9,7	1,1
$C = [I_2](mol/L)$									



**3.2 La courbe représentative de  $[I_2] = f(t)$  est donnée par la figure.**

**3.2.1 Donner la définition de la vitesse instantanée de formation du diiode et calculer sa valeur à  $t=20\text{min}$ .**

**3.2.2 Définir la vitesse moyenne de formation du diiode et calculer sa valeur entre  $t_1=12\text{min}$  et  $t_2=40\text{min}$ .**



### Exercice 7

L'oxydation des ions iodure  $I^-$  par l'eau oxygénée  $H_2O_2$  est une réaction lente.

On donne les potentiels standards des couples redox:  $E_{I_2/I^-} = 0,55\text{V}$  et

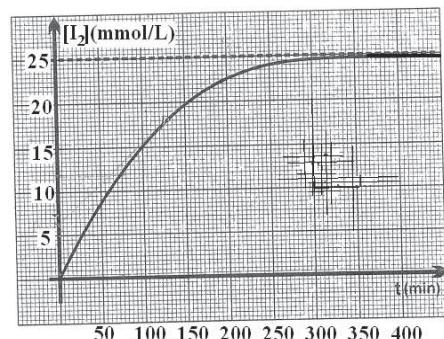
$$E_{H_2O_2/H_2O} = 1,77\text{V} \cdot$$

A l'instant  $t=0$ , on mélange 3mL d'acide sulfurique de concentration en ion  $H_3O^+$  2mol/L avec 9mL d'une solution d'iodure de potassium de concentration  $10^{-1}\text{mol/L}$  et 3ml d'eau oxygénée de concentration  $1,25 \cdot 10^{-1}\text{mol/L}$ .

A différents instants, on mesure les concentrations du diiode formé pour représenter la courbe  $[I_2] = f(t)$ .

**1 Ecrire l'équation bilan de la réaction**

**2.1 Calculer à  $t=0$ , les concentrations initiales  $[I^-]_0$  des ions iodure et  $[H_2O_2]_0$  de l'eau oxygénée. Préciser le réactif limitant.**



**2.2 Définir la vitesse instantanée de formation du diiode. La calculer à l'instant  $t=200\text{min}$ .**

**3 Déterminer la concentration du diiode après un temps infini. On la représentera par  $[I_2]_\infty$ .**

Ce résultat est-il en accord avec la courbe ?

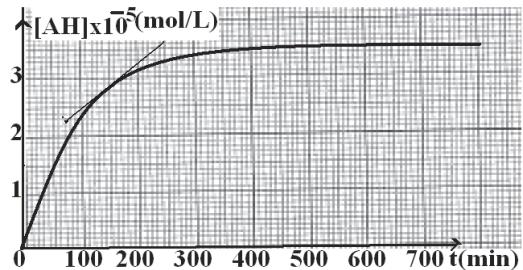
**4 Déterminer le temps de demi-réaction  $t_{1/2}$ .**

### Exercice 8

L'acide acétylsalicylique couramment appelé l'aspirine est un antiseptique très utilisé.

Pour simplifier, l'acide acétylsalicylique de formule brute  $C_9H_7O_4H$  sera désigné par AH.

Cet acide est obtenu par l'action du chlorure d'acétyle sur l'acide salicylique. On suit l'évolution de cette réaction totale permettant d'obtenir l'aspirine en fonction du temps et on obtient la courbe ci-contre :



1 Donner la définition de la vitesse instantanée de formation de l'aspirine et calculer sa valeur lorsque  $t=150\text{min}$ .

2 Définir le temps de la demi-réaction et déterminer sa valeur.

### Exercice 9

L'éthanoate de butyle est un composé organique noté E.

1 Donner la formule semi-développée de ce composé organique. Quel est le nom de sa fonction chimique?

2 Le composé E est obtenu par une réaction entre un acide carboxylique A et un alcool B.

2.1 Ecrire les formules semi-développées des composés A et B. Les nommer.

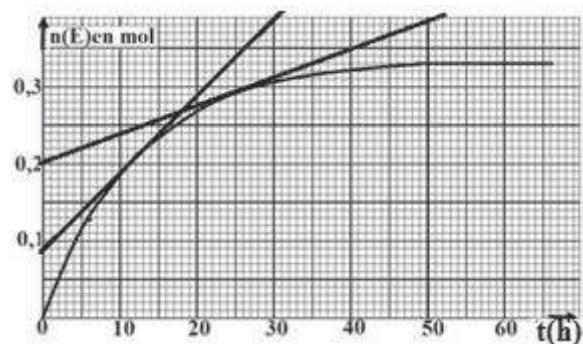
2.2 Ecrire l'équation qui permet d'obtenir le composé E, à partir de A et de B.

3 On introduit dans un ballon 0,5 mol de A, 0,5 mol de B et 2 mL d'acide sulfurique.

La température du chauffe-ballon est réglée à  $65^\circ\text{C}$ .

3.1 Quel est le nom de la réaction chimique réalisée entre A et B? Quelles sont ses caractéristiques ?

3.2 On suit l'évolution temporelle de cette réaction, réalisée à volume constant, en déterminant, la quantité de matière n(E) formée. On obtient la courbe ci-contre:



**3.2.1 Définir la vitesse  $V(t)$  de formation du composé E. La calculer aux instants  $t_1 = 12$  h et**

**$t_2 = 25$  h, on trouve  $V(t_1) > V(t_2)$ . Quel est le facteur cinétique responsable de la variation de  $V(t)$  au cours du temps ?**

**3.2.2 Calculer le rendement de la réaction entre A et B.**

**3.2.3 La valeur numérique du rendement varie-t-elle (justifier les réponses)**

**- En doublant les quantités de matière initiales des deux réactifs ?**

**- En augmentant la quantité d'acide sulfurique ?**

**4 Lors de la synthèse industrielle de l'éthanoate de butyle, on préfère utiliser un autre réactif organique A' réagissant avec B. Quel est le nom de ce réactif A'? Pourquoi le préfère-t-on?**

#### **Exercice 10**

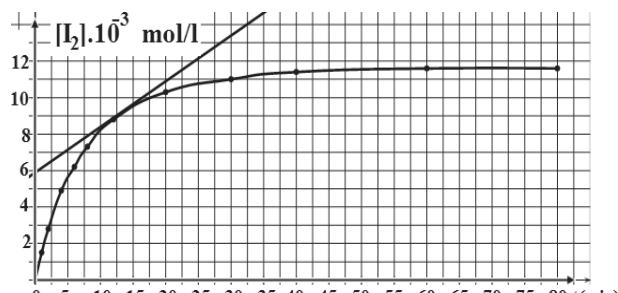
On oxyde à la date  $t=0$  un volume  $V_1=100\text{mL}$  d'une solution  $S_1$  d'iodure de potassium ( $\text{K}^+ + \text{I}^-$ ) de concentration  $C_1=4,64 \cdot 10^{-2}\text{mol/L}$  par un volume  $V_2=100\text{mL}$  d'une solution  $S_2$  d'eau oxygénée  $\text{H}_2\text{O}_2$  de concentration  $C_2=4 \cdot 10^{-2}\text{mol/L}$ .

On ajoute à ce mélange un volume négligeable d'acide sulfurique très concentré.

**1. Donner les couples redox mis en jeux et écrire l'équation de la réaction.**

**2. Calculer à la date  $t=0$  la concentration de  $\text{I}^-$  et celle de  $\text{H}_2\text{O}_2$  dans le mélange.**

Lequel des deux réactifs est en excès.



**3. On détermine à différents instants la concentration du diiode formé, on obtient la courbe ci-contre.**

**3.1. Calculer la vitesse moyenne de formation du diiode entre les instants  $t_1=5\text{min}$  et  $t_2=20\text{min}$ .**

**3.2. Définir la vitesse instantanée de formation de  $\text{I}_2$  et la calculer à la date  $t=12,5\text{min}$ . En déduire la vitesse de disparition de  $\text{I}^-$  à cette date. Comment évoluent ces vitesses en fonction du temps ? Quel est le facteur cinétique responsable ?**

**3.3. Calculer la concentration des ions  $\text{I}^-$  et de  $\text{H}_2\text{O}_2$  présents dans le mélange réactionnel à  $t=30\text{min}$ .**

**4. Déterminer le temps de la demi-réaction.**

### Exercice 11

On étudie la cinétique de la réaction d'estérification en préparant deux mélanges  $M_1$  et  $M_2$  contenant chacun une mole d'acide méthanoïque et une mole de propan-1-ol.

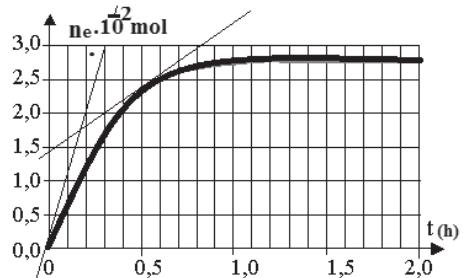
Dans le mélange  $M_2$  on ajoute une faible quantité d'acide sulfurique concentré pour catalyser la réaction. Les mélanges  $M_1$  et  $M_2$  sont en suite portés à  $60^\circ\text{C}$ . Le tableau suivant indique, en fonction du temps, la quantité d'acide restante  $n_a$  que l'on a déterminée expérimentalement :

	$t(\text{min})$	5	10	20	30	40	50	60
Mélange $M_1$ en l'absence de $\text{H}_2\text{SO}_4$	$n_a$	0,84	0,74	0,64	0,58	0,54	0,52	0,50
Mélanges $M_2$ en présence de $\text{H}_2\text{SO}_4$	$n_a$	0,53	0,37	0,35	0,34	0,34	0,34	0,34

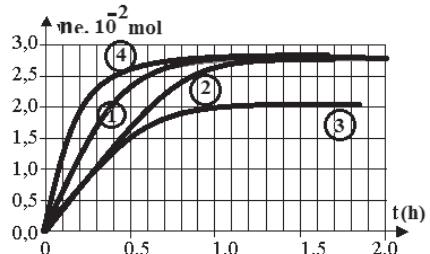
- Ecrire l'équation de cette réaction d'estérification et préciser ses caractéristiques.
- Calculer la quantité d'ester formée  $n_e$ , dans chaque mélange et pour chaque valeur de  $t$  donné.
- Définir la vitesse moyenne de disparition de l'acide méthanoïque et la calculer entre les dates  $t_1 = 5\text{ min}$  et  $t_2 = 10\text{ min}$ ; pour chaque mélange. Comparer ces deux vitesses.
- Donner la définition du catalyseur et en déduire son influence sur la vitesse.

### Exercice 12

Pour étudier la cinétique d'une estérification, on réalise un mélange équimolaire d'acide éthanoïque et d'éthanol que l'on répartit en suite en fractions égales dans des tubes scellés. On les place dans une étuve maintenue à température constante de  $60^\circ\text{C}$ , et à différents instants successifs on retire l'un des tubes de l'étuve, on le ramène à la température ambiante et on dose l'acide qu'il contient par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration connue.



- Pourquoi dose-t-on l'acide à température ambiante et non à la température de  $60^\circ\text{C}$ ? Préciser le facteur cinétique qui entre en jeu.
- Les différents dosages successifs permettent de tracer le graphel ci-contre:



Définir et évaluer la vitesse instantanée de formation de l'ester à  $t_1 = 0\text{h}$  et à  $t_2 = 0,5\text{h}$ . Ces résultats sont ils en accord avec l'un des facteurs de la cinétique ? Préciser lequel. Expliquer l'influence de ce facteur

3. Si au mélange initial acide –alcool on avait ajouté des ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  l'allure de la courbe aurait été modifiée

Sur le graphe 2, la courbe précédemment étudiée apparaît (courbe1), l'une des 3 autres courbes représente l'évolution de la réaction en présence des ions  $\text{H}_3\text{O}^+$ .

Indiquer le numéro qui vous donne la bonne courbe Justifier la réponse.

### Exercice 13

Lors de l'introduction de  $0,02\text{mol}$  de magnésium dans  $0,5\text{L}$  d'acide chlorhydrique à  $\theta_1 = 30^\circ\text{C}$ , il se produit la réaction :



1 Des mesures ont permis de tracer la courbe C de la figure ci-contre, qui représente la variation de la concentration des ions  $\text{Mg}^{2+}$  formés.

1.1 Définir la vitesse moyenne de formation des ions  $\text{Mg}^{2+}$  ; la calculer entre les instants  $t_1 = 0,5\text{min}$  et  $t_2 = 4\text{min}$ .

1.2 Définir la vitesse instantanée de formation des ions  $\text{Mg}^{2+}$  ; la calculer à la date  $t = 2\text{min}$  et en déduire la vitesse de disparition des ions hydronium.

1.3 A partir de la courbe déterminer la concentration finale des ions  $\text{Mg}^{2+}$  et montrer que le magnésium est le réactif en excès.

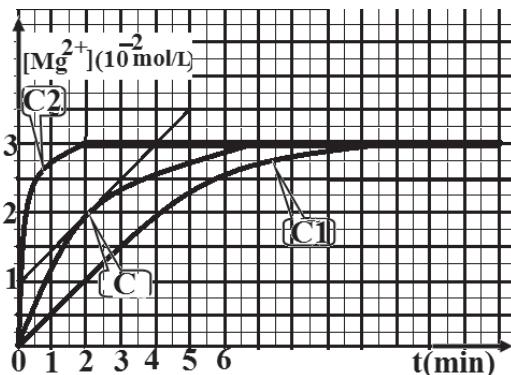
1.4 En déduire la concentration initiale de l'acide chlorhydrique.

1.5 Déterminer à la date  $t = 4\text{min}$  les concentrations restantes de magnésium  $[\text{Mg}]_r$  et d'ions hydronium  $[\text{H}_3\text{O}^+]_r$ .

2 On recommence l'expérience dans deux autres conditions expérimentales :

- En diminuant la température qui devient  $\theta_2 = 20^\circ\text{C}$
- En utilisant un catalyseur approprié à la température  $\theta_3 = \theta_1 = 30^\circ\text{C}$ .

On trouve les courbes C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub> ; attribuer à chaque expérience la courbe correspondante.



**Exercice 14**

On donne les potentiels standards des deux couples redox suivants :

$\text{H}_2\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}$  : 1,77 V et  $\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}_2$  : 0,68 V

1 Ecrire le bilan de la réaction naturelle entre les deux couples.

2 On réalise en présence d'ions  $\text{Fe}^+$  une telle décomposition. L'expérience est réalisée à température constante. On considère que le volume  $V$  de la solution aqueuse de peroxyde d'hydrogène reste constant et que le volume molaire d'un gaz est  $V_m = 24\text{L/mol}$ . On utilise  $V = 10 \text{ mL}$  de solution de peroxyde d'hydrogène de concentration molaire volumique  $C = 6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ . On ajoute quelques gouttes du catalyseur et on note à divers instants le volume  $V_{\text{O}_2}$  du gaz dioxygène dégagé. Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

t en min	0	5	10	15	20	30
$V_{\text{O}_2}$ formé en mL	0	1,56	2,74	3,65	4,42	5,56
[ $\text{H}_2\text{O}_2$ ] restant en mol/L	$6 \cdot 10^{-2}$					

2-1 Montrer que la concentration volumique du peroxyde d'hydrogène restant en solution est de la forme :  $[\text{H}_2\text{O}_2] \text{ restant} = C - \alpha/V \cdot V_m$ . Préciser la valeur de  $\alpha$ .

2-2 Tracer la courbe  $[\text{H}_2\text{O}_2] \text{ restant} = f(t)$  sur la feuille 4/4 en annexe. Echelle sur l'axe des abscisses 1 cm représente 5 min, et 1 cm représente  $1 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$  sur l'axe des ordonnées

2-3 Donner la définition de la vitesse instantanée de disparition du peroxyde d'hydrogène et la calculer en ( $\text{mol}/\text{L}/\text{mn}$ ) aux dates  $t_0 = 0$  et  $t_{15} = 15 \text{ mn}$ .

Conclure.

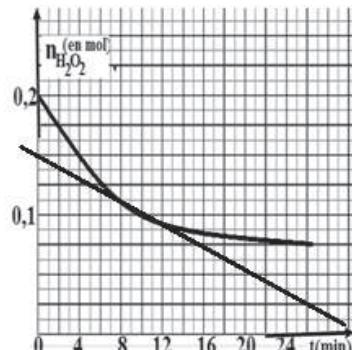
2-4 Déterminer le temps de demi-réaction.

**Exercice 15**

1. L'eau oxygénée  $\text{H}_2\text{O}_2$  peut oxyder lentement les ions iodure  $\text{I}^-$  en milieu acide. Les couples redox mis en jeu sont :

$\text{H}_2\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}$  et  $\text{I}_2 / \text{I}^-$

1.1. Ecrire les deux demi-équations relatives à l'oxydation de  $\text{I}^-$  et à la réduction de  $\text{H}_2\text{O}_2$ .  
Ecrire l'équation bilan de la réaction.



**1.2. La quantité du diiode formé à un instant t peut être déterminée à l'aide d'un dosage ; en effet  $I_2$  peut être réduit par l'ion thiosulfate  $S_2O_3^{2-}$  pour régénérer de nouveau  $I^-$ . Les couples redox mis en jeux sont  $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$  et  $I_2/I^-$ . Etablir l'équation bilan de la réaction en passant par les demi-équations relatives à l'oxydation et à la réduction.**

**2. On prépare un mélange réactionnel comprenant de l'acide sulfurique, de l'iodure de potassium en excès et  $n_0=0,2\text{mol}$  d'eau oxygénée. A l'aide du dosage de la quantité de diiode formée à différents instants t par une solution de thiosulfate de potassium  $K_2S_2O_3$  de concentration  $C=2,5\text{mol/L}$ , il a été possible de tracer la courbe représentant les variations du nombre de mole de  $H_2O_2$  restant en fonction du temps (voir figure). Déduire de la courbe :**

**2.1. La vitesse moyenne de disparition de  $H_2O_2$  entre les instants  $t_1=0\text{min}$  et  $t_2=10\text{min}$**

**2.2. La vitesse instantanée de disparition de  $H_2O_2$  à l'instant  $t_2$ ; en déduire la vitesse instantanée de disparition de l'ion  $I^-$  à cet instant.**

**2.3. Le volume de la solution de thiosulfate de potassium nécessaire pour doser la quantité de diiode formé à l'instant  $t=24\text{min}$ .**

**2.4. Déterminer le temps de demi-réaction.**

### **Exercice 16**

On se propose d'étudier la cinétique de la réaction des ions iodure ( $I^-$ ) avec les ions fer III ( $Fe^{3+}$ ), modélisée par :  $2I^- + 2Fe^{3+} \rightleftharpoons I_2 + 2Fe^{2+}$

Pour cela, on introduit dans un bêcher, un volume  $V_1=50\text{mL}$  d'une solution aqueuse d'iodure de potassium de concentration molaire  $C_1=0,10\text{ mol.L}^{-1}$  et un volume  $V_2=50\text{ mL}$  d'une solution aqueuse de sulfate de fer (III) de concentration molaire  $C_2 = 0,02\text{ mol.L}^{-1}$ .

**1. Déterminer les quantités de matière des réactifs initialement introduits dans le mélange et déduire le réactif limitant.**

**2. Le mélange obtenu, après homogénéisation, est équitablement réparti sur dix tubes à essais.**

A un instant t donné, on plonge le tube dans de l'eau glacée et on dose son contenu par une solution aqueuse de thiosulfate de sodium  $Na_2S_2O_3$  de concentration molaire  $C=5.10^{-3}\text{ mol/L}$ . A l'équivalence, il y a décoloration complète de la solution.

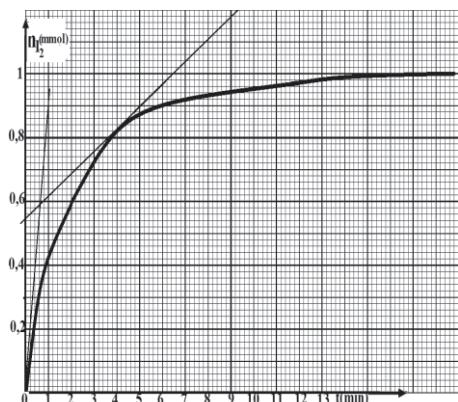
L'équation de la réaction qui se produit est  $I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$

**2.1.** Préciser l'intérêt de l'utilisation de l'eau glacée.

**2.2.** Interpréter la décoloration du mélange.

**2.3.** Déterminer la quantité de matière  $n(I_2)$  formée, sachant que le volume de la solution de thiosulfate ajouté est de 12 mL.

**2.4.** En déduire la composition du mélange contenu dans chaque tube à essais à cet instant.



**3.** La courbe de la figure donne la variation de la quantité de matière de  $I_2$  au cours du temps.

**3.1.** Justifier, par exploitation de la courbe, s'il s'agit d'une réaction totale ou limitée.

**3.2.** Déterminer la vitesse de la réaction aux instants  $t_1 = 0$  et  $t_2 = 4\text{ min}$ .

**3.3.** Interpréter la variation de la vitesse de la réaction au cours du temps.

### Exercice 17

**1.** On étudie la cinétique chimique de la réaction supposée totale et dont l'équation bilan est



A l'instant  $t=0$ , on mélange à  $25^\circ C$ , dans un bêcher:

-  $V_1=100\text{ mL}$  d'une solution aqueuse d'eau oxygénée  $H_2O_2$  de concentration

$$C_1=4,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

-  $V_2=100\text{ mL}$  d'une solution aqueuse d'iodure de potassium  $KI$  de concentration  $C_2 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

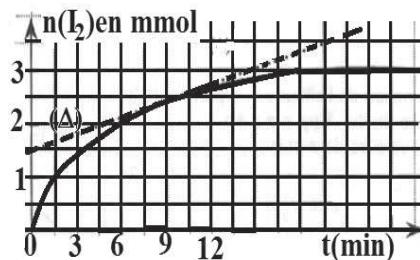
- Un excès d'une solution aqueuse molaire d'acide sulfurique ( $2H_3O^+ + SO_4^{2-}$ ).

**1.1.** Vérifier que les quantités de matière initiales  $n_0(H_2O_2)$  de l'eau oxygénée  $H_2O_2$  et  $n_0(I^-)$  des ions iodure  $I^-$  dans le mélange, à l'instant  $t = 0$ , sont respectivement  $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$  et  $6 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ .

**1.2.** Montrer que, dans ce mélange, l'ion iodure constitue le réactif limitant (en défaut).

**1.3.** Déduire la quantité de matière maximale de diiode  $n(I_2)$  formé à la fin de la réaction.

**2.** Pour doser le diiode formé, on prélève, à différents instants de date  $t$ , un volume  $V$  du mélange réactionnel que l'on verse dans un erlenmeyer et que l'on place immédiatement dans un bain d'eau glacée. Puis, on dose rapidement le diiode formé par une solution de thiosulfate de sodium de concentration connue. Par suite, on trace la courbe où la droite ( $\Delta$ ) en pointillé représente la tangente à la courbe au point d'abscisse  $t=9\text{ min}$ .



**2.1.** Définir la vitesse instantanée de formation du diiode  $I_2$ .

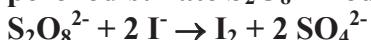
Calculer sa valeur à l'instant  $t = 9 \text{ min}$ .

**2.2.** Cette vitesse va-t-elle diminuer ou augmenter à un instant  $t'$  tel que  $t' > t$ ? Justifier la réponse à partir de l'allure de la courbe.

**3.** Indiquer deux facteurs cinétiques pouvant augmenter la vitesse initiale de formation de diiode  $I_2$ .

### Exercice 18

On se propose d'étudier la cinétique d'oxydation des ions iodure  $I^-$  par les ions peroxodisulfate  $S_2O_8^{2-}$  modélisée par l'équation suivante :



Dans un bécher, on mélange à l'instant  $t = 0$ , un volume  $V_1 = 20 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse ( $S_1$ ) d'iodure de potassium KI de concentration molaire  $C_1 = 0,01 \text{ mol.L}^{-1}$ , avec un volume  $V_2 = 20 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse ( $S_2$ ) de peroxodisulfate de potassium  $K_2S_2O_8$  de concentration molaire  $C_2 = 0,02 \text{ mol.L}^{-1}$ .

**1.** Déterminer les quantités initiales des ions  $I^-$  et  $S_2O_8^{2-}$  dans le mélange, notées respectivement  $n_{01}$  et  $n_{02}$ .

**2.1.** Dresser le tableau d'avancement du système chimique contenu dans le bécher.

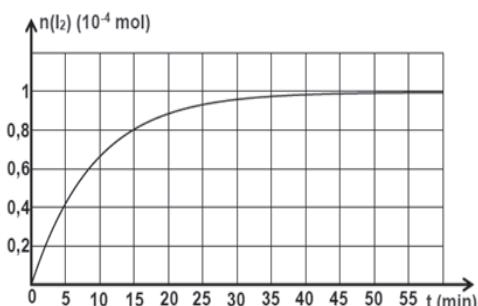
**2.2.** Préciser, en le justifiant, le réactif limitant.

**2.3.** En déduire la valeur de l'avancement maximal  $x_m$  de la réaction.

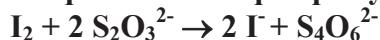
**3.** Les résultats expérimentaux ont permis de tracer la courbe d'évolution de la quantité de diiode  $I_2$  en fonction du temps. On obtient la courbe  $n(I_2) = f(t)$  de la figure.

**3.1.** Déterminer la valeur de l'avancement final  $x_f$  de la réaction.

**3.2.** Calculer le taux d'avancement final de la réaction  $\tau_f$ . En déduire que la réaction est totale.



4. Pour déterminer la quantité de matière de diiode formée, notée  $n_1(I_2)$ , on dose à l' instant de date  $t_1$ , un volume  $V_p = 4 \text{ mL}$  de mélange par une solution (S) de thiosulfate de sodium  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$  de concentration molaire  $C_0=10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . L'équation chimique qui symbolise la réaction de dosage est :



A l'équivalence le volume de thiosulfate versé est  $V_0 = 1,6 \text{ mL}$ .

4.1. Etablir l'expression de la quantité de matière de diiode formée suivante :  $n(\text{I}_2) = 0,5 C_0 V_0$

4.2. Déterminer la quantité de diiode formée  $n_1(\text{I}_2)$  à l'instant  $t_1$

4.3. En déduire la valeur de l'instant  $t_1$ .

### Exercice 19

On réalise la réaction de l'oxydation des ions iodures  $\text{I}^-$  par les ions peroxodisulfate  $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$ .

Pour cela on mélange à l'instant  $t=0$ , un volume  $V_1=500\text{mL}$  d'une solution de peroxodisulfate de potassium ( $2\text{K}^+ + \text{S}_2\text{O}_8^{2-}$ ) de concentration molaire  $C_1 = 0,02\text{mol/L}$  et un volume  $V_2=500\text{mL}$  d'iodure de potassium ( $\text{K}^+ + \text{I}^-$ ) de concentration molaire  $C_2 = 0,03\text{mol/L}$ .

On suit l'évolution de la formation du diiode au cours du temps. La concentration instantanée du diiode peut être modélisée par l'expression mathématique :

$$[\text{I}_2] = a - \frac{a}{1+a.b.t} \quad \text{où (a) et (b) sont des constantes et (t) le temps mesuré en minute.}$$

1. Préciser les couples redox mis en jeu et écrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit.
2. Calculer la concentration des ions potassium  $[\text{K}^+]$  dans la solution.
3. Calculer les concentrations initiales des ions iodure  $\text{I}^-$  et peroxodisulfate  $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$ . En déduire le réactif limitant.
4. Sachant que la réaction est totale, calculer la valeur de la constante (a) et préciser son unité et esquisser l'allure de  $[\text{I}_2]$  en fonction du temps.
5. Etablir l'expression de la vitesse instantanée en fonction de (a), (b) et t. En déduire l'expression de la vitesse à la date  $t=0$  en fonction de (a) et (b).
6. Montrer que la vitesse est décroissante et préciser le facteur cinétique responsable de cette décroissance.
7. Sachant que la vitesse maximale de formation du diiode est égale  $10^{-2} \text{ mol/L/min}$ . Calculer (b) et préciser son unité.

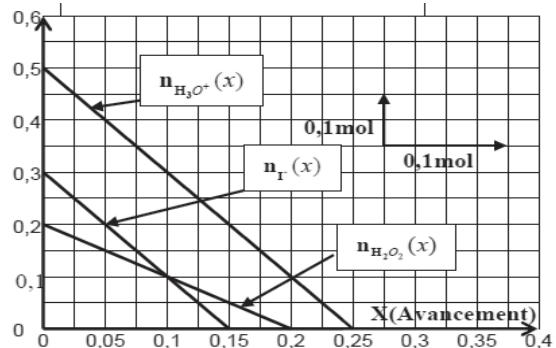
### Exercice 20

On réalise l'oxydation des ions iodures  $I^-$  par l'eau oxygénée en milieu acide selon la réaction totale:



Le graphe ci-contre représente l'évolution, en fonction de l'avancement  $x$  de la réaction, des quantités de matière des réactifs.

1. Compléter le tableau d'avancement de la réaction.



Etat de la réaction	Avancement	Quantités de matière					
		$a H_2O_2 + b I^- + c H_3O^+ \rightarrow d I_2 + e H_2O$	$n_{01}$	$n_{02}$	$n_{03}$	0	excès
initial							
intermédiaire							
final							

2. Déterminer, en se basant sur le graphe :

- 2.1. Les quantités de matière initiales des réactifs, l'avancement maximal  $x_{max}$ .
- 2.2. Les coefficients stœchiométriques  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  et  $e$ .
3. Déterminer la composition finale du système réactionnel.
4. On refait cette expérience à une température plus élevée mais avec la même composition de départ. Y'aure-t-il changement pour les diagrammes donnés ci-haut ? Justifier.

### Exercice 21

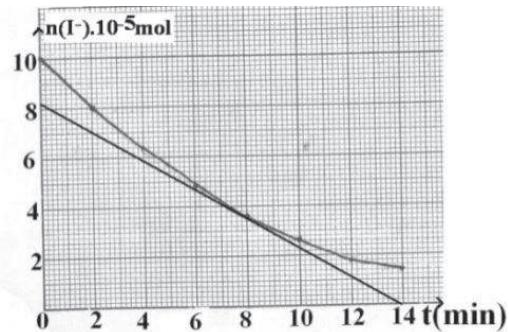
On mélange  $100\text{cm}^3$  d'une solution  $S_1$  de perroxidisulfate de potassium  $K_2S_2O_8$  de concentration  $C_1=10^{-2}\text{mol/L}$  et  $100\text{cm}^3$  d'une solution  $S_2$  d'iodure de potassium  $KI$  de concentration molaire  $C_2=2.10^{-2}\text{mol/L}$ . Pour déterminer la quantité de diode  $I_2$  formé à différents instants, on prélève des échantillons de volume  $V_0=10\text{cm}^3$  que l'on dose avec une solution  $S_3$  de thiosulfate de sodium de concentration  $C_3=10^{-2}\text{mol/L}$ .

1. Ecrire les demi équations relatives à l'oxydation de  $I^-$  et à la réduction de  $S_2O_8^{2-}$  sachant que les couples redox mis en jeu sont  $I_2/I^-$  et  $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$ .
2. Calculer les concentrations initiales  $[I^-]_0$  et  $[S_2O_8^{2-}]_0$  dans le mélange initial.
3. Calculer les nombres de moles de  $I^-$  et de  $S_2O_8^{2-}$  initialement présents dans l'échantillon de volume  $V_0$ .
4. Sachant que l'équation bilan de dosage est  $I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$ .

Montrer qu'à un instant  $t$  le nombre de mole de  $I^-$  restant vérifie la relation :  
 $n(I^-)_t = 10^{-4} \cdot 10^{-2} V$  où  $V$  est le volume de thiosulfate de sodium versé pour atteindre l'équivalence.

**5. La courbe ci-contre donne la représentation du nombre de mole de  $I^-$  restant en fonction du temps.**

**5.1. Définir puis déterminer la vitesse moyenne de disparition de  $I^-$  entre  $t=0$ s et  $t=10$ min.**



**5.2. Définir puis déterminer la vitesse instantanée de disparition de  $I^-$  à la date  $t=8$ min.**

### Exercice 22

On étudie la cinétique de l'oxydation des ions iodures  $I^-$  par les ions peroxodisulfate  $S_2O_8^{2-}$  d'équation :



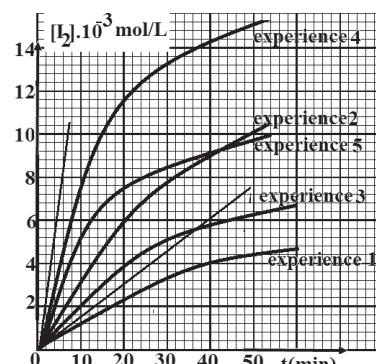
Pour cela, on réalise 5 expériences, les conditions expérimentales étant décrites dans le tableau suivant :

	[ $I^-$ ] <sub>0</sub> (mol/L)	[ $S_2O_8^{2-}$ ] <sub>0</sub> (mol/L)	Tem (°C)	Catalyseur
Exp 1	$2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	20	aucun
Exp 2	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	20	aucun
Exp 3	$2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	35	aucun
Exp 4	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	35	aucun
Exp 5	$2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	20	$Fe^{3+}$

On note [ $I^-$ ]<sub>0</sub> et [ $S_2O_8^{2-}$ ]<sub>0</sub> les concentrations initiales . On réalise les mélanges à la date  $t = 0$ . On étudie les variations de la concentration en diiode [ $I_2$ ] au cours du temps, les résultats sont rassemblés sur le graphique ci-contre :

**1. Définir la vitesse de formation du diiode et déterminer sa vitesse initiale en mol/L.min pour les expériences 1 et 4.**

**2. En comparant respectivement les courbes 1 et 2 puis 3 et 4, quel facteur cinétique met-on en évidence et quel est son effet ?**



3. En comparant respectivement les courbes 1 et 3 puis 2 et 4, quel facteur cinétique met-on en évidence et quel est son effet ?
4. Dans l'expérience 5, on a affaire à une réaction catalysée. Justifier cette affirmation en comparant les résultats de l'expérience 5 avec ceux de l'une des quatre autres expériences. Bac français

### Exercice 23

On considère les couples redox :  $I_2/I^-$ ,  $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$  et  $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$

On réalise la réaction de l'oxydation des ions iodures  $I^-$  par les ions peroxodisulfate  $S_2O_8^{2-}$ .

- 1.1. Ecrire l'équation de la réaction et préciser les couples redox mis en jeu.  
 1.2. Pour suivre l'évolution de la réaction, on dose le diiode formé à différentes dates avec une solution de thiosulfate de sodium  $Na_2S_2O_3$ .

Ecrire l'équation de la réaction qui se produit au cours du dosage.

2. On réalise cette réaction dans différentes conditions expérimentales consignées dans le tableau suivant :

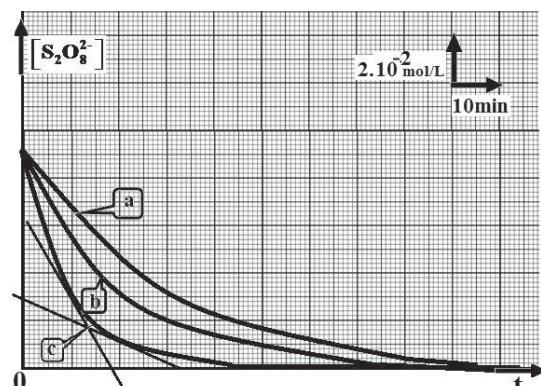
Première expérience	deuxième expérience	troisième expérience
$[S_2O_8^{2-}]_0 = 9 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$	$[S_2O_8^{2-}]_0 = 9 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$	$[S_2O_8^{2-}]_0 = 9 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$
$[I^-]_0 = 0,4 \text{ mol/L}$	$[I^-]_0 = 0,4 \text{ mol/L}$	$[I^-]_0 = 0,4 \text{ mol/L}$
$\theta=20^\circ\text{C}$	$\theta=30^\circ\text{C}$ en présence d'ions $Fe^{2+}$	$\theta=30^\circ\text{C}$

Les courbes  $[S_2O_8^{2-}] = f(t)$  relatives à ces expériences sont données par la fig.

- 2.1. Attribuer à chaque expérience la courbe correspondante. Justifier la réponse.

- 2.2. Définir la vitesse de disparition de  $S_2O_8^{2-}$  et calculer sa valeur aux instants  $t_1=10\text{min}$  et  $t_2=20\text{min}$  pour l'expérience relative à la courbe (c).

- 2.3. Comparer les deux valeurs trouvées et justifier la différence.



- 2.4. Calculer la molarité du diiode et celle des ions iodure à la fin de chaque expérience sachant que la réaction est totale.

- 2.5. Calculer la vitesse moyenne de disparition de  $[S_2O_8^{2-}]$  entre les instants  $t_1=10\text{min}$  et  $t_2=30\text{min}$  pour l'expérience relative à la courbe (b).

**2.6. Déterminer graphiquement l'instant  $t$  pour lequel la vitesse instantanée est égale à la vitesse moyenne entre les instants  $t_1=10\text{min}$  et  $t_2=30\text{min}$  pour l'expérience relative à la courbe (b).**

**3. Déterminer le temps de demi-réaction pour l'expérience (a).**

#### **Exercice 24**

**1. A la date  $t=0$ , on mélange  $3.10^{-3}$  mol de diiode  $I_2$  et  $40\text{cm}^3$  d'une solution de thiosulfate de sodium ( $2\text{Na}^+, \text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ ) de concentration  $0,1\text{mol/L}$ .**

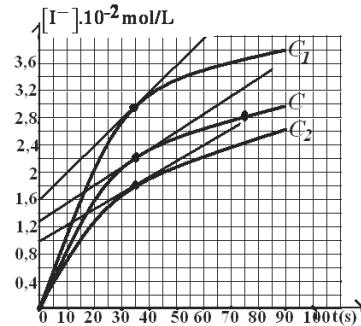
**On donne :**  $E_{\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} = 0,08\text{V}$  et  $E_{\text{I}_2/\text{I}^-} = 0,54\text{V}$

**1.1. Ecrire les demi équations et l'équation bilan de la réaction qui se produit. Déterminer le réactif limitant.**

**1.2. Le volume total de la solution étant  $V_S=100\text{cm}^3$ , quelle est la concentration initiale des réactifs ?**

**1.3. Quelle est la concentration des ions iodure  $\text{I}^-$  en fin de réaction ?**

**1.4. La courbe C représente l'évolution de la variation de la concentration des ions iodure formés en fonction du temps. Calculer la concentration des réactifs  $I_2$  et  $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$  à l'instant  $t=75\text{s}$ .**



**1.5. Déterminer le temps de la demi-réaction pour cette expérience.**

**2. Dans le but de mettre en évidence l'effet de certains facteurs cinétiques sur la vitesse de formation, on réalise en plus de l'expérience précédente deux autres expériences en y apportant chaque fois une seule modification. Les conditions initiales de ces expériences sont consignées dans le tableau suivant:**

Expérience	a	b	c
Concentration initiale de $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	$4.10^{-2}\text{mol/L}$	$2.10^{-2}\text{mol/L}$	$4.10^{-2}\text{mol/L}$
Température	$T_1$	$T_1$	$T_2 > T_1$

On a représenté sur la même figure avec C les courbes  $C_1$  et  $C_2$  traduisant les résultats de ces expériences.

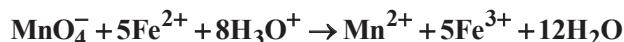
**2.1. Déterminer la vitesse de formation de  $\text{I}^-$  à la date  $t=35\text{s}$  pour les trois expériences.**

**2.2. Préciser la courbe correspondante à chaque expérience. Justifier la réponse.**

### Exercice 25

L'étiquette d'une boîte de médicament utilisé pour traiter l'anémie par carence de fer, indique qu'un comprimé contient 160 mg d'élément fer sous forme d'ions fer (II). Pour vérifier cette indication, on dissout un comprimé de ce médicament dans de l'eau et on y ajoute, en excès, une solution de permanganate de potassium et un peu d'acide sulfurique concentré. On obtient ainsi une solution S de volume  $V=200$  mL. Avec cette solution on remplit une série de tubes qu'on scelle et qu'on maintient à une température constante égale à 37°C.

Dans chaque tube il se produit une réaction d'équation-bilan:



A des dates données, on dose les ions manganèse formés dans ces tubes. On obtient alors le tableau suivant :

$t(\text{min})$	0	2	4	6	8	10
$[\text{Mn}^{2+}] \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$	0	0,99	1,53	1,98	2,25	2,46
$t(\text{min})$	12	14	16	18	20	22
$[\text{Mn}^{2+}] \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$	2,61	2,67	2,76	2,84	2,84	2,84

1. Préciser le rôle de l'acide sulfurique concentré ajouté au contenu de chaque tube.

2. La courbe représentant les variations de la concentration des ions manganèse au cours du temps est représentée ci-contre.

Déterminer, graphiquement, les valeurs de la vitesse instantanée de formation des ions manganèse aux dates  $t_1 = 8$  min et  $t_2 = 19$  min.

3. En déduire les vitesses de disparition des ions fer (II) aux dates  $t_1 = 8$  min et  $t_2 = 19$  min.

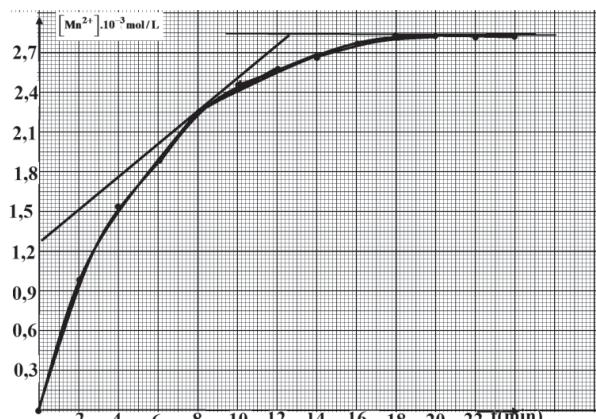
4. Calculer la concentration initiale des ions fer (II) dans la solution S. En déduire la masse de fer dans un comprimé du médicament considéré.

A votre avis l'indication de l'étiquette de la boîte du médicament est-elle correcte ?

On donne : masse molaire atomique :  $M(\text{Fe}) = 56 \text{ g/mol}$

5. Montrer qu'à tout instant  $[\text{Fe}^{2+}]_r = [\text{Fe}^{2+}]_0 - 5[\text{Mn}^{2+}]$  puis calculer la concentration restante des ions fer(II) à la date  $t=10\text{min}$ .

6. Déterminer le temps de la demi-réaction.



### Exercice 26

On réalise l'oxydation des ions iodure  $I^-$  en diiode  $I_2$  par le peroxyde d'hydrogène ou eau oxygénée  $H_2O_2$  en milieu acide.

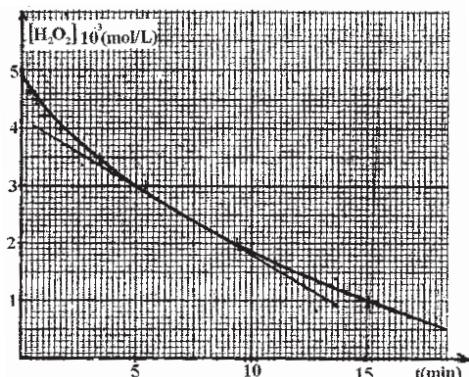
1. A l'instant  $t=0$ , on mélange un volume  $V_1=2\text{cm}^3$  d'une solution d'iodure de potassium de concentration molaire volumique  $C_1=2.10^{-1}\text{mol/L}$ , un volume  $V_2=10\text{cm}^3$  d'une solution d'eau oxygénée de concentration  $C_2=10^{-2}\text{mol/L}$  et un volume  $V_3=8\text{cm}^3$  d'acide sulfurique de concentration en ion  $H_3O^+$   $C_3=8.10^{-1}\text{mol/L}$ .

1.1. Ecrire les demi équations électroniques des couples redox et en déduire l'équation bilan. On donne :  $E^\theta_{I_2/I^-}=0,55\text{V}$  et  $E^\theta_{H_2O_2/H_2O}=1,77\text{V}$ .

1.2. Calculer à l'instant  $t=0$  les concentrations initiales  $[I^-]_0$ ,  $[H_2O_2]_0$  et  $[H_3O^+]_0$ . Préciser alors le réactif limitant.

2. Le diiode formé donne une couleur brune ce qui permet de mesurer la concentration de  $I_2$  formée à différents instants.

2.1. Montrer que la relation liant la concentration restante de l'eau oxygénée  $[H_2O_2]$  et  $[I_2]$  à tout instant peut s'écrire sous la forme :  
 $[H_2O_2]=[H_2O_2]_0 - [I_2]$



2.2. On donne la courbe  $[H_2O_2]=f(t)$  représentant l'évolution de la concentration de l'eau oxygénée en fonction du temps (voir fig).

2.2.1. Définir la vitesse de disparition de  $H_2O_2$  et la calculer à l'instant. En déduire la vitesse de formation de  $I_2$  à cet instant.

2.2.2 Calculer la vitesse moyenne de disparition de  $H_2O_2$  entre les instants  $t_1 = 2,5\text{ min}$  et  $t_2 = 12,5\text{ min}$

2.2.3 Déterminer le temps de demi-réaction.

### Exercice27

**Lors de la réaction de l'acide méthanoïque sur le propan-1-ol, on étudie la vitesse de formation de l'ester :  $v = d[\text{ester}]/dt$ . Le propan-1-ol est en grand excès ; la température est constante. A chaque instant  $t$ , on note  $[\text{acide}]$  ;**

**à  $t = 0$  ;  $[\text{acide}]_0 = 0,100\text{mol/L} = (100\text{mmol/L})$**

**Le dosage de l'acide méthanoïque restant, en fonction du temps, donne les résultats suivants :**

**1- Ecrire l'équation bilan de la réaction et nommer l'ester formé.**

**2- Compléter la 3ème ligne du tableau.**

Date(s)	0	100	200	300	400	500	600	1000
$[\text{acide}](\text{mmol/L})$	100	79,5	63	50	40	31,5	25	10
$[\text{ester}](\text{mmol/L})$								

**3- Représenter graphiquement  $[\text{ester}] = f(t)$  sur le quadrillage de la feuille annexe (1cm représentera 10 mmol /L et 1c représentera 100s).**

**3- A partir de la représentation graphique, déterminer en mol/L /s,  
 $V_{100}$  à  $t = 100\text{s}$  et  $V_{500}$  à  $t = 500\text{s}$**



### Corrigé de l'exercice 1

#### 1. Le tableau complété

Etat de système	Avancement x (mol)	<i>Quantité de matière(en mol)</i>					
		$\text{H}_2\text{O}_2 + 2\Gamma^- + 2\text{H}_3\text{O}^+ \rightarrow \text{I}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$					
Etat (initial) $t_0$	0	$C_1 V_1$	$C_2 V_2 = 10^{-2}$	En excès	0	Solvant en excès	
Etat intermédiaire $t$	x	$C_1 V_1 - x$	$10^{-2} - 2x$		x		
Etat (final) $t_f$	$x_f$	$C_1 V_1 - x_f$	$10^{-2} - 2x_f$			$x_f$	

2.1. Graphiquement  $x_f = 4 \cdot 10^{-2}$  mol

2.2.  $\text{H}_2\text{O}_2$  est le réactif limitant c.à.d.  $\Gamma^-$  est le réactif en excès ; il suffit de montrer que  $n(\Gamma)^{\text{final}} \neq 0$ .

$n(\Gamma)^{\text{final}} = 10^{-2} - 2 \cdot x_f = 10^{-2} - 2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 0,2 \cdot 10^{-2}$  mol  $\neq 0$ ; donc  $\Gamma^-$  est le réactif en excès et  $\text{H}_2\text{O}_2$  est le réactif limitant.

2.3.  $\text{H}_2\text{O}_2$  est le réactif limitant, donc  $C_1 V_1 - x_f = 0$   $C_1 = \frac{x_f}{V_1} = 4 \cdot 10^{-2}$  mol / L

3.1. La vitesse instantanée d'une réaction chimique à un instant  $t$  est la dérivée de la quantité de matière (l'avancement) par rapport au temps :  $v = \frac{dx}{dt}$

Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $t$  considéré.

Soit en utilisant les points O (0 ; 0) et B (16;  $4 \cdot 10^{-3}$ )

$$v(t=0) = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol / min}$$

3.2. La vitesse de la réaction diminue au cours du temps car la valeur de la pente de la tangente diminue au cours du temps.

Le facteur cinétique responsable à cette diminution est la concentration des réactifs.

#### 4. Calcul de la vitesse moyenne volumique :

$$v_{V(\text{moy})} = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{V_1 + V_2} \cdot \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ mol / L / min}$$

5.1. \*  $\text{H}_2\text{O}_2$   $\begin{cases} C_1 = 0,05 \text{ mol.L}^{-1} \\ V_1 = 100 \text{ mL} \end{cases}$  \*  $\Gamma^-$   $\begin{cases} C_2 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1} \\ V_2 = 100 \text{ mL} \end{cases}$   $n'_0(\text{H}_2\text{O}_2) = n_0(\Gamma)/2$ : le

mélange est réalisé dans les proportions stoechiométriques donc  $x_f$  est modifié :  $x_f = 5 \cdot 10^{-3}$  mol.

5.2. La vitesse à  $t=0$  augmente car la concentration initiale du réactif  $\text{H}_2\text{O}_2$  augmente.

### Corrigé de l'exercice 2

**La courbe A représente la variation de  $[I^-]$  en fonction du temps car c'est une courbe de disparition ; alors que la courbe B représente la variation de  $[I_2]$  en fonction du temps car c'est une courbe de formation.**

#### 2. Le tableau complété

Etat de système	Avancement $x$ (mol)	<i>Quantité de matière(en mol)</i>				
		$2I^- + H_2O_2 + 2H_3O^+ \rightarrow I_2 + 4H_2O$	$n_1 = C_1 V_1$	$n_2 = C_2 V_2$	En excès	$0$
Etat (initial) $t_0$	0	$n_1 = C_1 V_1$	$n_2 = C_2 V_2$	$x$	Solvant en excès	
Etat intermédiaire $t$	$x$	$C_1 V_1 - 2x$	$C_2 V_2 - x$			
Etat (final) $t_f$	$x_f$	$C_1 V_1 - 2x_f$	$C_2 V_2 - x_f$			

3. Le réactif limitant est  $H_2O_2$  car d'après la courbe A il reste 0,05mol/L de  $I^-$  donc  $I^-$  est un réactif en excès.

4. D'après la courbe B l'avancement final  $x_f = [I_2]_f \times V = 0,05 \times 200 \cdot 10^{-3} = 10^{-2}$  mol

#### 5. Calcul des concentrations

##### ➤ Calcul de $C_1$ :

✓ 1<sup>ère</sup> méthode :

$$\left[ I^- \right]_0 = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} \Rightarrow C_1 = \frac{\left[ I^- \right]_0 (V_1 + V_2)}{V_1} = \frac{0,15 \times 200}{100} = 0,3 \text{ mol/L}$$

✓ 2<sup>ème</sup> méthode :

$$C_1 V_1 - 2x_f = [I^-]_r \times V = 10^{-2} \text{ mol} \Rightarrow C_1 = \frac{10^{-2} + 2x_f}{V_1} = 0,3 \text{ mol/L}$$

##### ➤ Calcul de $C_2$ :

✓ 1<sup>ère</sup> méthode :

$$[I_2]_{\max} = [H_2O_2]_0 \Leftrightarrow [I_2]_{\max} = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow C_2 = \frac{[I_2]_{\max} (V_1 + V_2)}{V_2} = \frac{0,05 \times 200}{100} = 0,1 \text{ mol/L}$$

✓ 2<sup>ème</sup> méthode :

$$C_2 V_2 - x_f = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{x_f}{V_2} = 0,1 \text{ mol/L}$$

6.1. Calcul de la vitesse volumique maximale est la vitesse initiale :

La vitesse de disparition de  $I^-$  correspond au à l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe A au point d'abscisse  $t = 0$

Soit en utilisant les points O (0 ; 0,15) et B (20; 0)

$$(V_{Vol})_d(I^-)(t=0) = -\frac{[I^-]_2 - [I^-]_1}{t_2 - t_1} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L/min}$$

d'où la vitesse volumique de la réaction:

$$(V_{Vol})(t=0) = \frac{(V_{Vol})_d(I^-)(t=0)}{2} = 3,75 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L/min}$$

## 6.2. Déduction de la vitesse de la réaction :

$$V_{\text{vol}}(t=0) = \frac{V(t=0)}{V_{\text{vol}}}$$

$$\Rightarrow V(t=0) = V_{\text{vol}}(t=0) \times V_{\text{vol}} = 3,75 \cdot 10^{-3} \times 200 \cdot 10^{-3} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol/min}$$

**6.3. La vitesse de la réaction diminue au cours du temps car la valeur de la pente de la tangente diminue au cours du temps.**

**Le facteur cinétique responsable à cette diminution est la concentration des réactifs.**

### 7. Le temps de la demi-réaction $t_{1/2}$

C'est l'abscisse du point d'ordonnée  $[I_2]_{\text{max}/2}$  soit  $t_{1/2}=10\text{min}$ .

### Corrigé de l'exercice 3

#### 1. Avancement final :

$$X_f = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\alpha \cdot t}{1 + \beta \cdot t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\alpha \cdot t}{t(\frac{1}{t} + \beta)} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$X_f = \frac{\alpha}{\beta}$$

#### 2. Temps de demi-réaction:

$$t_{1/2} = \frac{X_f}{2} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha t_{1/2}}{1 + \beta t_{1/2}} \Leftrightarrow 1 + \beta t_{1/2} = 2\beta t_{1/2} \Leftrightarrow \beta t_{1/2} = 1 \Rightarrow t_{1/2} = \frac{1}{\beta}$$

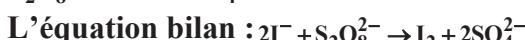
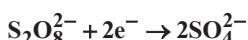
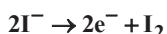
#### 3. Expression de V :

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{\alpha(1+\beta t) - \beta \alpha t}{(1+\beta t)^2} = \frac{\alpha}{(1+\beta t)^2} \Rightarrow V = \frac{\alpha}{(1+\beta t)^2} \Rightarrow V_0 = \frac{\alpha}{1} = a$$

$$4. X = \frac{V_0 t}{1 + t/t_{1/2}} = \frac{V_0 t_{1/2} t}{t + t_{1/2}}$$

### Corrigé de l'exercice 4

#### 1 Les demi-équations électroniques :



#### 2 Calcul des concentrations initiales :

$$[I^-]_0 = \frac{C_1 V_1}{V} \text{ A.N : } [I^-]_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[S_2O_8^{2-}]_0 = \frac{C_2 V_2}{V} \text{ A.N : } [S_2O_8^{2-}]_0 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L.}$$

Comme  $\frac{[S_2O_8^{2-}]_0}{1} > \frac{[I^-]_0}{2}$  c'est  $I^-$  qui est le réactif limitant.

### 3.1 La vitesse moyenne de formation du diiode entre les instants $t_1$ et $t_2$ .

On utilise les deux points d'abscisses  $t_1$  et  $t_2$  de la courbe, on obtient :

$$v_m = \frac{[I_2]_2 - [I_2]_1}{t_2 - t_1} \text{ soit } V_m \approx 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L/mn}$$

### 3.2 Définition de la vitesse de formation de $I_2$

C'est la dérivée de la concentration de  $I_2$  par rapport au temps ce qui correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 20mn ; soit  $v_{I_2} = \frac{[I_2]_B - [I_2]_A}{t_B - t_A} \approx 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L/min}$

Vitesse de disparition de  $I^-$  :

D'après l'équation bilan on a :

$$\frac{V(I^-)}{2} = \frac{V(I_2)}{1} \Rightarrow V(I^-) = 2V(I_2) \quad A.N: V(I^-) = 3,73 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L/mn}$$

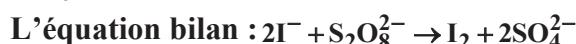
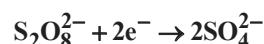
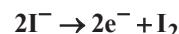
3.3 Le temps de demi réaction est le temps nécessaire à la disparition de  $\frac{[I^-]_0}{2}$

ce qui correspond à l'abscisse du point d'ordonnée  $[I_2]_{1/2} = \frac{[I^-]_0}{4} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$

soit  $t_{1/2} = 12,5 \text{ mn}$  d'après la courbe.

### Corrigé de l'exercice 5

#### 1 Les demi-équations électroniques :



#### 2 Calcul des concentrations initiales :

$$[I^-]_0 = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} \text{ A.N : } [I^-]_0 = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[S_2O_8^{2-}]_0 = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} \text{ A.N : } [S_2O_8^{2-}]_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L.}$$

#### 3 Calcul des nombres de moles dans l'échantillon $V_0$ :

$$n(I^-)_0 = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} \cdot V_0 = 10^{-4} \text{ mol}$$

$$n(S_2O_8^{2-})_0 = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} \cdot V_0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$$

#### 4.1 La vitesse moyenne de disparition de $I^-$ est

$$v_m(I^-) = -\frac{\Delta [I^-]}{\Delta t} \text{ A.N } V_m = -\frac{(2-10) \cdot 10^{-5}}{10-0} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L/min}$$

#### 4.2 Définition de la vitesse de disparition de $I^-$

C'est l'opposée de la dérivée de la concentration de

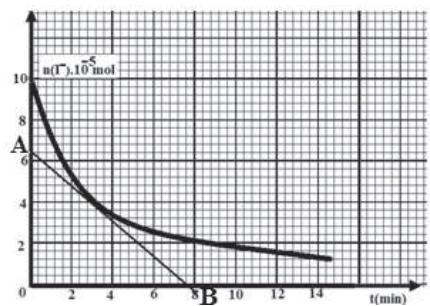
$I^-$  par rapport au temps  $v(I^-) = -\frac{d[I^-]}{dt}$  ce qui

correspond à l'opposée du coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 5mn ;

$$\text{soit } v_{t=5 \text{ min}} = -\frac{[I^-]_B - [I^-]_A}{t_B - t_A} \Rightarrow$$

$$v_{t=5 \text{ min}} = -\frac{0 - 6,4 \cdot 10^{-5}}{7,6} \approx 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L/min}$$

La vitesse de disparition de  $I^-$  diminue en fonction du temps à cause de la diminution de la concentration



#### Corrigé de l'exercice 6

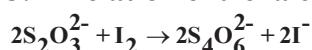
1 Les demi équations sont :  $2I^- \rightarrow 2e^- + I_2$  et  $S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightarrow 2SO_4^{2-}$

L'équation bilan :  $S_2O_8^{2-} + 2I^- \rightarrow 2SO_4^{2-} + I_2$

2 Calcul des concentrations initiales :

$$[I^-]_0 = \frac{C_1 V_1}{V} = 0,2 \text{ mol/L} \text{ et } [S_2O_8^{2-}]_0 = \frac{C_2 V_2}{V} = 0,1 \text{ mol/L}$$

3.1 Relation entre la concentration du diiode et  $C_1 V_1$  :



$$n_{S_2O_3^{2-}} = n_{I_2} = n_{I^-} = n_{S_4O_6^{2-}}$$

$$\frac{n_{I_2}}{1} = \frac{n_{S_2O_3^{2-}}}{2} \text{ or } n_{S_2O_3^{2-}} = C_1 V_1 \Rightarrow n_{I_2} = \frac{C_1 V_1}{2}$$

$$\text{Comme } C = [I_2] = \frac{n_{I_2}}{V} \Leftrightarrow C = \frac{C_1 V_1}{2V}$$

D'où le tableau :

t(min)	2,7	7,5	12	18	25	33	40	56
$V_1(\text{cm}^3)$	1,1	3,2	4,8	6,2	7,4	8,4	9	9,7
$C \times 10^{-3}$	0,55	1,6	2,4	3,1	3,7	4,2	4,5	4,85

**3.2.1** La vitesse de formation de  $I_2$  est la dérivée de la concentration de  $I_2$  par rapport à t :  $v = \frac{d[I_2]}{dt}$ , elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse considérée t, à t=20min

$$v_{20} = \frac{(5 - 1,5) \cdot 10^{-3}}{40} = 8,75 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L/min}$$

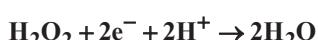
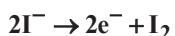
**3.2.2** La vitesse moyenne de formation de  $I_2$  est le rapport de la variation de la concentration du diiode sur la variation correspondante du temps :

Entre  $t_1=12\text{min}$  et  $t_2=40\text{min}$ , on a :

$$v_m = \frac{(4,5 - 2,4) \cdot 10^{-3}}{40 - 12} = 2,68 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L/min}$$

### Corrigé de l'exercice 7

#### 1 Les demi-équations électroniques :



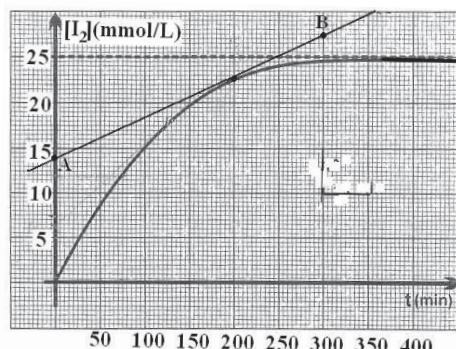
L'équation bilan :



#### 2.1 Calcul des concentrations initiales :

$$[I^-]_0 = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2 + V_3} A.N : [I^-]_0 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[H_2O_2]_0 = \frac{C_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} A.N : [H_2O_2]_0 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L.}$$



Détermination du réactif limitant :

$\frac{[H_2O_2]_0}{1} < \frac{[I^-]_0}{2}$  le réactif limitant est l'eau oxygénée  $H_2O_2$ .

**2.2 Définition de la vitesse de formation de  $I_2$  :** C'est la dérivée de la concentration de  $I_2$  par rapport au temps  $v(I_2) = \frac{d[I_2]}{dt}$  ce qui correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t; soit à t=200min

$$v_{t=200 \text{ min}} = \frac{[I_2]_B - [I_2]_A}{t_B - t_A} \text{ et } v_{t=8 \text{ min}} = \frac{(27 - 14) \cdot 10^{-3}}{300} \approx 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L/min}$$

### 3 Détermination de $[I_2]_\infty$

La concentration de  $I_2$  à l'infini correspond à la disparition totale de la concentration initiale du réactif limitant ; soit  $[I_2]_\infty = [H_2O_2]_0 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

Ce résultat est bien en accord avec la courbe qui admet une tangente horizontale au point d'ordonnée 25mmol/L.

#### 4. Le temps de la demi-réaction :

D'après le graphe  $t_{1/2} \approx 75 \text{ min.}$

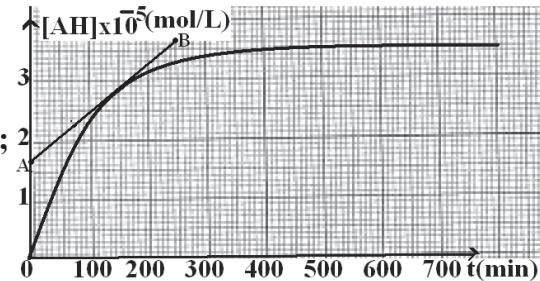
### Corrigé de l'exercice 8

#### 1.1 Définition de la vitesse de formation de AH

C'est la dérivée de la concentration de C par rapport au temps  $v_{(AH)} = \frac{dC}{dt}$  ce qui correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t;

$$v_{t=150 \text{ min}} = \frac{C_B - C_A}{t_B - t_A}$$

$$\text{soit } v_{t=150 \text{ min}} = \frac{(3,7 - 1,7) \cdot 10^{-5}}{250} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ mol/L/min}$$



1.2 Le temps de demi-réaction est le temps nécessaire à la disparition de  $\frac{[AH]_0}{2}$  ce qui correspond à l'abscisse du point d'ordonnée  $[AH]_{1/2} = \frac{[AH]_0}{2} = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$

soit  $t_{1/2} = 70 \text{ min}$  d'après la courbe.

### Corrigé de l'exercice 9

1 La f.s.d de E est :

$\text{CH}_3\text{-COO-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$ . La fonction s'appelle la fonction ester

2.1 (A) est l'acide éthanoïque  $\text{CH}_3\text{COOH}$  ;

(B) est l'alcool butan-1-ol  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{OH}$ .

2. 2 L'équation de la réaction:



**3.1 La réaction est la réaction d'estérification qui est lente, limitée par l'hydrolyse de l'ester et athermique.**

**3.2.1 La vitesse de formation est la dérivée de la quantité de matière par rapport au temps :**

**V = dn(E) / dt. Elle correspond à la pente de la tangente à la courbe au point d'abscisse considéré. Soit :**

$$V_{t_1} = \frac{0,34 - 0,08}{25} \cdot 10^{-2} \text{ mol/h} \text{ et } V_{t_2} = \frac{0,35 - 0,2}{40} = 3,75 \cdot 10^{-3} \text{ mol/h}$$

Cette vitesse diminue au cours du temps car les quantités de matière des réactifs diminuent.

**3.2.2 Calcul du rendement : R=( n<sub>ester</sub>)<sub>équi</sub>/n<sub>0</sub>= 0,33 / 0,5 = 0,66.**

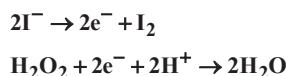
**3.2.3 L'équilibre étant atteint à t=48s, la valeur du rendement ne varie pas.**

En effet en doublant les quantités initiales des réactifs et en augmentant la quantité du catalyseur, on atteint plus rapidement l'équilibre, sans changer le rendement.

**4 On utilise le chlorure d'éthanoyle CH<sub>3</sub>COCl ou l'anhydride éthanoïque(CH<sub>3</sub>CO)<sub>2</sub>O à la place de l'acide éthanoïque car la réaction avec l'alcool est totale**

#### **Corrigé de l'exercice 10**

**1 Les couples redox: I<sub>2</sub>/I<sup>-</sup> et H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>/H<sub>2</sub>O**



L'équation bilan :  $2I^- + H_2O_2 + 2H^+ \rightarrow 2H_2O + I_2$

**2 Calcul des concentrations initiales :**

$$\left[ I^- \right]_0 = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} \text{ A.N : } \left[ I^- \right]_0 = 2,32 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\left[ H_2O_2 \right]_0 = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} \text{ A.N : } \left[ H_2O_2 \right]_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L.}$$

**Détermination du réactif limitant :**

$$\frac{\left[ H_2O_2 \right]_0}{1} > \frac{\left[ I^- \right]_0}{2} \text{ Le réactif en excès est l'eau oxygénée H}_2\text{O}_2.$$

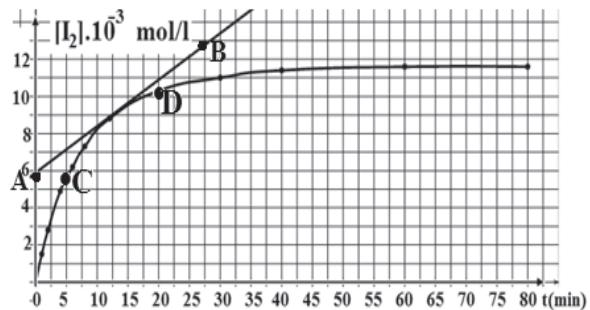
**3.1 La vitesse moyenne de formation des ions  $I_2$  entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  est le rapport de la variation de la concentration des ions  $I_2$  à la variation correspondante du temps.**  $v_m = \frac{\Delta [I_2]}{\Delta t}$

On utilise les deux points C et D d'abscisses  $t_1$  et  $t_2$  de la courbe, on obtient :

$$v_m = \frac{[I_2]_2 - [I_2]_1}{t_2 - t_1} = \frac{(10,2 - 5,7) \cdot 10^{-3}}{20 - 5} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L/min}$$

### 3.2 Définition de la vitesse de formation de $I_2$

C'est la dérivée de la concentration de  $I_2$  par rapport au temps :  $v = \frac{d[I_2]}{dt}$  Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $t=12,5\text{min}$ .



Soit en utilisant les points A (0 ;  $5,9 \cdot 10^{-3}$ ) B (27,5 ;  $12,8 \cdot 10^{-3}$ )

$$v = \frac{[I_2]_2 - [I_2]_1}{t_2 - t_1} = \frac{(12,8 - 5,9) \cdot 10^{-3}}{27,5 - 0} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L/min}$$

Déduction de la vitesse de disparition de  $I^-$  :

D'après l'équation bilan on a :

$$\frac{V(I^-)}{2} = \frac{V(I_2)}{1} \Rightarrow V(I^-) = 2V(I_2) = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L/min}$$

Ces vitesses diminuent en fonction du temps.

Le facteur cinétique responsable de cette diminution est la diminution des concentrations des réactifs.

**3.2 Calcul des concentrations restante à  $t=30\text{min}$  : D'après la courbe à  $t=30\text{min}$  :**  $[I_2] = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

$$[I^-]_r = [I^-]_0 - [I^-]_d = [I^-]_0 - 2[I_2]$$

$$[I^-]_r = 2,32 \cdot 10^{-2} - 2,2 \cdot 10^{-2} = 0,12 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[H_2O_2]_r = [H_2O_2]_0 - [H_2O_2]_d = [H_2O_2]_0 - [I_2]$$

$$[H_2O_2]_r = 2 \cdot 10^{-2} - 1,1 \cdot 10^{-2} = 0,9 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

#### 4. Détermination du temps de la demi-réaction :

Lorsque la moitié de la concentration initiale de  $I^-$  disparaît (soit  $11,6 \cdot 10^{-3}$  mol/L) ; d'après les coefficients stœchiométriques, il se forme  $5,8 \cdot 10^{-3}$  mol/L de  $I_2$ . Le temps  $t_{1/2}$  est l'abscisse du point d'ordonnée  $5,8 \cdot 10^{-3}$  mol/L soit  $t_{1/2} \approx 5$  min

#### Corrigé de l'exercice 11

##### 1 L'équation de la réaction d'estérification :



Les caractéristiques de cette réaction : Cette réaction est lente limitée et athermique.

##### 2 Calcul de la quantité d'ester $n_e$

D'après la conservation de la matière :

$$(n_{ac})_0 = (n_{ac})_r + (n_{ac})_d \Rightarrow (n_{ac})_d = (n_{ac})_0 - (n_{ac})_r \text{ Or } (n_{ac})_d = n_e \text{ et } (n_{ac})_0 = 1 \text{ d'où}$$

$$\boxed{n_e = 1 - n_a}$$

Voir tableau

	$t(\text{min})$	5	10	20	30	40	50	60
M <sub>1</sub>	$n_a$	0,84	0,74	0,64	0,58	0,54	0,52	0,50
M <sub>2</sub>	$n_a$	0,53	0,37	0,35	0,34	0,34	0,34	0,34
M <sub>1</sub>	$n_e$	0,16	0,26	0,36	0,42	0,46	0,48	0,50
M <sub>2</sub>	$n_e$	0,47	0,63	0,65	0,66	0,66	0,66	0,66

##### 3 Définition de la vitesse moyenne de disparition de l'acide :

C'est l'opposée du rapport de la variation de la quantité de matière de l'acide à la durée de cette variation ;  $v_m = -\frac{\Delta n}{\Delta t} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$

Calcul de  $V_m$  entre  $t_1=5\text{min}$  et  $t_2=10\text{min}$  :

Pour le premier mélange on obtient :

$$v_{m1} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1} \quad \text{AN : } v_{m1} = -\frac{0,74 - 0,94}{10 - 5} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/min}$$

Pour le deuxième mélange on obtient :

$$v_{m2} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1} \quad \text{et } v_{m2} = -\frac{0,37 - 0,53}{10 - 5} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/min} \quad \text{Comparaison : } v_{m2} > v_{m1}$$

**4 Le catalyseur est une substance chimique qui accélère la réaction sans apparaître dans l'équation bilan. L'expérience montre que le catalyseur augmente la vitesse de la réaction.**

### Corrigé de l'exercice 12

**1** On ramène l'acide à doser à la température ambiante pour annuler la vitesse de formation de l'ester ; ainsi l'estérification s'arrête pendant la durée du dosage et n'influence pas la mesure. *Le facteur mis en jeu est la température dont l'augmentation entraîne l'augmentation de la vitesse.*

**2** La vitesse instantanée de formation de l'ester est donnée par la détermination de la pente de la tangente à la courbe aux points d'abscisses  $t_1$  et  $t_2$  :  $v(t_1) \approx 10 \cdot 10^{-2} \text{ mol/h}$        $v(t_2) \approx 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/h}$

Les résultats précédents sont en accord avec le fait que la vitesse de formation des produits augmente avec la *concentration des réactifs*, car la probabilité de rencontre et donc de choc entre les molécules augmente. Dans la réaction d'estérification, la concentration des réactifs diminue au cours du temps et donc la vitesse en même temps ; c'est ce que confirme l'expérience.

**3** Les ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  sont des catalyseurs qui accélèrent la réaction d'estérification mais n'ont pas d'influence sur sa limite. La courbe (3) correspond à une limite d'estérification différente ; la courbe (2) a une pente donc une vitesse inférieure à celle de la courbe (1). Ces deux courbes sont donc à rejeter. La bonne courbe est la courbe (4) qui a la même limite d'estérification mais dont la limite est atteinte plus rapidement.

### Corrigé de l'exercice 13

**1.1** La vitesse moyenne de formation des ions  $\text{Mg}^{2+}$  entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  est le rapport de la variation de la concentration des ions  $\text{Mg}^{2+}$  à la variation

$$\text{correspondante du temps. } v_m = \frac{\Delta [\text{Mg}^{2+}]}{\Delta t}$$

On utilise les deux points A et B d'abscisses  $t_1$  et  $t_2$  de la courbe, on obtient :

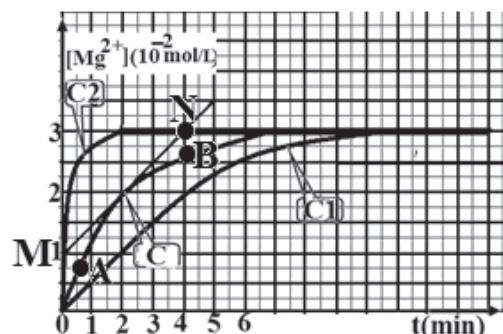
$$v_m = \frac{[\text{Mg}^{2+}]_2 - [\text{Mg}^{2+}]_1}{t_2 - t_1} = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L/min}$$

**1.2. Définition de la vitesse de formation de  $\text{Mg}^{2+}$**

C'est la dérivée de la concentration de  $\text{Mg}^{2+}$  par rapport au temps :  $v = \frac{d[\text{Mg}^{2+}]}{dt}$

Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $t=2\text{min}$  ; soit

$$v = \frac{[\text{Mg}^{2+}]_2 - [\text{Mg}^{2+}]_1}{t_2 - t_1} = \frac{(3-1) \cdot 10^{-2}}{4-0} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L/min}$$



Déduction de la vitesse de disparition de  $\text{H}_3\text{O}^+$  :

D'après l'équation bilan on a :

$$\frac{V(\text{H}_3\text{O}^+)}{2} = \frac{V(\text{Mg}^{2+})}{1} \Rightarrow V(\text{H}_3\text{O}^+) = 2V(\text{Mg}^{2+})$$

Numériquement :  $V(\text{H}_3\text{O}^+) = 1.10^{-2} \text{ mol/L mn}$

### 1.3. La concentration finale de $\text{Mg}^{2+}$

D'après la courbe :  $[\text{Mg}^{2+}]_f = 3.10^{-2} \text{ mol/L}$

Montrons que le magnésium est le réactif en excès :

Calcul de la concentration initiale de Mg :  $[\text{Mg}]_0 = \frac{0,02}{0,5} = 4.10^{-2} \text{ mol/L}$

Il se forme  $3.10^{-2} \text{ mol/L}$  en fin de réaction, les coefficients stœchiométriques étant les mêmes pour Mg et  $\text{Mg}^{2+}$ , il restera  $(4-3).10^{-2} = 10^{-2} \text{ mol/L}$  de Mg non transformé. Mg est donc en excès.

### 1.4. Déduction de la concentration initiale de l'acide :

$$\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{2} = \frac{[\text{Mg}^{2+}]_f}{1} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 2[\text{Mg}^{2+}]_f = 6.10^{-2} \text{ mol/L}$$

L'acide étant fort  $[\text{H}_3\text{O}^+] = C = 6.10^{-2} \text{ mol/L}$

### 1.5. Calcul des concentrations restante à $t=4\text{min}$ :

D'après la courbe à  $t=4\text{min}$  :  $[\text{Mg}^{2+}] = 2,6.10^{-2} \text{ mol/L}$

Or  $[\text{Mg}]_r = [\text{Mg}]_0 - [\text{Mg}]_d = 4.10^{-2} - 2,6.10^{-2} = 1,4.10^{-2} \text{ mol/L}$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_d = 2[\text{Mg}]_d = 2 \times 2,6.10^{-2} = 5,2.10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+]_r &= [\text{H}_3\text{O}^+]_0 - [\text{H}_3\text{O}^+]_d \\ &= 6.10^{-2} - 5,2.10^{-2} = 8.10^{-3} \text{ mol/L} \end{aligned}$$

2

- Lorsque la température diminue la vitesse diminue (courbe  $C_1$  pour  $\theta_2 < \theta_1$ ).
- Lorsqu'on fixe  $\theta$  et on ajoute un catalyseur la vitesse augmente (courbe  $C_2$ ).

### Corrigé de l'exercice 14

**1° L'équation bilan de la réaction :**



**2.1 Expression de la concentration :**

$$(n_{\text{H}_2\text{O}_2})_d = 2n_{\text{O}_2} \quad \text{or} \quad n_{\text{O}_2} = \frac{V_{\text{O}_2}}{V_m} \Leftrightarrow (n_{\text{H}_2\text{O}_2})_d = 2 \frac{V_{\text{O}_2}}{V_m}$$

$$(n_{\text{H}_2\text{O}_2})_r = (n_{\text{H}_2\text{O}_2})_0 - (n_{\text{H}_2\text{O}_2})_d$$

$$(n_{\text{H}_2\text{O}_2})_r = C - 2 \frac{V_{\text{O}_2}}{V_m} \Rightarrow \alpha = 2$$

**2.2 Représentation de la courbe :**

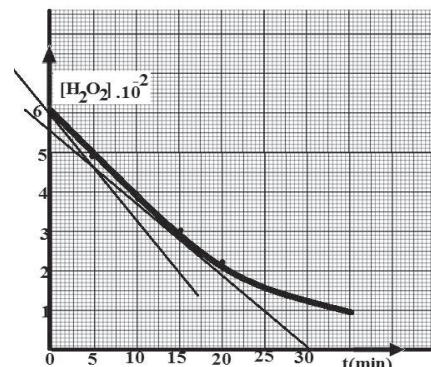
$t_{\text{min}}$	0	5	10	15	20	30
$V_{\text{O}_2}$ formé en L	0	1,56	2,74	3,65	4,42	5,56
$[\text{H}_2\text{O}_2]_{\text{restant}}$ en mol/L	$6 \cdot 10^{-2}$	$4,710^{-2}$	$3,710^{-2}$	$310^{-2}$	$2,310^{-2}$	$1,410^{-2}$

Pour la représentation de la courbe voir la page suivante.

**2.3 La vitesse de disparition du peroxyde d'hydrogène correspond à la valeur absolue de la pente de la tangente à la courbe à l'instant considéré.**

$$v = \left| \frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]}{dt} \right|$$

D'après la courbe  $V_0 = 2,7 \cdot 10^{-3}$  mol/L/min et  $V_{16} = 1,8 \cdot 10^{-3}$  mol/L/min.



La vitesse diminue en fonction du temps.

**2.4 Le temps de la demi réaction correspond à la durée nécessaire pour que**

$[\text{H}_2\text{O}_2] = C/2 = 3 \cdot 10^{-2}$  mol disparaîsse, soit graphiquement  $t_{1/2} = 15$  min

### Corrigé de l'exercice 15

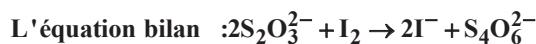
**1.1 Les couples redox:  $\text{I}_2 / \text{I}^-$  et  $\text{H}_2\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}$**

L'équation d'oxydation de l'ion  $\text{I}^-$ :  $2\text{I}^- \rightarrow 2\text{e}^- + \text{I}_2$

L'équation de réduction de  $\text{H}_2\text{O}_2$ :  $\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{e}^- + 2\text{H}^+ \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$

L'équation bilan :  $2\text{I}^- + \text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{I}_2$

## 1.2



### 2.1. La vitesse moyenne de disparition des ions

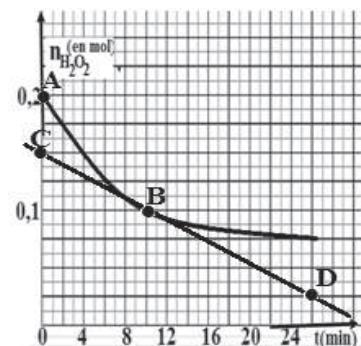
$H_2O_2$  entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  est l'opposé du rapport de la variation de la concentration  $H_2O_2$  à la variation

$$V_m = -\frac{\Delta[H_2O_2]}{\Delta t}$$

correspondante du temps.

On utilise les deux points A et B d'abscisses  $t_1$  et  $t_2$  de la courbe, on obtient :

$$V_m = -\frac{[H_2O_2]_2 - [H_2O_2]_1}{t_2 - t_1} = -\frac{(0,2 - 0,1)}{10 - 0} = 1,10^{-2} \text{ mol/min}$$



### 2.2 Définition de la vitesse de formation de $I_2$

C'est la dérivée de la concentration de  $H_2O_2$  par rapport au temps :

$$v = -\frac{d[H_2O_2]}{dt}$$

Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $t=10\text{min}$ .

Soit en utilisant les points C (0 ; 0,15) et D (26 ; 0,025)

$$v = -\frac{[H_2O_2]_2 - [H_2O_2]_1}{t_2 - t_1} = -\frac{(0,025 - 0,15)}{26 - 0} = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol/min}$$

Déduction de la vitesse de disparition de  $I^-$  :

D'après l'équation bilan on a :

$$\frac{V(I^-)}{2} = \frac{V(H_2O_2)}{1} \Rightarrow V(I^-) = 2V(H_2O_2) = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/min}$$

### 2.3 Calcul du volume de thiosulfate

D'après la première équation-bilan :

$$\frac{(n_{I_2})_f}{1} = \frac{(n_{H_2O_2})_d}{1}$$

$$(n_{I_2})_f = n_0 - (n_{H_2O_2})_r$$

D'après la deuxième équation-bilan :

$$\frac{(n_{I_2})_d}{1} = \frac{(n_{S_2O_2^{3-}})_d}{2}$$

or  $(n_{I_2})_d$  lors de la 2<sup>ème</sup> réaction est le même que  $(n_{I_2})_f$  lors de la 1<sup>ère</sup> réaction

$$\Leftrightarrow n_0 - (n_{H_2O_2})_r = \frac{(n_{S_2O_2^{3-}})_d}{2} = \frac{CV}{2} \Rightarrow V = \frac{2}{C}(n_0 - (n_{H_2O_2})_r) = 100\text{mL}$$

## 2.4 Détermination du temps de la demi-réaction :

Lorsque la moitié de la concentration initiale de  $H_2O_2$  disparaît (soit 0,1mol). Le temps  $t_{1/2}$  est l'abscisse du point d'ordonnée 0,1mol soit  $t_{1/2}=10\text{min}$ .

### Corrigé de l'exercice 16

#### 1 Les quantités de matière initialement introduites dans le mélange

$$n_1(I) = C_1 V_1 = 0,1 \times 50 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_2(Fe^{3+}) = 2C_2 V_2 = 2 \times 0,02 \times 50 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

#### Le réactif limitant

$$\frac{n(I^-)}{2} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\frac{n(Fe^{3+})}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2} = 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{Le réactif limitant est l'ion } Fe^{3+}$$

#### 2.1 L'eau glacée permet de ralentir considérablement la réaction

#### 2.2 La décoloration du mélange est due à la transformation de toute la quantité de $I_2$ en ions $I^-$

#### 2.3 A l'équivalence

$$n(I_2) = \frac{n(S_2O_2^{3-})}{2} = \frac{CV}{2} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \times 12 \cdot 10^{-3}}{2} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$$

#### 2.4 La composition du mélange

$$n(I_2) = 0,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

$$n(I^-)_r = n(I^-)_0 - n(I^-)_d = n(I^-)_0 - 2n(I_2)$$

$$n(I^-)_r = 5 \cdot 10^{-4} - 0,6 \cdot 10^{-4} = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\begin{aligned} n(Fe^{3+})_r &= n(Fe^{3+})_0 - n(Fe^{3+})_d = n(Fe^{3+})_0 - 2n(I_2) \\ n(Fe^{3+})_r &= 2 \cdot 10^{-4} - 0,6 \cdot 10^{-4} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \end{aligned}$$

$$\frac{n(I_2)}{1} = \frac{n(Fe^{2+})}{2} \Rightarrow n(Fe^{2+}) = 2n(I_2) = 0,6 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

**3.1 Comme la courbe devient // à l'axe des abscisses à partir de t=15min, la réaction est totale**

### 3.2

**La vitesse correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse considéré.**

Soit en utilisant les points A (0 ; 0) et B (1 ; 0,9 · 10<sup>-3</sup>) pour t=0 puis

C(0 ; 0, 5 · 10<sup>-3</sup>) et D(8 ; 1,1 · 10<sup>-3</sup>) pour t=4min

$$V_{t=0} = \frac{0,9 \cdot 10^{-3} - 0}{1 - 0} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ mol/min} \text{ et } V_{t=4} = \frac{(1,1 - 0,5) \cdot 10^{-3}}{8 - 0} = 0,75 \cdot 10^{-4} \text{ mol/min}$$

**3.3. La vitesse diminue en fonction du temps à cause de la diminution de la concentration des réactifs.**

### Corrigé de l'exercice 17

**1 Les quantités de matière initialement introduites dans le mélange**

$$n_0(H_2O_2) = C_1 V_1 = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_0(I^-) = C_2 V_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

**Le réactif limitant**

$$\frac{n_0(I^-)}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_0(H_2O_2) = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

**Le réactif limitant est l'ion I<sup>-</sup>**

**1.3 Déduction de (n<sub>I<sub>2</sub></sub>)<sub>max</sub>**

$$(n_{I_2})_{\max} = \frac{n_0(I^-)}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

**2.1 La vitesse correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse considéré.**

Soit en utilisant les points A (0 ; 0,5) et B (19,5 ; 3,5 · 10<sup>-3</sup>)

$$v_{t=9} = \frac{3,5 \cdot 10^{-3} - 1,5 \cdot 10^{-3}}{19,5 - 0} = 10^{-4} \text{ mol/min}$$

**2.2 Pour t<sub>2</sub> > t<sub>1</sub> la vitesse diminue à cause de la diminution des concentrations des réactifs.**

**3 Pour augmenter la vitesse de formation de I<sub>2</sub> soit on augmente la température soit on utilise un catalyseur.**

**Deuxième partie**

# **Solutions aqueuses**



## I Notions générales

**Une solution est un mélange de soluté et de solvant.**

**Le soluté est le corps qui est dissout et le solvant est le corps dans lequel s'effectue la dissociation.**

**Une solution est dite aqueuse lorsque le solvant est l'eau.**

**Par exemple, le sucre (soluté solide) et l'eau (solvant) forment un soluté/solvant car leur mélange forme une unique phase.**

**On définit les grandeurs suivantes :**

- **m : masse du soluté en g.**
- **n : quantité de matière du soluté en mol.**
- **M : masse molaire du soluté en g.mol<sup>-1</sup>.**
- **C : concentration molaire de la solution en mol.L<sup>-1</sup>.**
- **C<sub>m</sub> : concentration massique de la solution en g.L<sup>-1</sup>.**
- **V : volume de la solution en L.**

**Les formules suivantes sont à connaître :**

$$n = CV = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m}$$

**Les techniques expérimentales à connaître sont les suivantes :**

- **La dissolution permet de préparer une solution en mélangeant une espèce chimique pure (le plus souvent en poudre) dans un solvant.**
- **La dilution permet de préparer une solution peu concentrée (la solution fille) à partir d'une solution trop concentrée (la solution mère).**

**Lors d'une dilution, la quantité de matière de soluté se conserve :**

$$C_{\text{mère}} V_{\text{mère}} = C_{\text{fille}} V_{\text{fille}}$$

**Lors d'une dilution le facteur de dilution est le rapport de la concentration de la solution mère sur celle de la solution fille :**

$$f = \frac{C_{\text{mère}}}{C_{\text{fille}}}.$$

**Il est aussi égal au rapport du volume de solution fille que l'on souhaite préparer sur le volume de solution mère à prélever**

## II LES SOLUTIONS ACIDES-BASES

### 1. L'autoprotolyse de l'eau pure

Les chocs entre les molécules d'eau pure produisent des ions. L'eau pure est donc faiblement conductrice d'électricité.



Ces ions de signes opposés s'attirent et redonnent rapidement des molécules d'eau :  $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$  (2)

Chaque réaction est réversible et limitée par la réaction inverse.

Les réactions (1) et (2) conduisent à un équilibre chimique, traduit par la réaction :



- Produit ionique de l'eau :

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+] \cdot [\text{OH}^-] \text{ à } 25^\circ\text{C} \quad K_e = 10^{-14}$$

La réaction d'autoprotolyse d'eau fournit autant d'ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  que d'ions  $\text{OH}^-$ .

$$\text{A } 25^\circ\text{C} \quad [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol/L}$$

### 2. Le pH

#### 1. Définition du pH:

Le pH d'une solution est l'opposé du logarithme décimal de la concentration en ions hydronium, il permet de déterminer l'acidité la basicité ou la neutralité d'une solution aqueuse.

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] \Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \text{ mol/L}$$

#### 2. Evaluation du pH d'une solution

Le pH se mesure avec:

- Le pH-mètre
- Le papier pH

#### 3. Les différentes solutions aqueuses :

- Une solution est acide si son pH est compris entre 0 et 7. Plus une solution est acide, plus son pH est faible, plus il se rapproche de 0.
- Une solution est basique si son pH est compris entre 7 et 14. Plus une solution est basique, plus son pH est grand, plus il se rapproche de 14.

- Si le pH est égal à 7 alors la solution n'est ni acide ni basique, on dit qu'elle est neutre.

#### 4. Lien entre les ions et le pH.

Toute solution aqueuse contient des molécules d'eau, des ions hydrogène  $H^+$  et des ions hydroxyde  $HO^-$ .

- Une solution acide ( $pH < 7$ ) contient plus d'ions hydrogène  $H^+$  que d'ions hydroxyde  $HO^-$ .
- Une solution neutre ( $pH = 7$ ) contient autant d'ions hydrogène  $H^+$  que d'ions hydroxyde  $HO^-$ .
- Une solution basique ( $pH > 7$ ) contient moins d'ions hydrogène  $H^+$  que d'ions hydroxyde  $HO^-$ .

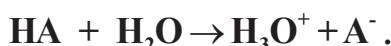
### III Les acides et les bases:

#### 1. Définitions

- Un acide est une espèce chimique capable de céder au moins un proton  $H^+$ :  $AH \rightarrow A^- + H^+$

Exemples :  $HCOOH \rightleftharpoons HCOO^- + H^+$  et  $H_3O^+ \rightleftharpoons H^+ + H_2O$

Un acide est fort s'il se dissout complètement dans l'eau pure pour donner des ions hydronium. L'équation de la réaction s'écrit :



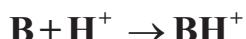
Exemples :  $\begin{cases} HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^- \\ HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3O^+ + NO_3^- \end{cases}$

Dans une solution aqueuse d'acide fort de concentration  $C_A$ ,

$$[H_3O^+] = C_A \Leftrightarrow pH = -\log C_A$$

Les ions  $Cl^-$  et  $NO_3^-$  sont dits des ions indifférents ou spectateurs.

- Une base est une espèce chimique capable de capter au moins un proton  $H^+$ :



Exemples :  $\begin{cases} NH_3 + H^+ \rightleftharpoons NH_4^+ \\ CH_3COO^- + H^+ \rightleftharpoons CH_3COOH \end{cases}$

Une base est forte si elle se dissout totalement dans l'eau pour donner des ions hydroxyde.

Exemples :

hydroxyde de potassium :  $KOH \xrightarrow{H_2O} K^+ + OH^-$

hydroxyde de sodium :  $NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$

Dans une solution aqueuse de base forte de concentration  $C_b$ ,

$$[OH^-] = C_b \Leftrightarrow pH = 14 + \log C_b$$

Les ions  $K^+$  et  $Na^+$  sont dits des ions indifférents ou spectateurs.

#### 2. Lois de conservation

- Électroneutralité :

Dans une solution le nombre total de charges positives est égal au nombre total de charges négatives.  $\sum[X^+] = \sum[X^-]$

- Conservation de la matière :

La masse totale des produits apparus au cours d'une réaction chimique est égale à la masse des produits qui ont disparu.

Si on additionne ce qui est en solution transformé et ce qui n'a pas changé, on retrouve ce qu'on a mis au départ.

#### IV Les couples acides-bases

##### 1. Définitions

- Un acide est dit faible en solution aqueuse si sa réaction avec l'eau n'est pas totale. Dans une solution aqueuse d'acide faible de concentration C,  $[H_3O^+] < C$ , soit  $pH > -\log C$ .
- Une base est dite faible en solution aqueuse si sa réaction avec l'eau n'est pas totale. Dans une solution aqueuse de base faible de concentration C,  $[OH^-] < C$ , soit  $pH < 14 + \log C$ .
- Deux espèces acide et base sont dites conjuguées si elles constituent un couple acide base, c'est-à-dire si elles sont reliées par le schéma formel suivant : Acide  $\rightleftharpoons$  Base +  $H^+$

Un couple acide base noté AH/A<sup>-</sup> ou BH<sup>+</sup>/B.

##### 2. Coefficient d'ionisation :

Le coefficient d'ionisation  $\alpha$  est le rapport de la quantité de molécules d'acide dissociées à la concentration initiale de l'acide.  $\alpha = \frac{[\text{Forme ionisée}]}{(\text{Concentration totale})} = \frac{[A^-]}{C}$

##### 3. Constante d'acidité :

Considérons l'acide AH, acide du couple AH/A<sup>-</sup>. AH se dissout partiellement dans l'eau pure selon la réaction d'équation bilan :  $AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$

Lors de la dissolution d'un acide faible dans l'eau, les concentrations des espèces en équilibre sont liées par une constante d'équilibre  $K_A$  appelée constante d'acidité du couple AH/A<sup>-</sup> ou constante de dissociation de l'acide AH dans l'eau.

Par définition, la constante d'acidité du couple AH/A<sup>-</sup> s'écrit :

$$K_A = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[AH]}$$

Ce qui donne la relation d'Henderson :  $pH = pK_A + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$

#### 4. Les solutions tampons :

➤ Définition :

Une solution-tampon est une solution dans laquelle les variations de pH sont modérées. Son pH varie peu même si :

- On ajoute un peu d'acide fort
- On ajoute un peu d'acide faible
- On dilue la solution.

La solution-tampon amortit les variations du pH et son pH est égal au pka du couple.

#### V Le dosage

##### 1. Définition

Doser une solution, c'est déterminer la concentration de l'acide ou de la base qu'elle contienne, en versant progressivement un acide fort ou une base forte sur une solution acide ou basique de nature différente.

Un dosage acido-basique peut-être suivi par :

- pH-métrie : on suit l'évolution du pH au cours de la réaction.
- Colorimétrie : on utilise un indicateur coloré.

Exemples d'indicateurs colorés :

<i>Indicateur</i>	<i>Teinte de la forme acide</i>	<i>Zone de virage</i>	<i>Teinte de la forme basique</i>
Hélianthine	Rouge	3,1 - 4,4	Jaune
Bleu de bromothymol	Jaune	6,0 - 7,6	Bleu
phénolphthaléine	incolore	8 - 10	violet

Ce procédé permet de tracer ce qu'on appelle la courbe de dosage  $pH=f(V)$  dont la forme change en fonction du dosé (acide faible ou fort ou bien base forte ou faible) ou du dosant (acide fort ou base forte).

Voir les différentes courbes de dosage sur la page suivante.

##### 2. Point d'équivalence :

Il y a équivalence lorsque les réactifs ont été mélangés dans les proportions stoechiométriques de la réaction de dosage.

$$n_A = n_B \Leftrightarrow C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_B$$

L'équivalence de la réaction correspond au point d'inflexion de la courbe dans le domaine de la brusque variation de pH observée (saut de pH).

- Détermination du point d'inflexion par la méthode des tangentes :
- ✓ Tracer deux droites tangentes à la courbe au milieu des deux parties incurvées la plus haute et la plus basse.
- ✓ Tracer un segment perpendiculaire aux deux tangentes déjà tracées.
- ✓ Tracer la droite parallèle aux deux tangentes et passant par le milieu du segment.
- ✓ Cette droite coupe la courbe en un point E qui est le point d'inflexion ou point d'équivalence acido-basique.
- Emploi d'indicateurs colorés :

Les indicateurs colorés sont des réactifs dont la couleur dépend du pH. Ils sont caractérisés par leur zone de virage. Un indicateur peut être utilisé pour repérer la fin d'un dosage si l'équivalence est atteinte dans les zones de virage.

### 3. Demi-équivalence :

En ce point, la quantité du dosant n est égale à la moitié de la quantité  $n_0$  introduite au départ.

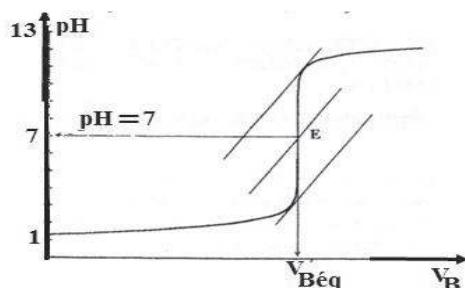
Nous aurons à la demi-équivalence :  $n = \frac{n_0}{2}$

$pH = pK_A + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$  s'écrit alors  $pH = pK_A$

à la demi-équivalence  $[AH] = [A^-]$  et  $pH = pK_A$

## Courbes de dosage

Dosage d'un acide fort par une base forte



-A l'équivalence acido-basique

$$n_a = n_b \Leftrightarrow C_a V_a = C_b V_{b\text{éq}}$$

-Les coordonnées du point

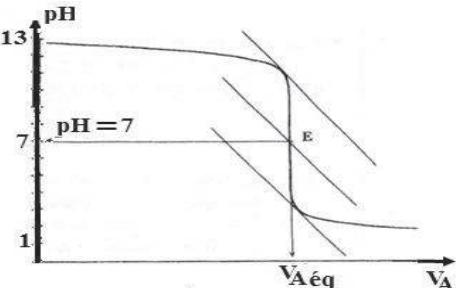
d'équivalence E : E(V\_E ; pH=7)

-L'équation de la réaction du dosage d'un acide fort par une base forte :



-Indicateur convenable : BBT

Dosage d'une base forte par un acide fort



-A l'équivalence acido-basique

$$n_a = n_b \Leftrightarrow C_b V_b = C_a V_{a\text{éq}}$$

-Les coordonnées du point

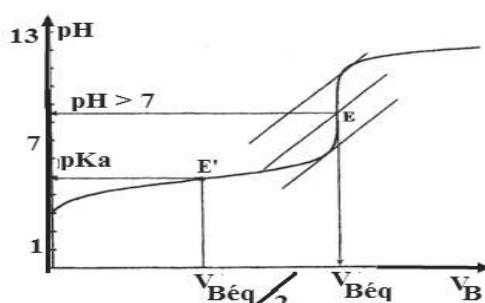
d'équivalence E : E(V\_E ; pH=7)

-L'équation de la réaction du dosage d'une base forte par acide fort:



-Indicateur convenable : BBT

Dosage d'un acide faible par une base forte



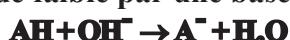
-A l'équivalence acido-basique

$$n_a = n_b \Leftrightarrow C_a V_a = C_b V_{b\text{éq}}$$

-Les coordonnées du point

d'équivalence E : E(V\_E ; pH>7)

-L'équation de la réaction du dosage d'un acide faible par une base forte :

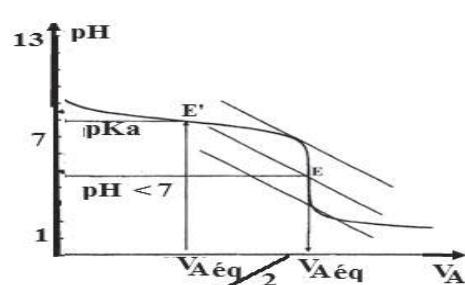


-A la demi-équivalence E'

$$E'(V_b = \frac{V_{b\text{éq}}}{2}; \text{pH}_E = \text{pKa})$$

-Indicateur convenable : phénolphthaleïne

Dosage d'une base faible par un acide fort



A l'équivalence acido-basique

$$n_a = n_b \Leftrightarrow C_b V_b = C_a V_{a\text{éq}}$$

-Les coordonnées du point

d'équivalence E :

$$E(V_a; \text{pH}_a < 7)$$

-L'équation de la réaction du dosage d'une base faible par acide fort:



-A la demi-équivalence E'

$$E'(V_a = \frac{V_{a\text{éq}}}{2}; \text{pH}_E = \text{pKa})$$

-Indicateur convenable : Hélianthine

**Exercice1**

Soient une solution aqueuse  $S_1$  de chlorure de potassium KCl de molarité  $C_1=0,05\text{mol/L}$  et une solution aqueuse  $S_2$  de chlorure de sodium NaCl de molarité  $C_2=0,04\text{mol/L}$ . Toutes les solutions et mélanges ont un pH neutre

1. Donner les molarités de toutes les espèces chimiques présentes dans  $S_1$
2. Donner les molarités de toutes les espèces chimiques présentes dans  $S_2$

3. Donner les molarités de toutes les espèces chimiques présentes dans le mélange obtenu avec  $V_1=40\text{mL}$  de  $S_1$  et  $V_2=60\text{mL}$  de  $S_2$ .

**Exercice2**

On effectue le mélange  $V_a=200\text{mL}$  d'acide chlorhydrique de molarité  $C_a=0,08\text{mol/L}$  et de  $V_b=300\text{mL}$  de solution de soude de molarité  $C_b$ .

Le pH du mélange a pour valeur 3.2 : Calculer la valeur de  $C_b$ .

**Exercice3**

On effectue le mélange de  $V_a$  mL d'acide chlorhydrique de molarité  $C_a=0,03\text{mol/L}$  et de  $V_b$  (mL) de solution de soude de molarité  $C_b = 0,02\text{mol/L}$ .

Le volume total du mélange a pour valeur  $V=1\text{L}$  et son pH est 4

Calculer les valeurs de  $V_a$  et  $V_b$

**Exercice4**

On effectue le mélange de  $V_a=10\text{mL}$  de solution d'acide chlorhydrique de molarité  $C_a=0,06\text{mol/L}$  et de  $V_b$  de solution de chlorure de sodium de molarité  $C_b$ . Le pH du mélange a pour valeur 2. Calculer la valeur de  $V_b$ .

La valeur de  $C_b$  intervient-elle ? Pourquoi ?

**Exercice5**

On effectue le mélange de  $V_a = 200\text{cm}^3$  d'acide chlorhydrique de molarité  $C_a = 0,05\text{mol/L}$  et de  $V_b = 500\text{cm}^3$  de solution d'hydroxyde de potassium de molarité  $C_b$  et de  $V_c = 300\text{cm}^3$  de solution de chlorure de sodium de molarité  $C_c = 0,04\text{mol/L}$ . Le pH du mélange a pour valeur 3. Calculer les molarités en ions chlorure et en ions sodium puis la valeur de  $C_b$

**Exercice6**

1. Soit une solution A de chlorure d'hydrogène de molarité  $C = 10^{-3}\text{ mol/L}$  Son pH = 3.

Soit une solution B d'acide éthanoïque de molarité  $C' = 10^{-2}\text{mol/L}$ . Son pH = 3,4

**Quelles sont les espèces chimiques présentes dans les deux solutions ? Calculer leurs molarités.**

**Que peut-on dire de la réaction sur l'eau :**

-du chlorure d'hydrogène de molarité C

-de l'acide éthanoïque de molarité C'

**2.On prend 10cm<sup>3</sup>de la solution A précédente à la quelle on ajoute 990cm<sup>3</sup> d'eau ; la valeur du pH est alors 5.**

**On prend 10cm<sup>3</sup>de la solution B précédente à la quelle on ajoute 990cm<sup>3</sup> d'eau ; la valeur du pH est alors 4.4**

**Expliquer qualitativement les changements de pH**

### **Exercice7**

**Le pH d'une solution d'éthanoate de sodium de molarité 0,1 mol/L est de 8,9.**

**1. Faire le bilan qualitatif et quantitatif des espèces chimiques présentes dans la solution.**

**2. Déterminer à l'aide des molarités ci-dessus une valeur approchée de la constante d'acidité et du pK<sub>a</sub> du couple acide éthanoïque-ion éthanoate.**

### **Exercice 8**

**On veut calculer à partir de mesures de pH, la valeur de la constante d'acidité K<sub>a</sub>, associée au couple acide méthanoïque / ion méthanoate (HCOOH/HCOO<sup>-</sup>)**

**1. Une solution d'acide méthanoïque de concentration 0,1mol/L a un pH=2,4.**

**Calculer les molarités des espèces chimiques présentes dans la solution et en déduire les valeurs de la constante d'acidité et du pK<sub>a</sub> du couple**

**2.Un mélange de 50 cm<sup>3</sup> de la solution d'acide méthanoïque de concentration 0,1mol/L et de 50cm<sup>3</sup> d'une solution de méthanoate de sodium de concentration 0,2 mol/L a un pH=4,1.**

**Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques présentes et en déduire les valeurs de la constante d'acidité et du pK<sub>a</sub>.**

### Exercice 9

**1. Une solution d'acide chlorhydrique a un pH de 1,7.**

Quelle est la concentration molaire  $C_1$  de cette solution.

**2. On mélange un volume  $V_1 = 15\text{cm}^3$  d'acide chlorhydrique de concentration  $C_1$  avec :**

-soit un volume  $V_2 = 15\text{cm}^3$  d'une solution de chlorure de sodium de molarité  $C_2 = 0,02\text{mol/L}$ , le pH du mélange est 2 ;

- soit un volume  $V_3 = V_2 = 15\text{cm}^3$  d'une solution d'éthanoate de sodium de même concentration  $C_3 = C_2$  ; le pH du mélange est 3,4.

**2.1. Lorsqu'on ajoute dans l'acide chlorhydrique la solution de chlorure de sodium, le pH varie. Y a-t-il eu réaction ? Si oui, la quelle ? Si non, pourquoi ?**

**2.2. Lorsqu'on ajoute dans l'acide chlorhydrique la solution de l'éthanoate de sodium dans les mêmes conditions expérimentales, la variation du pH n'est pas la même. Y a-t-il eu réaction ? Si oui, la quelle ? Si non, pourquoi ?**

### Exercice 10

On dispose de deux solutions  $S_1$  et  $S_2$  de concentrations molaires respectives  $C_1$  et  $C_2$ . On mesure le pH du mélange avec des volumes  $V_1$  de  $S_1$  et  $V_2$  de  $S_2$  :

SolutS <sub>1</sub>	SolutS <sub>2</sub>	$V_1$	$V_2$	$C_1$	$C_2$	pHmélange
HCl	H <sub>2</sub> O	50mL	<u>A</u>	0,1mol/L	55,6mol/L	2
C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> O <sub>2</sub>	NaOH	20mL	10mL	0,1mol/L	<u>B</u>	4,75
HCl	NH <sub>3</sub>	20mL	20mL	<u>D</u>	0,1mol/L	9,2

Remplacer, dans le tableau, les lettres A, B et D par les valeurs numériques correspondantes en justifiant les réponses.

On donne :  $\text{pK}_a = 4,75$  pour CH<sub>3</sub>COOH/CH<sub>3</sub>COO<sup>-</sup> ;  $\text{pK}_a = 9,2$  pour NH<sub>4</sub><sup>+</sup>/NH<sub>3</sub>.

### Exercice 11

On mélange 50mL d'une solution centimolaire d'acide éthanoïque et 200mL d'une solution d'ammoniac de concentration  $C_b$ . Le pH du mélange est 7. Calculer  $C_b$ .

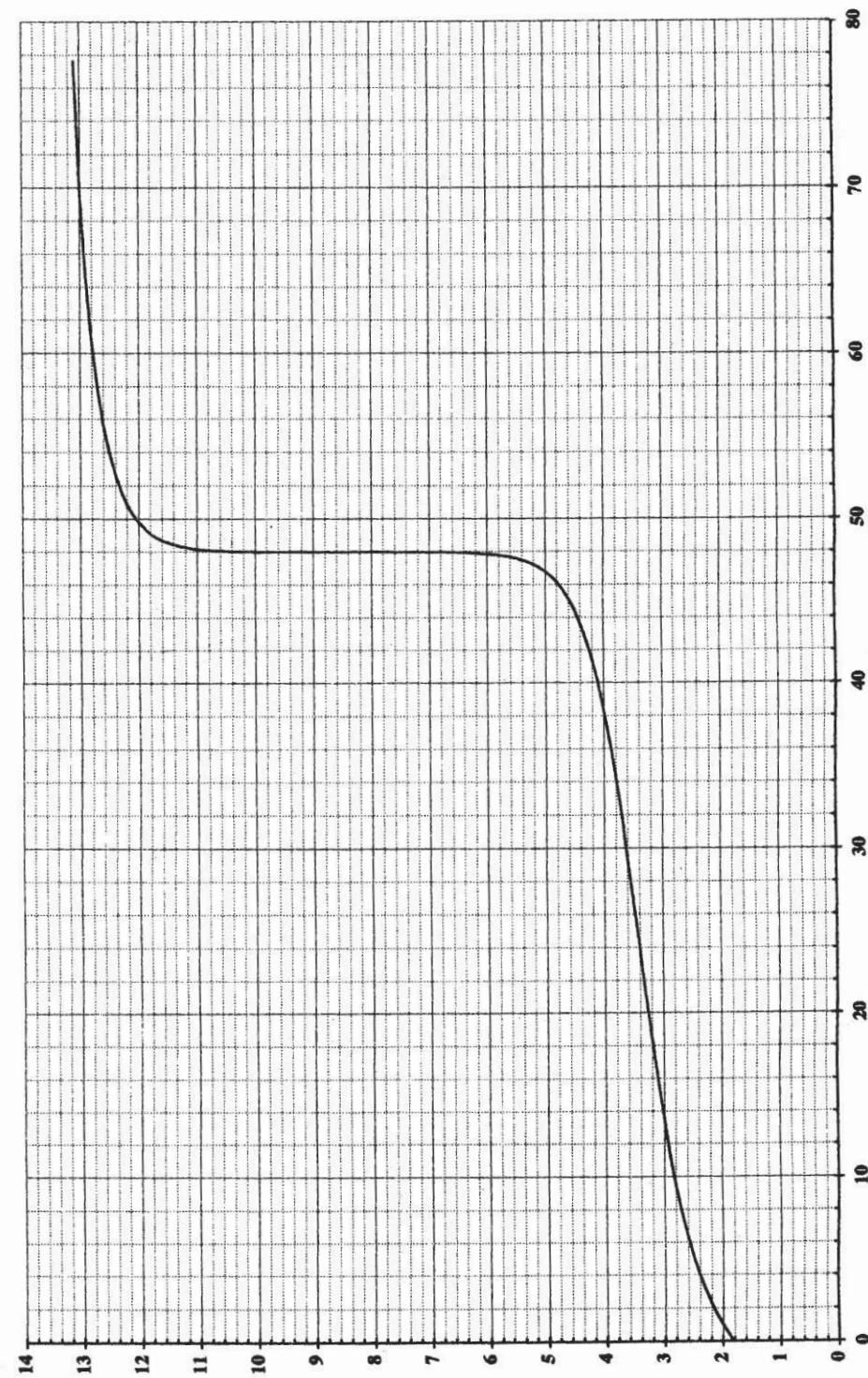
On donne : le  $\text{pK}_a = 4,8$  pour CH<sub>3</sub>COOH/CH<sub>3</sub>COO<sup>-</sup> et le  $\text{pK}_a = 9,2$  pour NH<sub>4</sub><sup>+</sup>/NH<sub>3</sub>.

### Exercice12

On mesure le pH du mélange pendant le dosage de  $V_a=40\text{cm}^3$  d'une solution aqueuse d'un monoacide minéral (que l'on notera AH) par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique  $C_b = 0,5 \text{ mol/L}$ . On obtient la courbe de dosage de la figure

1. Ecrire l'équation bilan du dosage.
2. Déterminer sur la courbe le point d'équivalence acido-basique et ses coordonnées.
3. Expliquer pourquoi le pH à l'équivalence n'est pas neutre.
4. Calculer la concentration molaire volumique totale de la solution basique dosée.
5. Déterminer graphiquement le  $pK_a$  du couple acide-base présent dans la solution dosée.
6. Le dosage est arrêté au moment précis où l'équivalence acido-basique est atteinte. On laisse l'eau du mélange s'évaporer et on pèse le sel obtenu. On trouve  $m = 1,66\text{g}$ .
  - 6.1. Quelle est la quantité (en nombre de moles) du sel restant.
  - 6.2. Quelle est la masse molaire de ce sel ?
  - 6.3. L'analyse élémentaire ayant montré que la molécule d'acide initial comprenait de l'azote, de l'hydrogène, d'oxygène et que le sel ne contenait, pas d'hydrogène. Donner la formule de l'acide.

Données : N : 14g/mol H : 1 g/mol O: 16g/mol Na: 23g/mol



### Exercice13

Soient trois solutions acides  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  ayant des pH de même valeur :

- $S_1$  une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $C_1 = 7/1000 \text{ mol/L}$ .
- $S_2$  est une solution d'acide 2-chloropropanoïque (noté  $R_2COOH$ ) de concentration  $C_2 = 0,03 \text{ mmol/L}$ .
- $S_3$  est une solution d'acide 3-chloropropanoïque (noté  $R_3COOH$ ) de concentration  $C_3 = 0,6 \text{ mol/L}$ .

**1.** Donner la valeur commune du pH de ces solutions

**2.** Donner les équations bilans de réaction des acide 2-chloropropanoïque et 3-Chloropropanoïque avec l'eau. Montrer que ces acides sont des acides faibles.

**3.** Lequel de ces deux acides est l'acide le plus fort ? Justifier votre réponse sans calcul. A partir des valeurs de l'énoncé. (Ce résultat était-il prévisible en considérant la structure des molécules ? justifié.)

### Exercice14

*Les solutions sont maintenant à la température de 25°C pendant toutes les expériences.*

On dispose de deux solutions :

**-Une solution aqueuse (A) d'acide chlorhydrique de concentration**

$$C_A = 0,1 \text{ mol/L}$$

**-Une solution aqueuse (B) d'une amine  $RNH_2$  de concentration**

$$C_B = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L et de pH} = 11,4.$$

**1.** Ecrire l'équation bilan de la réaction du chlorure d'hydrogène avec l'eau. Calculer la valeur du pH de la solution (A).

**2.** Ecrire l'équation bilan de la réaction de l'amine avec l'eau, en précisant est-ce que la réaction est partielle ou totale.

**3.** Pour préparer une solution tampon (S) de  $\text{pH} = 10,8$ , on mélange deux volumes des deux solutions (A) et (B).

**3.1.** Calculer les volumes  $V_A$  et  $V_B$  nécessaires pour obtenir un volume  $V = 116 \text{ mL}$  de la solution tampon (S) de  $\text{pH} = 10,8$ .

**3.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit lors du mélange.**

**3.3. Calculer les concentrations de toutes les espèces présentes dans cette solution. En déduire le pKe du couple associé à l'amine  $\text{RNH}_2$ .**

### **Exercice 15**

**1. Le pH d'une solution  $S_1$  d'hydroxyde de sodium est 12. Combien de moles de soude a-t-on dissout dans un litre d'eau pour préparer cette solution ?**

**2. L'acide éthanoïque est un acide faible de constante d'acidité  $K_a = 1,6 \cdot 10^{-5}$ .**

**La mesure du pH d'une solution  $S_2$  de cet acide donne 3,4.**

**2.1. Ecrire l'équation de la réaction de cet acide avec l'eau. Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques présentes dans la solution et en déduire la concentration initiale de la solution  $S_2$ .**

**2.2. Calculer le coefficient d'ionisation  $\alpha$  de cet acide.**

**3. On mélange le volume  $v_1 = 20\text{cm}^3$  de la solution  $S_1$  avec un volume**

**$v_2 = 40\text{cm}^3$  de la solution  $S_2$ .**

**3.1. Quel est le pH de ce mélange ? Comment appelle-t-on ce genre de solution ?**

**Quelle propriété remarquable possède ce mélange ?**

**3.2. On ajoute une masse  $m$  de soude au mélange précédent le pH devient alors 4,9. Déterminer la valeur de cette masse si on néglige la variation du volume.**

### **Exercice 16**

**Une solution d'acide nitrique ( $[\text{HNO}_3] = 2 \cdot 10^{-3}$  mol.L) a une valeur de  $\text{pH} = 2,7$**

**1. Montrer que l'acide est fort.**

**2. Ecrire son équation d'ionisation dans l'eau.**

### **Exercice 17**

**On dissout une masse  $m = 0,2$  g d'hydroxyde de sodium dans un volume**

**$V = 200\text{ cm}^3$  d'eau pure.**

**1. Ecrire l'équation bilan de la dissolution.**

**2. Décrire 2 expériences pouvant mettre en évidence la nature des ions présents dans la solution.**

**3. Calculer le pH de la solution.**

**4. Quel volume d'eau faut-il ajouter à  $v = 20\text{ mL}$  de la solution précédente pour obtenir une solution à  $\text{pH} = 11$  ?**

### Exercice 18

Une solution d'hydroxyde de potassium ( $[KOH] = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ ) a un pH = 10,7

1. Montrer qu'il s'agit d'une base forte.
2. Calculer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes.

### Exercice 19

Il faut verser un volume  $v_b = 12 \text{ mL}$  d'une solution de soude de concentration  $c_b = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}$  dans un volume  $v_a = 8 \text{ mL}$  d'une solution d'acide chlorhydrique pour atteindre l'équivalence.

1. Ecrire l'équation bilan de la réaction.
2. Calculer la concentration  $c_a$  de la solution acide.
3. Calculer le volume  $v$  de chlorure d'hydrogène qu'il a fallu dissoudre dans un volume  $V = 100 \text{ mL}$  d'eau pour obtenir cette solution.

### Exercice 20

1. A  $25^\circ C$ , le pH d'une solution aqueuse  $S_0$  d'ammoniac, de concentration  $C_0 = 0,1 \text{ mol/L}$  est égal à 11,1.  
1.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction ayant lieu entre l'ammoniac et l'eau. Calculer les concentrations molaires volumiques des différentes espèces chimiques présentes dans la solution  $S_0$  (à l'exception de l'eau).  
Produit ionique de l'eau :  $k_e = 10^{-14}$

- 1.2. En déduire la valeur de la constante d'acidité du couple  $NH_4^+ / NH_3$ . Vérifier que le pka de ce couple vaut 9,2.
2. A un litre de solution  $S_0$  on ajoute du chlorure d'ammonium solide jusqu'à pH = 9,2 (on n'admet que le volume ne varie pas). On obtient une solution  $S_1$ . Comparer les concentrations  $[NH_4^+]$  et  $[NH_3]$  dans  $S_1$ .
3. On ajoute une quantité de chlorure d'ammonium solide d'une part à un litre de  $S_0$  (on obtient une solution  $S'_0$ ), d'autre part à un litre de  $S_1$  (On obtient une solution  $S'_1$ ), les variations de volumes sont négligeables.
- 3.1. Dans quel sens varie le pH de chacune des solutions  $S_0$  et  $S_1$  ?
- 3.2. Dans un cas, le pH varie de 0,1; dans l'autre cas, le pH varie de 1,3. Quel est le pH de  $S'_0$ ? Quel est le pH de  $S'_1$ , justifier brièvement les réponses.

4. On dispose des solutions suivantes :

A : acide chlorhydrique à 0,1 mol/L.

B : solution aqueuse d'ammoniac à 0,1 mol/L

C : solution aqueuse d'hydroxyde d'ammonium à 0,1 mol/L.

D : solution aqueuse d'hydroxyde de sodium à 0,1 mol/L

On veut fabriquer  $V = 30 \text{ cm}^3$  de solution tampon de pH = 9,2 à partir de deux des solutions A, B, C, D. Choisir une méthode. Justifier.

### Exercice 21

- On dissout  $V = 1200 \text{ ml}$  de chlorure d'hydrogène dans  $V = 250 \text{ ml}$  d'eau.  
On obtient une solution d'acide chlorhydrique.
- Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit.
- Déterminer la concentration molaire volumique  $C$  de cette solution.
- Par dilution de cette solution, on prépare une solution A de concentration molaire volumique  $C_A = 0,1 \text{ mol/L}$  à l'aide de cette solution A, on dose une solution aqueuse de base faible B de concentration molaire volumique  $C_B$  dont l'acide conjugué sera note  $BH^+$ .

Pour cela on ajoute progressivement à un volume  $V_B = 20 \text{ ml}$  de la solution basique, la solution A. Le volume  $V_A$  versé de la solution A est mesuré à l'aide d'une burette graduée et l'on suit à l'aide d'un pH-mètre l'évolution du pH du mélange .On obtient les résultats

$V_A(\text{mL})$	19	20	22,5	25,5
pH	3,4	3,0	2,6	2,5

- Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit.
- Tracer la courbe représentative des variations du pH en fonction de  $V_A$  .  
Echelle : abscisse  $1\text{cm} \leftrightarrow 1\text{ml}$  ; ordonnée :  $1\text{cm} \leftrightarrow 1$  unité de pH.
- Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E.
- Que ce passe t-il à l'équivalence acido-basique ? Déterminer les concentrations molaires volumiques  $C_B$  .
- Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentent dans la solution initiale de base faible et déterminer le pka du couple acido-basique ?  
Déterminer le pka du couple  $BH^+/BH$ .

f) retrouver graphiquement la valeur du pKa. Justifier la réponse.

Donnée : volume molaire dans les conditions de l'expérience  $V_M = 24L/mol$

### Exercice 22

Les deux courbes suivantes représentent le dosage d'un volume  $V_a = 40 \text{ mL}$  de chacune des solutions ( $S_1$ ) d'un acide  $A_1H$  et ( $S_2$ ) d'un acide  $A_2H$  par la même solution ( $S_b$ ) de soude de concentration  $C_b$ .

- Comparer les forces des deux acides.
- Calculer les concentrations  $C_1$ ,  $C_b$  et  $C_2$ .Déduire le  $pK_a$  de l'acide  $HA_2$ .
- Pour le dosage de l'acide  $HA_1$  quelle est la nature de la solution à l'équivalence ? Expliquer.
- Pour le dosage de l'acide  $HA_2$ , quelle est la nature de la solution à l'équivalence ?

**Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques dans cette solution sachant que  $pH_E=8,4$ .**

**2. Calculer le pH de la solution obtenue pour  $V_b = 10 \text{ mL}$  :**

**2.1. Au cours du dosage de  $\text{HA}_1$ .**

**2.2. Au cours du dosage de  $\text{HA}_2$ .**

**3. Expliquer pourquoi les deux courbes sont- elles confondues après l'équivalence.**

**4. Dans une deuxième expérience, on fait diluer la solution ( $S_2$ ) au dixième ( $V'_a=10 \cdot V_a$ ) et on refait le dosage d'un volume  $V_a = 40 \text{ mL}$  de la solution diluée ( $S'_2$ ) avec la même solution de soude. Que deviendrait les coordonnées des points :**

**4.1. Point d'équivalence E ?**

**4.2. Point de demi-équivalence  $E_{1/2}$  ?**

### **Exercice23**

**On considère les solutions aqueuses suivantes à  $25^\circ \text{C}$  :**

- L'acide propanoïque de  $\text{pK}_{\text{a}1} = 4,9$
- L'acide 2-chloro- propanoïque de  $\text{pK}_{\text{a}2} = 2,7$
- L'acide 3-chloro- propanoïque de  $\text{pK}_{\text{a}3} = 4,1$
- L'acide 2-2- dichloro- propanoïque de  $\text{pK}_{\text{a}4} = 1,5$
- L'acide 2-3- dichloro- propanoïque de  $\text{pK}_{\text{a}5} = 2,2$

**1. Ecrire les formules semi-développées des acides précédents ainsi que les formules et les noms de leurs bases conjuguées.**

**2. On considère une solution d'acide 2-chloro- propanoïque de  $\text{pH} = 2,15$**

**2.1. Calculer la concentration molaire volumique de cet acide.**

**2.2. On verse progressivement dans un Becher contenant un volume**

**$V_1 = 12 \text{ mL}$  de cet acide une solution  $S_b$  d'hydroxyde de sodium. L'équivalence est obtenue lorsqu'on a versé un volume  $V_{\text{be}} = 20 \text{ mL}$ . Le pH à l'équivalence est  $\text{pH} = 8,7$ .**

**2.2.1. Ecrire l'équation de la réaction du dosage.**

**2.2.2. Calculer la concentration molaire volumique  $C_b$  et en déduire la masse d'hydroxyde de sodium qui a été dissoute dans l'eau pour obtenir  $500 \text{ mL}$  de cette solution  $S_b$ . On donne : Na : 23g/mol ; O : 16g/mol ; H : 1g/mol .**

**3. On considère les indicateurs colorés suivants et leurs zones de virage :**

Choisir parmi ces indicateurs celui qu'il faut utiliser dans ce dosage.

**3.1. Comparer la force relative de ces acides en les classant sur une échelle de  $pK_a$  croissante.**

Indicateurs colorés	Zone de virage
Hélianthine	3,1 - 4,4
Bleu de bromothymol	6 - 7,6
Phénolphthaleïne	8 - 9,8

**3.2. En utilisant le classement précédent, préciser l'influence du nombre d'atomes de chlore que contient la molécule et de leurs positions dans la molécule sur la force relative de ces acides.**

**Exercice24**

*Les questions 1 et 2 sont indépendantes l'une de l'autre.*

On mesure le pH du mélange lors du dosage  $V_b = 10 \text{ cm}^3$  d'une solution aqueuse de base faible notée B par une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique  $C_a = 0,08 \text{ mol/L}$ . La courbe  $\text{pH} = f(V_a)$  est donnée en annexe.  $V_a$  représente le volume d'acide chlorhydrique versé.

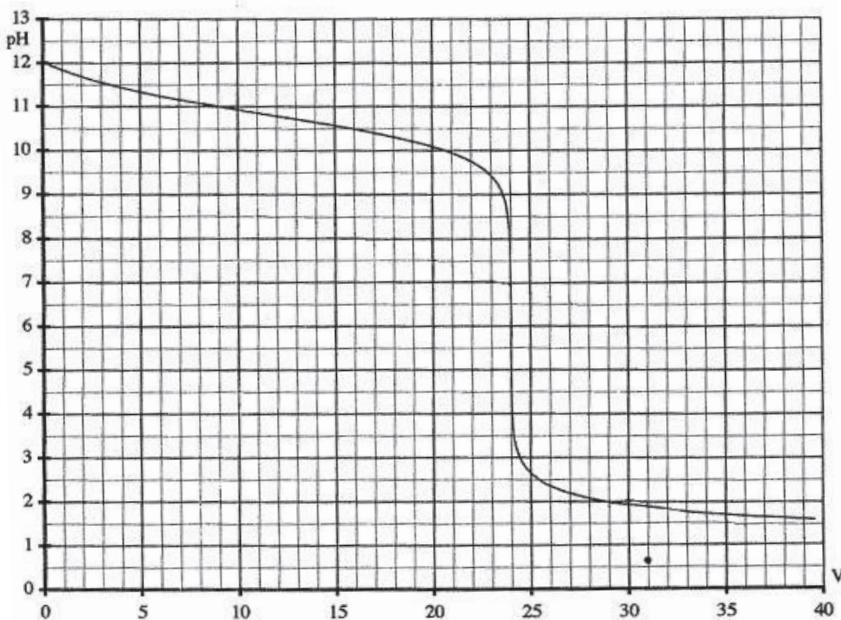
**1. Etude de la courbe :**

Déterminer sur la courbe le point d'équivalence acido-basique et ses coordonnées. Expliquer pourquoi le pH à l'équivalence n'est pas neutre.

**2. Etude de la formule.**

**2.1. La densité de vapeur de la base pure est :  $d = 1,55$ . Donner la formule brute et le nom de la base qui est une amine primaire constituée de carbone, d'hydrogène et d'azote.**

**2.2. Ecrire l'équation bilan de la réaction de dosage.**



### Exercice 25

**1. Un litre de solution aqueuse a été obtenu en dissolvant dans l'eau une certaine quantité d'acide propanoïque  $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}$ .**

**1.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction entre l'acide propanoïque et l'eau. Quelle est la base conjuguée de cet acide ?**

**1.2. La solution a un pH de valeur 3 sachant que le  $\text{pK}_a$  du couple acide-base est 4,9 calculer :**

**- Le rapport entre la concentration de la forme basique du couple et celle de la forme acide**

**- Les concentrations molaires volumiques des espèces présentes dans la solution**

**- La concentration molaire volumique de la solution d'acide propanoïque.**

**2. On ajoute à la solution une masse  $m$  d'hydroxyde de sodium pur .On négligera la variation de volume.**

**2.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction.**

**2.2. Quelle doit être la valeur de  $m$  pour que le pH de cette solution soit égal à 4,9 ? Quelle propriété remarquable cette solution possède-t-elle ?**

### Exercice26

L'ion hydrogénocarbonate  $\text{HCO}_3^-$  est une base faible qui appartient au couple acide-base qu'on peut écrire sous la forme :  $\text{H}_2\text{CO}_3 / \text{HCO}_3^-$ . Pour définir la concentration de l'ion  $\text{HCO}_3^-$ , on effectue le dosage de 200mL de l'eau minérale contenant ces ions par une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $c = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

On obtient l'équivalence pour un volume d'acide  $V_a = 9,2\text{mL}$ . On donne  $pK_a=6,4$ .

1. Ecrire l'équation bilan de cette réaction.

2. Donner la concentration en ion  $\text{HCO}_3^-$  de cette eau minérale exprimée en  $\text{mol.L}^{-1}$  puis en  $\text{mg.L}^{-1}$  et la comparer avec la valeur marquée sur la bouteille de l'eau minérale ( $140\text{mg.L}^{-1}$ ).

3. Le plasma est une solution tampon de  $\text{pH} = 7,4$ .

3.1. Comment expliquer-vous de la valeur du  $pK_a$  dans le plasma du sang ?

3.2. Calculer le rapport  $[\text{HCO}_3^-] / [\text{H}_2\text{CO}_3]$  pour le  $\text{pH} = 7,4$ .

3.3. Sachant que la concentration moyenne de  $\text{H}_2\text{CO}_3$  dissout dans le sang est

$1,4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$ , calculer la concentration de l'ion précédent dans le sang.

### Exercice27

On dispose d'une solution A d'acide éthanoïque de concentration molaire 0,1 mol/L et d'une solution B d'acide chlorhydrique de concentration molaire 0,01mol/L.

1. Le pH de la solution A est 2,9. Calculer le coefficient d'ionisation  $\alpha$  de l'acide éthanoïque.

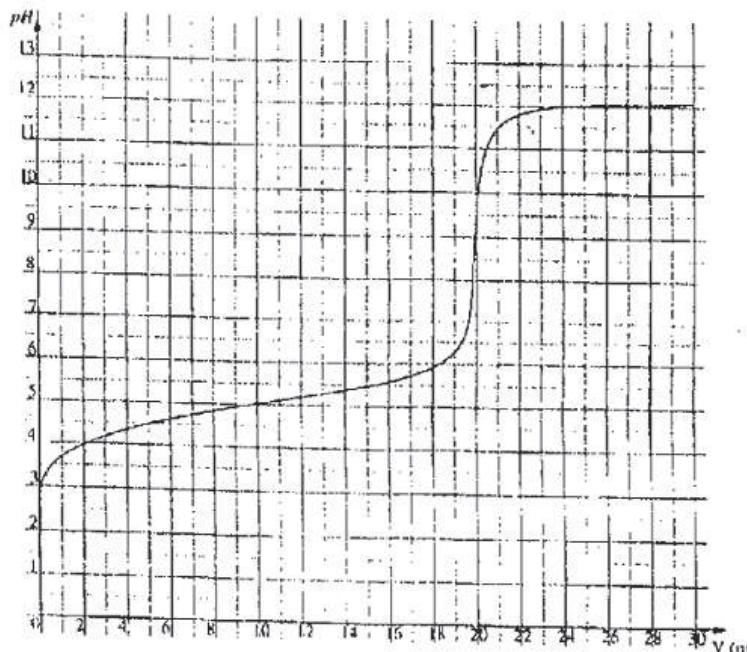
2. A un volume V de solution A, on ajoute un volume (2V) d'eau. Le pH de la solution obtenu est 3,1, calculer la nouvelle valeur  $\alpha'$  de  $\alpha$ .

3. On mélange maintenant  $50\text{cm}^3$  de la solution A et  $100\text{cm}^3$  de la solution B. Le pH du mélange vaut 2,15, calculer la nouvelle valeur  $\alpha''$  de  $\alpha$ .

4. Comparer les valeurs  $\alpha$ ,  $\alpha'$  et  $\alpha''$ . Expliquer ces résultats en utilisant la loi des équilibres. On donne  $K_e = 10^{-14}$  à la température de  $25^\circ\text{C}$ .

### Exercice 28

1. On place dans un Becher 20 mL d'une solution S d'un acide R-COOH qu'on dose par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique  $C_b = 0,1 \text{ mol/L}$ ; on obtient la courbe 1 de dosage
  - 1.1. Faire un schéma du dispositif expérimental de dosage, on n'oubliera pas de préciser les noms du matériel et des solutions utilisées.
  - 1.2. A quoi correspond l'équivalence acido-basique ? Préciser les coordonnées du point d'équivalence E et en déduire la concentration  $C_a$  de la solution acide. Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques à l'équivalence.
2. On suppose que la solution acide a été préparée en faisant dissoudre une masse de 3,7g de l'acide R-COOH dans un volume  $V_e = 0,5 \text{ L}$  d'eau.
  - 2.1. En déduire la formule chimique et le nom de l'acide ainsi que le nom de sa base conjuguée.
  - 2.2. Déduire de la courbe la valeur du  $pK_a$ .
  - 2.3. Définir le coefficient d'ionisation  $\alpha$  et trouver son expression en fonction de  $K_a$  et du pH.
3. Pour obtenir une solution S' dont le  $pH = pK_a$ , on dissout une masse du sel RCOONa dans un certain volume de la solution S .
  - 3.1. Donner le nom et les propriétés de la solution S'.
  - 3.2. Citer une méthode simple de préparation de ce type de solutions.



### **Exercice29**

1. Définir l'acide fort et donner des exemples.
2. On prépare une solution aqueuse S d'acide chlorhydrique par dissolution d'un volume V de chlorure d'hydrogène dans 0,5L d'eau pure. La solution S obtenue a un pH=2.
  - 2.1. Ecrire l'équation de dissolution du chlorure d'hydrogène dans l'eau.
  - 2.2. Faire le bilan qualitatif et quantitatif des espèces chimiques présentes dans la solution S.
  - 2.3. Calculer le volume V. On donne :  $V_m = 24\text{L/mol}$ .
3. On prend 10mL de la solution précédente S et on lui ajoute 90mL d'eau pure ; on obtient ainsi une nouvelle solution S'.
  - 3.1. Quel nom donne-t-on à cette opération ? Quel est son but ? Préciser le matériel utilisé dans cette opération.
  - 3.2. Calculer la nouvelle concentration C' de la solution S' et en déduire la valeur de son pH.

### **Exercice30**

- 1 .Soit une solution A de chlorure d'hydrogène de molarité  $C = 10^{-3} \text{ mol/L}$  et de pH =3.

Soit une solution B d'acide éthanoïque de molarité  $C' = 10^{-2} \text{ mol/L}$  et de pH=3,4.

Quelles sont les espèces chimiques présentes dans les deux solutions ? Calculer leurs molarités. Que peut-on dire de la réaction sur l'eau :

-du chlorure d'hydrogène de molarité C

-de l'acide éthanoïque de molarité C'

2. On prend 10cm<sup>3</sup> de la solution A précédente à laquelle on ajoute 990cm<sup>3</sup>d'eau ; la valeur du pH est alors 5. On prend 10cm<sup>3</sup> de la solution B précédente à laquelle on ajoute 990cm<sup>3</sup>d'eau ; la valeur du pH est alors 4,4. Expliquer qualitativement les changements de pH.

### **Exercice31**

Le pH d'une solution d'éthanoate de sodium de molarité 0,1 mol/L est de 8,9.

1. Faire le bilan qualitatif et quantitatif des espèces chimiques présentes dans la solution.

**2. Déterminer à l'aide des molarités ci-dessus une valeur approchée de la constante d'acidité et du  $pK_a$  du couple acide éthanoïque/ion éthanoate.**

### Exercice32

On veut calculer à partir de mesures de pH, la valeur de la constante d'acidité  $K_a$ , associée au couple acide méthanoïque / ion méthanoate ( $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$ ).

**1. Une solution d'acide méthanoïque de concentration 0,1mol/L a un pH=2,4.**

Calculer les molarités des espèces chimiques présentes dans la solution et en déduire les valeurs de la constante d'acidité et du  $pK_a$  du couple.

**2. Un mélange de 50 cm<sup>3</sup> de la solution d'acide méthanoïque de concentration 0,1mol/L et de 50cm<sup>3</sup> d'une solution de méthanoate de sodium de concentration 0,2 mol/L a un pH=4,1. Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques présentes et en déduire les valeurs de la constante d'acidité et du  $pK_a$ .**

### Exercice33

On considère une solution S d'une amine notée B .

**1 .Ecrire l'équation bilan de la réaction de B avec l'eau.**

**2. On dose un volume  $V=10\text{mL}$  de la solution S à l'aide d'une solution S' d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique  $C_a=5.10^{-2}\text{ mol/L}$ .**

**2.1. Ecrire l'équation de la réaction de ce dosage.**

**2.2. L'équivalence acido-basique est obtenue lorsqu'on verse  $v_a=20\text{mL}$  de la solution S' d'acide chlorhydrique. Calculer la concentration volumique molaire de la solution S .**

**2.3. Sachant que le pH de la solution S vaut 11,8 , déterminer le  $pK_a$  du couple acide base.**

**3. Pour obtenir 1L de la solution S' d'acide chlorhydrique, on dilue un volume  $V_0$  d'une solution commerciale d'acide chlorhydrique de masse volumique 1190g/L à 30% en masse d'acide chlorhydrique. Calculer  $V_0$ .**

### Exercice34

Une solution  $S$  est obtenue en faisant barboter un volume  $V$  de chlorure d'hydrogène gazeux  $HCl$  dans deux litres d'eau pure. Le pH de la solution ainsi obtenue est 1,7.

La température est maintenue à  $25^{\circ}C$  et les mélanges se font sans changement de volume total.

1. Déterminer les concentrations en ions  $H_3O^+$  et  $OH^-$  dans la solution. On notera  $C=[H_3O^+]$ .

2. Déterminer le volume  $V$  de chlorure d'hydrogène gazeux sachant que le volume molaire dans les conditions de l'expérience est  $V_m=24L/mol$ .

3. A 10mL de la solution  $S$  on ajoute 40mL d'eau pure. Le pH de cette nouvelle solution  $S_1$  est  $pH_1=2,4$ . Indiquer s'il y a augmentation, diminution ou conservation du nombre total d'ions  $H_3O^+$  en solution.

4. L'éthylamine est une base faible appartenant au couple  $C_2H_5NH_3^+/C_2H_5NH_2$ .

4.1. Donner la définition d'une base faible.

4.2. Ecrire l'équation de la réaction de l'éthylamine avec l'eau.

5. On dose un volume  $V_2=20mL$  d'une solution aqueuse d'éthylamine de concentration  $C_2=3.10^{-2}mol/L$  à l'aide d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration  $C_1=2.10^{-2}mol/L$ . Ecrire l'équation de la réaction du dosage et calculer le volume d'acide à verser pour obtenir l'équivalence.

### Exercice35

A la température de  $25^{\circ}C$ , on prépare 1L d'une solution  $S_1$  en dissolvant 1,55g de méthylamine  $CH_3-NH_2$  dans l'eau pure. La mesure du pH de cette solution donne la valeur  $pH=11,7$ .

1. Calculer la concentration  $C_B$  de cette solution  $S_1$ .

2. Montrer est-ce que la méthylamine est une base faible ou une base forte ?

3. Ecrire l'équation de la réaction de la méthylamine avec l'eau.

4. Calculer les concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution.

5. Calculer le  $pK_a$  du couple acide/base.

6. On prépare  $200\text{cm}^3$  d'une solution  $S_2$  en dissolvant dans l'eau pure une quantité de chlorure d'hydrogène de volume  $V$ . On verse progressivement la solution  $S_2$  sur  $50\text{cm}^3$  de la solution  $S_1$ .

Le tableau donne les variations du pH en fonction du rapport  $B/BH^+$ .

pH	10	10,7	11	11,55
$\frac{[\text{CH}_3\text{-NH}_2]}{[\text{CH}_3\text{-NH}_3^+]}$	0,2	1	2	7,1

6.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit.

6.2. Quel est le  $pK_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{NH}_3^+/\text{CH}_3\text{NH}_2$  ?

6.3. Comparer la force relative de la méthylamine avec l'ammoniac sachant que  $pK_a(\text{NH}_4^+/\text{NH}_3)=9,2$ .

6.4. Quand on verse  $25\text{cm}^3$  de la solution  $S_2$  sur  $50\text{cm}^3$  de la solution  $S_1$ , le pH prend la valeur  $pH=10,7$ . Préciser la valeur  $V$  du volume de chlorure d'hydrogène dissout pour préparer la solution  $S_2$ .

On donne:  $V_M=24\text{l/mol}$  C:12g/mol ; N :14g/mol ; H :1g /mol.

### Exercice36

Données:

- ✓ Le vert de malachite est un indicateur coloré dont la zone de virage est délimitée par les valeurs de pH : 11,5 et 13,2. Sa teinte acide est verte ; sa teinte basique est incolore.
- ✓ Volume molaire des gaz  $V_m= 24 \text{ L/mol}$ . La température des solutions est  $25^\circ\text{C}$ .

1. On dissout un volume  $V_0$  d'ammoniac gazeux  $\text{NH}_3$  dans de l'eau pure de façon à obtenir une solution  $S_1$  de volume  $V_1=5\text{L}$  et de concentration molaire  $C_1=6,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$ . On mesure le pH de la solution :  $pH = 10$ .

1.1. La solution  $S_1$  est-elle acide, neutre ou basique ? Justifier.

**1.2. Quelle est la couleur de la solution si on ajoutait quelques gouttes de vert de malachite?**

**1.3. Exprimer littéralement la quantité de matière initiale  $n_0$  d'ammoniac et le volume  $V_0$  en fonction de  $C_1$  et  $V_1$ . Les calculer.**

**1.4. Ecrire l'équation de la réaction entre l'ammoniac et l'eau pure.**

**1.5. Calculer les concentrations molaires effectives de toutes les espèces chimiques (autres que l'eau) dans la solution  $S_1$ .**

**1.6. Exprimer littéralement puis calculer la valeur de la constante d'acidité  $K_a$  du couple ion ammonium/ammoniac.**

**2. On verse sur un volume  $V_1=20\text{mL}$  de la solution  $S_1$  un volume  $V_2=20\text{mL}$  d'une solution  $S_2$  d'acide chlorhydrique de concentration  $C_2=2.\text{10}^{-4}\text{ mol/L}$ . Le mélange obtenu a pour  $\text{pH}=9,6$ .**

**2.1 .Ecrire l'équation de la réaction entre les deux solutions  $S_1$  et  $S_2$ .**

**2.2. On ajoute au mélange précédent un volume  $V'_2$  de la solution  $S_2$  d'acide chlorhydrique précédente et on obtient un nouveau mélange dont le  $\text{pH}=pK_a$ . Calculer la valeur du volume  $V'_2$  permettant d'obtenir cette solution tampon.**

### **Exercice 37**

On considère l'acide éthanoïque ( $pK_a = 4,75$ ) et l'acide cyanhydrique ( $pK_a = 9,31$ ) de forme  $\text{HCN}$ .

1. Ecrire les équations de la mise en solution aqueuse de ses deux acides.
2. Exprimer les constantes d'acidité  $K_a$ .
3. Quel est le plus fort de ces deux acides.
4. Quelle est la plus forte des deux bases conjuguées correspondant aux deux acides ?

### **Exercice 38**

On dissout  $0,1$  mol d'acide méthanoïque  $\text{HCOOH}$  dans de l'eau pure de façon à obtenir 1 litre de solution. Toutes les mesures sont réalisées à  $25^\circ \text{C}$ . Le pH de cette solution est 2,4.

1. Montrer que l'acide méthanoïque est un acide faible et écrire l'équation de la réaction qui a lieu lors de la préparation de la solution.
2. Calculer les concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution. Déduire le  $pK_a$  du couple  $\text{HCOOH} / \text{HCOO}^-$ .

3. Le pKa du couple  $HCOOH/HCOO^-$  est 4,8. En adoptant comme critère les valeurs des pKa, comparer les forces des acides méthanoïque ( $HCOOH$ ) et éthanoïque ( $CH_3-COOH$ )

### Exercice 39

A  $25^\circ C$ , une solution aqueuse d'acide benzoïque  $C_6H_5CO_2H$  de concentration molaire volumique égale à 1 mol/L, a le même pH qu'une solution d'acide nitrique  $HNO_3$  de concentration molaire égale à  $8 \cdot 10^{-3}$  mol / L. Ce pH est égal à 2,1.

1. Montrer que l'acide nitrique est un acide fort.
2. Montrer que l'acide benzoïque est un acide faible.
3. Calculer le coefficient d'ionisation de l'acide benzoïque dans cette solution.
4. Ecrire l'équation bilan de l'action de l'eau sur l'acide benzoïque.

### Exercice 40

1. On prépare une solution d'acide méthanoïque  $HCO_2H$  de concentration  $C=0,01\text{mol.L}^{-1}$ . La mesure de pH de cette solution donne  $pH=2,9$ .

1.1. Quelle est la concentration molaire des ions  $H_3O^+$  dans cette solution ?

1.2. L'acide méthanoïque est-il fort ou faible ? Justifier la réponse.

1.3. Ecrire l'équation de dissociation de l'acide méthanoïque dans l'eau.

1.4. Calculer le pKa.

2. Au volume  $V_A=15\text{cm}^3$  d'une solution de chlorure d'hydrogène  $HCl$  « acide fort » de concentration molaire  $C_a=10^{-2}\text{mol.L}^{-1}$  additionnée de quelques gouttes de bleu de Bromothymol (BBT), on ajoute progressivement un volume  $V_b$  d'une solution de soude ( $NaOH$ ) de concentration  $C_b=2 \cdot 10^{-2}\text{mol.L}^{-1}$ .

2.1. Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu entre les deux solutions.

2.2. Indiquer comment connaître expérimentalement que l'équivalence est atteinte? Quelle est la valeur du pH à cette équivalence acido-basique.

2.3. Déterminer le volume  $V_b$  de la solution de soude ajouté pour atteindre l'équivalence.

3. Pour préparer une solution tampon (S) de  $pH = 3,8$ , on mélange un volume  $V_A$  de la solution d'acide méthanoïque avec un volume  $V_B$  de la solution de soude.

3.1. Calculer les volumes  $V_A$  et  $V_B$  nécessaires pour obtenir un volume

$V = 20\text{mL}$  de la solution tampon (S) de  $pH = 3,8$ .

3.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit lors du mélange.

### Exercice41

1. On verse progressivement un volume  $V_b$  d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium dans  $50\text{cm}^3$  d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique  $0,01\text{mol/L}$ . Pour chaque valeur de  $V_b$  on mesure le pH :

$V_b\text{cm}^3$	0	4	8	12	16	20	22
pH	2,0	2,1	2,25	2,4	2,6	2,85	3 ;1
$V_b\text{cm}^3$	24	25	26	28	30	32	36
pH	3,6	7,0	10,4	10,9	11,1	11,3	11,4

1.1. Tracer la courbe  $\text{pH} = f(V_b)$

1.2. Déterminer la position du point d'équivalence sur le graphique. Quelle est la valeur du pH à l'équivalence ? Interpréter le résultat. Calculer la molarité de la solution d'hydroxyde de sodium.

2. On utilise en suite cette solution aqueuse d'hydroxyde de sodium pour doser  $10\text{cm}^3$  d'une solution aqueuse d'un monoacide carboxylique :

$V_b\text{cm}^3$	0	2	5	10	15	20	25	30	35
pH	2,4	2,6	2,8	3,2	3,4	3,6	3,75	3,9	4,1
$V_b\text{cm}^3$	40	45	47	49	50	51	53	55	65
pH	4,4	4,7	5,0	5,5	8,0	10,5	11,0	11,2	11,6

2.1. Tracer la courbe  $\text{pH} = f(V_b)$

2.2. Déterminer la position du point d'équivalence sur le graphique. Pourquoi la valeur du pH à l'équivalence n'est-elle pas la même que sur la première courbe. Calculer la molarité de la solution d'acide.

2.3. Trouver graphiquement, en justifiant la méthode utilisée, la valeur de la constante  $\text{pK}_a$  de l'acide dosé. Identifier cet acide. On donne :

- acide méthanoïque ( $K_a = 1,8 \cdot 10^{-4}$ )

-acide éthanoïque ( $K_a = 1,8 \cdot 10^{-5}$ )

-acide propanoïque ( $K_a = 1,4 \cdot 10^{-5}$ )

### Exercice42

1. Une solution d'acide méthanoïque ( $S_1$ ) de concentration  $C_1 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$  a un pH = 2,6.

1.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'acide méthanoïque et l'eau.

1.2. Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques présentes dans la solution et calculer le  $\text{pK}_a$  du couple  $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$ .

2. Afin de vérifier la valeur du  $\text{pK}_a$  calculé en 1-a), on dose un volume

$V_a = 30\text{cm}^3$  de la solution  $S_1$  par une solution aqueuse de soude. On obtient le graphe reproduit au début de la 2<sup>ème</sup> colonne qui donne l'évolution du pH en fonction du volume  $V_B$  de solution d'hydroxyde de sodium.

2.1. Ecrire l'équation-bilan du dosage.

2.2. Quelles sont les coordonnées du point d'équivalence ?

2.3. A partir de la courbe, donner le  $pK_a$  du couple  $\text{HCOOH}/\text{COO}^-$  ?

3. Pour obtenir  $90\text{cm}^3$  d'une solution tampon de  $\text{pH}=3,8$ , on mélange un volume  $V_1$  de  $S_1$  avec un volume  $V_2$  de  $S_2$  (solution aqueuse de méthanoate de sodium de concentration  $C_2 = 2 \cdot 10^{-2}$  mol/L).

3.1. Définir la solution tampon.

3.2. Trouver les valeurs de  $V_1$  et de  $V_2$  (on néglige les concentrations de  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{OH}^-$  devant la concentration de  $\text{Na}^+$ .)

### Exercice43

On étudie le dosage d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque par une solution decimolaire d'hydroxyde de sodium. On verse progressivement la solution de soude dans un volume  $V_a = 10\text{cm}^3$  de solution d'acide éthanoïque. Un pHmètre rend compte de l'évolution du pH au cours de l'opération :

$V_b(\text{cm}^3)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
pH	2,9	3,5	3,9	4,3	4,5	4,7	4,9	5,0	5,1
$V_b(\text{cm}^3)$	9	9,5	10	10,5	11	12	13	14	15
pH	5,4	6,0	8,8	11,0	11,7	12,2	12,5	12,6	12,7

1. Tracer la courbe de la variation du pH en fonction de  $V_b$  (échelles : 1cm par unité de pH en ordonnées ; 1cm par  $\text{cm}^3$  en abscisses)

2. Ecrire l'équation de la réaction.

3. A l'aide de la courbe, déterminer :

- le volume  $V_b^{\text{éq}}$  de soude versé à l'équivalence
- le  $pK_a$  du couple  $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$

4. Calculer la concentration molaire de la solution acide.

5. Calculer la concentration molaire des espèces chimiques présentes à la demi-équivalence.

### Exercice44

On donne  $\text{H} = 1\text{g/mol}$  ;  $\text{N} = 14\text{g/mol}$  ;  $\text{Cl} = 35,5\text{g/mol}$

1. On veut préparer deux solutions aqueuses, l'une de chlorure d'ammonium  $\text{NH}_4\text{Cl}$ , l'autre d'ammoniac  $\text{NH}_3$  de même concentrations molaires  $C=0,1\text{mol/L}$ . Ces deux solutions sont notées respectivement A et B.

**1.1. Quelle est la masse de chlorure d'ammonium qu'il faut dissoudre dans un litre d'eau pour préparer un litre de la solution A?**

**1.2. Pour préparer la solution B, on dispose d'une bouteille d'une solution commerciale. Sur l'étiquette on lit :**

**Masse volumique 0,890g/cm<sup>3</sup> ;**

**Teneur en ammoniac 34% en masse**

**Quel volume  $V_1$  de solution commerciale doit-on prélever pour obtenir un litre d'une solution mère à 1mol/L ?**

**1.3. Quel volume  $V_2$  de cette solution mère faut-il prélever pour obtenir**

**$V=200\text{ml}$  de la solution B**

**Parmi le matériel suivant, quels instruments faut-il utiliser pour préparer la solution B à partir de la solution mère ?**

**Béchers gradués de 10, 200 et 500mL ;**

**Eprouvettes graduées 250mL ;**

**Fioles jaugées de 100, 200 et 1L ;**

**Pipettes jaugées de 5, 10 et 20mL ; Burette de 25mL**

**Décrire le processus opératoire. Quelles précautions particulières faut-il prendre au cours de ces opérations ?**

**2. On veut utiliser la solution B quelques jours plus tard ; on vérifie sa concentration molaire .Pour cela, on utilise un dosage acido-basique colorimétrique.**

**On dispose d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration 0,1mol/L et des indicateurs colorés suivants :**

Indicateurs	Couleurs	pH limite de la z. virage	
Bleu de thymol	Rouge jaune	1,2	2,8
Rouge de thymol	Rouge jaune	4,2	6,2
Bleu de bromothymol	Jaune bleu	6,0	7,6
Phénolphthaleine	Incolore rose	8,0	9,9
Rouge de résol	Jaune rouge	7,2	8,8

**L'équivalence est obtenue lorsqu'on a versé dans  $V_B = 20\text{mL}$  de la solution B d'ammoniac, un volume  $V_A = 17,2\text{mL}$  de la solution acide.**

**En déduire la nouvelle concentration de la solution B.**

**Lorsque 8,6mL de solution acide sont versés, le pH du mélange a pour valeur : pH= 9,3. Que peut-on en déduire ? Justifier la réponse.**

### Exercice45

Soit A une solution aqueuse de chlorure d'ammonium de concentration molaire  $C_A=0,1\text{mol/L}$ , soit B une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration  $C_B$

1. Quelle masse de cristaux de chlorure d'ammonium, non hydraté,  $\text{NH}_4\text{Cl}$ , faut-il dissoudre pour obtenir  $200\text{cm}^3$  de solution A ?
2. On verse dans un bêcher un volume  $V_A=20\text{cm}^3$  de solution A.
- 2.1. Décrire le mode opératoire permettant de mesurer ces  $20\text{cm}^3$  ?
- 2.2. La mesure du pH de la solution A donne 5,1. Justifier que le pH soit acide
- 2.3. Quelle est la quantité d'ions ammonium présent dans le bêcher ?
3. On verse ensuite dans ce même bêcher, un volume  $V_B$  de la solution B? Ecrire l'équation bilan de la réaction chimique qui se produit lors du mélange ? Quels sont les deux couples acido-basiques qui interviennent dans cette réaction ? On donne :  $pK_a$  du couple  $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3 = 9,2$ .

### Exercice46

1. Une solution aqueuse d'une amine primaire, qu'on notera  $\text{RNH}_2$  (où R est un radical alkyle) a pour volume  $V_B = 20\text{mL}$ .

On dose cette solution par une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $C_A = 0,2\text{mol/L}$ . On prélève pH de la solution en fonction du volume  $V_A$  d'acide versé

- 1.1. A partir de la courbe, justifier le fait que l'amine est une base faible.
- 1.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
- 1.3. Calculer la concentration  $C_B$  de la solution d'amine.
2. Pour préparer la solution d'amine, on a dissout une masse  $m = 1,62\text{g}$  d'amine dans l'eau et porté le volume de la solution à  $V = 200\text{mL}$ .
- 2.1. En utilisant le résultat de la question 1.c, calculer la masse molaire de l'amine: (C 12g/mol H:1g/mol N : 14g/mol)
- 2.2. En déduire la formule semi-développée et le nom de l'amine
- 2.3. Quel est le couple acide-base correspondant.
3. On étudie maintenant la composition de la solution correspondant au point I de la courbe
  - 3.1. Comment appelle-t-on cette solution ?
  - 3.2. Quelle est la constante d'acidité du couple concerné ?
  - 3.3. Calculer les quantités de matière d'acide et de base conjugués contenues dans ce mélange.

### Exercice 47

On se propose de vérifier la masse d'acide ascorbique (vitamine C) contenue dans un comprimé d'un produit de commerce "VITAMINE C 500". L'acide ascorbique est un monoacide faible de formule  $C_6H_7O_6H$  c'est -à -dire de forme AH.

On écrase soigneusement le comprimé puis, avec la poudre obtenue, on prépare  $100\text{cm}^3$  d'une solution S d'acide ascorbique.

1. On se propose de doser la solution obtenue par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique  $0,02\text{mol/L}$ . Pour cela on prélève  $10\text{ cm}^3$  de la solution S introduit dans un bêcher B et on ajoute de l'eau distillée de façon à obtenir l'immersion de l'électrode combinée du pH-mètre.

**Préparation :**

1.1. Faire un schéma annoté du dispositif expérimental mis en œuvre pour le dosage (matériel, solutions).

1.2. La solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $0,02\text{ mol/L}$  a été préparée juste avant son utilisation en diluant avec précision une solution de concentration  $0,1\text{mol/L}$ . Indiquer le mode opératoire sachant que l'on peut disposer du matériel suivant :

- pipettes jaugées  $10$  et  $20\text{ cm}^3$
- fioles jaugées  $100, 250, 500\text{ cm}^3$ .

2. Dosage pH-métrique :

On suit l'évolution du pH lorsqu'on verse progressivement la solution d'hydroxyde de sodium de concentration  $0,02\text{mol/L}$  dans le bêcher B. On obtient le tableau de résultats :

$V_a\text{cm}^3$	0	2	4	6	8	10	11	12
pH	2,9	3,5	3,8	4,1	4,3	4,6	4,75	5
$V_a\text{cm}^3$	13	13,5	14	14,5	15	16	18	20
pH	5,25	5,5	6	10,3	10,8	11,1	11,4	11,6

- 2.1. Ecrire l'équation de la réaction ayant lieu lors du dosage
- 2.2. Tracer le graphe  $\text{pH} = f(V_a)$ . Prendre  $1\text{cm}^3$  pour  $1\text{mL}$  et  $1\text{cm}^3$  pour 1 unité pH Quant dit - on qu'il y a équivalence lors d'un dosage acido-basique ?
- 2.3. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence( $V_E$ ,  $\text{pH}_E$ ). Dire pourquoi  $\text{pH}_E$  est supérieur à 7
- 2.4. Déterminer graphiquement la constante d'acidité du couple AH/A<sup>-</sup> (acide ascorbique /ion ascorbate).
- 2.5. A partir de  $V_E$  déterminer la quantité de matière et la masse d'acide ascorbique contenue dans un comprimé.

### 3. Dosage calorimétrique

Quand on ne dispose pas d'un pH-mètre, On peut réaliser un dosage de la solution S à l'aide d'un indicateur coloré.

Quel indicateur coloré, à choisir dans la liste suivante ; pourrait-on utiliser ? Justifier ce choix. Données :

C : 12g/mol   O:16g/mol   H:1g/mol

Indicateur	Zone de virage
Hélianthine	3,1 – 4,4
Rouge de crésol	7,0 – 8,8
Phénolphtaléine	8,2 – 9,8

### Exercice48

Pour déboucher les canalisations, on utilise des produits domestiques qui sont des solutions concentrées d'hydroxyde de sodium (ou soude).

Sur l'étiquette de l'un de ces produits, on lit :

- densité :  $d = 1,2$  (soit une masse volumique  $p = 1,2 \text{ g.cm}^{-3}$ )
- Contient 20% en masse de soude.

1. Montrer que la concentration molaire C de la solution commerciale est voisine de  $6 \text{ mol.L}^{-1}$

2. Quel volume de solution commerciale faut-il prélever pour obtenir 1 L de solution diluée de concentration  $C_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  ?

3. Les solutions de soude sont des solutions de base forte.

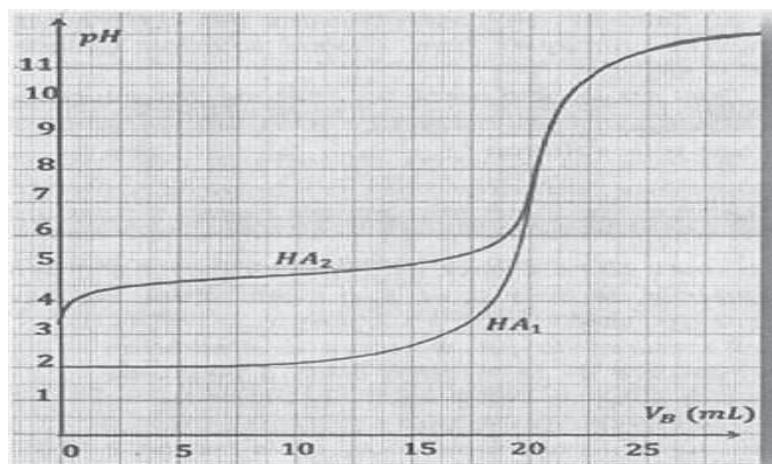
3.1. Rappeler la définition d'une base selon BrôNSTED.

3.2. Calculer le pH de la solution diluée.

4. Pour vérifier sa concentration, on dose 5 mL de la solution diluée par une solution d'acide chlorhydrique de concentration  $C_A = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

4.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.

4.2. Pour obtenir l'équivalence, on doit verser 15 mL de la solution d'acide chlorhydrique. Calculer la concentration de la solution diluée. Retrouve-t-on la valeur souhaitée ?



### Exercice 49

On dispose de trois solutions aqueuses de même concentration molaire C.

(S1) : Une solution d'acide chlorhydrique HCl (acide fort).

(S2) : Une solution d'acide éthanoïque CH<sub>3</sub>COOH (acide faible).

(S3) : Une solution d'hydroxyde de sodium NaOH (base forte).

I° La mesure du pH des trois solutions a donné les valeurs suivantes : 3,4 ; 12 et 2,1.

1. Accorder avec justification la valeur du pH correspondant à chacune des trois solutions.

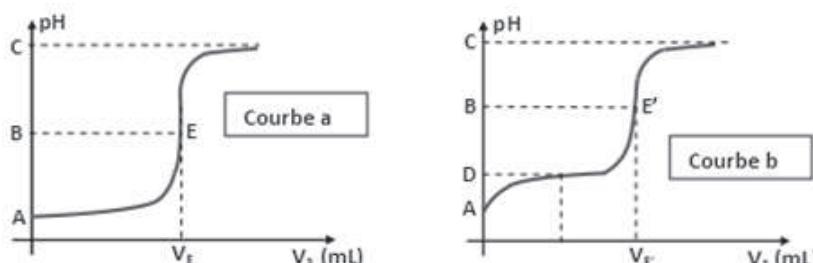
2. Déterminer la concentration molaire C commune à ces trois solutions.

3. On admet que l'acide éthanoïque est faiblement ionisé dans (S2).

Déterminer la valeur du pKa du couple acide-base correspondant à cet acide faible.

II° On réalise séparément les dosages pH métriques par la solution (S3)

d'un volume V<sub>1</sub> = 10 cm<sup>3</sup> de la Solution (S1) et d'un volume V<sub>2</sub> = V<sub>1</sub> de la solution (S2). On obtient les courbes représentées sur les figures ci-dessous.



1.1. Ecrire les équations bilans des deux réactions de dosage et montrer qu'elles sont pratiquement totales.

1.2. Donner les caractères ces deux réactions.

2. D'après l'allure des courbes, indiquer en le justifiant, celle qui correspond au dosage de (S1) et celle qui correspond au dosage de (S2).

3. Définir l'équivalence acido-basique et déterminer les volumes V<sub>E</sub> et V<sub>E'</sub>.

4. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en précisant les valeurs de pH.

Courbe a	pH <sub>A</sub> = .....	pH <sub>B</sub> = .....	pH <sub>C</sub> = .....	
Courbe b	pH <sub>A</sub> = .....	pH <sub>B</sub> = .....	pH <sub>C</sub> = .....	pH <sub>D</sub> = .....

5.1. Qu'appelle-t-on la solution obtenue au point D et donner ses propriétés.

5.2. Justifier le caractère acide, basique ou neutre du mélange obtenu au point E'.

6. On dispose de trois indicateurs colorés de pH dont les zones de virage sont consignées dans le tableau ci-dessous et on désire effectuer ces dosages en présence de l'un d'eux.

Indicateur	Hélianthine	Bleu de bromothymol	Phénolphthaleïne
Zone de virage	3,1 ..... 4,4	6,2 ..... 7,6	8,0 ..... 10,0

6.1. Qu'appelle-t-on indicateur coloré ?

6.2. Le quel des trois indicateurs est le mieux approprié pour le dosage de chacun des deux acides étudiés.

### Exercice 50

On considère deux monoacide  $A_1H$  et  $A_2H$  dont l'un est fort et l'autre est faible. Avec ces deux acides, on prépare à 25°C, deux solutions aqueuses acides ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) dont les caractéristiques sont consignées dans le tableau suivant :

Solution aqueuse	Concentration	pH
( $S_1$ ) de l'acide $A_1H$	$C_1=0,05\text{mol/L}$	2,5
( $S_2$ ) de l'acide $A_2H$	$C_2=0,05\text{mol/L}$	1,3

1.1. En se référant au tableau, montrer que l'acide  $A_1H$  est faible et que l'acide  $A_2H$  est fort.

1.2. Ecrire l'équation de la réaction de dissociation ionique de chacun des deux acides dans l'eau.

2. On prélève, dans un bêcher, un volume  $V_1 = 20 \text{ mL}$  de la solution ( $S_1$ ) et on lui ajoute 10 mL d'eau.

On obtient, après agitation, une solution (S) de concentration molaire  $C_A$  l'aide d'une burette graduée, on ajoute progressivement à la solution (S) une solution aqueuse de soude NaOH de concentration molaire  $C_B$ . On agite, puis à chaque fois, on mesure le pH correspondant.

La courbe de la figure représente la variation du pH du mélange en fonction du volume  $V_B$  de la base ajoutée.

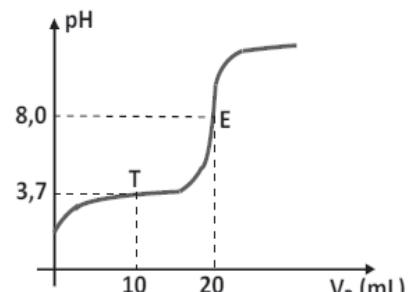
2.1. Montrer que  $C = 0,033 \text{ mol/L}$

2.2. A partir de la courbe de la figure 1, déduire :

- Les coordonnées du point d'équivalence E.
- La valeur de la concentration molaire  $C_B$ .

2.3. En analysant les entités chimiques présentes dans la solution à l'équivalence, justifier le caractère acide ou basique de cette solution.

2.4. Montrer qu'à la demi-équivalence, le pH du mélange est égal au pKa du couple  $A_1H/A_1^-$ . Déterminer sa valeur à partir du graphe



### Corrigé de l'exercice 1



$[\text{K}^+] = [\text{Cl}^-] = C_1 = 0,05 \text{ mol/L}$  et  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol/L}$



$[\text{Na}^+] = [\text{Cl}^-] = C_2 = 0,04 \text{ mol/L}$  et  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol/L}$

3. \* Les ions potassium proviennent de  $S_1$  seulement et leur nombre est  $n_1 = C_1 V_1$ . Le volume total du mélange étant  $V = V_1 + V_2$

on a  $[\text{K}^+] = C_1 V_1 / V \Rightarrow [\text{K}^+] = 0,05 \times 40 / 100 = 0,02 \text{ mol/L}$

\*Les ions sodium proviennent de  $S_2$  seulement et leur nombre est  $n_2 = C_2 V_2$ ,

On a  $[\text{Na}^+] = C_2 V_2 / V = 0,04 \times 60 / 100 = 0,024 \text{ mol/L}$

\*Les ions chlorure proviennent de  $S_1$  et de  $S_2$  leur nombre

est  $n_3 = C_1 V_1 + C_2 V_2$  On a  $[\text{Cl}^-] = (C_1 V_1 + C_2 V_2) / V$

Soit  $[\text{Cl}^-] = (0,05 \times 40 + 0,04 \times 60) / 100 = 0,044 \text{ mol/L}$

### Corrigé de l'exercice 2

Espèces chimiques en solutions :



Produit ionique de l'eau :

$[\text{H}_3\text{O}^+] = 6,31 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$      $[\text{OH}^-] = 1,58 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L}$

Volume de la solution  $V = V_a + V_b = V = 500 \text{ ml}$  Les ions  $\text{Cl}^-$  et  $\text{Na}^+$  sont des ions spectateurs leurs nombre mis en solution reste inchangé

$[\text{Cl}^-] = n_{\text{Cl}^-} / V = C_a V_a / V = 0,032 \text{ mol/L}$  et  $[\text{Na}^+] = n_{\text{Na}^+} / V = C_b V_b / V = 0,6 C_b$

Électroneutralité  $[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$

soit  $6,31 \cdot 10^{-4} + 0,6 C_b = 0,032$  soit  $C_b \approx 5,23 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

### Corrigé de l'exercice 3

Espèces chimiques en solutions :



Produit ionique de l'eau

$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-4} \text{ mol/L}$      $[\text{OH}^-] = 1 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$

volume de la solution  $V = V_a + V_b = V = 1 \text{ L}$  Les ions  $\text{Cl}^-$  et  $\text{Na}^+$  sont des ions spectateurs leurs nombre mis en solution reste inchangé

$[\text{Cl}^-] = n_{\text{Cl}^-} / V = C_a V_a / V$     et     $[\text{Na}^+] = n_{\text{Na}^+} / V = C_b V_b / V$

Électroneutralité

$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$  comme  $[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$

on a  $10^{-4} + 0,02 V_b = 0,03 V_a$  soit  $3V_a - 2V_b = 0,01$

d'où  $V_a = 0,402 \text{ L}$  et  $V_b = 0,598 \text{ L}$ .

### Corrigé de l'exercice 4

*\*Espèces chimiques en solutions :*



*Produit ionique de l'eau*

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-] = 1.10^{-12} \text{ mol/L}$$

$$\text{Volume de la solution } V = V_a + V_b = V$$

Les ions  $\text{Cl}^-$  et  $\text{Na}^+$  sont des ions spectateurs leurs nombre mis en solution reste inchangé

$$[\text{Cl}^-] = n_{\text{Cl}^-} / V = (C_a V_a + C_b V_b) / V \quad [\text{Na}^+] = n_{\text{Na}^+} / V = C_b V_b / V$$

*Électroneutralité:*

$$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$$

Comme  $[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$  et en multipliant par  $V$  on a

$$V \cdot 10^{-2} + C_b V_b = 0,610^{-3} + C_b V_b \text{ soit } V_b = 0,05 \text{ L}$$

C<sub>b</sub> n'intervient pas car les ions sodium et chlorure de la solution B sont indifférents leur nbre n'a pas d'influence sur le pH . Seul le volume V<sub>b</sub> (neutre) intervient.

### Corrigé de l'exercice 5

*Espèces chimiques en solutions :*



*Produit ionique de l'eau :*

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-] = 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$\text{Volume de la solution } V = V_a + V_c + V_b = V = 1 \text{ L}$$

Les ions  $\text{K}^+$ ,  $\text{Cl}^-$  et  $\text{Na}^+$  sons des ions spectateurs leurs nombre mis en solution reste inchangé :

$$[\text{K}^+] = C_c \cdot V_c / V \quad \text{A.N : } [\text{K}^+] = 0,012 \text{ mol/L}$$

$$[\text{Cl}^-] = (C_a \cdot V_a + C_c \cdot V_c) / V \quad \text{A.N } [\text{Cl}^-] = 0,01 + 0,012 = 0,022 \text{ mol/L}$$

$$[\text{Na}^+] = C_b \cdot V_b / V = C_b / 2$$

*Électroneutralité:*

$$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{K}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$$

$$\text{Soit } [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-] - ([\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{K}^+])$$

$$C_b / 2 = 0,022 - 0,012 - 0,001 = 0,009 \text{ mol/L, car } [\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$\Rightarrow \text{A.N : } C_b = 0,018 \text{ mol/L}$$

### Corrigé de l'exercice 6

**1. Espèces chimiques en solution :**  $\text{H}_2\text{O}$  ;  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{Cl}^-$  et  $\text{HCl}$  ?

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-] = 1.10^{-11} \text{ mol/L}$$

$[\text{Cl}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3} \text{ mol/L}$      $[\text{HCl}] = C - [\text{Cl}^-] = 0$                       *La réaction est totale toutes les molécules HCl ont réagit et disparu complètement.*      2/

**\*Espèces chimiques en solutions :**  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{CH}_3\text{COO}^-$ ,  $\text{CH}_3\text{COOH}$  *Produit ionique de l'eau*

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 3.98 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-] = 2.51 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L}$$

**Electroneutralité :**

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = 3.98 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

**Conservation de la matière :**

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = C - [\text{CH}_3\text{COO}^-] = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

Ce qui signifie que *la réaction est très incomplète car 96% des molécules ne se sont pas transformées.*

**2. -Solution A :** la réaction étant totale le nombre d'ions hydronium venant de l'acide ne change pas ( $[\text{HCl}] = 0$ ) et ceux provenant de l'eau sont négligeables. Le volume étant multiplié par 100 ; la concentration est divisée par  $10^2$  et le pH augmente de 2 unités

**-Solution B :** la réaction n'étant pas totale ; il reste dans le milieu beaucoup de molécules de  $\text{CH}_3\text{COOH}$  pouvant réagir.

Comme il s'agit d'un équilibre chimique, la réaction qui s'oppose à l'augmentation des molécules d'eau est favorisée. Cette réaction produit des ions hydroniums ; leur nombre augmente donc selon l'équation :



Le volume est multiplié par 100 ; le nombre d'ions hydronium est multiplié par 10 la concentration étant divisé par 10 ; le pH n'augmente que d'une unité.

### Corrigé de l'exercice 7

**1. Calcul des molarités :**

*Les espèces chimiques en solutions sont :*



*Produit ionique de l'eau*

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 1,3 \cdot 10^{-9} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-] = 7,9 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L}$$

**Électroneutralité:**

$$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] \text{ d'où}$$

$[\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-]$  car  $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{OH}^-]$  on a  $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-]$ ; La concentration des ions sodium étant  $[\text{Na}^+] = C = 10^{-1} \text{ mol/L}$  ce qui donne  $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = 10^{-1} \text{ mol/L}$

*La conservation de matière :*  $[\text{CH}_3\text{COOH}] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] = C$   
soit :  $[\text{CH}_3\text{COOH}] = C - [\text{CH}_3\text{COO}^-] = C - ([\text{Na}^+] - [\text{OH}^-])$   
 $\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] = [\text{OH}^-] = 7,9 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L}$

2. Les valeurs précédentes permettent de calculer la constante d'acidité d'expression :

$$K_a = [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{CH}_3\text{COO}^-] / [\text{CH}_3\text{COOH}]$$

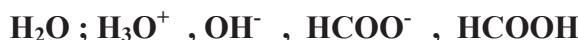
$$A.N : K_a = 1,58 \cdot 10^{-5} \text{ et } pK_a = 4,8$$

### Corrigé de l'exercice 8

1. L'équation de dissolution de l'acide méthanoïque dans l'eau est :



*Les espèces chimiques en solutions* sont :



*Produit ionique de l'eau :*

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 4,10^{-3} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-] = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ mol/L}$$

*Électroneutralité:*  $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{HCOO}^-]$  donc  $[\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+]$  car  $[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$

*La conservation de la matière* s'écrit :

$$[\text{HCOOH}] + [\text{HCOO}^-] = C$$

d'où les concentrations  $[\text{HCOO}^-] = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$  et  $[\text{HCOOH}] = 9,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

Les résultats précédents permettent de calculer  $K_a$  et  $pK_a$  ; en effet

$$K_a = [\text{HCOO}^-] \times [\text{H}_3\text{O}^+] / [\text{HCOOH}]$$

$$\text{soit numériquement : } K_a = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L et } pK_a = 3,8.$$

2. *Les espèces chimiques en solutions* sont :



*Produit ionique de l'eau :*

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 7,9 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-] = 1,3 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$$

Les ions sodium proviennent uniquement de la deuxième solution

$$[\text{Na}^+] = C_2 V_2 / (V_1 + V_2) = 0,1 \text{ mol/L}$$

*Essebil au Bac*

*Lebatt Ahmed El Hadi*

Électroneutralité :  $[H_3O^+] + [Na^+] = [OH^-] + [HCOO^-]$

$[H_3O^+]$  et  $[OH^-]$  étant négligeables par rapport à  $[Na^+]$

On a  $[HCOO^-] = [Na^+] = 0,1\text{mol/L}$ .

Les ions éthanoate et les molécules d'acide éthanoïque viennent des deux solutions.

Dans le mélange la concentration totale est

$$(C_2V_2 + C_1V_1)/(V_1+V_2)$$

*La conservation de la matière s'écrit :*

$$[HCOOH] + [HCOO^-] = (C_2V_2 + V_1C_1)/(V_1+V_2) = 0,15\text{mol/L}$$

$$\text{Soit } [HCOOH] = (C_2V_2 + V_1C_1)/(V_1+V_2) - [HCOO^-]$$

$$[HCOOH] = 0,15 - 0,1 = 0,05 \text{ mol/L.}$$

$$\text{Soit } K_a = 1,58 \cdot 10^{-4} \quad \text{et} \quad pK_a = 3,8$$

### Corrigé de l'exercice 9

1. Les espèces chimiques en solutions sont :



Produit ionique de l'eau :

$$[H_3O^+] = 2 \cdot 10^{-7} \text{ mol/L} \quad [OH^-] = 5 \cdot 10^{-14} \text{ mol/L}$$

Électroneutralité :  $[H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-]$

comme  $[OH^-] \ll [H_3O^+]$  on a  $[Cl^-] = [H_3O^+]$

soit  $[Cl^-] = c_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ mol/L}$ , car  $Cl^-$  est indifférent.

2.1. Lorsqu'on ajoute la solution de chlorure de sodium dans l'acide chlorhydrique, on ajoute des ions indifférents : il n'y a donc pas de réaction chimique et le pH ne varie qu'à cause de la dilution.

La concentration en ions  $H_3O^+$  est  $2 \cdot 10^{-7} \text{ mol/L}$  avant le mélange et  $1 \cdot 10^{-7} \text{ mol/L}$  après le mélange : le volume ayant été doublé la concentration est divisée par 2.

2.2. Lorsqu'on ajoute la solution d'éthanoate de sodium dans l'acide chlorhydrique, une réaction se produit, l'acide le plus fort réagit avec la base la plus forte selon l'équation :



La concentration en ion  $H_3O^+$  est  $4 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$  après le mélange et après la réaction chimique ; l'importante diminution des ions  $H_3O^+$  est due à la réaction chimique précédente

### Corrigé de l'exercice 10

\*1<sup>er</sup> mélange :  $[Cl^-] = C_1 V_1 / (V_1 + V_2) = [H_3O^+] = 0,01 \text{ mol/L}$  soit  $A = V_2 = 450 \text{ ml}$

\*2<sup>er</sup> mélange pH = pK<sub>a</sub> soit

$$[CH_3COO^-] = [CH_3COOH] = 1/2(C_1 V_1 / V)$$

$$[CH_3COO^-] = [CH_3COOH] = 0,1 \times 10 / (2 \times 30) = 0,033 \text{ mol/L}$$

*Produit ionique de l'eau :*

$[H_3O^+] = 1,78 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$  et  $[OH^-] = 5,62 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$  tous deux négligeables devant  $[CH_3COO^-]$

*L'électroneutralité donne*

$$[Na^+] = C_2 V_2 / V = [CH_3COO^-] = 1/2.(C_1 V_1 / V) \text{ ce qui donne}$$

$$C_2 V_2 = 1/2.C_1 V_1 \text{ soit } B = C_1 = C_2 = 0,1 \text{ mol/L.}$$

\*3<sup>er</sup> mélange :

*Espèces chimiques en solutions :*



*Produit ionique de l'eau :*

$$[H_3O^+] = 6,31 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$$
 et  $[OH^-] = 1,58 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$

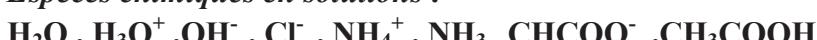
$[Cl^-] = 0,5 C_1$  Le pH étant égal au pKa, on a :

$$[NH_4^+] = [NH_3] \Rightarrow [NH_4^+] = 1/2(C_2 V_2 / V) = 0,1 \times 20 / 2,40 = 0,025 \text{ mol/L}$$

*L'électroneutralité donne :*  $[NH_4^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-]$  d'où  $[NH_4^+] = [Cl^-]$  et  $0,5 C_1 = 0,025 \Rightarrow D = C_1 = 0,05 \text{ mol/L.}$

### Corrigé de l'exercice 11

*Espèces chimiques en solutions :*



$$[H_3O^+] = [OH^-] = 10^{-7} \text{ mol/l}$$

*L'électroneutralité donne :*

$$[NH_4^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [CHCOO^-] \Rightarrow [NH_4^+] = [CHCOO^-]$$

*Conservation de la matière :*

$$(200/250) x C_b = [NH_4^+] + [NH_3] \Rightarrow [NH_4^+] + [NH_3] = 0,8 C_b \text{ et}$$

$$(50/250) \times 0,01 = [CHCOO^-] + [CH_3COOH]$$

$$\text{soit } [CHCOO^-] + [CH_3COOH] = 2 \cdot 10^{-3}$$

*La relation de Henderson donne*

$$pH = pK_a + \log([NH_3] / [NH_4^+]) \Rightarrow \log([NH_3] / [NH_4^+]) = -2,2$$

$$\text{et } pH = pK_a + \log([CHCOO^-] / [CH_3COOH])$$

$$\text{d'où } \log([CHCOO^-] / [CH_3COOH]) = -2,2$$

Ce qui entraîne  $[CHCOO^-] / [CH_3COOH] = [NH_3] / [NH_4^+]$  et par suite

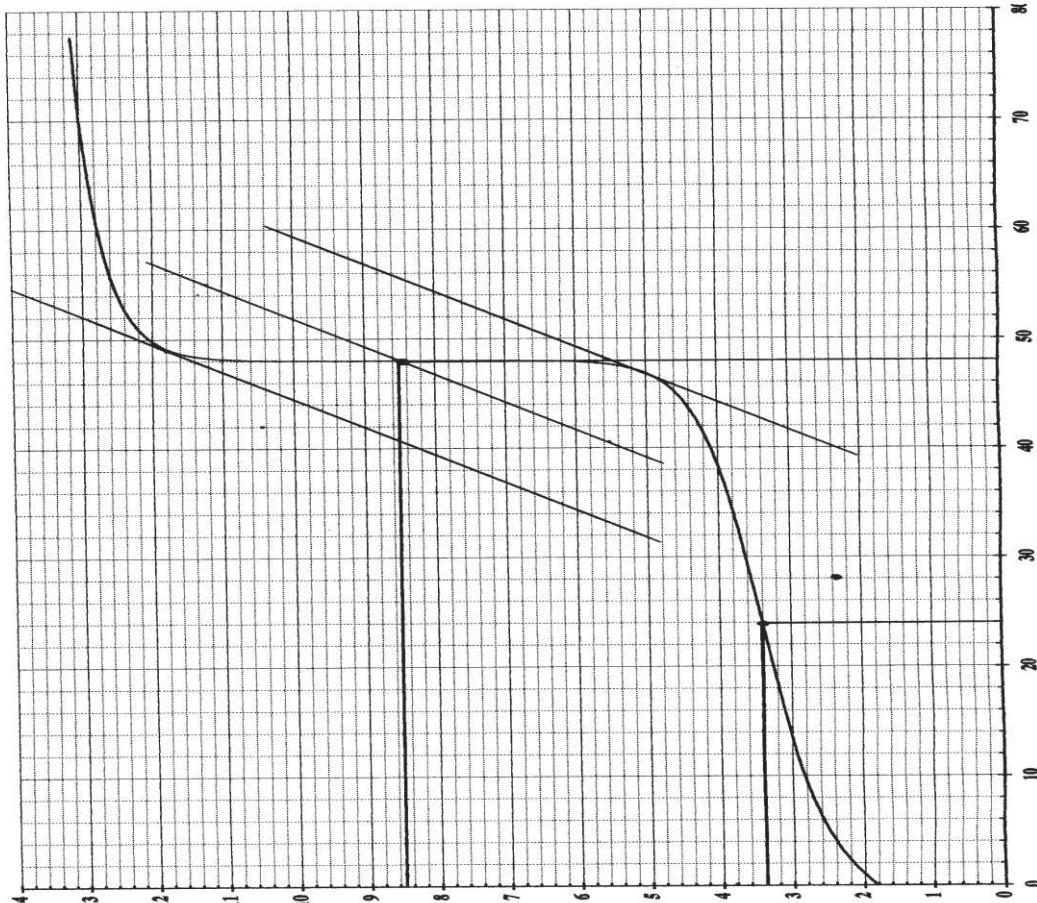
$$[CH_3COOH] = [NH_3]$$

En définitif on a :  $0,8 C_b = 2 \cdot 10^{-3}$  et  $C_b = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L.}$

### Corrigé de l'exercice 12



2° D'après la courbe : Le point d'équivalence a pour coordonnées ( $V_E = 48mL$  ;  $pH = 8,7$ )



3° À l'équivalence acido-basique tout se passe comme si on avait une solution de sel de l'acide et de la base.

Il se dissocie sous la forme :  $A^- + Na^+$  .

Les ions  $Na^+$  étant indifférents ; les ions  $A^-$  réagissent avec l'eau selon l'équation :



4° À l'équivalence acido-basique on a :

$$C_a V_a = C_b V_b \Rightarrow C_a = C_b V_b / V_a \quad A.N : C_a = 0,6\text{mol/L}$$

5° A la demi équivalence acido-basique on a :  $pH = pK_a$

Sur la courbe pour  $V_b = V_E/2 = 24mL$ , on lit  $pH = 3,4 \Rightarrow pK_a = 3,4$

6.1. A l'équivalence une mole d'acide (ou de base) donne une mole de sel :

On avait  $0,6 \times 0,04 = 24 \cdot 10^{-3}$  mol d'acide AH qui ont donné  $24 \cdot 10^{-3}$  mol de sel

**6.2. La masse molaire M :**  $M = m/n$  A.N :  $M = 69\text{g/mol}$

**6.3. La formule brute du sel est :**  $N_xO_yNa$

$$\Rightarrow 14x + 16y + 23 = 69 \text{ soit } x=1 \text{ et } y=2$$

Le sel est  $NaNO_2$  et l'acide est  $HNO_2$

### Corrigé de l'exercice 13

1° Pour un acide fort  $[H_3O^+] = C_1 \Leftrightarrow pH = -\log[H_3O^+]$  soit  $pH = 2,15$

2°



3° Si  $R_2COOH$  était un acide fort on aurait

$[H_3O^+] = 0,03\text{mol/L}$  et le  $pH = 1,52$ .

Si  $R_3COOH$  était un acide fort on aurait  $[H_3O^+] = 0,6\text{mol/L}$  et le  $pH = 0,22$ .

4° Il y a 20 fois plus de molécules de  $R_3COOH$  que de  $R_2COOH$  et on a le même nombre de moles de  $H_3O^+$  en solution donc  $R_2COOH$  est plus fort que  $R_3COOH$ .

L'atome de chlore ayant un effet électro-attracteur favorisant la dissociation donc augmentant l'acidité : O



Dans l'acide 3-chloropropanoïque le Cl est plus éloigné du groupement – COOH et son effet est moins important ; c'est cet acide qui est le plus faible.

### Corrigé de l'exercice 14

1. L'équation bilan de la réaction :



La valeur du pH :  $pH = -\log C_a = 1$ .

2. L'équation bilan de la réaction de l'amine avec l'eau :



Pour montrer que la réaction n'est pas totale plusieurs méthodes sont possibles par exemple; il suffit de montrer que  $pH \neq 14 + \log C_b$  ce qui est bien le cas.

3.1. Pour obtenir la solution tampon S, on mélange  $n_a$  moles d'acide fort et  $n_b$  moles de base faible telle que  $n_a = n_b/2 \Rightarrow n_b = 2n_a$

$$C_b V_b = 2C_a V_a \Rightarrow V_b = 25V_a/4 \text{ d'autre par } V_a + V_b = 116\text{mL}$$

Soit  $V_a = 16\text{mL}$  et  $V_b = 100\text{mL}$ .

### 3.2. L'équation bilan de la réaction :



### 3.3. Les espèces chimiques :

$\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{H}_3\text{O}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{R-NH}_3^+$ ,  $\text{Cl}^-$  et  $\text{R-NH}_2$ ,

#### Calcul des concentrations :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 1,58 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-] = 6,93 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[\text{Cl}^-] = C_a V_a / V = 1,38 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{R-NH}_3^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{R-NH}_3^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-] = 1,45 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$C_b V_b / V = [\text{R-NH}_2] + [\text{R-NH}_3^+] \Rightarrow [\text{R-NH}_2] = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

#### La valeur du pKa :

$$\text{pKa} = -\log K_a = -\log [\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{R-NH}_2] / [\text{R-NH}_3^+] \Rightarrow \text{pKa} = 10,8$$

### Corrigé de l'exercice 15

#### 1. Le nombre de moles de soude dans un litre de solution :

$$C_b = [\text{OH}^-] \text{ et } C_b = \frac{n}{V} \Rightarrow n = C_b V \quad \text{A.N : } n = 10^{-4} \text{ mol/L}$$

#### 2.1. La réaction de dissociation de l'acide :



Calcul des concentrations molaires volumiques

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol/min} \quad [\text{OH}^-] = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ mol/min}$$

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-] + [\text{OH}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] \Rightarrow [\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol/min}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = [\text{H}_3\text{O}^+] \cdot [\text{CH}_3\text{COO}^-] / K_a \quad \text{A.N: } [\text{CH}_3\text{COOH}] = 10^{-2} \text{ mol/min}$$

#### 2.2. Calcul du coefficient d'ionisation

$$\alpha = [\text{CH}_3\text{COO}^-] / C \text{ avec } C = [\text{CH}_3\text{COOH}] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] = 10^{-2} \text{ mol/min}$$

$$\text{soit } \alpha = 4\%$$

**3.1. Le nombre de mole de la base  $n_b = C_1 V_1 = 2 \cdot 10^{-4}$  mol**

**Le nombre de mole de l'acide  $n_a = C_2 V_2 = 4 \cdot 10^{-4}$  mol**

Comme  $n_b = n_a / 2$  la solution est une solution tampon dont le  $pH = pK_a = 4,8$

La solution a un pH qui varie peu par ajout de peu d'acide fort ou de base forte ou par dilution.

**3.2. Le nombre initial de mole de  $\text{Na}^+$  étant  $n_0 = n_b = 2 \cdot 10^{-4}$  mol ; calculons le nombre de mole final de  $\text{Na}^+$  dans la solution :**

*Les espèces chimiques sont :  $\text{H}_3\text{O}^+$ ;  $\text{H}_2\text{O}$ ;  $\text{CH}_3\text{COO}^-$ ;  $\text{OH}^-$ ;  $\text{CH}_3\text{COOH}$  et  $\text{Na}^+$*

$$\text{pH} = pK_a + \log[\text{CH}_3\text{COOH}] / [\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] / [\text{CH}_3\text{COO}^-] = 10^{pH - pK_a} \Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] = 0,8[\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

d'autre part  $C_2 V_2 / (V_1 + V_2) = [\text{CH}_3\text{COOH}] + [\text{CH}_3\text{COO}^-]$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COO}^-] = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ mol / L}$$

$$\text{L'électroneutralité permet d'écrire } [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] = [\text{CH}_3\text{COO}^-] + [\text{OH}^-]$$

$$\Leftrightarrow [\text{Na}^+] \approx [\text{CH}_3\text{COO}^-] = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ mol / L}$$

Le nombre final de mole de  $\text{Na}^+$  serait alors :

$$n_t = [\text{Na}^+] V = 3,7 \cdot 10^{-4} \cdot 60 \cdot 10^{-3} = 2,23 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

Le nombre de mole  $\text{Na}^+$  ajouté  $n = n_t - n_0 = 0,23 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$ ; ce qui correspond à une masse de sodium  $m = n \cdot M$  avec  $M = 40 \text{ g/mol}$  soit  $m = 0,9 \text{ mg}$

# *Physique*



**Première partie**

# **Dynamique**



## Les bases fondamentales de la dynamique

- Un système est un ensemble de points matériels.
- Un système peut être déformable ou indéformable.
- Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre partie de ce système.
- Une force extérieure est une force exercée par l'extérieur sur le système.
- La relation fondamentale de la dynamique R.F.D:
- L'ensemble des forces appliquées à un point matériel de masse  $m$  provoque une variation de sa vitesse :  $\sum \bar{F} = m\bar{a}$
- Le théorème de l'énergie cinétique :  
La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées au solide entre ces deux instants :  $\Delta E_C = \sum W_F$ ,
- Le théorème de l'énergie mécanique :  
La variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures et des forces intérieures dissipatives qui s'exercent sur le système entre ces deux instants :

$$\Delta E_m = \sum W_{\bar{F}_{ext}} + \sum W_{\bar{F}_{int}} \text{ (dissipatives)},$$

### Les applications de la RFD

#### 1. Glissement sur un plan incliné faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale :

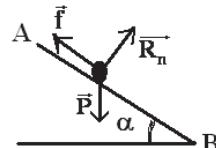
- Nature du mouvement:

$$\mathbf{a} = g \sin \alpha - \frac{\mathbf{f}}{m}$$

(m.r.u.v).

- Expression de  $R$ :  $R = \sqrt{(mg \cos \alpha)^2 + f^2}$

- Si  $f=0$ :  $a = g \sin \alpha$  et  $R_n = mg \cos \alpha$



#### 2. Cas d'un projectile :

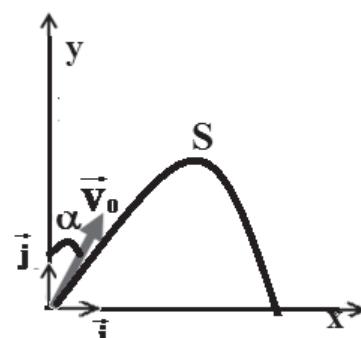
- Les vecteurs accélération  $\bar{a}$ , vitesse  $\bar{V}$  et position  $\bar{OM}$

$$\ddot{\mathbf{a}} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \ddot{\mathbf{v}} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \ddot{\mathbf{r}} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire:

$$Y = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + xt \tan \alpha$$



- La portée : C'est la distance entre le point de tir O du projectile et son point de chute P sur le plan horizontal.

$$x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

- La flèche : Elle correspond à la hauteur maximale atteinte par le projectile au dessus du plan horizontal (ordonnée du sommet S de la trajectoire).  $y_s = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

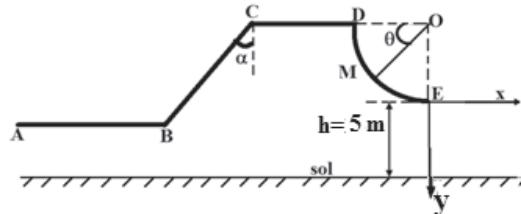
### Exercice 1

*On néglige les frottements et on prendra  $g=10\text{m/s}^2$*

Un skieur de masse totale  $m=80\text{kg}$  aborde une piste verglacée A, B, C, D et E. (voir fig).

Dans cet exercice le skieur sera assimilé à un point matériel confondu avec son centre d'inertie G.  
1 Partant sans vitesse du point A il est poussé sur le parcours AB par une force  $\vec{F}$  parallèle à la piste pour

arriver en B avec une vitesse  $\vec{V}_B$ . Cette vitesse  $\vec{V}_B$  lui permet d'atteindre le point C.  $AB=l=20\text{m}$ ;  $BC=l'=40\text{m}$ ;  $g=10\text{m/s}^2$  et  $\alpha=60^\circ$ .



1.1 Calculer la valeur de la vitesse  $\vec{V}_B$  pour laquelle le skieur arrive en C avec une vitesse nulle.

1.2 Calculer alors la valeur supposée constante de la force  $\vec{F}$ .

1.3 Déterminer la nature du mouvement du skieur entre B et C sachant que  $\vec{F}$  ne s'exerce qu'entre A et B.

2 En arrivant en C le skieur s'aide de ses bâtons pour repartir sur CD, horizontale, et acquérir au point D une vitesse de valeur  $V_D=10\text{m/s}$  avec laquelle il entame le tronçon circulaire DE de rayon  $r=OD=OE=2,2\text{m}$ .

2.1 Exprimer:

2.1.1 La valeur  $V_M$  de la vitesse du skieur au point M en fonction de  $V_D$ ,  $r$ ,  $g$  et de l'angle  $\theta$  et en déduire sa valeur au point E.

2.1.2 La valeur  $R$  de la réaction exercée par la piste sur le skieur au point M en fonction de  $m$ ,  $V_D$ ,  $r$ ,  $g$  et de l'angle  $\theta$ .

2.2 Le skieur quitte la piste au point E pour arriver au point P situé sur le sol.

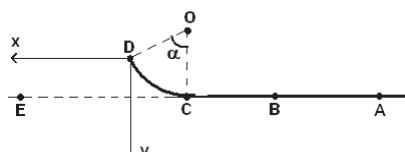
2.2.1 Calculer l'équation de la trajectoire dans le repère (E, x, y).

2.2.2 Calculer l'abscisse du point P de chute.

### Exercice 2

*Dans l'Exercice on négligera les frottements et l'action de l'air et on donne  $g = 10\text{m/s}^2$ .*

Un rail ABCD contenu dans un plan vertical comporte une partie ABC rectiligne posée sur le sol horizontal et une partie CD qui a la forme d'un arc de cercle de centre O, de rayon  $r = 0,5\text{m}$  et d'angle au centre  $\alpha = 60^\circ$  (voir fig1).



1 Un solide S de masse  $m = 0,1\text{ Kg}$  assimilable à un point matériel, est initialement au repos en A. Il est soumis sur la portion AB du rail à une force  $\vec{F}$  parallèle au rail, dirigée de A vers B et d'intensité constante. Un dispositif a permis d'enregistrer la position du solide toute les  $2 \cdot 10^{-2}\text{ s}$ .

**Sens du mouvement**

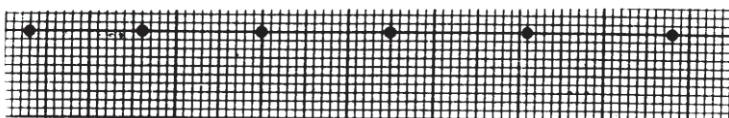


fig 2

La figure 2 représente, en vraie grandeur, une partie de l'enregistrement.

1-1 Déduire de cet enregistrement la nature du mouvement de S et calculer son accélération.

1-2 Calculer l'intensité F de la force.

2-La force  $\vec{F}$  cesse d'agir lorsque S atteint le point B, la vitesse du solide vaut alors 3m/s.

2-1 Déterminer la vitesse v du solide au point C.

2-2 Avec la vitesse calculée, le solide S aborde la partie CD du rail. Déterminer au point D les caractéristiques :

1.2.1 du vecteur vitesse  $\vec{V}_D$  du solide.

1.2.2 de la force  $\vec{R}_D$  exercée par le rail sur le solide S.

3- en D le solide S quitte le rail avec la vitesse  $V_D$  et effectue alors un mouvement aérien.

3.1 Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du solide S dans le plan ( $D, x, y$ ).

3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire.

3.3 Calculer l'abscisse du point de chute E sur le sol.

3.4 En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre les points D et E, calculer la vitesse du solide S à son arrivée en E.

**Exercice 3**

Une piste ABCD est formée d'une partie AB rectiligne qui fait un angle  $\alpha$  avec la verticale, une partie BC ayant la forme d'un arc de cercle de centre O et de rayon r et enfin une partie CD verticale (voir fig.).

Données :  $\alpha = 60^\circ$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $BO = CO = r = 1 \text{ m}$ ,  $OD = 2 \text{ m}$

Un solide S de masse  $m = 200 \text{ g}$  est lancé de A vers B avec une vitesse  $V_A$ .

1 Déterminer la nature du mouvement de A à B.

Les frottements sont assimilables à une force  $f = \frac{mg}{4}$

(les frottements n'existent qu'entre A et B seulement.)

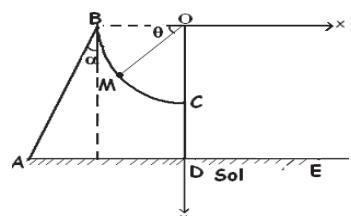
2 Calculer la vitesse minimale avec laquelle il faut lancer le solide S du point A pour qu'il arrive en B avec une vitesse nulle.

3 Le solide S descend de B vers C sans vitesse initiale.

3.1 Donner l'expression de sa vitesse en M en fonction de g, r et  $\theta$ . A. N:  $\theta = 30^\circ$

3.2 Trouver l'expression de la réaction en M de la piste sur S en fonction de g, m et  $\theta$ . La calculer.

4 Donner les caractéristiques de la vitesse du solide S en C.



5 Le solide S quitte la piste à  $t=0$  au point C et arrive au sol au point E.

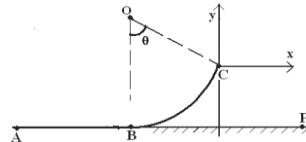
5.1. Donner l'équation de la trajectoire du solide dans le repère  $(O; x; y)$ .

5.2. Déterminer l'abscisse du point de chute E.

#### Exercice 4

*Les frottements sont négligeables et on donne  $m=200g$ ,  $g=10m/s^2$   $\theta=60^\circ$*

Une piste de lancement est formée de deux parties :



- Une partie horizontale AB de longueur  $l=3,5m$ .

- Une partie circulaire BC de rayon  $r=1,3m$ .

Un solide ponctuel S de masse m est lancé du point A avec une vitesse horizontale  $v_A$ .

1 Montrer que, sur la partie AB le mouvement du solide S est uniforme.

Calculer la vitesse  $v_A$  si la durée du trajet AB est  $t=0,5s$ .

2 Le solide S aborde en suite la partie circulaire BC.

2.1 Donner les caractéristiques du vecteur vitesse du solide S au point C.

2.2 Trouver l'expression de la réaction de la piste sur le solide au point C et calculer sa valeur.

3 Le solide S quitte la piste au point C.

3.1 Donner l'équation de la trajectoire du mouvement du solide après C dans le repère  $(C; x; y)$

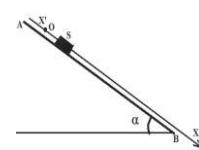
3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire et la valeur de la vitesse en ce point.

3.3 Calculer le temps mis par le solide S pour partir de C jusqu'au point P situé sur le sol.

#### Exercice 5

*Dans l'Exercice on prendra  $g=10m/s$*

Un solide S de masse  $m=500g$ , abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné d'un angle  $\alpha=30^\circ$  par rapport au plan horizontal. On suppose que le solide S est soumis à une force de frottement constante  $f$  parallèle à la trajectoire de son centre de gravité G.



1.1 Etablir l'expression de l'accélération  $a_1$  de son centre d'inertie G. En déduire la nature du mouvement.

1.2 Dans le repère  $(x'0x)$ , établir en fonction de  $a_1$ , l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G en prenant comme origine des dates l'instant où le solide S est lâché sans vitesse et comme origine des abscisses la position O.

1.3 Calculer la valeur de l'accélération  $a_1$  dans le cas où les frottements sont négligeables.

2 Un dispositif expérimental approprié permet d'enregistrer les positions du centre de gravité G de S à des instants régulièrement espacés de  $\tau=60ms$ .

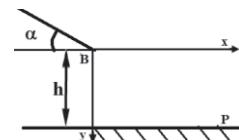
*Essebil au Bac*

*Lebatt Ahmed El Hadj*

Les résultats expérimentaux ont permis d'établir le tableau suivant :

$x_i(\text{mm})$	0	8,5	33,5	75	133	207,5
$t_i(\text{s})$	0	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30

- 2.1 Montrer que les distances parcourues pendant les mêmes intervalles de temps  $\tau$  constituent une suite arithmétique de raison  $r$  et en déduire la valeur  $a_2$  de l'accélération  $\bar{a}$  du mouvement.
- 2.2 Au cours de cette expérience existe-t-il des frottements ? si oui calculer la valeur de  $\bar{f}$ .
- 3 Calculer la valeur de la vitesse à la date  $t=3\tau$ .
- 4 Au point B le solide S quitte le plan AB situé à une hauteur  $h=2\text{m}$  du sol.
- 4.1 Etablir les équations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement de S dans le repère (B ; x ; y). En déduire l'équation de la trajectoire. On prendra pour origine des instants l'instant de passage par B et pour vitesse au point B :  $V_B=1\text{m/s}$ .
- 4.2 Trouver l'abscisse  $x_P$  du point de chute P sur le sol.  
Trouver la valeur  $V_P$  de la vitesse de S au point P.



### Exercice 6

On suppose que les frottements sont négligeables.

Une piste est formée de deux parties rectilignes :

-AB horizontale

- BO incliné d'un angle  $\alpha=60^\circ$  par rapport à la verticale et de longueur  $L=3,6\text{m}$ .

1 Un solide S ponctuel de masse m est lancé du point A avec une vitesse initiale  $\vec{V}_A$ .

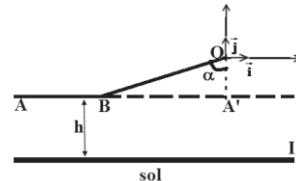
1.1 Déterminer la nature du mouvement du solide S sur AB.

1.2 Etudier le mouvement de S sur la partie BO et donner l'expression de son accélération.

1.3 Calculer la valeur minimale que doit avoir  $V_A$  pour que la vitesse de S s'annule en O.

2 Le solide S arrive en O avec une vitesse  $\vec{V}_0$  de module  $V_0=8\text{m/s}$ . Calculer  $V_A$ .

3 Arrivé en O, le solide quitte le plan incliné avec la vitesse  $\vec{V}_0$ .



3.1. Représenter le vecteur  $\vec{V}_0$  puis établir dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , l'équation de la trajectoire de S. Conclure.

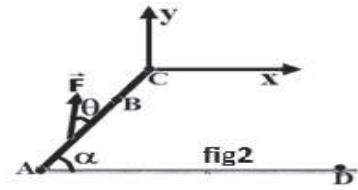
3.2 Le solide S touche le sol au point I, sachant que le plan AB se trouve à une hauteur  $h=1,2\text{m}$  du sol. Déterminer les coordonnées du point I dans le repère.

3.3 Quelle est la durée de cette chute.

3.4 Déterminer les coordonnées du point S où la vitesse du solide est horizontale.

### Exercice 7

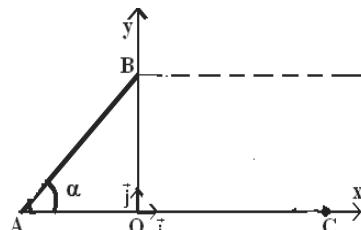
- Sur un tremplin de surface parfaitement lisse incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale, un jouet S d'enfant constitué d'une petite voiture en partie cassable initialement au repos au point A, est tiré par une force constante  $\vec{F}$ , inclinée d'un angle  $\theta$  par rapport au plan du tremplin. Ce jouet S a une masse  $m=100\text{g}$ . (Voir fig2)
- On donne  $\cos\theta = 0,8$ ;  $AB = 2\text{m}$ ;  $AC = 2,7\text{m}$ .
- La vitesse atteinte par S au point B après le parcours rectiligne AB est égale à  $V_B = 4 \text{ m.s}^{-1}$ .
    - Calculer la valeur de  $\vec{F}$ .
    - Déterminer la nature du mouvement de S sur le trajet AB.
    - Au point B, l'action de la force  $\vec{F}$  cesse, le solide poursuit son mouvement rectiligne jusqu'au sommet C du tremplin. Déterminer la nature du mouvement de S sur le trajet BC. Calculer la vitesse de S au point C.
  - Le solide quitte le tremplin au point C, origine du repère  $(C, \vec{i}, \vec{j})$  avec la vitesse  $V_C = 3\text{m/s}$ 
    - Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère  $(C, \vec{i}, \vec{j})$ . L'instant de passage de S en C est considéré comme origine des dates.
    - S atteint le sol au point d'impact D.
    - Calculer les coordonnées du point D.
    - Sachant que le solide est brisé s'il touche le sol avec une vitesse supérieure à  $5\text{m/s}$ . Dans quel état se trouve S après la chute.



### Exercice 8

On lance un solide S de masse  $m=400\text{g}$  à partir d'un pont A avec la vitesse  $V_A = 4\text{m/s}$  sur un plan AB incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$ . On prendra  $g = 10\text{m/s}^2$ ;  $AB = 0,7\text{m}$

- On néglige les frottements sur AB.
  - Donner l'expression de l'accélération du solide S et calculer sa valeur.
  - Calculer la vitesse au point B.
  - Calculer le temps mis entre A et B.
- On considère que les frottements sur AB équivalent à une force  $\vec{f}$  tangente à la trajectoire et de sens opposé au mouvement. Le solide S arrive au point B avec la vitesse  $V_B = 2\text{m/s}$ .
  - Déterminer la valeur de la force de frottement.
  - Déterminer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB sur le solide.



**3. Le solide quitte le plan incliné AB au point B avec la vitesse  $V_B=2\text{m/s}$  et effectue un mouvement aérien pour tomber au point C.**

**3.1. Ecrire dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  l'équation de la trajectoire du saut entre B et C.**

**3.2. Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire du saut.**

**3.3. Déterminer les coordonnées du point C et en déduire la valeur de la distance BC.**

**3.4. Déterminer la vitesse du projectile au point C.**

### Exercice 9

On lance un solide S de masse  $m=100\text{g}$  avec une vitesse initiale  $V_0$  à partir du point O origine des abscisses de l'axe  $XX'$  confondu avec la ligne de plus grande pente d'un plan OA incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale.

Un dispositif permet de mesurer les vitesses  $V$  à différentes positions d'abscisses  $x$  lors du mouvement du solide.

**1 La courbe représente les variations  $V^2=f(x)$  lorsque les frottements sont négligeables.**

**1.1 Etudier le mouvement du solide S sur le plan OA.**

**1.2 Ecrire la relation théorique liant  $V^2$  et l'abscisse  $x$ .**

**1.3 En utilisant la courbe, en déduire :**

**1.3.1 La valeur de l'angle  $\alpha$ .**

**1.3.2 La valeur de la vitesse initiale  $V_0$ .**

**2 Les frottements équivalent à une force constante et opposée au sens du mouvement.**

**2.1 Etablir la nouvelle expression de l'accélération  $a'$  du centre d'inertie du mobile.**

**2.2 Calculer l'intensité de la force de frottement sachant que l'énergie cinétique du solide est  $0,2\text{j}$  quand il parcourt la distance  $x=OA=0,4\text{m}$ .**

**3 Arrivé au point A, le mobile continue son mouvement dans le vide.**

**3.1 Ecrire dans le repère  $(B;x;y)$  l'équation de la trajectoire du mouvement du mobile à partir du point A.**

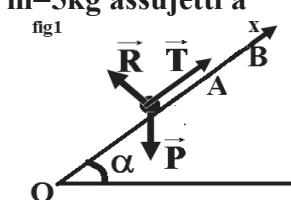
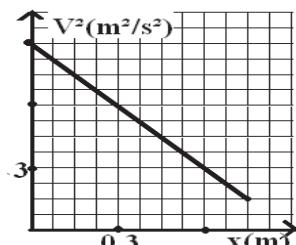
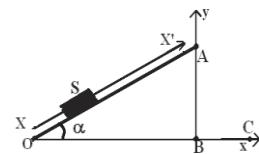
**3.2 Calculer les coordonnées du point C de chute.**

### Exercice 10

*On néglige les frottements et on prendra  $g=10\text{m/s}^2$*

On se propose d'étudier le mouvement d'un solide de masse  $m=5\text{kg}$  assujetti à se déplacer le long de la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle  $\alpha=30^\circ$  avec l'horizontale (fig1).

On désigne par Ox l'axe parallèle à la ligne de plus grande pente.



Une force de traction  $\vec{T}$  supposée constante et parallèle à l'axe Ox, s'exerce sur le solide le long de OA. Mis en mouvement à partir de sa position de repos O, le solide atteint la position A d'abscisse  $x_A = 0,5\text{m}$  avec une vitesse  $\vec{V}_A$ .

1. A partir de A, la force T est supprimée et le solide continue son mouvement jusqu'à l'arrêt au point B.

Sur la fig 1 sont représentées les forces que nous supposons être appliquées au centre d'inertie G du solide au cours de son mouvement entre O et A.

1.1 Montrer que pour une position d'abscisse x entre O et A, l'énergie mécanique E(x) du système {solide+Terre} s'écrit  $E(x)=T.x$

On suppose que l'origine des énergies potentielles de pesanteur correspond au plan horizontal passant par O.

1.2 Le diagramme de l'énergie mécanique E(x) du système est porté sur la fig

2. Déduire la valeur T.

2.1 Etablir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{PP}(x)$  du système et celle de l'énergie cinétique  $E_C(x)$  du solide lorsque ce dernier occupe une position d'abscisse x entre O et A.

2.2 Compléter la fig2 en traçant les diagrammes correspondants à  $E_{PP}(x)$  et  $E_C(x)$ .

3En déduire la distance entre A et B.

### Exercice 11

*On néglige les frottements sauf dans la question 2*

Une piste est constituée d'une partie rectiligne inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale telle que la longueur

$BA = 6\text{m}$ , suivie d'une partie circulaire AC de rayon  $r = 0,5\text{m}$ .

L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical (voir figure 1)

1. Le solide (S), de masse 250g, supposé ponctuel, est en mouvement sur le plan incliné. Il est lâché sans vitesse d'un point D situé entre B et A tel que  $DA = L$ .

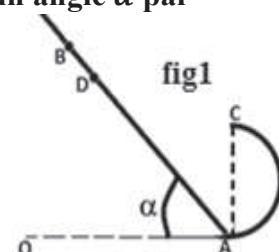
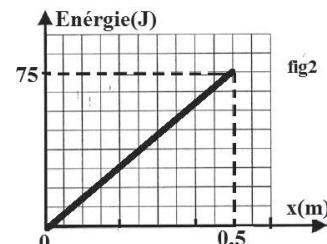
On suppose que le changement de pente en A ne provoque pas de variation de la vitesse.

1.1 Exprimer la norme de la vitesse  $V_C$  du mobile en C en fonction de  $r, \alpha, L$  et  $g$ .

1.2 Déterminer l'expression de la réaction R exercée par la piste sur le mobile au point C en fonction de  $m, L, r, \alpha$  et  $g$ .

1.3 Pour quelle valeur de L, le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C? On donne  $\sin \alpha = 0,25$

2 Dans une nouvelle expérience, le solide est lâché sans vitesse initiale. Il passe en B avec la vitesse  $V_B$ . Il est soumis, le long du trajet BA, à une force de frottement de valeur constante f.



A l'aide d'un dispositif approprié, on trace le diagramme de la figure 2 correspondant à la variation de l'énergie cinétique du mobile en fonction de l'abscisse  $x$  comptée à partir du point B.

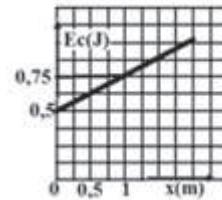


fig 2

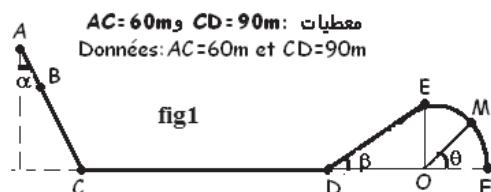
- 2.1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au mobile, entre la position B et une position M du plan incliné d'abscisse  $x$  quelconque, exprimer  $E_c(M)$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $f$ ,  $x$  et  $E_c(B)$ .  
 2.2 En exploitant le diagramme de la figure 3, déterminer les valeurs de la force de frottement et de la vitesse au point B.

### Exercice 12

*Les forces de frottements ne s'exercent qu'entre B et D. On prendra  $g = 10 \text{ m/s}^2$*

Un mobile de masse  $m = 500 \text{ g}$  se déplace sur le trajet ayant la forme donnée par la fig1.

Le mobile commence sa course au sommet A de la partie rectiligne AC qui fait un angle  $\alpha = 60^\circ$  avec la verticale et arrive au point B avec la vitesse  $V_B = 10 \text{ m/s}$ .



معطيات  
Données:  $AC=60\text{m}$  et  $CD=90\text{m}$

1. Entre les points B et C s'exerce une force de frottement  $\vec{f}_1$  qui ralentit le mouvement. Déterminer l'intensité de cette force  $f_1$  pour que le mobile arrive en C avec une vitesse double de  $V_B$ .

2. Déterminer la valeur de la vitesse au point D si la force de frottement s'exerçant sur la partie horizontale CD représente le sixième du poids du mobile.

3. Le mobile aborde alors la partie DE qui fait un angle  $\beta = 10^\circ$  avec l'horizontale. Déterminer la longueur l de cette partie pour que le mobile arrive en E avec une vitesse pratiquement nulle.

4. Arrivé au point E le mobile glisse sans frottement sur le quart du cercle EF de rayon  $r$  et de centre O situé sur la même horizontale CDF.

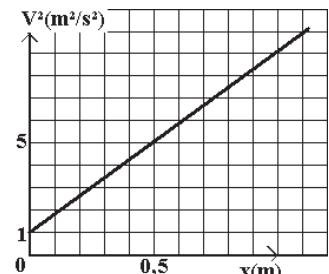
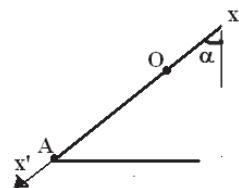
La position du mobile est repérée par l'angle  $\theta = (\vec{OF}, \vec{OM})$ .

Exprimer la vitesse au point M en fonction de  $\theta$ ,  $l$ ,  $\beta$  et  $g$

Exprimer en fonction de  $\theta$ ,  $m$  et  $g$  la valeur de la réaction de la piste sur le mobile au point M.

### Exercice 13

Un solide ponctuel de masse  $m=200\text{g}$  glisse sur un plan OA incliné d'un angle  $\alpha=60^\circ$  par rapport à la verticale. Il part du point O origine de l'axe orienté X'X avec une vitesse initiale de valeur  $V_0$ . Au cours de son mouvement, S subit une force de frottement  $\vec{f}$ . Un dispositif approprié permet de mesurer la vitesse  $V$  instantanée du solide pour différentes positions  $x$ . La courbe représentative de  $V^2 = f(x)$  est donné par la fig2



- 1 Déterminer graphiquement l'équation  $V^2 = f(x)$ .
- 2 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de  $V^2$  en fonction de  $x$ .
- 3 En déduire les valeurs de la force de frottement  $\vec{f}$  et de la vitesse  $V_0$ .
- 4 Au point d'abscisse  $x = 0,5\text{m}$ , l'énergie mécanique  $E$  du système {solide-terre} est égale au double de l'énergie cinétique. En déduire la position adoptée pour le plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

5

5.1 Donner l'expression de l'énergie cinétique  $E_C$  et de l'énergie potentielle  $E_P$  du système {solide-terre} en fonction de  $x$  ; en prenant pour référence de l'énergie potentielle le plan horizontal situé à  $0,5\text{ cm}$  en dessous du point O.

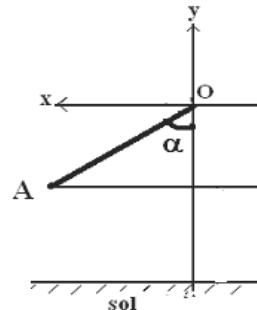
5.2 Sur un même graphique, représenter les courbes  $E_C = f(x)$  et  $E_P = g(x)$  pour les valeurs de  $x$  telles que  $0 \leq x \leq 1\text{m}$ .

5.3 En déduire l'expression de  $E$  en fonction de  $x$  puis tracer la courbe  $E = h(x)$ . On donne  $g = 10\text{m/s}^2$ .

5.4 Le solide quitte le plan incliné en A tel que  $OA = 3\text{m}$ .

5.4.1 Donner les caractéristiques du vecteur vitesse du solide en A.

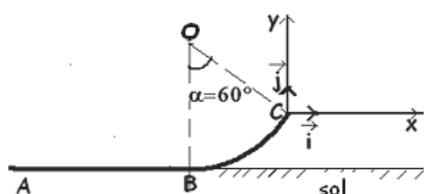
5.4.2 Déterminer les équations paramétriques du mouvement du solide S dans le repère  $(O; x; y)$  après avoir quitté le plan incliné.



### Exercice 14

Un solide S de masse  $m=200\text{g}$  se déplace sur une piste ABC, constituée d'une partie rectiligne et horizontale AB = 1,6m et d'une partie curviligne BC de centre O et de rayon  $r=0,7\text{m}$ . (fig1)

*Essebil au Bac*



*Lebatt Ahmed El Hadj*

**1 Le solide quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force constante  $\vec{F}$  qui ne s'exerce qu'entre A et B.**

On enregistre à des intervalles de temps réguliers  $\tau = 20\text{ms}$  les positions occupées par le solide et on obtient l'enregistrement de la figure 2 ci-contre :

- 1.1 Déterminer la nature du mouvement et calculer la valeur expérimentale de son accélération.**



Fig2

**1.2 Sachant que la valeur de la force  $\vec{F}$  est  $F = 2\text{N}$  dire est ce que le mouvement se fait sans frottement ou avec frottement. Déterminer la valeur de la réaction exercée par la piste sur le solide ainsi que l'angle  $\beta$  qu'elle fait avec la verticale.**

**1.3 Calculer la valeur de la vitesse au point B.**

**2 Le solide continue son mouvement sans frottement sur la partie curviligne BC.**

**2.1 Déterminer les caractéristiques de la vitesse au point C.**

**2.2 Calculer la valeur de la réaction  $\vec{R}_C$  qu'exerce la piste sur le solide au point C.**

**3 Le solide quitte la piste au point C avec la vitesse  $\vec{V}_C$  et effectue un mouvement aérien avant d'atterrir au point D.**

**3.1 Déterminer l'équation de la trajectoire dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .**

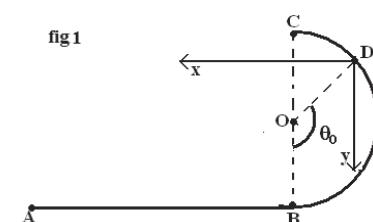
**3.2 déterminer les coordonnées des points le plus haut et le plus bas de la trajectoire.**

### Exercice 15

*Les frottements sont négligeables.*

On étudie le mouvement d'un solide S sur une piste, constituée d'une partie rectiligne AB =  $\ell$  et d'une partie BC représentant la moitié d'un cercle de centre O et de rayon r (fig 1).

On exerce entre A et B sur le solide S, qui était au repos en A, une force  $\vec{F}$  horizontale d'intensité constante.



1. Déterminer la nature du mouvement entre A et B et exprimer en fonction de  $F$ ,  $\ell$  et  $m$  la vitesse  $V_B$  du solide au point B.
2. Déterminer en fonction de  $F$ ,  $\ell$ ,  $m$ ,  $r$ ,  $g$  et  $\theta$  l'expression de la vitesse au point M défini par l'angle  $\theta = (\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OM})$ .
3. Déterminer en fonction de  $F$ ,  $\ell$ ,  $m$ ,  $r$ ,  $g$  et  $\theta$  l'expression de la réaction R au point M.

Calculer la valeur minimale  $F_m$  de F qui permet que S atteigne le point C.

4. On donne à F la valeur  $F_0 = 7/3$  N.

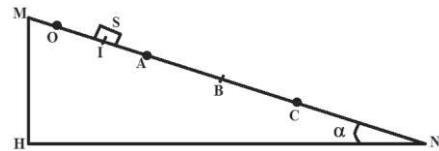
4.1. Le solide S perd contact avec la piste au point D dont la position est définie par l'angle  $\theta_0 = (\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OD})$ . Déterminer l'angle  $\theta_0$  et calculer la vitesse  $V_D$  en ce point D.

4.2. Etablir dans le repère (D ; x ; y) de la fig 2 l'équation de la trajectoire du solide S.

4.3. Calculer l'abscisse du point I d'impact du solide S sur le plan horizontal.

#### Exercice 16

Un solide S de masse  $m=500$  g, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport au plan horizontal. Il part du point O sans vitesse initiale et passe entre deux cellules A et C. Un index I solidaire du solide S, déclenche un chronomètre au passage en A et l'arrête en C. La durée enregistrée par le chronomètre est  $\Delta t=0,05$  s.



On pourra considérer que la mesure de la vitesse entre A et C permet de connaître avec une bonne précision la vitesse instantanée en B milieu de AC (voir fig1). On donne  $OB=1$  m ;  $AC=0,1$  m,  $MN=2$  m ;  $MH=0,6$  m ;  $V_A=1,994$  m/s.

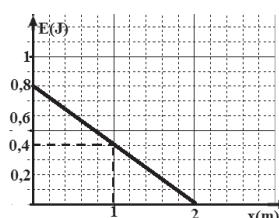
1. Calculer l'angle  $\alpha$ .

2.1. Calculer la variation de l'énergie cinétique du solide entre A et B puis la somme des travaux des forces appliquées en négligeant les frottements.

2.2 Que peut-on affirmer à propos de ce résultat.

3. Par application du théorème de l'énergie cinétique, en déduire la valeur de la force de frottement que l'on supposera constante et parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné.

4. Sur la figure 2 on donne la représentation graphique de l'énergie mécanique E du système {solide, terre} en fonction de x.



- 4.1.** Déterminer graphiquement l'expression de  $E$  en fonction de  $x$ ; la retrouver théoriquement.
- 4.2.** En déduire la position du plan de référence des énergies potentielles de pesanteur par rapport au point O.
- 4.3.** Etablir les expressions analytiques de l'énergie potentielle  $E_P$  et de l'énergie cinétique  $E_C$  en fonction de  $x$ . En déduire la position où l'on a  $E_C = E_P$ .

### Exercice 17

Un solide S de masse  $m=0,14\text{kg}$  se déplace sur une piste rectiligne inclinée d'un angle  $\alpha=10^\circ$  par rapport à l'horizontale. Le solide S est lâché sans vitesse initiale du point A d'abscisse  $x_A$  définie

relativement au repère  $(B; \vec{i}; \vec{j})$ . Arrivé au point

O, il s'engage dans un mouvement de chute parabolique où tout type de frottement est négligeable et rencontre le sol au point I tel que la différence d'altitude entre les points O et I est  $h=1\text{m}$  comme l'indique la fig 1.

Les frottements auxquels est soumis le solide S au cours de son mouvement entre les points A et O sont équivalents à une force  $\vec{f}$  d'intensité supposée constante

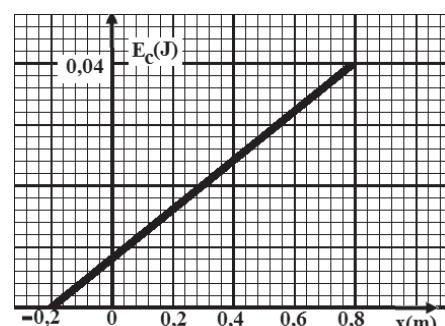
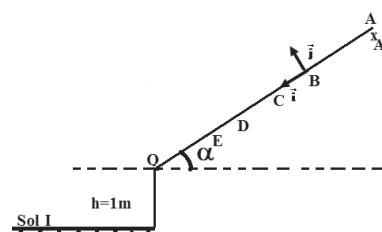
A l'aide d'un dispositif approprié on détermine la vitesse instantanée du solide S lors de son passage par les points B, C, D, E et O d'abscisses respectives  $0\text{m}$  ;  $0,2\text{m}$  ;  $0,4\text{m}$  ;  $0,6\text{m}$  ;  $0,8\text{m}$ . Ceci permet de tracer le diagramme de la fig 2 correspondant à l'énergie cinétique du solide S en fonction de l'abscisse x.

1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide entre la position B et une position quelconque M d'abscisse x par rapport au repère  $(B; \vec{i})$ , montrer que :

$$E_C(x) = mgx \sin \alpha - fx + E_{CB}$$

2. En utilisant le diagramme de la fig 2 déterminer l'intensité de la force de frottement et la valeur de l'abscisse  $x_A$  du point A. On donne  $g=9,8\text{m/s}^2$ .

3. Montrer que l'énergie mécanique  $E_m$  du système {terre+S} est conservée au cours du mouvement de chute parabolique.



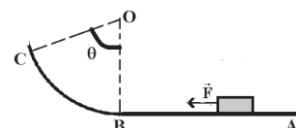
**4. Calculer la valeur de  $E_m$  sachant que l'énergie potentielle de pesanteur au sol est nulle.**

En déduire la valeur de la vitesse avec laquelle le solide percute le sol en I.

### Exercice 18

Un solide ponctuel de masse  $m=500\text{g}$  glisse sur un trajet constitué d'un plan horizontal AB de longueur  $L=2\text{m}$  et d'un arc de cercle BC de rayon  $r = 10\text{cm}$ . (fig1)

On enregistre le mouvement de ce solide sur la partie AB pendant des intervalles de temps successifs et égaux  $\tau=50\text{ms}$ .

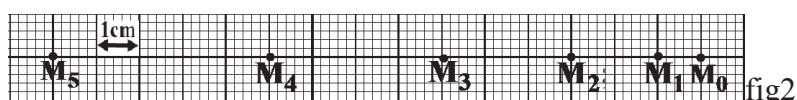


Le document de la fig2 représente cet enregistrement.

**1. Calculer les vitesses aux points  $M_1, M_2, M_3$  et  $M_4$ .**

**2. Calculer les**

accélérations  
aux points



$M_2$  et  $M_3$  , en

déduire la nature de ce mouvement.

**3. A l'instant  $t=0$ , le solide S quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force  $\vec{F}$  constante et parallèle au plan horizontal AB.**

**3.1 Donner l'énoncé du théorème de l'énergie cinétique.**

**3.2 Calculer la valeur de la force horizontale  $\vec{F}$  sachant que la force de frottement est supposée négligeable.**

**3.3 Les frottements ne sont plus négligeables et sont supposés équivalents à une force  $\vec{f}$  unique parallèle au plan AB et de sens opposé à celui du mouvement. Calculer l'intensité  $f$  de cette force de frottement  $\vec{f}$  , si  $F$  garde la valeur précédente et si  $V_B = 2\text{m/s}$ .**

**3.4 Calculer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB ainsi que l'angle qu'elle fait avec la normale à ce plan.**

**4. La force  $\vec{F}$  ne s'exerce plus sur le solide lors de son déplacement qui se fait sans frottement sur l'arc  $\widehat{BC}$ .**

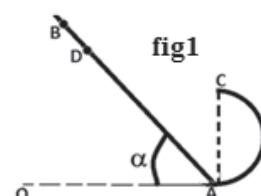
**4.1 Exprimer la vitesse  $V_C$  au point C en fonction de  $V_B$ ,  $r$ ,  $g$  et  $\theta$ .**

**4.2 Calculer sa valeur pour  $\theta = 60^\circ$ .**

### Exercice 19

*On néglige les frottements sauf dans la question 3*

Une piste est constituée d'une partie rectiligne inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale telle que la



*Essebil au Bac*

*Lebatt Ahmed El Hadji*

longueur BA = 6m, suivie d'une partie circulaire AC de rayon  $r = 0,5\text{m}$ .

L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical (voir figure 1)

On considère le système : {solide (S), terre}

1. Le solide (S), de masse 250g, supposé ponctuel, est en mouvement sur le plan incliné

1.1. Ecrire, en fonction de m, g, z et  $E_{pp0}$ , l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp}$  du système ( $E_{pp0}$  représente la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur du système au niveau du plan horizontal passant par O et A).

1.2. L'étude de la variation de  $E_{pp}$  en fonction de l'altitude z, a donné la courbe de la figure 2

qui vérifie l'équation d'une droite:  $E_{pp} = az + b$  ( $E_{pp}$  en J et z en m). Déduire les valeurs de a et b.

1.3. Déduire les valeurs de l'accélération de pesanteur g, de  $E_{pp0}$  et de l'altitude  $z_0$  qui correspond à  $E_{pp} = 0$ .

2. Le mobile est lâché maintenant sans vitesse d'un point D situé entre B et A tel que DA = L.

On suppose que le changement de pente en A ne provoque pas de variation de la vitesse.

2.1. Exprimer la norme de la vitesse  $V_C$  du mobile au point C en fonction de r,  $\alpha$ , L et g.

2.2. Déterminer l'expression de la réaction R exercée par la piste sur le mobile au point C en fonction de m, L, r,  $\alpha$  et g.

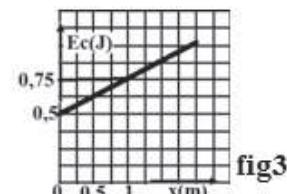
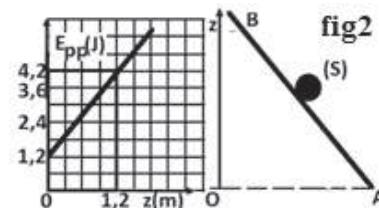
2.3. Pour quelle valeur de L, le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C? On donne  $\sin\alpha = 0,25$

3. Dans une nouvelle expérience, le solide est lâché sans vitesse initiale. Il passe en B avec la vitesse  $V_B$ . Il est soumis, le long du trajet BA, à une force de frottement de valeur constante f.

A l'aide d'un dispositif approprié, on trace le diagramme de la figure 3 correspondant à la variation de l'énergie cinétique du mobile en fonction de l'abscisse x comptée à partir du point B.

3.1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au mobile, entre la position B et une position M du plan incliné d'abscisse x quelconque, exprimer  $E_C(M)$  en fonction de m, g, f, x et  $E_C(B)$ .

3.2. En exploitant le diagramme de la figure 3, déterminer les valeurs de la force de frottement et de la vitesse au point B.



**Exercice 20**

On considère un solide de masse  $m=5\text{kg}$  en mouvement sur une piste inclinée d'un angle  $\alpha=60^\circ$  par rapport à la verticale.

Sous l'action d'une force motrice  $\vec{F}$  supposée constante et parallèle à la ligne de plus grande pente, le solide quitte la position A avec une vitesse nulle pour atteindre la position B telle que  $AB=8\text{m}$  avec une vitesse  $V_B$ .

Le solide est soumis constamment lors de son mouvement sur AC à une force de frottement de module  $f=5\text{N}$ .

1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de l'énergie cinétique  $E_C$  en un point d'abscisse  $x$  situé entre A et B en fonction de l'abscisse  $x$ , des forces  $F$  et  $f$ , de l'angle  $\alpha$  de la masse  $m$  et de  $g$ .

2. Le diagramme de la variation de l'énergie cinétique est donné par la courbe  $E_C = f(x)$ .

2.1. Déterminer la valeur de la force motrice  $F$ .

2.2. Etablir en fonction de  $x$ , l'expression de

l'énergie potentielle de pesanteur  $E_P(x)$  et celle de l'énergie mécanique  $E_m(x)$  du solide lorsque ce dernier occupe une position d'abscisse  $x$  entre A et B.

2.3. Compléter la figure en traçant les diagrammes correspondants à  $E_P(x)$  et  $E_m(x)$ .

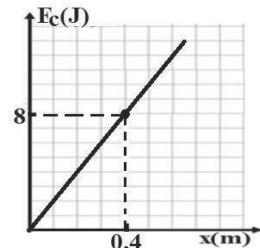
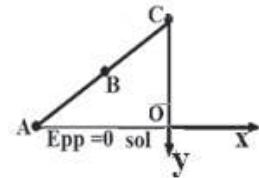
3. Calculer la valeur de la vitesse au point B.

4. Lorsque le solide passe en B la force motrice est supprimée. Il continue alors son mouvement pour atteindre le point C avec une vitesse  $V_C$ . Montrer que le système {solide + Terre} n'est pas conservatif. En déduire la distance BC si la valeur de la vitesse au point C est  $V_C=4\text{m/s}$ .

5. Arrivé en C, le solide quitte le plan incliné avec la vitesse  $\vec{V}_C$ .

5.1. Représenter le vecteur  $\vec{V}_C$  puis établir dans le repère  $(O, x, y)$ , l'expression de l'équation de la trajectoire du solide si l'origine des instants est l'instant d'arrivée au point C. Conclure.

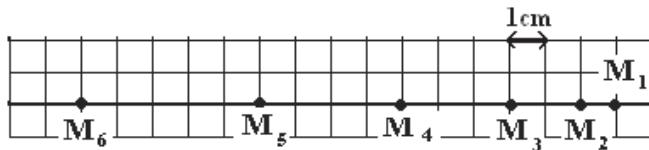
5.2. Le solide S arrive au point I sur le sol. Calculer la valeur de la vitesse  $\vec{V}_I$  d'arrivée au point I ainsi que l'angle  $\alpha$  qu'elle fait avec l'axe des abscisses.



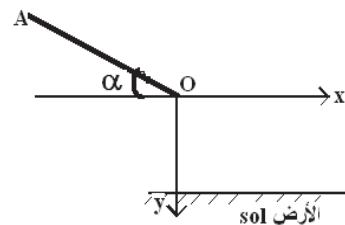
**Exercice 21**

On donne  $g=10\text{m/s}^2$ .

Un solide ponctuel de masse  $m=500\text{g}$  glisse sur un plan AO incliné d'un angle  $\alpha=30^\circ$  par rapport à l'horizontale. On enregistre le mouvement de ce solide pendant des intervalles de temps successifs et égaux  $\theta=50\text{ms}$ . Le document de la fig1 représente cet enregistrement.



1. Calculer les vitesses aux points  $M_2; M_3; M_4$  et  $M_5$  .
2. Calculer les accélérations aux points  $M_3; M_4$  , en déduire la nature de son mouvement.
3. Le mouvement se fait-il avec frottement ? Si la réponse est positive déterminer la valeur de cette force de frottement  $f$ .
4. Le solide quitte le plan incliné au point O avec la vitesse  $V_0 = 2\text{m.s}^{-1}$  et continue son mouvement dans le vide. (voir fig 2)
- 4.1. Préciser la direction et le sens du vecteur  $\vec{V}_0$  .
- 4.2. Etudier le mouvement du solide S et calculer l'équation de sa trajectoire.
- 4.3. Déterminer les coordonnées du point de chute du solide s'il a mis 0,5 pour effectuer son mouvement dans le vide.
- 4.4. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, trouver la vitesse au point de chute.



### Corrigé de l'exercice 1

#### 1.1. Calcul de la vitesse $V_B$ .

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgBC\cos\theta \Rightarrow V_B = \sqrt{-2gBC\cos\theta} = 20\text{ m/s}$$

#### 1.2. Calcul de F :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = FAB \Rightarrow F = \frac{mV_B^2}{2AB} = 800\text{ N}$$

#### 1.3. Nature du mouvement entre B et C

Nature du mouvement :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

par projection sur  $\vec{AB}$  on obtient :  $-P\cos\alpha = ma \Rightarrow a = -g\cos\theta \text{ m.r.u.v}$

#### 2.1.1 Expression de $V_M$ En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$$\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_D^2 = mgh \text{ avec } h = r\sin\alpha \text{ et}$$

$$\text{soit } V_M = \sqrt{V_D^2 + 2gr\sin\theta}$$

$$\text{Au point E : } V_E = \sqrt{V_D^2 + 2gr} \text{ car } \theta_E = \frac{\pi}{2} \text{ soit } V_E = 12\text{ m/s}$$

#### 2.1.2 Expression de la réaction.

En appliquant la R.F.D, on obtient :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Par projection sur la normale on trouve  $-P\sin\alpha + R = ma_n$  avec  $a_n = \frac{V_M^2}{r}$  soit

$$R = 3mg\sin\theta + \frac{mV_D^2}{r}$$

#### 2.2.1 Etude du mouvement après E :

Conditions initiales :  $E \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{v}_E \begin{cases} V_{Ex} = V_E \\ V_{Ey} = 0 \end{cases}$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

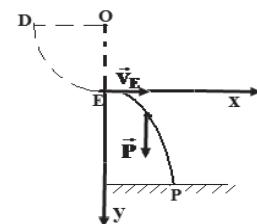
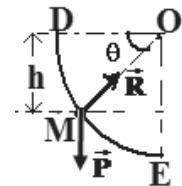
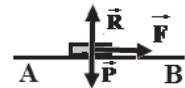
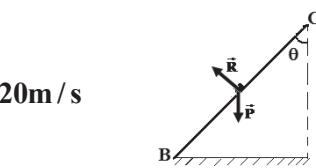
$$\begin{aligned} \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} &\Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_E \\ V_y = gt \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{EM} \begin{cases} x = V_E t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (1) \\ &\quad (2) \end{aligned}$$

L'équation de la trajectoire : (1) donne  $t = \frac{x}{V_E}$  en remplaçant dans (2), on

$$\text{trouve : } y = \frac{g}{2V_E^2}x^2 = 0,035x^2 \quad (3)$$

#### 2.2.2 L'abscisse du point P : au point $y_P = h$ en remplaçant dans (3), on trouve :

$$x_P = V_E \sqrt{2 \frac{y_P}{g}} \text{ avec } y_P = h = 5\text{ m A.N : } x_P = 12\text{ m}$$



## Corrigé de l'exercice 2

### 1.1. Nature du mouvement du solide S :

D'après l'enregistrement les distances parcourues forment une progression arithmétique de raison  $r=10^{-3}$ , le mouvement est donc un m. r. u.v d'accélération  $a=r/\theta^2$  où  $\theta=2.10^{-2}$  s est l'intervalle de temps. Soit  $a=2.5\text{m/s}^2$ .

### 1.2 Calcul de la force F :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow F = ma \quad A.N : F = 0,25N$$

### 2.1 La vitesse du solide S au point C :

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \Delta E_c = 0 \Leftrightarrow V_C = V_B = 3\text{m/s.}$$

### 2.2 Les caractéristiques de $\vec{V}_D$ et de $\vec{R}_D$

#### ❖ Les caractéristiques de $\vec{V}_D$ :

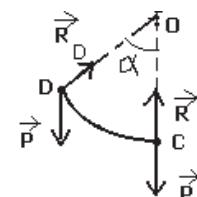
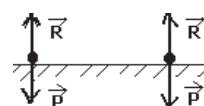
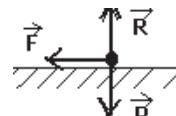
- Direction : elle fait l'angle  $\alpha$  avec l'horizontale.
- Sens : vers le haut.
- Origine : le point D.
- Valeur :

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cD} - E_{cC} = mgh \text{ avec } h = r(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow V_D = \sqrt{V_c^2 - 2gr(1 - \cos\alpha)} \quad A.N : V_D = 2\text{m/s}$$

#### ❖ Les caractéristiques de $\vec{R}_D$

- Direction : la normale
- Sens : centripète
- Origine : le point D
- Valeur :  $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_D = m\vec{a}$



Par projection suivant la normale on obtient :

$$R_D - P \cos\alpha = m V_D^2 / r$$

$$R_D = mg(3\cos\alpha - 2) + m V_D^2 / r \quad A.N : R_D = 1,3N$$

### 3.1 Etude du mouvement dans le vide :

- La seule force qui s'exerce est le poids
- La RFD :  $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

Par projection :

- Sur Dx

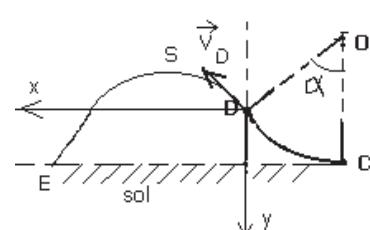
$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_D \cos\alpha \Rightarrow x = v_D \cos\alpha t$$

- Sur Dy

$$a_y = g \Rightarrow v_y = gt - v_D \sin\alpha \Rightarrow y = \frac{1}{2}gt^2 - v_D \sin\alpha t$$

Equation de la trajectoire :  $t = x / v_0 \cos\alpha$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}g x^2 / v_D^2 \cos^2\alpha - \tan\alpha \cdot x \quad A.N : y = 5x^2 - 1,7x$$



### 3.2 Les coordonnées du sommet S de la trajectoire :

Au sommet  $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow x_S = v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g$  A.N :  $x_S = 0,17\text{m}$   
et  $y_S = -v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$   $y_S = -0,15\text{m}$

### 3.3 L'abscisse du point E de chute sur le sol :

L'ordonnée du point E est  $y_E = r(1-\cos \alpha)$  en remplaçant dans l'équation de la trajectoire ; on obtient :  $x_E = 0,46\text{m}$

### 3.4 Calcul de la vitesse du solide S au point E :

Au point D :  $E_D = \frac{1}{2} m V_D^2 + m g r (1 - \cos \alpha)$

Au point E :  $E_E = \frac{1}{2} m V_E^2$

Comme il y'a conservation de l'énergie mécanique, on peut écrire :

$$\frac{1}{2} m V_E^2 = \frac{1}{2} m V_D^2 + m g r (1 - \cos \alpha) \Rightarrow V_E = \sqrt{2 g r (1 - \cos \alpha) + V_D^2} \text{ A.N : } V_E = 3\text{m/s.}$$

### Corrigé de l'exercice 3

#### 1. Nature du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \ddot{\vec{a}} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \ddot{\vec{a}}$$

Par projection sur  $\vec{AB}$  on obtient :  $-P \cos \alpha - f = ma$   
 $\Rightarrow a = -g \cos \alpha - \frac{g}{4} = -\frac{3}{4}g$  m.r.u.v A.N :  $a = -7,5\text{m/s}^2$

#### 2. Calcul de la vitesse de lancement.

$$V_B^2 - V_A^2 = 2a \cdot AB \Rightarrow V_A = \sqrt{-2a \cdot AB} \text{ car si } V_B = 0, V_A \text{ est minimale or } AB = \frac{OD}{\cos \alpha}$$

soit  $V_A = \sqrt{\frac{3g \cdot OD}{2 \cos \alpha}}$  A.N :  $V = 7,75\text{m/s.}$

#### 3.1. Expression de $v_M$

En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$$\frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = mgh \quad \text{avec } h = r \sin \alpha \text{ et } V_B = 0 \quad \text{soit } V_M = \sqrt{2gr \sin \alpha} = 3,16\text{m/s}$$

#### 3.2. Expression de la réaction. En appliquant la R.F.D, on

obtient :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \ddot{\vec{a}} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \ddot{\vec{a}}$

Par projection sur la normale on trouve

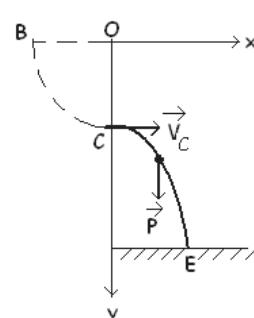
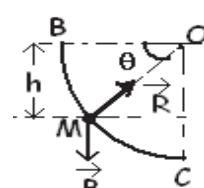
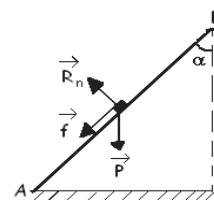
$$-P \sin \alpha + R = m a_n \text{ avec } a_n = \frac{V_M^2}{r} \text{ soit } R = 3mg \sin \alpha \text{ A.N : } R = 3N$$

#### 4. Caractéristiques du vecteur $\vec{v}_C$ :

$\vec{v}_C$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{-direction: horizontale } Ox \\ \text{-sens: celui de } Ox \\ \text{-origine: le point C} \\ \text{-module: } V_C = \sqrt{2gr} = 4,5\text{m/s} \end{array} \right.$

#### 5.1 Conditions initiales

$$C \left\{ \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = OC = r \end{array} \right. \quad \vec{v}_C \left\{ \begin{array}{l} V_{Cx} = V_C \\ V_{Cy} = 0 \end{array} \right.$$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\bar{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_C \\ V_y = gt \end{cases} \Rightarrow O\vec{M} \begin{cases} x = V_C t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + r \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

L'équation de la trajectoire : (1) donne  $t = \frac{x}{V_C}$  en remplaçant dans (2), on

trouve :  $y = \frac{g}{2V_C^2}x^2 + r \quad (3)$

### 5.2 L'abscisse du point E :

Au point E, on a  $y_E = OD = 2r$  en remplaçant dans (3), on trouve :

$$x_E = \sqrt{2r \frac{V_C^2}{g}} \quad A.N : x_E = 2m$$

### Corrigé de l'exercice 4

#### 1. La nature du mouvement

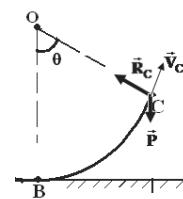
- La RFD  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

- Projection sur l'axe x'x :  $0 + 0 = ma \Rightarrow a = 0$

Donc le mouvement est rectiligne uniforme.

Calcul de la vitesse  $V_A$  :

$$x = V_A t + x_0 \Rightarrow V_A = \frac{x - x_0}{t} \quad A.N : V_A = 7m/s$$



#### 2.1. Caractéristiques de $\vec{v}_C$ :

- Direction : elle fait l'angle  $\theta$  avec l'horizontale.
- Sens : vers le haut.
- Origine : le point C.
- Valeur :  $\Delta E_c = \sum W_F \Leftrightarrow E_{cC} - E_{cB} = -mgh$  avec  $h=r(1-\cos\alpha)$

$$\Rightarrow V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1-\cos\theta)} \quad A.N : V_C = 6m/s$$

#### 2.2. Expression de $R_C$

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_C = m\vec{a}$$

Par projection sur la normale, on obtient :

$$-mg \cos \theta + R_C = m \frac{V_C^2}{r} \quad R_C = m(g \cos \theta + \frac{V_C^2}{r}) \quad A.N : R_C = 5,5N$$

#### 3.1. Etude du mouvement du solide S dans le vide :

- La seule force qui s'exerce est le poids

- La RFD :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

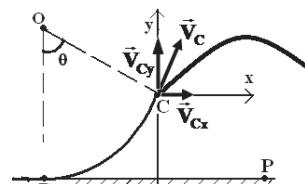
En projetant suivant les axes :

- Sur Cx  $a_x = 0 \quad V_x = V_C \cos \theta \quad x = V_C \cos \theta t \quad (1)$

- Sur Cy  $a_y = -g \quad V_y = -gt + V_C \sin \theta \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C \sin \theta t \quad (2)$

Equation de la trajectoire :

$$(1) \Rightarrow t = x / V_C \cos \theta \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g x^2 / V_C^2 \cos^2 \theta + \tan \theta \cdot x \quad A.N : y = -0,56x^2 + 1,7x$$



### 3.2. Les coordonnées du sommet S de la trajectoire :

Au sommet  $dy/dx = 0 \Rightarrow x_S = V_C^2 \sin \theta \cos \theta / g$

A . N :  $x_S = 1,56\text{m}$

et  $y_S = v_0^2 \sin^2 \theta / 2g \quad y_S = 1,35\text{m}$

La vitesse au point S :  $V_S = V_x = V_C \cos \theta = 3\text{m/s}$

### 3.3. Durée du mouvement :

$$Y = -r(1-\cos \theta) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C \sin \theta t \Leftrightarrow -5t^2 + 5,16t + 0,65 = 0 \quad \sqrt{\Delta} = 6,3 \text{ soit } t = 1,14\text{s}$$

**Corrigé de l'exercice 5**

### 1.1. L'expression de l'accélération $a_1$ si f n'est pas négligeable:

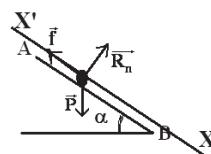
$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_1 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}_1$$

par projection sur  $\overrightarrow{X'X}$  on obtient :

$$-f + P \sin \alpha = ma_1 \Rightarrow a_1 = g \sin \alpha - \frac{f}{m}$$

### 1.2. Comme $a = \text{cte}$

$$\Rightarrow m.r.u.v \Rightarrow x = \frac{1}{2} a_1 t^2 + \underbrace{v_0 t}_{0} + \underbrace{x_0}_{0} \text{ soit } x = \frac{1}{2} a_1 t^2$$



### 1.3. Déduction de l'accélération $a_2$ si f est négligeable:

Si  $f=0$  l'expression de  $a_1$  devient :  $a_1 = g \sin \alpha = 5\text{m/s}^2$

2.1. Montrons que les distances parcourues pendant les intervalles de temps forment une suite arithmétique de raison r :

Les distances parcourues pendant  $\tau$  sont :

$d_1 = 8,5\text{mm}$ ;  $d_2 = 33,5 - 8,5 = 25\text{mm}$ ;

$d_3 = 75 - 33,5 = 41,5\text{mm}$ ;  $d_4 = 133 - 75 = 58\text{mm}$ ;  $d_5 = 207,133 - 74,5 = 132,6\text{mm}$ ;

La raison :  $d_2 - d_1 = 16,5\text{mm}$ ;  $d_3 - d_2 = 16,5\text{mm}$ ;  $d_4 - d_3 = 16,5\text{mm}$ ;  $d_5 - d_4 = 16,5\text{mm}$ .

Donc ces distantes forment une suite arithmétique de raison  $r = 16,5\text{mm}$ .

$$\text{Déduisons } a_2 : r = a \tau^2 \Rightarrow a_2 = \frac{r}{\tau^2} = 4,58\text{m/s}^2$$

### 2.2. Comme $a_2 < a_1$ il y'a frottement.

La valeur de f :

$$a_2 = -\frac{f}{m} + g \sin \alpha \Rightarrow f = mg \sin \alpha - ma_2 \text{ Soit : } f = 0,21\text{N.}$$

### 3. Calcul de V :

$$V = a_2 t = 3a_2 \tau = 0,82\text{m/s}$$

### 4.1 Les équations horaires du mouvement à partir du point B :

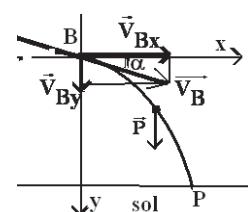
Conditions initiales :

$$\begin{cases} x_0 = x_B = 0 \\ y_0 = y_B = 0 \end{cases} \quad \vec{v}_B \begin{cases} V_{Bx} = V_B \cos \alpha \\ V_{By} = V_B \sin \alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m \vec{a}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_B \cos \alpha \\ V_y = gt + V_B \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \overline{BM} \begin{cases} x = V_B \cos \alpha t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_B \sin \alpha t \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$



soit  $\overrightarrow{BM} \begin{cases} x=0,87t \\ y=5t^2+0,5t \end{cases}$

L'équation de la trajectoire :

L'équation (1) donne :  $t = \frac{x}{V_B \cos \alpha}$

En remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = \frac{g}{2V_B^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha \quad \text{Soit } y = 6,67x^2 + 0,58x \quad (3)$$

**4.2. Calcul de l'abscisse du point de chute P :**

L'équation (3) donne :

$$y_P = 6,67x^2 + 0,58x \text{ or } y_P = h = 2 \Leftrightarrow 6,68x^2 + 0,58x - 2 = 0$$

$$\Delta = (7,32)^2 \quad \text{Soit } x_P \approx 0,6m$$

**4.3. Calcul de la vitesse  $V_P$ :**

Par application du théorème de l'énergie cinétique entre B et P, on trouve :

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow E_{C_P} - E_{C_B} = W_P \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_P^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh \Rightarrow V_P = \sqrt{V_B^2 + 2gh} \quad \text{Soit } V_P = 6,4m/s$$

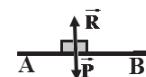
### Corrigé de l'exercice 6

**1.1 Nature du mouvement sur AB :**

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

On projette suivant  $\overrightarrow{AB}$

$$0 + 0 = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = 0 \text{ m.r.u}$$

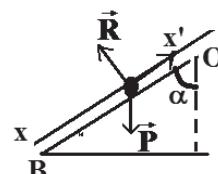


**1.2 L'expression de l'accélération  $a$  :**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

par projection sur  $\overrightarrow{xx'}$  on obtient :

$$-P \cos \alpha = ma \Rightarrow a = -g \cos \alpha$$



**1.3 La valeur minimale de la vitesse :**

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow E_{C_O} - E_{C_B} = W_P \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh \Rightarrow V_A = \sqrt{2gh}$$

car  $V_B = V_A$  comme  $h = L \cos \alpha$ ; il vient  $V_A = \sqrt{2gL \cos \alpha} = 6m/s$

**2. Calcul de  $V_A$**

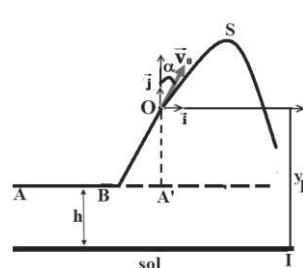
$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow E_{C_0} - E_{C_B} = W_P \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -mgh$$

$$\text{Soit } V_A = \sqrt{V_0^2 + 2gL \cos \alpha} = 10m/s$$

**3.1. L'équation de la trajectoire :**

Conditions initiales :

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 = \begin{cases} V_0 \sin \alpha \\ V_0 \cos \alpha \end{cases}$$



En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \sin \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \overline{OM} \begin{cases} x = V_0 \sin \alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \cos \alpha t \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

L'équation de la trajectoire : L'équation (1) donne :  $t = \frac{x}{V_0 \sin \alpha}$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = -\frac{g}{2V_0^2 \sin^2 \alpha} x^2 + x \cot \alpha \quad \text{Soit } y = -0,1x^2 + 0,58x$$

### 3.2. Les coordonnées de I

$$Y_I = -A'O - h = -OB \cos \alpha - h = -3$$

On remplace dans l'équation de la trajectoire :

$$-3 = -0,1x^2 + 0,58x \Leftrightarrow -0,1x^2 + 0,58x + 3 = 0$$

$$\Delta = 0,58^2 + 4 \cdot 0,1 \cdot 3 \approx 1,24^2$$

Soit  $x_I = 9,1 \text{ m}$  d'où  $I(9,1 ; -3)$

### 3.3. La durée de la chute

$$t_I = \frac{x_I}{V_0 \sin \alpha} = \frac{9,1}{8,087} = 1,3 \text{ s}$$

### 3.4. Les coordonnées de S

$$\text{Au point S } V_{Sy} = 0 \text{ soit } t_S = \frac{V_0 \cos \alpha}{g} = 0,4 \text{ s}$$

$$\text{soit S} \begin{cases} x = 8,087,0,4 = 2,78 \text{ m} \\ y = -5,0,4^2 + 8,0,5,0,4 = 0,8 \text{ m} \end{cases}$$

## Corrigé de l'exercice 7

### 1.1. Calcul de F :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = -mgAB \sin \alpha + FAB \cos \theta$$

$$\Rightarrow F = \frac{mV_B^2 + 2mgAB \sin \alpha}{2AB} = 1,125 \text{ N}$$

### 1.2. Nature du mouvement entre A et B

Nature du mouvement :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$

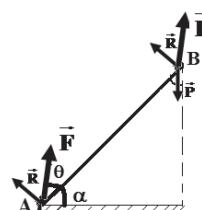
$$\Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$$

par projection sur  $\overrightarrow{AB}$  on obtient :

$$-P \sin \alpha + F \cos \theta = ma \Rightarrow a = \frac{-P \sin \alpha + F \cos \theta}{m} = 4 \text{ m/s}^2 \text{ m.r.u.v}$$

### 1.3. Nature du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$



par projection sur  $\overrightarrow{AB}$  on obtient :  $-P \sin \alpha = ma \Rightarrow a = -g \sin \alpha = -5 \text{ m/s}^2$

**Expression de  $V_C$**  En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh \quad \text{avec } h = BC \sin \alpha$$

$$\text{Soit } V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gBC \sin \alpha} = 3 \text{ m/s}$$

## 2.1. Etude du mouvement après C:

Conditions initiales :

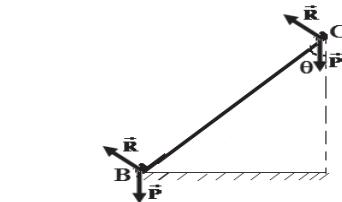
$$C \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{v}_C \begin{cases} V_{Cx} = V_C \cos \alpha \\ V_{Cy} = V_C \sin \alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

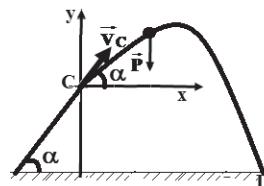
$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_C \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_C \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CM} \begin{cases} x = V_C \cos \alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C \sin \alpha t & (2) \end{cases}$$



L'équation de la trajectoire : (1) donne  $t = \frac{x}{V_C \cos \alpha}$  en remplaçant dans (2), on

$$\text{trouve : } y = -\frac{g}{2V_C^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha \approx -0,74x^2 + 0,58x \quad (3)$$



## 2.2. 1. Les coordonnées du point D:

Au point D :  $y_D = -AC \sin \alpha = -1,35 \text{ m}$  en remplaçant dans (3), on trouve :

$$-0,74x^2 + 0,58x = -1,35 \Leftrightarrow -0,74x^2 + 0,58x + 1,35 = 0$$

$$\Delta = 0,33 + 4 \times 0,74 \times 1,35 = 3,29 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 2,08 \text{ soit } x_D = \frac{-0,58 - 2,08}{2(-0,74)} \approx 1,8 \text{ m}$$

## 2.2. 2. Calcul de $V_D$

$$\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh \quad \text{avec } h = AC \sin \alpha = -y_D = 1,35 \text{ m}$$

$$\text{Soit } V_D = \sqrt{V_C^2 + 2gAC \sin \alpha} = 6 \text{ m/s} \quad \text{Comme } V_D > 5 \text{ m/s le jouet sera brisé}$$

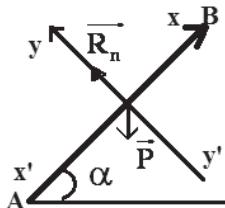
### Corrigé de l'exercice 8

**1.1. L'expression de l'accélération  $a_1$  si  $f$  n'est pas négligeable:**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

par projection sur  $\overrightarrow{X'X}$  on obtient :

$$\begin{aligned} -P \sin \alpha &= ma \\ a &= -g \sin \alpha = -5 \text{m/s}^2 \end{aligned}$$



**1.2. Calcul de  $V_B$**

$$\Rightarrow m.r.u.v V_B^2 - V_A^2 = 2a(x_B - x_A) \Rightarrow V_B = \sqrt{V_A^2 + 2a(AB)} = 3 \text{m/s}$$

$$\text{ou bien } V_B = \sqrt{V_A^2 - 2g \sin \alpha (AB)} = 3 \text{m/s}$$

**1.3. Calcul du temps**

$$V_B = at_B + V_A \Rightarrow t_B = \frac{V_B - V_A}{a} = 0,2 \text{s}$$

**2.1. Calcul de la force  $f$ :**

Par application du théorème de l'énergie cinétique entre A et B, on trouve :

$$\begin{aligned} \Delta E_C &= \sum W_F \Leftrightarrow E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} + W_f \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 &= -mgh - fAB \Rightarrow fAB = -mgh - \frac{1}{2} m V_B^2 + \frac{1}{2} m V_A^2 \\ \text{avec } h = AB \sin \alpha &\Leftrightarrow f = -mg \sin \alpha + \frac{m(V_A^2 - V_B^2)}{2AB} = 1,43 \text{N} \end{aligned}$$

**2.2. Calcul de  $R_n$**

Par projection sur y'y

$$R_n - P \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow R_n = P \cos \alpha = 0,4 \times 10 \times 0,87 = 3,48 \text{N}$$

$$R = \sqrt{R_n^2 + f^2} = 3,76 \text{N}$$

**3.1 Les équations horaires du mouvement à partir du point B :**

Conditions initiales :

$$B \begin{cases} x_0 = x_B = 0 \\ y_0 = y_B = OB = AB \sin \alpha \end{cases} \quad \vec{V}_B \begin{cases} V_{Bx} = V_B \cos \alpha \\ V_{By} = V_B \sin \alpha \end{cases}$$

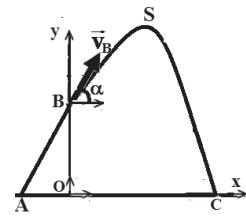
En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = \begin{cases} v_x = V_B \cos \alpha \\ v_y = -gt + V_B \sin \alpha \end{cases} \\ &\Rightarrow \overline{BM} \begin{cases} x = V_B \cos \alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_B \sin \alpha t + AB \sin \alpha & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

L'équation de la trajectoire :

L'équation (1) donne :  $t = \frac{x}{V_B \cos \alpha}$



en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = -\frac{g}{2V_B^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + AB \sin \alpha$$

Soit  $y = -1,67x^2 + 0,58x + 0,35$

### 3.2. Les coordonnées du sommet S

Au point S :  $V_{Sy}=0$

$$V_{Sy} = 0 \Leftrightarrow t_S = \frac{V_B \sin \alpha}{g} = 0,1s$$

#### Calcul de $x_S$

$$x_S = V_B \cos \alpha t_S = 2x0,87 \times 0,1 = 0,17m$$

#### Calcul de $y_S$

Soit on remplace  $t_S$  dans l'équation (2)

$$y_S = -5(0,1)^2 + 2x0,5x(0,5) + 0,35 = 0,4m$$

Soit on remplace  $x_S$  dans l'équation (3)

$$y_S = -1,67(0,17)^2 + 0,58x0,17 + 0,35 = 0,4m$$

### 3.3. Calcul de l'abscisse du point de chute C :

$y_C = 0$  L'équation (3) donne :

$$-1,67x^2 + 0,58x + 0,35 = 0$$

$$\Delta = 0,58^2 + 4x1,67x0,35 = 2,67 \text{ soit } \sqrt{\Delta} = 1,64$$

$$x_C = \frac{-0,58 - 1,63}{2(-1,67)} = 0,66m$$

### 3.4. Calcul de la vitesse $V_C$ :

Par application du théorème de l'énergie cinétique entre B et C, on trouve :

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow E_{C_C} - E_{C_B} = W_F$$

$$\text{Soit } V_C = 3,32 \text{ m/s.}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh \Rightarrow V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gh} \text{ avec } h = OB = AB \sin \alpha$$

### Corrigé de l'exercice 9

**1.1. L'expression de l'accélération a si f n'est pas négligeable:**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

par projection sur  $\overrightarrow{OA}$  on obtient:

$$-P \sin \alpha = ma \Rightarrow a = -g \sin \alpha = \text{cte} \Rightarrow m.r.u.v$$

**1.2. La relation théorique entre  $V^2$  et x:**

$$V^2 - V_0^2 = 2ax = -2g \sin \alpha \cdot x \Rightarrow V^2 = -2g \sin \alpha \cdot x + V_0^2$$

**1.3.1. D'après le graphe  $V^2 = 10x + 9$**

Par identification entre les expressions théorique et graphique :

$$-10 = -2g \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{10}{2g} = 0,5 \text{ soit } \alpha = 30^\circ$$

**1.3.2. La valeur de la vitesse initiale :**

$$V_0^2 = 9 \Leftrightarrow V_0 = 3 \text{ m/s}$$

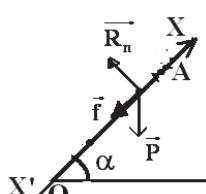
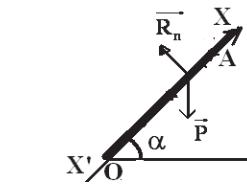
**2.1. Calcul de la nouvelle accélération :**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}' \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}'$$

par projection sur  $\overrightarrow{OA}$  on obtient

$$a' = -\frac{f}{m} - g \sin \alpha$$

**2.2. En appliquant le théorème**



$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_C - E_0 = W_{\vec{P}} + \underbrace{W_{\vec{f}} + W_{\vec{R}_n}}_0$$

$$E_{C_A} - \frac{1}{2}mV_0^2 = -mgx \sin \alpha - fx \Rightarrow f = -mg \sin \alpha - \frac{E_{C_A}}{x} + \frac{1}{2}mV_0^2 = 0,125N$$

**3.1. Les équations horaires du mouvement à partir du point A :**

Conditions initiales :

$$A \begin{cases} x_0 = x_A = 0 \\ y_0 = y_A = AB = x \sin \alpha \end{cases} \quad \vec{v}_A \begin{cases} V_{Ax} = V_A \cos \alpha \\ V_{Ay} = V_A \sin \alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

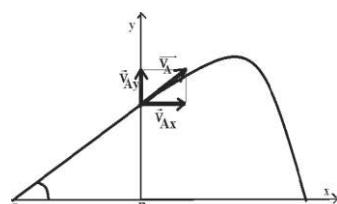
$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\ddot{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_A \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_A \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \overline{AM} \begin{cases} x = V_A \cos \alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_A \sin \alpha t + AB & (2) \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_A \cos \alpha}$$

$$\text{On remplace et dans y soit } y = -\frac{g}{2V_A^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x + AB$$



$$\text{Or } v_A = \sqrt{\frac{2E_{CA}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,2}{0,1}} = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{soit } y = -\frac{10}{2x^4}x^3 + 0,58x + 0,2 = -1,67x^2 + 0,58x + 0,2$$

### 3.2. Calcul des coordonnées du point de chute C :

L'équation (2) donne :

$$\text{or } y_C = 0 \quad -1,67x^2 + 0,58x + 0,2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 0,24t - 2 = 0$$

$$\Delta = 1,29 \text{ soit } x = \frac{-0,58 + 1,29}{2 \times 1,67} = 0,21 \text{ m}$$

### Corrigé de l'exercice 10

#### 1.1 Expression de E en fonction de T et x

$$\Delta E = \sum \vec{F}_{\text{ext}} \Leftrightarrow \Delta E = W_T + W_R$$

$$\Leftrightarrow E(x) - E(0) = T \cdot x \Leftrightarrow E(x) = T \cdot x$$

#### 1.2 Calcul de T

L'énergie mécanique est représentée par une droite dont le coefficient directeur correspond à la tension T ; numériquement T=150N.

#### 2.1. Expression de E<sub>PP</sub> en fonction de x

$$E_{PP}(x) = mgz + E_{P0} \text{ avec } E_{P0}=0 \text{ et } z=x \sin \alpha \text{ d'où } E_{PP}(x)=mgx \sin \alpha \text{ soit}$$

$$E_{PP}(x)=24,5x$$

#### Expression de E<sub>C</sub> en fonction de x

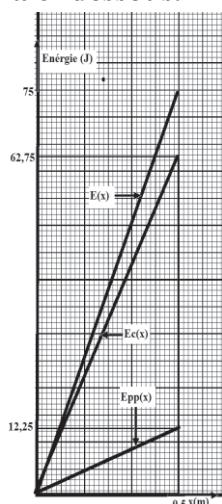
$$E(x) = E_C(x) + E_{PP}(x)$$

$$\Rightarrow E_C(x) = E(x) - E_{PP}(x)$$

$$\text{avec } E(x) = 150x \text{ et } E_{PP}(x)=24,5x$$

$$\text{soit } E_C(x) = 125,5x$$

#### 2.2. Voir schéma ci-dessous.



### 3. Montrons que l'énergie mécanique est constante

Appliquons le TEM au système (solide-terre) entre A et M

$$\Delta E = \sum \vec{F}_{\text{ext}} \Leftrightarrow \Delta E = W_{\vec{R}}$$

$$\Leftrightarrow E(M) - E(A) = 0 \Leftrightarrow E(M) = E(A) = \text{cte}$$

Donc le système conservatif

#### 4. Calcul de la distance AB

$E(B) = E(A)$  avec  $E(A) = 75J$  car  $x_A = 0,5m$  et  $E(B) = mgx_B \sin \alpha$  soit

$$x_B = \frac{E(A)}{mg \sin \alpha} = 3,06m$$

$$AB = x_B - x_A \text{ avec } x_A = 0,5m \text{ soit } AB = 2,56m$$

Corrigé de l'exercice 11

#### 1.1. Expression de $V_C$ en fonction de r, L, g et $\alpha$

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_C - E_D = W_{\vec{P}} = \frac{1}{2} m V_C^2 = mgh = mg(L \sin \alpha - 2r)$$

$$\Rightarrow V_C = \sqrt{2g(L \sin \alpha - 2r)}$$

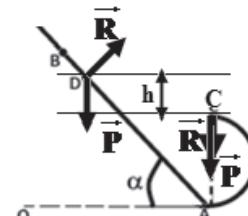
#### 1.2. Expression de R

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}$$

Par projection sur la normale, on obtient :

$$mg + R = m \frac{V_C^2}{r} \Rightarrow R = \frac{2gm(L \sin \alpha - 2r)}{r} - mg$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{2mgL \sin \alpha}{r} - 5mg$$



#### 1.3. La valeur de L pour que le mobile quitte la piste

$$R = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2mgL \sin \alpha}{r} - 5mg = 0$$

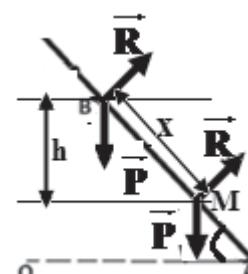
$$L = \frac{5r}{2 \sin \alpha} = \frac{5 \times 0,5}{2 \times 0,25} = 5m$$

#### 2.1. Expression de $E_c(M)$ en fonction de $E_c(B), m, g, f$ et $x$

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} = mgx \sin \alpha - fx$$

$$\Leftrightarrow E_C(M) - E_C(B) = (mg \sin \alpha - f)x$$

$$\Rightarrow E_C(M) = (mg \sin \alpha - f)x + E_C(B) = (mg \sin \alpha - f)x + \frac{1}{2} m V_B^2$$



## 2.2. Déduction des valeurs de f et de $V_B$

Détermination de l'équation de la droite à partir du diagramme

Si  $x=0$   $E_C = 0,5J$  soit  $b=0,5$

Si  $x=1$  ;  $E_C = 0,75J$   $a=0,25$

Donc  $E_C = 0,25x + 0,5$

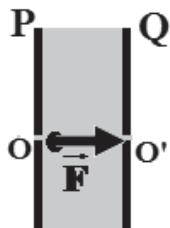
Par identification entre les deux expressions de  $E_c(M)$ , on obtient :

$$(mgsin\alpha - f) = 0,25 \Rightarrow f = mgsin\alpha - 25 = 0,375N$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = 0,5 \Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2 \times 0,5}{m}} = 2 \text{ m/s}$$

### Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.

#### 1. Cas où $\vec{V}_0$ est nulle ou parallèle à $\vec{F}$



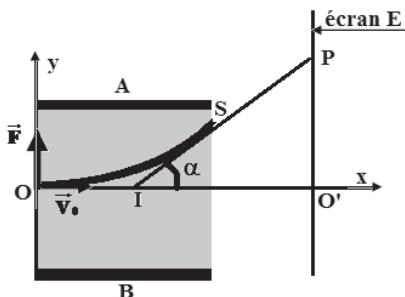
- Nature du mouvement

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Leftrightarrow m.r.u.v$$

- Vitesse au point de sortie O'

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = |q|U \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2|q|U}{m} + V_0^2}$$

#### 2. Cas où $\vec{V}$ est non parallèle à $\vec{F}$



- Equation de la trajectoire :  $Y = \frac{qEx^2}{2mV_0^2}$

Coordonnées du point de sortie S:

$$x_s = l;$$

$$Y = \frac{qEl^2}{2mV_0^2}$$

- Expression de  $V_S$ :

$$v_S = \sqrt{\left(\frac{qEl}{mV_0}\right)^2 + V_0^2}$$

- Déviation angulaire électrique:

$$\tan \alpha = \left( \frac{dy}{dx} \right)_S \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{qEl}{mV_0^2}$$

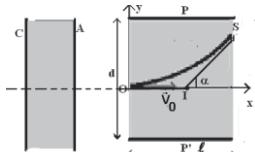
- Nature du mouvement à la sortie du champ :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = \vec{0} \\ \vec{V} = \text{cte} \end{cases} \Leftrightarrow m.r.u$$



**Exercice 1**

**1.** On applique une différence de potentielle  $U_0=1140V$  entre une cathode C et une anode A. Un électron est émis sans vitesse initiale par la cathode et arrive sur l'anode avec la vitesse  $\bar{v}_0$ . Calculer  $V_0$ . A.N :  $e=1,6 \cdot 10^{-19} C$ ;  $m=9,1 \cdot 10^{-31} kg$ .



**2.** L'électron pénètre au point O avec la vitesse  $\bar{v}_0$  précédente entre les plaques P et P' de longueur  $l$  distante de  $d$  telle que ( $l=d$ ). On applique entre les plaques P et P' une différence de potentiel  $U$ .

**2.1.** Déterminer les équations horaires du mouvement de l'électron sur les axes Ox et Oy.

**2.2** Donner l'équation de la trajectoire et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme :  $y = \frac{U}{4dU_0} x^2$

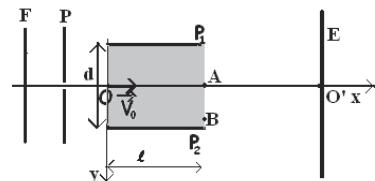
**3.** La tangente à la trajectoire au point S fait un angle  $\alpha$  avec l'horizontale tel que  $\tan \alpha = 0,4$  ; calculer la différence de potentiel  $U$  entre les plaques P et P'.

**Exercice 2**

Des électrons sont émis avec une vitesse initiale négligeable par un filament F chauffé.

**1.** On établit une tension  $U_1 = V_P - V_F$  entre le filament F et une plaque P disposée parallèlement à celui-ci. Il en résulte un champ électrostatique uniforme  $\vec{E}_1$  régnant entre F et P. Les électrons arrivent alors en P avec une vitesse  $\bar{V}_0$  de module  $V_0 = 0,53 \cdot 10^8 m/s$  (voir schéma). Préciser le signe de  $U_1$  et calculer sa valeur.

On donne :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$ .



**2.** La plaque P a un trou qui laisse passer les électrons.

On dispose deux plaques P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub> perpendiculairement au plan xOy (voir schéma). Les électrons pénètrent entre les plaques en O animés de la vitesse  $\bar{V}_0$  parallèle à Ox.

On applique entre P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub> une tension  $U_2 = V_{P2} - V_{P1} = 300V$  et on donne  $l = 6cm$  et  $d = 1,5cm$ .

**2.1.** Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement d'un électron entre P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub>.

**2.2.** Quelle est la déviation linéaire AB des électrons à la sortie des plaques ? Quelle est la valeur de la déviation angulaire  $\alpha$  ?

**2.3.** Trouver la nature du mouvement d'un électron après B et déterminer l'équation de sa trajectoire.

**2.4.** Calculer les coordonnées du point d'impact des électrons sur l'écran E parallèle à (Oy) et placé à 46cm de A.

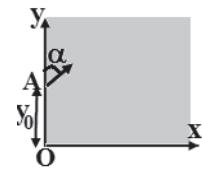
### Exercice 3

Une particule  ${}^4_2\text{He}^{2+}$  pénètre dans le champ électrostatique uniforme créé par deux armatures parallèles et horizontales de longueur  $l=10\text{cm}$  et distante  $d=6\text{cm}$ . La particule pénètre en un point O équidistant des deux armatures avec une vitesse  $V_0=3.10^5 \text{ m/s}$  faisant un angle  $\alpha=30^\circ$  avec l'horizontale et dirigée vers le haut.

1. Faire une figure et préciser les charges des armatures pour que la particule soit déviée vers le bas.
2. Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire entre les armatures. Préciser la nature du mouvement et de la trajectoire.
3. Quelle est la valeur minimale  $U_m$  de la tension à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ.  $e=1,6.10^{-19}\text{C}$ ;  $m_p=1,67.10^{-27}\text{kg}$
4. Déterminer la tension U à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ par un point O' se trouvant à la même hauteur que le point O où elle est rentrée.
5. Calculer la tension  $U_0$  accélératrice qui a été nécessaire pour amener la particule à la vitesse  $V_0=30^5 \text{ m/s}$  à partir du repos.

### Exercice 4

1. Un champ électrique est créé par un condensateur plan constitué de deux plaques parallèles et horizontales  $P_1$  et  $P_2$  très longues reliées à un générateur de tension constante  $U=250 \text{ V}$  et séparées d'une distance  $d$ , comme l'indique la figure ci-contre. Tous les électrons pénètrent dans le champ, supposé uniforme, au point A et sont animés de la même vitesse  $\vec{v}_0$  faisant l'angle  $\alpha=45^\circ$ .



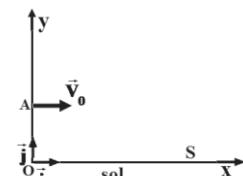
- 1.1 Montrer, par un calcul, qu'il est légitime de négliger la force de pesanteur par rapport à la force électrique pour l'électron.
- 1.2 On veut que le faisceau soit dévié vers le bas.

Reproduire la figure et représenter (sans souci d'échelle) la force qui s'exerce sur la particule à son entrée dans le champ ainsi que le champ électrique et les signes des plaques.

- 1.3 Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire.
- 1.4 Déterminer la valeur max de  $y_0$  pour que l'électrons ne touche pas la plaque  $P_1$

A. N :  $m=9.10^{-31}\text{kg}$  ;  $v_0 = 1.10^7 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $d=0,04\text{m}$  ;  
 $e=1,6.10^{-19}\text{C}$ .

- 1.5 Déterminer l'abscisse du point P d'impact de l'électron sur la plaque inférieure si  $y_0$  prend la valeur calculée précédemment.
2. Une bille homogène de masse m est lancée horizontalement avec une vitesse initiale  $v_0 = 14 \text{ m.s}^{-1}$ . A l'instant initial, son altitude par rapport au sol est comme l'indique la figure



- 2.1 Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire.**
- 2.2 Au moment du lancement, la bille est au point A au dessus du sol. Elle touche le sol au point S. Quelle est la valeur de la distance OA si OS=7,67m.**
- 3. Dans chaque cas, quelle est l'influence de la masse du corps sur :**
- La force subie par ce corps ?
  - L'accélération du mouvement ?

**Exercice 5**

- 1. On se propose de déterminer la vitesse d'éjection des particules  ${}^4_2\text{He}^{2+}$ (ou noyaux d'hélium) émis par le radium.**

On place la substance en S au fond d'un cylindre creux en plomb d'axe  $x'$  $x$  et on admettra que les particules émises sortent du cylindre avec un vecteur vitesse  $\vec{V}_0$  parallèle à l'axe  $x'$  $x$ .

Le faisceau pénètre en O dans l'espace

vide d'aire entre deux plaques horizontales  $P_1$  et  $P_2$  d'un condensateur dont la distance est  $d=10\text{cm}$  et la longueur  $l=15\text{cm}$ . En l'absence de champ électrique entre les plaques on observe, une tache en A, sur une plaque photographique disposée perpendiculairement à  $x'$  $x$  à une distance D du centre des plaques.

On crée un champ électrique uniforme en appliquant entre  $P_1$  et  $P_2$  une différence de potentiel constante  $U=2,05 \cdot 10^3 \text{ V}$ . On constate que la tache se forme en  $A'$ .

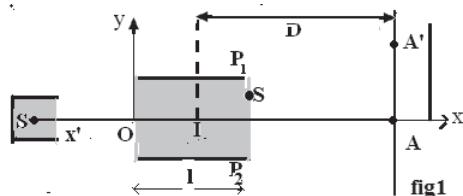


fig1

**1.1. Le champ électrique créé  $\vec{E}$  va-t-il de  $P_1$  vers  $P_2$  ou de  $P_2$  vers  $P_1$  ?**

**1.2. Etudier le mouvement d'une particule entre les plaques du condensateur dans le repère ( $O, \vec{i}, \vec{j}$ ) : équation et nature de la trajectoire.**

**1.3. Que devient ce mouvement lorsque la particule n'est plus soumise au champ électrique  $\vec{E}$  ?**

**1.4. Déterminer la vitesse d'éjection  $V_0$  des particules si la mesure de la déviation linéaire  $AA'=17,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .**

**1.5. Déterminer alors l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur  $\vec{V}_S$  ; déduire la valeur de  $V_S$ . Montrer que l'angle  $\alpha$  que fait ce vecteur avec l'horizontale est de  $30^\circ$  environ.**

**2. On supprime l'écran, et on le remplace par un condensateur constitué de deux armatures horizontales A et B. Le mouvement du faisceau de particules est maintenant étudié lorsqu'il pénètre après sa sortie du premier champ  $\vec{E}$  dans le condensateur à la vitesse de valeur  $V_S$  dont la direction fait l'angle  $\alpha$  avec l'horizontale (voir la figure 2).**

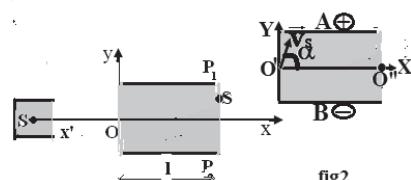


fig2

La longueur de l'armature est  $l' = 10 \text{ cm}$  ; la distance les séparant est  $d' = 4 \text{ cm}$  ; la tension entre les armatures est  $U'$ .

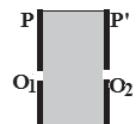
**2.1.** Etablir les équations horaires du mouvement entre les armatures du condensateur et établir l'expression de l'équation de la trajectoire entre les armatures du condensateur dans le repère ( $O'XY$ ).

**2.2.** Déterminer la valeur de  $U'$  pour que le faisceau sorte des armatures au point  $O''$ . On donne :  $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $D=30 \text{ cm}$  et  $m_p=1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

### Exercice 6

On étudie le mouvement des ions  ${}^3\text{Li}^+$  dans différents champs électriques et magnétique.

**1.** Dans une première expérience les ions pénètrent au point  $O_1$  sans vitesse initiale dans un champ électrique  $\vec{E}_0$  créé entre deux plaques  $P$  et  $P'$  et sont accélérés par une tension  $U_0=U_{PP'}=1252,5 \text{ V}$ .

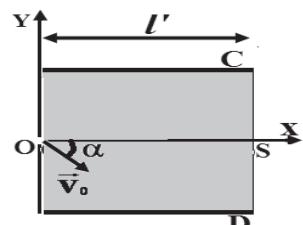


Montrer que la valeur de la vitesse  $V_0$  des ions au point  $O_2$  est  $V_0=2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ .

On donne :  $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_n=m_p=1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

**2.** Dans une troisième expérience l'ion entre avec une vitesse de valeur  $V_0$  dans un champ électrique  $\vec{E}$  créé entre les armatures  $C$  et  $D$  d'un condensateur plan.

Soit  $l'$  la longueur de ces armatures et  $d$  leur écartement.



**3.1.** La vitesse  $\vec{V}_0$  est contenue dans le plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  et fait un angle  $\alpha=15^\circ$  avec  $Ox$ . Déterminer le sens de la force électrique pour que les ions passent par le point  $S$ .

**3.2.** Etablir l'expression de l'équation de la trajectoire des ions entre les armatures  $C$  et  $D$ .

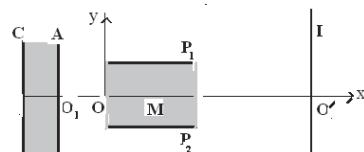
**3.3.** Calculer alors la valeur de  $V_0$ . On donne :  $E=2,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  et  $l'=20 \text{ cm}$

**3.4.** Déterminer la distance  $d$  entre les armatures  $C$  et  $D$  si la distance minimale séparant la trajectoire de l'ion et la plaque inférieure est  $0,8 \text{ cm}$  et si le point  $O$  est équidistant des armatures.

### Exercice 7

**1°** Un faisceau d'électrons est émis dans le vide avec une vitesse initiale négligeable par une cathode  $C$  et est accéléré par une tension  $U_0$  appliquée entre l'anode  $A$  et la cathode  $C$ . La plaque de l'anode est percée d'un trou  $O_1$  comme l'indique la fig.

a) Exprimer littéralement la vitesse  $V_1$  des électrons lorsqu'ils traversent le trou  $O_1$  et calculer sa vitesse pour  $U_0=1000 \text{ V}$ .



b) Quelle est la nature de leur mouvement après la traversée de  $O_1$  ?

2° Les électrons pénètrent en suite au pt O entre les armatures  $P_1$  et  $P_2$  d'un condensateur plan de longueur  $l$  et distantes de  $d$ . La tension entre les armatures est  $U_{P1P2} = +100V$ .

a) Quelle est la vitesse  $V_0$  des électrons à leur entrée dans le condensateur ?

b) Etudier le mouvement des électrons dans le condensateur plan et en déduire l'équation de la trajectoire des électrons. On raisonnera dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Représenter sur un schéma la trajectoire des électrons.

Vont-ils pouvoir attendre l'écran E sans toucher l'une des plaques  $P_1P_2$  ?

3° A la sortie du condensateur, le faisceau d'électrons arrive sur un écran fluorescent noté E de centre  $O'$ , situé à la distance  $L$  du pt M milieu de  $OO'$  (fig.).

Soit I le pt d'impact de ce faisceau sur l'écran. Quelle est la déviation  $O'I$  du spot sur l'écran ? A.N:  $q=-e=-1,6 \cdot 10^{-19} C$ ;  $m=9,1 \cdot 10^{-31} kg$ ;  $d=2 cm$ ;  $l=6 cm$  et  $L=12 cm$ .

#### Exercice 8

La cathode C d'un oscilloscope émet des électrons dont la vitesse à la sortie du métal est négligeable. Ces électrons traversent ensuite une anode P, en un pt  $O_1$ .

1° On établie une tension  $U_0 = V_P - V_C$

a) Déterminer l'expression de la vitesse  $v_0$  des électrons à leur passage en  $O_1$ . A.N :  $U_0=1000V$ .

b) Quelle est la nature du mouvement des électrons après P.

2° Les électrons constituent un faisceau homocinétique, pénètrent au pt O entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur plan. Les armatures distantes de  $d$  ont une longueur  $l$ .

On établit entre ses armatures une tension  $U_{AB}$ . On étudie le mouvement entre AB.

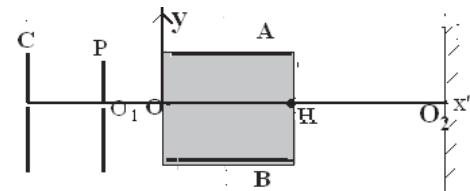
a) Déterminer l'expression de la trajectoire dans le repère  $(O, x, y)$ .

b) Exprimer la condition que doit vérifier  $U_{AB}$  pour que les électrons sortent du condensateur.

c) On donne  $d=2cm$ ,  $l=10cm$ . Faire l.A.N

3° Le faisceau arrive ensuite sur un écran fluorescent E situé à la distance  $L=20cm$  du centre de symétrie I du condensateur.

Montrer que le faisceau forme un pt lumineux (spot)  $O_2$  au centre de l'écran quand  $U_{AB} = 0$  et déterminer le déplacement  $Y = O_2M$  du spot sur l'écran quand  $U_{AB} = 200V$ .



**Exercice 9**

Les ions  $^{40}\text{Ca}^{2+}$  quittent la chambre d'ionisation au point  $O_1$  sans vitesse initiale grâce à un champ électrique  $\vec{E}_0$  existant entre deux plaques P et Q

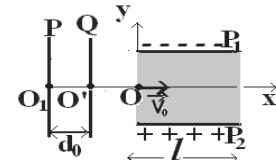
telle que  $U_0 = U_{PQ} = 500\text{V}$ .

1.1 Déterminer le sens du champ  $\vec{E}_0$  régnant entre P et

Q et calculer sa valeur si  $d_0 = 5\text{cm}$ .

1.2 Calculer la vitesse  $V_0$  des ions lorsqu'ils arrivent en  $O'$ .

2 Sachant qu'il n'existe aucun champ entre  $O'$  et O, déterminer la nature du mouvement des ions entre ces deux points.



3 Les ions pénètrent au point O dans un autre champ électrique  $\vec{E}$  créé entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  distantes de  $d$  et de longueur  $l$  chacune.

3.1 Trouver l'équation de la trajectoire dans le repère  $(O ; x ; y)$  et préciser sa nature.

3.2 Déterminer les coordonnées du point de sortie S.

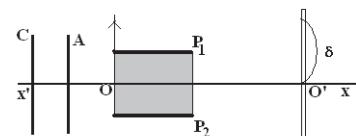
3.3 Déterminer l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur  $\vec{V}_S$  et en déduire l'angle  $\alpha$  que fait ce vecteur avec l'horizontale.

$$e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C} ; l=10\text{cm} ; m_p=1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg} ; E=10^3\text{V/m.}$$

**Exercice 10**

On applique une différence de potentielle  $U = V_A - V_C = 101\text{V}$  entre une cathode C et une anode A. Un faisceau

d'électrons est émis sans vitesse initiale par la cathode et pénètre au point O dans le champ électrique  $\vec{E}$ . Ce champ est du à un condensateur



plan constitué de deux planques  $P_1$  et  $P_2$  parallèle distante de  $d=4\text{cm}$  de longueur chacune  $l=4\text{cm}$  entre les quelles existe une ddp  $U_1 = V_{P1} - V_{P2} = 20\text{V}$ . L'écran E est placé à  $L=52\text{cm}$  du point O situé au milieu de la distance séparant les deux plaques.

1 Calculer la valeur de sa vitesse  $\vec{V}_0$  à son arrivée sur au point O.

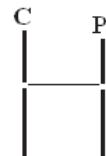
2 Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures  $P_1$  et  $P_2$ .

3 Trouver l'équation de la trajectoire de l'électron après sa sortie du champ et calculer la déviation  $\delta$  de l'électron sur l'écran.

### Exercice 11

1° Dans un tube sous vide un électron est émis sans vitesse initiale par une cathode C et est accéléré par une tension U positive appliquée entre la cathode C et une plaque P.

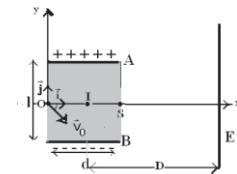
Calculer l'énergie cinétique de l'électron à son arrivée sur la plaque P. En déduire la valeur de sa vitesse  $\vec{V}_0$  à son arrivée sur la plaque P.



2° L'électron pénètre en O avec la vitesse  $\vec{V}_0$  dans l'espace séparant les armatures A et B d'un condensateur plan.

Soit d la longueur de ces armatures, l leur écartement, D la distance du centre I du condensateur à un écran fluorescent E et U la tension entre les armatures A et B.

2.1 La vitesse est contenue dans le plan ( $O, \vec{i}, \vec{j}$ ) et fait un angle  $\alpha$  avec Ox comme l'indique la figure. Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures A et B.



2.2 Etablir la relation qui doit lier l'angle  $\alpha$  avec les grandeurs U, U', d et l pour que l'électron passe par le point S. Calculer alors la valeur correspondante de l'angle  $\alpha$ .

3 L'électron pénètre maintenant dans le condensateur avec une vitesse  $\vec{V}_0$  parallèle à  $\vec{i}$  de même sens. Un écran vertical est placé à la distance D du point d'intersection I entre la tangente et l'axe Ox. Calculer la déviation  $y_M$  sur l'écran.  $U=1000V; U'=120V; q=-e=-1,6 \cdot 10^{-19}C; m = 9,1 \cdot 10^{-31} kg; d = 6 cm; l = 2 cm; D = 30 cm$



### Corrigé de l'exercice 1

**1° Expression de la vitesse V :**

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = e U_0 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \quad \text{A.N : } V_0 = 2.10^7 \text{ m/s}$$

**2.1 Les équations horaires :**

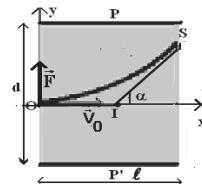
**Conditions initiales :**

$$C \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{F}{m} t \end{cases} \Rightarrow OM \begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{F}{2m} t^2 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$



**2.2 L'équation de la trajectoire :**

$$\text{L'équation (1) donne : } t = \frac{x}{V_0}$$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2} x^2 = \frac{eU}{2mdV_0^2} x^2 \Rightarrow y = \frac{U}{4dU_0} x^2$$

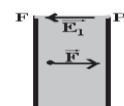
**3 La valeur de la déviation angulaire :**

$$\tan \alpha = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=l} = \frac{U}{2dU_0} l \quad \text{Soit } \tan \alpha = \frac{U}{2U_0} \Rightarrow U = 2U_0 \tan \alpha \quad \text{car } l = d \quad \text{A.N : } U = 912V.$$

### Corrigé de l'exercice 2

**1.1 Le signe de  $U_1 = V_P - V_F$  :**

Les électrons se déplacent de F vers P sous l'action de la force électrique  $\vec{F}$ . Comme  $q < 0$  le champ électrique  $\vec{E}_1$  est dirigé de P vers F c'est-à-dire que  $V_P > V_F \Rightarrow V_P - V_F > 0 \Leftrightarrow U_1 > 0$



**1.2 Calcul de  $U_1$  :**

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} m V_0^2 = e U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{m V_0^2}{2e} \quad \text{A.N : } U_1 = 8.10^3 V$$

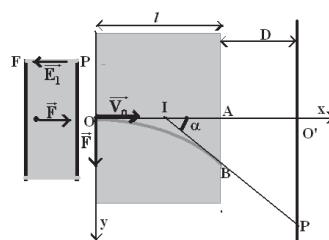
**2.1 L'équation de la trajectoire :**

$$\text{Conditions initiales : } O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{F}{m} t \end{cases} \Rightarrow OM \begin{cases} x = V_0 t \\ y = \frac{F}{2m} t^2 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$



$$\text{L'équation (1) donne : } t = \frac{x}{V_0}$$

en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2} x^2 = \frac{eU_2}{2mdV_0^2} x^2$$

## 2.2 La déviation linéaire AB :

$$AB = y_B = \frac{eU_2}{2mdV_0^2} x_B^2 \text{ avec } x_B = l \text{ soit } y_B = \frac{eU_2}{2mdV_0^2} l^2 \quad A.N : y_B = 0,23 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

La valeur de la déviation angulaire :

$$\tan \alpha = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=l} = \frac{eU_2}{mdV_0^2} l \text{ soit } \alpha = 4,38^\circ$$

$$\text{Autre méthode } \tan \alpha = \frac{2AB}{l} \text{ soit } \alpha = 4,38^\circ$$

## 2.3 Nature du mouvement de l'électron après B :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow m.r.u$$

L'équation de la trajectoire :

$$y = ax + b \text{ avec } \begin{cases} a = \tan \alpha = 0,077 \\ b = y_B - ax_B = -0,23 \cdot 10^{-2} \text{ m} \end{cases} \text{ d'où } y = 7,7 \cdot 10^{-2} x - 0,23 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

## 2.4 Les coordonnées du point d'impact P :

$$P \begin{cases} x_P = 1 + D = 52 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ y_P = \left( \frac{l}{2} + D \right) \tan \alpha = 3,77 \cdot 10^{-2} \text{ m} \end{cases}$$

### Corrigé de l'exercice 3

#### 1 Signe des plaques

Les ions sont chargés positivement, ils se déplacent de  $P_1$  vers  $P_2$  sous l'action de la force électrique  $\vec{F}$ . Les ions sont donc attirés par  $P_2$  qui est chargée négativement ;  $P_1$  est alors chargée positivement.

#### 2 Nature du mouvement

Conditions initiales :

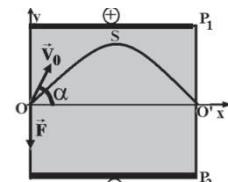
$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}$$

Le PFD (Théorème du centre d'inertie) :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} \end{cases} \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -\frac{F}{m} t + V_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{OG} \begin{cases} x = (V_0 \cos \alpha)t \\ y = -\frac{F}{2m} t^2 + (V_0 \sin \alpha)t \end{cases} \quad (1)$$



L'équation de la trajectoire :

(1)  $\Rightarrow t = x / (V_0 \cos \alpha)$  ; en remplaçant  $t$  dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{F}{2mV_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

$$y = -\frac{qU}{2mdV_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

### 3. L'ordonnée du point S le plus haut de la trajectoire :

D'après la relation indépendante du temps :

$$V_{S_y}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y(y_S - y_0)$$

$$\Rightarrow y_S = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} = \frac{-V_0^2 \sin^2 \alpha}{-2 \frac{F}{m}} = \frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{2F}$$

Pour que l'électron ne touche pas la plaque il faut que

$$y_S < \frac{d}{2} \Leftrightarrow \frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{2F} < \frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{mdV_0^2 \sin^2 \alpha}{qU} < d \Rightarrow U > \frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{q}$$

$$U > \frac{6,68 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^5)^2 \times \frac{1}{4}}{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} \Leftrightarrow U > 469,675V$$

La valeur minimale  $U_{\min}$  pour que l'électron ne touche pas la plaque  $P_1$

$$U_m = 470V$$

### 4. A la sortie du champ $y=0$ et $x=l$

$$0 = -\frac{qU}{2mdV_0^2 \cos^2 \alpha} l^2 + l \tan \alpha$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{mdV_0^2 \sin 2\alpha}{ql} = \frac{6,68 \cdot 10^{-27} \times 6 \cdot 10^{-2} \times (3 \cdot 10^5)^2 \times 0,87}{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,1} \approx 981V$$

## 5 La tension accélératrice $U_0$

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} mV_0^2 = qU_0$$

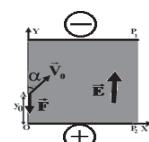
$$U_0 = \frac{mV_0^2}{2q} = \frac{mV_0^2}{4e} = \frac{6,68 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^5)^2}{4 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 939V$$

### Corrigé de l'exercice 4

#### 1.1 Vérification

$$P = mg = 9 \cdot 10^{-30} N. \text{ et } F = eU/d = 1 \cdot 10^{-15} N.$$

$$\frac{F}{P} = \frac{1}{9} \cdot 10^{15} \Rightarrow P \ll F$$



#### 1.2 Signes des plaques :

Les ions étant déviés vers le bas (vers la plaque  $P_2$ ) la force électrique est dirigée vers le bas.

Comme  $q < 0$ ,  $\vec{E}$  est opposé à  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  est dirigé vers les potentiels décroissants c'est-à-dire de la plaque  $P_2$  qui est chargée positivement vers la plaque  $P_1$  qui est chargée négativement.

#### 1.3 Etude du mouvement entre $P_1$ et $P_2$ :

- Conditions initiales :

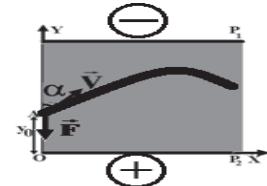
$$\overline{OA} \begin{cases} x_A = x_0 = 0 \\ y_A = y_0 \end{cases} \text{ et } \overline{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \sin \alpha \\ V_{0y} = V_0 \cos \alpha \end{cases}$$

- Étude dynamique ;

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} = \frac{V_0^2 \sin \alpha}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \sin \alpha \\ V_y = -\frac{F}{m} t + V_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\overline{OG} \begin{cases} x = (V_0 \sin \alpha) t \\ y = -\frac{F}{2m} t^2 + (V_0 \cos \alpha) t + y_0 \end{cases} \quad (1)$$



L'équation de la trajectoire :

(1)  $\Rightarrow t = x / (V_0 \sin \alpha)$  ; en remplaçant  $t$  dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{F}{2mV_0^2 \sin^2 \alpha} x^2 + x \cot \alpha + y_0$$

$$y = -11x^2 + x + y_0$$

**1.4 L'ordonnée du point S le plus haut de la trajectoire :**

D'après la relation indépendante du temps :

$$V_{Sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y(y_S - y_0)$$

$$\Rightarrow y_S = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} + y_0 = \frac{-V_0^2 \cos^2 \alpha}{-2 \frac{F}{m}} + y_0 \Leftrightarrow y_S = \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2F} + y_0$$

Pour que l'électron ne touche pas la plaque  $P_1$  il faut que

$$y_S < d \Leftrightarrow \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2F} + y_0 < d$$

$$\Rightarrow y_0 < d - \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2F} \Leftrightarrow y_0 < 4.10^{-2} - \frac{9.10^{-31} \cdot (10^7)^2 \frac{1}{2}}{2.10^{-15}} \Leftrightarrow y_0 < 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

La valeur max pour que l'électron ne touche pas la plaque  $P_1$  est  
 $y_0 = 1,75 \text{ cm}$

**1.5 L'abscisse du point d'impact P :**

L'ordonnée du point P est nulle

$$0 = -11x^2 + x + 1,75 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 1,75 \cdot 10^{-2} \cdot 11 = 1,77 \text{ soit } x_P = 0,11 \text{ m}$$

**2.1. Les équations horaires du mouvement**

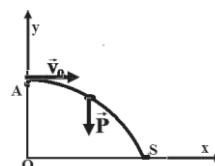
Conditions initiales :

$$A \begin{cases} x_0 = x_A = 0 \\ y_0 = y_A \end{cases} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -gt \end{cases} \Rightarrow \overline{AM} \begin{cases} x = V_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + y_0 \end{cases} \quad (1)$$



L'équation de la trajectoire : (1) donne  $t = \frac{x}{V_0}$  en remplaçant dans (2), on

trouve :  $y = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + y_0$  (3)

2.2. L'abscisse du point S : au point  $y_S=0$  en remplaçant dans (3), on trouve :

$$0 = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + y_0 \Rightarrow y_0 = \frac{g}{2V_0^2}x^2 = \frac{10}{2 \cdot 14^2} 7,67^2 = 1,5m$$

3. L'influence de la masse :

-sur la force : la masse n'a pas d'influence sur la force électrique car elle est indépendante de la masse par contre le poids est proportionnelle à la masse.

-sur l'accélération : l'accélération du mouvement dans le champ est inversement proportionnelle à la masse par contre l'accélération dans le champ de pesanteur est indépendante de la masse.

### Corrigé de l'exercice 5

1.1. Détermination du sens du champ  $\vec{E}$  :

Comme la déviation se fait vers le haut  $F$  est dirigé vers le haut et comme  $q > 0$   $E$  a le même sens c'est-à-dire de  $P_2$  vers  $P_1$ .

1.2. La déviation étant vers le haut, la force  $\vec{F}$  est dirigée vers le haut et  $\vec{E}$  est dirigée vers le haut car  $q > 0$ .

Conditions initiales:

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

Le PFD (Théorème du centre d'inertie) :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

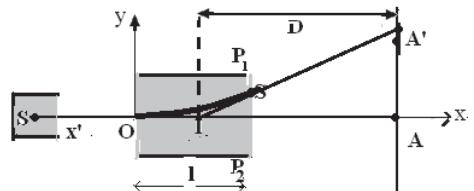
On projette sur  $Ox$

$$0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \quad m.r.u \quad \begin{cases} a_x = 0 \\ V_x = V_0 \\ x = V_0 t \end{cases} \quad (1)$$

On projette sur  $Oy$

$$F = ma_y \Rightarrow a_y = F/m \quad m.r.u.v$$

$$\begin{cases} a_y = \frac{F}{m} \\ V_y = \frac{F}{m}t \\ y = \frac{F}{2m}t^2 \end{cases} \quad (2)$$



L'équation de la trajectoire :

(1)  $\Rightarrow t = x / v_0$ ; en remplaçant  $t$  dans (2), on obtient :

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{2eU}{2.4m_PdV_0^2}x^2 = \frac{eU}{4m_PdV_0^2}x^2$$

### 1.3. Lorsque le champ est supprimé, il n'y a plus de force :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0} \text{ m.r.u}$$

### 1.4. Calcul de la vitesse $V_0$

$$\tan \alpha = \frac{AA'}{AI} \Rightarrow AA' = AI \tan \alpha = D \tan \alpha$$

avec  $\tan \alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \frac{eUl}{2m_p dV_0^2}$

$$\Rightarrow AA' = D \frac{eUl}{2m_p dV_0^2} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{DeUl}{2m_p dAA'}} = 5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

### 1.5. La durée du trajet OS

$$t_s = x_s / V_0 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

Les coordonnées de  $\bar{V}_s$

$$\bar{V}_s \begin{cases} V_{sx} = V_0 = 5 \cdot 10^5 \text{ m/s} \\ V_{sy} = \frac{F}{m} t_s = \frac{2eU}{4m_p d} t_s = \frac{eU}{2m_p d} t_s = 2,95 \cdot 10^5 \text{ m/s} \end{cases}$$

Déduction de  $V_s$ :

$$V_s = \sqrt{V_{sx}^2 + V_{sy}^2} = 5,8 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

La déviation angulaire  $\alpha$

$$\tan \alpha = \frac{V_{sy}}{V_{sx}} = 0,58 \text{ soit } \alpha \approx 30^\circ$$

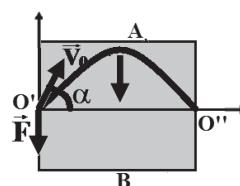
### 2.1. Etude du mouvement entre A et B :

- Conditions initiales

$$O' \begin{cases} x_{o'} = x_0 = 0 \\ y_{o'} = y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \bar{V}_s \begin{cases} V_{sx} = V_s \cos \alpha \\ V_{sy} = V_s \sin \alpha \end{cases}$$

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} & \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} \end{cases} \quad \bar{V} \begin{cases} V_x = V_s \cos \alpha \\ V_y = -\frac{F}{m} t + V_s \sin \alpha \end{cases} \\ O'G & \begin{cases} x = (V_s \cos \alpha)t \\ y = -\frac{F}{2m} t^2 + (V_s \sin \alpha)t \end{cases} \quad (1) \quad (2) \end{aligned}$$



L'équation de la trajectoire :

(1)  $t = x / (V_s \cos \alpha)$ ; en remplaçant  $t$  dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{F}{2mV_s^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha = -\frac{eU'}{4m_p d' V_s^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

## 2.2. Calcul de U' pour que l'électron sorte par le point O''

$$0 = -\frac{eU'}{4m_p dV_s^2 \cos^2 \alpha} l^2 + l \tan \alpha \Leftrightarrow \frac{eU'}{4m_p dV_s^2 \cos^2 \alpha} l = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow U' = \frac{2m_p dV_s^2 \sin 2\alpha}{el} =$$

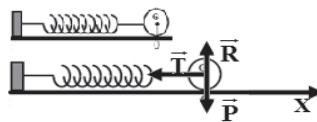
$$\frac{2 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 4 \cdot 10^{-2} \times (5,8 \cdot 10^5)^2 \sin 60}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^{-1}} \approx 2444 \text{ V}$$



### Oscillateur mécanique:

#### 1. Le pendule élastique horizontal:

- ✓ Equation différentielle:



- ✓ Equation horaire:

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

- ✓ Période du mouvement:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ or } \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \text{ soit } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

- ✓ Energie mécanique:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}Kx_m^2$$

#### 2. Le pendule élastique vertical:

- ✓ Condition d'équilibre :

A l'équilibre :  $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow P - T_0 = 0 \Leftrightarrow mg = Kx_0$$

- ✓ Equation différentielle:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe x'x :

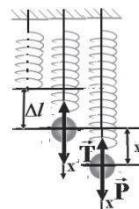
$$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma$$

$$\Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

$$x'' + \frac{Kx}{m} = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0 : m.r.s$$

- ✓ Energie mécanique:

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) \\ &= \frac{1}{2}m\omega^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) \text{ avec } m\omega^2 = k \\ &= \frac{1}{2}k(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 + \Delta l^2) \end{aligned}$$

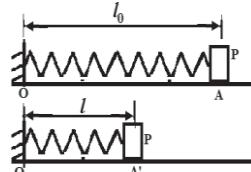




**Exercice 1**

Un jouet est constitué pour l'essentiel d'un palet P de très petites dimensions, assimilable à un point, de masse  $m=100\text{g}$ , lancé à l'aide d'un ressort sur un plateau AB horizontal de longueur  $AB=L=1\text{m}$  sur lequel il peut glisser.

1 Lorsque P est en A, le ressort a sa longueur naturelle  $OA=l_0=10\text{cm}$ . La raideur du ressort est  $K=250\text{N/m}$ . On comprime le ressort de telle sorte qu'il ait la longueur



$OA'=l=3,6\text{cm}$ , P restant en contact avec le ressort. Puis on lâche, le palet sans vitesse initiale (fig 1).

1.1 Quelle est l'énergie mécanique du système palet-ressort au moment où on lâche? Faire l'application numérique.

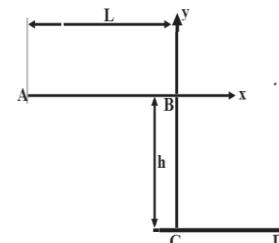
1.2 On néglige les frottements du palet sur le trajet A'A.

On peut montrer et on admettra que le ressort reste en contact avec le palet jusqu'au moment où celui-ci arrive en A. Utiliser la conservation de l'énergie pour trouver l'expression de la vitesse  $V_A$  du palet en fonction de K, l,  $l_0$  et m. Faire l'application numérique.

1.3 A l'aide d'un système approprié, on a mesuré les vitesses  $V_A$  et  $V_B$  et on a trouvé  $V_A=3,2\text{m/s}$  et  $V_B=3,0\text{m/s}$ . On admet que l'ensemble des forces de frottement qu'exerce le plateau sur le palet pendant le trajet AB est réductible à une force unique  $\vec{f}$  constante opposée à la vitesse du palet. Calculer l'intensité f de  $\vec{f}$ .

2 Arrivé en B, le palet quitte le plateau avec le vecteur vitesse  $\vec{V}_B$  pour tomber 1m plus bas.

2.1 Etablir l'équation de la trajectoire du palet dans le repère (Bx ;By) après passage en B (fig 2).



2.2 Le palet heurte en D le plan horizontal situé à la distance  $BC=h=1\text{m}$  au dessous du plateau AB. Quelles sont les coordonnées de D?

2.3 Quelles sont les composantes du vecteur vitesse  $\vec{V}_D$  du palet quand il arrive en D ? Quelle est la valeur de  $V_D$  ?

**Exercice 2**

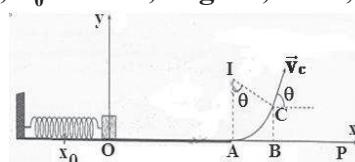
Une piste de lancement est composée :

- D'une portion rectiligne OB= d sur laquelle est disposé un lanceur
- D'un arc de cercle  $\widehat{AC}$  de rayon r de centre I et d'angle au sommet  $\theta$ .
- Le lanceur est un ressort à spires non jointives de raideur K au bout duquel on place un solide de masse.

Données :

$$m = 100\text{g}; d = 5\text{m}; K = 360\text{N.m}^{-1}; \theta = 45^\circ; X_0 = 10\text{cm}; \text{et } g = 9,8\text{ms}^{-2}; r = 5\text{m}$$

Dans tout l'Exercice , on prendra le point O comme origine des espaces et



on négligera les frottements. A l'équilibre, le centre d'inertie  $G_0$  du solide est en  $O$ . On comprime le ressort de  $X_0$  et on le lâche sans vitesse initiale.

1. On suppose que le solide reste accroché au ressort lorsqu'on lâche le système.

1.1. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide.

1.2. Détermination de la solution de l'équation différentielle.

1.2.1 Montrer que  $x = X_m \cos(\omega_0 t + \phi)$  vérifie l'équation différentielle précédente.

1.2.2 Calculer  $\omega_0$ , et  $X_m$  et écrire l'expression de  $x$ .

1.3. Montrer que l'énergie mécanique est constante puis calculer sa valeur.

2. En réalité, arrivé en  $O$ , le solide est propulsé avec une vitesse  $\vec{V}_0$ . Il parcourt la distance  $OA$ , puis l'arc de cercle  $\widehat{AC}$  et quitte la piste en  $C$  avec une vitesse  $\vec{V}_C$  qui fait avec l'horizontale, un angle  $\theta$ .

2.1. Calculer la valeur de  $V_0$  de la vitesse  $\vec{V}_0$ .

2.2. Montrer que  $V_A = 6 \text{ m/s}$ .

2.3. Calculer la vitesse  $V_C$  du solide en  $C$ .

2.4. On prendra  $V_C = 2,7 \text{ m/s}$

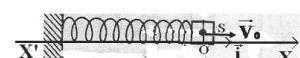
2.4.1 dans le repère  $(O, x, y)$ , établir les équations horaires du mouvement du solide.

2.4.2 En déduire l'équation de la trajectoire.

2.4.3 Déterminer les coordonnées du point d'impact  $P$  ainsi que sa vitesse  $V_P$ .

### Exercice 3

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort ( $R$ ) à spires non jointives de raideur  $K = 16 \text{ N/m}$  et d'un solide  $S$  de masse  $m = 40 \text{ g}$ . Le pendule peut osciller librement sans amortissement ni frottement sur un banc horizontal. A l'instant  $t=0$ , on lance le solide  $S$  à partir de sa position d'équilibre  $O$  avec une vitesse  $\vec{V}_0$  de valeur  $V_0 = 1,4 \text{ m/s}$  suivant l'axe  $X'X$  (voir fig1). Le mouvement du solide est reporté au repère  $(O ; \vec{i})$ .

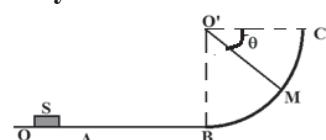


1.1. Déterminer la nature du mouvement et calculer sa période.

1.2. Trouver l'équation horaire du mouvement.

1.3. Donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort+solide) en fonction de  $m$ ,  $k$ ,  $x$  et  $V$  à un instant  $t$  quelconque.

2. Au deuxième passage par la position d'équilibre  $S$  se détache du ressort, continue son mouvement et aborde en  $B$  une piste circulaire  $BC$  de rayon  $r = 10 \text{ cm}$  (fig2). Les frottements sont négligeables.



2.1. Calculer la vitesse au point  $B$ .

2.2. Déterminer l'expression de la vitesse du solide au point  $M$  et calculer sa valeur pour  $\theta = \widehat{COM} = 30^\circ$ .

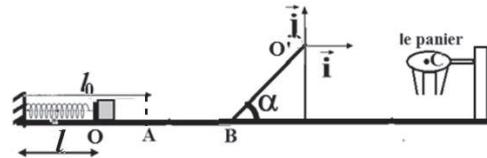
2.3. Calculer la valeur de la réaction de la piste au point  $M$ . Bac D 2011sc

### Exercice 4

*On négligera tous les frottements.*

On considère un jouet d'enfant dont le schéma est représenté ci-dessous.

Le jeu consiste à propulser par l'intermédiaire d'un ressort de raideur  $K$  un palet de masse  $m$  de sorte à l'envoyer dans un panier assimilable à un point C.



Le guide OABO' sur lequel glisse le palet est situé dans un plan vertical.

La partie OAB est rectiligne et horizontale, tandis que BO' également rectiligne est inclinée d'un angle  $\alpha=30^\circ$  par rapport à l'horizontale.

1.1 Etablir dans le repère  $(O', \vec{i}, \vec{j})$ , l'équation cartésienne de la trajectoire du palet, assimilé à son centre d'inertie G, après avoir quitté la piste en O'. On prendra pour origine des dates, l'instant de passage en O'. (1pt)

1.2 Calculer la vitesse  $V_0$  avec laquelle le palet quitte le point O', pour traverser le panier au point C tel que  $C \begin{cases} x_C = 0,5 \\ y_C = -0,1265 \end{cases}$

On donne  $V_0=2$  m/s, calculer la vitesse  $V_B$  avec laquelle le palet a abordé le plan incliné en B.

2 Calculer le raccourcissement  $\Delta l$  du ressort pour que le palet puisse être envoyé dans le panier en appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre les points O et A.

3 On fixe maintenant le palet au ressort. Soit  $G_0$  la position de son centre d'inertie à l'équilibre. On tire sur le ressort pour l'allonger de  $x_0 = 4$  cm et on le lâche sans vitesse initiale à un instant pris comme origine des dates.

Etablir l'équation différentielle caractérisant le mouvement de l'oscillateur et écrire l'équation horaire du mouvement.

4.1 Pour une position x quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort-solide S) en fonction de K, m, x et V. Donner cette expression en fonction de K et  $x_0$ .

4.2 Montrer que l'énergie cinétique du solide peut s'écrire sous la forme :

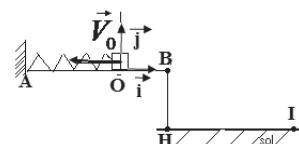
$$E_c = 50(x_0^2 - x^2) . g = 10 \text{ m/s}^2 ; m = 40 \text{ g} ; BO' = l = 50 \text{ cm} ; k = 100 \text{ N/m}. \quad (1pt)$$

### Exercice 5

*On négligera les frottements sauf dans la question 4.*

Un ressort de masse négligeable à spires non jointives, de coefficient de raideur  $K=20 \text{ N/m}$  est fixé par l'une de ses extrémités en A et on accroche à l'autre extrémité un solide S de masse  $m = 0,2 \text{ kg}$  qui peut se déplacer le long d'une table horizontale.

Le solide S étant en position d'équilibre, on lui communique une vitesse  $\vec{v}_0$  dirigée suivant l'axe du ressort dans le sens opposé à  $\vec{i}$  (voir figure) et de module  $V_0 = 0,8 \text{ m/s}$  à la date  $t = 0$ .



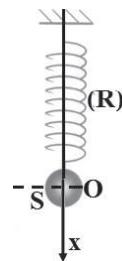
1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide S.
  2. Après avoir préciser les valeurs numériques de la pulsation  $\omega$ , de l'amplitude  $x_m$  et de la phase initiale  $\varphi$ , écrire l'équation horaire du mouvement du solide S.
  - 3.1. Sachant que  $E_p = 0$  lorsque le ressort n'est pas déformé, exprimer à la date  $t$ , l'énergie mécanique  $E_m$  du système (ressort + solide S) en fonction de K, m, x et v. Calculer l'énergie mécanique  $E_m$  à la date  $t = 0$ .
  - 3.2. Donner l'expression de l'énergie mécanique  $E_m$  en fonction de K et de l'amplitude  $x_m$  du mouvement.
  4. Au moment où le solide S passe par sa position d'équilibre dans le sens positif il se détache du ressort et poursuit son mouvement suivant OB.
- Trouver l'intensité de la réaction de la table sachant que le solide S arrive en B avec une vitesse de valeur  $V_B = 0,4\text{m/s}$  et que  $OB = d = 10\text{cm}$ .
5. Le solide S quitte la table au point B.
  - 5.1. Déterminer les équations horaires du mouvement du solide S après B dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$
  - 5.2. Trouver l'abscisse du point de chute I dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  sachant que  $BH = h = 1,25\text{ m}$ .

### Exercice 6

Les frottements sont supposés négligeables. On prendra  $g=10\text{m/s}^2$

Le pendule élastique représenté par la figure est constitué de:

- Un ressort (R) à spires non jointives, d'axe vertical, de masse négligeable et de raideur  $k=60\text{N/m}$ .
- Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse M. La position de G est, à chaque instant, donnée par son abscisse x dans le repère  $(O, \vec{i})$ ; O étant la position de G à l'équilibre.



Le solide (S) est écarté verticalement vers le bas de sa position d'équilibre d'une distance  $x_m=2\text{cm}$ , puis abandonné à lui-même sans vitesse initiale à la date  $t=0$ .

1 Après avoir étudié l'équilibre du solide S calculer sa masse M sachant que l'allongement à l'équilibre  $\Delta l=4\text{cm}$ .

2 Montrer que le mouvement de S est rectiligne sinusoïdal et trouver son équation horaire.

3 On prendra le plan horizontal passant par O comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système (ressort, solide, Terre).

3.1 Exprimer l'énergie potentielle du système à une date t quelconque, en fonction de k, x et  $\Delta l$ .

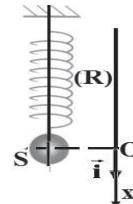
3.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de k,  $\Delta l$  et  $x_m$ .

3.3 Déduire l'expression de l'énergie cinétique du système en fonction de k, x et  $x_m$ .

### Exercice 7

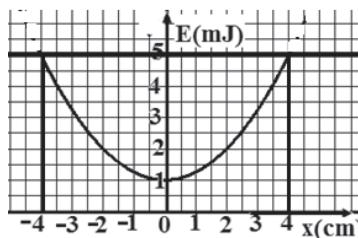
*On néglige la résistance de l'air.*

Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide S de masse m et d'un ressort R de raideur K. Les courbes donnent les variations des énergies mécanique E et potentielle  $E_p$  du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère (O, î).



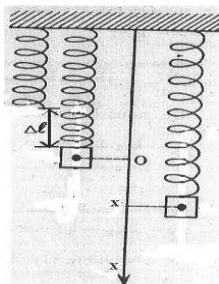
La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine O du repère et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.

1. Trouver l'équation différentielle du mouvement.
2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K, x et  $x_0$  où  $x_0$  est l'allongement à l'équilibre.
3. Montrer que l'énergie mécanique est conservée au cours des oscillations?
4. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K,  $x_m$  et  $x_0$  où  $x_m$  est l'amplitude des oscillations.
5. En se basant sur le graphe déterminer l'amplitude  $x_m$ , la raideur K du ressort et son allongement à l'équilibre  $x_0$ .
6. Montrer que l'énergie cinétique  $E_C$  du solide peut être exprimée en fonction de K,  $x_m$  et x.



### Exercice 8

*On néglige les frottements*



On fixe l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives de raideur K et de masse négligeable comme l'indique la figure.

Le ressort s'allonge de  $\Delta\ell = 2\text{cm}$  lorsqu'on suspend à son autre extrémité une masse ponctuelle  $m=400\text{g}$ .

1. Calculer la valeur de la constante de raideur K du ressort.
2. Le point matériel effectue des oscillations et à un instant t quelconque ce point matériel a pour abscisse x et pour vitesse V.

On prend pour origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par l'origine O des abscisses et pour origine des énergies potentielles élastiques l'énergie potentielle du ressort lorsqu'il n'est ni comprimé ni allongé.

- 2.1. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{PP}$  en fonction de m, g et x.
- 2.2. Exprimer l'énergie potentielle élastique du ressort  $E_{Pe}$  en fonction de m, g, x et K.

**3. Exprimer l'énergie mécanique  $E_m$  du système (ressort-masse- terre) en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $x$ ,  $V$  et  $K$ .**

**4. Déterminer la nature du mouvement et écrire son équation horaire si à l'instant  $t=0$ ,  $x_0=0$  et  $V_0=-2\text{m/s}$ .**

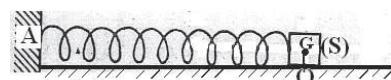
**5. Calculer la valeur de  $E_m$ ,**

### Exercice 9

*Les frottements sont négligeables.*

On considère un ressort très long à spires non jointives de masse négligeable et de raideur  $K$ .

**1. Le ressort est placé sur une table**



horizontale. On fixe l'une des extrémités du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel de masse  $m$ . On déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance  $x_0 = 5\text{cm}$  et on l'abandonne sans vitesse initiale.

**1.1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur le solide et montrer que le système {ressort + solide + terre} est conservatif.**

**1.2. Pour une position  $x$  quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de  $K$ ,  $m$ ,  $x$  et de la vitesse  $V$  du solide.**

**1.3. Donner cette expression en fonction de  $K$  et  $x_0$ . Déduire l'expression de  $V$  en fonction de  $K$ ,  $m$ ,  $x_0$  et  $x$ .**

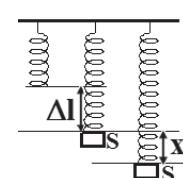
**2.1. Montrer que l'énergie potentielle élastique du ressort peut s'écrire sous la forme :  $E_{pe} = a V^2 + b$ .**

**2.2. L'expérience montre que  $E_{pe} = -0,1 V^2 + 2,5 \cdot 10^{-2}$ . Déduire les valeurs de  $m$  et de  $K$ .**

**2.3. Calculer la vitesse du solide lors du passage par sa position d'équilibre.**

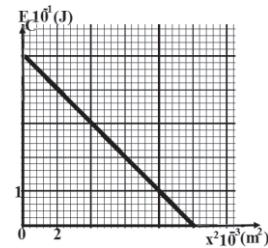
### Exercice 10

On considère le système ci-contre constitué d'un solide  $S$  de masse  $m$  accroché à l'extrémité inférieure d'un ressort  $R$  vertical à spire non jointives, de masse négligeable et de raideur  $K$  dont l'extrémité supérieure est fixe. Soit  $\Delta l$  l'allongement du ressort à l'équilibre. On écarte le solide  $S$  de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance  $x_0$  et on l'abandonne sans vitesse à un instant pris comme origine des instants.



**1. On prend comme origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par la position d'équilibre et comme origine des énergies potentielles élastiques la position du ressort lorsqu'il n'est ni allongé ni comprimé.**

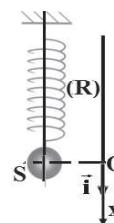
- 1.1. Etablir l'expression de l'énergie mécanique  $E$  du système {solide+ressort+terre} en fonction de  $x$ ,  $V$ ,  $\Delta l$ ,  $m$  et  $K$ .**
- 1.2. Montrer que cette énergie est constante et l'exprimer en fonction de  $K$ ,  $x_0$  et  $\Delta l$ .**
- 1.3. Déduire la nature du mouvement.**
- 2. Un dispositif approprié permet de tracer la courbe représentative de l'énergie cinétique en fonction de  $x^2$  comme l'indique le graphe.**
- 2.1. Trouver l'expression de l'énergie cinétique en fonction de  $K$ ,  $x$  et  $x_0$ .**
- 2.2. Déterminer graphiquement l'équation  $E_C = f(x^2)$ .**
- 2.3. Par identification des deux expressions précédentes, déterminer les valeurs de  $K$  et de  $x_0$ .**
- 2.4. Calculer les valeurs de l'allongement  $\Delta l$  et de la masse  $m$  si l'énergie mécanique vaut 1joule.**



### Exercice 11

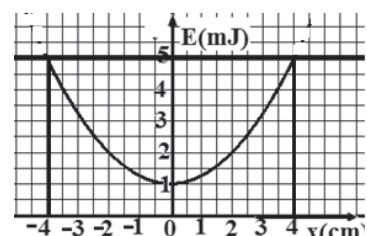
*On néglige la résistance de l'air.*

Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide  $S$  de masse  $m$  et d'un ressort  $R$  de raideur  $K$ . Les courbes donnent les variations des énergies mécanique  $E$  et potentielle  $E_P$  du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse  $x$  du centre d'inertie  $G$  du solide dans le repère  $(O, \vec{i})$ .



La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine  $O$  du repère et le plan horizontal passant par  $O$  est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.

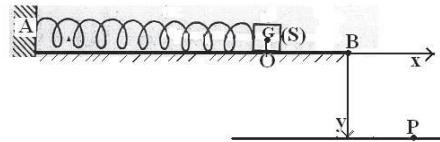
- 1. Trouver l'équation différentielle du mouvement.**
- 2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de  $K$ ,  $x$  et  $x_0$  où  $x_0$  est l'allongement à l'équilibre.**
- 3. Montrer que l'énergie mécanique est conservée au cours des oscillations?**
- 4. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de  $K$ ,  $x_m$  et  $x_0$  où  $x_m$  est l'amplitude des oscillations.**
- 5. En se basant sur le graphe déterminer l'amplitude  $x_m$ , la raideur  $K$  du ressort et son allongement à l'équilibre  $x_0$**
- 6. Montrer que l'énergie cinétique  $E_C$  du solide peut être exprimée en fonction de  $K$ ,  $x_m$  et  $x$ .**



### Exercice 12

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K ; est placé sur une table horizontale.

L'une des extrémités du ressort est soudée en un point A et l'autre extrémité est fixée à un solide S de centre d'inertie G et de masse  $m=100\text{g}$ .



Le solide S qu'on assimile à un point matériel peut glisser sans frottement sur la table.

1. On écarte le solide S de sa position d'équilibre d'une distance de 3cm et on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant qu'on prendra pour origine des temps. Le mouvement de S sera étudié dans le repère d'axe Ox dont l'origine O coïncide avec la position du centre d'inertie G à l'équilibre (voir fig).

1.1. Montrer que le mouvement de S est rectiligne sinusoïdal.  
1.2. Exprimer la raideur K du ressort en fonction de la masse m et de la période T du mouvement. Calculer K sachant que la durée de 10 oscillations du solide est 3,14s.

- 1.3. Déterminer l'équation horaire du mouvement de S.  
1.4. Calculer l'énergie mécanique du système (solide S + ressort).  
2. Au passage par la position d'équilibre dans le sens positif le solide se détache et continue son mouvement sur la table pour la quitter au point B.  
2.1. Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement aérien dans le repère (B ,x,y) de la figure.  
2.2. Trouver les coordonnées du point de chute P si la durée de cette chute est 0.4s.

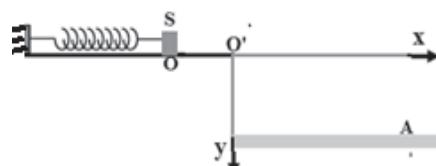
### Exercice 13

*Les frottements sont négligeables*

On considère un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur  $K=50\text{N/m}$ . Le ressort est placé sur une table horizontale.

On fixe l'une des extrémités du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel S de masse  $m=500\text{g}$ .

A l'instant  $t=0$ , on déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance  $x_0 = 2\text{cm}$  et on lui communique une vitesse  $v_0 = \frac{\sqrt{3}}{5}\text{m/s}$ .



1.1. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie du solide.

**1.2.** Déterminer l'équation horaire du mouvement. Quelle est la vitesse au passage par la position d'équilibre dans le sens positif ?

**1.3.** Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur et montrer qu'elle est constante. Retrouver la valeur maximale de la vitesse du mobile en utilisant le principe de la conservation de l'énergie mécanique.

**2.** Le solide se détache du ressort au passage par la position d'équilibre O dans le sens positif et continue son mouvement sur la table pour la quitter au point O' et atteindre le point A au sol situé 5 cm plus bas (voir figure).

*L'instant de passage de S en O' est considéré comme origine des dates.*

**2.1.** Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère  $(O', x, y)$ .

**2.2.** Trouver les coordonnées du point A.

**2.3.** Calculer les composantes du vecteur vitesse  $\vec{V}_A$  au point A ; en déduire son module puis préciser l'angle  $\beta$  qu'il fait avec la verticale passant par A.

#### Exercice 14

*Les frottements sont négligeables.*

Soit un ressort R élastique de masse négligeable, de constante de raideur

$K=20\text{N/m}$ , guidé par une tige horizontale. Une des

extrémités est fixée en un point A l'autre est attachée à un

solide ponctuel S de masse m, qui coulisse sur la tige. Dans la

position d'équilibre, le centre d'inertie G du solide est en O.

**1.** Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.

**2.** Ecrire l'équation horaire du mouvement  $x=f(t)$  sachant qu'à l'instant  $t=0$  le centre d'inertie G du solide passe en O dans le sens positif et qu'il décrit un segment de 4cm au cours des oscillations dont la période est  $T=0,05\text{s}$ .

**3.** Montrer que l'énergie mécanique E du système est égale à  $4 \cdot 10^{-3}\text{J}$ , sachant que l'énergie potentielle de pesanteur au niveau de la tige est nulle.

**4.** Calculer l'énergie cinétique du système à l'instant  $t=0,25\text{s}$ .

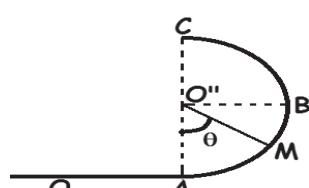
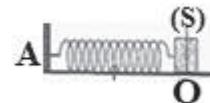
**5.** A la date  $t=5\text{s}$ , la masse se détache du ressort et se déplace suivant une piste OABC constituée de deux parties:

➤ OA rectiligne.

➤ ABC en forme de demi-cercle de centre O'' et de rayon  $r=10\text{cm}$ .

**5.1.** Calculer la vitesse du solide S à l'arrivée en A.

**5.2.** Trouver l'expression de la vitesse de S en M tel que  $(AO''M)=\theta$  et calculer sa valeur au point C. On donne  $g=10\text{m/s}^2$ .





### Corrigé de l'exercice 1

#### 1.1 Calcul de l'énergie mécanique à l'instant où on lâche le palet

L'expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$$

Or  $E_{pp}=0$  à  $t=0$ ;  $E_c=0$ ;  $E_{pe}=\frac{1}{2}K\Delta l^2$

soit  $E_m = E_p = \frac{1}{2}K\Delta l^2 = \frac{1}{2}K(l - l_0)^2$  (1) AN :  $E_m = 0,512J$

#### 1.2 Au point A pas d'allongement

$$E_A = \frac{1}{2}mV_A^2$$

Comme l'énergie mécanique est toujours constante :

$$E_m = \frac{1}{2}mV_A^2 = \frac{1}{2}K\Delta l^2 \Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{K}{m}}(l_0 - l)$$

A.N :  $V_A = 3,2m/s$ .

#### 1.3 Calcul de f

$$\Delta E_C = \sum W_F$$

$$E_{CB} - E_{CA} = \underbrace{W_P}_0 + W_f + \underbrace{W_{Rn}}_0$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -fxL \Rightarrow f = \frac{m}{2L}(V_A^2 - V_B^2) \text{ A.N: } f = 0,062N$$

#### 2 Conditions initiales :

$$O \begin{cases} x_B = x_0 = 0 \\ y_B = y_0 = 0 \end{cases} \vec{v}_B \begin{cases} V_{Bx} = V_B \\ V_{By} = 0 \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} V_x = V_B \\ V_y = -gt \end{cases} \Rightarrow \overline{BM} \begin{cases} x = V_B t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (1)$$

L'équation de la trajectoire

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_B}$$

On remplace t dans y soit  $y = -\frac{g}{2V_B^2}x^2$

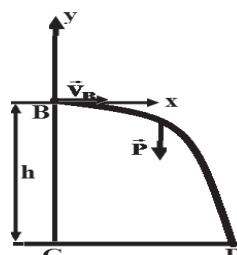
2.2 Lorsque le palet touche le sol au point D nous aurons  $y_D = -h$

$$y_D = -\frac{g}{2V_B^2}x_D^2 = -h \Leftrightarrow x_D = \sqrt{\frac{2h}{g}}V_B = 1,36m$$

L'instant  $t_D$  correspondant est  $t_D = \frac{x_D}{V_B} = 0,45s$

2.3 Les composantes  $\vec{v}_D$   $\vec{v}_D \begin{cases} V_{Dx} = V_B = 3 \\ V_{Dy} = -gt_D = 4,45 \end{cases}$

D'où la valeur  $v_D = \sqrt{V_{Dx}^2 + V_{Dy}^2} = 5,37m/s$



### Corrigé de l'exercice 2

**L'équation différentielle du mouvement :**  
 soit  $x$  l'abscisse du solide par rapport à l'origine  
 $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

$$\text{Proj/Ox : } -T + 0 + 0 = ma \Rightarrow -Kx = ma \Leftrightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

C'est une équation différentielle du second degré dont la solution est de la forme :  
 $x = X_m \cos(\omega_0 t + \phi)$

**2.1 La dérivée seconde de l'équation donne :  $a + \omega_0^2 x = 0$  ce qui montre que  $x = X_m \cos(\omega_0 t + \phi)$  est une solution de l'équation différentielle.**

**2.2 Calcul des constantes :**

- $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{360}{0,1}} = 60 \text{ rad/s}$
- Le solide a été lâché sans vitesse initiale  $X_m = x_0 = 0,1 \text{ m}$
- La phase initiale se calcule à partir des conditions initiales :

$$\cos\phi = \frac{x_0}{X_m} = 1 \Rightarrow \phi = 0$$

L'équation horaire du mouvement est :  $x = 0,1 \cos(60t)$

**3. On considère que le système étudié est constitué de (la terre-ressort-solide)**  
 Ce qui le rend pseudo-isolé et permet de dire que  $E_m = \text{Cte}$

$$\text{Calcul de } E_m : E_m = E_{mi} = \frac{1}{2} K x_0^2 \quad \text{A.N : } E_m = \frac{1}{2} \times 360 \times (0,1)^2 = 1,8 \text{ J}$$

II.

**1. Calcul de la vitesse de passage par l'équilibre :**

$$\text{L'énergie est conservée : } E_{m(eq)} = E_{mi} \quad \frac{1}{2} m V_0^2 = E_{mi} \quad , V_0 = \sqrt{\frac{2E_{mi}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{0,1}} = 6 \text{ m/s}$$

**2-En appliquant le théorème de variation de l'énergie cinétique entre O et B on trouve :**

$$\Delta E_c = E_{cA} - E_{cO} = W(\vec{P}) + W(\vec{Rn})$$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = 0 \quad , V_A^2 = V_0^2 \Rightarrow V_A = V_0 = 6 \text{ m/s;}$$

**3-La vitesse au point C**

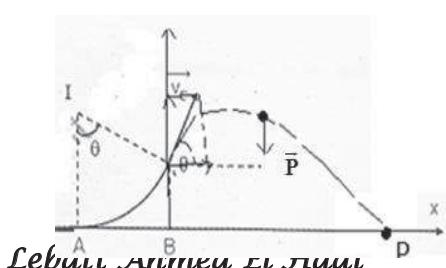
$$V_C = \sqrt{V_A^2 - 2gr(1-\cos\theta)}$$

$$\text{A.N : } V_C = \sqrt{36 - 2 \cdot 9,8 \times 5 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = 2,7 \text{ m/s}$$

**4.1 Conditions initiales :**

$$\begin{cases} x_0 = d \\ y_0 = h = r(1 - \cos\theta) \end{cases} \quad \vec{V} \begin{cases} V_{Cx} = V_c \cos\theta \\ V_{Cy} = V_c \sin\theta \end{cases}$$

*Essebil au Bac*



### Etude du mouvement

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \quad \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\text{Proj/0x : } 0 = ma_x, m \neq 0$$

$$a_x = 0 \text{ le mvt est r.u}$$

Les équations horaires du mvt sur ox sont :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ V_{ox} = V_c \cos \theta \\ x = V_c \cos \theta t + d \end{cases}$$

$$\text{Proj/0y : } -mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g \text{ le mvt est r.u.v}$$

Les équations horaires du mvt sur oy sont :

$$\begin{cases} a_y = -g \\ V_y = -gt + V_c \sin \theta \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_c \sin \theta t + r(1 - \cos \theta) \end{cases}$$

4.2 L'équation de la trajectoire :

$$t = \frac{x - d}{V_c \cos \theta}$$

On remplace dans y et on obtient ;

$$y = -\frac{g}{2V_c^2 \cos^2 \theta} x^2 + x \left( \frac{gd}{V_c^2 \cos^2 \theta} + \tan \theta \right) - \frac{gd^2}{V_c^2 \cos^2 \theta} - dtan \theta + r(1 - \cos \theta)$$

$$\text{Soit : } y = -1,3x^2 + 14,4x - 37$$

4.3 Les coordonnées du point de chute : au point de chute  $y_p=0$

$$-1,3x^2 + 14,4x - 37 = 0 \text{ soit } x_p = 10,2 \text{ m}$$

### Corrigé de l'exercice 3

#### 1.1 Nature du mouvement.

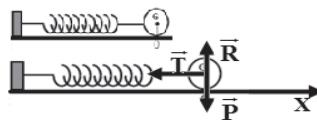
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe Ax :

$$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$$\text{La valeur de la période : } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10} = 0,314 \text{ s}$$



1.2 L'équation horaire du mouvement :

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$\text{Calcul de la pulsation : } \omega = \frac{2\pi}{T} = 20 \text{ rad/s}$$

$$\text{Conditions initiales : } \begin{cases} x_0 = x_m \cos \phi & (1) \\ V_0 = -x_m \omega \sin \phi & (2) \end{cases}$$

à  $t = 0$   $x_0 = 0\text{m}$  et  $V_0 = 1,4\text{m/s}$

$$V_0^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Rightarrow x_m = \left| \frac{V}{\omega} \right| = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \text{Soit } x_m = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

**Calcul de la phase initial  $\phi$**

$$(1) \Rightarrow \cos \phi = \frac{x_0}{x_m} \Rightarrow \phi = -\frac{\pi}{2} \text{ car } V_0 > 0$$

D'où l'équation horaire :  $x = 7 \cdot 10^{-2} \cos(20t - \frac{\pi}{2})$

**1.3 L'expression de l'énergie mécanique :**

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe} \quad \text{or} \quad E_{pp} = 0; \quad E_c = \frac{1}{2} m V^2 \quad \text{et} \quad E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\text{D'où } E_m = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

**2.1 Calcul de  $V_B$**

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{CB} - E_{CO} = 0 \Rightarrow V_B = V_0 = x_m \omega = 1,47 \text{ m/s}$$

**2.2 Calcul de  $V_M$**

$$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cM} - E_{cB} = -mgh \text{ avec } h = r(1 - \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow V_M = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1 - \sin \theta)} \quad \text{A.N : } V_M = 1 \text{ m/s}$$

**2.3 Expression de  $R_M$**

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_C = m\vec{a}$$

Par projection sur la normale, on obtient :

$$-mg \sin \theta + R = m \frac{V_M^2}{r} \quad R = m(g \sin \theta + \frac{V_M^2}{r}) \quad \text{A.N : } R = 0,6 \text{ N}$$

**Corrigé de l'exercice 4**

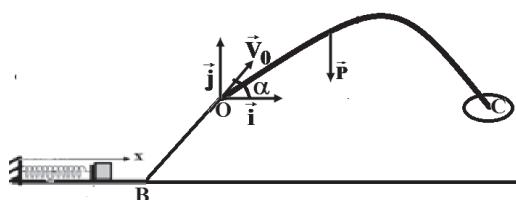
**Conditions initiales :**

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}$$

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \overline{OM} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$



**L'équation de la trajectoire**

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$$

$$\text{On remplace } t \text{ dans } y : y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

**1.2 Calcul de  $V_0$**

La trajectoire passe par C alors les coordonnées de C vérifie l'équation de la trajectoire :

$$-0,1265 = -\frac{10}{2V_0^2} \frac{3}{4} 0,5^2 + 0,58 \times 0,5 \Leftrightarrow V_0 = 2 \text{ m/s}$$

### 1.3 Calcul de $V_B$

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$$

En appliquant le théorème  $E_{CO} - E_{CB} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R}_n}}_0$

$$\frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgx \sin \alpha \Rightarrow V_B = \sqrt{V_0^2 + 2OBg \sin \alpha} = 3 \text{ m/s}$$

### 2 Calcul de $\Delta I$

Au point B on a  $E_{m1} = \frac{1}{2}mV_B^2$

Au point O on a  $E_{m2} = \frac{1}{2}K\Delta I^2$  L'énergie mécanique du système étant

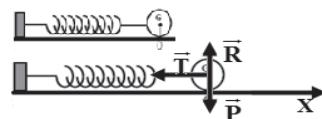
conservée  $\frac{1}{2}K\Delta I^2 = \frac{1}{2}mV_B^2 \Rightarrow \Delta I = V_B \sqrt{\frac{m}{K}} = 0,03 \text{ m}$

### 3.1 Nature du mouvement.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe Ax :

$$-\vec{T} = m\vec{a} \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$



C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

### 3.2 L'équation horaire du mouvement :

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

La valeur de la pulsation

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,04}} = 50 \text{ rad/s} \quad \text{Conditions initiales : } \begin{cases} x_0 = x_m \cos \phi & (1) \\ V_0 = -x_m \omega \sin \phi & (2) \end{cases}$$

à  $t = 0$   $x_0 = 4.10^{-2} \text{ m}$  et  $V_0 = 0$

$$V^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Leftrightarrow x_m = x_0 = 4.10^{-2} \text{ m}$$

Calcul de la phase initial  $\phi$

$$(1) \Rightarrow \cos \phi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \phi = 0$$

D'où l'équation horaire :  $x = 4.10^{-2} \cos(50t)$

4.1 L'expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$$

$$\text{or } E_{pp} = 0; E_c = \frac{1}{2}mv^2; E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2$$

$$\text{soit } E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \quad (1)$$

Comme l'énergie mécanique est toujours constante alors lorsque  $x=x_0$ , la vitesse est nulle et l'énergie mécanique devient :

$$E_m = \frac{1}{2}Kx_0^2 \quad (2)$$

#### 4.2 L'expression de $E_C$ :

1<sup>ère</sup> méthode

En égalisant les relations (1) et (2) on obtient :

$$E_C + E_P = \frac{1}{2}Kx_0^2 \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}Kx_0^2 - E_P = \frac{1}{2}Kx_0^2 - \frac{1}{2}Kx^2$$

$$E_C = \frac{K}{2}(x_0^2 - x^2) = 50(x_0^2 - x^2)$$

2<sup>ème</sup> méthode

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(x_0^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(x_0^2 - x^2) = 50(x_0^2 - x^2)$$

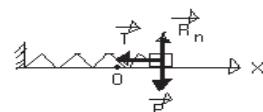
#### Corrigé de l'exercice 5

1 L'équation différentielle du mouvement :

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe Ox     $-T=ma \Leftrightarrow$   
 $a+(k/m)x=0$



#### 2. • Calcul de la pulsation $\omega$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{A.N : } \omega = 10 \text{ rad/s}$$

#### • Calcul de l'amplitude $x_m$ et de la phase initiale $\phi$

$$\text{A } t=0 : x_0=0 \text{ et } v_0=-0,8 \text{ m/s} \Leftrightarrow x_m \cos \phi = 0 \text{ et } -x_m \omega \sin \phi = -0,8$$

Soit  $x_m=8.10^{-2} \text{ m}$  et  $\phi=\pi/2$  d'où l'équation horaire :  $x=8.10^{-2} \cos(10t + \pi/2)$

3.1 Expression de l'énergie mécanique en fonction de K, m, v et x :

$$E_m = E_c + E_p \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 ; \text{ à } t=0 \quad E_m = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{sa valeur est alors:}$$

$$E_m = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ J.}$$

3.2 Expression de l'énergie mécanique en fonction de K et de  $x_m$  :

$$E_m = \frac{1}{2}mx_m^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) \text{ comme } m\omega^2 = k \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}kx_m^2$$

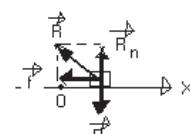
#### 4. • Calcul de la réaction R : $R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$

#### • Déterminons $R_n$ puis f :

En appliquant la R.F.D, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\vec{a}$$

En projetant suivant la verticale descendante :



$$P - R_n = 0 \Rightarrow R_n = P \quad A.N : R_n = 2N.$$

En projetant suivant l'axe Ox :

$$-f = ma \text{ avec } a = (v_B^2 - v_0^2)/2d \Rightarrow f = -m(v_B^2 - v_0^2)/2d \quad A.N : f = 0,48N.$$

R serait alors :  $R = 2,06N$ .

### 5.1 Etude du mouvement de chute dans le vide :

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

En projetant suivant l'axe Ox :  $a_x = 0 \Rightarrow m.r.u$  d'équation horaire :  $x = v_B t + d$

En projetant suivant l'axe Oy :  $a_y = -g \Rightarrow m.r.u.v$  d'équation horaire :  $y = -\frac{1}{2}gt^2$

### 5.2 L'abscisse du point d'impact I sur le sol :

$$\text{au point I } y_I = -h \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ soit } x_I = v_B t + d \quad A.N : x_I = 0,3m$$

### Corrigé de l'exercice 6

#### 1 Etude de l'équilibre :

$$\text{A l'équilibre : } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$$

$$P - T_0 = 0 \Rightarrow M = \frac{K\Delta\ell}{g} \quad \text{Soit } M = 0,24\text{kg}$$

#### 2 Nature du mouvement.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

#### En projetant suivant l'axe x'x :

$$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta\ell + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{60}{0,24}} = 15,8 \text{ rad/s}$$

L'équation horaire du mouvement :

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

La pulsation :  $\omega = 15,8 \text{ rad/s}$  et l'amplitude  $x_m = 2\text{cm}$ .

Calcul de la phase initial  $\phi$

$$\cos \phi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \phi = 0$$

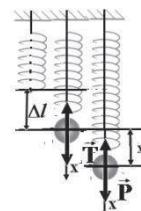
D'où l'équation horaire :

$$x = 2 \cdot 10^{-2} \cos(15,8 t)$$

#### 3.1 Expression de l'énergie potentielle

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} \text{ avec } E_{pp} = -mgx \text{ et } E_{pe} = \frac{1}{2}K(\Delta\ell + x)^2$$

En remplaçant, on obtient :  $E_p = \frac{1}{2}K(\Delta\ell^2 + x^2)$



### 3.2 Expression de l'énergie mécanique :

$E_m = E_c + E_p$  Soit

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} K(x^2 + \Delta l^2) \\ &= \frac{1}{2} m\omega^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2} K(x^2 + \Delta l^2) \text{ avec } m\omega^2 = k \\ &= \frac{1}{2} k(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2} K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2} K(x_m^2 + \Delta l^2) \end{aligned}$$

Déduction de l'expression de  $E_C$  :

$$E_C = E_m - E_p = \frac{1}{2} K(x_m^2 + \Delta l^2) - \frac{1}{2} K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2} K(x_m^2 - x^2)$$

**Corrigé de l'exercice 7**

1 Etude de l'équilibre :

$$\begin{aligned} \text{A l'équilibre : } \sum \vec{F}_{\text{ext}} &= \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0} \\ \Leftrightarrow P - T_0 &= 0 \Leftrightarrow mg = Kx_0 \end{aligned}$$

Nature du mouvement.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe x'x

$$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m} x = 0$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal

2 Expression de l'énergie potentielle

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} \text{ avec } E_{pp} = -mgx \text{ et } E_{pe} = \frac{1}{2} K(x_0 + x)^2$$

En remplaçant, on obtient :  $E_p = \frac{1}{2} K(x_0^2 + x^2)$

4 Expression de l'énergie mécanique :

$$\Delta E_m = \sum \vec{W}_{F_{\text{ext}}} + \sum \vec{W}_{F_{\text{int dissip}}} = 0 \Leftrightarrow E_m = E_{m0}$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} K(x_0^2 + x^2) = \frac{1}{2} K(x_0^2 + x_m^2)$$

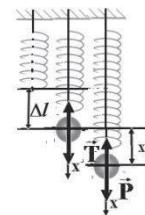
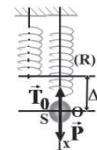
5 D'après la courbe  $x_m = 4.10^{-2} \text{ m}$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} Kx_0^2 = 10^{-3} \\ \frac{1}{2} Kx_0^2 + \frac{1}{2} Kx_m^2 = 510^{-3} \end{cases}$$

Soit  $x_0 = 2.10^{-2} \text{ m}$  et  $K = 5 \text{ N/m}$

6 L'expression de  $E_C$  :

$$E_C = E_m - E_p = \frac{1}{2} K(x_m^2 + x_0^2) - \frac{1}{2} K(x^2 + x_0^2) = \frac{1}{2} K(x_m^2 - x^2)$$



### Mouvement d'un satellite au tour de la terre :

- Expression de  $g$  en fonction de l'altitude  $h$ :

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

- Au niveau du sol :

$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

- Relation entre  $g$  et  $g_0$  :

$$g = \frac{g_0 R^2}{r^2} = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2}$$

- Nature du mouvement:

$$\begin{cases} a_t = 0 \\ V = \text{cte} \Rightarrow m.u \Leftrightarrow m.c.u \\ r = \frac{GM}{V^2} = \text{cte} \Rightarrow m.c \end{cases}$$

- Expression de  $V$ :

- soit  $V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$  soit  $V = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$

- Expression de  $T$ :

$$\text{soit } T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$\text{soit } T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

- Satellite géostationnaire:

C'est un satellite qui évolue dans le plan de l'équateur terrestre et dans le même sens de rotation de la terre ; la période du satellite géostationnaire est égale à celle de la terre.

- Energie mécanique d'un satellite

- ✓ Energie cinétique :

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 \Leftrightarrow E_C = \frac{GmM}{2(R+h)}$$

- ✓ Energie potentielle de pesanteur :

- Si l'origine est choisie à l'infini :

$$E_p = -\frac{GmM}{(R+h)}$$

- Si l'origine est choisie à la surface de la terre :

$$E_p = -\frac{GmM}{(R+h)} + \frac{GmM}{R}$$

- ✓ Expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = -\frac{GmM}{(R+h)} \text{ ou bien } E_m = -\frac{GmM}{2(R+h)} + \frac{GmM}{R}$$



### Exercice 1

Pour étudier le passage d'une comète au voisinage de notre planète, un satellite lanceur de sonde est mis en orbite autour de la terre.

Données :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; masse de la terre  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ ; rayon de la terre  $R_T = 6400 \text{ Km}$ .

La terre est considérée comme un corps à répartition sphérique de masse.

1. Etude du mouvement circulaire du système lanceur-sonde dans le référentiel géocentrique. Dans un premier temps, le système lanceur sonde est supposé mis en orbite circulaire à l'altitude  $h_0 = 200 \text{ Km}$ . Il évolue avec une vitesse  $V_0$ .

1.1 En supposant ce système uniquement soumis au champ gravitationnel terrestre, montrer que son mouvement est uniforme.

1.2 Exprimer la vitesse  $V_0$  en fonction de  $G$ ,  $M_T$ ,  $R_T$  et  $h_0$  et calculer sa valeur en  $\text{Km.s}^{-1}$ .

1.3 Etablir l'expression de sa période  $T_0$  en fonction de  $R_T$ ,  $h_0$ ,  $V_0$  et la calculer.

2. L'énergie potentielle de gravitation s'écrit  $E_p = -\frac{GmM}{r}$ ,  $r$  étant le rayon de l'orbite,  $m$  est la masse du système.

2.1 Pour l'altitude  $h_0$ , exprimer l'énergie mécanique  $E_{m0}$  du satellite sur une orbite circulaire de rayon  $r_0$  en fonction de  $G$ ,  $M_T$ ,  $m$  et  $r_0$  puis en fonction de la vitesse  $V_0$ .

2.2 Exprimer successivement l'énergie mécanique  $E_{m0}$  et l'énergie potentielle  $E_{p0}$  en fonction de l'énergie cinétique  $E_{c0}$  sur cette même orbite.

2.3 Exprimer l'énergie  $W$  fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon  $r_0$  à l'orbite géostationnaire de rayon  $r$  en fonction de  $G$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $r_0$  et  $r$ .

3 Lorsque l'altitude du satellite est peu élevée, il peut subir les frottements des hautes couches de l'atmosphère. Son énergie mécanique diminue suivant la loi  $E_m = E_{m0}(1+a.t)$ ;  $a > 0$

On suppose que la trajectoire est circulaire. Montrer que le rayon de l'orbite diminue avec le temps alors que la vitesse augmente.

### Exercice 2

1. Un satellite artificiel de masse  $m=200 \text{ kg}$  tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon  $r$ .

1.1. Calculer la vitesse  $v_1$  de ce satellite en fonction de  $r$ , de la masse  $M$  de la terre et de la constante de gravitation  $G$ . A.N :  $r=7000 \text{ km}$ ;  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$  et  $M=6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

1.2 L'énergie potentielle du système {satellite-terre} étant  $E_p = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r}$  où

$R$  est le rayon de la terre ; donner l'expression de l'énergie mécanique de ce système en fonction de  $G$ ,  $m$ ,  $M$ ,  $r$  et  $R$ . La calculer. On donne:  $R=6400 \text{ km}$ .

**1.3 Calculer l'énergie à fournir à ce satellite pour qu'il passe de l'orbite de rayon  $r$  à une autre de rayon  $r'=7100\text{km}$ .**

**2 On considère que la terre est un point matériel qui tourne autour du soleil de masse  $M=2.10^{30}\text{kg}$  sur une orbite circulaire de rayon  $r=1,5.10^8\text{km}..$**

**2.1. Exprimer la vitesse angulaire  $\omega$  et la période  $T$  du mouvement de la terre.**

**2.2. Exprimer le rapport  $\frac{T^2}{r^3}$  en fonction de  $G$  et  $M$ .**

**2.3. Calculer  $T$ . Cette valeur est-elle vraisemblable ?**

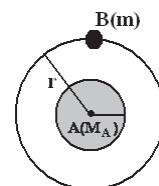
### Exercice 3

Dans cet Exercice , les mouvements étudiés sont rapportés à des repères galiléens.

Les mobiles étudiés présentent une répartition à symétrie sphérique.

Donnée  $G = 6,67.10^{-11} \text{ S.I.}$

**1 Dans un repère, on étudie deux satellites A et B. On suppose que la masse  $M_A$  du mobile A est très grande devant celle  $m$  du mobile B. Le mobile B tourne autour de A considéré comme étant fixe (voir fig ).**



**1.1. Montrer que le mouvement de B autour de A est un mouvement circulaire uniforme.**

**1.2. Etablir la relation qui lie la vitesse  $V$  du centre d'inertie de B, le rayon  $r$  de l'orbite, la masse  $M_A$  de A et la constante de gravitation universelle  $G$ .**

**1.3. Soit  $T$  la période de B autour de A. Exprimer  $V$  en fonction de  $T$  et  $r$  , en déduire la relation  $\frac{r^3}{T^2} = kM_A$  et donner l'expression de  $k$  en fonction de  $G$ .**

**2. Un satellite artificiel tourne autour de la terre (dont la masse  $M_T = 5,98.10^{24}\text{kg}$ ) dans une orbite de rayon  $r = 42,3 .10^3\text{km}$ .**

**2.1. Calculer la période de ce satellite artificiel. Comment appelle-t-on ce type de satellite, s'il tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre?**

**2.2. Tous les satellites se trouvant sur cette orbite ont-ils la même vitesse ? La même masse ? Justifier.**

**3. Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25 jours une orbite de rayon  $r'=1,496.10^8\text{km}$ . Calculer la masse  $M_S$  du soleil.**

### Exercice 4

Un satellite supposé ponctuel, de masse  $m$ , décrit une orbite circulaire d'altitude  $h_1$  autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon  $R$ . On fera l'étude dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

**1. Etablir l'expression de l'intensité  $g$  du vecteur champ de gravitation à l'altitude  $h_1$  en fonction de sa valeur au sol  $g_0$  de  $R$  et  $h_1$ .**

**2. Déterminer l'expression de la vitesse  $V_1$  du satellite, celle de sa période  $T_1$  en fonction  $g_0$  de  $R$ ,  $h_1$  et celle de son énergie cinétique  $E_{C1}$  en fonction  $g_0$ ,  $m$ ,  $R$  et  $h_1$ . A.N:  $h_1=400 \text{ km}$  ;  $g_0=9,81\text{m/s}^2$  ;  $m= 1020\text{kg}$  ;  $R = 6400\text{km}$ .**

**3. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation à l'altitude  $h_1$  est donnée par la relation  $E_{p1} = -\frac{GmM}{R+h_1}$ , M est la masse de la Terre, G la constante universelle de gravitation.**

**3.1. Exprimer  $E_{p1}$  en fonction de m, R,  $g_0$  et  $h_1$ .**

**3.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique  $E_{m1}$  en fonction de m, R,  $g_0$  et  $h_1$ .**

Comparer cette énergie mécanique à l'énergie cinétique  $E_{C1}$  puis à l'énergie potentielle  $E_{p1}$ .

**4. On fournit au satellite un supplément d'énergie,  $\Delta E = +5,0 \cdot 10^8 \text{ J}$ , il prend alors une nouvelle orbite circulaire. Déterminer :**

**4.1. Sa nouvelle énergie cinétique  $E_{C2}$  et sa vitesse  $V_2$ .**

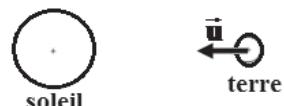
**4.2. Sa nouvelle énergie potentielle  $E_{p2}$  et son altitude  $h_2$ .**

### Exercice 5

On considère le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen. On suppose que ce mouvement se fait sur une trajectoire circulaire, de rayon  $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .

On néglige l'action de tout autre astre et on s'aidera du schéma suivant :

**1. Donner les caractéristiques de la force subie par la Terre et la représenter.**



**2. Appliquer la R.F.D à la Terre et montrer que son mouvement est uniforme.**

**3. En déduire l'expression du vecteur accélération de la terre en fonction de la constante de gravitation universelle G, de la masse du Soleil  $M_s$  du rayon r de la trajectoire et du vecteur unitaire  $\vec{u}$  ; le représenter sans considération d'échelle sur le schéma.**

**4. Quelle relation peut-on alors écrire entre l'accélération a et la vitesse V du centre d'inertie de la Terre?**

**5. Donner l'expression de la vitesse V en fonction de la constante de gravitation universelle G, la masse du Soleil  $M_s$  et le rayon r de la trajectoire. Calculer la valeur de cette vitesse.**

**6. Donner l'expression de la période de rotation T de la Terre autour du Soleil en fonction de la vitesse V et du rayon r de sa trajectoire. Montrer alors qu'on peut écrire que  $T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_s}}$ , puis calculer sa valeur.**

**On donne :  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$     $M_s=5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$**

### Exercice 6

Le lanceur européen Ariane a été conçu pour placer en orbite géostationnaire des satellites. Un satellite S supposé ponctuel de masse m évolue autour de la terre de masse M assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R. L'étude sera effectuée dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen. On notera r la distance OS entre le centre O de la terre et la position S du satellite et on introduira le vecteur unitaire  $\vec{u}$  dirigé de O vers S.

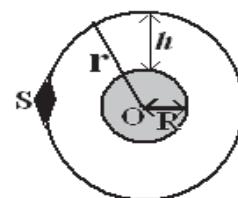
- 1.1 Exprimer le vecteur force d'attraction gravitationnelle  $\bar{F}$  qu'exerce la terre sur le satellite en fonction de la constante de gravitation universelle  $G$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $r$  et le vecteur unitaire  $\bar{u}$ .
- 1.2 Montrer que le mouvement du satellite sur une orbite circulaire de rayon  $r$  est uniforme. Un schéma permettant de visualiser les vecteurs force, vitesse, accélération et le vecteur unitaire utilisé est exigé.
- 1.3 Etablir l'expression de la vitesse  $V$  du satellite sur la trajectoire circulaire de rayon  $r$  ainsi que celle de la période de révolution  $T$  autour de la terre en fonction de  $G$ ,  $M$ , et  $r$ .
  - 2.1. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire? Dans quel plan se trouve l'orbite du satellite géostationnaire.
  - 2.2. Calculer la valeur du rayon  $r_2$  de l'orbite de ce satellite géostationnaire.
  3. Il serait très onéreux de propulser la fusée porteuse directement jusqu'à l'orbite géostationnaire : on procède donc par transfert d'orbites. Le satellite est d'abord placé sur une orbite basse de rayon  $r_1$  puis mené vers l'orbite géostationnaire de rayon  $r_2$  à l'aide des moteurs propulseurs. Entre les deux orbites circulaires le satellite emprunte une orbite de transfert elliptique.
    - 3.1. Exprimer l'énergie cinétique  $E_c$  du satellite sur une orbite circulaire de rayon  $r$  en fonction de  $G$ ,  $M$ ,  $m$  et  $r$ .
    - 3.2. On donne l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle pour le satellite situé à une distance  $r$  du centre de la terre, en choisissant l'origine de l'énergie potentielle à l'infini.  $E_p(r) = -\frac{GmM}{r}$ . Exprimer l'énergie mécanique  $E_m$  du satellite sur une orbite circulaire de rayon  $r$  en fonction de  $G$ ,  $M$ ,  $m$  et  $r$ .
    - 3.3. Exprimer successivement l'énergie mécanique  $E_m$  et l'énergie potentielle  $E_p$  en fonction de l'énergie cinétique  $E_c$  sur cette même orbite.
    - 3.4. Exprimer l'énergie  $W$  fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon  $r_1$  à l'orbite géostationnaire de rayon  $r_2$  en fonction de  $G$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $r_1$  et  $r_2$ . Calculer  $W$ .

Données:  $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R = 6380 \text{ km}$ ;  $m = 1000 \text{ kg}$ ;  $r_1 = 6700 \text{ km}$   
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ . durée d'un jour  $T$ :  $T^2 = (24 \text{ h})^2 = 7,5 \cdot 10^9 \text{ s}^2$ ;  $\pi^2 = 10$

### Exercice 7

On considère un satellite S de la terre de masse  $m$  ayant une orbite circulaire de rayon  $r$  dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.

1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.
2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.



**3. Trouver l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur  $g_0$  au sol, du rayon R de la terre et du rayon r de l'orbite puis en fonction de la constante de gravitation G, de la masse M de la terre et du rayon r.**

**4. Ce satellite est géostationnaire :**

**4.1. Préciser le plan de l'orbite.**

**4.2. A quelle altitude est placé ce satellite.**

**4.3. Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.**

**4.4 Calculer la masse M de la terre.**

A.N :  $R=6400\text{km}$ ;  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I}$  et  $g_0=9,8\text{m/s}^2$ .

### Exercice 8

On étudie le mouvement d'un satellite terrestre dans le repère géocentrique.

Le satellite décrit une orbite circulaire dans le plan équatorial de la terre.

**1. Montrer que la vitesse V de ce satellite est cste.**

**2. Exprimer littéralement la vitesse V du satellite en fonction de  $g_0$ (intensité de la pesanteur au niveau du sol) , R( de la terre) , h(altitude).Le satellite est en faite géostationnaire. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ?**

**3. Calculer le rayon de l'orbite de ce satellite en fonction de  $g_0$  , R ,  $\omega_T$  (vitesse angulaire de rotation de la terre) .**

Données :  $g_0 = 9,8\text{m/s}^2$  ;  $R = 6370\text{km}$   $\omega_T = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ .

Dans quel domaine peut-on utiliser ce satellite ?

### Exercice 9

La formule de l'attraction universelle entre deux corps s'écrit :  $F = \frac{GM_1M_2}{d^2}$

Où G est une constante valant  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I}$  et d la distance entre les centres d'inerties des deux corps dont les masses sont  $M_1$  et  $M_2$ .

**1.1. Exprimer l'accélération de la pesanteur  $g_0$  au niveau du sol en fonction de G, du rayon R de la terre et de la masse M de la terre.**

**1.2. Sachant que R = $6400\text{km}$ , calculer M si  $g_0=9,8\text{m/s}^2$ .**

**2. Exprimer en fonction de  $g_0$  , R et h , l'accélération g de la pesanteur à une altitude h quelconque .**

**3. Un satellite artificiel de la Terre évolue à très haute altitude, où l'accélération g de la pesanteur a pour expression celle trouvée à la question 2; en décrivant une circonférence concentrique à la terre.**

**3.1. Déterminer la nature du mouvement du satellite.**

**3.2. Exprimer sa vitesse en fonction de  $g_0$ , R et h.**

Quelle est cette vitesse si  $h = 36000\text{km}$ ? Quelle est alors la durée d'une révolution ? L'exprimer, en minutes et en heures. Si le satellite tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation que la terre ; conclure?

### Exercice 10

**La mise en orbite complète du satellite MSG-2 de masse  $m = 2,0 \times 10^3$  kg s'accomplit en deux étapes. Dans un premier temps, il est placé sur une orbite circulaire à vitesse constante  $v_s$  à basse altitude  $h = 6,0 \times 10^2$  km autour de la Terre et il n'est soumis qu'à la force gravitationnelle exercée par la Terre. On choisit un repère ( $S, t, n$ ) dans lequel  $t$  est un vecteur unitaire tangent à la trajectoire dans le sens du mouvement et  $n$  un vecteur unitaire perpendiculaire à la trajectoire orienté vers le centre de la Terre.**

- 1. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle  $F$  exercée par la Terre sur le satellite en fonction des données.**
- 2. En appliquant une loi de Newton, trouver l'expression du vecteur accélération  $a$  du centre d'inertie du satellite.**
- 3. Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma, à un instant de date  $t$  quelconque, la Terre, le satellite, le repère ( $S, t, n$ ) ainsi que le vecteur accélération  $a$ .**
- 4. Déterminer l'expression de la vitesse  $v$  du centre d'inertie du satellite. Vérifier que sa valeur est de l'ordre de  $7,6 \times 10^3$  m/s sur son orbite basse.**

### Exercice 11

- 1. La force de gravitation s'exerçant entre la terre et le soleil vaut  $F=3,5 \times 10^{22}$  N. Connaissant la constante de gravitation  $G=6,67 \times 10^{-11}$  SI, la masse de la terre  $M_t = 6 \times 10^{24}$  kg et la distance terre soleil  $d=1,5 \times 10^8$  km, exprimer en fonction des données la masse  $M_s$  du soleil puis calculer sa valeur numérique.**
- 2. Un satellite assimilé à un point matériel de masse  $m$  décrit d'un mouvement uniforme dans le champ de gravitation de la terre une orbite circulaire à l'altitude  $h= 400$  km. L'orbite est située dans le plan équatorial de la terre et le rayon terrestre a pour valeur  $R=6400$  km.**
  - Déterminer dans le repère géocentrique la vitesse  $V$  du satellite en fonction de  $G$ ,  $M_t$  et  $r$  ( $r$  étant le rayon de la trajectoire). Calculer la valeur numérique de  $V$ .**
  - Déterminer dans le même repère, les expressions littérales et les valeurs numériques de la période  $T$  et de la vitesse angulaire  $\omega$  du satellite.**

### Corrigé de l'exercice 1

1-1)  $\sum \vec{F}_{app} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$  (1)

Par projection sur la tangente :

$$0 = ma_t \Rightarrow a_t = 0 \text{ donc : } v = \text{cste}(mu)$$

1-2 Par projection sur la normale :

$$F = ma_n \Rightarrow \frac{GmM_T}{r_0^2} = \frac{mv_0^2}{r_0}$$

$$\text{donc : } v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{(R_T + h_0)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(6400 \cdot 10^3 + 200 \cdot 10^3)}} = 7,8 \text{ Km/s}$$

$$1-3) v_0 T = 2\pi(R_T + h_0)$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T + h_0)}{v_0} = \frac{2\pi(6400 \cdot 10^3 + 200 \cdot 10^3)}{7,8 \cdot 10^3} = 5,3 \cdot 10^3 \text{ s}$$

2-1 Expression de  $E_{m0}$  en fonction de  $r_0$

$$E_{m0} = Ec_0 + Ep_0 = \frac{1}{2} mv_0^2 - \frac{GmM_T}{r_0}$$

$$E_{m0} = \frac{1}{2} \frac{GmM_T}{r_0} - \frac{GmM_T}{r_0} = -\frac{GmM_T}{2r_0}$$

Expression de  $E_{m0}$  en fonction de  $v_0$

$$E_{m0} = -\frac{GmM_T}{2r_0} = -Ec_0 = -\frac{1}{2} mv_0^2$$

2-2 Expression de l'Énergie mécanique :

$$E_m = Ec + Ep = \frac{mGM_T}{2r} - \frac{GM_T m}{r} = -\frac{mGM_T}{2r} = -Ec$$

Expression de l'Énergie potentielle :

$$E_p = -\frac{mGM}{r} = -2Ec$$

2. 3 Expression de l'Énergie  $W = E_m(2) - E_m(1)$

$$\text{L'énergie mécanique } E_m(1) : E_m(1) = -\frac{mGM}{2r_0}.$$

L'énergie mécanique  $E_m(2)$  :

$$E_m(2) = -\frac{mGM}{2r}$$

$$\text{D'où } W = E_m(2) - E_m(1) = -\frac{mGM}{2r} + \frac{mGM}{2r_0} = \frac{mGM}{2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right)$$

**2-2)**

$$\triangleright E_m = E_{mo} (1 + \alpha t)$$

$$-\frac{GmM_T}{2r} = -\frac{GmM_T}{2r_0} (1 + \alpha t) \Leftrightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} (1 + \alpha t) \Rightarrow r = \frac{r_0}{(1 + \alpha t)}$$

**Donc  $r$  diminue avec le temps**

$$\triangleright E_m = E_{mo} (1 + \alpha t)$$

$$-\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}mv_0^2 (1 + \alpha t)$$

$$v = v_0 \sqrt{(1 + \alpha t)}$$

**Donc  $V$  augmente avec le temps**

### Corrigé de l'exercice 2

#### 1.1 Calcul de $V_1$

En appliquant la R.F.D :  $\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

En projetant sur la tangente on obtient :

$a_t = 0 \Rightarrow v = \text{cte} \Rightarrow \text{mouvement uniforme.}$

En projetant sur la normale on obtient :

$$a_n = F/m \text{ avec } F = GMm/r_1^2 \text{ et } a_n = v_1^2/r_1 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$$

A.N :  $V_1 = 7,56 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

#### 1.2 Expression de l'énergie mécanique

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m \frac{GM}{r} + \frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{r} \Rightarrow E_m = \frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{2r} \quad \text{A.N : } E_m = 7 \cdot 10^9 \text{ J}$$

#### 1.3 L'énergie $E$ à fournir au satellite

$$E = E'_{m'} - E_m \quad E_m = \frac{GMm}{2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \quad \text{A.N : } E = 8 \cdot 10^7 \text{ J}$$

#### 2.1 Expression de la vitesse angulaire

$$F = \frac{GMm'}{r^2} = Mr\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM'}{r^3}}$$

$$\text{Expression de } T : T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM'}}$$

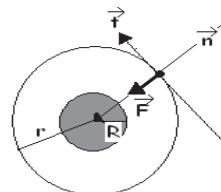
#### 2.2 Expression du rapport

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{GM'} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = 4\pi^2 GM'$$

#### 2.3 Calcul de $T$ :

$$T = 6,28 \sqrt{\frac{(1,5)^3 \cdot 10^{33}}{6,67 \cdot 10^{-11} \times 2 \cdot 10^{30}}} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s} = 365,5 \text{ j} = 1 \text{ an}$$

Cette valeur est vraisemblable car elle correspond à la période de rotation de la terre autour du soleil.



### Corrigé de l'exercice 3

**1.1 Nature du mouvement :**

En appliquant la R.F.D :  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

En projetant sur la tangente on obtient :

$a_t = 0 \Rightarrow v = \text{cte} \Rightarrow$  mouvement uniforme

En projetant sur la normale on obtient :  $a_n = F/m$  avec

$F = GMm/r^2$  et  $a_n = v^2/r$

$\Rightarrow r = GM/V^2 = \text{cte} \Rightarrow$  trajectoire circulaire  $\Leftrightarrow m.c.u$

**1.2 Relation entre V, r,  $M_A$ , et G :**

$$a_n = v^2/r \text{ et } a_n = F/m \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_A}{r}}$$

$$\text{1.3 Expression de } V \text{ en fonction de } T \text{ et } r : T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ avec } \omega = \frac{V}{r} \Rightarrow T = 2\pi \frac{r}{V} \Rightarrow V = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\text{Deduction de la relation } \frac{r^3}{T^2} = kM_A$$

$$\text{On a } T = 2\pi \frac{r}{V} \text{ or } V = \sqrt{\frac{GM_A}{r}} \Rightarrow T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_A}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_A} \Rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{GM_A}{4\pi^2} = kM_A \text{ avec } k = \frac{G}{4\pi^2}$$

**2.1 Calcul de la période du satellite :**

$$T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_T}} \text{ A.N : } T \approx 86662 \text{ s } \approx 24 \text{ h.}$$

La période étant égale à celle de la terre, si le satellite tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre, il est dit géostationnaire.

**2.2 Les satellites se trouvant sur cette orbite ont la même vitesse mais leurs masses peuvent être différentes car l'expression de la vitesse montre qu'elle ne varie qu'en fonction du rayon de l'orbite.**

**3. Calcul de la masse  $M_S$  du soleil.**

$$T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_S}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_S} \Rightarrow M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G} \text{ A.N : } M_S = 1,9878 \cdot 10^{30} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg.}$$

### Corrigé de l'exercice 4

**1. L'expression de g en fonction de  $g_0$ , R et  $h_1$**

L'un des corps est la terre alors  $F = P$

$$\frac{GmM}{r^2} = mg \Leftrightarrow \frac{GM}{r^2} = g \quad (1)$$

$$\text{au niveau du sol } g = g_0 \text{ et } r = R \text{ alors } g_0 = \frac{GM}{R^2} \quad (2)$$

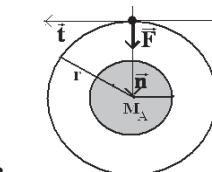
$$\text{les relations (1) et (2) donnent } g = \frac{g_0 R^2}{(R + h_1)^2}$$

**2. L'expression de  $V_1$**

En appliquant la R.F.D :  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

En projetant sur la normale on obtient  $a_n = P/m$  avec  $P = mg$

$$P = m \cdot \frac{g_0 R^2}{(R + h_1)^2} \text{ et } a_n = \frac{V_1^2}{R + h_1} \Rightarrow V_1 = R \sqrt{\frac{g_0}{R + h_1}} \quad V_1 = 7687 \text{ m/s}$$



$$T_1 = 2\pi \frac{r}{V} = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h_1)^3}{g_0}} = 5555\text{s} \quad \text{et} \quad E_{C1} = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)} = 3.10^{10}\text{J}$$

### 3.1 L'expression de $E_{P1}$ en fonction de $m$ , $R$ , $g_0$ et $h_1$ :

comme  $GM = g_0 R^2$  alors  $E_{P1} = -\frac{mR^2g_0}{R+h_1}$

#### Expression de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_p = \frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)} - \frac{mR^2g_0}{R+h_1} = -\frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}$$

#### Comparaison :

$$\frac{E_{m1}}{E_{c1}} = \frac{\frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}}{\frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}} = -1 \Rightarrow E_{m1} = -E_{c1}$$

et

$$\frac{E_{m1}}{E_{p1}} = \frac{\frac{mR^2g_0}{2(R+h_1)}}{\frac{mR^2g_0}{R+h_1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow E_{m1} = \frac{E_{p1}}{2}$$

### 4.1. Calcul $E_{C2}$

$$\Delta E = \Delta E_m = -\Delta E_c = -(E_{c2} - E_{c1})$$

$$\Rightarrow E_{c2} = E_{c1} - \Delta E = E_{c1} - \Delta E \quad \text{A.N : } E_{c2} = 3.10^{10} - 5.10^8 = 295.10^8 \text{ J}$$

#### Calcul $V_2$

$$E_{c2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2E_{c2}}{m}} = 7605 \text{ m/s}$$

### 4.2 Calcul $E_{P2}$

$$\Delta E = \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = \frac{E_{p2} - E_{p1}}{2} \Rightarrow E_{p2} = E_{p1} + 2\Delta E = 2E_{m1} + 2\Delta E = -2E_{c1} + 2\Delta E$$

$$E_{p2} = 2(\Delta E - E_{c1}) = -2E_{c2} = -2 \times 295.10^8 = -59.10^9 \text{ J}$$

#### Calcul de $h_2$

$$E_{p2} = -\frac{mR^2g_0}{R+h_2} \Rightarrow R+h_2 = -\frac{mR^2g_0}{E_{p2}}$$

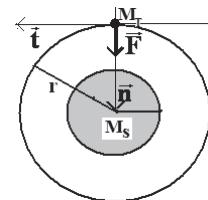
$$\Rightarrow h_2 = -\frac{mR^2g_0}{E_{p2}} - R = -\frac{mR^2g_0}{E_{p2}} - R$$

$$h_2 \approx 546,7 \text{ km}$$

### Corrigé de l'exercice 5

#### 1. Les caractéristiques de $\vec{F}$ :

- direction : la normale
- sens : de la terre vers le soleil
- pt d'application : centre de la terre
- module :  $F = \frac{GM_T M_S}{r^2}$



#### 2. Nature du mouvement :

En appliquant la R.F.D :  $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = M_T \vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = M_T \vec{a}$

En projetant sur la tangente on obtient :  $a_t = 0 \Rightarrow v = \text{cte} \Rightarrow \text{mouvement uniforme}$

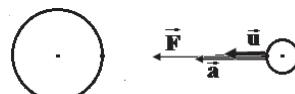
#### 3. Déduction de l'expression de l'accélération

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = M_T \vec{a} \Leftrightarrow \frac{GM_S M_T}{r^2} \vec{u} = M_T \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{GM_S}{r^2} \vec{u}$$

voir Schéma

#### 4. Relation entre $a_n$ et $V, r$

$$a = \frac{V^2}{r},$$



#### 5. Expression de $V$ :

$$a = \frac{V^2}{r} \text{ et } a = \frac{GM_S}{r^2} \Leftrightarrow V = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \quad V = 2,8 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

#### 6. Expression de $T$ en fonction de $V$ et $r$ :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ avec } \omega = \frac{V}{r} \Rightarrow T = 2\pi \frac{r}{V}$$

$$\text{On a } T = 2\pi \frac{r}{V} \text{ or } V = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \Rightarrow T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_S}} \quad \text{A.N : } T \approx 3,17 \cdot 10^7 \text{ s} \approx 1 \text{ an.}$$



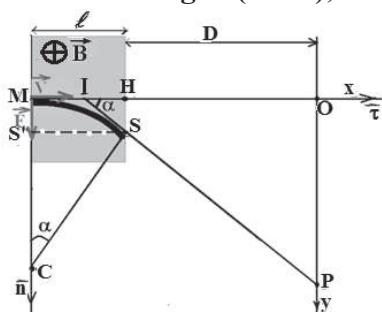
**Deuxième partie**

# **Electromagnétisme**



### Action d'un champ magnétique sur une particule chargée

- Lorsqu'une particule de charge  $q$  pénètre avec la vitesse  $\vec{V}$  dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , elle subit une force  $\vec{F}$  de Lorentz  $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$  dont l'intensité est  $F = |q| \cdot V \cdot B \cdot |\sin(\widehat{\vec{V}, \vec{B}})|$
- $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$
- Lorsque  $q=0$  ou  $\vec{B}=\vec{0}$  ou  $\vec{V}=\vec{0}$  ou  $\vec{B}/\vec{V}$  alors  $F=0$
- Lorsque  $\vec{B} \perp \vec{V}$  alors  $F = |q| V B$
- La puissance de la force de Lorentz est nulle car  $\vec{B} \cdot \vec{V} = 0$  son travail l'est également alors l'énergie cinétique est conservée
- La particule chargée entrant dans un champ magnétique avec une vitesse perpendiculaire au champ décrit dans un plan perpendiculaire au champ un mouvement circulaire et uniforme (m.c.u) dont la trajectoire a pour rayon  $r = \frac{mV}{|q| B}$ .
- La déviation angulaire  $\alpha$  est l'angle formé par les tangentes à la trajectoire aux points d'entrée M et de sortie S. Dans le triangle rectangle (SS'C), on a :



$$\sin \alpha = \frac{SS'}{CS} = \frac{l}{r}$$

- La déviation linéaire OP est la distance verticale correspondante sur l'écran à la déviation angulaire.

Dans le triangle rectangle (I, O, P), on a :

$$\tan \alpha = \frac{OP}{IO} \Rightarrow OP = IO \tan \alpha = (IH + HO) \tan \alpha$$

Si  $\alpha$  est petit et si  $l \ll D$  où D est la distance normale entre le point de sortie S et l'écran, nous aurons :  $OP = D \cdot \alpha = D \cdot \frac{l}{r}$



### Exercice1

*Dans tout l'exercice on néglige le poids de l'électron devant les autres forces.*

Les électrons se déplacent dans une enceinte où règne le vide.

- Des électrons sont accélérés entre deux plaques A et C par une tension  $U = 2560 \text{ V}$ . Les électrons, au repos en A, traversent la plaque C percée d'un trou O avec une vitesse  $V$
- Sur un schéma, indiquer la direction et le sens du champ électrique existant entre les plaque A et C

- Exprimer la vitesse  $V$  des électrons en fonction de la charge élémentaire  $e$ , de la masse  $m$  d'un électron et de  $U$ . Calculer  $V$ .

Données numériques :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$     $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

- Au delà de C, les électrons pénètrent en  $O'$  dans une zone de champ magnétique uniforme de valeur  $B$ , dont la trace sur le schéma est un carré MNPQ de 12 cm de coté ( $OO'$  est perpendiculaire à MQ et  $O'$  est le milieu de MQ) le vecteur  $\vec{B}$  est perpendiculaire au plan de la figure.

- With la convention habituelle indiquer le sens du champ magnétique qui produit une déviation de la trajectoire des électrons vers le haut.

- Montrer que le mouvement des électrons est uniforme et circulaire dans la zone de champ magnétique. Etablir l'expression du rayon de la trajectoire en fonction de  $m$ ,  $e$ ,  $B$  et  $v$

- Quelle valeur minimale faut-il donner à  $B$  pour que les électrons décrivent un demi-cercle. Dans ces conditions quel est le temps mis par un électron pour parcourir le demi-cercle qui amène les électrons en M ?

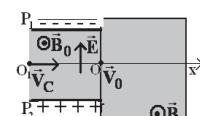
- La valeur de  $B$  est maintenant égale à  $1 \text{ mT}$ . Les électrons sortent de la zone de champ magnétique entre N et P. Calculer l'angle  $\alpha$  qui caractérise la déviation angulaire de la trajectoire des électrons.

### Exercice2

Des ions potassium  $^{19}_{19}\text{K}^+$  et  $^{19}_{19}\text{K}^+$  pénètrent par l'ouverture  $O_1$  suivant l'axe  $O_1x$  avec la vitesse  $\vec{V}_C$  (voir fig.).

Ils passent entre deux plaques parallèles  $P_1$  et  $P_2$  distante de  $d$  et qui permettent d'obtenir un champ électrique  $\vec{E}$  créé par une tension  $U = V_{P_2} - V_{P_1}$ .

Dans toute la région où règne le champ électrique  $\vec{E}$ , on produit également un champ magnétique uniforme  $\vec{B}_0$  perpendiculaire à  $\vec{E}$  et à  $O_1x$ .



1. Montrer que les ions dont la vitesse est  $V_c = \frac{E}{B_0}$  ne sont pas déviés et sortent par l'ouverture O. Calculer  $V_c$  pour  $B_0 = 10^{-1} T$ ;  $d = 5\text{cm}$  et  $U = 500\text{V}$ .

2. Les ions  $^{A_1}_{19}\text{K}^+$  de masse  $m_1$  et de charge q sortent du trou O à l'origine des dates avec la vitesse  $\vec{V}_0$  en pénétrant dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan de la figure et d'intensité  $B=0,5\text{T}$ (voir fig ).

Le mouvement de l'ion est supposé dans le vide et sa vitesse  $\vec{V}_0$  d'entrée dans le champ magnétique a pour module  $V_0=10^5 \text{ m/s}$ .

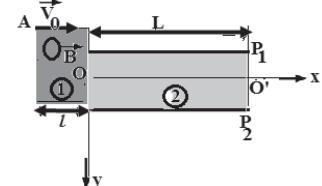
2.1. Déterminer les caractéristiques de la force magnétique  $\vec{F}$  exercée en O sur l'ion. Comparer l'intensité F de cette force à celle du poids de l'ion. Que peut-on conclure. On donne :  $A_1=39$  ;  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$  ;  $m_n = m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ .

2.2. En appliquant la R.F.D à l'ion à une date t quelconque, montrer que le vecteur accélération est à tout instant perpendiculaire au vecteur vitesse. En déduire que le module du vecteur vitesse reste constant au cours du mouvement.

2.3. Exprimer, à une date t quelconque, le rayon r de la trajectoire de l'ion en fonction de m, B,  $V_0$  et e. Calculer r. Que peut-on dire quant à la nature du mouvement de l'ion ?

### Exercice3

1. Un proton de charge q pénètre au point A dans la région ① de largeur  $l$  où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  avec la vitesse horizontale  $\vec{V}_0$  (fig).



1.1. Déterminer le sens de  $\vec{B}$  pour que le proton sorte du champ magnétique au point O. (faire un schéma clair).

1.2. Montrer que le mouvement du proton est un mouvement circulaire uniforme et donner l'expression du rayon R de la trajectoire.

1.3. Placer sur le schéma l'angle de déviation angulaire  $\alpha$  et calculer sa valeur.

1.4. Préciser les caractéristiques du vecteur vitesse au point de sortie O.

2. A la sortie de la région ①, le proton pénètre dans la région ② où règne un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  qui existe entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  distantes de  $d$  et de longueur  $L$ .

2.1. Déterminer le signe de la tension  $U = V_{P1} - V_{P2}$  pour que le proton passe par le point O'.

**2.2. Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du proton dans la région ②.**

**2.3. Trouver les coordonnées du point le plus bas C de la trajectoire sachant que le proton n'atteint pas la plaque P<sub>2</sub>.**

On donne :  $V_0 = 10^6 \text{ m/s}$  ;  $B = 0,2 \text{ T}$  ;  $E = 10^5 \text{ V/m}$  ;  $l = 2,6 \text{ cm}$  ;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

#### Exercice 4

*Le poids de la particule est négligeable.*

**1. Une particule de masse m et de charge q traverse une région DQRS où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  voir fig 1. La particule décrit deux arcs de cercle de rayon  $R_1$  et  $R_2$  respectivement dans les parties ① et ② de la région telle que  $R_2 = 3R_1$ . Elle ralentit en franchissant la surface AC séparant les deux parties.**

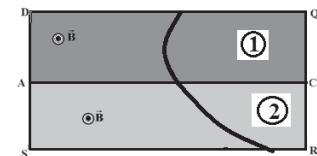
**1.1 Etablir l'expression de  $R_1$  et de  $R_2$  en fonction de q, m, B et des vitesses respectives  $V_1$  et  $V_2$  de la particule.**

Dans quel sens se déplace la particule (de ① vers ② ou bien de ② vers ①) ?

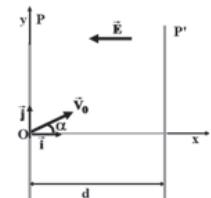
**1.2 Quel est le signe de la charge de la particule ? Justifier la réponse.**

**1.3 Calculer la charge massique  $\frac{|q|}{m}$  et identifier la particule.**

On donne:  $B=0,5\text{T}$  Vitesse d'entrée  $V=6 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ ,  $R_1=41,6\text{cm}$ ,  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ,  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ ,  $m_p=1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ ,  $m_{He}^{2+}=6,68 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ .



**2. Après la sortie du champ  $\vec{B}$  la particule pénètre en O avec une vitesse  $\vec{v}_0$  à un instant pris comme origine des instants  $t=0$  dans une région R comprise entre deux plans parallèles P et P' distants de d, il existe un champ électrique  $\vec{E}$  créé par des électrodes constituée de fins grillages métalliques disposées suivant P et P'.  $\vec{E}$  est nul à l'extérieur de R voir fig 2 et  $\vec{v}_0$  fait  $\alpha$  avec Ox.**



**2.1. Représenter la force électrique qui s'exerce sur la particule en O.**

**2.2 Etablir l'expression de l'équation de la trajectoire de la particule dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Quelle est sa nature ?**

**2.3. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la composante  $V_x$  de la vitesse en fonction de x.**

**2.4. Calculer la valeur  $V_F$  de la vitesse de la particule ainsi que l'angle  $\beta$  qu'elle fait avec l'horizontale au moment où elle arrive dans le plan P' au point F.**

**2.5. Exprimer le rapport  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$  en fonction de q, E, d, m, et  $V_0$ .**

Données :  $V_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ ,  $E = 5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ ,  $d = 10^{-1} \text{ m}$ ,  $\alpha = 10^\circ$

### Exercice 5

*Les particules se propagent dans le vide et on néglige leur poids devant les autres forces.*

1. Des ions  $^{24}\text{Mg}^{2+}$  produits dans une chambre d'ionisation pénètrent sans vitesse dans un accélérateur constitué de deux plaques métalliques P et P' entre lesquelles est appliquée une tension électrique réglable  $U = V_P - V_{P'}$  (voir fig).

1.1. Déterminer le signe de la tension U pour que les ions soient accélérées de P vers P'.

1.2. Etablir l'expression de la vitesse de l'ion à son passage par le point O en fonction de m, e et U. la calculer.

2. A la sortie de l'accélérateur les ions passent dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , perpendiculaire au plan de la figure, crée dans une zone carrée ABCD de coté a.

Les ions pénètrent dans cette zone au point O milieu de AD.

2.1. Déterminer le sens du champ magnétique  $\vec{B}$  pour que les ions soient déviés vers le haut.

2.2. Montrer que le mouvement, dans le champ magnétique, des ions est uniforme et circulaire. Déterminer l'expression du rayon de la trajectoire en fonction de e, U, B et m.. Calculer sa valeur.

2.3. Calculer la valeur de la déviation angulaire  $\alpha$ .

3. Calculer la valeur U' de la tension pour que les ions sortent par le trou O' après avoir décrit un quart de cercle de rayon AO=AO'.

4. A quelle valeur U'' faut-il régler la tension entre les plaques P et P' pour faire sortir dans les mêmes conditions par la fente O' des ions  $^{23}\text{Mg}^{2+}$  isotopes de  $^{24}\text{Mg}^{2+}$

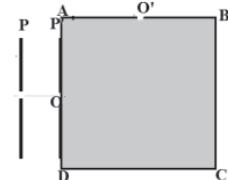
Données :  $a=5\text{cm}$  ;  $B=0,2\text{T}$  ;  $U= 5000\text{V}$ .  $e= 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ,  $m_P=1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ ..

### Exercice 6

*On ne tiendra pas compte de la pesanteur.*

1. On considère deux plaques P et N, conductrices, parallèles, verticales et distantes de  $d = 10\text{ cm}$ . La tension entre ces plaques est  $U = V_P - V_N = 6 \cdot 10^4\text{ V}$ . Une source émet des ions argent  $\text{Ag}^+$ , avec une vitesse nulle, au travers d'une fente S placée dans la plaque P.

1.1. Quelle est la nature du mouvement d'un ion  $\text{Ag}^+$  de masse m entre les deux plaques?



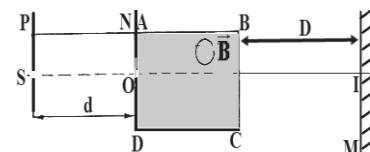
**1.2. Quelle est l'expression littérale de la vitesse de ces ions à leur arrivée en O, sur la plaque N?**

**1.3. L'argent est un mélange de 2 isotopes  $^{107}\text{Ag}^+$  et  $^{109}\text{Ag}^+$ .**

**Calculer numériquement la vitesse de chaque isotope à son arrivée en O.**

**On donne:  $m_p = m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ ;  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ .**

**2. Les ions  $\text{Ag}^+$  traversent en O la plaque N par une fente et sont alors soumis à un champ magnétique uniforme, de vecteur  $\vec{B}$  normal à leur trajectoire dans une zone ABCD rectangulaire de longueur  $L=4\text{cm}$  de largeur  $l=3\text{cm}$ . Le point O est le milieu de [A, D]. (voir figure).**



**2.1. Déduire le sens du vecteur champ  $\vec{B}$  dans la zone pour que les ions soient déviés vers le bas.**

**2.2. Montrer qu'ils sont animés d'un mouvement circulaire uniforme ; établir l'expression du rayon de courbure  $r$  en fonction de :  $e$ ,  $U$ ,  $B$  et de la masse  $m$  d'un ion .Calculer numériquement  $r$  pour chaque isotope si  $B=1\text{T}$ .**

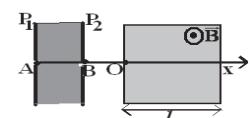
**2.3. Le point M est le point d'impact des ions  $\text{Ag}^+$  sur un écran situé à la distance  $D$  comme l'indique la fig, I est le point d'intersection de l'axe ( $x$ ) avec l'écran.**

Sachant que  $L$  est négligeable devant  $D$  ; établir l'expression de la déflexion magnétique  $Y=IM$  en fonction de  $e$ ,  $m$ ,  $B$ ,  $L$ ,  $V$  et  $D$  puis en fonction de  $m$ ,  $e$ ,  $U$ ,  $B$ ,  $L$  et  $D$ . (On considère que  $\sin\alpha=\tan\alpha=\alpha(\text{rad})$

**3. Etablir l'expression de la valeur minimale à donner au champ magnétique  $B$  pour que les ions décrivent un demi-cercle. Calculer numériquement  $B$  pour chaque isotope.**

### Exercice 7

Des ions d'hélium  $_{2}^{3}\text{He}^{2+}$  et  $_{2}^{4}\text{He}^{2+}$  sont produits en un point A avec une vitesse nulle. Ils sont d'abord accélérés entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$  par une tension  $U=V_{P1}-V_{P2}$  qui leurs permet de traverser le trou B avec une vitesse non nulle puis pénètrent en O dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  orthogonal au plan de la figure.



Le champ  $\vec{B}$  n'existe que dans une zone de largeur  $l = 1,5\text{cm}$ .

**1.1. Quel doit être le signe de  $U$  pour que les ions traversent le trou B ?**

**Pourquoi ?**

**1.2. Etablir l'expression de la vitesse  $V_1$  de l'ion  $_{2}^{3}\text{He}^{2+}$  au trou B en fonction de sa masse  $m_1$ , de sa charge  $q$  et de la tension  $U$ . Calculer  $V_1$ .  
A.N : ,  $|U|=100\text{V}$ ,  $m_p=1,6710^{-27}\text{kg}$ ,  $B=3 \cdot 10^{-2}\text{T}$ .**

**2. Les ions  ${}^3_2\text{He}^{2+}$  pénètrent en O dans le champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  avec la vitesse  $V_1$ .**

**2.1. Quelle est la nature du mouvement de  ${}^3_2\text{He}^{2+}$  dans le champ  $\vec{B}$ ?**

**2.2. Trouver l'expression du rayon  $r_1$  de la trajectoire de  ${}^3_2\text{He}^{2+}$  en fonction de  $B$ ,  $e$ ,  $m_1$  et  $U$ . Calculer  $r_1$ .**

**2.3. Soit  $\alpha_1$  l'angle que fait la trajectoire de l'ion  ${}^3_2\text{He}^{2+}$  après sa sortie du champ magnétique  $\vec{B}$  avec l'axe Ox ; calculer l'angle de déviation  $\alpha_1$ .**

**3. En fait les trajectoires des deux ions  ${}^3_2\text{He}^{2+}$  et  ${}^4_2\text{He}^{2+}$  sont différentes. Soient  $m_2$  la masse de l'ion  ${}^4_2\text{He}^{2+}$  et  $r_2$  le rayon de sa trajectoire.**

**3.1.  $\alpha_2$  étant la déviation angulaire de l'ion  ${}^4_2\text{He}^{2+}$ , montrer que le rapport  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$**

**ne dépend que des masses  $m_1$  et  $m_2$ .**

**On supposera que les deux angles sont petits ( $\sin\alpha = \tan\alpha = \alpha(\text{rad})$ ).**

**3.2. Calculer la masse atomique A de l'ion  ${}^4_2\text{He}^{2+}$  sachant que  $\alpha_2 = 0,216\text{ rad}$ .**

### Exercice 8

**Des ions  ${}^{27}\text{Al}^{3+}$  pénètrent en O avec une vitesse  $\vec{V}_0$  horizontale de valeur**

**$V_0 = 400 \text{ Km/s}$  dans un plan de l'espace ABCD vertical de forme carré, de côté 10 cm. On donne  $AO = OC$ .**

**On négligera le poids des ions devant les forces électriques et magnétiques.**

**1. Dans la région ABCD règne un champ électrique uniforme  $\vec{E}$ , vertical orienté du bas vers le haut et d'intensité  $E = 200 \text{ KV/m}$ .**

**1-1 Montrer que la trajectoire des ions reste dans le plan ABCD.**

**1-2 Ecrire l'équation de cette trajectoire.**

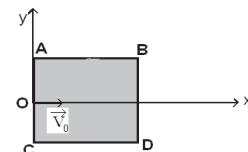
**1-3 Trouver les coordonnées du point de sortie  $S_1$  des ions du champ électrique.**

**2. Dans la région ABCD règne un champ électrique uniforme  $\vec{E}'$  de même direction et de même sens que  $\vec{V}_0$  de valeur  $E' = 200 \text{ KV/m}$ . Déterminer les coordonnées du point de sortie  $S_2$  des ions de ce champ et leur vitesse  $V_1$  en ce point.**

**3. Dans la région ABCD règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  horizontal, perpendiculaire à  $\vec{V}_0$  et sortant de valeur  $B = 0,4 \text{ T}$ .**

**3.1. Montrer que la trajectoire des ions est dans le plan ABCD.**

**3.2. Calculer le rayon de cette trajectoire.**



**3.3. Déterminer les coordonnées du point de sortie  $S_3$  des ions de la région ABCD. On rappelle l'équation du cercle :  $(x-x_C)^2 + (y-y_C)^2 = R^2$  tel que C est le centre du cercle.**

**4. Dans la région ABCD règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  de même direction et de même sens que  $\vec{V}_0$  de valeur  $B = 0,4\text{T}$ .**

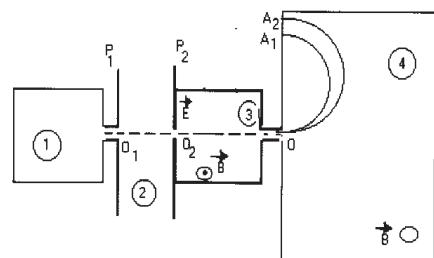
**Donner les coordonnées du point de sortie  $S_4$  des ions de la région ABCD et la vitesse  $V_2$  des ions en ce point. On donne:  $m_p=1,67 \cdot 10^{-27}\text{Kg}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ .**

### Exercice 9

*Dans cet exercice le mouvement des ions se fait dans le vide et on néglige leur poids devant celui des autres forces.*

On utilise le spectrographe de masse de la fig 1 pour séparer les isotopes  $^{79}\text{Br}$  et  $^{81}\text{Br}$

**1. Les atomes sont d'abord ionisés dans la chambre d'ionisation ①. Les ions formés portent alors la même charge  $q = -e$  et sortent de cette chambre en un point  $O_1$  avec une vitesse de valeur négligeable.**



Puis ils sont accélérés dans la chambre d'accélération ② par la tension  $U = V_{P1} - V_{P2}$  appliquée entre les deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  et arrivent en  $O_2$  avec des vitesses de même direction et de même sens mais ayant des valeurs différentes.

Afin de sélectionner une seule vitesse  $V_0$  en  $O$ , on impose aux ions, dans le filtre de vitesse (chambre ③) un champ magnétique  $\vec{B}$  et un champ électrique  $\vec{E}$  comme l'indique la figure.

**1.1. Montrer que l'énergie cinétique est la même pour tous les ions en  $O_2$**

**1.2. Déterminer le sens de  $\vec{E}$  pour que la force  $\vec{F}_e$ , électrique, soit opposée à la force magnétique  $\vec{F}_b$ .**

**1.3. Montrer que la vitesse  $V_0$  au point  $O$  est indépendante de la charge électrique  $q$ . Calculer  $V_0$  si  $E = 2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$  et  $B = 0,05\text{T}$ .**

**2. Les ions ainsi sélectionnés arrivent théoriquement avec la vitesse  $V_0$  dans la chambre ④ de déviation où ils sont soumis uniquement au champ magnétique précédent.**

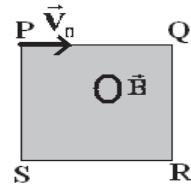
**2.1. Préciser le sens du vecteur  $\vec{B}$  pour que les ions parviennent en  $A_1$  et  $A_2$ .  
2.2. Montrer que le mouvement des ions dans cette chambre est circulaire et uniforme. En déduire l'expression des rayons  $R_1$  et  $R_2$  des trajectoires en fonction de  $e$ ,  $V_0$ ,  $B$  et  $m_1$  ou  $m_2$ .**

**2.3. Calculer la distance entre les points  $A_1$  et  $A_2$ . On précisera à quel ion correspond chaque point.**

### Exercice10

Des particules pénètrent dans un champ magnétique après avoir été accélérées par un champ électrique à partir d'une vitesse négligeable. Dans le carré PQRS de 5cm de coté, le champ magnétique  $\vec{B}$  orthogonal au plan du carré est constant d'intensité 2,5T.

A la sortie du champ électrique, les particules entrent en P dans le champ magnétique avec une vitesse  $\vec{v}_0$  colinéaire à  $\overline{PQ}$  (voir fig).



1. Les particules sont des noyaux d'hélium  $\text{He}^{2+}$ .

1.1. Préciser le sens de  $\vec{B}$  pour que les particules parviennent en R. Déterminer la nature de la trajectoire des particules entre P et R.

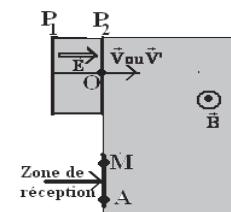
1.2. Déterminer la valeur du vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  d'injection des particules en P dans le champ magnétique et préciser les caractéristiques de leur vecteur vitesse au point R. Calculer la valeur de la tension accélératrice U nécessaire pour obtenir  $V_0$ . On donne :  $m_{\text{He}^{2+}} = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

2. Les particules sont des noyaux de lithium  $\text{Li}^+$  mélange d'isotopes  ${}^6\text{Li}^+$  et  ${}^7\text{Li}^+$  de masses respectives  $m$  et  $m'$ . Les ions entrent en P avec les vitesses respectives  $V$  et  $V'$ . La tension accélératrice régnant entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  est

$$U' = V_{P_1} - V_{P_2}. \quad (\text{voir fig}).$$

2.1. Etablir la relation  $\frac{V}{V'} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$ .

2.2. Les ions  $\text{Li}^+$  pénètrent en P dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}'$  orthogonal au plan du schéma et parviennent dans la zone de réception indiquée sur la fig. Exprimer la distance MA entre les traces des deux types d'ions à leur arrivée dans la zone de réception en fonction de  $B'$ ,  $m$ ,  $m'$ ,  $U'$  et de la charge élémentaire e.



Calculer MA.A.N:  $U' = 10^4 \text{ V}$ ;  $B' = 0,2 \text{ T}$ ;  $m = 6 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $m' = 7 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  et  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

### Exercice11

Dans cette partie, on négligera le poids de particules chargées.

Un faisceau de particules de charge  $q=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  et de masse  $m=1,6 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$  pénètre par le trou A d'un accélérateur (zone 1) avec une vitesse nulle. Ces particules chargées sont accélérées sous l'action d'une d.d.p positive  $U=U_{PN}=200 \text{ V}$  établie entre les plaques parallèles et verticales P et N. Elles parviennent au trou C avec une vitesse de valeur  $V_C$ .

**1. Etablir l'expression de  $v_C$  en fonction de  $q$ ;  $m$  et  $U$ . Faire l'application numérique.**

**2. Le faisceau pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme (zone 2) dans laquelle il décrit un quart de cercle de rayon  $R=20\text{cm}$  avant de passer à travers le trou D.**

**2.1. Etablir l'expression de la valeur du champ magnétique en fonction de  $m$ ;  $q$ ;  $R$ ;  $v_C$  puis en fonction de  $U$ ;  $R$  et  $v_C$ . Faire le calcul numérique.**

**2.2. Donner les caractéristiques (direction et valeur) du vecteur vitesse des particules à la traversée du trou D.**

**3. Le faisceau de particules pénètre enfin dans une région dans laquelle règne un champ électrostatique uniforme parallèle à l'axe Oy (zone 3).**

**3.1. Etablir les équations horaires du mouvement projeté sur les axes Ox et Oy.**

**3.2. En déduire l'équation et la nature de la trajectoire.**

**3.3. Sachant que le faisceau de particules sort par le trou H situé à la distance  $R=20\text{cm}$  du point O. Exprimer dans cette condition la valeur du champ électrostatique en fonction de  $m$ ;  $q$ ;  $V_C$  et  $R$  puis en fonction de  $U$  et  $R$ . A.N.**

### Exercice 12

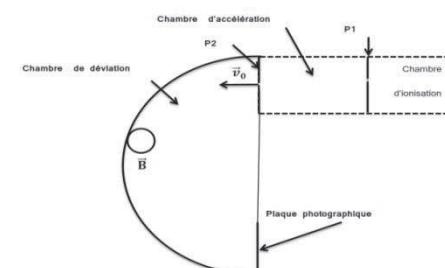
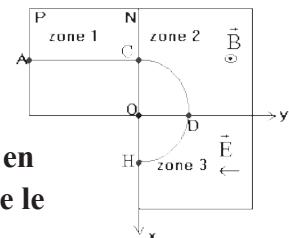
La partie accélératrice d'un spectrographe de masse est constituée de deux plaques conductrices  $P_1$  et  $P_2$  verticales et parallèles. On applique entre ces deux plaques une tension électrique positive  $U$ . une particule de masse  $m$  et de charge  $q$  positive, arrive au niveau de la plaque  $P_1$  avec une vitesse quasi-nulle. Elle arrive au niveau de la plaque  $P_2$  avec une vitesse horizontale  $\vec{V}_0$ . Elle pénètre ensuite avec cette vitesse dans un champ magnétique de valeur  $B$ .

**1.1. Sur le schéma de la page 3, représenter les signes des charges des plaques accélératrices  $P_1$  et  $P_2$ , le sens du vecteur champ électrique  $\vec{E}$ .**

**1.2. Montrer que la valeur de la vitesse à la sortie du champ électrique**

$$\text{s'exprime par } V_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

**2.1. Rappeler les caractéristiques de la force de Lorentz.**



**2.2. On admet que le mouvement est plan et se fait dans le plan de la figure.**

**Indiquer sur la figure le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .**

**2.3. Montrer que le mouvement de la particule dans le champ magnétique est uniforme.**

**2.4. Montrer que la trajectoire est circulaire de rayon  $R = \frac{mv_0}{qB}$ .**

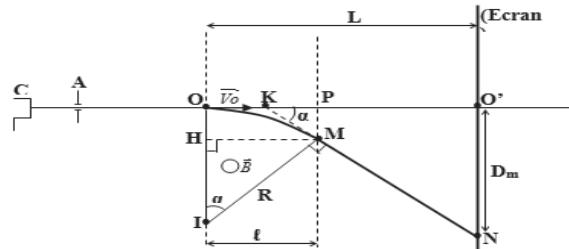
**3. Dans un spectrographe de masse, des ions  $^{39}\text{K}^+$  et  $^{41}\text{K}^+$  initialement immobiles, sont accélérés par une tension  $U = 2000$  V. Ils pénètrent ensuite dans un champ magnétique de valeur  $B = 10^{-2}\text{T}$  avec les vitesses horizontales respectives  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$ .**

Quelle est la distance qui sépare, sur la plaque photographique indiquée sur le schéma, les impacts des deux types d'ions ?

Les masses des ions  $^{39}\text{K}^+$  et  $^{41}\text{K}^+$  sont respectivement  $m_1 = 6,513 \cdot 10^{-26}$  kg et  $m_2 = 6,847 \cdot 10^{-26}$  kg. Les ions ont la même charge  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C

### Exercice 13

Dans un tube cathodique, des électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode C et accélérés par l'anode A ; ils pénètrent en O avec une vitesse horizontal  $\vec{V}_0$  dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan de la figure, de largeur  $l$ .



**1. Calculer la tension**

accélératrice U entre l'anode et la cathode.

On donne  $V_0 = 10^7 \text{ m.s}^{-1}$

**2. Donner le sens de  $\vec{B}$  pour que les électrons soient déviés vers le bas.**

**3.**

**3.1. Quelle est la nature du mouvement des électrons dans le champ magnétique  $\vec{B}$ ?**

**3.2. Calculer la grandeur caractéristique de la trajectoire si  $B = 10^{-3}\text{T}$ .**

**4. Un écran (E), placé à une distance  $L = 50\text{cm}$  de O reçoit le faisceau d'électrons.**

Calculer la déviation ( $D_m$ ) sur l'écran du faisceau, provoquée par le champ magnétique  $\vec{B}$ , sachant que  $l = 1\text{cm}$  et  $l \ll L$ .

**5. Dans l'espace de longueur  $l = 1\text{cm}$ , on fait agir simultanément le champ**

magnétique  $\vec{B}$  précédent et un champ électrostatique  $\vec{E}$  afin que l'on n'observe plus de déviation sur l'écran (E).

**5.1.** Représenter sur un schéma, les vecteurs  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  et les forces appliquées à l'électron.

**5.2.** Calculer l'intensité du champ électrostatique  $\vec{E}$

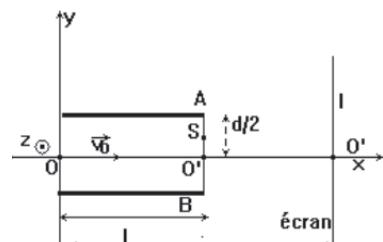
*On négligera le poids de l'électron devant les autres force et on donne :*  
 $e=1,6 \cdot 10^{-19} C$ ;  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31} Kg$

### Exercice14

Deux plaques métalliques notées A et B, de coté, sont placées parallèlement et horizontalement l'une et l'autre dans une enceinte où règne un vide poussé.

La distance entre les deux plaques est notées d. (voir figure).

Un faisceau homocinétique de protons pénètre, entre les plaques A et B, au point O avec une vitesse initiale horizontale et de valeur  $V_0$ . Soient q et m respectivement la charge et la masse d'un proton.



1. Donner la direction et le sens du vecteur champ électrique créé entre les plaques A et B pour que le faisceau de protons soit dévié vers le haut (point S du schéma).

2. Quel est alors le signe de la tension U?

3. Etablir la trajectoire d'un proton entre O et S. Préciser sa nature.

4. Les protons sortent du champ au point S et sont reçus en I sur un écran placé perpendiculairement à l'axe. Quelle est la nature de leur trajectoire entre les points S et I?

### Exercice15

$D = 40 \text{ cm}$ ;  $\ell = 1 \text{ cm}$ ;  $d = 10 \text{ cm}$ ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $E = 5 \cdot 10^4 \text{ V.m}^{-1}$ .

Dans tout l'exercice, on négligera le poids de l'électron devant les autres forces qui agissent sur lui.

1. Des électrons de masse m et de charge q sont émis sans vitesse initiale par la cathode (C). Ils subissent sur la longueur d, l'action du champ électrique uniforme E.

1.1. Quelle est la nature du mouvement de l'électron entre la cathode (C) et l'anode (A)?

1.2. Que vaut la vitesse  $V_0$  d'un électron au point  $O_1$  ?

2. Arrivés en  $O_1$ , les électrons subissent sur la distance l l'action d'un champ magnétique uniforme  $B$  perpendiculaire au plan de la figure (le domaine où règne ce champ  $B$  est hachuré).

Quel doit être le sens du vecteur  $\mathbf{B}$  pour que les électrons décrivent l'arc de cercle  $O_1N$ ? Justifier la réponse.

Établir l'expression du rayon

$$R = O'O_1 = O'N \text{ de cet arc de cercle.}$$

$$A.N: \text{ Calculer } R \text{ pour } B = 2.10^{-3} \text{ T.}$$

3. Quelle est la nature du mouvement de l'électron dans le domaine III où n'existe aucun champ ?

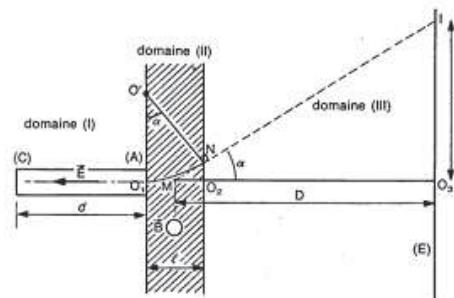
4. Le domaine III est limité par un écran (E) sur lequel arrivent les électrons. Exprimer en fonction de  $m$ ,  $e$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $\ell$  et  $V_0$  la déflexion magnétique  $O_3 I = Y$  subie par un électron à la traversée du système II +III.

La droite IN coupe l'axe  $O_1O_2$  au point M. L'écran E est à la distance D de ce point M.

On fera les hypothèses simplificatrices suivantes :

- dans le domaine II de l'espace, on peut confondre la longueur de l'arc avec la longueur  $O_1O_2 = \ell$  où règne le champ  $\vec{B}$
- on supposera que la déviation angulaire est faible.

Sachant que  $Y = 3,35 \text{ cm}$ , retrouver la valeur  $v_0$  de la vitesse de l'électron au point  $O_1$ .



### Exercice 16

Entre deux plaques A et B, distantes de  $d=5\text{cm}$  on établit une tension de valeur absolue  $U=1\text{kV}$ . La plaque A comporte un orifice  $O_1$  et la plaque B un orifice  $O_2$  tels que la droite  $(O_1O_2)$  soit parallèle au champ électrique. Un électron de masse  $m_e=9,1.10^{-31}\text{kg}$  et de charge  $q=-1,6.10^{-19}\text{C}$  est mis en mouvement rectiligne uniformément accéléré à partir de l'orifice  $O_1$  où sa vitesse est supposé nulle.

1.1. Monter que la valeur du poids  $\vec{P}$  de l'électron est négligeable devant celle de la force électrique  $\vec{F}_e$  qui s'exerce sur l'électron.

1.2. Préciser, en le justifiant, le signe de  $U_{AB}$ .

2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la valeur de la vitesse  $\vec{V}_0$  de l'électron à sa sortie en  $O_2$ .

3. A la sortie de  $O_2$ , à  $t=0\text{s}$ , l'électron pénètre entre les deux plaques P et N distantes de  $d=2\text{cm}$  avec une vitesse  $\vec{V}_0$ ; Entre ces deux plaques de longueur  $l=1\text{cm}$  est appliquée une tension  $U_{PN}=10\text{V}$ .

3.1. Etablir les équations horaires du mouvement.

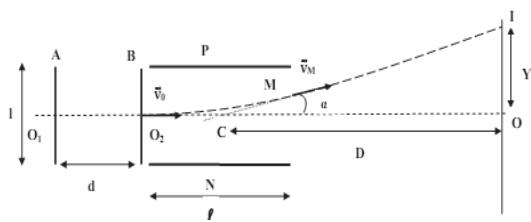
### 3.2. Déduire l'équation de la trajectoire.

4. A la deuxième sortie, au point M, l'électron entre dans une région où il n'y a pas de champ, elle subit un mouvement rectiligne uniforme.

4.1. Calculer la vitesse  $\vec{V}_M$  de la sortie au point M.

4.2. Calculer, avec deux méthodes, la déviation  $\alpha$  de l'électron.

4.3. Déduire la déflexion Y sur l'écran.



### Exercice 17

1. Dans un spectrographe de masse des ions  $^{68}\text{Zn}^{2+}$  et  $^{70}\text{Zn}^{2+}$  initialement immobiles sont accélérés sous l'influence d'une tension  $U=5\text{kV}$ , ils pénètrent en suite dans un champ magnétique  $\vec{B}$  de valeur  $B=10^{-2}\text{T}$ .

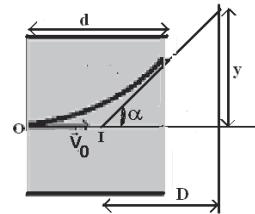


1.1. Faire un schéma du dispositif en y représentant les signes des charges de plaques accélératrices et le sens du vecteur champ magnétique.

1.2. Quelle est la vitesse des ions à leur entrée dans le champ magnétique puis lors de leur impact sur la plaque photographique après un demi-tour ?

1.3. Quelle est la distance qui sépare sur la plaque photographique les impacts des 2 types d'ions ? Les masses des ions seront prises égales à  $68\text{u}$  et  $70\text{u}$ . ( $1\text{u}=1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ ).

2. Les ions  $^{68}\text{Zn}^{2+}$  pénètrent en O à la vitesse  $\vec{V}$  calculée dans la question 1.2. dans une région où règne un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}'$  orthogonal qui est nul à l'extérieur de la région grise. A.N :  $d=2\text{cm}$  ;  $D=20\text{cm}$  ;  $y=2,5\text{cm}$ .



2.1. Les ions sont déviés vers le haut, quel est le sens de  $\vec{B}'$  ?

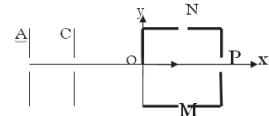
2.2. Donner l'expression du rayon de courbure  $r$  en fonction de  $q$ ,  $m$ ,  $V$  et  $\vec{B}'$ .

2.3. A la sortie du champ  $\vec{B}'$  les ions semblent provenir du point I très proche de la région centrale d'influence du champ. Le champ  $\vec{B}'$  s'exerce sur un trajet de longueur très voisine de  $d$ . Exprimer l'angle  $\alpha$  de déflexion en fonction de  $d$ ,  $q$ ,  $m$ ,  $V$  et  $\vec{B}'$ .

2.4. On observe une distance de déflexion  $y = 2,5\text{cm}$ . Que vaut le champ magnétique  $B'$ .

### Exercice18

Dans le dispositif ci-dessous règne un vide poussé. La force de pesanteur sera négligée par rapport aux autres forces.



1. Un faisceau homocinétique de protons d'abord accéléré par une tension appliquée entre deux plaques

A et C pénètre en O à une vitesse  $V_0 = 800 \text{ km/s}$  dans une enceinte de section carrée de côté  $2r = 50 \text{ cm}$  où les ouvertures sont situées aux milieux des cotés. Le proton est de masse  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  et de charge  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- 1.1. Quel doit être le signe de la différence de potentiel  $U = V_A - V_C$  ?

- 1.2. Calculer en joule et en électronvolt l'énergie cinétique d'un proton qui franchit l'ouverture O.

2. Dans cette enceinte règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  pour que les protons décrivent à la vitesse constante  $V_0$  un quart de cercle de rayon r avant de sortir par l'ouverture M.

- 2.1. Donner l'expression de la force  $\vec{F}$  qui s'exerce sur un proton de vitesse  $\vec{V}_0$  dans le champ magnétique  $\vec{B}$ .

- 2.2. Préciser la direction et le sens de  $\vec{B}$ .

- 2.3. Etablir l'expression de la valeur B du champ magnétique en fonction de  $V_0$ , q, m et r. Calculer B.

3. On supprime le champ magnétique précédent et on applique maintenant un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  pour que le faisceau franchisse l'ouverture N après avoir décrit une trajectoire parabolique dans le repère (Ox, Oy).

- 3.1. Donner l'expression de la force  $\vec{F}'$  qui s'exerce sur un proton dans le champ électrique uniforme  $\vec{E}$

- 3.2. Préciser la direction et le sens de  $\vec{E}$ .

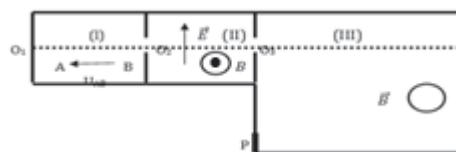
- 3.3. Donner l'expression de la valeur E du champ électrique en fonction de m,  $V_0$ , q et r. Calculer numériquement E.

4. Les champ  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ , conservant les directions et sens précédents, sont appliqués simultanément. Quelle relation doit vérifier leurs valeurs pour que les protons sortent du dispositif par l'ouverture P sans être déviés ?

### Exercice19

Un spectrographe de masse est composé de 3 enceintes notées (I), (II) et (III) sur la figure ci-dessous

1. Des ions potassium  $K^+$  pénètrent sans vitesse initiale dans l'enceinte (I) par l'ouverture  $O_1$  et sont ensuite



accélérés par une tension  $U_{AB} = U$  appliquée entre les plaques A et B. Etablir l'expression de la vitesse  $v$  des ions à leur sortie en  $O_2$  en fonction de leur charge  $q$  et de leur masse  $m$ .

2. Ces ions pénètrent par l'ouverture  $O_2$  dans l'enceinte (II) où règne simultanément un champ électrique  $\vec{E}$  et un champ magnétique  $\vec{B}$  dont les directions et sens sont indiqués sur le schéma.

2.1. Déterminer les caractéristiques (direction, sens et module) des forces électrique  $\vec{F}_e$  et magnétique agissant sur un ion  $K^+$  à son entrée en  $O_2$ .

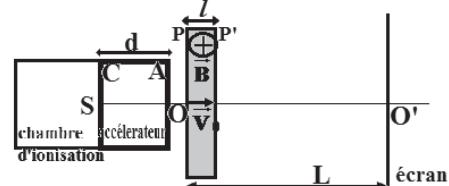
2.2. En déduire que seuls les ions dont la vitesse est telle que  $v = \frac{E}{B}$  pourront sortir par l'ouverture  $O_3$ .

2.3. Les valeurs de  $E$  et  $B$  sont fixées :  $E = 5 \cdot 10^4$  V/m et  $B = 0,5$  T. Quelle tension doit-on donner à la tension accélératrice  $U$  pour sélectionner les ions de l'isotope  $^{39}_{19}K^+$ . On donne :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C ;  $m_n = m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg

3. Les ions ainsi sélectionnés pénètrent dans l'enceinte (III) par l'ouverture  $O_3$  et ne sont plus soumis qu'au seul champ magnétique  $\vec{B}$  (champ précédent). On observe sur la plaque sensible (P) une trace T due à l'impact des ions. Interpréter la position de cette trace et calculer la distance  $O_3T$  (expression littérale puis l'application numérique)

### Exercice 20

Des protons  $H^+$  de masse  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg sont produits par une chambre d'ionisation. On néglige les forces de pesanteur. Ces protons pénètrent en S sans vitesse initiale dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  créé par une tension  $U = V_C - V_A$  (voir schéma ci-contre).



1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la norme  $\vec{V}_0$  de la vitesse du proton à la sortie du champ électrique en fonction de  $m$ ,  $U$  et la charge élémentaire  $e$ .

2. Les protons pénètrent ensuite en O avec une vitesse, dans un domaine limité par deux plans P et P' où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  orthogonal à la vitesse.

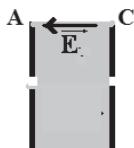
2.1. Qu'appelle-t-on la force magnétique subie par un proton entre P et P' ? Calculer sa norme.  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C ;  $U = 10$  kV ;  $B = 0,5$  T

2.2. Montrer que le mouvement des protons est uniforme et circulaire entre P et P'. Exprimer le rayon R de leur trajectoire en fonction de  $m$ ,  $B$ ,  $e$  et  $U$ .

**2.3. On admet que la distance  $l$  entre les plans P et P' est négligeable devant la distance L entre O et l'écran et que les protons sortent par P' et viennent heurter l'écran en M. Sachant que la déviation magnétique s'exprime par  $a = l/R$ , exprimer la déflexion magnétique Y=O'M en fonction de l, B, L, e, U et m.**

## Corrigé de l'exercice 1

### 1.1. Schéma



### 1.2. Expression de la vitesse V :

$$\frac{1}{2} m V^2 = eU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \text{ A.N : } V = 3.10^7 \text{ m/s}$$

**2.1. Le sens de  $\vec{B}$  :  $\vec{B}$  est sortant**

**2.2. Nature du mouvement : La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz :  $\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$**

La RFD permet d'écrire  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-e\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}$

A tout instant, on a :  $\vec{a} \perp \vec{v}$ .

- L'accélération tangentielle est donc nulle  $\Rightarrow dV/dt = 0$

$\Rightarrow V = \text{Cte} \Rightarrow$  le mouvement est uniforme

- En projetant sur la normale, on trouve  $eVB = mV^2/R$

$\Rightarrow R = mV/eB = \text{Cte} \Rightarrow$  le mouvement est circulaire.

En définitif le mouvement est circulaire uniforme.

**2.3. Les électrons décrivent un demi-cercle ssi  $2R \leq MO'$**

$$2mV/eB \leq MO' \Rightarrow B \geq 2mV/e \cdot O'M \text{ donc } B \geq 5,7 \text{ mT}$$

Le temps de parcours est :

$$t = \frac{x}{V} = \frac{\pi r}{V} = \frac{\pi O'M}{2V} = \pi \cdot 10^{-9} \text{ s où } x \text{ est la moitié de la circonférence.}$$

$$\text{Ou bien } t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi r}{V}$$

**3. Les perpendiculaires aux tangentes aux points d'entrée et de sortie permettent de déterminer le centre du cercle et la déviation  $\alpha$ .**

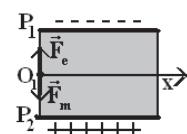
$$\text{Soit } \sin \alpha = (MN)/R = eB \cdot (MN)/mV \Rightarrow \alpha = 44,7^\circ$$

## Corrigé de l'exercice 2

1. Les ions étant soumis à deux forces magnétique et électrique de sens opposés, pour qu'ils sortent par le trou O, leur mouvement doit être rectiligne uniforme.  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$

En projetant sur Ox, on obtient :  $0 = ma \Rightarrow a = 0 \Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot F_m = F_e$

$$\Leftrightarrow |q|V_c B_0 = |q|E \Rightarrow V_c = \frac{E}{B_0}$$



$$\text{Calcul de } V_C : V_C = \frac{E}{B_0} = \frac{U}{B_0 d} = 10^5 \text{ m/s}$$

## 2.1. Les caractéristiques de $\vec{F}$

- Origine : le point O
- Direction :  $\vec{F} \perp \vec{V}_0$  et  $\vec{F} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}$  est verticale
- Sens : D'après la règle de la main droite  
 $\vec{F}$  est dirigée vers le bas
- Module :  $F = qV_0B = 8.10^{-15} \text{ N}$

### Comparaison entre F et P :

$$\frac{F}{P} = \frac{8.10^{-15}}{39 \times 1.67 \cdot 10^{-27} \times 10} \approx 1,23 \cdot 10^{10}$$

F étant très grande devant le poids P, ce dernier est négligeable.

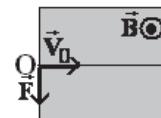
## 2.2. Montrons que $\vec{a}$ est à tout instant perpendiculaire à $\vec{v}$

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$\vec{a}$  est colinéaire à  $\vec{F}$  et comme  $\vec{F} \perp \vec{v}$  alors  $\vec{a} \perp \vec{v}$  à tout instant.

Comme  $\vec{a} \perp \vec{v}$  alors  $a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{cte}$



## 2.3. Expression de r en fonction de m, B, V\_0 et e :

$$\text{Comme } a_n = \frac{V^2}{r} = \frac{F}{m} = \frac{qVB}{m} \Rightarrow r = \frac{mV}{qB} \text{ or } q = e$$

soit  $r = \frac{mV}{eB}$  A.N :  $r \approx 8.10^{-2} \text{ m}$  Comme r et V sont constants, le mouvement est circulaire uniforme

### Corrigé de l'exercice 3

1.1. Pour que le proton sorte du champ au point O, il faut que  $\vec{F}$  doit dirigés vers le bas  $\vec{B}$  soit sortant  $\odot$  d'après la règle de l'observateur d'Ampère.

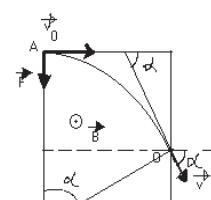
1.2. Nature du mouvement du proton dans le champ magnétique : En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

En projetant suivant la tangente on obtient :  $a_t = 0 \Rightarrow v = \text{cte}$  donc mouvement uniforme.

En projetant suivant la normale on obtient :  $a_n = F/m$  mouvement circulaire uniforme.



**Expression du rayon de la trajectoire :**

$$\text{on a : } a_n = v_0^2 / R \text{ et } F = ev_0 B \Rightarrow R = mv_0 / eB$$

**1.3. Voir schéma précédent :**

**Calcul de la valeur de l'angle de déviation angulaire  $\alpha$  :**

$$\sin \alpha = l/R = eBl/mv_0 \quad \text{A.N : } \alpha = 30^\circ$$

**1.4. Les caractéristiques de la vitesse au point de sortie O :**

- Origine : le point O.
- Direction : la tangente au point O faisant l'angle  $\alpha$  avec l'horizontale.
- Sens : du haut vers le bas.
- Module :  $v = v_0 = 10^6 \text{ m/s}$

**2.1. Pour que le proton passe par le point O' il faut que la force électrique  $\vec{F}$  soit dirigée vers le haut et comme  $q > 0$   $\vec{E}$  doit être orienté vers P<sub>1</sub> qui est alors chargée négativement d'où  $U = V_{P1} - V_{P2} < 0$**

**2.2. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

En projetant suivant l'axe Ox on obtient :

$$a_x = 0, \quad v_x = v_0 \cos \alpha \quad \text{et} \quad x = (v_0 \cos \alpha) t \quad (1)$$

En projetant suivant l'axe Oy :

$$a_y = -eE/m, \quad v_y = -(eE/m)t + v_0 \sin \alpha \quad \text{et} \quad y = -\frac{1}{2} (eE/m)t^2 + (v_0 \sin \alpha)t \quad (2)$$

(1)  $\Rightarrow t = x / (v_0 \cos \alpha)$ ; en remplaçant t dans (2), on obtient :

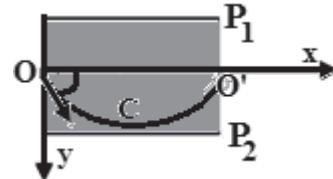
$$y = -\frac{1}{2} (eE/m v_0^2 \cos^2 \alpha) x^2 + (\tan \alpha)x$$

**2.3. Les coordonnées du point C le plus bas de la trajectoire :**

Au point C :

$$v_y = 0 \Leftrightarrow t_C = mv_0 \sin \alpha / eE \quad \text{soit : } x_C = (v_0 \cos \alpha) t_C \quad \text{A.N : } x_C = 4,5 \text{ cm}$$

$$y_C = -\frac{1}{2} (eE/m v_0^2 \cos^2 \alpha) x_C^2 + (\tan \alpha)x_C \quad \text{A.N: } y_C = 1,3 \text{ cm}$$



#### Corrigé de l'exercice 4

**1.1. La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz :**

$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$  car le poids est négligeable.

La RFD permet d'écrire  $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m}$

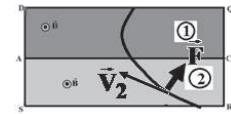
- En projetant sur la normale, on trouve  $|q|VB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B}$

⇒ Les expressions des rayons respectifs dans les zones ① et ②

$$R_1 = \frac{mV_1}{|q|B} \text{ et } R_2 = \frac{mV_2}{|q|B}$$

- Sens du déplacement de la particule qui ralentit entre A et C :

Comme  $R_2 = 3 R_1$  alors  $R_2 = 3R_1 \Leftrightarrow \frac{mV_2}{|q|B} = 3 \frac{mV_1}{|q|B} \Rightarrow V_2 = 3V_1 \Rightarrow V_2 > V_1$



La particule ralentit en franchissant la surface de séparation AC, on en déduit donc qu'elle se déplace de ② vers ①.

### 1.2. Le signe de la charge q

D'après la règle de la main droite la charge  $q$  de la particule est positive

### 1.3. Calcul du rapport $\frac{|q|}{m}$

$$R_2 = \frac{mV_2}{|q|B} \Rightarrow \frac{|q|}{m} = \frac{V_2}{BR_2} = \frac{6 \cdot 10^7}{3,41 \cdot 6 \cdot 10^{-27} \cdot 0,5} = 9,6 \cdot 10^7 \text{ C/kg}$$

Identification de la particule :

Pour le proton :  $\frac{|q|}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 9,6 \cdot 10^7 \text{ C/kg}$

Pour l'électron :  $\frac{|q|}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$

Pour le noyau d'hélium :  $\frac{|q|}{m} = \frac{2,1 \cdot 10^{-19}}{6,68 \cdot 10^{-27}} = 4,7 \cdot 10^7 \text{ C/kg}$

La particule étudiée est un proton.

### 2.1. Représentation de la force : voir schéma

### 2.2. Etude du mouvement entre C et D:

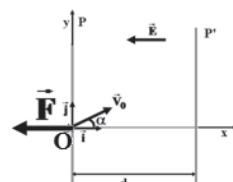
- Conditions initiales :

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Étude dynamique ;

Le PFD :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$$\begin{cases} a_x = -\frac{F}{m} = -\frac{qE}{m} \\ a_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_x = -\frac{qE}{m}t + V_0 \cos \alpha \\ V_y = V_0 \sin \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} OG \\ OG \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{qE}{2m}t^2 + (V_0 \cos \alpha)t \\ y = (V_0 \sin \alpha)t \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$



L'équation de la trajectoire :

(2)  $\Rightarrow t = y / (v_0 \sin \alpha)$ ; en remplaçant t dans (1), on obtient :

$$x = -\frac{qE}{2mV_0^2 \sin^2 \alpha} y^2 + y \cotan \alpha$$

### 2.3. L'expression de $V_x$ :

$$\Delta E_c = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} m V_x^2 - \frac{1}{2} m V_{0x}^2 = -F x$$

$$\Rightarrow V_x = \sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha - \frac{2qE}{m} x}$$

### 2.4. Calcul de $V_F$ :

En F l'abscisse  $x=d$  d'où

$$V_F = \sqrt{V_x^2 + V_0^2 \sin^2 \alpha} \Leftrightarrow V_F = \sqrt{V_0^2 - \frac{2qE}{m} d} \quad \text{Numériquement } V_F = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

### 2.5. L'expression du rapport : $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

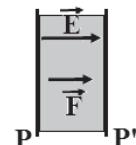
$V_y = \text{cte}$  alors

$$V_{Fy} = V_{0y} \Leftrightarrow V_F \sin \beta = V_0 \sin \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{V_F}{V_0} = \sqrt{1 - \frac{2qE}{mV_0^2} d}$$

### Corrigé de l'exercice 5

#### 1.1. Le signe de $U = V_P - V_{P'}$ :

Les ions se déplacent de P vers  $P'$  sous l'action de la force électrique  $\vec{F}$ . Comme  $q > 0$  le champ électrique  $\vec{E}$  est dirigé de P vers  $P'$  c'est-à-dire que  $v_{P'} < 0$  et  $v_P > 0$  donc  $U = V_P - V_{P'} > 0$



#### 1.2. Expression de la vitesse $V_0$ :

$$\Delta E_C = \sum W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} m V_0^2 = qU \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{4eU}{m}} \quad \text{A.N : } V = 2,8 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

#### 2.1. Le sens de $\vec{B}$ :

Les ions étant déviés vers le haut ; la règle de la main droite montre que  $\vec{B}$  est rentrant.

#### 2.2. Nature du mouvement :

La seule force qui s'exerce est la force de Lorentz

La RFD permet d'écrire  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$

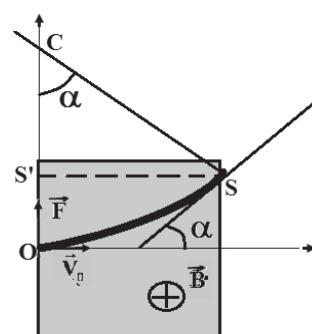
- En projetant sur la tangente :

$$0 = m a_t \Leftrightarrow a_t = 0 \Rightarrow dV/dt = 0 \Rightarrow V = \text{Cste}$$

⇒ le mouvement est uniforme

- En projetant sur la normale, on trouve :

$$qVB = \frac{mV_0^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mV_0}{qB} = \text{cte}$$



⇒ Le mouvement est circulaire. En définitif le mouvement est circulaire uniforme.

- L'expression du rayon  $r = \frac{mV_0}{qB} = \frac{m\sqrt{\frac{2qU}{m}}}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{mU}{e}}$  Soit  $r=17,7 \cdot 10^{-2}$  m.

**2.3. Calcul de la déviation angulaire  $\alpha$  :**

$$\sin\alpha = a/r \text{ soit } \alpha = 16,4^\circ$$

**3. Calcul de la tension  $U'$  pour que les ions  $^{24}\text{Mg}^{2+}$  de masse  $m$  décrivent un**

**quart de cercle de rayon  $r' = a/2$ :**  $r'^2 = \frac{mU'}{eB^2} \Rightarrow U' = \frac{r'^2 eB^2}{m}$  Soit  $U' \approx 100$  V.

**4. Calcul de la tension  $U''$  pour que les ions  $^{23}\text{Mg}^{2+}$  de masse  $m'$  décrivent un quart de cercle de rayon  $r' = a/2$ :**  $r'^2 = \frac{m'U''}{eB^2} \Rightarrow U'' = \frac{r'^2 eB^2}{m'}$  Soit  $U'' \approx 104$  V.

## 1. Action d'un champ magnétique sur un élément de courant

- Lorsqu'un conducteur traversé par un courant d'intensité  $I$  subit, sur une portion de longueur  $l$ , un champ magnétique  $\vec{B}$ , il s'exerce une force  $\vec{F}$  électromagnétique dite force de Laplace telle que  $\vec{F} = I.l \wedge \vec{B}$
- L'intensité de cette force est  $F = I.l.B|\sin\alpha|$
- Lorsque  $\vec{B} = \vec{0}$  ou  $I=0$  ou  $\vec{B} \parallel \vec{l}$  alors  $F=0$
- Lorsque  $\vec{B} \perp \vec{l}$  alors  $F=I.l.. B$

## 2. Induction

- Le flux  $\Phi$  d'un champ magnétique  $\vec{B}$  à travers une surface  $\vec{S}$  est défini par le produit scalaire de  $\vec{B}$  par  $\vec{S}$  :
$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B.S \cos\theta \text{ avec } \theta = (\widehat{\vec{B}}, \widehat{\vec{S}})$$
- Si la surface est délimitée par un circuit bobiné comportant  $N$  spires, la surface totale vaut  $N$  fois la surface  $S$  d'une spire, et :  

$$\Phi = N.B.S \cos\theta$$
- La f.e.m. induite moyenne dans un circuit est égale à l'opposé de la variation du flux inducteur à travers ce circuit par unité de temps.

$$e_m = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

- La f.e.m. induite (instantanée) dans un circuit est égale à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux inducteur à travers ce circuit.
$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$
- La tension  $u_{AB}$  entre les bornes A et B, en considérant le sens positif choisi, s'écrit :

$$U_{AB}=r.i - e$$

- ✓ Si le circuit est ouvert (le courant  $i=0$ ) ou si la résistance est négligeable:  $u_{AB}=-e$

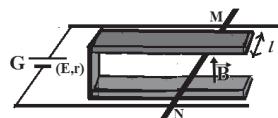
Si le circuit est fermé et de résistance totale  $R$ , l'expression de l'intensité du courant induit est :  $I = \frac{e}{R}$



### Exercice1

Considérons deux conducteurs parallèles formant un "rail de Laplace" sur lequel peut se déplacer une barre mobile conductrice MN selon le schéma ci-contre.

Le générateur G a une f.e.m  $E = 5 \text{ V}$  et une résistance interne  $r = 5 \Omega$ , la barre MN de longueur totale  $L = 0,2 \text{ m}$  a une résistance négligeable ;



elle crée un court-circuit en refermant le circuit entre les deux rails dont la résistance est également négligeable. On place MN dans l'entrefer d'un aimant en U de largeur  $l = 6 \text{ cm}$  où règne un champ magnétique uniforme de norme  $B = 0.2 \text{ T}$ .

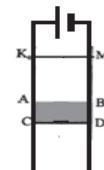
- Expliquez comment on doit placer l'aimant en U pour obtenir un champ magnétique  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan du schéma (ou des rails) et dirigé vers le haut tel qu'il est représenté sur le schéma.
- Déterminer le sens et l'intensité du courant dans la barre MN.
- Déterminer en direction, sens et grandeur la force de Laplace agissant sur la barre MN. (Aidez vous d'un schéma représentant les vecteurs significatifs).
- La barre MN se déplace à vitesse constante dans le champ magnétique sur une longueur de 8 cm dans le sens imposé par la force de Laplace. Déterminer le flux à travers la surface balayée par la barre.
- Quelle est alors la force électromotrice induite dans le circuit si le parcours a lieu en 1 ms?

### Exercice2

Deux rails rectilignes verticaux  $P_x$  et  $N_y$  sont branchés aux bornes d'un générateur de force électromotrice  $E = 24 \text{ V}$  de résistance interne  $r = 2,4 \Omega$ .

La résistance des rails est négligeable. Une barre de masse  $m$ , munie de deux crochets, s'adapte sur les rails.

Elle peut glisser en restant perpendiculaire aux rails. Le contact électrique avec les rails est toujours assuré, et on suppose que le glissement s'effectue sans frottements. On néglige tout phénomène d'induction.



- Calculer l'intensité du courant dans la barre sachant que sa résistance est également négligeable.

- Une partie du circuit se trouve dans un champ magnétique uniforme, horizontal, perpendiculaire au plan des rails. Sur la figure ci-dessus, ABCD délimite la zone où règne le champ magnétique. La barre dans la position  $K_0 M_0$  est lâchée sans vitesse.

$K_0 A = 20 \text{ cm}$ .  $AC = d = 10 \text{ cm}$ . A l'instant  $t = 0$

**2.1.** Déterminer le sens du champ magnétique et sa valeur  $B$ , pour que le mouvement de la barre soit uniforme dans la région où règne le champ magnétique.  $I = 10 \text{ A}$      $m = 20 \text{ g}$     écartement des rails  $l = 5 \text{ cm}$ .

**2.2.** Déterminer le temps que met la barre depuis la position  $K_0 M_0$  à la position  $CD$ .

**3.** On modifie l'intensité du champ magnétique sans changer ses autres caractéristiques. On ramène la barre à la position  $K_0 M_0$  et on la lâche sans vitesse. Sa vitesse s'annule à la position  $CD$ .

**3.1** Déterminer l'intensité  $B'$  du champ magnétique.

**3.2** Quel est le mouvement de la barre après avoir atteint  $CD$  ?

### Exercice3

Un cadre carré ABCD de côté 20cm est constitué d'un fil conducteur. Il est suspendu à un dynamomètre D comme l'indique la figure.

**1.** Le côté CD du cadre est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme perpendiculaire au plan.

**1.1.** Le dynamomètre D indique 2,5N lorsque le cadre n'est pas traversé par un courant. A quoi correspond cette valeur ?

**1.2.** On fait passer maintenant dans le cadre un courant d'intensité constante  $I=10\text{A}$ , le dynamomètre D indique alors 3,5N.

**1.2.1.** Faire un schéma sur lequel on représentera la force électromagnétique appliquée au côté CD et on indiquera le sens du courant qui traverse CD.

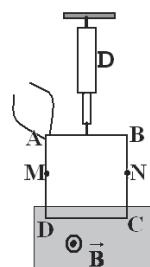
**1.2.2.** Calculer l'intensité du champ magnétique  $\vec{B}$ .

**2.** On plonge le cadre qui est parcouru par l'intensité  $I=10\text{A}$ , dans le champ magnétique jusqu'aux points M et N. Montrer que l'indication du dynamomètre ne change pas.

**3.** On inverse le sens du courant sans changer sa valeur ni celle du champ magnétique.

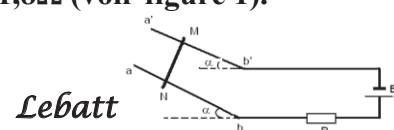
**3.1.** Quelle est la nouvelle indication du dynamomètre ?

**3.2.** Quelle sera l'indication du dynamomètre si le champ magnétique s'annule ?



### Exercice4

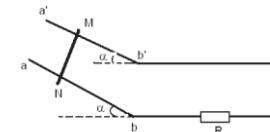
Deux rails parallèles ab et  $a'b'$  distants de  $d = 10\text{cm}$ , inclinés par rapport à l'horizontale d'un angle  $\alpha=20^\circ$ . On relie les extrémités des rails aux bornes d'un générateur de f.e.m  $E=1,4\text{V}$  et de résistance  $r=1,8\Omega$  (voir figure 1).



*Essebil au Bac*

On branche dans le circuit, et en série avec le générateur un dipôle ohmique de résistance  $R = 0,2\Omega$ . Le circuit est fermé par l'intermédiaire d'une tige MN en cuivre de résistance négligeable de masse  $m=20g$  pouvant glisser sans frottement sur les rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$  vertical.

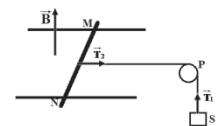
1. Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la tige.
2. Donner les caractéristiques du vecteur  $\vec{B}$  pour que la tige reste en équilibre.
3. On annule le champ magnétique à un instant pris comme origine des temps.
  - 3.1. Déterminer la nature du mouvement du centre de gravité de la tige.
  - 3.2. Trouver la vitesse de la tige après un parcours de 20cm.
  4. On enlève le générateur et on ferme le nouveau circuit (vir fig 2). On ramène la tige à la position aa' puis on l'abandonne sans vitesse initiale, elle parcourt une distance  $L'$  avant de pénétrer dans la zone où règne le champ magnétique uniforme de la question 2 avec une vitesse  $V_0 = 2,8\text{m.s}^{-1}$ .



- 4.1. Quelle est l'intensité  $I_0$  du courant qui apparaît dans le circuit à l'instant  $t = 0$ ? (Instant à partir duquel la tige pénètre dans le champ magnétique), indiquer sur un schéma le sens du courant. Donner les caractéristiques de la force électromagnétique qui s'exerce sur la tige à cet instant.
- 4.2. Faites l'inventaire des forces qui s'exercent sur la tige à cet instant  $t = 0$  en précisant que  $\vec{a}$  et  $\vec{v}$  sont de sens contraires.
- 4.3. La vitesse de la tige atteint une valeur limite  $V_1$  si la tige continue son mouvement dans le champ magnétique. Trouver l'intensité  $f_1$  de la force magnétique, la valeur du courant induit  $I_1$  et la valeur de  $V_1$ .

### Exercice 5

*Les frottements et les phénomènes d'induction sont négligeables et on prendra*  
 Un conducteur MN de masse  $m=40g$  et de longueur  $L=MN=20\text{cm}$ , peut glisser sur des rails parallèles tout en leur restant perpendiculaire. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et vertical  $\vec{B}$ , orienté vers le haut.



Un générateur, lié aux rails, permet de faire passer dans le conducteur un courant d'intensité  $I=10\text{A}$ .

1. On attache au milieu O du conducteur un fil de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie P et qui supporte en sa deuxième extrémité un solide S de masse  $M=100g$ . Le système abandonné à lui-même est alors en équilibre lorsque  $T_1 = T_2$ .

### 1.1 Le plan des rails étant horizontal.

1.1.1 Déterminer les caractéristiques de la force magnétique  $\vec{F}$  exercée sur le conducteur MN.

1.1.2 En déduire le sens du courant dans le conducteur MN.

1.1.3 Calculer l'intensité B du champ magnétique  $\vec{B}$ .

1.2 On incline le plan des rails d'un angle  $\alpha=30^\circ$  par rapport au plan horizontal. (Voir fig2). Quelle intensité doit avoir le champ magnétique pour que le conducteur MN puisse rester en équilibre sur les rails ?

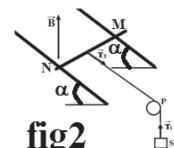


fig2

2 On supprime le solide S et le fil puis on inverse le sens du courant, le plan des rails est maintenu horizontal. Le conducteur MN est initialement au repos en un point O et le champ magnétique s'étend sur une distance OA=16cm voir fig 3. On donne :  $B=0,5T$  et  $I=10A$ .

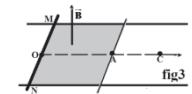


fig3

2.1 Déterminer la nature du mouvement du conducteur MN entre O et A et calculer son accélération.

2.2 Calculer sa vitesse au point A

2.3. Quelle durée doit mettre le conducteur pour parcourir la distance OC=21,64cm ; C étant situé sur la droite (OA) ?

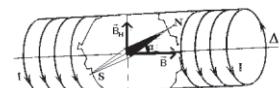
### Exercice6

*On néglige le champ magnétique terrestre dans les questions 1 et 3*

Un solénoïde de grande longueur  $l$  par rapport à son diamètre comporte N spires jointives.

1. Déterminer les caractéristiques du champ magnétique  $\vec{B}$  qui s'exerce au centre de la bobine quand elle est traversée par un courant d'intensité I (Direction, sens et intensité).  $A.N = 1000$ ,  $I = 2A$ ,  $\ell = 1,5m$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot A^{-1}$

2. L'axe  $\Delta$  du solénoïde est perpendiculaire au méridien magnétique du lieu d'expérience et la composante horizontale du champ magnétique terrestre est  $B_H = 2 \cdot 10^{-6} T$



Une petite aiguille aimantée  $\overline{SN}$  mobile autour d'un axe vertical placée au centre de la bobine s'établit dans une position d'équilibre telle que l'angle de la ligne des pôles  $\overline{SN}$  et l'axe  $\Delta$  soit  $\alpha = 60^\circ$  (Fig 1). Calculer la valeur du champ magnétique  $\vec{B}$  qui s'exerce lors du passage d'un courant dans le solénoïde et en déduire l'intensité I de ce courant ?

3. On place maintenant au centre du solénoïde une spire de surface  $S=8cm^2$  dont l'axe est confondu avec celui du solénoïde (fig 2).

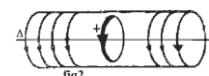


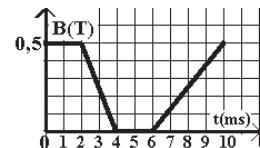
fig2

**3.1. Exprimer le flux  $\Phi$  à travers la spire en fonction de  $B$  et  $S$ . Calculer  $\Phi$  si  $B = 0,5\text{T}$ .**

**3.2. On établit aux bornes du solénoïde une différence de potentiel qui fait passer un courant créant un champ magnétique variant en fonction du temps comme l'indique la courbe ci-contre.**

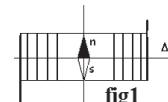
**3.2.1. Donner l'expression de la force électromotrice induite  $e$  en fonction du temps et calculer ses valeurs dans les différents intervalles de temps.**

**3.2.2. représenter la variation de  $e$  en fonction de  $t$  dans les différents intervalles de temps.**



### Exercice 7

On donne :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$  et  $B_H = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

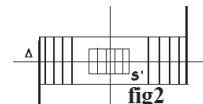


**1. Un solénoïde  $S$  est constitué d'un enroulement de 1000 spires sur une longueur de 1,2m ; il est traversé par un courant d'intensité**

**$I_1 = 3,82\text{A}$ . Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  à l'intérieur du solénoïde et en son centre.**

**2. L'axe  $\Delta$  du solénoïde est placé perpendiculairement au méridien magnétique (voir figure1). Quand on fait passer le courant d'intensité  $I_1$  dans le solénoïde, une petite aiguille aimantée placée en son centre tourne de l'angle  $\theta$ . Indiquer sur une figure claire le sens du courant dans le solénoïde, le sens de déviation de l'aiguille et calculer  $\theta$ .**

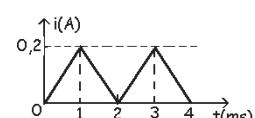
**3. A l'intérieur du solénoïde  $S$ , est placée une petite bobine  $S'$  comportant 600 spires de rayon  $r = 1,78\text{cm}$ . Les bobines sont coaxiales d'axe  $\Delta$  horizontal (voir figure 2).**



**Calculer la valeur du flux du champ magnétique  $\vec{B}$  à travers la bobine  $S'$**

**4. On fait décroître l'intensité  $I$  du courant traversant  $S$  de la valeur**

**$I_1 = 3,82\text{A}$  jusqu'à la valeur 0 en  $0,2\text{s}$  selon une fonction affine du temps. Quelle est la force électromotrice d'induction dont la bobine  $S'$  est le siège ? Préciser sur un schéma le sens du champ magnétique  $\vec{B}$ , du courant  $I_1$  traversant  $S$  et du courant induit  $i$  qui traverse la bobine  $S'$  si on réunissait ses extrémités.**

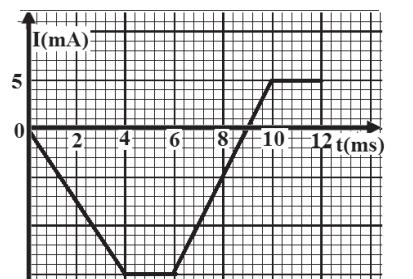
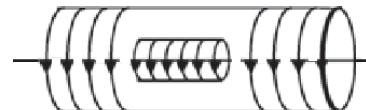


**5. On fait passer dans le solénoïde un courant dont l'intensité varie comme l'indique la figure3. Préciser la valeur de la période  $T$ . Calculer les valeurs de la f.e.m induite pendant une période.**

### Exercice8

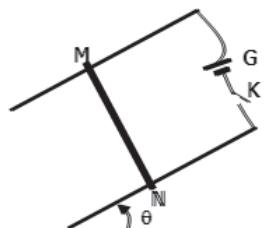
Un solénoïde  $S_1$  de 90cm de long est formé de 1000 spires; il a une résistance  $R=2 \Omega$ . On le branche aux bornes d'une pile de force électromotrice  $E=4,5V$  et de résistance interne  $r=3 \Omega$ .

- Après avoir choisi le sens du courant, représenter, en justifiant, le vecteur champ magnétique au centre O du solénoïde.
- Après avoir calculé l'intensité du courant débitée par la pile, calculer la valeur du champ magnétique au centre du solénoïde  $S_1$ .
- Dans le solénoïde  $S_1$  est placée une petite bobine  $S_2$  de 6 cm de diamètre formée de 400 spires.  $S_1$  et  $S_2$  ont le même axe. Calculer le flux du champ magnétique à travers cette bobine.
- On remplace la pile par un générateur qui débite un courant dont l'intensité varie comme l'indique la courbe.
  - Expliquer pourquoi la bobine  $S_2$  est le siège d'un phénomène d'induction magnétique.
  - Trouver dans les différents intervalles de temps les expressions du champ magnétique créé au centre du solénoïde  $S_1$ , du flux magnétique à travers la bobine  $S_2$  et de la f.e.m induite e.
  - Calculer dans ces différents intervalles de temps la f.e.m induite e et la représenter.



### Exercice9

On néglige les forces de frottement et le champ magnétique terrestre. Deux barres conductrices sont disposées parallèlement suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle  $\theta$  sur l'horizontale. Elles sont distantes de  $l$ ; leurs extrémités supérieures sont reliées entre elles par un générateur G et par un interrupteur K. Une barre MN conductrice est posée perpendiculairement sur les deux barres précédentes. Le contact électrique se fait en M et N. On crée dans la région où se trouve la barre



MN un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan des rails. On ferme K. Un courant d'intensité I circule dans le montage.

- Représenter les forces exercées sur la barre MN pour qu'elle puisse être en équilibre (on peut utiliser la vue de droite). Déduire le sens de  $\vec{B}$

**2. La barre MN a une masse  $m = 10 \text{ g}$  et pour qu'elle soit en équilibre il faut que l'intensité du courant soit égale à  $I_1 = 10 \text{ A}$ .**

**2.1. Etablir la condition la condition d'équilibre de la barre MN.**

**2.2. Exprimer la norme de  $\vec{B}$  en fonction de  $I_1$ ,  $L$ ,  $m$ ,  $g$  et  $\theta$  pour que la barre reste en équilibre. Montrer que  $B = 68 \text{ mT}$ . On donne :  $\theta = 20^\circ$ ; et  $l = 0,05 \text{ m}$ .**

**3. L'intensité du courant est  $I_2 = 15 \text{ A}$  et on garde le champ magnétique  $\vec{B}$  précédent, on place sous la barre MN un ressort à spires non jointives, de raideur  $k$  de masse négligeable dont la direction est celle de la plus grande pente du plan incliné (voir figure ci-contre). lorsque l'interrupteur K est ouvert la barre MN est en équilibre. On ferme l'interrupteur K, la barre MN prend une nouvelle position d'équilibre M'N' tel que le ressort soit allongé de  $\Delta l = 3,36 \text{ mm}$ .**

**3.1. Représenter les forces exercées sur la barre MN (on peut utiliser la vue de droite).**

**3.2. Etablir la condition d'équilibre de la barre. Déduire la valeur de la constante de raideur  $k$  du ressort.**

### Exercice 10

Dans tout le problème on néglige le champ magnétique terrestre.

**1. Un solénoïde de longueur 40 cm comporte 1200 spires. La valeur du champ magnétique mesurée au voisinage de son centre est égale à  $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ , lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité  $I$ .**

La perméabilité du vide est  $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ (SI)}$ .

Le rayon du solénoïde est considéré comme petit devant sa longueur.

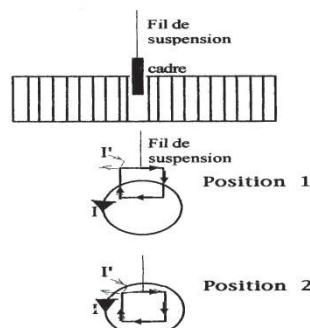
**1.1. Calculer  $I$ .**

**1.2. Faire le schéma du solénoïde en indiquant son axe et le sens du courant. Représenter le vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.**

**2. Vers le milieu du solénoïde, deux spires sont assez écartées pour permettre l'introduction (sans contact) d'un petit cadre indéformable de 4 cm de côté. Ce cadre, constitué de 800 spires, est suspendu à un dynamomètre.**

Le courant dans le solénoïde est égal à  $I$ .

En l'absence de courant dans le cadre, le dynamomètre indique 0,87 N.



Quelles sont les indications du dynamomètre, dans les cas (1) et (2) du schéma ci-contre, lorsqu'on établit un courant d'intensité  $I' = 0,8 \text{ A}$  dans le cadre ? Les sens des courants sont indiqués sur le schéma.

3. Le circuit du cadre est maintenant ouvert. Le courant dans le solénoïde est toujours égal à  $I$ . De la position (2), on ramène en  $0,1\text{s}$  le cadre hors du solénoïde. Déterminer la valeur moyenne de la f. e. m d'induction qui apparaît aux bornes du circuit du cadre.

### Exercice11

Une barre cylindrique en cuivre CD, de masse  $m$  est suspendue horizontalement par deux fils conducteurs verticaux AC et ED, de même longueur et de masse négligeable.

La barre traverse symétriquement l'espace champ magnétique  $B$  uniforme, d'un aimant en U de largeur  $l$  (avec  $l < CD$ ).

On peut faire passer un courant  $I$ , constant, de A vers C, D puis E. L'intensité de la pesanteur est  $g = 10 \text{ N/kg}$ ;  $l = 5\text{cm}$

1. Analyser les forces appliquées à la barre et les représenter en direction et sens quand

$I = 0$  et le champ magnétique est vertical descendant.

2. Quand  $I \neq 0$ , la barre prend une nouvelle position d'équilibre, les fils AC et ED étant inclinés du même angle  $\alpha$  par rapport à la verticale.

2.1. Analyser les forces appliquées à la barre et les représenter en direction et sens

2.2. Exprimer l'angle  $\alpha$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $I$ ,  $l$  et  $B$ .

2.3. Calculer l'intensité  $I$  et l'intensité des tensions des fils si  $\alpha = 10^\circ$ ,  $B = 0,2\text{T}$  ;  $m = 7\text{g}$ .

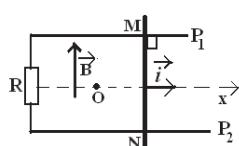
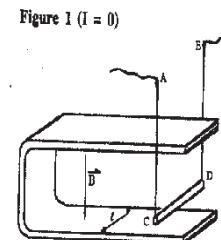
3. On modifie la position de l'aimant que l'on place de façon à avoir un champ magnétique uniforme horizontal perpendiculaire à CD figure 2.

3.1. Les fils AC et ED sont-ils inclinés ?

3.2. Calculer l'intensité des tensions des fils si  $I=2,5\text{A}$  ;  $l=5\text{cm}$ ;  $B = 0,2\text{T}$ ,  $m = 7\text{g}$

### Exercice12

Une tige MN se déplace sans frottement, sur deux rails  $P_1$  et  $P_2$  rectilignes, horizontaux et parallèles, à la vitesse constante  $\bar{v}$ . La distance séparant les rails est  $\ell$  et la tige MN est perpendiculaire aux rails (voir figure). On exerce une force  $\vec{F} = F\vec{i}$  sur la tige.

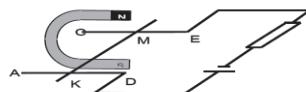


Le circuit formé des rails, de la tige et de la résistance  $R$  est placé dans un champ magnétique uniforme vertical  $\vec{B}$  d'intensité  $B = 0,4\text{T}$ .

1. Expliquer pourquoi il apparaît un courant induit dans le circuit.
2. Quel est le sens du courant induit circulant dans la tige ?
3. Le circuit est orienté dans le sens du courant induit, montrer que le flux du champ magnétique à travers la surface délimité par le circuit s'écrit sous la forme :  $\Phi = \Phi_0 + at$  où  $a$  est une constante que l'on déterminera.
4. En déduire la f.e.m induite  $e$  et l'intensité du courant (On néglige la résistance des rails et de la tige devant  $R$ )
5. Analyser les forces qui s'exercent sur la tige et en déduire l'intensité  $F$  de la force. On donne  $R = 2\Omega$ ;  $V = 2\text{m/s}$ ;  $\ell = 12\text{cm}$

### Exercice 13

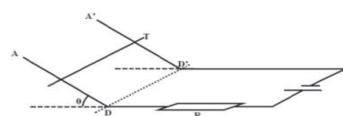
Une tige de cuivre KM, de masse  $m$ , homogène et de section constante, est placée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  sur une longueur  $l$ , et parcourue par un courant d'intensité  $I$ . On admet que la tige ne peut que glisser sans frottement sur ses rails. Déterminer dans quel sens et de quel angle  $\alpha$  on peut incliner les rails AD et CE pour que la tige soit en équilibre, dans les deux cas suivant :



1.  $\vec{B}$  reste orthogonal aux rails.
2.  $\vec{B}$  reste vertical.

### Exercice 14

1. Rappeler les caractéristiques de la force de Laplace s'exerçant sur une tige de longueur  $l$  plongée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  faisant un angle  $\alpha$  avec la tige et parcourue par un courant d'intensité  $I$



2. Deux rails parallèles AD et A'D', distantes de  $l = 12\text{ cm}$ , sont disposées selon des lignes de plus grande pente d'un plan faisant un angle  $\theta = 8^\circ$  avec le plan horizontal. Les deux rails sont reliées à un générateur électrique, et le circuit est fermé par une tige T de masse  $m = 32\text{ g}$  qui peut glisser sans frottement sur les rails en restant horizontale. Le circuit est alors parcouru par un courant d'intensité constante  $I = 2\text{ A}$ .

2.1. Le rectangle ADD'A' est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme et vertical.

2.1.1. Préciser les trois forces qui s'exercent sur la tige T

2.1.2. Représenter, sur la figure 1 de la page 4, ces trois forces dans le cas où la tige reste en équilibre (immobile).

### 2.1.3. En déduire le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$

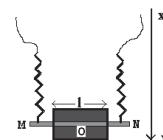
2.1.4. Exprimer la norme  $\| \vec{B} \|$  du champ magnétique  $\vec{B}$ . Calculer  $\vec{B}$ . L'intensité de la pesanteur est  $g=10 \text{ N/kg}$ .

2.2. Dans le cas où  $\vec{B}$  est perpendiculaire au plan des rails, doit-on augmenter ou diminuer l'intensité  $I$  du courant pour maintenir la tige T en équilibre ? Justifier.

### Exercice15

On fixe une tige solide MN de cuivre de masse  $m = 20\text{g}$  aux extrémités de deux ressorts identiques R parfaitement élastiques à spires non jointives et de masse négligeable. La constante de raideur de chaque ressort est  $K = 5 \text{ N/m}$  et sa longueur à vide est 15cm (voir fig.). On donne  $g=10\text{m/s}^2$

La tige et les ressorts constituent une portion de circuit électrique à travers laquelle peut passer un courant constant d'intensité  $I=5\text{A}$  de M vers N quand on ferme l'interrupteur.



On exerce sur une longueur  $l=8\text{cm}$ , de centre O milieu de la tige MN un champ magnétique uniforme d'intensité  $B$ .

La direction et le sens de  $B$  peuvent être modifiés.

On néglige le champ magnétique terrestre.

1. L'interrupteur est ouvert ( $I=0$ ) la valeur du champ magnétique est  $B= 0,6\text{T}$ . Déterminer la longueur des ressorts.

2. L'interrupteur est fermé ( $I\neq 0$ ) la valeur du champ magnétique est  $B= 0,6\text{T}$ . Déterminer la force électromagnétique (direction, sens et intensité) qui s'exerce sur la tige et calculer la longueur des ressorts à l'équilibre, dans les cas suivants :

2.1. Le champ magnétique est horizontal dirigé de M vers N.

2.2. Le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la fig et est horizontal rentrant

2.3. Le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la fig et est horizontal sortant

3. L'interrupteur est fermé ( $I\neq 0$ ) le champ magnétique appliqué est perpendiculaire au plan de la fig et de telle manière que la force de Laplace soit égale au poids de la tige mais de sens opposé . La tige prend alors une nouvelle position d'équilibre

3.1. Quelle est la valeur du champ magnétique ?

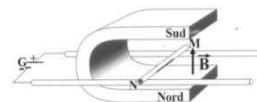
3.2. Quelle est la longueur des ressorts ?

### Corrigé de l'exercice 1

1. L'aimant doit être placé pôle Sud vers le haut, car à l'extérieur de l'aimant le champ circule du N vers S

2. Le sens de I :

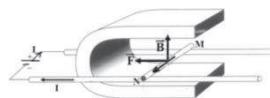
Le courant du générateur G sort par la borne positive, il circule alors dans la tige de M vers N (voir le schéma).



La tension aux bornes du générateur est nulle ( court-circuit).  $U = E - r I = 0$   
soit  $I = E / r = 5 / 5 = 1 \text{ A}$

3. Les caractéristiques de la force de Laplace :

-Direction



$\vec{F} \perp \overline{MN}$  et  $\vec{F} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}$  est horizontale

-Sens : D'après la règle d'orientation régissant les sens de la force  $\vec{F}$ , de l'intensité I et du champ magnétique  $\vec{B}$  (les sens de I,  $\vec{B}$  et  $\vec{F}$  forment un trièdre direct), la force  $\vec{F}$  est dirigée vers la gauche.

Module : Comme indiqué, la longueur du conducteur soumis au champ magnétique correspond à la distance notée l dans l'énoncé et non pas à la longueur totale L de la barre  $F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha$  avec  $\sin\alpha = 1$  ( $\alpha$  étant l'angle entre la direction du conducteur et le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  et donc  $\alpha = \pi/2$  ).  
A.N :  $F = B \cdot I \cdot l = 12 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

4. Calcul du flux coupé :

$\Phi = B \cdot S$  avec  $S = l \cdot x$  où x la longueur du déplacement.

$$\Phi = B \cdot S = 0,2 \times 8 \cdot 10^{-2} \times 6 \cdot 10^{-2} \Leftrightarrow \Phi = 96 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

5. Détermination de la f.e.m induite :

$e = - d\Phi / dt = - Bl dx/dt = - BlV$  Avec  $V=x/t$  car V étant cte le mouvement rectiligne uniforme. Soit  $e = - 0,96V$ .

### Corrigé de l'exercice 2

1. Calcul de I :  $E = rI \Rightarrow I = E/r$  A.N :  $I = 10 \text{ A}$

2.1. Le mouvement est uniforme  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F}_m = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_m = -\vec{P}$

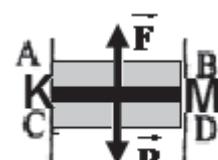
$\vec{F}_m$  est dirigée vers le haut donc d'après la règle de l'observateur d'Ampère  $\vec{B}$  est rentrant.

La valeur de  $\vec{B}$  est telle que  $F_m = mg \Leftrightarrow IlB = mg \Rightarrow B = mg/I \cdot l$

$$\text{A.N : } B = 0,4 \text{ T}$$

2.2. Avant d'entrer dans ABCD le mouvement est uniformément accéléré

$$\text{d'équation } x_1 = K_0 A = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2K_0 A}{g}} = 0,2 \text{ s}$$



- Dans ABCD le mouvement est uniforme de vitesse  $v_1$  telle que

$$v_1^2 = 2gK_0A$$

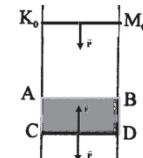
$$\Rightarrow V = 2m/S \text{ et d'équation } x_2 = AC = v_1 t_2 \Rightarrow t_2 = AC/v_1 = d/V = 0,05s$$

La durée de chute est donc  $t = t_1 + t_2$  A.N :  $t = 0,25s$

3.1. L'application du théorème de l'énergie cinétique donne

$$\Delta E_c = W_p + W_F = 0 \Leftrightarrow mg.K_0C - IB'.l.AC = 0 \Rightarrow B' =$$

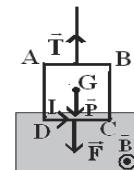
$$mgK_0A/l.l.AC \quad \text{A.N : } B' = 1,2T$$



3.2. La barre reste soumise à la même accélération. Elle repart vers le haut jusqu'à  $K_0A$  où elle arrive sans vitesse et retombe. Ainsi son mouvement devient périodique.

### Corrigé de l'exercice 3

1.1. Lorsque le courant est nul il n'y a pas de force électromagnétique, le dynamomètre indique le poids du cadre car  $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0} \Leftrightarrow P = T_0 = 2,5N$



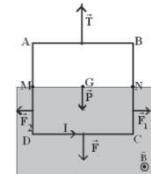
1.2.1. Comme  $T > T_0$  la force électromagnétique a le même sens que le poids. D'après la règle de la main droite le courant I circule de D vers C.

1.2.2. Calcul de l'induction B :  $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$

Par projection sur la verticale descendante :

$$P - T + F = 0 \Rightarrow F = T - P = 3,5 - 2,5 = 1N \text{ Or } F = IaB \text{ soit } B = \frac{F}{aI} = \frac{3,5-2,5}{0,2 \times 10} = 0,5T$$

2. Lorsqu'on plonge le cadre jusqu'aux points M et N ; il s'exerce sur les cotés MD et NC deux forces magnétiques  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$ . Ces deux forces ont la même intensité, la même direction mais des sens opposés et par conséquent  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$  ce qui montre que



l'indication du dynamomètre ne change pas.

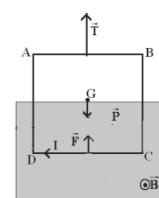
$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{F} + \underbrace{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}_{\vec{0}} = \vec{0}$$

Par projection sur la verticale descendante :

$$P - T + F = 0 \Rightarrow T = F + P = 3,5N$$

3.1. Lorsqu'on inverse le sens du courant sans changer son intensité, on inverse le sens de la force sans changer son intensité

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$$



Par projection sur la verticale descendante :

$$P - T - F = 0 \Rightarrow T = P - F = 2,5N - 1N = 1,5N$$

**3.2. Lorsque le champ magnétique est supprimé il n'y a plus de force électromagnétique, le dynamomètre indique seulement le poids du cadre car**

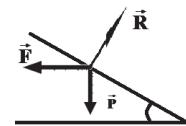
$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0} \Leftrightarrow P = T_0 = 2,5N$$

### Corrigé de l'exercice 4

1. Les forces sont :  $\vec{F}$ ,  $\vec{R}$  et  $\vec{F}_m$

2. Les caractéristiques de  $\vec{B}$  :

$\vec{B}$  est vertical dirigé vers le bas d'après la règle de la main droite ; d'intensité  $B$  telle que : La tige est en équilibre

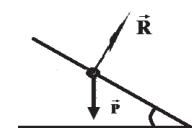


(fig1)  $\Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_m = \vec{0}$  avec  $F_m = IBd$

Par projection on obtient :  $P \sin \alpha - F_0 \cos \alpha = 0 \Rightarrow B = mg \tan \alpha / Id$  avec  $I = E/R$   
A.N :  $B = 1T$

3.1. Nature du mouvement :  $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow a = g \sin \alpha$

$\Rightarrow m.r.u.v$  (fig2)



3.2. Calcul de la vitesse : En utilisant la relation indépendante du temps, on obtient  $v^2 = 2ax \Rightarrow V = \sqrt{2g \sin \alpha}$  A.N :  $v = 1,25m/s$ .

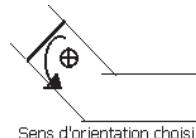
4.1. Calcul de l'intensité du courant  $I_0$  :

$$\Phi = BS \cos \theta = -B(S_0 - xd) \cos \alpha \text{ car } \theta = (\pi - \alpha)$$

$$\text{or } e = -d\phi/dt = -Bdv \cos \alpha \text{ soit } I_0 = e/R = 1,3A$$

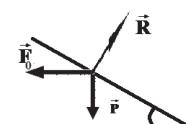
Les caractéristiques de la force  $\vec{F}_0$  :

- Direction : horizontale
- Sens : de droite vers la gauche
- Origine : milieu du segment
- Intensité :  $F_0 = I_0 Bd$  ; A.N :  $F_0 = 0,13N$



3.2. Inventaire : Les forces sont  $\vec{F}$ ,  $\vec{R}$  et  $\vec{F}_0$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F}_0 + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$$



En projetant suivant le sens positif, on obtient :

$$P \sin \alpha - F_0 \cos \alpha = ma$$

$$\Rightarrow a = g \sin \alpha - F_0 \cos \alpha / m \text{ A.N: } a = -2,75m/s^2 \text{ a.v} < 0 \Rightarrow m.r.u.d$$

3.3. Calcul de  $F_1$

$$P \sin \alpha - F_1 \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_1 = mg \tan \alpha \text{ A.N: } F_1 = 0,073N$$

$$\text{Calcul de } i_1 : i_1 = F_1 / Bd \text{ A.N: } i_1 = 0,73A$$

$$\text{D'autre part } i_1 = Bdv_1 \cos \alpha / R \Rightarrow v_1 = R i_1 / Bdcos \alpha \text{ A.N: } v_1 = 1,55m/s$$

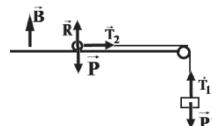
## Corrigé de l'exercice 5

### 1.1.1 Etude de l'équilibre du conducteur :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = -\vec{T}_2$$

### Les caractéristiques de la force de Laplace :

- Direction  $\vec{F} \perp \overline{MN}$  et  $\vec{F} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}$  est // aux rails
- Sens : contraire de  $\vec{T}_2$  ( de la droite vers la gauche)
- Module :  $F = T_2 = T_1 = P'$  car  $T_1 = P'$  A.N :  $F = P' = Mg = 1N$
- Origine : milieu de (M, N)



### 1.1.2 Sens du courant dans la tige :

D'après la règle d'orientation régissant les sens de la force  $\vec{F}$ , de l'intensité  $I$  et du champ magnétique  $\vec{B}$  (les sens de  $I$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{F}$  forment un trièdre direct), Le courant circule de M vers N dans le conducteur.

### 1.1.3 Calcul de B : $F = B I l \Rightarrow B = F/Il$ A.N : $B = 0,5T$ .

### 1.2 La valeur de B pour que MN reste en équilibre :

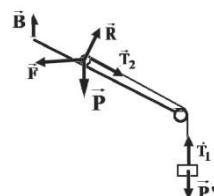
$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{F} + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

Par projection suivant xx'

$$P_x + T_2 - F_x = 0 \Leftrightarrow Psina - Fcosa + T_2 = 0$$

$$\Rightarrow F = \frac{Psina + P'}{\cos a} \text{ or } F = ILB' \text{ soit } B' = \frac{(msina + M)g}{IL\cos a}$$

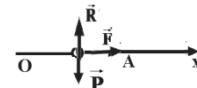
$$A.N : B' = 0,7T$$



### 2.1. Etude du mouvement :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Par projection sur Ox :



$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{ILB}{m} \text{ A.N : } a = 25m/s^2. \text{ La tige est en m.r.u.v.}$$

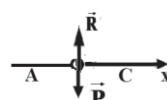
### 2.2. Calcul de V

$$m.r.u.v \Rightarrow V^2 = 2ax \text{ avec } x = OA \text{ soit } v = \sqrt{2a(OA)} \text{ A.N : } V = \sqrt{2x25x0,16} = 2,82m/s$$

### 2.3. Durée de la distance OC

Soit  $t_1$  la durée entre O et A (m.r.u.v):

$$V = at_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V}{a} = \frac{2,82}{25} = 0,11s$$



Soit  $t_2$  la durée du mouvement entre A et C.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

Par projection sur Ox :

$$0 = a \Rightarrow m.r.u. \Rightarrow x = Vt_2 \Rightarrow t_2 = AC/V = 0,02s$$

Calcul t

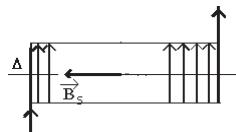
$$t = t_1 + t_2 = 0,11 + 0,02 = 0,13s.$$

## Corrigé de l'exercice 6

### 1. Caractéristiques du champ $\vec{B}$ :

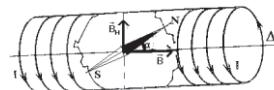
- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite SN
- Intensité :  $B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$

$$\text{A.N : } B = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$



### 2. Calcul de $\theta$ : Voir le schéma

$$\tan \theta = \frac{B_H}{B_S} \Rightarrow B_S = \frac{B_H}{\tan \theta} \text{ soit } B_S = 1,16 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$



Déduction de l'intensité correspondante :

$$\Rightarrow B_S = \mu_0 n I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{B_S}{\mu_0 n} \text{ soit } I_1 = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

### 3.1. Calcul du flux :

$$\Phi = B_S \cos \theta \text{ avec } \theta = (\vec{n}, \vec{B}) \text{ comme } \theta = 0, \text{ on a } \Phi = B_S \text{ soit } \Phi = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Wb.}$$

### 3.2. La f.e.m induite : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -S \frac{dB}{dt}$

#### 3.2.1. Les expressions de la f.e.m en fonction de t :

Sur [0; 2ms]  $e_1 = 0$  car  $B = \text{cte}$

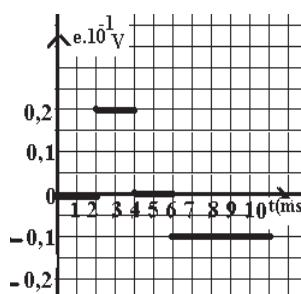
Sur [2ms; 4ms]  $B = at + b$  avec  $\begin{cases} a = \frac{dB}{dt} = -250 \\ b = 1 \end{cases}$  donc  $B = -250t + 1$  soit  $e_2 = 0,2 \text{ V}$

Sur [4ms; 6ms]  $e_3 = 0$  car  $B = \text{cte}$

Sur [6ms; 10ms]

$B = a't + b'$  avec  $\begin{cases} a' = \frac{dB}{dt} = 125 \\ b' = -0,75 \end{cases}$  donc  $B = 125t - 0,75$  soit  $e_4 = -0,1 \text{ V}$

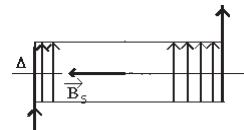
#### 3.2.2. Représentation de la fonction $e = f(t)$ :



## Corrigé de l'exercice 7

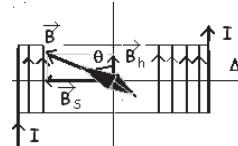
### 1. Caractéristiques du champ $\vec{B}$ :

- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite
- Intensité :  $B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$       A.N :  $B = 4 \cdot 10^{-3} T$



### 2. Calcul de $\theta$ : Voir le schéma

$$\tan \theta = \frac{B_s}{B_b} \quad A.N : \theta = 89,7^\circ$$



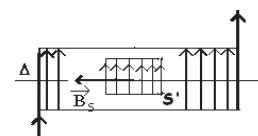
### 3. Calcul du flux : $\Phi = NBS \cos \theta$ avec $\theta = (\vec{n}, \vec{B})$

comme  $\theta = 0$ , on a  $\Phi = NBS$    A.N :  $\Phi = 2,4 \cdot 10^{-4} Wb$ .

### 4. La f.e.m induite : (voir schéma)

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -4 \cdot 10^{-6} N N' r^2 \frac{1}{l} \frac{di}{dt} \quad \text{avec } \pi^2 = 10 \quad \text{avec}$$

$$i = -19,1t + 3,82 \quad A.N : e = 12 \cdot 10^{-3} V$$



### 5. La période T correspond à 2ms.

Expression de l'intensité i du courant :

- Si  $t \in [0; 1ms]$   $i = at$  avec  $a = 200$  soit  $i = 200t$
- Si  $t \in [1ms; 2ms]$   $i = at + b$  avec  $a = -200$  et  $b = 4$  soit  $i = 200t + 4$

Calcul de la f.e.m induite sur ces intervalles :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -4 \cdot 10^{-6} N N' r^2 \frac{1}{l} \frac{di}{dt} = -63,37 \frac{di}{dt} \quad \text{en prenant } \pi^2 = 10$$

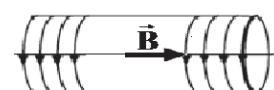
- Si  $t \in [0; 1ms]$   $e = -1,27 \cdot 10^{-1} V$

- Si  $t \in [1ms; 2ms]$   $e = 1,27 \cdot 10^{-1} V$ .

## Corrigé de l'exercice 8

### 1. Voir schéma

D'après la règle de la main droite le sens de  $\vec{B}$  est celui indiqué sur le schéma :



### 2. Calcul de l'intensité I

$$I = \frac{E}{\sum R} = \frac{4,5}{2+3} = 0,9 A$$

**Calcul de l'intensité B :**

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I \quad A.N : B = 12,56 \cdot 10^{-4} T$$

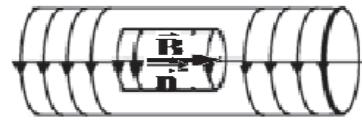
**3. Calcul du flux :**

$\Phi = BS \cos \theta$  avec  $\theta = (\vec{n}, \vec{B}) = 0$ , on a

$$\Phi = N_2 SB = N_2 \pi r^2 B = 400\pi \cdot 9 \cdot 10^{-4} \cdot 12,56 \cdot 10^{-4} \approx 142 \cdot 10^{-5} Wb$$

Ou  $\Phi = 144 \cdot 10^{-5} Wb$  si on prend  $\pi^2 = 10$

**4.1. Comme l'intensité du courant varie en fonction du temps, B varie aussi d'où la variation du flux et apparition du phénomène d'induction ( $e = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$ ).**



**4.2. L'expression du flux magnétique à travers la bobine.**

$$\Phi = N_2 BS = N_2 S \mu_0 \frac{N_1}{l} i = 16 \cdot 10^{-4} i$$

**L'expression de la f.e.m e**

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -16 \cdot 10^{-4} \frac{di}{dt}$$

- Sur [0; 4ms]

$$i_1 = at + b \text{ Avec } \begin{cases} a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -3,75 \\ b = 0 \end{cases}$$

Donc  $i_1 = -3,75t$

Soit  $\Phi_1 = -6 \cdot 10^{-3} t$

$$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = 6 \cdot 10^{-3} V$$

- Sur [4ms; 6s]

$$i_2 = a't + b' \text{ Avec } \begin{cases} a' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0 \\ b' = -15 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Donc  $i_2 = -15 \cdot 10^{-3} A$  Soit  $\Phi_2 = 16 \cdot 10^{-4} (-15 \cdot 10^{-3}) = -2,4 \cdot 10^{-5} Wb$

$$e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = 0$$

- Sur [6ms;10s]

$$i_3 = a''t + b'' \text{ Avec} \begin{cases} a'' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 5 \\ b'' = -45 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Donc  $i_3 = 5t - 45 \cdot 10^{-3}$  Soit  $\Phi_3 = 16 \cdot 10^{-4}(5t - 45 \cdot 10^{-3})$

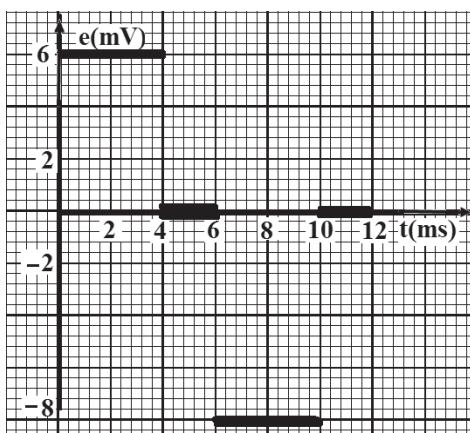
$$e_3 = -\frac{d\Phi_3}{dt} = -8 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

- Sur [10ms;12s]

$$i_4 = a'''t + b''' \text{ Avec} \begin{cases} a''' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0 \\ b''' = 5 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Donc  $i_4 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$  Soit  $\Phi_4 = 16 \cdot 10^{-4}(5 \cdot 10^{-3}) = 8 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$   $e_4 = -\frac{d\Phi_4}{dt} = 0$

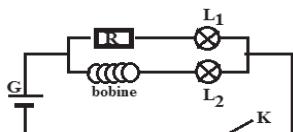
Voir la courbe



## Auto-induction et circuit RL

### 1. Auto-induction

✓ Mise en évidence



Lorsque l'on ferme l'interrupteur K, la lampe L<sub>1</sub> s'allume instantanément, alors que la lampe

L<sub>2</sub> s'allume avec un retard de quelques secondes.

✓ Interprétation

Lorsqu'un courant variable circule dans un circuit comportant une bobine, il crée un champ magnétique variable.

Cette variation s'accompagne de la production d'une force électromotrice induite appelée force électromotrice d'auto-induction.

Le courant d'auto-induction tend à s'opposer aux variations du courant qui lui donne naissance.

Une bobine tend donc à s'opposer à l'établissement et à l'annulation du courant.

✓ Expression de la force électromotrice d'auto-induction.

La force électromotrice d'auto-induction e est proportionnelle à la dérivée de l'intensité du courant dans le circuit. Ainsi :  $e = -L \frac{di}{dt}$

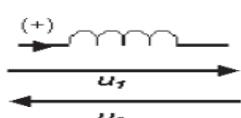
L représente l'inductance du circuit et s'exprime en Henry (H)

**Inductance d'un solénoïde**

L'inductance d'un solénoïde est donnée par la formule :

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$$

✓ Tension aux bornes d'une bobine



Soit r est la résistance interne de la bobine et L son inductance.

Le sens positif du courant est choisi arbitrairement.

On a

$$u_1 = e - ri = -L \frac{di}{dt} - ri$$

$$u_2 = ri - e = ri + L \frac{di}{dt}$$

**Remarque :** En courant continu (i = constante), en régime permanent, on a alors :

$\frac{di}{dt} = 0$ . La bobine se comporte alors comme un résistor pur

✓ Energie emmagasinée

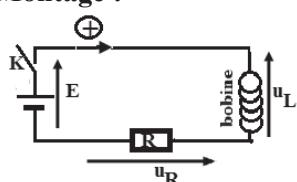
Lorsqu'une bobine est traversée par un courant i, elle emmagasine de l'énergie.

L'énergie emmagasinée est donnée par la relation :  $E = \frac{1}{2} L i^2$

## 2. Circuit RL

### 1. Etablissement du courant aux bornes d'un solénoïde

Montage :



Lorsque l'on ferme l'interrupteur K, le générateur établit une tension constante E aux bornes d'un circuit comportant une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et un résistor de résistance R.

D'après la loi des mailles, on a :  $E = U_R + U_L$

D'après les conventions choisies (voir schéma), on a  $U_R = R i$  et  $U_L = \frac{L di}{dt}$

Ainsi, on aura :

$E = R i + L di/dt$  équation différentielle du circuit.

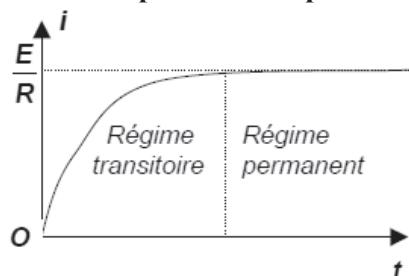
La solution de cette équation différentielle est si l'on choisit  $t = 0$  au moment où l'on ferme l'interrupteur K (début du phénomène) :

$$i = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)$$

Le rapport  $\tau = \frac{L}{R}$  est appelé constante de temps du circuit.

L'allure de la courbe donnant l'intensité i en fonction du temps sera donc :

Le phénomène se décompose en deux phases :

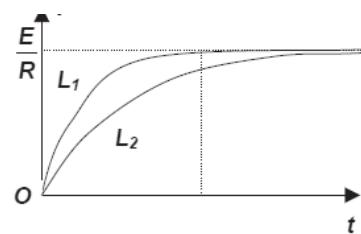


- Une phase transitoire où la bobine par auto-induction crée un courant induit qui s'oppose au passage du courant imposé par le générateur. On dit que la bobine s'oppose à l'établissement du courant.
- Une phase permanente où la bobine se comporte comme un résistor.

Influence de l'inductance :

La durée d'établissement du courant augmente avec la valeur de l'inductance.

Si on fait l'expérience avec deux bobines d'inductances  $L_1$  et  $L_2$  avec  $L_2 > L_1$ , on aura :

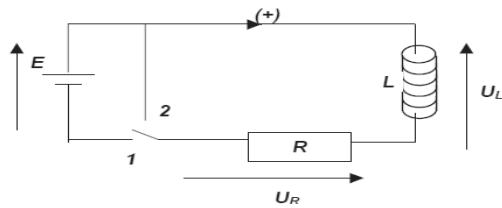


*Essebil au Bac*

*Lebatt Ahmed El Hadj*

## 2. Rupture du courant dans un solénoïde

Montage :



On recommence l'expérience précédente, on laisse le régime permanent s'établir, et à l'instant  $t=0$ , on bascule l'interrupteur de la position 1 à la position 2

D'après la loi des mailles, on a :  $0 = U_R + U_L$

D'après les conventions choisies (voir schéma), on a  $U_R = R i$  et  $U_L = \frac{L di}{dt}$

Ainsi, on aura :

$$R i + \frac{L di}{dt} = 0 \text{ Équation différentielle du circuit.}$$

A la date  $t = 0$ , on a  $i = E/R$

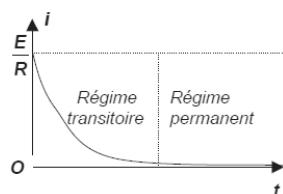
La solution de cette équation différentielle est

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

Le rapport  $\tau = \frac{L}{R}$  est appelé constante de temps du circuit.

L'allure de la courbe donnant l'intensité  $i$  en fonction du temps sera donc :

Le phénomène se décompose en deux phases :



- Une phase transitoire où la bobine par auto-induction crée un courant induit dans le même sens que celui qui était imposé par le générateur.

On dit que la bobine s'oppose à la rupture du courant.

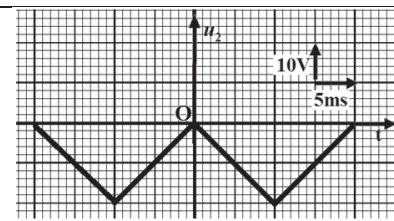
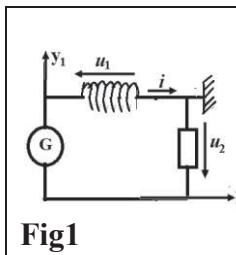
- Une phase permanente où le courant circulant dans le circuit est nul



### Exercice1

Une bobine de résistance  $r=10\Omega$  comporte 1000 spires de  $10\text{cm}^2$  de section. Parcourue par un courant d'intensité 1A, elle crée un champ magnétique  $\vec{B}$  de module  $B = 1,25 \cdot 10^{-3}\text{T}$ .

- Quelle est la valeur du flux propre  $\Phi_p$ ? En déduire l'inductance L de la bobine.
- Lors de l'ouverture du circuit, la loi de variation du flux propre est une fonction affine du temps  $\Phi = At + B$ . Quel est le signe de A ? Quelle est la valeur de B ?
- Quelle est la durée  $\Delta t$  de l'ouverture du circuit sachant que la f.e.m induite a pour valeur 5volts ?
- Calculer la valeur du courant induit i et du champ magnétique induit  $B_i$ .
- La bobine est montée en série avec un dipôle ohmique de résistance  $R=20\Omega$  selon le montage de la fig 1. Soit  $i(t)$  l'intensité à l'instant t.
  - Exprimer les tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  en fonction de  $i(t)$ .
  - Sur la voie  $y_2$  de l'oscilloscophe on observe la courbe (fig2).



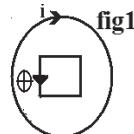
Représenter i en fonction du temps. Echelle : 1cm → 5ms et 1cm → 500mA.

### Exercice2

On considère un solénoïde formé de 800 spires par mètre parcouru par un courant de  $5 \cdot 10^{-1}\text{A}$ .

- Faire le schéma du solénoïde en précisant un sens pour le courant, et donner les caractéristiques du champ magnétique créé par ce courant en son centre C. On donne :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{S.I}$

- Déterminer l'angle de déviation d'une petite aiguille aimantée sur pivot placée en son centre si l'axe Δ du solénoïde est perpendiculaire au méridien magnétique (schéma obligatoire).

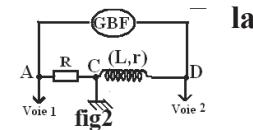


- L'aiguille aimantée est retirée et remplacée par une bobine plate carrée de côté 8cm, comportant 100 spires.

Le solénoïde est traversé par un courant variable  $i = 2 \cdot 10^{-1} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$

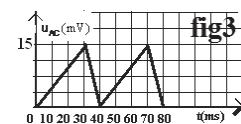
**2.1. Donner les expressions du flux magnétique à travers la bobine et de la force électromagnétique induite en fonction du temps et déterminer leurs valeurs maximales.**

**2.2. Que détecte un oscilloscope branché aux bornes de bobine en circuit ouvert. Donner l'allure de cette courbe pour  $t \in [0; 20\text{ms}]$ .**



**3. On réalise le montage de la fig 2 qui comporte le solénoïde précédent de résistance  $r = 4\Omega$  et d'inductance  $L = 0,1\text{H}$  monté en série avec un dipôle ohmique de résistance  $R = 10\Omega$ .**

**Le circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On observe sur la voie 1 la courbe de la fig 3. Trouver les expressions de la tension  $u_{CD}$  aux bornes de la bobine visualisée sur la voie 2.**



### Exercice3

Un solénoïde comprend  $N=500$  spires de section moyenne  $S = 15\text{cm}^2$ , réparties régulièrement sur une longueur  $l=40\text{cm}$ .

**1. Un courant continu d'intensité  $I=0,01\text{A}$  parcourt le fil conducteur.**

Donner les caractéristiques (direction, sens, valeur) du vecteur champ magnétique créé à l'intérieur de la bobine. Faire un schéma sur lequel on précisera le sens du courant et du champ magnétique.  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\text{ S.I}$

**2. L'intensité du courant devient nulle pendant  $\Delta t=0,05\text{s}$ .**

**2.1. Calculer le coefficient d'auto inductance de la bobine.**

**2.2. Quelle est la variation du flux à travers le solénoïde, pendant cet intervalle de temps?**

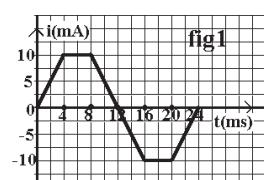
**2.3. Quelle est pendant la rupture du courant, la**

valeur moyenne de la force électromotrice

induite ?

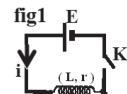
**3. Les variations de l'intensité du courant en fonction du temps sont maintenant conformes aux indications du graphe.**

Déterminer les diverses valeurs prises par la force électromotrice d'auto-induction et représenter graphiquement ces variations en fonction du temps.

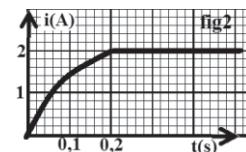


### Exercice 4

**1. Une bobine S de résistance  $r$ , d'auto-inductance  $L$  et de diamètre 2cm, comprend 1000 spires. Elle est branchée aux bornes d'un générateur de f.e.m  $E=20V$  et de résistance intérieure négligeable (voir fig1).**



On ferme l'interrupteur K à l'instant  $t=0$  et on enregistre à l'oscilloscophe la représentation graphique  $i=f(t)$  (fig2).



Cette courbe présente une tangente à l'instant  $t=0$  dont la valeur du coefficient directeur est 40 dans les unités S.I.

**1.1. A l'aide de la représentation graphique, préciser comment varie qualitativement la f.e.m d'auto-induction e.**

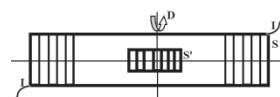
**1.2. Donner l'équation différentielle donnant  $i(t)$ .**

**1.3. Déterminer, à l'instant de la fermeture, lorsque l'intensité est encore pratiquement nulle, la valeur de la f.e.m d'auto-induction e. En déduire l'auto-inductance L de la bobine.**

**2. Dans le cas où  $t > 0,2s$ .**

**2.1. Quelle est la valeur de la f.e.m d'auto-induction e ?**

En déduire la résistance  $r$  de la bobine.



**2.2. Calculer le champ magnétique à l'intérieur de la bobine (solenoïde). On prendra  $\pi^2 = 10$**

**2.3. A l'intérieur de la bobine S est placé une petite bobine S' comportant 800 spires dont chacune a une section  $S'=2\text{cm}^2$ . Les deux bobines ont le même axe Δ horizontal.**

**2.3.1. Quelle est la valeur du flux du champ magnétique  $\vec{B}$  à l'intérieur de la bobine S'?**

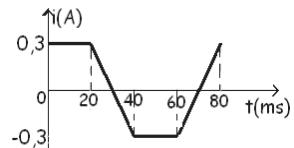
**2.3.2. On fait décroître l'intensité du courant I de  $I=2A$  à  $I=0$  en  $0,2s$  selon une fonction affine du temps. Quelle est la f.e.m induite dans S' ? Préciser sur un schéma, le sens de  $\vec{B}$ , de I et du courant induit i qui traverse S' si on réunit ses deux extrémités.**

**2.3.3. On rétablit dans la bobine S le courant  $I=2A$  et on imprime à S'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire  $\omega=10\text{rad/s}$  autour de l'axe D vertical passant par son centre. Donner l'expression du flux magnétique à travers S' et celle de la f.e.m d'induction. Calculer la valeur maximale de cette f.e.m.**

### Exercice 5

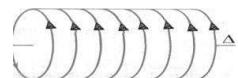
On réalise un solénoïde à l'aide d'un fil de cuivre de diamètre 0,6mm, enroulé sur un cylindre de 0,6m de longueur et de 4cm de diamètre. Le nombre de spires est  $N = 1000$ .

1. Les spires sont-elles jointives ?
2. Déterminer la longueur  $l$  du fil utilisé.
3. Calculer l'inductance  $L$  de ce solénoïde.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  S.I .
4. Cette bobine est parcourue par un courant  $I = 2A$ . Quelle est la tension  $U_1$  à ses bornes ? La résistance de la bobine est  $R = 20\Omega$ . Déterminer les caractéristiques du champ magnétique  $\vec{B}$  à l'intérieur du solénoïde.
5. La bobine est parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps comme l'indique le graphe (fig 4):
  - 5.1. Pour quels intervalles de temps y'a-t-il variation du flux à travers la bobine? On se limitera à des instants tel que  $0 \leq t \leq 8 \cdot 10^{-2}s$ .
  - 5.2. Calculer la f.e.m d'auto-induction dans ces intervalles de temps.
  - 5.3. Donner l'expression littérale de la tension  $u$  aux bornes de la bobine pour  $0 \leq t \leq 8 \cdot 10^{-2}s$ .



### Exercice 6

1. On considère un solénoïde  $S$  de longueur  $l = 0,5m$ , de diamètre 10cm et comportant  $N = 5000$  spires. Etablir l'expression de l'inductance  $L$  du solénoïde  $S$ .

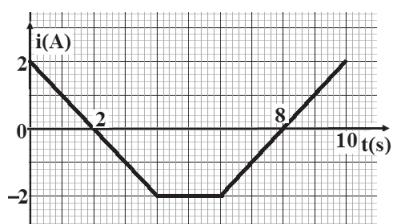


Faire l'application numérique. On prendra  $\pi^2 = 10$  et  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  S.I

2. Le solénoïde  $S$  est parcouru maintenant par un courant dont l'intensité  $i$  varie comme l'indique la courbe.

- 2.1. Quel phénomène apparaît dans le solénoïde? Justifier la réponse.

- 2.2. Donner en fonction de  $L$  et  $i$  l'expression de la force électromotrice induite qui apparaît dans le solénoïde et calculer ses valeurs dans les intervalles suivants:  $[0;4s]$ ;  $[4s;6s]$  et  $[6s;10s]$ .



3. Soient  $A$  et  $C$  les bornes du solénoïde. Déterminer l'expression de la tension dans chacun des intervalles précédents, sachant que la résistance  $r$  du solénoïde est  $10 \Omega$ .

4. Représenter graphiquement  $U_{AC} = f(t)$  dans l'intervalle  $[0s;10s]$ .

### Exercice7

Un solénoïde S comprend  $N=1000$  spires de section moyenne  $S=15\text{cm}^2$ , réparties régulièrement sur une longueur  $l=40\text{cm}$ .

1. Un courant continu d'intensité  $I=0,6\text{A}$  parcourt le fil conducteur du solénoïde S. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  créé à l'intérieur du solénoïde.

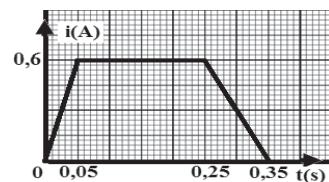
Faire un schéma sur lequel on précisera le sens du courant et du champ magnétique. On donne  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$

2. L'intensité du courant devient nulle en  $0,04\text{s}$  suivant une fonction affine.

2.1. Quelle est la variation du flux propre?

2.2. Calculer l'inductance propre de la bobine.

Quelle est la valeur de la force électromotrice d'auto-induction?



3. Les variations de l'intensité du courant sont maintenant celles indiquées sur le graphe.

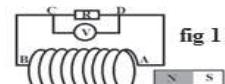
3.1. Calculer les valeurs prises par la f.e.m induite pour:

$t_1 \in [0; 0,05]$ ,  $t_2 \in [0,05; 0,25]$  et  $t_3 \in [0,25; 0,35]$ .

3.2. Représenter les variations de cette f.e.m en fonction du temps.

### Exercice8

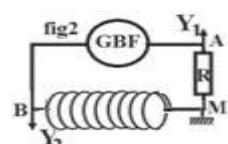
On déplace un barreau aimanté devant la face A d'une bobine branchée au bornes d'un résistor de résistance R comme le montre la figure 1.



1. Lors du déplacement de l'aimant, le voltmètre indique une tension  $U_{DC}$  positive.

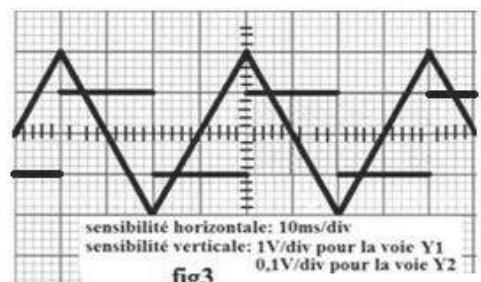
1.1. Préciser le signe de la f.e.m  $e = V_A - V_B$ .

1.2. En déduire le sens du courant électrique induit dans la bobine.



1.3. Représenter les champs  $\vec{b}$  induit et  $\vec{B}$  inducteur à l'intérieur de la bobine.

2. On fait circuler dans la bobine d'inductance L et de résistance négligeable un courant variable pour déterminer expérimentalement son inductance L. Pour cela on utilise le schéma de la figure2



2 :

- 2.1. On visualise les tensions  $u_{AM}$  sur la voie Y<sub>1</sub> et  $u_{BM}$  sur la voie Y<sub>2</sub> d'un oscilloscope; on obtient sur l'écran les courbes de la figure 3.
- 2.1.1. Associer chaque courbe à la tension qui lui correspond.
- 2.1.2. Exprimer  $u_{BM}$  en fonction de  $u_{AM}$ .
- 2.1.3. En utilisant l'intervalle de temps [0 ; 20ms], déduire la valeur de l'inductance L de la bobine si  $R=200\Omega$ .
- 2.2. Trouver sur le même intervalle de temps l'expression de  $i(t)$  et en déduire la valeur de la f.e.m d'auto-induction e sur cet intervalle.

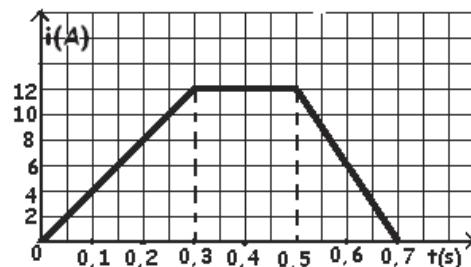
### Exercice 9

On considère un solénoïde dont les caractéristiques sont : rayon de la spire  $r=20\text{cm}$  ; nombre de spires  $N=1000$  spires ; longueur de la bobine  $l=2\text{m}$ .

1.1. Etablir la formule donnant l'inductance L de ce solénoïde en fonction de r,  $\ell$  et N puis calculer sa valeur. On prendra  $\pi^2 = 10$ .

1.2. Calculer la force électromotrice d'auto induction produite dans cette bobine lorsque l'intensité du courant qui circule prend l'une des expressions suivantes :

$$i_1 = 3t + 4 \quad \text{et} \quad i_2 = 5\sqrt{2}\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$



1.3. Les variations de l'intensité du courant en fonction du temps sont maintenant conformes aux indications du graphe (fig 3). Durant l'intervalle de temps [0 ; 0,7] ; déterminer les diverses valeurs prises par la f.e.m d'auto induction e et représenter les variations de cette grandeur en fonction du temps.

2. Le solénoïde de résistance r est branché dans un circuit comprenant un générateur de force électromotrice E et de résistance négligeable, une résistance non inductive R et un interrupteur K.

On considère maintenant la période d'établissement du régime permanent. L'interrupteur a été fermé à l'instant  $t=0$ , soit  $i$  l'intensité du courant à l'instant  $t$ . Etablir l'équation reliant l'intensité  $i$ , sa dérivée  $\frac{di}{dt}$  et les caractéristiques du circuit.

### Exercice 10

On considère un solénoïde dont les caractéristiques sont : rayon de la spire  $r=20\text{cm}$  ; nombre de spires  $N=1000$  spires ; longueur de la bobine  $l=1,6\text{m}$ .

1.1. Etablir la formule donnant l'inductance  $L$  de ce solénoïde en fonction de  $\mu_0$ ,  $r$ ,  $l$ , et  $N$  puis calculer sa valeur. On prendra  $\pi^2=10$  et  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$

1.2. Calculer la force électromotrice d'auto induction produite dans cette bobine lorsque l'intensité du courant qui circule

a pour expression :  $i = 10 \cdot \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$

1.3. Les variations de l'intensité du courant en fonction du temps sont maintenant conformes aux indications du graphe (fig 1).

Durant l'intervalle de temps  $[0 ; 0,7\text{s}]$  ; déterminer les diverses valeurs prises par la f.e.m d'auto induction  $e$  et représenter les variations de cette grandeur en fonction du temps.

2. La bobine et un résistor de résistance

$R=12,5\Omega$  sont montés en série avec un générateur  $G$  délivrant un courant dont les variations en fonction du temps sont

représentées par le diagramme. Un oscilloscope permet de visualiser les tensions  $u_{AB}(t)$  et  $u_{BC}(t)$ .

Les réglages de l'oscilloscope sont les suivantes:

Balayage horizontal:  $1\text{ms.div}^{-1}$ .

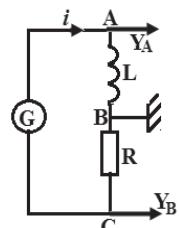
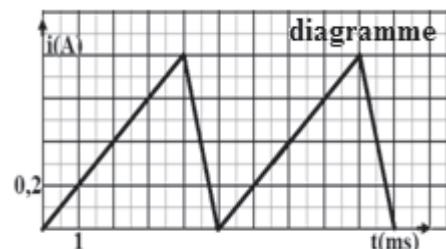
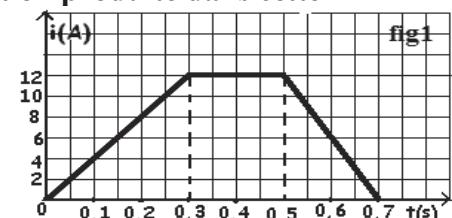
Sensibilité verticale : voie A:  $20\text{V.div}^{-1}$  ; voie B:  $2\text{V.div}^{-1}$ .

2.1. Quelle tension visualise la voie  $y_B$ .

2.2. Rappeler l'expression de tension  $u_{AB}(t)$  en fonction de  $L$  et  $i(t)$ .

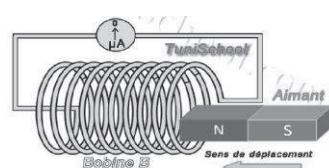
Représenter l'allure de cette tension sur deux périodes.

2.3. On reprend l'expérience décrite au début mais avec une bobine de même inductance mais de résistance interne  $r=5\Omega$ . Représenter, avec justification, l'allure de  $u_{AB}(t)$ .



### Exercice 11

A proximité d'une bobine B qui est fermée sur un microampèremètre, on place un aimant droit (voir figure).



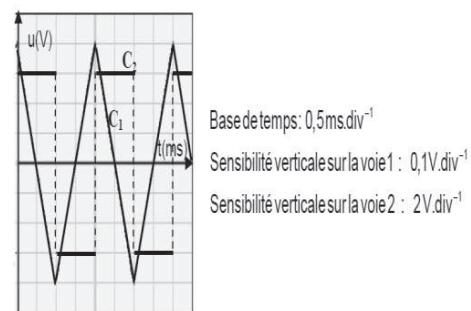
1. On rapproche le pôle nord de l'aimant de l'une des faces de la bobine B.

- 1.1. Représenter le champ magnétique  $B_A$  créé par l'aimant dans la bobine B.**
- 1.2. Enoncer la loi de Lenz. Représenter le champ magnétique  $B_i$  induit dans la bobine B. En déduire le sens du courant induit.**
- 1.3. Préciser l'inducteur et l'induit.**
- 2. On éloigne la bobine B de l'aimant :**
  - 2.1. Le sens du champ magnétique  $B_A$  varie-t-il ?**
  - 2.2. Représenter le champ magnétique induit  $B_i$  créé dans la bobine B.**
  - 2.3. Préciser le sens du courant induit dans B.**

### Exercice 12

On réalise le montage série comportant une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, une résistance de valeur  $R=10k\Omega$  ainsi qu'un générateur basse fréquence dont la masse n'est pas reliée à la terre et qui délivre entre ses bornes une tension alternative triangulaire.

- 1. Réaliser le schéma de principe du montage. Ajouter les branchements à effectuer pour visualiser la tension aux bornes de la bobine sur la voie 1 et la tension aux bornes de la résistance R sur la voie 2.**
- 2. L'une de ces tensions permet d'observer l'allure de  $i(t)$ . Laquelle ? Justifier la réponse.**
- 3. L'oscillogramme ci-contre donne l'allure des différentes tensions observées. Déterminer la période T de l'intensité du courant.**
- 4. On considère, sur l'oscillogramme précédent, une demi-période où la tension  $u_L$  aux bornes de la bobine est positive.**
  - 4.1. Déterminer la valeur de la tension  $u_L$ .**
  - 4.2. Etablir une relation entre la tension  $U_{AB}$  et la tension  $U_{CB}$ .**
  - 4.3. Trouver l'expression de la tension  $U_{BC}(t)$ .**
  - 4.4. En déduire la valeur L de l'inductance de la bobine**



## Corrigé de l'exercice 1

### 1. Calcul du flux propre $\Phi_P$ :

$\Phi_P = BS \cos \theta$  avec  $\theta = (\vec{n}, \vec{B}) = 0$ , on a  $\Phi_P = NBS$

soit  $\Phi_P = 1,25 \cdot 10^{-3}$  Wb.

Déduction de l'inductance L :

$$\Phi_P = LI \Rightarrow L = \frac{\Phi_P}{I} = 1,25 \text{ mH}$$

2. Comme le flux décroît en fonction du temps, A est alors négatif.

à  $t=0$   $\Phi_P = B = 1,25 \cdot 10^{-3}$  Wb

3. Calcul de la durée  $\Delta t$  :

$$e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = -\frac{\Delta \Phi}{e} = -\frac{1,25 \cdot 10^{-3}}{5} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

4. Calcul de i :

$$i = \frac{e}{\sum R} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ A}$$

$$B_i = \mu_0 n i \quad \text{et} \quad B = \mu_0 n I \Rightarrow \mu_0 n = \frac{B}{I}$$

$$\text{soit } B_i = \frac{B}{I} i = 0,625 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

5.1. Expressions des tensions :

$$u_1(t) = ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad \text{et}$$

$$u_2(t) = -Ri(t)$$

5.2. Expression de  $i(t) = f(t) = \frac{u_2(t)}{R}$  :

- Sur  $[0; 0,01 \text{ s}]$

$$u_2 = at + b \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} a = \frac{\Delta u_2}{\Delta t} = -2 \cdot 10^3 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\text{Donc } u_2 = -2 \cdot 10^3 t$$

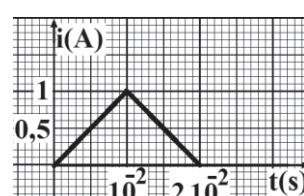
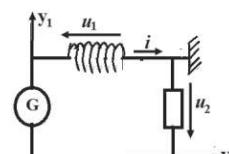
$$\text{Soit } i = \frac{2 \cdot 10^3 t}{20} = 10^2 t$$

- Sur  $[10^{-2}; 210^{-2}]$

$$u_2 = at + b \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} a = \frac{\Delta u_2}{\Delta t} = 2 \cdot 10^3 \\ b = -40 \end{cases}$$

$$\text{Donc } u_2 = 2 \cdot 10^3 t - 40$$

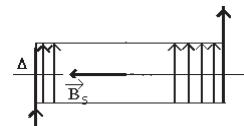
$$\text{Soit } i = \frac{u_2}{20} = -10^2 t + 2$$



## Corrigé de l'exercice 2

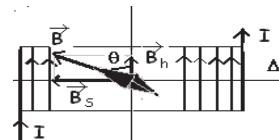
### 1.1. Caractéristiques du champ $\vec{B}$ :

- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite SN
- Intensité :  $B = \mu_0 n I$  A.N :  $B = 5,024 \cdot 10^{-4} T$



### 1.2. Calcul de $\theta$ : Voir le schéma

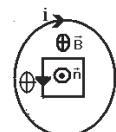
$$\tan \theta = \frac{B_s}{B_b} \quad A.N : \theta = 87,7^\circ$$



### 2.1. Expression du flux :

$\Phi = NBS \cos \theta$  avec  $\theta = (\vec{n}, \vec{B})$  comme  $\theta = \pi$ , on a  $\Phi = -NBS$   $\Phi = -NS\mu_0 ni$  avec

$$i = 2 \cdot 10^{-1} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \Phi = -1,3 \cdot 10^{-4} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$



### Expression de la f.e.m induite :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = NS\mu_0 n \frac{di}{dt} \Rightarrow e = 4 \cdot 10^{-2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \Phi_{\max} = 1,3 \cdot 10^{-4} Wb \Rightarrow e_{\max} = 4 \cdot 10^{-2} V$$

### 2.2. L'oscilloscope détecte la tension $u_{NP} = -e$ ou $u_{PN} = e$ aux bornes de l'induit.

L'intervalle  $[0; 20ms]$  correspond à une période  $T = 20ms$  (voir courbe)

### 3. Les expressions de la tension $u_{DC}$

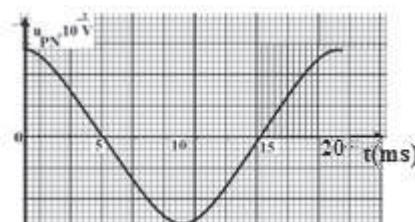
La tension aux bornes de la résistance a pour expression  $u_{AC} = Ri$  et celle aux bornes de la bobine

$$\text{s'écrit } u_{DC} = ri + L \frac{di}{dt} \text{ avec } i = \frac{u_{AC}}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_{AC}}{dt}$$

$$\text{soit } u_{DC} = \frac{r}{R} u_{AC} + \frac{L}{R} \frac{du_{AC}}{dt}$$

Sur  $[0; 30ms]$

$$u_{AC} = at + b \text{ avec } \begin{cases} a = \frac{du_{AC}}{dt} = 0,5 \\ b = 0 \end{cases} \text{ donc } u_{AC} = 0,5t \text{ soit } u_{DC} = 0,2t + 5 \cdot 10^{-3}$$



Sur  $[30; 40ms]$

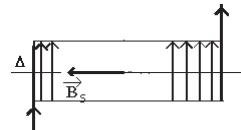
$$u_{AC} = a't + b' \text{ avec } \begin{cases} a' = \frac{du_{AC}}{dt} = -1,5 \\ b' = 6 \cdot 10^{-2} \end{cases} \text{ donc } u_{AC} = -1,5t + 6 \cdot 10^{-2} \text{ soit}$$

$$u_{DC} = -0,6t + 9 \cdot 10^{-3}$$

### Corrigé de l'exercice 3

#### 1.1. Caractéristiques du champ $\vec{B}$ :

- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe  $\Delta$  du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite S $\vec{N}$  (voir schéma).
- Intensité :  $B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$  A.N :  $B = 1,57 \cdot 10^{-5} T$



#### 2.1. Calcul de l'inductance L :

$$L = \frac{N^2 S \mu_0}{l} \quad \text{A.N : } L = 0,12 \cdot 10^{-2} \text{ H.}$$

#### 2.2. La variation du flux $\Delta\Phi$ :

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -\Phi_1 = -LI_1 = -12 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$$

#### 2.3. La valeur moyenne de la f.e.m induit :

$$e_m = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{A.N : } e_m = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

#### 3. Les diverses valeurs de la f.e.m induite :

$$\text{La f.e.m induite : } e = -L \frac{di}{dt} :$$

- Sur [0ms; 4ms]

$$i_1 = at + b \text{ Avec } \begin{cases} a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 2,5 \\ b = 0 \end{cases} \text{ Donc } i_1 = 2,5t \text{ Soit } e_1 = -L \frac{di_1}{dt} = -3 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

- Sur [4ms; 8ms]  $i_2 = 10^{-2} \text{ A}$  soit  $e_2 = 0$

- Sur [8ms; 16ms]

$$i_3 = a't + b' \text{ Avec } \begin{cases} a' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -2,5 \\ b' = 0,03 \end{cases} \text{ Donc } i_3 = -2,5t + 0,03 \text{ Soit } e_3 = -L \frac{di_3}{dt} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

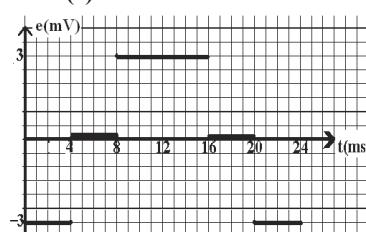
- Sur [16ms; 20ms]

$$i_4 = -10^{-2} \text{ A} \text{ soit } e_4 = 0$$

- Sur [16ms; 20ms]  $i_5 = a''t + b''$  Avec  $\begin{cases} a'' = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 2,5 \\ b'' = -0,06 \end{cases}$  Donc  $i_5 = 2,5t - 0,06$  Soit

$$e_5 = -L \frac{di_5}{dt} = -3 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

#### Représentation de la fonction $e = f(t)$ :



*Essebil au Bac*

*Lebatt Ahmed El Hadi*

## Corrigé de l'exercice 4

**1.1. La f.e.m décroît jusqu'à ce qu'elle s'annule pour  $t=0,2s$ .**

**1.2. L'équation différentielle : La loi d'additivité des tensions permet d'écrire  $u_G = u_b$  avec  $u_G = E$  et  $u_b = ri - e$  avec  $e = -L \frac{di}{dt}$  d'où l'équation différentielle**

$$\frac{di}{dt} + \frac{r}{L}i = \frac{E}{L}$$

**1.3. Lorsque l'intensité  $i$  est nulle  $e = E = 20V$ . Déduction de l'inductance  $L$  :**

$$L = \frac{E}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}} = \frac{20}{40} = 0,5H$$

**2.1. La f.e.m en régime permanent est  $e = 0$ .**

Déduction de  $r$  :  $E = ri \Rightarrow r = \frac{E}{i} = \frac{20}{2} = 10\Omega$

**2.2. Calcul de  $B$**

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \text{ or } L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = \frac{\mu_0 N}{l} \cdot NS$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 N}{l} = \frac{L}{NS} \text{ soit } B = \frac{L}{NS} I = 3,14T$$

**2.3.1. La valeur du flux dans  $S'$**

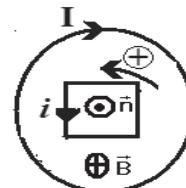
$\Phi = N'BS' \cos \theta$  avec  $\theta = (\vec{n}, \vec{B})$  comme  $\theta = 0$ , on a  $\Phi = N'S'B$

$$\Phi = 8 \cdot 10^2 \times 2 \cdot 10^{-4} \times 3,14 = 0,5Wb$$

**2.3.2. Calcul de la f.e.m moyenne :**

$$\text{A } t=0 \ I_1=2A ; \Phi_1=0,5Wb \text{ et à } t_2=0,2s ; \Phi_2=0$$

$$e_m = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Delta t} = \frac{0,5}{0,2} = 2,5V$$



Voir sur le schéma ci-contre les sens de  $I$ , de  $\vec{B}$  et de  $i$

**2.3.3. Expression du flux**

$$\Phi = N'BS' \cos \theta \text{ avec } \theta = \omega t \Rightarrow \Phi = N'BS' \cos \omega t \text{ La f.e.m est}$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\omega N'BS' \sin \omega t = -e_m \sin \omega t$$

$$\text{d'où } e_m = \omega N'BS' = 10 \times 8 \cdot 10^2 \times 3,14 \times 2 \cdot 10^{-4}$$

$$= 5,024V$$

### Corrigé de l'exercice 5

**1. Les spires sont jointives si et seulement si  $l=Nd$  avec  $d$  le diamètre du fil. La relation précédente étant vérifiée les spires sont jointives.**

**2. La longueur  $L$  du fil conducteur :  $L=NC$  où  $C$  est la circonférence du cylindre soit  $C = d_C \pi$  soit  $L=N.d_C \pi$  A.N :  $L=125,6\text{m}$**

**3. Calcul de l'inductance  $L$  :  $\Phi=Li$  et  $\Phi=NSB$  avec  $B=\mu_0 \frac{N}{l} i$  par identification**

on obtient  $L = \frac{N^2 \mu_0 S}{l} A.N$  :  $L=2,7 \cdot 10^{-3} \text{ H}$

**4. La tension  $U_1$  au bornes de la bobine :  $U_1=Ri - e$  avec  $e=-L \frac{di}{dt} = 0$**

soit  $U_1=Ri$  A.N :  $U_1=40\text{V}$ .

**Caractéristiques du champ  $\vec{B}$  :**

- Origine : milieu du solénoïde
- Direction : l'axe du solénoïde
- Sens : donné par la règle de la main droite S $\vec{N}$
- Intensité :  $B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I$  A.N :  $B=4,2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$

**5.1. Les intervalles où le flux varie sont les intervalles où l'intensité varie c'est-à-dire  $[2 \cdot 10^{-2}; 4 \cdot 10^{-2}]$  et  $[6 \cdot 10^{-2}; 8 \cdot 10^{-2}]$ .**

**5.2. Calcul de la f.e.m d'auto-induction**

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{di}{dt} \text{ soit}$$

Sur  $[2 \cdot 10^{-2}; 4 \cdot 10^{-2}]$   $e=0,08\text{V}$

Sur  $[6 \cdot 10^{-2}; 8 \cdot 10^{-2}]$   $e=-0,08\text{V}$

**5.3. L'expression de la tension aux bornes de la bobine sur ces intervalles :**

Sur  $[2 \cdot 10^{-2}; 4 \cdot 10^{-2}]$   $U=ri-e$  avec  $i = -30t + 0,9$

Sur  $[6 \cdot 10^{-2}; 8 \cdot 10^{-2}]$   $U=ri-e$  avec  $i = 30t - 2,1$



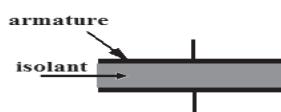
## Le condensateur

### 1. Définition :

On appelle condensateur l'ensemble de deux surfaces conductrices ou armatures, séparées par un isolant ayant une permittivité (ou constante diélectrique) donnée

L'isolant est souvent appelé diélectrique.

Symbole d'un condensateur :



### 2 .Charge et décharge d'un condensateur

Le générateur de courant délivre une tension constante U.

Si on bascule l'interrupteur sur la position

(1) un courant dont l'intensité décroît rapidement apparaît. La lampe L<sub>1</sub> s'allume et le condensateur se charge.

Durant la charge, l'armature A se charge positivement. L'armature B se charge négativement.

Par définition : La quantité  $q_A = -q_B$  représente la charge du condensateur  
Une tension  $u_{AB}$  apparaît entre les plaques A et B lorsque le condensateur se charge.

Lorsque le condensateur est chargé, la valeur de l'intensité s'annule et la tension  $u_{AB}$  prend sa valeur maximale.

Quand on bascule l'interrupteur sur la position 2 un courant dont l'intensité décroît rapidement circule dans le sens opposé.

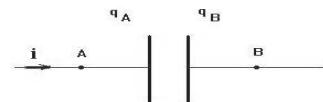
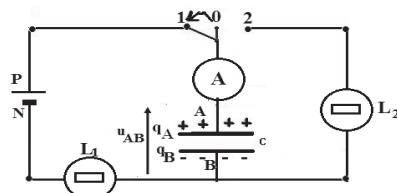
La lampe L<sub>2</sub> s'allume un court instant.

Conclusion : Un condensateur relié à un générateur se charge. Une fois chargé le condensateur se comporte comme un générateur et se décharge

Le courant circule dans le sens arbitraire choisi :

Si le sens positif du courant est entrant par l'armature A, on écrit

$$\text{que } i = \frac{dq_A}{dt}$$



### 3. Capacité d'un condensateur

Le rapport entre la charge  $q$  et la tension  $U_{AB}$  reste constant. Cette constante dépend uniquement du condensateur ; on l'appelle capacité  $C$  du condensateur. Elle est déterminé par :  $C = \frac{q}{U_{AB}}$

Par sa construction mécanique, la capacité d'un condensateur est déterminer par :

$$C = \epsilon \frac{S}{e} \text{ où } \begin{cases} S : \text{surface des armatures} \\ e : \text{épaisseur du diélectrique (distance entre les armatures)} \\ \epsilon : \text{nature du diélectrique (permittivité absolue)} \end{cases}$$

### 4. Expression de l'énergie

Lors de la décharge, il y a dissipation d'énergie par effet Joule dans le circuit. Cette énergie provient du condensateur, dans laquelle elle est emmagasinée. Un condensateur de capacité  $C$  chargé sous la tension  $U$  emmagasine l'énergie électrique :

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$$

- $q$  : charge du condensateur
- $E_{\text{elec}}$  : énergie en joule J
- $C$  : capacité en farad F
- $U$  : tension aux bornes du condensateur en volt V.

### 5. Association des condensateurs :

#### ➤ En série :

La capacité équivalente à plusieurs condensateurs en série est l'inverse de la somme des valeurs des capacités des condensateurs pris séparément.

$$C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

#### ➤ En parallèle :

La capacité équivalente à plusieurs condensateurs en parallèles est la somme des capacités des condensateurs pris indépendamment.

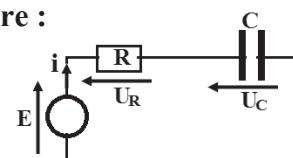
$$C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

## Circuit RC

### 1. La charge

Dans le circuit de la figure la loi des mailles permet d'écrire :

$$Ri + u_C = E \text{ Comme } i = dq/dt \text{ et } q = Cu_C$$



la relation précédente devient :  $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$

C'est une équation différentielle dont la solution est de la forme

$$u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ avec } \tau = RC \quad \tau \text{ est appelé la constante du temps}$$

## 2. La décharge

En enlevant le générateur en fermant le circuit le condensateur chargé de tension  $U_C$  se décharge dans la résistance  $R$  et l'équation différentielle

précédente devient  $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0$  sa solution est  $u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  avec  $\tau = RC$

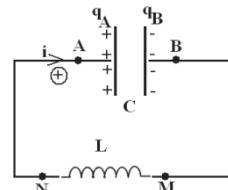
## Circuit LC

Réunir les deux armatures A et B d'un condensateur chargé aux bornes N et M d'une bobine purement inductive. Le courant  $i$  traverse la bobine de M vers N.

A chaque instant nous avons :  $u_{AB} = u_{NM}$

$$L \frac{di}{dt} = \frac{q}{C} \text{ or } i = \frac{dq}{dt} = q' \text{ et } \frac{di}{dt} = q''$$

$$\text{il vient alors } Lq'' + \frac{1}{C}q = 0 \Leftrightarrow q'' + \frac{1}{LC}q = 0$$



Cette expression est celle d'une équation différentielle qui admet comme solution  $q = Q_m \cos(\omega_0 t + \Phi)$

$Q_m$  charge maximale et  $\Phi$  phase initiale.

$Q_m$  et  $\Phi$  sont déterminées à l'aide des conditions initiales avec  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Leftrightarrow LC\omega_0^2 = 1$

$\omega_0$  : est la pulsation propre de l'oscillateur, le circuit est le siège d'oscillations

électriques libres non amorties de période propre :  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$

Il y a charges et décharges successives du condensateur.

Il y'a un changement périodique du signe des charges portées par les armatures du condensateur. Le courant qui apparaît est alternatif de période  $T_0$ .

$\omega$ ,  $T_0$ ,  $N_0$  sont appelés respectivement pulsation propre, période propre et fréquence propre du circuit oscillant.

*Remarque :* L'intensité du courant est alors donnée par la relation :

$$i = dq/dt = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \Phi) \text{ soit } i = I_m \cos(\omega_0 t + \Phi + \frac{\pi}{2}) \text{ avec: } I_m = Q_m \omega_0$$

$I_m$  est l'intensité maximale du courant ou amplitude de l'intensité.



### Exercice 1

1. Un condensateur de capacité  $C = 2\mu F$  est chargé sous une tension  $U_0 = 1000V$  puis isolé. Calculer :

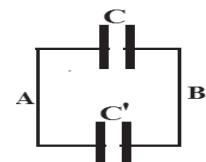
1.1. La charge  $Q_0$  du condensateur .

1.2. L'énergie emmagasinée par le condensateur.

2. On branche alors ce condensateur chargé aux bornes d'un deuxième condensateur de capacité  $C' = 0,5 \mu F$  initialement déchargé (voir fig). Calculer :

2.1. La tension  $U$  aux bornes des condensateurs associés à l'équilibre.

2.2. La charge  $Q$  et  $Q'$  de chaque condensateur à l'équilibre.



### Exercice 2

Un condensateur de capacité  $C = 100\mu F$  est initialement chargé sous une tension constante  $U_0 = 100V$ , puis associé à une bobine d'inductance  $L = 1H$  et de résistance nulle.

1. Donner :

Les valeurs de la charge initiale et de l'énergie fournie par l'opérateur.

La période propre des oscillations électriques et leur fréquence propre  $N_0$ .

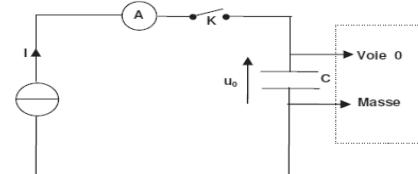
L'équation  $q = f(t)$

L'équation  $i(t)$

2. Calculer les énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine . Que devient l'énergie initiale fournie au départ par l'opérateur ?

### Exercice 3

A. On désire déterminer la capacité  $C_0$  d'un condensateur. Pour cela, on réalise sa charge avec un générateur idéal de courant : ce générateur débite un courant d'intensité  $I = 5,0 \times 10^{-1} mA$ . Le montage utilisé est schématisé ci contre.

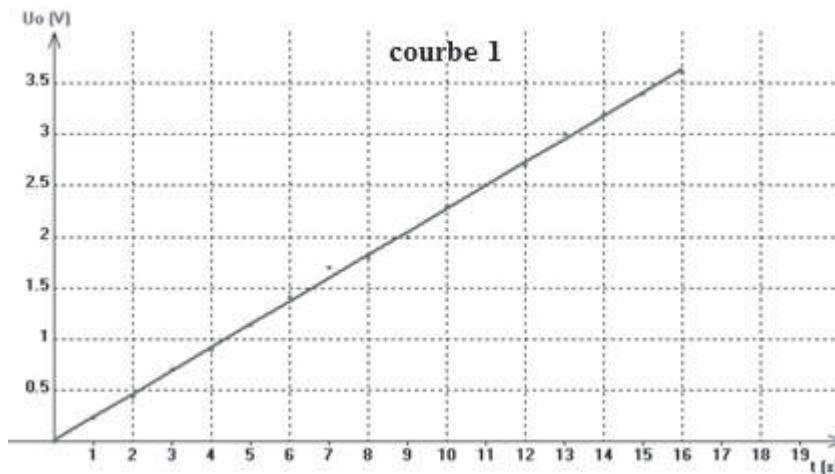


1. Donner la définition d'un générateur idéal de courant.

2. Exprimer  $I$  en fonction de  $C_0$ ,  $u_0$  et  $t$  (on notera  $q$  la charge du condensateur à une date  $t$ ).

3. A la date  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$  et on détermine les valeurs de la tension  $u_0$  en fonction du temps.

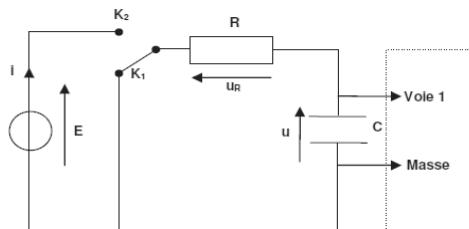
Les données permettent de tracer la courbe n°1 de la tension  $u_0(t)$  en fonction de  $t$



2.1. Donner l'équation littérale de la droite obtenue.

2.2. En déduire, graphiquement, la valeur de la capacité  $C_0$  du condensateur.

B. On étudie maintenant la charge d'un condensateur de capacité  $C$  au travers d'un conducteur ohmique de résistance  $R$ . On utilise pour cela un générateur idéal de tension de force électromotrice  $E$ . Le montage utilisé est schématisé ci-contre.

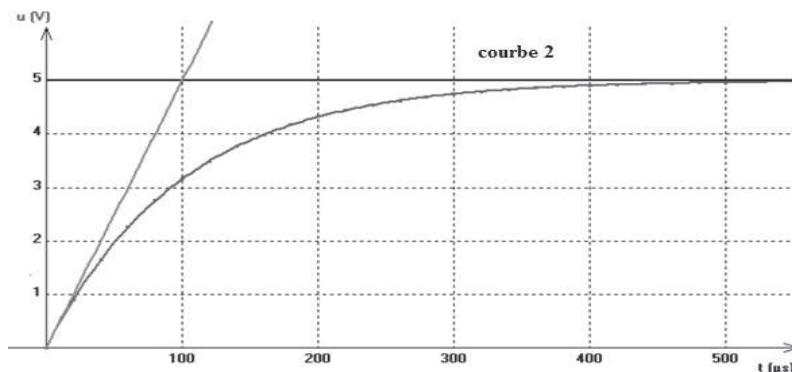


A la date  $t = 0$ , on bascule l'interrupteur de la position  $K_1$  à la position  $K_2$ .

1. Donner la définition d'un générateur idéal de tension.

2. Par une analyse dimensionnelle, montrer que le produit  $R.C$  est homogène à un temps.

3. Les données permettent de tracer la courbe n°2 de la tension  $u(t)$  en fonction de  $t$ .



- 3.1. Déduire de cette courbe la constante de temps  $\tau$  du dipôle.**
- 3.2. Calculer la résistance R du conducteur ohmique sachant que  $C = 1,0 \mu\text{F}$ .**
- 4. Etablir l'équation différentielle à laquelle satisfait la tension u.**
- 5.1. Déterminer la valeur de la force électromotrice E du générateur.**
- 5.2. Déterminer la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit pour  $t = 0$ .**
- 5.3. Déterminer la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit pour  $t > 5\tau$ .**
- 5.4. Avec u en V et t en s, montrer que :  $du/dt = 1 \times 10^4 \times (5,0 - u)$ .**

#### **Exercice 4**

L'énergie d'un condensateur chargé est égale à  $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ . La tension à ses bornes est égale à  $50 \text{ V}$ .

- 1. quelle est sa capacité ?**
- 2. quelle est sa charge ?**

#### **Exercice 5**

Un condensateur de capacité  $C = 1,5 \mu\text{F}$  est chargé à l'aide d'un générateur de courant d'intensité constant  $I_0 = 20 \text{ mA}$

A l'instant  $t=0$  le condensateur est complètement déchargé.

- 1. Donner l'expression de la charge q de l'armature reliée au point A en fonction  $I_0$  et t.**
- 2. Au bout d'une durée de charge d'une minute, que vaut.**
  - 2.1. La charge  $Q_A$  portée par l'armature A ?**
  - 2.2. La charge  $Q_B$  portée l'armature B ?**
  - 2.3. La tension du condensateur ?**
  - 2.4. L'énergie E emmagasinée par le condensateur ?**
- 3. au bout de combien de temps l'énergie E' emmagasinée par le condensateur vaudra-t-elle  $2E$  ?**
- 4. la tension du condensateur ne doit pas dépasser  $40 \text{ V}$ .**

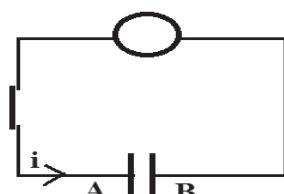
Déterminer la durée maximale de charge.

#### **Exercice 6**

Un condensateur de capacité C est chargé par un générateur de courant. L'intensité I du courant est constante et égale à  $0,14 \text{ mA}$ .

- 1. A l'instant origine, la tension  $U_{AB}$  aux bornes du condensateur est nulle et la charge commence.**

On suit l'évolution de la tension  $U_{AB}$  au cours du temps.



Après une durée de charge  $T$  égale à 10s, la tension aux bornes du condensateur est égale à 0,64v.

Tracer la courbe représentant les variations de  $U_{AB}$  en fonction du temps.

## 2. Calculer la capacité du condensateur.

### Exercice 7

Un condensateur plan à air est constitué par deux armatures de rayon  $r=2.0$  cm et distantes de  $d = 2,0\text{mm}$ . Ce condensateur (noté 1), est chargé sous une tension  $U_1=10\text{V}$ .

Un second condensateur identique (noté 2), est chargé sous une tension  $U_2=20\text{V}$ .

1. Calculer la charge de chaque condensateur et son énergie.

2. Les deux condensateurs étant isolés, on relie entre elles les armatures portant des charges de même signe.

2.1. Déterminer la somme des charges des deux condensateurs dans ces conditions.

2.2. En déduire la charge prise par chaque condensateur.

2.3. Déterminer la tension entre leurs armatures.

2.4. Déterminer l'énergie de l'association.

### Exercice 8

1. La tension aux bornes d'un condensateur de capacité  $C=0,1 \mu\text{F}$  est  $U_0=10 \text{ V}$ . Quelle est la charge  $q_0$  d'une armature ?

2. A l'instant  $t=0$  ce condensateur est branché aux bornes d'une bobine de résistance négligeable et d'inductance  $L = 1 \text{ H}$ . L'intensité du courant est nulle à cet instant.

2.1. Faire le schéma du montage et établir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge du condensateur sachant que :( $q_A < 0$  et  $q_B > 0$ ).

2.2. Calculer la pulsation propre  $w_0$  ainsi que la période propre  $T_0$ .

2.3. Montrer par une étude dimensionnelle que la période a la dimension d'un temps.

2.4. En utilisant les conditions initiales donner l'expression de la charge  $q(t)$  du condensateur en fonction de  $t$ ,  $w_0$ ,  $C$  et  $U_0$  ainsi que l'expression de l'intensité  $i(t)$  du courant.

2.5. En déduire l'expression de la tension  $u_{AB}(t)$  aux bornes du condensateur.

3. On visualise  $u_{AB}(t)$  sur l'écran d'un oscilloscope ( 0,5 ms/div et 5 V / div).

Représenter la courbe observée sur l'écran de 8 cm de large.

4. Donner l'état du condensateur (charge, tension aux bornes, énergie stockée) ainsi que l'intensité du courant et l'énergie  $W_L$  de la bobine aux dates :  $t=0$  ;

$t_1 = 0,25 T_0$  ;  $t_2 = 0,5 T_0$  ;  $t_3 = 0,75 T_0$ .

### Exercice 9

La résistance de la bobine est négligeable. La tension aux bornes du condensateur vaut  $U_0=10$  V, l'interrupteur K étant ouvert. A l'instant  $t=0$  on ferme l'interrupteur K.

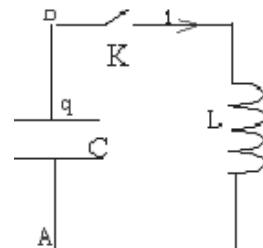
1. Nommer le phénomène obtenu.
2. Des enregistrements ont permis d'obtenir l'expression de  $u(t)$  et  $i(t)$  :

$$u(t)=10 \cos(2 \cdot 10^4 t) \text{ en volt} ; i(t) = 20 \sin(2 \cdot 10^4 t) \text{ en mA.}$$

- Ecrire la relation entre u, C et  $du/dt$ . Justifier.
- Montrer que  $C=100 \text{ nF}$ .
- Calculer la valeur de L.
- Calculer la valeur de l'énergie E du circuit.
- Comment varie E au cours du temps ?
- Calculer la période propre  $T_0$ .

3. On appelle  $t_1$  la date à laquelle, pour la première fois après la fermeture de K, l'énergie est répartie de façon égale entre la bobine et le condensateur.

Calculer  $u(t_1)$  et  $i(t_1)$ .



### Exercice 10

1. Un condensateur de capacité  $C=12,5 \text{ mF}$  est chargé grâce à une batterie de fem  $E=12 \text{ V}$ , de résistance interne négligeable (l'interrupteur  $K_1$  est fermé et  $K_2$  est ouvert).

- Calculer la quantité d'électricité fixée par le condensateur lorsqu'il est complètement chargé et préciser l'armature qui s'est chargée positivement.

2. Ce condensateur peut ensuite se décharger dans une bobine d'inductance  $L=0,8 \text{ H}$  supposée d'abord de résistance nulle. Pour cela à la date  $t=0$  on ouvre  $K_1$  et on ferme  $K_2$ .

- Quelle est à la date  $t=0$  la valeur  $U_0$  de la tension  $u_{AB}$  et l'intensité  $i_0$  du courant dans le circuit LC ?

- A l'instant  $t$  la tension aux bornes du condensateur vaut  $u_C = u_{AB}$ . Comment varie  $u_C$  en fonction du temps ?

- Calculer la pulsation propre  $w_0$  et la fréquence propre du circuit LC et donner l'expression de  $u_C$  en fonction de  $t$ ,  $w_0$  et de  $U_0$ .

- On visualise  $u_C$  sur l'écran d'un oscilloscope dont le balayage horizontal du spot correspond à  $5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  par cm et dont la sensibilité verticale est  $6 \text{ V}$  par cm. Représenter la courbe  $u_C$  que l'on observera sur l'écran de largeur 8 cm.

### Corrigé de l'exercice 1

1. 1. -  $Q_0 = CU_0$  AN :  $Q_0 = 2 \cdot 10^{-3} C$

1.2. -  $E_{elec} = \frac{1}{2} Q_0 U_0$  AN :  $E_{elec} = 1 J$

2.1. - pour le condensateur de capacité  $C$ :  $Q = CU$

Pour le condensateur de capacité  $C'$  :  $Q' = C'U$

La charge initiale  $Q_0$  se repartit entre les condensateurs :

$$Q_0 = Q + Q'$$

$$CU_0 = CU + C'U$$

$$U = \frac{CU_0}{C+C'} \text{ AN : } U = 800 V$$

b-  $Q = CU$  AN :  $Q = 1,6 \cdot 10^{-3} C$

$Q' = C'U$  AN :  $Q' = 0,4 \cdot 10^{-3} C$

### Corrigé de l'exercice 2

1.1.-  $Q_0 = CU_0$ ; AN :  $Q_0 = 10^{-2} C$

L'énergie initiale fournie est :  $E_0 = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{Q_0 U_0}{2}$ ; AN :  $E_0 = 0,5 J$

1.2.- Puisqu'il n'y a pas d'amortissement la décharge est oscillante de période propre :  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ;  $T_0 = 6,28 \cdot 10^{-2} s$ . La fréquence propre vaut:

$$N_0 = \frac{1}{T_0}; \text{AN : } N_0 = 15,9 \text{ Hz}$$

1.3.

$$q = Q_m \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$\dot{q} = 0 \begin{cases} q = Q_0 \\ i = \frac{dq}{dt} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_0 = Q_m \cos \phi \\ 0 = -Q_m \omega_0 \sin \phi \end{cases}$$

donc :  $Q_m = Q_0$  et  $\phi = 0$

- d'où  $q = Q_0 \cos \omega t = 10^{-2} \cos 100t$

1.4.

$$i = \frac{dq}{dt} = -Q_0 \omega_0 \sin \omega_0 t$$

$$i = -\sin 100t$$

2. - L'énergie emmagasinée à chaque instant dans le condensateur est :

$$E_{elec} = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t$$

$$E_{\text{magn}} = \frac{Li^2}{2} = \frac{L}{2} Q_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

L'énergie dans la bobine est :

L'énergie totale dans le circuit vaut :

$$E = E_{\text{elec}} + E_{\text{magn}} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{L}{2} Q_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

$$\text{or } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ donc : } E = \frac{Q_0^2}{2C} (\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t)$$

$$E = \frac{Q_0^2}{2C} = E_0$$

L'énergie totale d'un circuit oscillant non amorti, à chaque instant reste constante et égale à celle fournie par l'opérateur lors de l'excitation.

### Corrigé de l'exercice 3

A.

1. Un générateur idéal de courant débite un courant d'intensité constante quelque soit la tension entre ses bornes.

2. Exprimez I en fonction de C<sub>0</sub>, u<sub>0</sub> et t (on notera q la charge du condensateur à une date t).

$$q = I \cdot t \text{ et } q = C_0 \cdot u_0 \Rightarrow I \cdot t = C_0 \cdot u_0 \Rightarrow I = C_0 \cdot u_0 / t$$

3. 1. L'équation littérale de la droite obtenue.

$$I = C_0 u_0 / t \Rightarrow u_0 = It / C_0.$$

3.2. Déduction, graphiquement, la valeur de la capacité C<sub>0</sub> du condensateur. Le rapport I/C<sub>0</sub> est égal au coefficient directeur de la droite obtenue.

Sur la courbe 1, on considère les points : A (1,0 s ; 0,25 V) et B (11 s ; 2,5 V).

$$I/C_0 = 2,5 - 0,25 / 11 - 1,0 = 2,3 \times 10^{-1} \text{ V.s}^{-1} \Rightarrow C_0 = 415,0 \text{ } 10^{-12} \text{ F} = 2,2 \times 10^{-3} \text{ F}$$

B.

1. la définition d'un générateur idéal de tension

Un générateur idéal de tension délivre une tension constante entre ses bornes, quelque soit l'intensité du courant débité.

2. Par une analyse dimensionnelle, montrons que le produit R.C est homogène à un temps.

Aux bornes du conducteur ohmique : uR = R.i  $\Rightarrow R = u / i$ . Donc : [R] = [uR].[i]<sup>-1</sup>

Aux bornes du condensateur : u = q/C  $\Rightarrow C = q/u$ . Donc : [C] = [q].[u]<sup>-1</sup>

On en déduit : [R].[C] = [q].[i]<sup>-1</sup>

Dans ce circuit : i = dq/dt. Donc : [t] = [q].[i]<sup>-1</sup> = [R].[C] = T

### **3.1. Déduisons de cette courbe la constante de temps $\tau$ du dipôle.**

**La constante de temps  $\tau$  du dipôle est égale à l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe et de l'asymptote.**

**Sur la courbe 2, on lit :  $\tau = 100 \times 10^{-6} = 1,00 \times 10^{-4}$  s**

### **3.2. Calcul de la résistance R du conducteur ohmique sachant que $C = 1,0 \mu F$ .**

**Pour un dipôle RC,  $\tau = R.C \Rightarrow R = \tau / C$  soit :  $R = 100 \Omega$**

### **4. Etablissement de l'équation différentielle à laquelle satisfait la tension u.**

**Loi d'additivité des tensions :  $E = u_R + u$**

**D'une part :  $u_R = R.i$**

**D'autre part :  $i = dq/dt$  et  $q = C.u \Rightarrow i = C.du/dt$**

**Donc :  $u_R = R.C. du/dt \Rightarrow R.C.du/dt + u = E$**

### **5.1. Détermination de la valeur de la force électromotrice E du générateur.**

**A la fin de la charge, la tension u aux bornes du condensateur devient égale à la tension E aux bornes du générateur. Sur la courbe 2, on lit :  $E = 5,0 V$**

### **5.2. Détermination de la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit pour $t = 0$ .**

**A  $t = 0$  :  $u = 0 \Rightarrow E = u_R = R.i \Rightarrow i = E/R$  soit :  $i = 5,0 \times 10^{-2} A$**

### **5.3. Détermination de la valeur de l'intensité i du courant dans le circuit**

**Pour  $t > 5,00 \times 10^{-4}$  s :  $u \rightarrow E$**

**Or :  $u_R = R.i = E - u \Rightarrow u_R \rightarrow 0$  et  $i \rightarrow 0$**

### **5.4. Avec u en V et t en s, montrez que : $du/dt = 1,0 \times 10^4 \times (5,0 - u)$**

**$R.C.du/dt + u = E \Rightarrow du/dt + 1/R.C.u = E/R.C \Rightarrow du/dt = 1/R.C.(E - u)$**

**Soit :  $\Rightarrow du/dt = 1.10^4 \times (5,0 - u)$**

## Circuit RLC

### 1. Définitions et représentation algébrique de la tension et du courant alternatifs sinusoïdaux

- Représentation algébrique.

- les grandeurs variables dans le temps se notent en minuscule alors que les valeurs continues se notent en majuscules.

Un courant (ou une tension) alternatif sinusoïdal ( $e$ ) est une fonction sinusoïdale (ou harmonique) du temps elle peut s'écrire sous la forme :

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

- Valeurs efficaces :

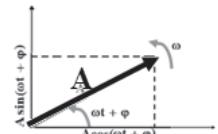
L'intensité efficace d'un courant alternatif est égale à l'intensité du courant continu qui produirait le même effet Joule dans la même portion de circuit résistif. D'où

$$RI^2T = R \int_0^T I_m^2 \cos^2 \omega t dt = \frac{RI_m^2}{2} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{RI_m^2 T}{2}$$

Pour un courant alternatif sinusoïdal de valeur maximale  $I_m$ , la valeur efficace vaut alors :  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

Cette définition s'étend à toutes les grandeurs sinusoïdales rencontrées en régime sinusoïdal forcé. Par exemple pour la tension

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$



#### 2. Etude théorique :

##### 2.1. Représentation graphique:

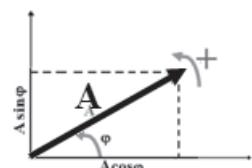
Diagramme de Fresnel d'une grandeur sinusoïdale.

##### 2.1.1 .Vecteur tournant $A \cos(\omega t + \phi)$ :

À toute fonction sinusoïdale du temps  $x = A \cos(\omega t + \phi)$ , on peut associer un vecteur de valeur  $A$  tournant autour de son origine à la vitesse angulaire  $\omega$ .

##### 2.1.2 .Vecteur de Fresnel :

Toutes les grandeurs d'un circuit en régime sinusoïdal forcé ont la même pulsation ; le vecteur de Fresnel ne reprend que les principales, l'amplitude  $A$  et la phase à l'origine  $\phi$  (compté positivement dans le sens trigonométrique).

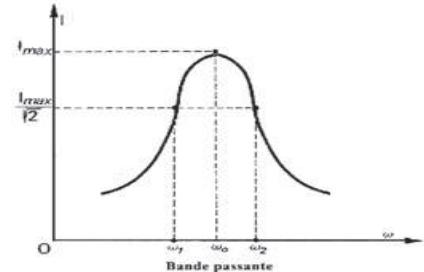


#### 4. Résonance :

Si la fréquence imposée est égale à la fréquence propre du dipôle, on observe un phénomène de résonance d'intensité.

L'intensité est alors maximale  $I_m = I_0 = U/R$  et  $i(t)$  et  $u(t)$  sont en phase. L'impédance  $Z$  est alors minimale et égale à la résistance totale du dipôle  $Z_0 = R$

- La relation  $LC\omega_0^2 = 1$  est alors vérifiée soit  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- La résonance peut être floue ou aigüe selon la valeur de  $R$
- La bande passante est la bande de fréquence pour laquelle  $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$
- La largeur de cette bande est  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = \frac{R\omega_0}{L\omega_0} = \frac{\omega_0}{Q}$
- Le facteur de qualité  $Q$  est défini par  $Q = U_C/U$ . soit  $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$



### 5. Puissance électrique :

➤ La puissance instantanée :

En régime continu ( $U$  et  $I$  constants) ; la puissance vaut  $P = UI$ .

Dans le cas du régime sinusoïdal forcé, la puissance moyenne consommée sur une période par un dipôle vaut :  $P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t)dt = UI \cos \phi$

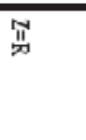
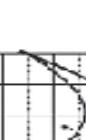
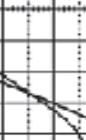
*Remarque : En régime sinusoïdal, on définit :*

- La puissance apparente  $P_a = UI$  (elle se mesure grâce aux indications des voltmètres et ampèremètres).
- La puissance réactive  $P_r = UI \sin \phi$ .
- La puissance active  $P = U.I.\cos \phi$  (c'est celle qui est réellement consommée par le dipôle).

Comme  $\cos \phi = \frac{R}{Z}$  la puissance devient  $P = UI \frac{R}{Z} = ZI.I \frac{R}{Z} = RI^2$ .

Dans un circuit  $R, L, C$  la puissance moyenne apparaît sous forme thermique (dans la résistance).

➤ facteur de puissance : Le rapport  $\frac{P_a}{P} = \cos \phi$  est appelé facteur de puissance.

Définir	Impédance $Z(\Omega)$	Réactance $X(\Omega)$	Déphasage $\varphi$ donné par la tangente	Chronogrammes
Resistance pure R	$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$			
	$I = \frac{U}{R}$			
$u_s = R I - U_m \cos \omega t$				
Inductance pure L	$Z = L \Omega$	$X = L \Omega$		
$u_i = -L \frac{di}{dt} - L \omega L_m \sin \omega t$ $= -L \omega L_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$				
Condensateur de capacité C	$Z_c = \frac{1}{C \Omega}$	$X_c = \frac{1}{C \Omega}$		
$u_c(t) = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} I_m \cos(\omega t) dt$ $= \frac{1}{C_m} \sin \omega t - \frac{1}{C_m} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) - U_m \cos(\omega t + \varphi)$				
Circuit R-L en série	$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$	$X = L \Omega$ : $X > 0$		
	$U_s = R I + L \frac{di}{dt} - U_m \cos(\omega t + \varphi)$			

<p>Circuit R et C en série</p> $u = R i + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \cos(\omega t + \varphi)$	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$ $X = -\frac{1}{C\omega}$ $X < 0$ $\tan \varphi = -\frac{1}{RC\omega}$ $\varphi < 0$
<p>Circuit R, L et C en série</p> $U = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$ $U = R i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C\omega} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$L = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ $X > 0 \text{ si } L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$ $X > 0 \text{ si } L\omega > \frac{1}{C\omega}$ $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ $\tan \varphi = \frac{L\omega}{R}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• si <math>\varphi &gt; 0</math> le circuit est inductif</li> <li>• si <math>\varphi &lt; 0</math> le circuit est capacitif</li> </ul> $\Leftrightarrow L\omega > \frac{1}{C\omega} \text{ alors } u(t) \text{ en avance sur } i(t)$ $\Leftrightarrow \frac{1}{C\omega} < L\omega \text{ alors } i(t) \text{ en avance sur } u(t)$
$u(t) = RIm \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + L\omega Im \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{C\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ $= U_m \cos(\omega t + \varphi)$	

### Exercice 1

Un générateur délivre une tension alternative sinusoïdale de fréquence  $N$  et de valeur instantanée  $u$ .

Le générateur forme un circuit simple avec un conducteur ohmique de résistance  $R = 100\Omega$ , une bobine de résistance interne  $r$  et d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C = 4 \mu F$ .

Les deux voies d'un oscilloscophe sont reliées au circuit selon le branchement de la figure ci-contre. Les oscillogrammes obtenus se trouvent sur la fig 2.

Les voies 1 et 2 sont réglées sur 10 V/division ; la base de temps est réglée sur 1ms / division.

1. Que représentent les oscillogrammes observés sur l'écran de l'oscilloscophe ?

2. Déterminer la période et la fréquence de la tension alternative étudiée.

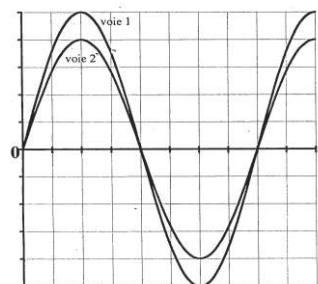
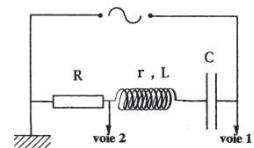
3. Déterminer la tension maximale aux bornes du générateur et donner l'expression de la tension instantanée  $u$  en fonction de la date  $t$ . On utilisera les axes indiqués sur le schéma.

4. Déterminer l'intensité maximale dans le circuit et exprimer l'intensité instantanée  $i$  en fonction de la date  $t$ .

5. Quelle est l'avance algébrique de  $u$  sur  $i$  ? A quel phénomène cela correspond-il ?

6. Calculer : - la résistance interne de la bobine et son inductance?

7. Si on utilisait à la place de l'oscilloscophe un ampèremètre en série dans le circuit et un voltmètre en dérivation aux bornes du générateur, quelles valeurs indiquerait ces deux appareils ?



### Exercice 2

On considère trois dipôles  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$  de nature inconnue ; un de ces trois dipôles est une résistance morte  $R$ , l'autre un condensateur de capacité  $C$  et le troisième une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$ .

Dans une première expérience, on maintient aux bornes de chacun de ces dipôles une tension continue  $U = 18V$  et on mesure les intensités  $I$  du courant qui les traverse.

Dans une deuxième expérience : on maintient aux bornes de chacun de ces dipôles une tension sinusoïdale de valeur efficace  $U_{eff} = 24V$  et de fréquence  $N = 50Hz$  et on mesure les intensités efficaces  $I_{eff}$  du courant. Les résultats des deux expériences sont regroupés dans le tableau ci-dessus :

1. Calculer pour chaque dipôle les rapports  $U/I$  et  $U_{eff}/I_{eff}$ .

Montrer que l'analyse de ces résultats permet de déterminer la nature de chaque dipôle.

2. Calculer pour chaque cas les caractéristiques de chaque dipôle.

dipôle	$I(A)$	$I_{eff}$
$D_1$	7,2	6,4
$D_2$	3,75	5
$D_3$	0	$10^{-2}$

3. On considère le cas où la tension est sinusoïdale, déterminer pour chaque dipôle le déphasage  $\varphi$  entre  $u(t)$  et  $i(t)$ .
4. On branche les trois dipôles en série et on applique aux bornes du dipôle obtenu une tension sinusoïdale de fréquence variable et de valeur efficace  $U_{\text{eff}} = 24V$ .
  - 4.1. Faire un schéma du circuit sur lequel vous précisez le branchement d'un oscilloscophe qui permet de visualiser  $u(t)$  et qualitativement  $i(t)$ .
  - 4.2. Pour une valeur déterminée de la fréquence  $f_0$  on constate que la tension  $u(t)$  et  $i(t)$  sont en phase. Qu'appelle-t-on ce phénomène ? Calculer la valeur de la fréquence  $f_0$  et celle de l'intensité efficace  $I_0$  correspondante.
  - 4.3. Calculer le facteur de qualité du circuit et en déduire la largeur de la bande passante.

### Exercice 3

Une bobine sans noyau de fer est formée de 2000 spires de 6cm de diamètre, réparties uniformément sur une longueur de 40 cm. Cette bobine est placée en série avec un condensateur de capacité réglable (boîte de condensateur) une résistance  $R = 60\Omega$  et un milliampèremètre de résistance négligeable. L'ensemble est branché aux bornes d'une prise de courant alternatif sinusoïdal de fréquence 50Hz, de tension efficace 120V. L'intensité efficace passe par un maximum 1,5A pour  $C=318\mu\text{F}$ . On demande :

- 1.1 La valeur théorique de l'inductance de la bobine. On donne :  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}\text{S.I.}$
- 1.2 La valeur de cette inductance déduite des résultats de l'expérience, expliquer le sens de la différence entre les deux valeurs trouvées.
- 1.3 La valeur de la résistance  $R'$  de la bobine.

2. On considère maintenant une bobine dont on ne connaît ni la résistance  $R$  ni l'inductance  $L$ .

On se propose de déterminer ces deux grandeurs. Pour cela on réalise le montage suivant : entre deux bornes A et B d'une prise de courant alternatif sinusoïdal, on branche en série, dans l'ordre une résistance connue  $r = 25\Omega$  et la bobine à étudier. On appelle C le point de connexion de la résistance à la bobine.

On dispose alors de trois voltmètres : V entre les bornes A et B ;  $V_1$  entre A et C et  $V_2$  entre C et B. Ils indiquent respectivement les valeurs efficaces :

$U=110V$ ,  $U_1=45,5V$  et  $U_2=80V$  des trois tensions :  $u=V_A - V_B$  ;  $u_1=V_A - V_C$  et  $u_2=V_C - V_B$  On appelle  $i$  la valeur instantanée de l'intensité du courant de fréquence  $f = 50\text{Hz}$ .

- 2.1 Faire le schéma du montage.
- 2.2 Construire le diagramme de Fresnel relatif à cette expérience représentant les trois tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u$ .
- 2.3 Calculer l'impédance de la bobine.
- 2.4 Déterminer la phase de  $u_2$  par rapport à  $i$ .
- 2.5 Calculer les valeurs des grandeurs  $R$  et  $L$ .
- 2.6 Calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit.

### Exercice 4

1. Aux bornes A et B d'un circuit électrique comprenant en série un conducteur ohmique de résistance  $R = 200\Omega$  et un condensateur de capacité C, on maintient une tension sinusoïdale de fréquence N (voir fig).

On utilise un oscilloscophe bicourbe (voie I et voie II) pour visualiser la tension  $u_{BD}$  aux bornes du conducteur ohmique et la tension  $u_{AB}$  aux bornes du dipôle RC.

1.1 Faire un schéma des branchements à réaliser.

1.2 On observe alors l'oscillogramme

- Quelle est de la courbe I ou de la courbe II celle qui correspond à la tension  $u_{BD}$  et celle qui correspond à la tension  $u_{AB}$  ?

- Déterminer la fréquence de la tension délivrée par le générateur et la valeur  $\phi$  de la phase de  $u_{AB}$  par rapport à i. En déduire la capacité C du condensateur

2. On se propose de déterminer les caractéristiques d'un dipôle D qui comprend en série un condensateur de capacité C et une bobine de résistance r et d'inductance L.

2.1. Dans une première expérience, on place en série avec le dipôle D un résistor de résistance  $R = 60\Omega$ . Le circuit ainsi constitué est alimenté par une source de tension alternative sinusoïdale de fréquences f variables.

On mesure les tensions efficaces aux bornes du résistor, aux bornes du dipôle D et aux bornes du circuit. On trouve respectivement:  $U_R = 6V$ ;  $U_D = 4V$  et  $U = 10V$

Montrer que dans ces conditions le circuit est le siège d'une résonance d'intensité. Déterminer alors la résistance de la bobine.

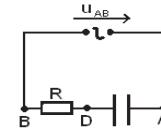
2.2. Dans une seconde expérience, on enlève le résistor et on alimente le dipôle D par la même source de tension. Pour une valeur donnée  $f_0 = 100Hz$  de la fréquence f, on constate que les tensions efficaces aux bornes du condensateur, aux bornes de la bobine et aux bornes du dipôle D sont égales. Déterminer L et C.

### Exercice 5

Pour déterminer les caractéristiques d'une bobine de résistance r et d'inductance L, on réalise l'expérience suivante : On relie les bornes de la bobine à un GBF délivrant une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$  variable et de valeur efficace constante  $U = 150V$  (fig1). La courbe de la figure 2 représente les variations du carré de l'impédance ( $Z^2$ ) en fonction de  $\omega^2$ .

1. Trouver l'expression théorique de  $Z^2$  en fonction de  $\omega^2$ .

Montrer qu'elle est conforme à la relation obtenue à partir du graphe.



Balayage horizontal : 1ms/div  
Sensibilités verticales : 1V/div

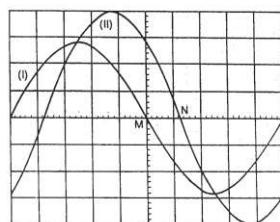


Fig2



Fig1

**2. Déduire de ce qui précède la valeur de la résistance  $r$  de la bobine ainsi que celle de son inductance  $L$ .**

**3. On donne à la pulsation la valeur  $\omega = 50\sqrt{3}$  rad/s .**

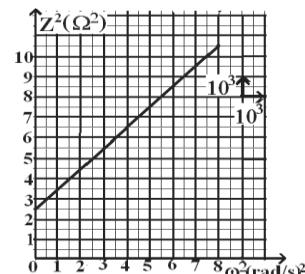
**3.1. Calculer l'intensité efficace du courant qui circule dans le circuit.**

**3.2. On réalise un nouveau circuit en plaçant en série avec la bobine un condensateur de capacité  $C$ .**

Quelle est la valeur de cette capacité  $C$  pour que l'intensité efficace du courant circulant soit maximale. Quelle est alors la valeur  $I_0$  de cette intensité ?

**3.3. Calculer alors la puissance moyenne électrique  $P_0$  consommée dans le nouveau circuit.**

**4. Montrer que lorsque la puissance moyenne électrique consommée dans le nouveau circuit est la moitié de  $P_0$ , l'intensité efficace est alors  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ .**



### Exercice 6

**1. On réalise le circuit de la figure 1. Le générateur G délivre une tension alternative sinusoïdale de fréquences N variables et de valeur maximale constante. Le circuit renferme une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$ , un condensateur de capacité  $C$  et un dipôle ohmique de résistance  $R$ .**

Un oscilloscophe est branché comme indiqué sur la fig1 ; il donne l'oscillogramme (fig 2).

**1.1. Préciser la valeur maximale de chaque tension visualisée, et calculer la fréquence  $N_1$  du générateur.**

**1.2. Quelle est, des deux tensions, celle qui est en avance sur l'autre. Déterminer le déphasage  $\varphi$  de l'intensité par rapport à la tension d'alimentation. Donner l'expression de  $\cos \varphi$  en fonction de  $R$ ,  $r$ ,**

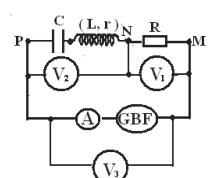
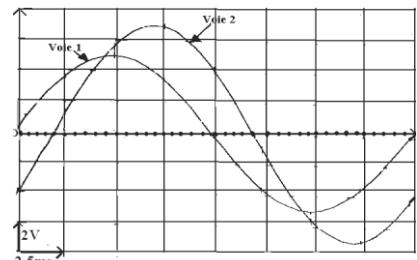
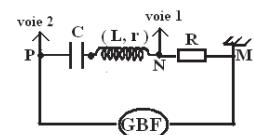
**, $l$  et la valeur de la tension efficace  $U$  aux bornes du générateur.**

**1.3. L'ampèremètre indique une intensité égale à 59mA calculer  $R$  et  $r$ .**

**2. On retire l'oscilloscophe et on branche dans le circuit, trois voltmètres  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  comme l'indique la fig3: On trouve respectivement les tensions :  $U_1 = 4,38V$ ,  $U_2 = 0,57V$  et  $U_3 = 4,95V$**

Montrer que, dans ces conditions, le circuit est le siège d'une résonance d'intensité. Quelle est l'indication de l'ampèremètre A ?

Donner l'expression de la fréquence  $N_2$  du générateur.

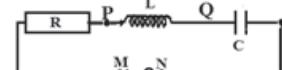


**3. On enlève le conducteur ohmique ; le circuit est toujours alimenté par le même générateur, pour une fréquence  $N=N_3=55,7$  Hz on constate que les tensions efficaces aux bornes du condensateur, aux bornes de la bobine et aux bornes de l'ensemble du circuit sont égales.**

**Faire la construction de Fresnel correspondante et préciser la nature du circuit. En déduire les valeurs de  $L$ ,  $C$  et  $N_2$ .**

### Exercice 7

Un générateur de courant alternatif sinusoïdal, à fréquence variable maintient entre les bornes M et N d'un circuit série une tension efficace constant  $U_{MN}=120V$ . Ce circuit comprend un conducteur de résistance R, une bobine d'inductance L de résistance négligeable et un condensateur de capacité C.



La pulsation du courant étant fixée à la valeur  $\omega$ , on mesure les grandeurs efficaces suivantes :

$$I=0,8A; U_{MP}=72V; U_{PQ}=32V.$$

1. Calculer la résistance R et l'impédance  $Z_L$  de la bobine.

2. Sachant que l'impédance du condensateur est supérieure à celle de la bobine ; calculer :

2.1. La tension  $U_{QN}$  aux bornes du condensateur et l'impédance de ce condensateur.

2.2. Le déphasage de la tension d'alimentation par rapport au courant.

2.3. La puissance moyenne consommée par ce circuit R.L.C.

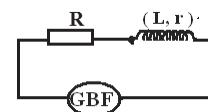
3. Sachant qu'un courant de pulsation  $\omega_0=10^3$  rad/s est en phase avec la tension  $u_{MN}$  aux bornes du circuit ; calculer la pulsation  $\omega$  du courant utilisé, l'inductance L et la capacité C.

### Exercice 8

Un générateur délivre une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace 8V et de fréquence 200 Hz

A ses bornes on branche une résistance  $R = 100\Omega$  associée en série à une bobine de résistance  $r$  et d'inductance L (voir schéma).

Un oscilloscope et deux voltmètres permettent d'effectuer des mesures.



Le réglage de l'oscilloscope sont : 5V/cm pour la sensibilité vertical,

1ms /cm pour le balayage horizontal.

Le voltmètre branché aux bornes de R indique  $U = 3,2V$  et l'autre  $U' = 6,4V$

1. L'Ecran de l'oscilloscope est un carré de 10cm de coté. La ligne horizontale au milieu de l'écran correspond à 0V. Représenter en vraie grandeur la courbe que l'on observe sur l'écran

2. Quelle est l'intensité efficace dans le circuit ?

**3. Déterminer la résistance  $r$  de la bobine et son inductance  $L$ . la construction de Fresnel est recommandée et la résolution graphique admise.**

**4. Déterminer le sens et la valeur du déphasage entre l'intensité dans le circuit et la tension aux bornes du générateur. La résolution graphique est admise.**

### Exercice 9

On dispose de 3 dipôles : un condensateur de capacité  $C$ , une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$  et un résistor de résistance  $R$ .

**1. On réalise le circuit de la fig1 comprenant la bobine et le résistor en série alimentés par un générateur de tension continue constante. L'intensité du courant est  $I=61,8\text{mA}$  et la tension aux bornes du générateur  $U=6\text{V}$ . Calculer la résistance totale  $R'$  du circuit.**

**2. Le circuit contenant les 3 dipôles est alimenté par un générateur BF qui délivre entre ses bornes une tension sinusoïdale. Un oscilloscope bicourbe est branché comme l'indique la figure 2 et permet de suivre les variations des deux tensions.**

**2.1. Quelle tension observe-t-on sur chaque voie ? Justifier. Préciser la valeur maximale pour chaque tension.**

**2.2. Quelle est la période  $T$  des tensions visualisées.**

**2.3.1. Quelle est des deux tensions celle qui est en avance de phase sur l'autre ?**

Déterminer le déphasage  $\Delta\phi$  de l'intensité  $i$  par rapport à la tension d'alimentation  $u$ . En déduire la valeur du facteur de puissance.

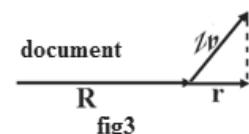
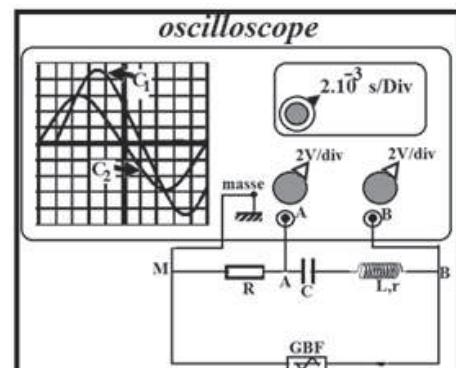
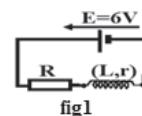
**2.3.2. Déterminer la valeur efficace de l'intensité du courant puis déduire les valeurs de  $R$  et  $r$ .**

**2.4. Sur le document de la fig3 on donne la construction de Fresnel incomplète relative aux impédances.**

$Z_b$  désigne l'impédance de la bobine. La mesure des longueurs des vecteurs représentant  $r$  et  $Z_b$  donne  $r \rightarrow 1,8\text{cm}$  et  $Z_b \rightarrow 3,6\text{cm}$ .

**2.4.1. Compléter la construction de Fresnel.**

**2.4.2. En déduire les valeurs de  $Z_b$ , de  $L$  et de  $C$ .**



### Corrigé de l'exercice 1

**1. La tension instantanée aux bornes du générateur (ou du dipôle RLC) est représentée sur la voie 1.**

**La tension instantanée aux bornes du conducteur ohmique est représentée sur la voie 2.**

**2. La période de la tension est  $T = 8\text{ms} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$**

**La fréquence  $N = 1/T$  soit  $N = 125\text{Hz}$**

**3. La tension max est donnée par la courbe : soit  $U_m = 50\text{V}$**

**La tension instantanée est  $u = U_m \sin(2\pi Nt + \phi)$**

**Les conditions initiales : à  $t = 0$ ,  $u=0 \Rightarrow U_m \sin \phi = 0 \Rightarrow \phi = 0$**

**soit  $u = 50 \sin(250\pi t)$**

**4. Calcul de  $I_m$**

$I_m = U_{mR}/R$  avec  $U_{mR} = 40\text{V}$  et  $I_m = 40/100 \Rightarrow I_m = 0,4\text{A}$

**Soit la valeur instantanée du courant  $i = 0,4 \sin(250\pi t)$**

**5.  $u$  et  $i$  sont en phase, c'est le phénomène de résonance d'intensité.**

**6. calcul de  $r$  :**

**À la résonance  $Z_0 = R + r = U_m/I_m \Rightarrow r = U_m/I_m - R \quad \text{A.N : } r = 25\Omega$**

**Calcul de  $L$  :**

$LC\omega^2 = 1 \Rightarrow L = 1/4\pi^2N^2C \quad \text{A.N : } L = 0,405\text{H}$

**7. Le voltmètre indique la valeur efficace  $U$  de la tension,**

**soit  $U = U_m/\sqrt{2} \quad \text{A.N : } U = 35,4\text{V}$**

**L'ampèremètre indique l'intensité efficace  $I$  :  $I = I_m/\sqrt{2} \quad \text{A.N : } I = 0,283\text{A.}$**

### Corrigé de l'exercice 2

**1. Calcul des rapports  $U/I$  et  $U_e/I_e$  :**

**Pour  $D_1$  :  $U_e/I_e = 3,75$  et  $U/I = 2,5 \Rightarrow U_e/I_e \neq U/I$  donc  $D_1$  est une bobine.**

**Pour  $D_2$  :  $U_e/I_e = 4,8$  et  $U/I = 4,8 \Rightarrow U_e/I_e = U/I$  donc  $D_2$  est un dipôle ohmique.**

**Pour  $D_3$  :  $U_e/I_e = 2400$  et  $U/I = \infty \Rightarrow U/I = \infty$   $D_3$  ne conduit pas le courant continu c'est un condensateur.**

**2. Calcul des caractéristiques de ces dipôles :**

- **Résistance  $r$  de  $D_1$   $r = U/I = 2,5\Omega$  son inductance  $L : r^2 + (L\omega)^2 = U_e/I_e$**

$$\Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U_e}{I_e}\right)^2 - r^2} \quad \text{A.N : } L = 8,8\text{mH.}$$

- **Résistance  $R$  de  $D_2$   $R = U/I = 4,8\Omega$**

- **Capacité de  $D_3$   $\frac{U_e}{I_e} = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = 1,33\mu\text{F}$**

### 3. Détermination du déphasage $\phi$

Soit  $\phi_u$  la phase initiale de  $u(t)$

Soit  $\phi_i$  la phase initiale de  $i(t)$  Dans le cas général

$$\tan(\phi_u - \phi_i) = [L\omega - (1/C\omega)] / (R+r)$$

Pour  $D_1$  :  $\tan(\phi_u - \phi_i) = L\omega/r \Rightarrow (\phi_u - \phi_i) = 48^\circ$

Pour  $D_2$  :  $\tan(\phi_u - \phi_i) = 0 \Rightarrow (\phi_u - \phi_i) = 0$

Pour  $D_3$  :  $\tan(\phi_u - \phi_i) = -\infty \Rightarrow (\phi_u - \phi_i) = -\pi/2$

4.1. Sur  $y_1$  on visualise  $u(t)$

Sur  $y_2$  on visualise  $u_R(t)$  donc  $i(t)$  car  $u_R(t) = R i(t)$

4.2. Le phénomène observé est le phénomène de résonance.

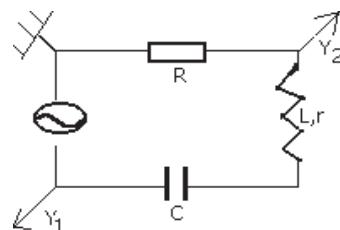
Calcul de la fréquence  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  A.N :  $f_0 = 426\text{Hz}$

Calcul de  $I_0 = U_e / (R+r)$  A.N :  $I_0 = 3,3\text{A}$

4.3. Calcul du facteur de qualité Q :

$$Q = 2\pi L N_0 / (R+r) \quad \text{A.N : } Q = 0,38$$

D'autre part  $Q = N_0 / \Delta N \Rightarrow \Delta N = N_0 / Q \quad \text{A.N : } \Delta N = 1122\text{Hz}$



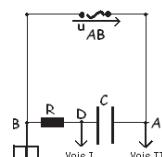
### Corrigé de l'exercice 3

1.1. Calcul de l'inductance théorique  $L_{th}$  :

$$L_{th} = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} \quad \text{A.N : } L = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

1.2. Calcul de l'inductance expérimentale  $L_{exp}$  à la résonance on

$$\text{a : } LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow L_{exp} = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 N^2 C}$$



$$L_{exp} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

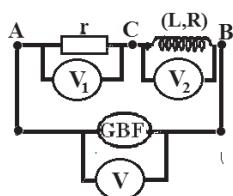
La différence entre ces deux valeurs est due à l'absence du noyau de fer doux.

1.3. Résistance  $R'$  de la bobine :

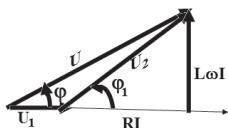
$$\text{A la résonance : } R + R' = \frac{U}{I_0} \Rightarrow R' = \frac{U}{I_0} - R$$

$$\text{A.N : } R' = 20\Omega$$

2.1. Montage :



## 2.2. Construction du diagramme de Fresnel : $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$



### 2.3. L'impédance de la bobine :

$$U_L = U_2 = ZI \Rightarrow Z = \frac{U_2}{I} = \frac{U_2}{\frac{U_1}{r}} = \frac{U_2 \cdot r}{U_1}$$

soit  $Z \approx 44\Omega$ .

### 2.4. La phase de la tension $u_2$ par rapport à l'intensité i

D'après la construction de Fresnel

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1 \cdot U_2 \cos \varphi_1 \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{U^2 - (U_1^2 + U_2^2)}{2U_1 \cdot U_2} \Leftrightarrow \cos \varphi_1 = 0,5 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$$

### 2.5. Calcul de la résistance R de la bobine :

D'après la construction de Fresnel

$$\cos \varphi_1 = \frac{RI}{U_2} \Rightarrow R = \frac{U_2 \cos \varphi_1}{I} \approx 22\Omega$$

**Calcul de L :**

**1<sup>ère</sup> méthode :**

$$\sin \varphi_1 = \frac{L\omega I}{U_2} \Rightarrow L = \frac{\sin \varphi_1 \cdot U_2}{\omega I} = \frac{\sin \varphi_1 \cdot U_2 \cdot r}{\omega U_1}$$

**2<sup>ème</sup> méthode :**

$$Z_b^2 = R^2 + (L\omega)^2 \Rightarrow (L\omega)^2 = Z_b^2 - R^2$$

$$L = \frac{\sqrt{Z_b^2 - R^2}}{\omega}$$

Soit  $L \approx 0,12H$

### 2.6. Calcul de la puissance moyenne consommée :

$$P = UI \cos \varphi = (R+r)I^2 = 155,68W$$

**Corrigé de l'exercice 4**

#### 1.1 Schéma des branchements à réaliser :

#### 1.2

- Comme le circuit est capacitif  $u_{BD}$  doit être en avance sur  $u_{AB}$  et la courbe I correspond à  $u_{BD}$  et la courbe II à  $u_{AB}$ .

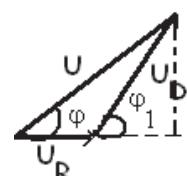
- D'après la courbe la période  $T=10^{-2}s$  d'où la fréquence  $N=T^{-1}$  soit  $N=100\text{Hz}$ .
- Le déphasage  $\varphi$  de la tension par rapport à l'intensité  $|\varphi|=\omega\Delta t=2\pi N$  avec  $\Delta t=1,25\text{ms} \Rightarrow |\varphi|=\frac{\pi}{4}$  soit  $\varphi=-\frac{\pi}{4}$  car le circuit est capacitif.
- Déduction de la capacité  $C$  du condensateur :  $\tan \varphi = \frac{-1}{RC\omega} = -1 \Rightarrow C = \frac{1}{R\omega}$   
A.N :  $C \approx 8\mu\text{F}$

## 2.1. Résonance

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_D \Rightarrow U^2 = U_R^2 + U_D^2 + 2U_R \cdot U_D \cos \varphi_1$$

$$U = U_R + U_D \Leftrightarrow \cos \varphi_1 = 1 \Rightarrow \varphi_1 = 0 \text{ d'où } U_D \text{ est confondue avec}$$

$U_R \Leftrightarrow \varphi = 0$  le circuit est donc en résonance.



Déduction de la résistance  $r$  :

$$U = (R+r)I \text{ et } I = \frac{U_R}{R} \Rightarrow r = \frac{U \cdot R}{U_R} - R \quad \text{A.N : } r = 40\Omega$$

2.2. D'après l'exercice les tensions  $U_D$ ,  $U_C$  et  $U_b$  sont égales ;

$$\text{soit } Z_D = Z_C = Z_b \Leftrightarrow \frac{1}{C\omega} = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \quad ①$$

$$\text{et } \frac{1}{C\omega} = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \quad ②$$

$$\text{et } \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \quad ③$$

$$③ \Leftrightarrow -L\omega = L\omega - \frac{1}{C\omega} \Rightarrow 2L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad ④ \quad \text{en remplaçant } \frac{1}{C\omega} \text{ par } 2L\omega \text{ dans } ② \text{ on}$$

$$\text{obtient } (2L\omega)^2 = r^2 + (L\omega)^2 \Leftrightarrow 3(L\omega)^2 = r^2 \Rightarrow L = \frac{r}{\omega\sqrt{3}} \quad \text{A.N : } L = 37.10^{-3}\text{H.}$$

$$\text{D'après } ④ \text{ on a } C = \frac{1}{2L\omega} \quad \text{A.N : } C = 3,4.10^{-5}\text{F}$$

## Corrigé de l'exercice 5

1. L'impédance  $Z$  du circuit ( $r, L$ ) est :  $Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$

soit  $Z^2 = (L\omega)^2 + r^2$  ① Cette relation est de la forme  $y = ax + b$  ; c'est une fonction affine dont la représentation est une droite.

2. Le graphe est une droite dont l'équation est :

$$Z^2 = a\omega^2 + b \quad ②$$

$$\text{avec } \begin{cases} a = \frac{\Delta Z^2}{\Delta \omega^2} = \frac{(10,5 - 2,5).10^3}{(8 - 0).10^3} = 1 \\ b = 2,5.10^3 \end{cases}$$

Par identification entre les relations ① et ②, on obtient

$$L = 1 \text{ et } r^2 = 2500\Omega^2 \Leftrightarrow r = 50\Omega$$

### 3.1. Calcul de l'intensité efficace $I$ pour $\omega = 50\sqrt{3}$

$$I = \frac{U}{Z} \quad \text{Pour cette valeur de } \omega ; Z = 100\Omega, \text{ Soit } I = \frac{150}{100} = 1,5A$$

3.2. L'intensité efficace est maximale à la résonance alors

$$LC\omega^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} \quad \text{soit } C = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ F.}$$

Calcul de l'intensité maximale  $I_0$ :

$$I_0 = \frac{U}{r} \quad \text{soit } I_0 = \frac{150}{50} = 3A$$

### 3.3 Calcul de la puissance moyenne électrique maximale $P_0$

$$P_0 = rI_0^2 \Leftrightarrow P_0 = 450 \text{ W}$$

4 Montrons que si  $P = \frac{P_0}{2}$  alors  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ :

$$P = \frac{P_0}{2} \Leftrightarrow rI^2 = \frac{rI_0^2}{2} \quad \text{soit } I^2 = \frac{I_0^2}{2} \Rightarrow I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

## Table de matière

		<i>pages</i>	
<b>Cinétique chimique</b>	<i>Résumé du cours</i>	5	
	<i>Enoncé des exercices</i>	9	
<b>Solutions aqueuses</b>	<i>Corrigés des exercices</i>	31	
	<i>Résumé du cours</i>	49	
<b>Dynamique</b>	<i>Enoncé des exercices</i>	57	
	<i>Corrigés des exercices</i>	85	
<b>Dynamique</b>  <b>Electromagnétisme</b>  <b>Électricité</b>	<b>Les bases fondamentales de la dynamique</b>	<i>Résumé du cours</i>	99
		<i>Enoncé des exercices</i>	101
		<i>Corrigés des exercices</i>	117
	<b>Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique</b>	<i>Résumé du cours</i>	131
		<i>Enoncé des exercices</i>	133
		<i>Corrigés des exercices</i>	141
	<b>Oscillateur mécanique</b>	<i>Résumé du cours</i>	149
		<i>Enoncé des exercices</i>	151
		<i>Corrigés des exercices</i>	161
	<b>Mouvement d'un satellite autour la terre</b>	<i>Résumé du cours</i>	169
		<i>Enoncé des exercices</i>	171
		<i>Corrigés des exercices</i>	177
<b>Electromagnétisme</b>  <b>Électricité</b>	<b>Action d'un champ magnétique sur une particule chargée</b>	<i>Résumé du cours</i>	185
		<i>Enoncé des exercices</i>	187
		<i>Corrigés des exercices</i>	203
	<b>Action d'un champ magnétique sur un élément de courant</b>	<i>Résumé du cours</i>	209
		<i>Enoncé des exercices</i>	211
		<i>Corrigés des exercices</i>	221
<b>Dynamique</b>  <b>Electromagnétisme</b>  <b>Électricité</b>	<b>Autoinduction et circuit RL</b>	<i>Résumé du cours</i>	229
		<i>Enoncé des exercices</i>	233
		<i>Corrigés des exercices</i>	241
	<b>Condensateur et circuits RC et LC</b>	<i>Résumé du cours</i>	247
		<i>Enoncé des exercices</i>	251
		<i>Corrigés des exercices</i>	256
	<b>Circuit RLC</b>	<i>Résumé du cours</i>	259
		<i>Enoncé des exercices</i>	263
		<i>Corrigés des exercices</i>	269



