# **BAC BLANC**

### EPREUVE DE MATHS

Du rée : 4H

Classes:7C

27/12/2017

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part/importante dans l'appréciation de la copie.

## Exercice 1 (4 points)

On considère les matrices: 
$$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ et } M = \begin{pmatrix} -27 & -25 & -1 & 20 \\ 12 & 0 & 6 & 30 \\ -6 & -50 & 22 & 10 \\ -3 & -75 & -39 & 30 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer le produit MB.
- 2) Sachant que  $AM = \lambda I_4$ , c'est-à-dire que  $AM = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$ ; calculer la valeur du nombre réel  $\lambda$ .
- 3) En déduire la matrice inverse de A.
- 4) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases}
-5x + 2y + z + t = 8 \\
x + y - 2z - t = 7 \\
y + 3z - 2t = 9 \\
2x + 4y - z = 5
\end{cases}$$

## Exercice 2 (5 points)

- 1) Soit m un entier relatif.
- a)Déterminer les valeurs de m tels que m+2 divise 5.
- b) Déterminer les valeurs de m tels que le nombre  $\frac{3m+1}{m+2}$  soit un entier relatif.
- 2) Soit n un entier naturel.
- a)Trouvez, suivant les valeurs de n, le reste de la division euclidienne de 2<sup>n</sup> par 5.
- b) En déduire le reste de la division euclidienne de 2017<sup>2018</sup> par 5.
- 3) Soit  $X = 2017^{2n+1} + 2018^{2n+1}$  où n'est un entier naturel.
- a) Montrez que pour tout entier naturel n, X est divisible par 5.
- b) Montrez que pour tout entier naturel n, X est divisible par 15.
- c) Montrez que pour tout entier naturel n, X est divisible par 269.

#### Exercice 3 (4 points)

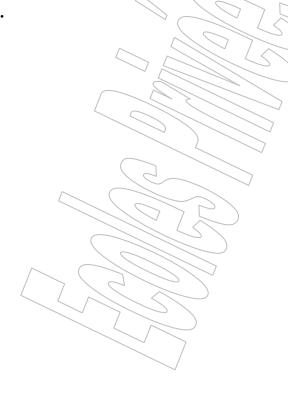
Dans le plan orienté on considère un parallélogramme direct ABCD. Soient ADM; BAP et ACN des triangles directs rectangles isocèles respectivement en A; B et C. Les affixes des points A; B et C sont notées respectivement a; b et c.

- 1.a) Placer les données sur une figure.
- b) Exprimer en fonction de a ;b et c les affixes respectives p ;n ;m et d des points P ;N ;M et D.
- 2.a) Montrer que p-c=i(m-b). En déduire que PC=MB et  $(PC)\perp(MB)$ .
- b) Montrer que BN = MC et  $(BN) \perp (MC)$ .
- c) Montrer que les droites (AM); (BN) et (CP) sont concourantes.

# Exercice 4 (7 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O; u, v).

- 1) On pose:  $P(z) = z^3 (5+6i)z^2 + (-2+22i)z + 14 12i$  où z est un nombre complexe.
- a) Calculer P(1+i).
- b) Déterminer les nombres a et b tels que pour tout z de  $\mathbb{C}$ :  $P(z) = (z-1-i)(z^2+az+b)$ .
- c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation P(z) = 0.
- 2) Soient les points A, B et C d'affixes respectives  $z_A = 1 + i$ ,  $z_B = 1 + 4i$  et  $z_C = 3 + i$ .
- a) Placer les points A, B et C sur le repère.
- b) Donner l'expression complexe de la similitude directe f de centre A qui transforme B en C.
- c)Déterminer le rapport et un angle de f
- d) Donner l'expression complexe de fof et caractériser cette composée.
- 3) Dans la suite de l'exercice on considère les points  $M_n$  tels que  $M_0 = B(1;4)$  et pour tout entier  $n \in \mathbb{N}$  on pose  $M_{n+1} = f(M_n)$ . On note  $z_n$  l'affixe du point  $M_n$ .
- a) Calculer  $z_1$  et reconnaitre  $M_1$ .
- b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on  $a : z_n = 1 + i 2 + i 2 + 3 = 1 +$
- c) Démontrer que tous les points M<sub>n</sub> sont situés sur l'une ou l'autre de deux droites que l'on précisera.
- d) Démontrer que le triangle  $M_{n-1}M_nM_{n+1}$  est rectangle pour tout  $n\geq 1$ . En déduire un programme de construction géométrique du point  $M_{n+1}$  à partir de  $M_n$  et  $M_{n-1}$  pour tout  $n\geq 1$ .
- e) Sans calculer les affixes, placer les points  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  et  $M_4$  sur la figure.



Fin.