

REPUBLIQUE ISLAMIQUE DE MAURITANIE

Honneur - Fraternité - Justice

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE  
ET DE LA REFORME DU SYSTEME EDUCATIF  
INSTITUT PEDAGOGIQUE NATIONAL



# Physique

## 7 ème Année

# Sciences Naturelles

IPN

# Préface

Collègues Professeurs,

Chers élèves,

Dans le cadre des efforts visant à améliorer la qualité du système éducatif national et en accompagnement de la révision des programmes de l'Enseignement Secondaire opérée en 2020 et des innovations nationales et internationales , l'Institut Pédagogique National cherche à refléter cette tendance en élaborant en publiant un manuel scolaire de qualité qui occupe une place de choix dans le développement et l'amélioration des pratiques pédagogiques .

Dans ce contexte, nous sommes heureux de mettre entre les mains des élèves de la 7<sup>ème</sup> du secondaire, le manuel de physique filière SN dans sa version révisée.

Nous espérons que ce manuel constituera une aide précieuse pour améliorer l'efficacité de construction des savoirs chez les élèves .

Tout en souhaitant recevoir de la part des collègues professeurs, toute observation, suggestion ou proposition de nature à améliorer la version finale de cet ouvrage, nous ne pouvons qu'adresser nos vifs remerciements aux concepteurs

La directrice générale  
Houda Babah

# Avant - propos

Chers collègues Professeurs,

Chers élèves,

C'est dans le cadre des énormes efforts que fournit l'Institut Pédagogique National pour mettre à votre disposition, dans les meilleurs délais, un outil pouvant vous aider à accomplir respectivement votre tâche que s'inscrit l'élaboration de ce manuel intitulé : Physique 7ème année - série: Sciences Naturelles.

Celui-ci est conçu conformément aux nouveaux programmes en vigueur. Il vise à offrir aussi bien au professeur qu'à l'élève une source d'informations pour aider le premier à préparer son cours et le second à mieux assimiler son programme de l'année et même à élargir son horizon. Il importe cependant qu'il ne peut en aucun cas être le seul support, ni pour l'un, ni pour l'autre et doit être renforcé et enrichi à travers la recherche d'autres sources d'informations.

Le contenu de ce manuel est réparti en onze chapitres

Chaque chapitre renferme tous les savoirs énoncés dans le programme dégagés à partir de l'étude d'exemples ou de situations décrites dans divers documents choisis pour leur adaptation à nos réalités.

Chaque chapitre est sanctionné par une **série d'exercices** pour évaluer les notions fondamentales abordées.

Nous attendons vos précieuses remarques et suggestions en vue d'améliorer ce manuel dans ces prochaines éditions.

## *Les auteurs*

**Dah Mouhamed El Moctar**

Inspecteur de l'Enseignement  
Secondaire

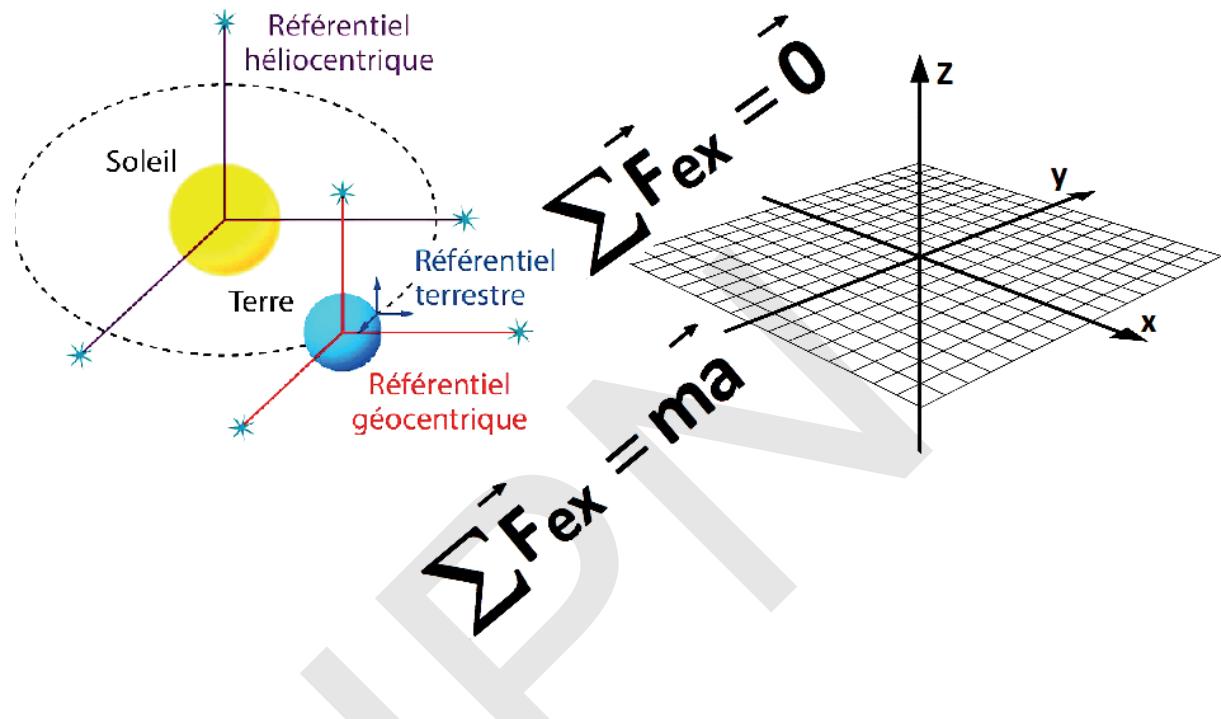
**Mohamed Abdou Leffad**

Inspecteur de l'Enseignement  
Secondaire

**Souleymane Mohamed Amar**

Directeur adjoint de la promotion  
de l'Enseignement des Sciences

# CHAPITRE I : Dynamique du point matériel



## OBJECTIFS

- Comprendre la nécessité d'un référentiel et d'un repère pour étudier un mouvement.
- Savoir comment calculer une grandeur d'évolution telle que : le vecteur position, le vecteur vitesse ou le vecteur accélération.
- Savoir comment exploiter un enregistrement pour calculer la vitesse et l'accélération d'un mobile.

## I- Rappel sur la cinématique

### 1- Introduction

La cinématique est l'étude des mouvements indépendamment de leurs causes ; les causes des mouvements sont évidemment les forces.

### 2- Notion de Référentiel

En physique, il est impossible de définir une position ou d'étudier un mouvement par rapport à l'espace « vide ». Un référentiel est un solide par rapport auquel on repère une position ou on étudie un mouvement

Il n'est pas toujours matérialisé par un seul corps comme le train ou la terre.

Il peut être constitué par un ensemble de corps qui restent à distance constante les uns des autres.

#### Exemples de référentiels

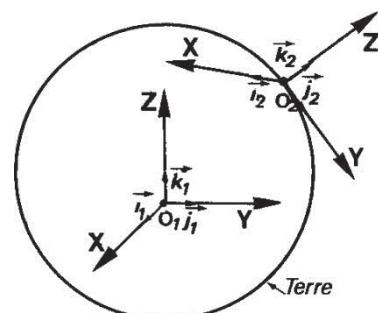
##### 2-1- Référentiel terrestre

Un point lié à la surface de la terre est immobile dans ce repère.

Le système d'axes  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est lié au point de la surface de la terre, où l'étude est faite.

Le référentiel terrestre est bien adapté pour l'étude locale de tout mouvement se produisant à la surface de la terre : déplacement de train, expériences faites au laboratoire.

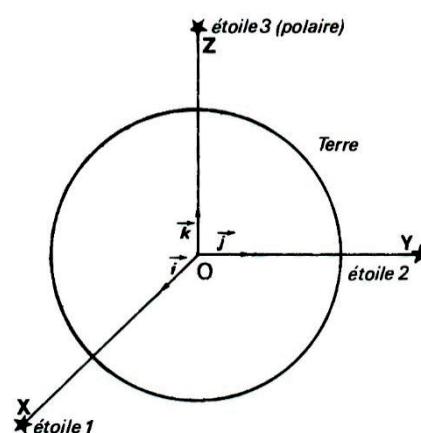
Ce référentiel est également appelé référentiel local ou encore référentiel du laboratoire.



##### 2-2- Référentiel géocentrique (ou de Coriolis)

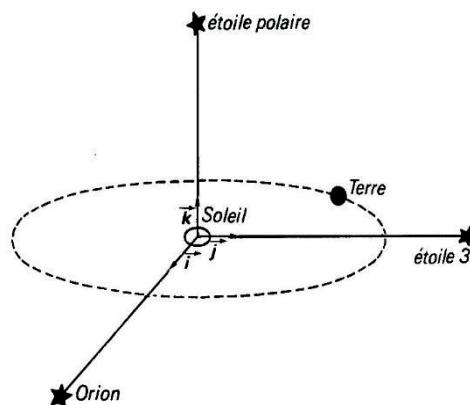
Le référentiel géocentrique, est constitué par le centre de la terre et trois étoiles très éloignées quasiment fixes dont l'une est l'étoile polaire.

C'est dans ce référentiel que l'on étudie le mouvement des satellites, des avions, de tout ce qui évolue autour de la terre, d'une manière générale.



## 2-3- Référentiel de Copernic

Le référentiel de Copernic est formé par le centre d'inertie,  $\mathbf{G}$  du système solaire, (presque confondu avec celui du soleil) et par trois étoiles très lointaines. Ce référentiel est utilisé pour étudier le mouvement des planètes, des étoiles, des comètes.



**Remarque :** Quel référentiel choisir ?

Dans la vie courante, la terre et tout ce qui s'y rattache (routes, arbres, maisons) constituent notre référentiel.

Lorsque nous parlons de mouvement sans préciser par rapport à quoi c'est qu'il s'agit implicitement de référentiel terrestre (local).

Un oiseau qui vole est en mouvement par rapport à la terre et aussi par rapport aux nuages. Ceux-ci qui se déforment aux grés des vents ne peuvent servir de référentiel ; on choisit pour référentiel des systèmes qu'on peut considérer comme indéformables ou « solide de référence ».

## 3 – Notion de repères

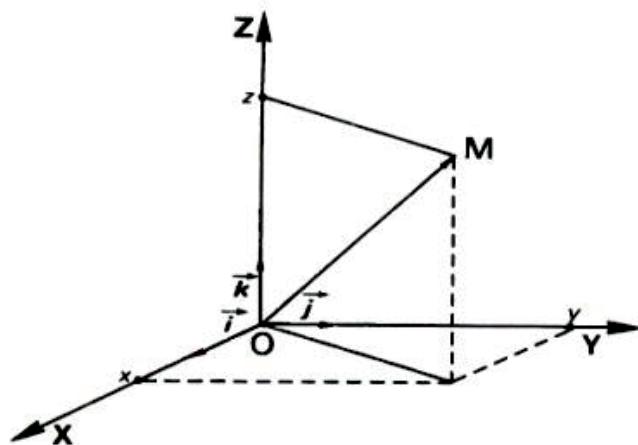
### 3-1- Repère d'espace

Pour décrire mathématiquement les caractéristiques d'un mouvement un observateur utilise un repère lié au référentiel d'observation.

Un repère d'espace permet de positionner un corps, dans l'espace.

Un repère d'espace est généralement déterminé par des axes sécants de même origine  $\mathbf{O}$ , et par une base  $(\mathbf{O}, \vec{i})$  sur l'axe ( $\mathbf{Ox}$ ) si on repère des points alignés ou  $(\mathbf{O}, \vec{i}, \vec{j})$  sur les axes ( $\mathbf{Ox}, \mathbf{Oy}$ ) si on repère dans le plan ou  $(\mathbf{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , sur les axes ( $\mathbf{Ox}, \mathbf{Oy}$  et  $\mathbf{Oz}$ ) si on repère dans l'espace, le plus souvent orthonormé.

Les vecteurs  $\vec{i}, \vec{j}$  et  $\vec{k}$  sont des vecteurs unitaires :  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1$ .



### 3-2- Repère de temps

Il permet d'associer une date à chaque position d'un corps en mouvement.

Il se définit par le choix d'une origine des dates et d'une unité de temps.

L'origine des dates peut être choisie par exemple à l'instant du début du mouvement. Elle se note  $t = 0$  et correspond à l'instant où on met en marche un chronomètre ou une horloge électronique. Elle peut être donnée aussi par une horloge parlante.

Quant à l'unité des dates c'est la seconde (**s**) qui est adoptée dans le système international d'unités (S.I)

#### Conventions

- Tous les instants qui suivent l'origine des dates sont comptés positivement.
- Tous les instants qui précédent l'origine des temps sont comptés négativement.

Conclusion :

**Un repère d'espace et un repère de temps permettent de situer un point, dans l'espace et dans le temps.**

### 4- Notion du point matériel

Un point matériel est un corps pesant dont les dimensions sont petites devant celles de sa trajectoire.

### 5- Vecteur position ou vecteur espace

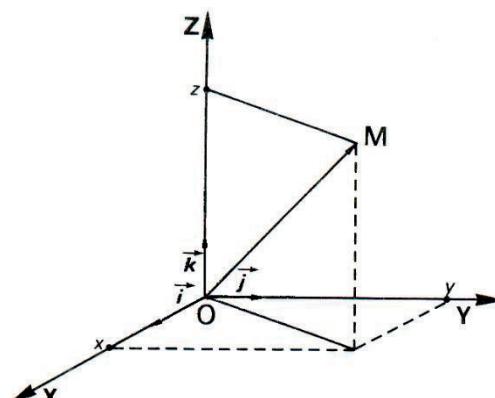
Soit **M** un point mobile et  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  le repère choisi, la position de **M** à chaque instant est donnée par les composantes ou les coordonnées cartésiennes **x, y et z** du vecteur

$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ , appelé vecteur position ou vecteur espace.

S'il y a un mouvement, au moins l'une des coordonnées ; **x, y, et z** varie en fonction du

temps. Dans le cas général, on a : 
$$\begin{cases} x = f(t) & (1) \\ y = g(t) & (2) \\ z = h(t) & (3) \end{cases}$$

Les équations (1) ; (2) et (3) sont appelées équations horaires ou équations paramétriques du mouvement.



## 6– Trajectoire et équation de la trajectoire

### 6-1- La trajectoire

C'est l'ensemble des positions occupées par le mobile au cours du temps.

Si la trajectoire est une droite, le mouvement est rectiligne, si non il est curviligne.

### 6-2- Équation de la trajectoire

L'équation de la trajectoire dans le plan est l'équation qui donne l'ordonnée ( $y$ ) en fonction de l'abscisse ( $x$ ),  $y = f(x)$ .

Selon la forme générale de cette équation, on peut juger la nature de la trajectoire.

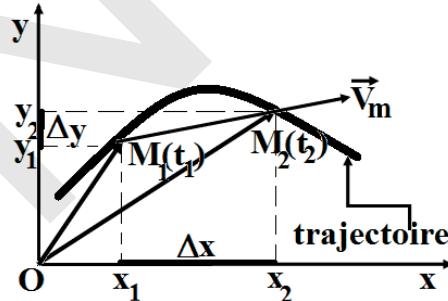
## 7 - Vecteur vitesse

### 7-1- Vecteur vitesse moyenne $\vec{v}_m$

Le vecteur vitesse moyenne d'un point mobile

entre les instants  $t_1$ , et  $t_2$  tel que :  $\begin{cases} t_1 \rightarrow \overrightarrow{OM_1} \\ t_2 \rightarrow \overrightarrow{OM_2} \end{cases}$

$$\text{est : } \vec{v}_m = \frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{t_2 - t_1}$$



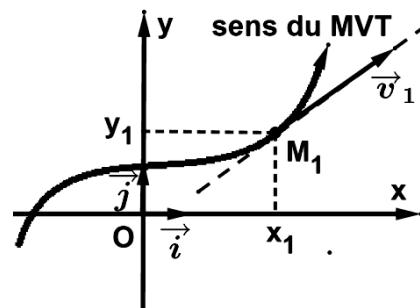
### 7-2- Vecteur vitesse instantanée

Le vecteur vitesse est la dérivée par rapport au temps du vecteur position :

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ . Soit  $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$  où  $v_x$ ;  $v_y$ ; et  $v_z$  sont respectivement les composantes du vecteur vitesse sur les axes Ox ; Oy et Oz.

### 7-3- Les caractéristiques du vecteur vitesse à un instant (t)

- **Origine** : Le point occupé par le mobile à l'instant (t).
- **Direction** : tangente à la trajectoire.
- **Sens** : celui du mouvement.
- **Valeur ou module** :  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  .



### Remarque

Dans le cas des mouvements rectilignes où  $\overrightarrow{OM} = xi$ , le vecteur vitesse est

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d(xi)}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i}. \text{ Donc } \vec{v} = v_x\vec{i},$$

La vitesse  $\vec{v}$  a la même direction que la trajectoire.

## 8- Vecteur accélération

L'accélération caractérise la variation du vecteur vitesse pendant une durée donnée.

### 8-1- Vecteur accélération moyenne

Le vecteur accélération moyenne d'un point mobile entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  tel que

$$\begin{cases} t_1 \rightarrow \vec{v}_1 \\ t_2 \rightarrow \vec{v}_2 \end{cases} \text{ est : } \vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

### 8-2- Vecteur accélération instantanée

L'accélération instantanée ou accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right) = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}. \text{ Donc : } \vec{a} = \frac{d(v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k})}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}.$$

Ce qui donne,  $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ .

La valeur de l'accélération :  $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

### 8-3- Le vecteur accélération dans la base de Freinet ( $\vec{t}, \vec{n}$ )

$$\vec{a} = a_t\vec{t} + a_n\vec{n}; \text{ tel que : } a_t = \frac{dv}{dt} \text{ : composante tangentielle de l'accélération}$$
$$a_n = \frac{v^2}{r} \text{ : composante normale de l'accélération}$$

### Remarque

- ✓ Si la valeur absolue de la vitesse augmente, les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{a}$  ont le même sens, le produit  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ . On dit que le mouvement est accéléré.
- ✓ Si la valeur absolue de la vitesse diminue, les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{a}$  ont des sens contraires, le produit  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ . Le mouvement est dit retardé ou décéléré.
- ✓ Considérant un axe de mouvement, si la composante de la vitesse sur cet axe est positive, alors le mobile se déplace dans le sens positif de cet axe et vice versa.

## **9- Mouvements particuliers**

## 9-1- Le mouvement rectiligne uniforme (M.R.U)

## • Définition

Dans un repère donné (**Ox**), si le vecteur vitesse d'un mobile reste constant en direction, en sens et en module, on dit que son mouvement est rectiligne uniforme (**M.R.U**).

$$\vec{V} = \vec{cte} \Rightarrow V = V_x \quad \text{et} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0}.$$

### • Equation horaire

C'est la relation qui donne l'abscisse du mobile en fonction de temps.  $x = vt + x_0$  où  $x_0$  est l'abscisse du mobile à l'instant initial ( $t = 0$ ). (Conditions initiales).

## 9-2- Le mouvement rectiligne uniformément varié (M.R.U.V)

## • Définition

Dans un repère donné (**Ox**), un mobile est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié **M.R. U. V**, si son vecteur vitesse reste constant en direction et son accélération reste constante en valeur :  $a = \text{cte}$ .

### • Equations horaires du mouvement

### • Relation indépendante du temps

De l'équation (1) :  $t = \frac{v - v_0}{a}$  ; en remplaçant dans (2) il vient :

$$x - X_o = \frac{1}{2} a \left( \frac{v - V_o}{a} \right)^2 + V_o \left( \frac{v - V_o}{a} \right).$$

Ce qui donne  $v^2 - v_0^2 = 2\alpha(x - x_0)$ . Cette équation est appelée relation indépendante du temps. Elle est généralisée :

Entre n'importe quels deux points **A** et **B** de la trajectoire tel que :

$$A \rightarrow \begin{cases} X_A \\ V_A \end{cases} \quad \text{et} \quad B \rightarrow \begin{cases} X_B \\ V_B \end{cases} \quad \text{on a : } V_B^2 - V_A^2 = 2a(X_B - X_A)$$

### 9-3- Etude expérimentale du mouvement (Enregistrement)

Si on enregistre les positions occupées par un mobile pendant des intervalles de temps égaux et successifs ( $\theta$ ).

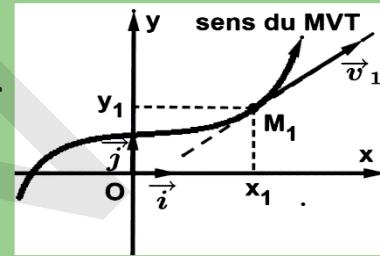


On a :

- $v_1 = \frac{A_0 A_2}{2\theta} = \frac{x_2 - x(A_0)}{2\theta}$  ;  $v_2 = \frac{A_1 A_3}{2\theta} = \frac{x_3 - x_1}{2\theta}$  .....  $v_n = \frac{A_{n-1} A_{n+1}}{2\theta} = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2\theta}$
- $a_2 = \frac{v_3 - v_1}{2\theta}$  ;  $a_3 = \frac{v_4 - v_2}{2\theta}$  .....  $a_n = \frac{v_{n+1} - v_{n-1}}{2\theta}$
- Si les distances parcourues pendant des intervalles de temps successifs et égaux ( $\theta$ ) , forment une progression arithmétique de raison ( $r$ ) alors le mouvement est rectiligne uniformément varié tel que  $r = a \cdot \theta^2$  où ( $a$ ) est l'accélération expérimentale (réelle) du mouvement et  $\theta$  est l'intervalle du temps d'enregistrement.

## Essentiel

- Vecteur position ou vecteur espace :  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
- $x(t)$ ;  $y(t)$  et  $z(t)$  sont les équations horaires ou équations paramétriques du mouvement.
- Équation de la trajectoire  $y = f(x)$ .
- Entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$  tel que :  $\begin{cases} t_1 \rightarrow \overrightarrow{OM_1} \\ t_2 \rightarrow \overrightarrow{OM_2} \end{cases}; \vec{v}_m = \frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{t_2 - t_1}$
- A instant  $t$  :  $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$  soit  $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$
- Les caractéristiques du vecteur vitesse à un instant ( $t$ )
  - L'origine : Le point occupé par le mobile à l'instant ( $t$ ).
  - La direction : tangente à la trajectoire.
  - Le sens : celui du mouvement.
  - La valeur ou la module :  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ .
- Entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  tel que  $\begin{cases} t_1 \rightarrow \vec{v}_1 \\ t_2 \rightarrow \vec{v}_2 \end{cases}; \vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$
- Vecteur accélération instantanée :  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  donc :  $\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$ .  
Donc  $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ . La valeur de l'accélération :  $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
- Dans le repère de Freinet,  $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$  ; tel que :
  - $a_t = \frac{dv}{dt}$  : composante tangentielle de l'accélération
  - $a_n = \frac{v^2}{r}$  : composante normale de l'accélération
- $\vec{a} \cdot \vec{V} > 0$ . On dit que le mouvement est accéléré.
- $\vec{a} \cdot \vec{V} < 0$ . Le mouvement est dit retardé ou décéléré.
- Dans un mouvement rectiligne uniforme (M.R.U) :  $\vec{V} = \text{cte} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{0} \\ x = Vt + X_0 \end{cases}$
- Dans un mouvement rectiligne uniformément varié  $a = \text{cte}$  et  $\begin{cases} v = at + V_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + X_0 \end{cases}$



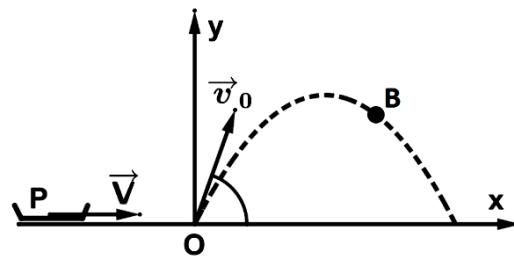
- Entre n'importe quels deux points A et B de la trajectoire tel que :

$$A \rightarrow \begin{cases} X_A \\ V_A \end{cases} \quad \text{et} \quad B \rightarrow \begin{cases} X_B \\ V_B \end{cases} \quad \text{on a} \quad V_B^2 - V_A^2 = 2a(X_B - X_A)$$

- Si on enregistre les positions occupées par un mobil pendant des intervalles de temps égaux et successifs ( $\theta$ ). On a  $V_n = \frac{A_{n-1}A_{n+1}}{2\theta} = \frac{X_{n+1} - X_{n-1}}{2\theta}$  et  $a_n = \frac{V_{n+1} - V_{n-1}}{2\theta}$
- Si les distances forment une progression arithmétique de raison (r) alors le mouvement est rectiligne uniformément varié tel que  $r = a\theta^2$  où (a) est l'accélération expérimentale (réelle)

## Exercice résolu

I- Un bille B est en mouvement dans un plan vertical muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , son vecteur accélération est  $\vec{a} = -4\vec{j}$ . A l'instant  $t = 0s$ , la bille est lancée à partir de l'origine du repère avec une vitesse  $\vec{V}_0 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ .



I-1- Déterminer les expressions du vecteur vitesse instantanée et du vecteur position de la bille.

I-2- En déduire l'équation de la trajectoire du mouvement de B.

I-3-1- Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse de la bille au point S ayant l'ordonnée maximal.

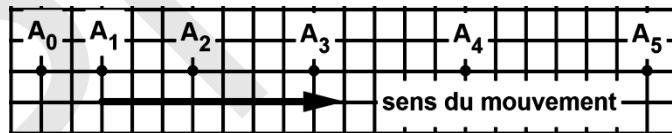
I-3-2- Déterminer les coordonnées de ce point S

I-4-1- Déterminer l'angle  $\alpha$  que fait le vecteur vitesse avec  $(O, \vec{i})$  lorsque la bille repasse par le point I d'ordonnée  $y_I = 0$ .

I-4-2- Déterminer en ce point les composantes tangentielle et normale de l'accélération ainsi que le rayon de courbure de la trajectoire

II- Un petit plateau P est lâché, en mouvement rectiligne avec une vitesse initiale  $V_0$  suivant l'axe (Ox) du repère précédent à l'instant  $t = 0s$ , de l'abscisse  $X_0 = -7,5m$

On enregistre quelques positions du plateau pendant des intervalles de temps successifs et égaux  $\tau = 0,5s$   
voir figure ci-contre



1 carreau  $\rightarrow 1,25m$

II-1- Déterminer la nature du mouvement de P

II-2- Etablir l'équation horaire du plateau P en fonction de  $V_0$  et  $t$ .

II-2- Déterminer la valeur de  $V_0$  pour que la bille B soit reçue sur le plateau P

## Solution

I-1- Les conditions initiales de la bille B :  $\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$  et  $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = 3m/s \\ V_{0y} = 2m/s \end{cases}$  et on a :

$$\vec{a} = -4\vec{j} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -4m.s^{-2} = cte \end{cases}$$

Donc le mvt sur (ox) est R.U et sur (Oy) est R.U.V. Ce qui donne :

$$\text{Vecteur vitesse : } \vec{v} \begin{cases} v_x = cte = V_{0x} \\ v_y = a_y t + V_{0y} \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = 3m/s \\ v_y = -4t + 2 \end{cases}$$

$$\text{Vecteur position : } \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_x t + X_0 \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + V_{0y} t + y_0 \end{cases}. \text{ Donc } \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 3t \dots \dots \dots (1) \\ y = -2t^2 + 2t \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

I-2- L'équation de la trajectoire de (1) :  $t = \frac{x}{3}$  on remplace dans (2) on trouve  $y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{2}{3}x$

I-3-1- Les caractéristiques de la vitesse en S : En S ;  $y$  est maximale donc  $\left(\frac{dy}{dt}\right)_S = 0 \Rightarrow v_{ys} = 0$  ,

alors  $\vec{v}_s = v_x \vec{i}$  ; ses caractéristiques sont :

- \* Origine : le point S
- \* direction : horizontale
- \* sens : de gauche vers droite
- \* valeur :  $v_s = v_x = 3 \text{ m/s}$

I-3-2- Les coordonnées de S : On a  $v_{ys} = -4t_s + 2 = 0 \Rightarrow t_s = 0,5 \text{ s}$  donc  $x_s = 1,5 \text{ m}$  et  $y_s = 0,5 \text{ m}$ .

I-4-1- Au point I :  $y_i = -2t_i^2 + 2t_i = 0 \Rightarrow t_i(-2t_i + 2) = 0$  donc  $t_i = 1$  ou  $t_i = 0$  (à rejeter) donc

$$\begin{cases} v_{ix} = 3 \text{ m/s} \\ v_{iy} = -4 \times t_i + 2 = -2 \text{ m/s} \end{cases} \text{ et on a } \tan(\alpha) = \frac{-v_{iy}}{v_{ix}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = 33,7^\circ. \text{ Figure ci-après}$$

I-4-2- On peut déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération par deux méthodes

\* Méthode 1 :

- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + (-4t+2)^2} = \sqrt{16t^2 - 16t + 13}$  et  $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{16t - 8}{\sqrt{16t^2 - 16t + 13}}$ .

En I :  $t_i = 1 \text{ s} \Rightarrow a_{t_i} = \frac{8}{\sqrt{13}} = 2,22 \text{ m.s}^{-2}$

- $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \Rightarrow a_n = \sqrt{a_y^2 - a_t^2}$  en I :  $a_{n_i} = \sqrt{a_y^2 - a_{t_i}^2} \approx 3,33 \text{ m.s}^{-2}$

- $a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_n}$

En I :  $R_i = \frac{V_i^2}{a_{n_i}} = \frac{V_{ix}^2 + V_{iy}^2}{a_{n_i}} = \frac{13}{3,33} = 3,9 \text{ m}$

\* Méthode 2 :

En utilisant la figure ci-contre on trouve :

$$\cos(\theta) = \frac{a_{t_i}}{a} = \frac{-V_{iy}}{V_i} \Rightarrow a_{t_i} = a \cdot \frac{-V_{iy}}{V_i} = 4 \times \frac{2}{\sqrt{13}} = 2,22 \text{ m.s}^{-2}$$

ce qui donne d'après la méthode (1)

$$a_{n_i} = 3,33 \text{ m.s}^{-2} \text{ et } R_i = 3,9 \text{ m}$$

II- 1- D'après l'enregistrement les distances parcourues

sont  $d_1 = A_0 A_1 = 2 \times 1,25 = 2,5 \text{ m}$ ,

$$d_2 = A_1 A_2 = 3 \times 1,25 = 3,75 \text{ m}, \quad d_3 = A_2 A_3 = 4 \times 1,25 = 5 \text{ m}, \quad d_4 = A_3 A_4 = 5 \times 1,25 = 6,25 \text{ m} \text{ et}$$

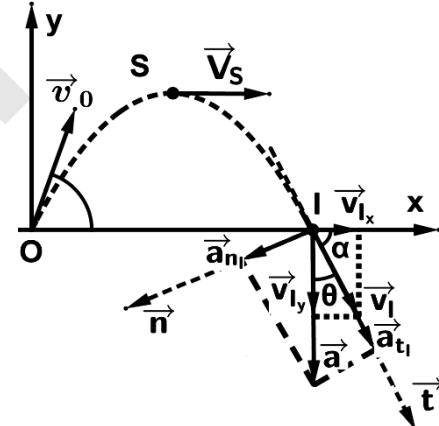
$d_5 = A_4 A_5 = 6 \times 1,25 = 7,5 \text{ m}$ . On constate que ces distances forment une suite arithmétique de

raison  $r = 1,25 \text{ m}$  alors le mouvement du plateau est R.U.V et on a :  $a_p = \frac{r}{\tau^2} = 5 \text{ m/s}^2$

II-2- L'équation horaire du plateau P :  $x_p = \frac{1}{2} a_p t^2 + V_{0p} t + X_{0p} = 2,5t^2 + V_0 t - 7,5$

II-3- Pour que la bille B soit reçue par le plateau, le plateau doit occuper l'abscisse

$$X_i = 3t_i = 3 \text{ m à l'instant } t_i = 1 \text{ s ce qui donne } 2,5t_i^2 + V_0 t_i - 7,5 = X_i \Rightarrow V_0 - 5 = 3 \Rightarrow V_0 = 8 \text{ m.s}^{-1}$$



## II- Relation fondamentale de la dynamique

### 1- Système mécanique

La dynamique étudie le mouvement des divers objets : Electrons, satellites, véhicules .....

Un système est un ensemble de points matériels en interaction.

Un système peut être déformable ou indéformable.

Si la distance entre les différents points du système reste constante ce système est indéformable. On lui donne alors le nom solide.

La masse d'un système matériel, composé des points :  $M_1$ ;  $M_2$ ; ..... ;  $M_n$  de masses respectives  $m_1$ ;  $m_2$ ; .....  $m_n$ , est égale à la somme des masses de tous les points qui le constituent.

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum_{i=1}^n m_i$$

Dans le système international des unités (**S I**), l'unité de masse est le kilogramme (**kg**).

Le centre d'inertie **G** ou centre de gravité d'un système matériel est le point auquel s'applique le poids de ce système.

Le centre d'inertie ou centre de gravité d'un système est le point **G** dont la position peut être déterminée par rapport à un point déterminé **O** de l'espace par la relation :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \overrightarrow{OM_i}}{M}; \text{ où } M \text{ est masse totale du système}$$

Tout ce qui n'appartient pas au système fait partie du milieu extérieur.

### 2- Forces intérieures -Forces extérieures

- Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre partie de ce système.
- Une force extérieure est une force exercée par un agent extérieur sur le système.
- La force peut-être une force à distance ou une force de contact.

Le caractère « intérieur » ou « extérieur » d'une force dépend du choix du système.

#### Exemple 1

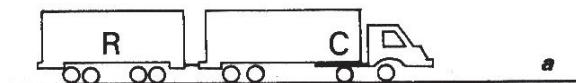
Un camion **C** tire une remorque **R** (fig a).

Des forces s'exercent au niveau du crochet d'attelage.

➤ Si on considère le système constitué par la remorque **R** :

L'action de **C** sur **R** se traduit par la force  $\vec{F}$

(fig b) c'est une force extérieure, de même que les forces exercées sur **R** par l'air, la route, la terre.



- Si, on considère le système l'ensemble (remorque + camion),  $\vec{F}$  est dans ce cas une force intérieure

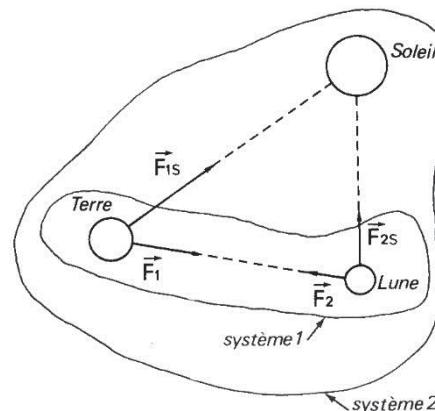
Considérons les forces d'interactions mutuelles  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  entre la terre et la lune.

### Exemple 2

Choisissons deux systèmes différents :

**Système 1** ; terre et lune : les forces  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  sont intérieures  $\vec{F}_{1S}$  et  $\vec{F}_{2S}$  sont extérieures

**Système 2** ; terre, lune et soleil : toutes les forces sont intérieures



## 3- Relation fondamentale de la dynamique

### 3-1- Enoncé

Si un ensemble de forces  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$  appliquées simultanément sur un corps de masse  $m$ , provoque une variation de sa vitesse, la relation suivante est vérifiée à tout instant :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum_1^n \vec{F}_i = m\vec{a}$ .  $m$  : masse du corps et  $\vec{a}$  : accélération du corps.

La relation  $\sum_1^n \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$  est appelée Relation Fondamentale de la Dynamique ; R.F.D

### Remarque

- La relation précédente n'est applicable que sur les corps dont les vitesses sont très inférieures devant la vitesse de la lumière.
- Pour trouver de bons résultats en appliquant la R.F.D on doit :
  - Préciser le système étudié.
  - Faire un inventaire de forces appliquées sur le système étudié.
  - Choisir le repère dans lequel on étudie le mouvement.
  - Faire un schéma clair illustrant le système, les forces et le repère.
  - Appliquer la R.F.D et faire les projections sur les axes du repère si nécessaire

### 3-2- Repères galiléens

Les repères dans lesquels la R.F.D est vérifiée sont dits galiléens par exemple le repère de Copernic, le repère de Kepler, le repère géocentrique et le repère terrestre

## 4- Principe de l'inertie

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie  $\mathbf{G}$  d'un système soumis à un ensemble de forces dont la somme est nulle  $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{0}$  est ; soit au repos si  $\vec{V} = \text{cte}$  (en équilibre), soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme si,  $\vec{V} = \text{cte}$

## *Essentiel*

- Un système est un ensemble de points matériels en interaction. Un système peut être déformable ou indéformable.
- Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre
- Une force extérieure est une force exercée par un agent extérieur sur le système.
- La Relation fondamentale de la dynamique R.F.D :  $\sum_1^n \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$
- Pour trouver de bons résultats en appliquant la R.F.D on doit :
  - Préciser le système étudié.
  - Faire un inventaire des forces appliquées sur le système.
  - Choisir le repère dans lequel on étudie le mouvement.
  - Faire un schéma clair illustrant le système, les forces et le repère.
  - Appliquer la R.F.D et faire les projections sur les axes du repère si nécessaire
- Repère galiléen est le repère dans lequel la R.F.D est vérifiée
- Principe de l'inertie : Si  $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$  est ; soit au repos si  $\vec{V} = \vec{cte}$  (en équilibre), soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme si,  $\vec{V} = \vec{cte}$

## Exercices

### Exercice 1

Une automobile de longueur  $\ell = 5m$ , roulant à la vitesse  $v_a = 90km.h^{-1}$  arrive derrière un camion de longueur  $L=10m$  roulant à une vitesse  $v_c = 72km.h^{-1}$ . Les deux véhicules conservent des vitesses constantes. L'automobile va donc doubler le camion. En admettant que le dépassement commence quand l'avant de l'automobile est à la distance  $d_1 = 20m$  de l'arrière du camion et se termine quand l'arrière de l'automobile est à la distance  $d_2 = 30m$  de l'avant du camion.

1- Calculer la durée du dépassement

2- Montrer que la distance parcourue sur la route par la voiture pendant le dépassement est de 325m.

### Exercice 2

Deux automobiles A et B considérés comme ponctuels se suivent à la même vitesse constante  $v_0 = 72km.h^{-1}$  à la distance  $d=25m$ . A  $t=0s$  l'automobile A prend une accélération  $a = 1m.s^{-2}$  dépasse B et se rabat devant elle lorsqu'elle en est à une distance  $d'=30m$ .

1- Donner les équations horaires des mouvements de A et de B.

2- Quel espace a parcouru l'automobile B pendant cette manœuvre.

### Exercice 3

Deux voitures  $M_1$  et  $M_2$  se suivent à une distance d à la même vitesse constante  $v_0 = 108km.h^{-1}$ . A un certain moment correspondant à l'origine des temps ( $t=0s$ ), la voiture  $M_1$  commence à freiner avec une décélération  $a_1 = 6m.s^{-2}$ ; La voiture  $M_2$  ne commence à freiner qu'avec un retard d'une seconde et une décélération  $a_2 = 5m.s^{-2}$ .

1-Quelle condition doit satisfaire d pour que la voiture  $M_2$  s'arrête sans heurter  $M_1$ .

2-Si  $d=30m$  la voiture  $M_2$  heurte  $M_1$ . A quel instant aura lieu le choc. Déterminer les vitesses respectives de  $M_1$  et  $M_2$  au moment du choc.

3-Si  $d=55m$  la collision n'aura pas lieu .Déterminer la distance D séparant les deux voitures lorsqu'elles s'arrêtent.

### Exercice 4

Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération  $a = 2,5m.s^{-2}$  pendant une durée de  $t=6s$  ; Ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante. Lorsque le feu passe au vert un camion, roulant à la vitesse  $V = 45Km.h^{-1}$ , est situé à une distance  $d=20m$  du feu, avant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante. Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis dans une deuxième phase, celle-ci va le dépasser. En choisissant comme origine des dates, l'instant où le feu passe au vert, comme origine des espaces, la position du feu tricolore, déterminé :

1-Les dates des dépassements.

2-Les abscisses des dépassements.

3-Les vitesses de l'automobile à ces instants.

### Exercice 5

Un voyageur arrive sur le quai de la gare à l'instant où son train démarre ;le voyageur qui se trouve à une distance  $d=25m$  de la portière court à la vitesse constante  $V=24Km/h$ . Le train est animé d'un mouvement rectiligne d'accélération  $a=1,2m/s^2$

1-Le voyageur pourra-t-il rattraper le train ?

2-Dans le cas contraire à quelle distance  $\ell$  minimale de la portière parviendra-t-il ?

### Exercice 6

Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute rectiligne à la vitesse de 144Km/h. Soudain un obstacle fixe apparaît sur la voie à une distance  $D=130m$ . Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 108Km/h au bout d'une durée  $\theta=1s$

1-Calculer la valeur de la décélération supposée constante.

2-Si on suppose que la décélération du mobile reste constante, à quelle distance  $d$  de l'obstacle la voiture va-t-elle s'arrêter ?

3-On envisage maintenant cette éventualité : le conducteur ne réagit pas tout de suite et commence à freiner 1,5s après l'apparition de l'obstacle. Il impose alors au véhicule la décélération calculée à la 1<sup>ere</sup> question. A quelle distance de l'obstacle l'automobile va-t-elle s'arrêter ?

### Exercice 7

1-Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans repère  $(o, \vec{i})$ . Son accélération est constante. A l'instant  $t_o = 0s$  l'automobile part d'un point  $M_o$ . A l'instant  $t_1 = 3s$  l'automobile passe par le point  $M_1$  d'abscisse  $x_1 = 59m$  à la vitesse  $V_1 = 6ms^{-1}$ . Elle arrive en suite au point  $M_2$  d'abscisse  $x_2 = 150m$  à la vitesse  $V_2 = 20ms^{-1}$

a-Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile

b-A quel instant l'automobile passe-t-elle par le point  $M_2$  ?

c-Calculer la longueur  $\ell$  du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20s.

2-A la date  $t=1s$ ; une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante  $V=20m/s$  passe par le point  $M'$  d'abscisse  $x'=-5m$ . Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; en suite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

a- L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère  $(o, \vec{i})$ .

b- Les dates des dépassements

c- Les abscisses des dépassements

d- La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.

e- La distance  $d$  parcourue par la moto entre les dates  $t = 1s$  et la date où elle dépasse l'automobile

### Exercice 8

On donne une route rectiligne AOB. OA=1Km OB=3Km. Une voiture M immobile en O démarre sans vitesse se dirige vers B au moment où une voiture M' roulant à la vitesse constante de 144Km/h passe en A se dirigeant vers B. Le mouvement de M est d'abord uniformément accéléré sur 180m au bout desquels elle atteint sa vitesse limite de 108Km/h qu'elle conserve par la suite.

1-Ecrire les équations horaires des mouvements des deux véhicules

2-La voiture M' rattrapera-t-elle la voiture M avant le passage en B ? si oui à quelle date et en quel point.

### Exercice 9

Un mobile se déplace sur un axe  $xx'$  de telle façon qu'il passe par les positions A, B, C, D, E, F et G. Le tableau ci-dessous donne les différentes abscisses de ces positions et les instants de passages respectifs correspondants.

Positions	A	B	C	D	E	F	G
x(cm)	-4	-2,5	0	3,5	8	13,5	20
t(ms)	0	40	80	120	160	200	240

1-Déterminer la nature du mouvement et calculer son accélération.

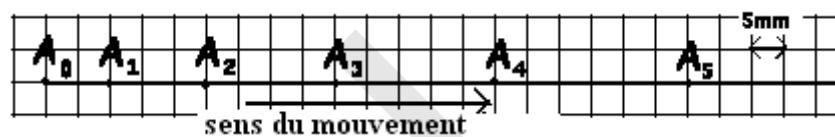
2-Déterminer les vitesses du mobile aux points B, C, D, E, et F.

3-Calculer les vitesses aux points A et G.

4-Ecrire les équations horaires du mouvement.

### Exercice 10

Un mobile parcourt les distances suivantes pendant des intervalles de temps successifs et égaux  $\theta=20\text{ms}$



1-Compléter le tableau ci-contre et déterminer la nature du mouvement.

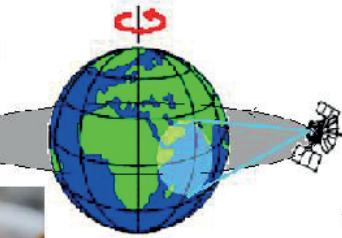
2-En considérant le point  $A_1$  comme origine du repère des espaces et l'instant d'enregistrement du point  $A_3$  comme origine des temps ; trouver l'équation horaire du mouvement puis calculer par deux méthodes différentes la vitesse au point  $A_5$ .

t	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$
$V_i(\text{m/s})$						
$a_i (\text{m/s}^2)$						

## CHAPITRE II : Application de la relation fondamentale de la dynamique



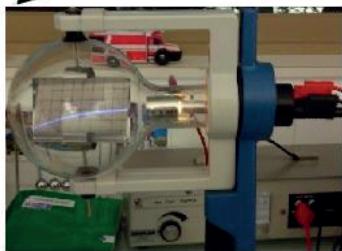
$$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$$



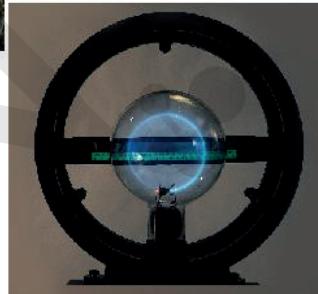
$$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$$



$$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$$



$$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$$

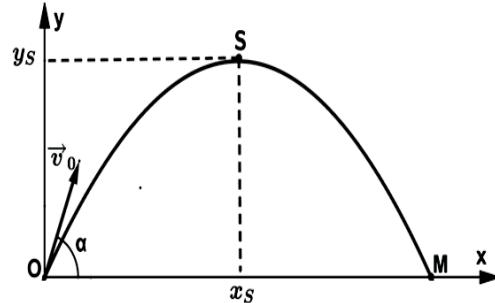


### OBJECTIFS

- Savoir appliquer la RFD à un système pour déterminer :
  - La nature du mouvement.
  - L'expression de l'intensités d'une forces telle que : (réaction, tension , force motrice, force de frottement.....)
- Savoir étudier des mouvements tel que :
  - Mouvement d'un projectile
  - Mouvement d'un corps solide sur une piste
  - Mouvement d'un satellite
  - Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique ou électrique

## I- Etude du mouvement d'un projectile

Un solide, de masse  $m$  et de centre d'inertie  $\mathbf{G}$ , est lancé à un instant, choisi comme origine des dates, d'un point ( $\mathbf{O}$ ) situé sur le sol et pris comme origine du repère de l'étude. Le vecteur vitesse initiale  $\vec{V}_0$  fait l'angle  $\alpha$  avec l'horizontale.



### 1- Etude du mouvement

#### 1-1- Conditions initiales :

$$t = 0, \text{ le passage en } \mathbf{O} : \begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{OG}}_0 \\ \mathbf{v}_0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \mathbf{v}_{0x} = V_0 \cos(\alpha) \\ \mathbf{v}_{0y} = V_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

En négligeant les forces de frottement dues à l'air, la seule force appliquée au projectile est son poids  $\vec{P}$ .

La relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire :  $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

#### 1-2- Les équations horaires

- On projette la R.F.D sur l'axe ( $\mathbf{Ox}$ ) on trouve  $a_x = 0$  donc le mouvement suivant l'axe ( $\mathbf{Ox}$ ) est rectiligne uniforme. Ses équations horaires sont :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_x = \text{cte} = V_0 \cos(\alpha) \\ \mathbf{x} = \mathbf{v}_x t + \mathbf{x}_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{v}_x = V_0 \cos(\alpha) \\ \mathbf{x} = V_0 \cos(\alpha)t \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

- On projette la R F D sur l'axe ( $\mathbf{Oy}$ ) on trouve :  $a_y = -g = \text{cte}$ , donc le mouvement suivant l'axe ( $\mathbf{Oy}$ ) est R.U.V. Ses équations horaires sont :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_y = a_y t + \mathbf{v}_{0y} \\ \mathbf{y} = \frac{1}{2}a_y t^2 + \mathbf{v}_{0y} t + \mathbf{y}_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{v}_y = -gt + V_0 \sin(\alpha) \\ \mathbf{y} = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin(\alpha)t \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

#### 1-3- Equation de la trajectoire

L'équation cartésienne de la trajectoire est la relation qui donne  $y$  en fonction de  $x$ .

De (1) :  $t = \frac{x}{V_0 \cos(\alpha)}$ , on remplace  $t$  dans (2) on trouve :  $y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)}x^2 + \tan(\alpha)x$ .

La trajectoire de  $\mathbf{G}$  est une parabole tangente en  $\mathbf{O}$  au vecteur vitesse  $\vec{V}_0$ .

(S) est le sommet de la trajectoire et M est le point de chute du solide sur le sol.

## 2- Points particuliers de la trajectoire

### 2-1- Le sommet S

- La vitesse au sommet :**

$$\vec{V}_s = \vec{V}_{sx} + \vec{V}_{sy}. \text{ Au sommet } \vec{V}_{sy} = \vec{0}; \text{ il vient, } \vec{V}_s = \vec{V}_{sx}. \text{ Donc; } V_s = V_0 \cos(\alpha)$$

- Les coordonnées du sommet**

On peut déterminer les coordonnées du sommet par plusieurs méthodes :

- Méthode 1 :** Comme  $V_{sy} = 0$ ; alors,  $-gt_s + V_0 \sin(\alpha) = 0 \Rightarrow t_s = \frac{V_0 \sin(\alpha)}{g}$ .

En remplaçant dans (1) et (2) on trouve :

$$\begin{cases} x_s = \frac{V_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g} \\ y_s = -\frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g} + \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{g} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_s = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{2g} \\ y_s = \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g} \end{cases}$$

- Méthode 2 :** Au sommet  $\left(\frac{dy}{dx}\right)_s = 0$ . Donc;  $-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)} x_s + \tan(\alpha) = 0$ , alors

$$x_s = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{2g}. \text{ En remplaçant dans l'équation de la trajectoire on trouve : } y_s = \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$$

- Méthode 3 :** En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre **O** et **S** on trouve :  $\frac{1}{2}mV_s^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W_p = -m.g.y_s$ . En remplaçant  $V_s$  par son expression on trouve :

$$\frac{1}{2}mV_s^2 [\cos^2(\alpha) - 1] = -m.g.y_s. \text{ Donc; } y_s = \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}.$$

$$\text{En remplaçant } y_s \text{ dans l'équation de la trajectoire on trouve : } x_s = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{2g}$$

- Méthode 4 :** En appliquant la R.I.T entre (**O**) et (**S**) sur l'axe (**Oy**) on trouve :

$$V_{sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a(y_s - y_0) \Rightarrow -V_0^2 \sin^2(\alpha) = -g.y_s \Rightarrow y_s = \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}.$$

$$\text{En remplaçant dans l'équation de la trajectoire on trouve : } x_s = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{2g}.$$

### 2-2- Le point de chute

En général, on détermine l'ordonnée du point de chute à partie de la figure.

Dans l'exemple étudié et d'après la figure :

$$y_M = 0 \Rightarrow -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)} x_M^2 + \tan(\alpha) x_M = 0 \Rightarrow x_M \left( -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)} x_M + \tan(\alpha) \right) = 0$$

$$\begin{aligned} \sin(2\alpha) &= 2\sin(\alpha)\cos(\alpha) \\ \cos(2\alpha) &= \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{aligned}$$

$$\text{Donc ; } \begin{cases} x_M = 0 & \text{à rejeter} \\ -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)} x_M + \tan(\alpha) = 0 \end{cases} \text{ il vient } x_M = \frac{2V_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g} = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

**Remarque :**

- ✓ Si  $y_0 = 0$ , l'ordonnée  $y_s$  du point **S**, sommet de la trajectoire s'appelle la flèche de la trajectoire
- ✓ L'abscisse du point **M** d'ordonnée nulle c'est-à-dire dans le même plan horizontal que **O** est appelée portée

**Remarque 1 :**

- Pour que la portée soit maximale il faut que :  $\sin(2\alpha) = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ . Alors ; La portée maximale est  $X = \frac{V_0^2}{g}$
- Pour que la flèche soit maximale il faut que :  $\sin^2(\alpha) = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ . Alors ; La flèche maximale est :  $Y = \frac{V_0^2}{2g}$

**Remarque 2 :** Les conditions initiales varient d'une situation à une autre.

### 3- Parabole de sûreté

On cherche à déterminer l'ensemble des points qui peuvent être atteints par le projectile en faisant varier  $(\alpha)$ , le module  $V_0$  de sa vitesse initiale étant fixés.

Soit **N** le point qu'on cherche à atteindre, de coordonnées **X** et **Z**. Ecrivons l'équation que doit satisfaire  $\tan(\alpha)$  pour que le point **N** soit atteint par le projectile.

$$Y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)} X^2 + \tan(\alpha)X \quad . \quad X \text{ et } Y \text{ étant fixés.}$$

En remarquant que  $\frac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \tan^2(\alpha)$  l'équation à résoudre s'écrit :

$$-\frac{g}{2V_0^2} X^2 + -\frac{g}{2V_0^2} X^2 \cdot \tan^2(\alpha) + X \tan(\alpha) - Y = 0 \quad . \quad \text{Où l'inconnue est } \alpha \text{ ou } \tan(\alpha).$$

C'est une équation du second degré en  $\tan(\alpha)$ , qu'on peut écrire de manière explicite.

$$-\frac{g}{2V_0^2} X^2 \cdot \tan^2(\alpha) + X \tan(\alpha) - Y - \frac{g}{2V_0^2} X^2 = 0$$

Cette équation n'a de solution que si le discriminant  $\Delta$  est positif.

$$\Delta = X^2 - 4 \left( \frac{g}{2V_0^2} X^2 \right) \left( \frac{g}{2V_0^2} X^2 + Y \right) \geq 0 \quad . \quad \text{Il faut donc que : } \left( 1 - \frac{g^2 \cdot X^2}{V_0^2} \right) - \frac{2gY}{V_0^2} \geq 0 \quad .$$

Ceci est l'intérieur d'une parabole qu'on appelle **parabole de sûreté**, définie par :

$$Y = \frac{-g}{2V_0^2} X^2 + \frac{V_0^2}{2g}.$$

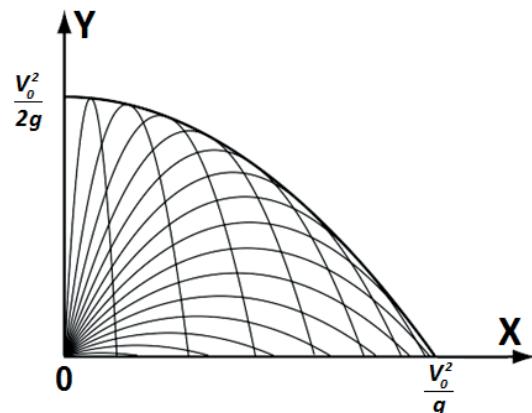
Elle est représentée ci-dessous, c'est l'enveloppe de toutes les trajectoires ayant une vitesse initiale donnée.

On retrouve le fait que pour  $X = 0$ , le point le plus haut qui puisse être atteint a pour

ordonnée :  $Y = \frac{V_0^2}{2g}$

De même, le point le plus lointain qui puisse être atteint lors que  $Y = 0$  a pour abscisse :

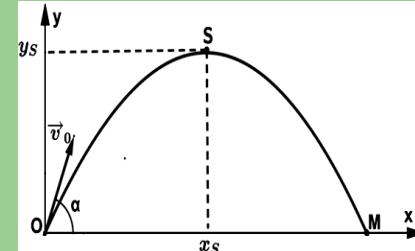
$$X = \frac{V_0^2}{g}.$$



# Essentiel

- Un solide, de masse  $m$  et de centre d'inertie  $G$ , est lancé à un instant, choisi comme origine des dates, d'un point ( $O$ ) Origine du repère.

Le vecteur vitesse initiale  $\vec{V}_0$  fait l'angle  $\alpha$  avec l'horizontale.

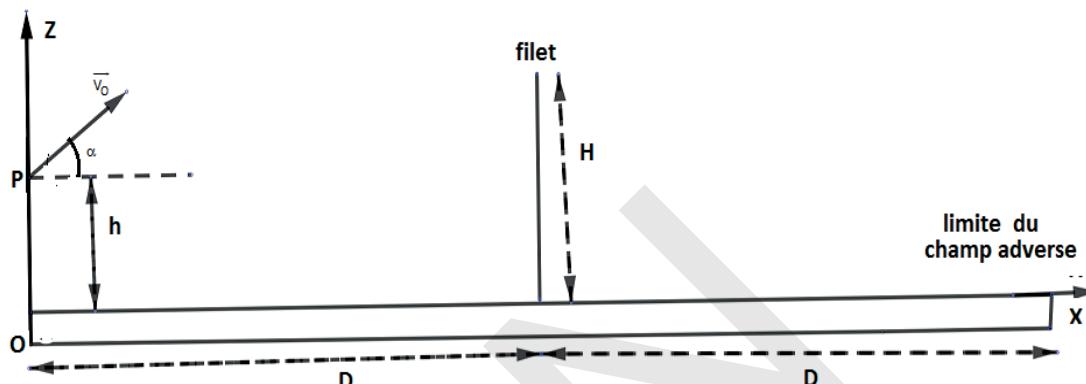


- Conditions initiales :  $t = 0$ , le passage en  $O$  :  $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$  et  $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}$
  - La RFD s'écrira :  $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \rightarrow m.r.u \\ a_y = -g \rightarrow m.r.u.v \end{cases}$
  - Sur Ox :  $\begin{cases} V_x = \text{cte} = V_0 \\ x = V_x t + X_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \cos(\alpha) \\ x = V_0 \cos(\alpha)t \end{cases} \dots\dots\dots(1)$
  - Sur Oy :  $\begin{cases} V_y = a_y t + V_{0y} \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{0y}t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_y = -gt + V_0 \sin(\alpha) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin(\alpha)t \end{cases} \dots\dots\dots(2)$
  - Equation de la trajectoire : De (1) :  $t = \frac{x}{V_0 \cos(\alpha)}$ , on remplace  $t$  dans (2) on trouve :
- $$y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + \tan(\alpha)x$$
- Au sommet  $\vec{V}_{sy} = 0$  et  $\left(\frac{dy}{dx}\right)_s = 0$
  - Si  $y_0 = 0$ , l'ordonnée  $y_s$  du point  $S$ , sommet de la trajectoire s'appelle la flèche de la trajectoire
  - L'abscisse du point  $M$  d'ordonnée nulle c'est-à-dire dans le même plan horizontal que  $O$  est appelée portée

## Exercice résolu

Un joueur de volley-ball est au service d'un ballon qu'il lance avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0$  faisant un angle  $\alpha = 45^\circ$  avec le plan horizontal (voir schéma ci-dessous). Le ballon est frappé avec la main à

La hauteur  $h=0,50\text{m}$  du sol et à la distance  $D=9\text{m}$  du filet. La hauteur du filet est  $H=2,43\text{m}$ , et la limite du camp adverse est à la distance  $D$  du filet. Pour que le service soit bon, le ballon doit passer par-dessus le filet et doit toucher le sol dans le camp adverse entre le filet et la limite du camp adverse.



Pour simplifier, on considère que le mouvement se fait dans un plan vertical orthogonal au filet et contenant  $\vec{V}_0$ . L'étude du mouvement se fera dans le repère  $(O, x, y)$ , où l'axe Ox est horizontal et l'axe Oz est vertical dirigé vers le haut. Le centre d'inertie G du ballon est initialement au point P( $x=0, z=h$ ). Les frottements de l'air sont négligés et on prendra  $g=9,81\text{ms}^{-2}$ .

- 1-Caractériser le vecteur accélération  $\vec{a}$  du centre d'inertie G du ballon.
- 2-Déterminer les composantes de l'équation horaire du vecteur vitesse  $\vec{V}$  du ballon.
- 3-Déterminer les composantes de l'équation horaire du vecteur position  $\vec{OG}$  du ballon.
- 4-Mouvement de G.
  - a) Déterminer l'équation de la trajectoire du ballon.
  - b) Quelle est la trajectoire du ballon ?
  - c) Comment appelle-t-on ce type de mouvement ? Pourquoi ?
- 5-La vitesse initiale  $V_0$  doit être comprise entre deux valeurs pour que le service soit bon : une valeur minimale  $V_{min}$  telle que le ballon arrive au sol en passant juste au dessus du filet (soit pour  $x = D, z = H$ ), et une valeur maximale  $V_{max}$  telle que le ballon arrive au sol à la limite du camp adverse (soit pour  $x = 2D, z = 0$ ).
  - a) Donner la relation littérale de  $V_{min}$ . Calculer numériquement  $V_{min}$ .
  - b) Donner la relation littérale de  $V_{max}$ . Calculer numériquement  $V_{max}$ .
  - c) Donner l'encadrement de vitesse de  $V_0$ .
- 6-Déterminer  $d$  la distance depuis le filet jusqu'au point de chute du ballon si la vitesse initiale du ballon est de  $V_0=12\text{m/S}$ .

## Solution

1-Le système étudié est le ballon de volley-ball.

Le référentiel choisi est terrestre (supposé galiléen).

Les forces extérieures qui agissent sur le système sont :

- le poids  $\vec{p} = \vec{mg}$

- les frottements de l'air, mais que l'on néglige (dit dans l'énoncé).

On applique la deuxième loi de Newton :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{p} = \vec{mg} = m\vec{a}$

Le vecteur accélération  $\vec{a}$  du centre d'inertie G du ballon est donc :  $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

2-Le vecteur accélération correspond à la variation du vecteur vitesse :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} \\ a_y = \frac{dV_z}{dt} \end{cases}$$

Pour obtenir les coordonnées du vecteur vitesse  $\vec{V}$ , on part des coordonnées du vecteur

$$\text{accélération : } \vec{a} = \begin{cases} a_x = 0 = \frac{dV_x}{dt} \\ a_y = -g = \frac{dV_z}{dt} \end{cases}$$

On intègre les équations différentielles pour trouver les coordonnées du vecteur vitesse :

$$\vec{V} = \begin{cases} V_x = K_1 \\ V_z = -gt + K_2 \end{cases}$$

On doit évaluer les constantes  $K_1$  et  $K_2$ . Les coordonnées du vecteur vitesse doivent être exactes même pour  $t = 0$ . D'après la relation ci-dessus, on a :

$$\vec{V}(t=0) = \begin{cases} V_x(t=0) = K_1 \\ V_y(t=0) = K_2 \end{cases}$$

Or d'après l'énoncé, le ballon est lancé avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0$  faisant un angle  $\alpha$  avec

l'horizontale, soit :  $\vec{V}(t=0) = \begin{cases} V_x(t=0) = V_0 \cos \alpha \\ V_y(t=0) = V_0 \sin \alpha \end{cases}$

On identifie alors :  $\begin{cases} K_1 = V_0 \cos \alpha \\ K_2 = V_0 \sin \alpha \end{cases}$

Ce qui donne pour les coordonnées du vecteur vitesse :  $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_z = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases}$

ou :  $\vec{V} = (V_0 \cos \alpha) \vec{i} + (-gt + V_0 \sin \alpha) \vec{j}$

**3- Le vecteur vitesse correspond à la variation du vecteur position :**

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} \\ V_z = \frac{dz}{dt} \end{cases}$$

Pour obtenir les coordonnées du vecteur position  $\vec{OM}$ , on part des coordonnées du vecteur

vitesse :  $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha = \frac{dx}{dt} \\ V_z = -gt + V_0 \sin \alpha = \frac{dz}{dt} \end{cases}$

On intègre les équations différentielles pour trouver les coordonnées du vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t + K'_1 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t + K'_2 \end{cases}$$

On doit évaluer les constantes  $K'_1$  et  $K'_2$ . Les coordonnées du vecteur position doivent être exactes même pour  $t=0$ . D'après la relation ci-dessus, on a :

$$\overrightarrow{OM}(t=0) \begin{cases} x(t=0) = K'_1 \\ z(t=0) = K'_2 \end{cases}$$

Or d'après l'énoncé, le ballon est lancé d'un point P de coordonnées  $(x ; z) = (0 ; h)$ , soit :

$$\overrightarrow{OM}(t=0) \begin{cases} x(t=0) = 0 \\ z(t=0) = h \end{cases}$$

On identifie alors :  $\begin{cases} K'_1 = 0 \\ K'_2 = h \end{cases}$

Ce qui donne pour les coordonnées du vecteur position :  $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t + h \end{cases}$

ou :  $\overrightarrow{OM} = (V_0 \cos \alpha t) \vec{i} + (-\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t + h) \vec{z}$

4-a) Pour écrire l'équation de la trajectoire, il faut éliminer le temps entre les composantes

du vecteur position. On a :  $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin \alpha t + h \end{cases}$

On utilise la composante  $x$  pour exprimer le temps sous la forme :  $t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$

On peut alors remplacer le terme temporel de la composante  $z$  par celui que l'on vient

d'écrire :  $z = -\frac{1}{2} g \left( \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 + V_0 \sin \alpha \left( \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right) + h$

$$z = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha + h$$

On obtient une expression qui ne dépend plus du temps.

b) Cette expression est de la forme  $z = ax^2 + bx + c$ , c'est donc l'équation d'une parabole. La trajectoire du ballon est parabolique.

c) Ce type de mouvement est appelé mouvement de chute libre, car la seule force en jeu dans

le mouvement est le poids.

5-a) Si le ballon atteint la vitesse  $V_{\min}$ , il doit passer exactement par la position :

$x = D$  ;  $z = H$ , soit, en reportant cette condition dans l'équation de la trajectoire :

$$z = -\frac{gD^2}{2V_{\min}^2 \cos^2 \alpha} + D \tan \alpha + h$$

Ce qui donne :  $V_{\min} = \sqrt{\frac{gD^2}{2(D \tan \alpha + h - H) \cos^2 \alpha}}$

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 9^2}{2(9 \tan 45 + 0,5 - 2,43) \cos^2 45}} = 10,6 \text{ ms}^{-1}$$

b) Si le ballon atteint la vitesse  $V_{\max}$ , il doit passer exactement par la position  $x=2D$ ,  $z=0$ , soit, en reportant cette condition dans l'équation de la trajectoire :

$$0 = -\frac{4gD^2}{2V_{\min}^2 \cos^2 \alpha} + 2D \tan \alpha + h$$

$$\text{Ce qui donne : } V_{\max} = \sqrt{\frac{4g.D^2}{2(2D\tan\alpha + h)\cos^2\alpha}}$$

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{4.9,8.9^2}{2(2.9\tan 45 + 0.5)\cos^2 45}} = 13,10 \text{ ms}^{-1}$$

c) Pour que le ballon tombe dans les limites du terrain après service, il faut que la vitesse initiale soit dans l'encadrement :

$$10,6 \text{ ms}^{-1} \leq V_0 \leq 13,10 \text{ ms}^{-1}$$

6- Maintenant, on considère que la vitesse initiale est  $V_0 = 12 \text{ ms}^{-1}$ . Le point de chute du ballon est donné par la condition  $z = 0$ , soit, en reportant cette condition dans l'équation de la trajectoire :

$$0 = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha + h$$

On obtient une équation polynomiale du second degré de la forme :

$$-0,068125x^2 + x + 0,5 = 0$$

On résout cette équation en calculant le discriminant :

$$\Delta = 1 - 4(-0,068125).0,5 = 1,13625$$

Et les deux racines :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1,13625}}{2.(-0,068125)} = 15,163 \text{ m} \\ x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1,13625}}{2.(-0,068125)} = -0,484 \text{ m} \end{cases}$$

Seule la solution  $x_1 = 15,163 \text{ m}$  est valable. Mais on cherche  $d$ , la distance depuis le filet jusqu'au au point de chute du ballon, c'est-à-dire :

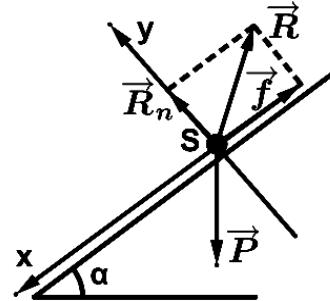
$$d = x_1 - D = 15,163 - 9 = 6,163 \text{ m}$$

## II- Mouvement d'un solide sur une piste

### 1- Cas d'un solide glissant sur une piste inclinée rugueuse

On se propose d'étudier le mouvement d'un solide **S** de centre d'inertie **G** en translation rectiligne qui descend sur une piste rugueuse faisant un angle  $\alpha$  avec le plan horizontal :

- Le système étudié est le corps.
- Les forces qui agissent sur le corps sont :
  - ✓ Le poids du corps  $\vec{P}$
  - ✓ La réaction normale exercée par la piste sur le corps  $\vec{R}_n$
  - ✓ La force de frottement, exercée par la piste sur le corps, représentée par  $\vec{f}$ .
- On choisit le repère (**G**, **x**, **y**) comme l'indique le schéma où **G** est le centre de gravité du solide.
- L'application de la RFD donne :  $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_n = m\vec{a}$



#### 1-1- Nature du mouvement

En projetant sur l'axe du mouvement (**Gx**) on trouve :  $P \sin \alpha - f = m \cdot a \Rightarrow$

$$a = \frac{mg \sin \alpha - f}{m} = cte. \text{ Donc le mouvement est R.U.V.}$$

**Autre méthode pour déterminer la nature du mouvement**

On applique le théorème de variation de l'énergie cinétique entre les instants

$$t_0 = 0 \quad \begin{cases} x_0 \\ V_0 \end{cases} \quad \text{et} \quad t \quad \begin{cases} x \\ v \end{cases}; \quad \text{on trouve :}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W_P + W_{R_n} + W_f.$$

Or  $W_{R_n} = 0$  ;  $W_f = -f \cdot (x - x_0)$  et  $W_P = m.g.h$ .

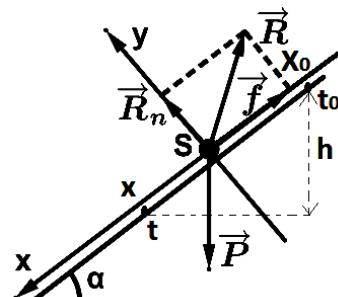
Avec  $h = (x - x_0) \sin(\alpha)$ . Il vient

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 + m.g(x - x_0) \sin(\alpha) - f \cdot (x - x_0).$$

$$\text{Ce qui donne : } \frac{1}{2}mv^2 = (m.g \sin(\alpha) - f)x + (f - m.g \sin(\alpha))x_0 + \frac{1}{2}mV_0^2.$$

On dérive cette équation par rapport au temps :

$$m.v.a = (m.g \sin(\alpha) - f)v \Rightarrow a = \frac{m.g \sin(\alpha) - f}{m} = cte. \text{ Donc M.R.U.C}$$



## 1-2- Calcule de la réaction de la piste

La réaction de la piste est :  $\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{f} \Rightarrow R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$ .

\* **Calcule de  $R_n$** : On projette la R.F.D sur l'axe (**Sy**), sur lequel, il n'y a pas de mouvement on trouve :  $-P \cos(\alpha) + R_n = 0 \Rightarrow R_n = mg \cdot \cos(\alpha)$

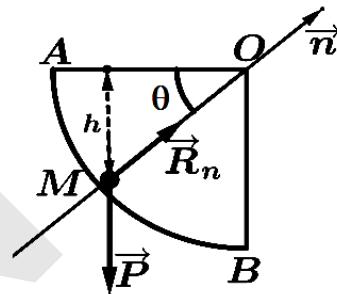
\* **Calcule de  $f$** : D'après la projection de la R.F.D sur l'axe (**Sx**) on trouve :

$$f = mg \cdot \sin(\alpha) - ma. \text{ Ce qui donne : } R = \sqrt{(mg \cdot \cos(\alpha))^2 + (mg \cdot \sin(\alpha) - ma)^2}$$

## 2- Cas d'un solide se déplaçant sur une piste circulaire lisse (sans frottements)

On étudie le mouvement d'un solide ponctuel **S** de masse **m** se déplaçant sur une piste circulaire de centre **O** et de rayon **r**. La position du mobile est repérée par l'angle  $\theta$ .

- Le système étudié est le corps **M**.
- Les forces qui agissent sur le corps sont :
  - ✓ Le poids du corps  $\vec{P}$
  - ✓ La réaction normale exercée par la piste sur le corps  $\vec{R}_n$
  - On choisit l'axe normal centripète comme l'indique le schéma.



## 2-1- L'expression de la vitesse $V_M$ en fonction de $V_A$ , $g$ , $r$ et $\theta$

En appliquant le théorème de variation de l'énergie cinétique entre **A** et **M** on trouve :

$$\Delta E_C = \sum W_F \Rightarrow \frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_P + W_{R_n}. \text{ Or } W_{R_n} = 0 \text{ et } W_P = m.g.h \text{ avec } h = r \cdot \sin(\theta).$$

$$\text{Ce qui donne : } V_M = \sqrt{V_A^2 + 2m.g.r \cdot \sin(\theta)}.$$

## 2-2- Expression de la réaction de la piste au point M en fonction de $m$ , $V_A$ , $g$ , $r$ et $\theta$

La piste est considérée lisse donc les frottements sont négligeables alors  $R = R_n$

La R.F.D. sur le solide en **M** donne  $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{ma} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_n = \vec{ma}$ .

En projetant sur la normale centripète  $\vec{n}$  on trouve :  $-P \sin \theta + R_n = ma_n$ , donc ;

$$R = m.g \sin(\theta) + m \frac{V_M^2}{r}. \text{ En remplaçant } V_M \text{ par son expression on trouve :}$$

$$R = m.g \sin(\theta) + \frac{m}{r} (V_A^2 + 2m.g \sin(\theta)) \Rightarrow R = 3m.g \sin(\theta) + \frac{m.V_A^2}{r}.$$

## Essentiel

Pour un solide S glissant sur un piste inclinée rugueuse

- L'application de la R.F.D donne :

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_n = m\vec{a}$$

- En projetant sur l'axe du mouvement (Sx) on trouve :

$$P \sin \alpha - f = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{mg \sin \alpha - f}{m} = cte.$$

Donc le mouvement est R.U.V.

- La réaction de la piste est :  $\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{f} \Rightarrow R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$ .
- La projection la R.F.D sur l'axe (Sy) donne :  $-P \cos(\alpha) + R_n = 0 \Rightarrow R_n = mg \cos(\alpha)$
- D'après la projection de la R.F.D sur l'axe (Sx) on trouve :  $f = mg \sin(\alpha) - ma$ .

Ce qui donne :  $R = \sqrt{(mg \cos(\alpha))^2 + (mg \sin(\alpha) - ma)^2}$

Pour un solide se déplaçant sur une piste circulaire lisse (sans frottements)

- En appliquant le théorème de variation de l'énergie cinétique entre A et M on trouve :

$$\Delta E_C = \sum W_F \Rightarrow \frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = W_P + W_{R_n}.$$

- Or  $W_{R_n} = 0$  et  $W_P = m.g.h$  avec  $h = r \sin(\theta)$ .

Ce qui donne :  $V_M = \sqrt{V_A^2 + 2m.g.r \sin(\theta)}$ .

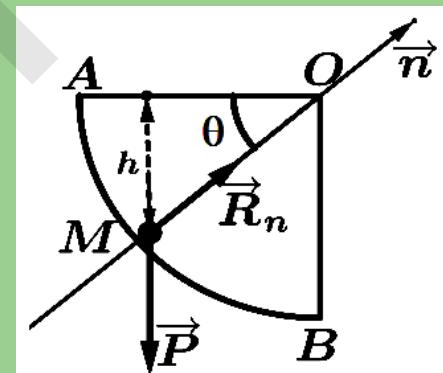
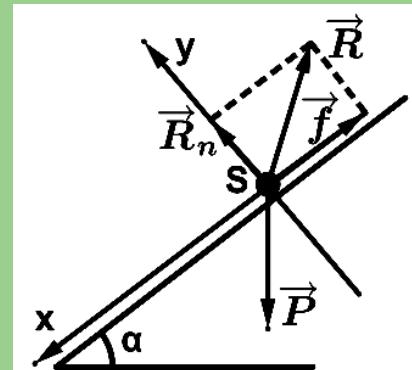
- L'application de la R.F.D. sur le solide en M donne :

$$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_n = m\vec{a}.$$

En projetant sur la normale centripète en M on trouve :  $-P \sin \theta + R_n = m a_n$ .

Donc ;  $R = m.g \sin(\theta) + m \frac{V_M^2}{r}$ . En remplaçant  $V_M$  par son expression on trouve :

$$R = m.g \sin(\theta) + \frac{m}{r} (V_A^2 + 2m.g \sin(\theta)) \Rightarrow R = 3m.g \sin(\theta) + \frac{m.V_A^2}{r}.$$



## Exercice résolu 1

Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse m peut se déplacer sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Un dispositif d'enregistrement relié à un ordinateur permet de repérer les positions du centre d'inertie G et de mesurer sa vitesse instantanée à chaque instant.

Le solide est lâché sans vitesse initiale d'un point O du plan et son mouvement suit la ligne de plus grande pente dont la direction est notée Ox. La position du point G est repérée par son abscisse dans le repère  $(O ; \vec{i})$ . L'action des forces de frottement peut être assimilée à celle d'une force constante  $\vec{f}$ , de même direction mais de sens contraire au vecteur vitesse. Le dispositif d'enregistrement est déclenché à l'instant  $t_0=0$  et donne les positions  $x_A$  et  $x_B$  de G et les vitesses  $v_A$  et  $v_B$  aux instants  $t_A$  et  $t_B$ .

	temps (s)	position (m)	Vitesse (m/s)
point A	0,3	0,18	0,57
point B	0,7	0,48	0,929

1. Faire l'inventaire des forces s'appliquant au solide (S) et les représenter sur un schéma.

2. En utilisant le th. de l'énergie cinétique entre les positions A et B, exprimer l'intensité  $f$  de la force de frottement en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $a$ ,  $x_A$ ,  $x_B$ ,  $v_A$ ,  $v_B$ . Calculer la valeur numérique de  $f$ .

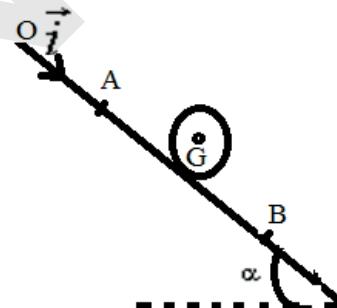
3. Calculer le travail mécanique effectué par la force de frottement entre les points A et B. Que signifie le signe de la valeur trouvée ? Quelle forme d'énergie voit-on apparaître ?

4. Exprimer l'intensité de l'accélération  $a$  du point G au cours du mouvement en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $a$  et  $f$ . Calculer la valeur numérique de  $a$ .

5. A l'instant  $t=0$ , la position du centre d'inertie est repérée par son abscisse  $x_0$  et sa vitesse  $a$  pour mesure  $v_0$ .

- Donner les équations horaires  $x(t)$  et  $v(t)$  du mouvement du centre d'inertie G du solide dans le repère  $(O ; \vec{i})$ .

- Calculer les valeurs numériques de la position  $x_0$  et de la vitesse  $v_0$  du centre d'inertie G du solide au moment où l'enregistrement est déclenché.  $m=200\text{g}$   $a=30^\circ$

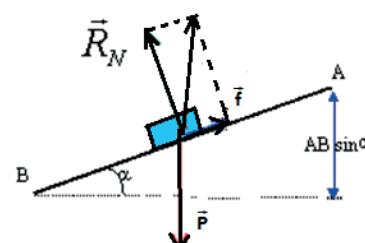


## Solution

1. le solide est soumis à son poids  $\vec{P}$ , vertical vers le bas, à l'action du plan décomposée en une action normale au plan  $\vec{R}_N$  et en une action parallèle au plan  $\vec{f}$ , de sens contraire à la vitesse (voir figure).

2. théorème de l'énergie cinétique :

Le travail du poids entre A et B ( descente: donc travail moteur )  $W_1 = mg(h_A - h_B) = mgAB\sin\alpha = mg(x_B - x_A) \sin\alpha$  .



Le travail des frottements entre A et B (travail résistant) :  $W_2 = -f \cdot AB = -f(x_B - x_A)$

$R_n$  perpendiculaire à la vitesse ne travaille pas.

La variation d'énergie cinétique :  $\Delta E_c = \frac{1}{2} m V_{fin}^2 - \frac{1}{2} m V_{départ}^2 = \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2$

La variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces.

$$\frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = mg(x_B - x_A) \sin \theta - f(x_B - x_A)$$

$$f = m[g \sin \theta - \frac{1}{2}(V_B^2 - V_A^2)] / (x_B - x_A)$$

$$f = 0,2[9,8 \sin 30 - \frac{1}{2}(0,929^2 - 0,57^2)] / (0,48 - 0,18) = 0,8 \text{ N.}$$

3. Le travail des frottements :

$$W_2 = -f \cdot AB = -f(x_B - x_A) = -0,8(0,48 - 0,18) = -0,24 \text{ J.}$$

Le signe moins signifie : diminution de l'énergie mécanique du système {solide-terre}

cette énergie perdue se retrouve sous forme d'énergie thermique dans l'environnement.

#### 4. L'accélération :

la seconde loi de Newton s'écrit :  $\vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_n = m \vec{a}$  soit sur l'axe (O,  $\vec{i}$ ) :  $mg \sin \theta - f = ma$

$$a = \frac{g \sin \theta - f}{m} \quad A.N. a = \frac{9,8 \sin 30 - 0,8}{0,2} = 0,9 \text{ m/s}^2.$$

5. L'équation horaire : vitesse :  $v = a t + v_0 = 0,9 t + v_0$

$$0,57 = 0,9 \cdot 0,3 + v_0 \text{ d'où } v_0 = 0,3 \text{ m/s.}$$

Abscisse : primitive de la vitesse

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 = 0,45 t^2 + 0,3 t + x_0.$$

$$0,48 = 0,45 \cdot 0,7^2 + 0,3 \cdot 0,7 + x_0 \text{ d'où } x_0 = 0,05 \text{ m.}$$

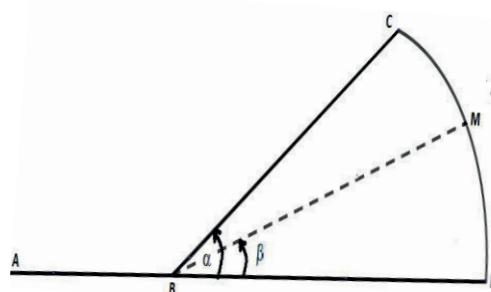
## Exercice résolu 2

Dans un stand de fête, un objet (S) de masse  $m = 5 \text{ Kg}$ , assimilable à un point matériel, est placé sur des rails horizontaux de longueur AB. Pour "tester sa force" une personne pousse cette masse avec une force  $F$  constante horizontale, pendant une durée  $t = 3 \text{ s}$ .

1.a. Déterminer la nature du mouvement de (S), en supposant que (S) glisse sans frottement sur les rails en partant de la position de repos.

b. Sachant qu'à la fin de la période de lancement (S) a une vitesse égale à  $6 \text{ m/s}$ , calculer la valeur numérique de la force  $F$  appliquée.

c. Calculer la distance de lancement AB et le travail effectué par la personne.



2. Arrivé en B, (S) doit s'élever sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport au plan horizontal.

a. En supposant les frottements négligeables, et le plan incliné suffisamment long, quelle longueur devrait parcourir l'objet (S) sur le plan incliné jusqu'à ce que sa vitesse s'annule? On prendra  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

b. En réalité on constate que (S) parcourt une distance  $BC = 3 \text{ m}$  le long du plan incliné

En supposant que les frottements sont équivalents à une force unique  $\vec{f}$  parallèle au plan incliné et dirigé en sens contraire du vecteur vitesse  $\vec{v}$  calculer la norme de  $\vec{f}$ .

3. A l'extrémité C du plan incliné BC, le mobile (S) aborde sans vitesse une piste circulaire CD de centre B et de rayon  $BC = \ell_1 = 3 \text{ m}$ . La position de l'objet (S) sur la piste circulaire CD est repérée par l'angle  $\beta = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM})$ , les frottements sont négligés. Exprimer en fonction de  $\ell_1, \alpha, \beta$  et  $g$ , la vitesse de (S) au point M. Calculer cette vitesse pour  $\beta = 20^\circ$ . Donner l'expression  $R_n$  de la force normale au point M.

### Solution

1-a) Nature de mouvement entre A et B :

$$\sum \vec{F}_{\text{app}} = \vec{m}\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{m}\vec{a} \quad (1)$$

$$(1) /_{AB} : F = m a \Rightarrow a = \frac{F}{m} (\text{mruv})$$

b) La valeur de la force appliquée :  $v = at \Rightarrow a = \frac{v}{t} = 2 \text{ m/s}^2$  donc  $F = ma = 10 \text{ N}$

c) La distance de lancement AB et le travail effectué par la personne.

$$v^2 = 2a \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{v^2}{2a} = \frac{36}{2 \cdot 2} = 9 \text{ m}$$

Le travail effectué par la personne :

$$w_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB = 90 \text{ J}$$

2-a) La distance parcourue avant l'arrêt du solide ;

$$-\frac{1}{2}mv_B^2 = -mglsin\alpha \Rightarrow L = \frac{v_B^2}{2g \sin\alpha} = 3,6 \text{ m}$$

b) La force de frottement :  $-\frac{1}{2}mv_B^2 = -mglsin\alpha - fL' \Rightarrow f = \frac{m(-glsin\alpha + \frac{v_B^2}{2})}{L'} = 1 \text{ N}$

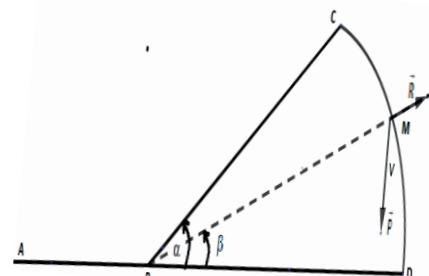
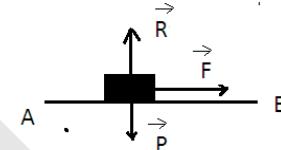
3-La vitesse au point M :  $\frac{1}{2}mv_M^2 = mgl(\sin\alpha - \sin\beta) \Rightarrow v_M = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \sin\beta)}$

La réaction normale :

$$\sum \vec{F}_{\text{app}} = \vec{m}\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = \vec{m}\vec{a} \quad (1)$$

$$(1) /_{n'n} : mg \sin\beta - R = m \frac{v_M^2}{l} \Rightarrow R = mg \sin\beta - m \frac{v_M^2}{l}$$

$$R = m[g \sin\beta - g(\sin\alpha - \sin\beta)] \Rightarrow R = mg(3 \sin\beta - \sin\alpha)$$



### III - Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

#### 1- Particule chargée

On appelle particule chargée tout corps de l'ordre de l'atome portant une charge électrique (ion, proton ou électron).

Une particule est caractérisée par sa charge et sa masse et on distingue entre :

- **Proton** :  $\begin{cases} m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ q_p = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{cases}$
- **Electron** :  $\begin{cases} m_{e^-} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ q_{e^-} = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{cases}$
- **Ion positif ou cation  ${}^A X^{n+}$**  :  $\begin{cases} m = A \times m_p \\ q = n \times e \end{cases}$
- **Ion négatif ou anion  ${}^A X^{n-}$**  :  $\begin{cases} m = A \times m_p \\ q = -n \times e \end{cases}$

#### 2- Champ électrique uniforme et force électrostatique

##### 2-1- Condensateur

Un condensateur est constitué de deux plaques **A** et **B**, (armatures), conductrices, planes et parallèles, l'une peut être chargée positivement par une charge (**+ Q**) et l'autre peut être chargée négativement par une charge (**- Q**), séparées par un isolant.

La plaque chargée positivement possède un potentiel électrique positif (**V+**) et la plaque chargée négativement possède un potentiel électrique négatif (**V-**). La différence de potentiel (**d.d.p**) entre les deux plaques s'appelle tension électrique, notée

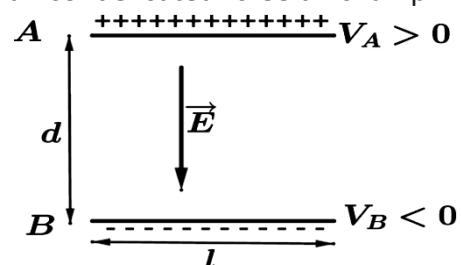
$$U_{AB} = V_A - V_B \text{ ou } U_{BA} = V_B - V_A$$

##### 2-2- Le champ électrique uniforme

La présence d'une tension électrique entre les armatures d'un condensateur crée un champ électrique uniforme entre les armatures :

$$\vec{E} = \overrightarrow{\text{cte}} \quad c, \vec{a}, d \quad \begin{cases} \text{direction constante} \\ \text{sens constant} \\ \text{intensité constante} \end{cases}$$

Ce champ électrique est perpendiculaire aux plaques et dirigé de la plaque positive vers la plaque négative.



L'intensité du champ électrique est donnée par la relation :  $E = \frac{|U|}{d}$  tel que :

**U** : la différence de potentiel entre les deux plaques

**d** : la distance entre les deux plaques.

## 2-3- Force électrostatique

Si une particule chargée, portant une charge électrique  $q$ , pénètre dans un champ électrique  $\vec{E}$ , elle subit une force électrostatique (**f.é.s**) donnée par la relation :  $\vec{F} = q\vec{E}$ .

Donc :

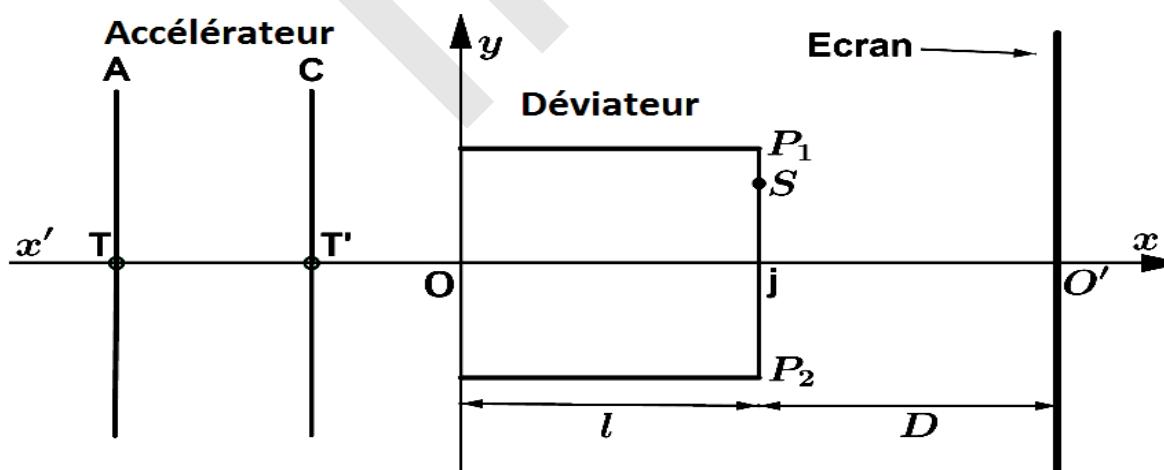
- $\vec{F} \parallel \vec{E}$  alors,  $\vec{F}$  est perpendiculaire aux plaques
  - Si  $q$  est positive  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  ont le même sens et si  $q$  est négative  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  ont des sens opposés
  - L'intensité de cette force est  $F = |q| \cdot E$

### *Remarque*

En général on néglige les poids des petites particules chargées (électrons, protons et ions) devant les forces électrostatiques.

### **3- Etude du mvt d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme**

Pour étudier le mouvement d'une particule chargée de charge  $q > 0$  et de masse  $m$ , on utilise le dispositif représenté par la figure ci-dessous.



### 3-1- Mouvement dans un accélérateur (sans vitesse initiale)

La particule pénétrant au trou **T** sans vitesse initiale est accélérée par une **d.d.p**,  $U_0 = V_A - V_C$  appliquée entre deux plaques verticales **A** et **C** distantes de  $d_0$ , voir figure ci-après.

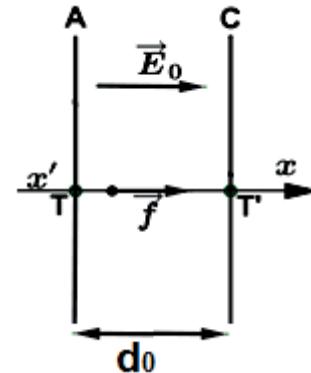
- **Le signe de  $U_0$**

La particule est accélérée de  $T$  vers  $T'$  sous l'action de la f.e.s.

Donc cette force est dirigée de (**A vers C**).

Comme la charge  $q$  est positive alors le champ électrique  $\vec{E}_0$  entre **A et C** est dirigé dans le sens de la f.e.s , de (**A vers C**), (voire la figure ci-contre).

Donc  $V_A > 0$  et  $V_C < 0$  alors  $U_0 = V_A - V_C > 0$



- **Nature du Mouvement**

L'application de la R.F.D donne :  $\sum F_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{P}_{nég} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E}_0$  donc  $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}_0$ .

En projetant sur l'axe ( $x'x$ ) on trouve :  $a = \frac{q \cdot E_0}{m} = \frac{q \cdot U_0}{m \cdot d_0} = cte$ . Donc le MVT est R.U.V

- **Vitesse à la sortie de l'accélérateur**

En appliquant le T.E.C entre  $T$  et  $T'$  on trouve :

$$\frac{1}{2}mV_{T'}^2 - \frac{1}{2}mV_T^2 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mV_{T'}^2 = q(V_A - V_C) = qU_0 \text{ alors } V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}.$$

- **Autre méthode pour déterminer la vitesse de sortie :**

On applique la relation indépendante de temps entre  $T$  et  $T'$  :  $V_{T'}^2 - V_T^2 = 2a(x_{T'} - x_T)$ .

$$\text{Or } V_T = 0 \text{ et } x_{T'} - x_T = d_0 ; \text{ ce qui donne : } V_{T'}^2 = 2a \cdot d_0 \Rightarrow V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}.$$

### 3-2- Mouvement dans un déviateur

A sa sortie en  $T'$ , la particule se déplace suivant l'axe ( $x'x$ ) pour pénétrer, en (**O**), dans un champ électrique créé entre deux plaques **P<sub>1</sub>** et **P<sub>2</sub>** entre lesquelles existe une d.d.p

$U = V_{P_2} - V_{P_1}$  et sort en **S**. (voir figure ci-après)

La longueur des plaques est  $\ell$ , la distance entre elles est  $d$  et le point **O** est équidistant de deux plaques **P<sub>1</sub>** et **P<sub>2</sub>**.

- **Nature du mouvement entre l'accélérateur et le déviateur**

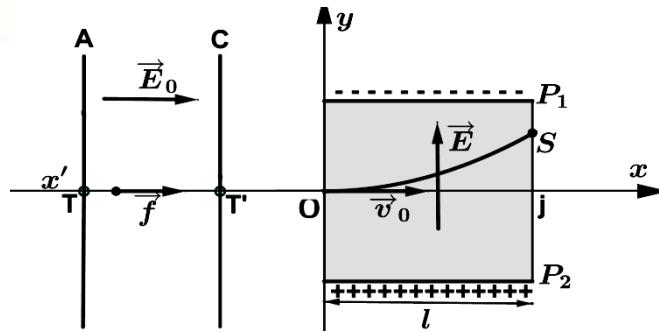
Après la sortie de l'accélérateur en  $T'$  et avant l'entrée dans le déviateur en **O**, il n'y a pas de champ  $\vec{E}$  par la suite il n'y a pas de f.e.s et le poids est négligeable donc :

$$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} ; \text{ alors, } \vec{v} = \overrightarrow{cte} = \vec{V}_{T'} \text{ donc le MVT entre } T' \text{ et } O \text{ est R.U.}$$

$$\text{Ce qui donne : } V_0 = V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$$

- Les signes des plaques  $P_1$  et  $P_2$  :**

La particule chargée positivement est déviée vers  $P_1$  donc elle est tirée par  $P_1$  et repoussée par  $P_2$  donc  $P_1$  a une charge négative et  $P_2$  a une charge positive donc le champ  $\vec{E}$  est dirigé de  $P_2$  vers  $P_1$  et  $U = V_{P_2} - V_{P_1} > 0$



- Etude du mouvement**

- Les conditions initiales :  $t=0 \rightarrow en(O) \Rightarrow \begin{cases} X_0 = 0 \\ Y_0 = 0 \end{cases}$  et  $\vec{V}_0 = \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$
- L'application de la R.F.D donne :  $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{m}\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} = \vec{m}\vec{a}$ . Or, le poids de la particule est négligeable. Alors,  $\vec{F} = \vec{m}\vec{a} = q\vec{E}$ . Donc  $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

✓ En projetant sur l'axe (Ox) on trouve  $a_x = 0$  donc le MVT est R.U alors

$$\begin{cases} V_x = cte = V_{0x} \\ x = V_x t + X_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \\ x = V_0 t \dots (1) \end{cases}$$

✓ En projetant sur l'axe (Oy) on trouve :  $a_y = \frac{q.E}{m} = \frac{q.U}{m.d}$  alors le MVT est R.U.V.

Donc  $\begin{cases} v_y = a_y t + V_{0y} \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{0y}t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_y = \frac{q.U}{m.d}t \\ y = \frac{q.U}{2m.d}t^2 \dots (2) \end{cases}$

✓ L'équation de la trajectoire :

De (1) :  $t = \frac{x}{V_0}$  en remplaçant dans (2) on trouve :  $y = \frac{qU}{2m.d.V_0^2}x^2$  tel que  $0 \leq x \leq \ell$

**Remarque :**

En remplaçant  $V_0$  par son expression on trouve :  $y = \frac{U}{4.d.U_0}x^2$ .

Donc la trajectoire est indépendante des caractéristiques de la particule (**charge et masse**).

- La durée du passage de la particule dans le condensateur :**  $X_s = V_0 \cdot t_s = \ell \Rightarrow t_s = \frac{\ell}{V_0}$
- Les coordonnées du point de sortie S**

A la sortie en S on a  $X_s = \ell$  en remplaçant dans l'équation de la trajectoire on trouve

$$y_s = \frac{qU \cdot \ell^2}{2m.d.V_0^2}$$

- La vitesse au point de sortie S**

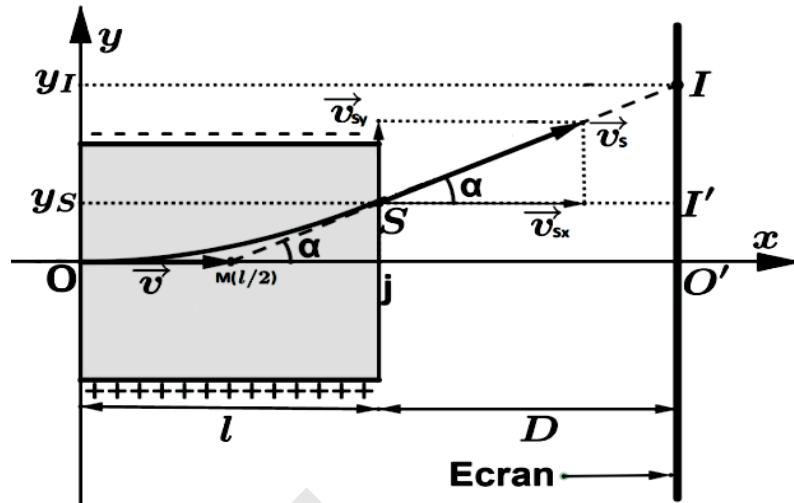
La vitesse au point de sortie S est :  $\vec{V}_s = \begin{cases} V_{s_x} = V_0 \\ V_{s_y} = \frac{q.U}{m.d} t_s = \frac{q.U \cdot \ell}{m.d.V_0} \end{cases}$

- **La déviation angulaire à la sortie**

➤ **Définition :** C'est l'angle formé entre la vitesse de la particule à l'entrée  $\vec{V}_0$  et sa vitesse à la sortie  $\vec{V}_s$  soit  $\alpha = (\vec{V}_0 \vec{V}_s)$ .

Comme  $\vec{V}_0 \parallel (Ox)$  et  $\vec{V}_s$  est portée par la tangente à la trajectoire au point **S**, alors la déviation angulaire à la sortie est l'angle formé entre l'axe (**Ox**) et la tangente à la trajectoire en **S**.

➤ **Calcule :** On peut calculer cet angle par trois méthodes (Voir la figure ci-contre)



- ✓ **Méthode 1 :**  $\tan(\alpha) = \frac{V_{sy}}{V_{sx}} = \frac{m.d.V_0}{V_0} = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$
- ✓ **Méthode 2 :**  $\tan(\alpha) = \left( \frac{dy}{dx} \right)_s = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$
- ✓ **Méthode 3 :** Comme l'équation de la trajectoire est de la forme  $y = a.x$  alors la tangente au point **S** d'abscisse  $X_s = \ell$  coupe l'axe des abscisses en  $\frac{\ell}{2}$ .

$$\text{Donc ; } \tan(\alpha) = \frac{y_s}{\frac{\ell}{2}} = \frac{2y_s}{\ell} = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}.$$

### 3-3- Mouvement après la sortie du déviateur

On suppose que la particule après sa sortie par la position **S**, heurte au point (**I**) un écran vertical distant des plaques de **D** (voir la figure ci-avant)

- **Nature du mouvement**

Après la sortie du déviateur en **S**, il n'y a plus de champ  $\vec{E}$  par la suite il n'y a plus de f.é.s et le poids est négligeable donc :  $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{ma} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$  donc  $\vec{v} = \text{cte}$  alors le MVT est R.U.

Donc la trajectoire après la sortie est une droite confondue avec la tangente à la trajectoire entre les deux plaques **P<sub>1</sub>** et **P<sub>2</sub>** en **S**.

- **Equation de la trajectoire**

$$y = a.x + b \text{ avec } a = \tan(\alpha) = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}. \text{ Donc } y = \tan(\alpha).x + b \text{ et en } S ; y_s = \tan(\alpha).X_s + b ;$$

$$\text{alors } b = y_s - \tan(\alpha).X_s, \text{ ce qui donne } b = -\frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2}. \text{ Donc } y = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}x - \frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2}.$$

- ***La déviation linéaire ou déflexion sur l'écran***

C'est la distance sur l'écran entre le point d'impact s'il n'y a pas de déviation (**O'**) et le point d'impact avec déviation (**I**).

On peut déterminer cette déviation linéaire (**O'I**) en utilisant la figure ci-avant.

✓ **Méthode 1** : D'après la figure :  $\tan(\alpha) = \frac{O'I}{O'M} \Rightarrow O'I = \left(D + \frac{\ell}{2}\right) \tan(\alpha)$

✓ **Méthode 2** : D'après la figure :  $O'I = O'I' + I'I \Rightarrow O'I = y_s + D \cdot \tan(\alpha)$

✓ **Méthode 3** : D'après l'équation de la trajectoire après la sortie, En I

$$X_I = D + \ell \Rightarrow y_I = O'I = \frac{q \cdot U \cdot \ell}{m \cdot d \cdot V_0^2} (D + \ell) - \frac{q \cdot U \cdot \ell^2}{2m \cdot d \cdot V_0^2} = \frac{q \cdot U \cdot \ell^2}{2m \cdot d \cdot V_0^2} + \frac{q \cdot U \cdot \ell}{m \cdot d \cdot V_0^2} D = y_s + D \tan(\alpha).$$

**Remarque :**

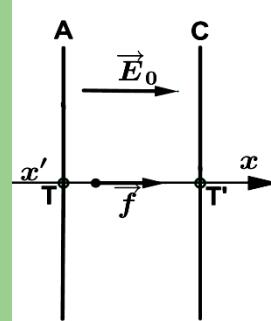
La déviation linéaire ou déflexion électrique à la sortie est **JS = ys**

# Essentiel

## ❖ Le mouvement dans un champ accélérateur

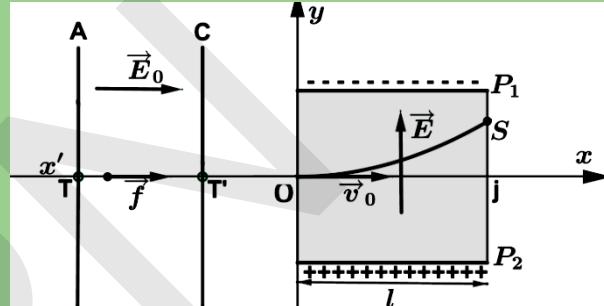
Une particule de charge  $q > 0$  et de masse  $m$  pénétrant au trou  $T$  sans vitesse initiale est accélérée par une d.d.p,  $U_0 = V_A - V_C$  appliquée entre deux plaques verticales  $A$  et  $C$  distantes de  $d_0$ .

- $a = \frac{q.E_0}{m} = \frac{q.U_0}{m.d_0} = cte$  donc le MVT est R.U.V
- A la sortie :  $V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$



## ❖ Le Mouvement dans un champ déviateur

A sa sortie en  $T'$ , la particule se déplace suivant l'axe  $x'$  pour pénétrer, en  $(O)$ , dans un champ électrique créé entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  entre lesquelles existe une d.d.p  $U = V_{P_1} - V_{P_2}$  et sort en  $S$ .



La longueur des plaques est  $\ell$ , la distance entre elles est  $d$  et le point  $O$  est équidistant de deux plaques  $P_1$  et  $P_2$ .

- Entre  $T'$  et  $O$  :  $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$  donc  $\vec{v} = \vec{cte}$ . Alors M.R.U donc  $V_0 = V_{T'} = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$

### • Etude du mouvement

- Les conditions initiales :  $t=0 \rightarrow en(O) \Rightarrow \begin{cases} X_0 = 0 \\ Y_0 = 0 \end{cases}$  et  $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$
- La R.F.D donne  $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{q}{m}E_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E_y = \frac{q.E}{m} = \frac{q.U}{m.d} = cte \end{cases}$
- Sur Ox :  $\begin{cases} V_x = cte = V_{0x} \\ x = V_x t + X_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_x = V_0 \\ x = V_0 t \dots (1) \end{cases}$
- Sur Oy :  $\begin{cases} v_y = a_y t + V_{0y} \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{0y}t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_y = \frac{q.U}{m.d}t \\ y = \frac{q.U}{2m.d}t^2 \dots (2) \end{cases}$
- Equation de la trajectoire :  $y = \frac{qU}{2m.d.V_0^2}x^2$  tel que  $0 \leq x \leq \ell$

- En remplaçant  $V_0$  par son expression on trouve :  $y = \frac{U}{4.d.U_0} x^2$ .

Donc la trajectoire est indépendante des caractéristiques de la particule (charge et masse).

- A la sortie en S on a  $X_s = \ell$ . Alors,  $y_s = \frac{qU\ell^2}{2m.d.V_0^2}$
- La durée du passage de la particule dans le condensateur :  $X_s = V_0 \cdot t_s = \ell \Rightarrow t_s = \frac{\ell}{V_0}$
- La déviation angulaire à la sortie est l'angle formé entre la vitesse à l'entrée  $\vec{V}_0$  et la vitesse à la sortie  $\vec{V}_s$

soit  $\alpha = (\vec{V}_0 \vec{V}_s)$ .

✓ Méthode 1 :

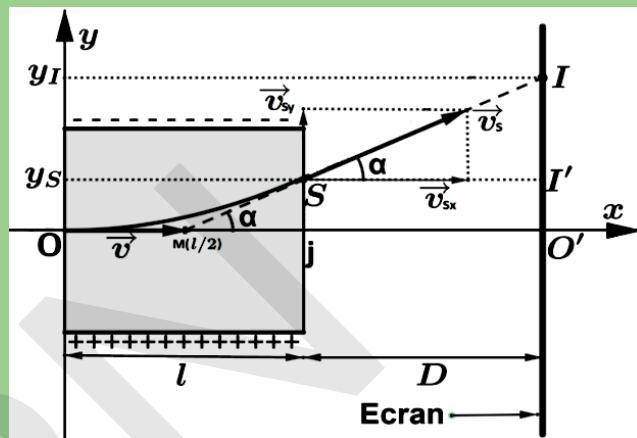
$$\tan(\alpha) = \frac{V_{sy}}{V_{sx}} = \frac{\frac{q.U.\ell}{m.d.V_0}}{V_0} = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$$

✓ Méthode 2 :

$$\tan(\alpha) = \left( \frac{dy}{dx} \right)_s = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$$

✓ Méthode 3 :

$$\tan(\alpha) = \frac{y_s}{\frac{\ell}{2}} = \frac{2y_s}{\ell} = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$$



- Le mouvement après la sortie du déviateur

On suppose que la particule après sa sortie par la position S, heurtent au point (I) un écran vertical distant des plaques de D

- Après la sortie du déviateur en S :  $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$  donc  $\vec{v} = \text{cte}$ .

Alors le MVT est R.U.

- La trajectoire après la sortie en S est une droite confondue avec la tangente en S d'équation de la forme :  $y = a.x + b$  avec  $a = \tan(\alpha) = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2}$ . Donc :  $y = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2} x - \frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2}$

- La déviation linéaire ou déflexion sur l'écran est la distance sur l'écran entre le point d'impact s'il n'y a pas de déviation (O') et le point d'impact avec déviation (I).

\* Méthode 1 : D'après la figure :  $\tan(\alpha) = \frac{O'I}{O'M} \Rightarrow O'I = \left( D + \frac{\ell}{2} \right) \tan(\alpha)$

\* Méthode 2 : D'après la figure :  $O'I = O'I' + I'I \Rightarrow O'I = y_s + D \cdot \tan(\alpha)$

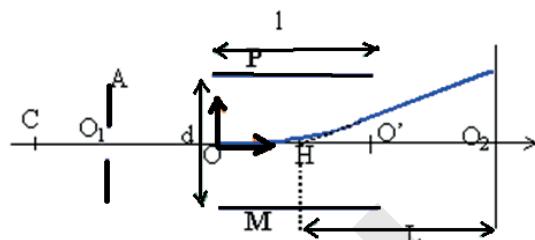
\* Méthode 3 : D'après l'équation de la trajectoire après la sortie, En I

$$X_I = D + \ell \Rightarrow y_I = O'I = \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2} (D + \ell) - \frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2} = \frac{q.U.\ell^2}{2m.d.V_0^2} + \frac{q.U.\ell}{m.d.V_0^2} D = y_s + D \tan(\alpha).$$

## Exercice résolu 1

Un oscilloscope comporte un tube cathodique qui se divise en quatre parties :

- un canon à électrons où le faisceau d'électrons est créé et les électrons accélérés,
  - un condensateur plan  $C_1$  d'armatures (ou plaques) verticales, à l'intérieur duquel les électrons sont déviés horizontalement,
  - un condensateur plan  $C_2$  d'armatures (ou plaques) horizontales, à l'intérieur duquel les électrons sont déviés verticalement,
  - un écran fluorescent, sur lequel l'impact du faisceau laisse une trace lumineuse : le spot.
- (Schéma du dispositif) :



Dans cet exercice, on se propose d'analyser quelques éléments du fonctionnement d'un oscilloscope.

On étudie le système {électron}, dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, la charge de l'électron est notée  $q = -e$ , avec  $e = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . La masse d'un électron est notée  $m$  ( $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ). L'effet du poids de l'électron sera toujours négligé.

### Étude du canon à électrons :

Le canon à électrons est constitué d'un filament qui, lorsqu'il est porté à haute température, émet des électrons de vitesse initiale négligeable. Ces électrons sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures A et B sont verticales et distantes de  $d$ . La différence de potentiel entre les deux plaques est de  $U_{AB} = -1,8 \text{ kV}$ .

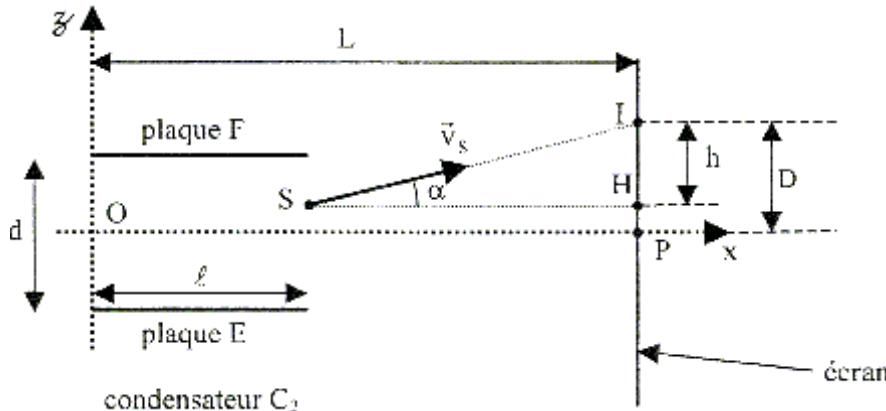
1. Rappeler les trois caractéristiques du vecteur champ électrique à l'intérieur d'un condensateur plan.
2. Montrer à l'aide du théorème de l'énergie cinétique que la tension  $U_{AB}$  aux bornes du condensateur doit être négative pour permettre à un électron d'être accéléré.
3. Déterminer l'expression de la vitesse  $v_0$  d'un électron lorsqu'il parvient à la plaque B du condensateur en fonction de  $e$ ,  $m$  et  $U_{AB}$ . Un raisonnement rigoureux est attendu.
4. Calculer la valeur de cette vitesse .

### Étude de la déflexion due au condensateur $C_2$ :

Pour simplifier l'étude, la tension aux bornes du condensateur  $C_1$  est considérée comme nulle. On ne s'intéresse qu'à la déviation du faisceau dans le condensateur  $C_2$ , celui-ci est soumis à une tension  $U_{FE} = U$  positive. On considère que le mouvement de l'électron est plan et s'effectue dans le plan  $Oxz$ . Un électron arrive en  $O$  avec la vitesse  $v_0$  de direction  $Ox$  à la date  $t_0 = 0$ . On appelle  $M$  la position de l'électron à la date  $t$ .

1. En utilisant le théorème du centre d'inertie, exprimer, en fonction de  $e$ ,  $U$ ,  $d$  et  $m$ , les composantes du vecteur accélération de l'électron sur les deux axes  $Ox$  et  $Oz$ .
2. En déduire:
  - les expressions des coordonnées du vecteur vitesse  $v$  de l'électron,
  - les expressions des coordonnées du vecteur position à l'intérieur du condensateur  $C_2$ ,
  - l'équation de la trajectoire.

3. L'électron sort du condensateur  $C_2$  en un point S, avec une vitesse  $\vec{v}_S$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale, puis vient frapper l'écran en un point I. On appelle H la projection orthogonale du point S sur l'écran. On définit la distance  $h = HI$ . La distance du point J au centre P de l'écran est appelée déflexion, on la note D. On note I la longueur d'une plaque, d la distance entre les plaques, et L la distance OP (voir figure 2).



- Quelle est la nature de la trajectoire entre S et I ? Justifier.
- Exprimer les composantes du vecteur vitesse au point S. En déduire une expression de  $\tan \alpha$  en fonction de e, U, l, m, d,  $v_0$ .
- Exprimer  $\tan \alpha$  en fonction de h, L, I à l'aide de la figure 2. Exprimer h.
- On peut démontrer que la déflexion D a pour expression.  $D = \frac{eUIL}{(2mv_0^2)}$

Cet appareil peut être utilisé comme voltmètre. Justifier cet emploi à partir de l'expression donnée ci-dessus.

### Solution

1. Le champ électrique est uniforme à l'intérieur dans un condensateur plan :
  - les lignes de champ sont parallèles, perpendiculaires aux armatures.
  - le champ est dirigé vers l'armature qui porte le plus petit potentiel
  - la norme du champ est constante.
2. Les électrons sont soumis uniquement à la force électrique, à l'intérieur du condensateur (le poids est négligeable)
 

Les électrons sont accélérés, donc le travail de cette force est moteur :

  - $e(V_{\text{départ}} - V_{\text{arrivée}})$  est positif soit  $V_{\text{départ}} < V_{\text{arrivée}}$  ou  $U_{AB} < 0$ .
3. La théorème de l'énergie cinétique appliqué entre A et B, la vitesse initiale en A étant négligeable :

$$\frac{1}{2}m v_0^2 - 0 = -e U_{AB} \Rightarrow v_0^2 = \frac{-2e U_{AB}}{m} \therefore V_0 = \sqrt{\frac{-2e U_{AB}}{m}}$$

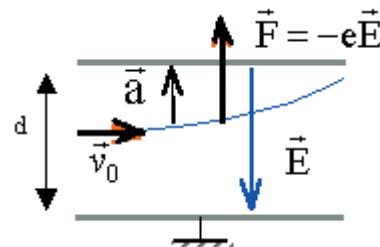
$$A.N:v_0 = \sqrt{\frac{-2.1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (-1800)}{9 \cdot 10^{-31}}} = 2,53 \cdot 10^7 \text{ m/s.}$$

1. L'accélération :

Le potentiel de la plaque F est supérieur au potentiel de la plaque E car  $U_{FE}$  positive.  
Le champ électrique est perpendiculaire aux plaques et dirigée vers le plus petit potentiel, donc vers E.

champ et force électriques sont deux vecteurs colinéaires de sens contraire (  $q=-e$  négative)

la deuxième loi de Newton s'écrit :  $-e\vec{E} = m\vec{a}$  ,  $\vec{a}(0, \frac{e}{m}\vec{E})$  ou  $\vec{a}(0, \frac{eU}{md})$



La vitesse est une primitive de l'accélération :

$$v_x = v_0 \cdot \text{ et } v_z = \frac{eU t}{md}$$

Le vecteur position est une primitive du vecteur vitesse :

$$x = v_0 t \text{ et } z = \frac{eU t^2}{2md}$$

La trajectoire :  $t = \frac{x}{v_0}$  et  $z = \frac{eU x^2}{2md v_0^2}$  (parabole)

Après la sortie du condensateur :

-le poids des électrons étant négligeable, les électrons ne sont soumis à aucune force dans la région au-delà de S, d'après le principe d'inertie, le mouvement de ces derniers est rectiligne uniforme.

-composante du vecteur vitesse en S :

$$\text{L'abscisse de S est } I \text{ d'où } t = \frac{I}{v_0}.$$

L'abscisse de la vitesse  $v_x = v_0$ .

$$\text{L'ordonnée de la vitesse : } v_z = \frac{eU I}{md v_0}$$

$$\tan \alpha = v_z / v_x = \frac{eU I}{md v_0^2}$$

$$\text{or } \tan \alpha = \frac{h}{(L-I)}$$

$$h = \frac{eU I (L-I)}{md v_0^2}$$

dans l'expression de la déflexion D on trouve des facteurs ( L, I d et  $v_0$  ) qui sont des constantes pour un appareil donné; en conséquence  $D = k U$  avec k constante  
la déflexion D est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques.  
cet appareil peut donc être utilisé en voltmètre.

## Exercice résolu 2

Le dispositif ci-contre est placé dans le vide.

Une cathode C, émet des électrons à vitesse négligeable qui arrive sur l'anode A.

Les grilles G<sub>1</sub> et G<sub>2</sub> sont planes, verticales. A et C sont parallèles, G<sub>1</sub> et G<sub>2</sub> sont parallèles et font l'angle  $\alpha$  avec A et C.

Le potentiel de C est pris égal à zéro. A et G<sub>1</sub> sont au même potentiel V<sub>1</sub> > 0, de ce fait le champ électrique est nul entre A et G<sub>1</sub>; G<sub>2</sub> est au potentiel positif V<sub>2</sub> réglable. Le champ électrique est nul après G<sub>2</sub>.

Les électrons traversent G<sub>1</sub> avec le vecteur vitesse  $\vec{v}_1$  incliné de  $i_1$  par rapport à l'axe I<sub>1x</sub> perpendiculaire aux grilles.

a- Quelle est la relation entre  $i_1$  et  $\alpha$  ?

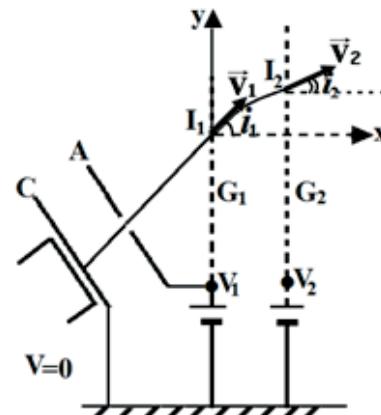
b- Quelle est la relation entre  $v_1$  et V<sub>1</sub> ?

c- Quelle est l'équation de la trajectoire des électrons entre G<sub>1</sub> et G<sub>2</sub> dans le repère (I<sub>1</sub>, X, Y) ?

d- Quelle condition doit satisfaire (V<sub>2</sub>-V<sub>1</sub>) si l'on veut que les électrons atteignent G<sub>2</sub>. La distance d séparant G<sub>1</sub> et G<sub>2</sub> joue-t-elle un rôle dans cette condition?

e- On suppose la condition précédente satisfaite, les électrons passent à travers G<sub>2</sub> à la vitesse  $\vec{v}_2$  faisant l'angle  $i_2$  avec I<sub>2x</sub>. Quelle est la relation entre  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $i_1$  et  $i_2$  ?

f- En déduire la relation entre V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub> et  $i_1$  pour que  $i_2$  existe. La comparer à la réponse à la question d).



## Solution

a- La relation entre  $i_1$  et  $\alpha$  est :  $i_1 = \alpha$

b)  $\frac{1}{2}mv_1^2 = eV_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}}$

c- D'après les conditions initiales du mouvement :

c)  $\overrightarrow{IM_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}; \overrightarrow{V_0} \begin{cases} v_{0x} = v_1 \cos i_1 \\ v_{0y} = v_1 \sin i_1 \end{cases}; \overrightarrow{a} \begin{cases} a_x = \frac{eE}{m} = \frac{e(V_2 - V_1)}{m} \\ a_y = 0 \end{cases}$

Les équations horaires sont :

$$\begin{cases} x = \frac{e(V_2 - V_1)}{m} t^2 + v_1 \cos i_1 t \\ y = v_1 \sin i_1 t \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire est :  $x = \frac{e(V_2 - V_1)y^2}{2mdv_1^2 \sin^2 i_1} + y \cotan(i_1)$

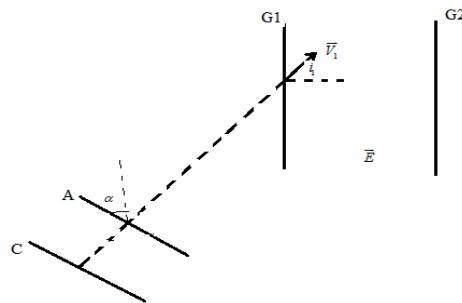
$$d) \quad x = d \Leftrightarrow \frac{e(V_2 - V_1)y^2}{2mdv_1^2 \sin^2 i_1} + y \cotan(i_1) - d = 0$$

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow \cotan^2(i_1) + \frac{2ed(V_2 - V_1)}{mdv_1^2 \sin^2 i_1} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{mv_1^2 \cos^2 i_1}{2e} + (V_2 - V_1) > 0 \Leftrightarrow V_2 - V_1 > \frac{-mv_1^2 \cos^2 i_1}{2e}$$

$$\text{or } \frac{mv_1^2}{2e} = V_1 \quad \text{donc } V_2 - V_1 > -v_1^2 \cos^2 i_1$$

La distance  $d$  ne joue pas un rôle dans cette condition



$$e) \quad a_y = 0 \Rightarrow v_1 \sin i_1 = v_2 \sin i_2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}} \quad \text{et} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2eV_2}{m}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \quad \text{or} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i_2}{\sin i_1} \quad \text{donc: } \sqrt{V_1} \sin i_1 = \sqrt{V_2} \sin i_2$$

$$f) \quad i_2 \text{ existe si } \sin i_2 \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \sin i_1 \leq 1$$

$$\frac{V_1}{V_2} \sin^2 i_1 \leq 1 \Leftrightarrow V_2 \geq V_1 \sin^2 i_1$$

$$\text{donc } V_2 \geq V_1(1 - \cos^2 i_1) \Leftrightarrow V_2 - V_1 \geq -V_1 \cos^2 i_1 \text{ (résultat identique)}$$

## IV- Mouvement d'un satellite autour d'une planète (la terre)

### 1- Etude cinématique du mouvement circulaire uniforme

#### 1-1- Définition

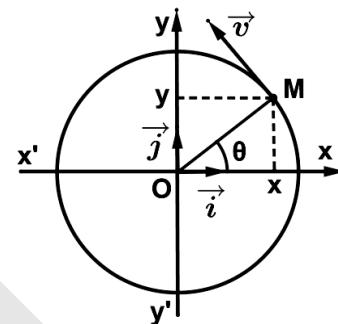
Un mouvement est circulaire uniforme, s'il se fait sur un cercle avec une vitesse constante en module.

#### 1-2- Repérage d'un mobile M au cours d'un mouvement circulaire

Soit **O** le centre de la trajectoire circulaire de rayon **R**, **x'ox** et **y'oy**, sont les axes d'un repère orthonormé du plan de la trajectoire :

La position du mobile peut être déterminée soit par :

- ses coordonnées cartésiennes : **x** et **y** composantes du vecteur de position :  $\overrightarrow{OM} = \vec{x}i + \vec{y}j$
- une mesure de l'angle polaire  $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$ .  $\theta(t)$  est appelée abscisse angulaire.
- l'abscisse curviligne qui est l'arc **s** qui intercepte l'angle  $\theta$



#### 1-3- Vitesse linéaire – vitesse angulaire

- Vitesse angulaire :

C'est la dérivée par rapport au temps de l'abscisse angulaire  $\theta(t)$  :  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

- Vitesse linéaire :

C'est la dérivée par rapport au temps de l'abscisse curviligne  $s(t)$  :  $v = \frac{ds}{dt}$

- La relation entre  $s(t)$  et  $\theta(t)$  :

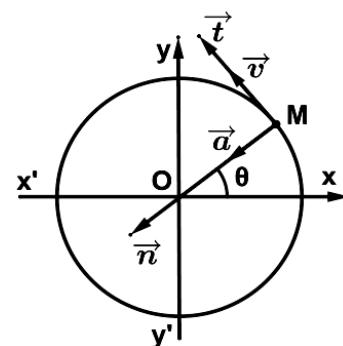
$$s(t) = R \cdot \theta(t) \Rightarrow v = R \cdot \omega \quad \text{tel que } \theta(t) \text{ en radian}$$

#### 1-4- Accélération du point M

Le mouvement circulaire est un mouvement curviligne pour lequel on définit, à toute position **M**, le repère de Freinet composé de deux axes :

- **La Tangente  $\vec{t}$**  : Axe perpendiculaire au rayon en **M** et orienté préférentiellement dans le sens du mouvement
- **La Normale  $\vec{n}$**  : Axe confondu avec le rayon en **M** et orienté préférentiellement vers le centre **O** de la trajectoire

Dans la base de Freinet  $(\vec{t}, \vec{n})$ , l'accélération est :  $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$



$\vec{a}_t$ : accélération tangentielle  $a_t = \frac{dv}{dt}$  et  $\vec{a}_n$ : accélération normale  $a_n = \frac{v^2}{R}$

Dans le **M.C.U**, la vitesse  $v = cte \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0$  donc  $\vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow a = a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$

Dans un **M.C.U**, l'accélération est donc radiale (normale) et centripète (dirigée vers le centre).

### 1-5- Equations horaires

- L'abscisse angulaire

Le mouvement circulaire uniforme a une vitesse linéaire **V** constante d'où une vitesse angulaire **ω** constante. La loi horaire de l'abscisse angulaire est :  $\theta(t) = \omega t + \theta_0$  où  $\theta_0$  est l'abscisse angulaire initiale à  $t = 0$

- Abscisse curviligne

L'abscisse curviligne  $s(t)$  est :  $s(t) = R\theta(t) = R\omega t + R\theta_0$ . Donc ;  $s(t) = vt + s_0$ . où  $s_0$  est l'abscisse angulaire initiale à  $t = 0$

### 1-6- Période du mouvement

Le **M.C.U** est périodique. La période **T** est la durée d'un tour complet.  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

### 2- Rappel: Loi de Newton

Entre deux corps  $S_1$  et  $S_2$ , de masses  $m_1$  et  $m_2$  dont les centres sont distants de  $d$ , existent des forces d'interaction gravitationnelles

$\vec{F}_{1/2}$  et  $\vec{F}_{2/1}$  liées par la relation :

$\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$  avec :

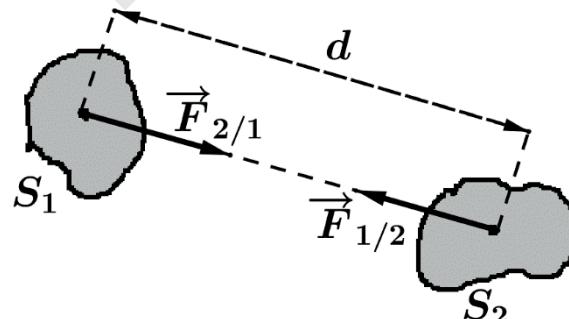
$\vec{F}_{1/2}$ : Force d'attraction exercée par  $S_1$  sur  $S_2$

$\vec{F}_{2/1}$ : Force d'attraction exercée par  $S_2$  sur  $S_1$

$d$  : distance entre les centres d'inerties des deux corps

Tel que :  $\vec{F}_{1/2} = \vec{F}_{2/1} = G \frac{\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2}{d^2}$

**G** : constante de gravitation universelle de valeur  $6,67 \times 10^{-11}$  (S.I)



### 3- Définition

Un satellite est un corps assimilé à un point matériel qui décrit une trajectoire circulaire (**orbite**) autour d'une planète supposée sphérique et fixe (**la terre**). On notera :

**M** : masse de la terre centrale

**m** : masse du satellite en rotation



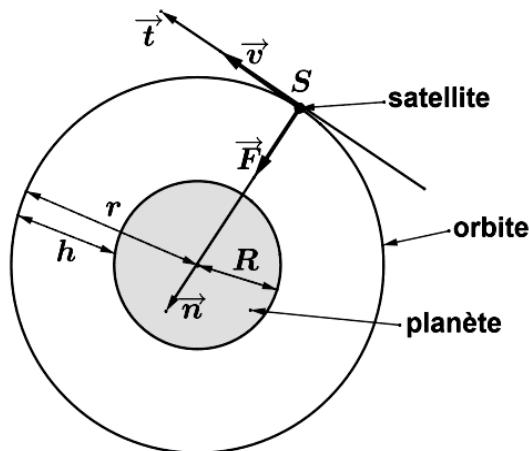
$r$  : rayon de l'orbite (trajectoire) de centre confondu avec celui de la terre. Si le satellite est à une altitude  $h$  du sol alors :  $r = R + h$  avec  $R$  : rayon de la terre.

On étudie le mouvement du satellite dans un référentiel géocentrique (origine le centre de la terre)

La seule force qui s'exerce sur le satellite est la force de gravitation  $\vec{F} = G \frac{m \cdot M}{r^2} \vec{n}$  où

$\vec{n}$  : Vecteur unitaire normale centripète

$G$  : Constante de la gravitation universelle de valeur  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I}$



#### 4- Accélération de la pesanteur à une altitude $h$

La force gravitationnelle exercée par la terre sur le satellite est égale à son poids :

$$\vec{F} = \vec{P} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow F = m \cdot g \Rightarrow G \frac{m \cdot M}{r^2} = m \cdot g \Rightarrow g = G \frac{M}{r^2}. \text{ Avec, } r = R + h; \text{ il vient ; } g = G \frac{M}{(R+h)^2}.$$

Au niveau du sol ( $h = 0$ ), l'intensité de la pesanteur vaut :  $g_0 = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 R^2$ .

$$\text{Donc ; } g = \frac{g_0 R^2}{r^2}$$

#### 5- Nature du mouvement du satellite

D'après La R.F.D :  $\bar{F} = m \bar{a}$ . En projetant sur la tangente  $0 = m a_t \rightarrow a_t = 0$ ,  $V = Cte$

$$\text{Projection sur } \bar{n} : F = m a_n \rightarrow \frac{G M m}{r^2} = m \frac{V^2}{r} \rightarrow r = \frac{GM}{V^2} = \text{Cte}$$

Donc le mouvement de la terre est circulaire uniforme.

#### 6- Vitesses du satellite

##### 6-1- Vitesse linéaire V

$$\text{La projection de la R.F.D sur la normale centripète donne : } m a_n = F = G \frac{m \cdot M}{r^2} \Leftrightarrow \frac{V^2}{r} = \frac{G \cdot M}{r^2}.$$

$$\text{Donc ; } V = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}}$$

$$6-2- \text{ Vitesse angulaire : } \omega = \frac{V}{r} = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r^3}}$$

## 7- Période du satellite $T$

C'est le temps mis par le satellite pour effectuer un tour complet :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{V}$

## 8- Troisième loi de Kepler

### 8-1- Enoncé :

Pour tous les satellites de la même planète on a :  $\frac{r^3}{T^2} = cte$

### 8-2- Démonstration

On a :  $T = \frac{2\pi r}{V}$  et  $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ , alors  $T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{GM}$ .

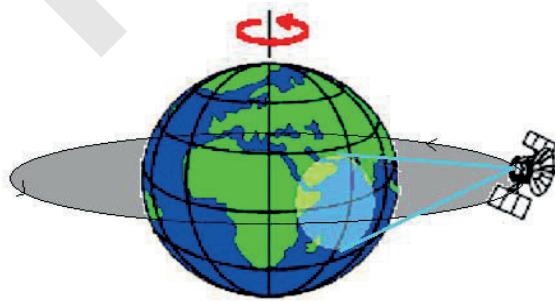
Donc  $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G.M}{4\pi^2} = cte$ . Le rapport  $\frac{r^3}{T^2}$  est indépendant des caractéristiques du satellite

## 9- Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre. Ce satellite apparaît immobile pour un observateur terrestre. Cela impose que :

- Sa trajectoire est contenue dans le plan équatorial
- Il tourne dans le même sens et avec la même vitesse angulaire que la terre autour d'elle-même (sens de rotation de la terre autour d'elle-même est le sens antihoraire)
- Sa période de révolution est donc égale à celle de la terre autour d'elle-même :

$$T_0 = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$



Un satellite ne peut être géostationnaire qu'à une altitude bien déterminée  $H$ .

Calculons cette altitude correspondant à  $T_0$ .

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+H)^3}{g_0}} \Leftrightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2}{R^2} \cdot \frac{r^3}{g_0} \Rightarrow r^3 = \frac{T_0^2 \cdot R^2 \cdot g_0}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T_0^2 \cdot R^2 \cdot g_0}{4\pi^2}} \\ &\Leftrightarrow H = r - R = \sqrt[3]{\frac{T_0^2 \cdot R^2 \cdot g_0}{4\pi^2}} - R \end{aligned}$$

Application numérique :  $R=6370\text{Km}$  ;  $g_0=9,8\text{m /s}^2$  on trouve  $H \approx 36000\text{km}$

Un satellite géostationnaire évolue en orbite circulaire à une altitude voisine de  $36000\text{km}$

## 10- Energie du système (satellite + planète)

Dans le repère géocentrique, le satellite de masse  $\mathbf{m}$  décrit une trajectoire circulaire de rayon  $\mathbf{r}$  à la vitesse  $\mathbf{V}$  autour du centre de la terre de masse  $\mathbf{M}$

$$10-1-\text{Energie cinétique : } E_c = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{G.m.M}{2r}$$

### 10-2- L'énergie potentielle

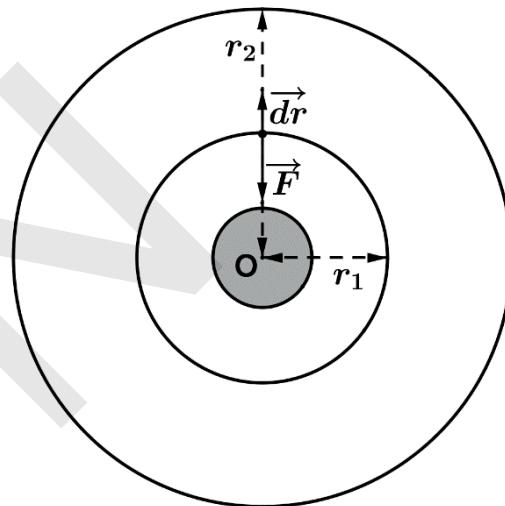
Supposons que le satellite passe de l'orbite de rayon  $r_1$  à la date  $t_1$  à l'orbite de rayon  $r_2$  à la date  $t_2$ .

La force de gravitation  $\vec{F}$  appliquée au satellite effectue un travail entre ces deux instants dont l'expression ne peut-être obtenue qu'en recherchant d'abord celle du travail élémentaire  $dW$  de la force au cours d'un déplacement élémentaire de vecteur  $d\vec{r}$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow dW = -F \cdot dr = -\frac{GmM}{r^2} dr$$

$$\text{or } dW = -dE_p \Rightarrow \int dE_p = \int \frac{GmM}{r^2} dr$$

$$E_p = -\frac{GmM}{r} + K$$



L'énergie potentielle de pesanteur est définie à une constante  $K$  qui dépend de la position de la référence de l'énergie potentielle :

#### Cas particuliers

- Si la référence de l'énergie potentielle est choisie à l'infini :

$$E_{p_\infty} = 0 \Leftrightarrow K = 0 \text{ d'où } E_p = -\frac{GmM}{r}$$

- Si la référence de l'énergie potentielle est choisie à la surface de la terre :

$$E_p(R) = 0 \Leftrightarrow K = \frac{GmM}{R} \text{ d'où } E_p = -\frac{GmM}{r} + \frac{GmM}{R}$$

$$10-3-\text{L'énergie mécanique : } E = E_c + E_p = \frac{GmM}{2r} - \frac{G.m.M}{r} + K = -\frac{G.m.M}{2r} + K$$

## 11- Vitesse de satellisation et vitesse de libération

### 11-1- Vitesse de satellisation

C'est la vitesse minimale que doit atteindre un satellite pour se mettre en orbite.

Autrement, c'est la vitesse du satellite qui évolue le plus proche possible de la terre.

$h \approx 0 \Rightarrow r \approx R$ . Elle est notée  $\mathbf{V}_1$ , elle s'appelle aussi la première vitesse cosmique.

$$\text{Donc, } V_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$$

Pour la terre  $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$  et  $R = 6400 \text{ Km}$  on trouve  $V_1 \approx 7,9 \text{ Km/s}$

### 11-2- Vitesse de libération

C'est la vitesse minimale qu'on doit communiquer à un corps, se reposant sur la surface de la planète, pour qu'il s'échappe de l'attraction de cette planète. Cette vitesse est notée  $\mathbf{V}_L$ .

On a :

- L'énergie potentielle du système (corps + planète) à la surface de la planète est

$$E_{po} = -\frac{G \cdot m \cdot M}{R} + K. \text{ Si on communique au corps une vitesse } \mathbf{V} \text{ son énergie mécanique est}$$

$$\text{alors } E_0 = -\frac{G \cdot m \cdot M}{R} + K + \frac{1}{2} m V^2. \text{ Le satellite s'éloigne de la terre.}$$

- Arrivé à l'infini ( $r \rightarrow \infty$  le corps s'échappe de l'attraction) son énergie mécanique est

$$\text{alors } E_\infty = E_{co} + E_{po} = E_{co} + K$$

- La seule force qui s'exerce sur le satellite est la force de gravitation qui est conservative donc l'énergie mécanique du système est conservée.

$$\text{Alors } E_0 = E_\infty \Rightarrow -\frac{G \cdot m \cdot M}{R} + K + \frac{1}{2} m V^2 = E_{co} + K \Rightarrow \frac{1}{2} m V^2 = E_{co} + \frac{G \cdot m \cdot M}{R}$$

- Si la vitesse communiquée au satellite est minimale  $\mathbf{V}_L$ , alors  $E_{co} = 0$

$$\text{soit } \frac{1}{2} m V_L^2 = \frac{G \cdot m \cdot M}{R}, \text{ il vient } V_L = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}.$$

Pour la terre  $V_L \approx 11,2 \text{ km/s}$

## Essentiel

- Accélération de la pesanteur à une altitude  $h$  :

$$g = G \frac{M}{R+h^2} . \text{ Au niveau du sol ; } h = 0 \text{ et } g = g_0$$

Ce qui donne  $g_0 = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow G.M = g_0 R^2$ , donc :

$$g = \frac{g_0 R^2}{r^2}$$

- La R.F.D :  $\vec{F} = m\vec{a}$ . Projetant sur la tangente :

$$0 = ma_t \Rightarrow a_t = 0 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = cte . \text{ Donc m.u.}$$

- Projetant sur la normale centripète :

$$ma_n = F = G \frac{m.M}{r^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{G.M}{r^2} .$$

- Donc la vitesse linéaire :  $v = \sqrt{\frac{G.M}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}}$  et la vitesse angulaire :

$$\omega = \sqrt{\frac{G.M}{r^3}} = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r^3}}$$

- La Période du satellite T est :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$

- Troisième loi de Kepler : Pour tous les satellites de la même planète on a :

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G.M}{4\pi^2} = cte .$$

- Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre.

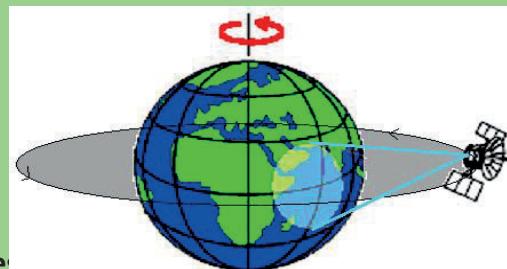
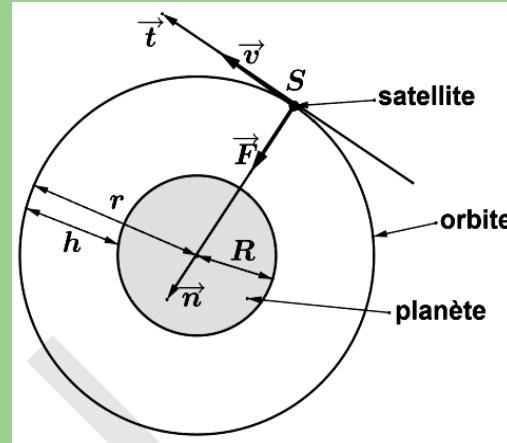
- Son plan d'orbite est le plan équatorial
- Il tourne dans le même sens que la terre
- Sa période est  $T_0 = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$

- L'énergie cinétique :  $E_c = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{G.m.M}{2r} .$

- L'énergie potentielle :  $E_p = -\frac{G.m.M}{r} + K$  où K est

position de la référence de l'énergie potentielle :

- L'énergie mécanique :  $E = E_c + E_p = \frac{GmM}{2r} - \frac{G.m.M}{r} + K = -\frac{G.m.M}{2r} + K$



## Exercice résolu

Un satellite ponctuel de masse  $m_s$  décrit une orbite circulaire d'altitude  $h$  autour de la terre assimilée à une sphère de rayon  $R_T$ .

1) Etablir l'expression de l'intensité  $g$  du vecteur champ de gravitation à l'altitude  $h$  en fonction de sa valeur  $g_0$  au niveau du sol, de  $R_T$  et de  $h$ .

2-1) Déterminer l'expression de  $V_s$  de la vitesse du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique.

2-2) AN :  $m_s=1020\text{Kg}$  ;  $g_0=9,8\text{m/s}^2$  ;  $R_T=6400\text{Km}$  ;  $h=400\text{Km}$

3) L'énergie potentielle de pesanteur dans le champ de gravitation terrestre à l'altitude  $h$  est donnée par la relation  $E_p = -\frac{GmM_T}{R_T + h}$ . Justifier le signe négatif et exprimer  $E_p$  en fonction de  $m_s$ ,  $g_0$ ,  $R_T$  et  $h$ .

Déterminer l'expression de l'énergie mécanique  $E$  du satellite, puis comparer  $E_p$  à  $E_c$  et  $E$  à  $E_c$

4) On fournit au satellite un supplément d'énergie  $\Delta E = +5.10^8\text{J}$ . Il prend une nouvelle orbite circulaire.

En utilisant les résultats précédents (établis à la question 3) déterminé :

4-1) Sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse.

4-2) Sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

## Solution

$$1) F = P \Rightarrow \frac{Gm_s M_T}{r^2} = m_s g \text{ donc } g = \frac{GM_T}{r^2} \text{ et } g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} \text{ d'où } g = g_0 \frac{R_T^2}{r^2} = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

2-1) Expression de  $V_s$

$$\sum \vec{F}_{\text{app}} = m_s \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m_s \vec{a}; \text{ Par projection sur la normale : } \frac{Gm_s M_T}{r^2} = \frac{m_s V_s^2}{r} \text{ d'où } V_s = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}$$

Expression de  $T$  :

$$V_s \cdot T = 2\pi(R_T + h) \Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T + h)}{R_T} \sqrt{\frac{R_T + h}{g_0}} = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}}$$

Expression de :  $E_c$

$$E_c = \frac{1}{2} m_s V_s^2 = \frac{1}{2} m R_T^2 \frac{g_0}{R_T + h}$$

AN :

$$V_s = 6400 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{9,8}{6400 \cdot 10^3 + 400 \cdot 10^3}} = 7,68 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{6400 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{(6400 \cdot 10^3 + 400 \cdot 10^3)^3}{9,8}} = 5558 \text{ s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 1020 \cdot (6400 \cdot 10^3)^2 \frac{9,8}{6400 \cdot 10^3 + 400 \cdot 10^3} = 3 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Expression de  $E_p$

$$E_p = -\frac{Gm_s M_T}{R_T + h} = -\frac{m_s g_0 R_T^2}{R_T + h}$$

Expression de  $E$  :

$$E = Ec + Ep = \frac{1}{2} m_s V^2 - \frac{m_s g_0 R_T^2}{R_T + h} = \frac{1}{2} m_s R_T^2 \frac{g_0}{R_T + h} - \frac{m_s g_0 R_T^2}{R_T + h} = -\frac{m_s g_0 R_T^2}{2(R_T + h)}$$

Comparaison :  $E_p = -2Ec$  et  $E = -Ec$

4-1)  $\Delta E = E_2 - E_1 = -Ec_2 + Ec_1$  donc :  $Ec_2 = Ec_1 - \Delta E$

AN :  $Ec_2 = 3.10^{10} - 5.10^8 = 2,95.10^{10} \text{ J}$

$$Ec_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2Ec_2}{m}} = \sqrt{\frac{2.2,95.10^{10}}{1020}} = 7,6.10^3 \text{ m/s}$$

4-2)  $E_p_2 = -2Ec_2 = -2.2,95.10^{10} = -5,9.10^{10} \text{ J}$

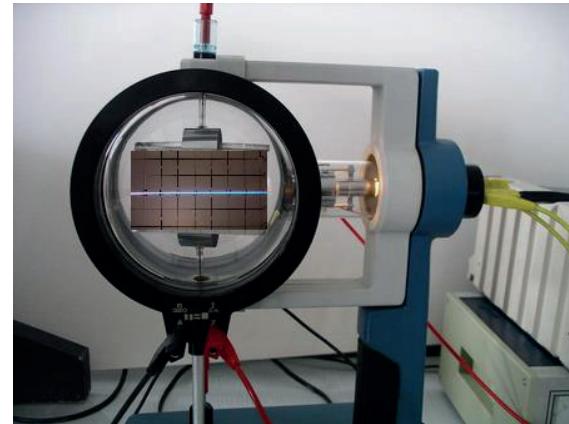
$$E_p_2 = -\frac{m_s g_0 R_T^2}{(R_T + h)} \Rightarrow h = -\frac{m_s g_0 R_T^2}{E_p_2} - R_T \Rightarrow h = -\frac{1020.9.8.(6400.103)^2}{5,9.10^{10}} - 6400.10^3 = 539,5 \text{ Km}$$

## V- Action d'un champ magnétique sur une particule chargée

### 1- Mise en évidence

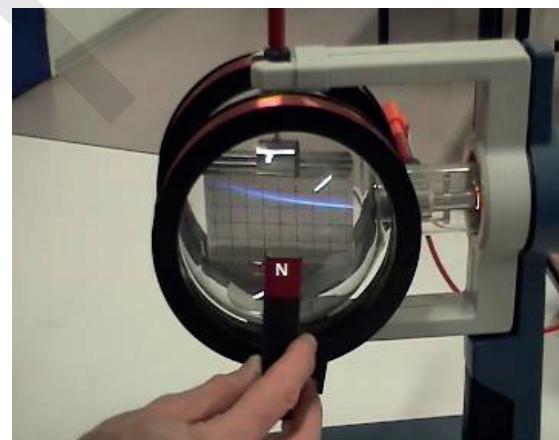
#### 1-1- Expérience 1

A l'intérieur d'un tube où règne un vide poussé, se trouve un canon à électrons, constitué d'un filament porté à incandescence et d'une anode munie d'un trou. L'anode est portée à une tension accélératrice  $U > 0$  par rapport au filament. Le filament chauffé émet des électrons (effet thermoélectronique) qui acquièrent une vitesse  $V$  dans le champ électrique régnant entre le filament et l'anode. Un grand nombre d'électrons passent par le trou et forment un faisceau électronique se dirigeant en ligne droite (en absence de forces) vers l'écran fluorescent. En heurtant l'écran à grande vitesse les électrons y produisent un spot lumineux.

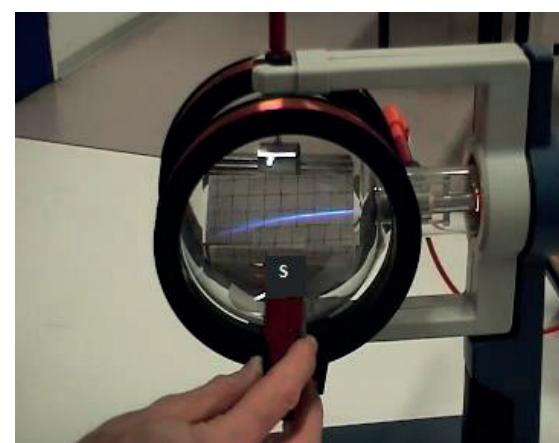


#### Observations

Lorsqu'on approche le pôle nord **N** d'un aimant droit du tube le spot est dévié sur l'écran, par rapport à sa position initiale, vers le haut

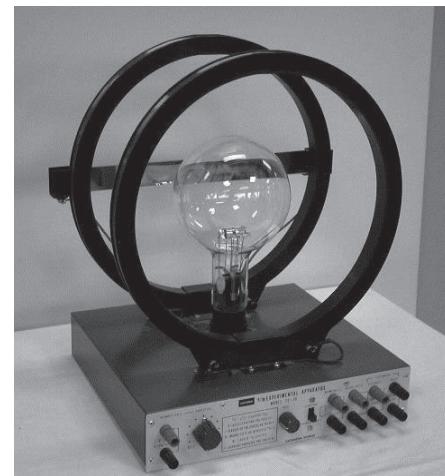


Lorsqu'on approche le pôle sud **S** de l'aimant droit du tube le spot est dévié sur l'écran, par rapport à sa position initiale, vers le bas



## 1-2-Expérience 2

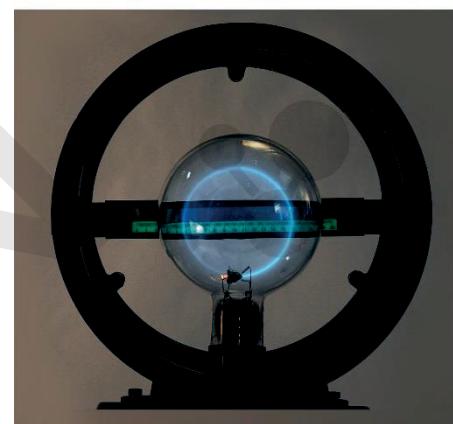
- Deux bobines de Helmholtz (deux bobines plates disposées parallèlement en regard, à la distance égale au rayon des bobines) créent un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme parallèle à l'axe des bobines.
- Un canon à électrons produit un faisceau d'électrons de vitesse  $\vec{V}$  à l'intérieur d'une ampoule de verre. Les molécules de gaz, excitées par des chocs avec les électrons, émettent ensuite un rayonnement lumineux permettant de visualiser la trajectoire du faisceau d'électrons.
- L'ampoule peut tourner autour d'un axe, de telle manière que l'angle  $\alpha$  entre la vitesse initiale  $\vec{V}$  des électrons et le champ puisse être variés.



### Observations

En présence d'un champ  $\vec{B} \perp \vec{V}$  les électrons décrivent une trajectoire circulaire. Plus le champ est intense, plus le rayon de la trajectoire est petit. Plus la vitesse des électrons est grande, plus le rayon est grand

En l'absence d'un champ  $\vec{B}$  ou avec  $\vec{B} / \parallel \vec{V}$  les électrons décrivent une trajectoire rectiligne.



## 1-3 - Interprétation des expériences :

En absence d'un champ  $\vec{B}$  il n'y a pas de forces s'exerçant sur les électrons.  
(Le poids des électrons peut être négligé).

En vertu du principe d'inertie le mouvement des électrons est rectiligne et uniforme.

En présence d'un champ  $\vec{B}$  une force magnétique s'exerce sur les électrons et dévie constamment leur direction. Cette force est toujours perpendiculaire à la vitesse. En plus la force est perpendiculaire au champ  $\vec{B}$ . Cette force augmente avec l'intensité du champ  $\vec{B}$  et dépend également de la vitesse  $V$  des électrons.

Lorsque  $\vec{V}$  et  $\vec{B}$  sont parallèles il n'y a pas de force magnétique.

## 2- Force de Lorentz

### 1-1- Définition

Lorsqu'une particule, portant une charge électrique  $q$  et animée d'une vitesse  $\vec{V}$ , pénètre dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , elle subit une force magnétique  $\vec{F}$  appelée force de Lorentz, donnée par la relation :  $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ .

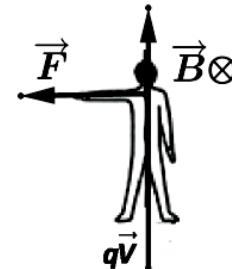
## 1-2- Caractéristiques de la force de Lorentz $\vec{F}$

- **Point d'application :** La particule.
- **Direction :**  $\vec{F} \perp \vec{V}$  et  $\vec{F} \perp \vec{B}$  donc  $\vec{F}$  perpendiculaire au plan formé par les vecteurs ( $\vec{V}$  et  $\vec{B}$ )
- **Sens :** Le sens  $\vec{F}$  est tel que le trièdre ( $q\vec{V}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{F}$ ) soit direct. Ce sens de peut être déterminé par plusieurs règles parmi lesquelles :

### • Règle de l'observateur d'Ampère

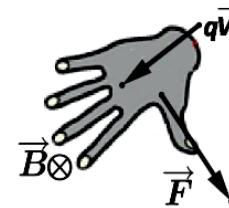
Un bonhomme d'Ampère se couche sur le vecteur  $q\vec{V}$

- \* Sa tête donne le sens de  $q\vec{V}$ .
- \* Il regarde dans le sens de  $\vec{B}$ .
- \* Son bras gauche indique le sens de  $\vec{F}$ .



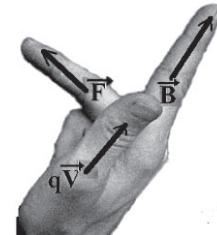
### • Règle de la main droite

- \* Les doigts indiquent le sens de  $q\vec{V}$ .
- \* La paume doit être tournée vers le sens de  $\vec{B}$ .
- \* Le pouce indique le sens de  $\vec{F}$ .



### • Règle des trois doigts de la main droite :

- \* Le pouce indique le sens de  $q\vec{V}$ .
- \* L'index indique le sens de  $\vec{B}$ .
- \* Le majeur indique le sens de  $\vec{F}$ .



**Remarque :** Si la charge  $q$  est négative, le sens du vecteur  $q\vec{V}$  est le contraire de celui de  $\vec{V}$

- Intensité :  $F = |q \cdot V \cdot B \sin(\vec{V}, \vec{B})|$ .

**Remarque :** Si  $\vec{V} \parallel \vec{B}$  alors  $\sin(\vec{V}, \vec{B}) = 0 \Rightarrow F = 0$

### Conventions :

Lorsqu'un vecteur est perpendiculaire au plan de la figure, on utilise les notations suivantes devant le symbole du vecteur :

- Si le vecteur entre dans le plan (entrant)  $\otimes$
- Si le vecteur sort du plan (sortant)  $\odot$

### 3 - Etude du mouvement

#### 3-1- Etude dynamique

À l'instant  $t = 0$ , une particule, de masse  $m$  et de charge supposée  $q > 0$ , pénètre en  $(O)$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0 \parallel (\text{O}x)$  dans une région où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B} \parallel (\text{O}z)$  comme l'indique la figure ci-dessous.

- ✓ Repère : on utilise la base de Freinet  $(\vec{t}, \vec{n})$  et le repère cartésien  $(O, x, y, z)$
- ✓ Les forces qui s'appliquent sur la particule sont :

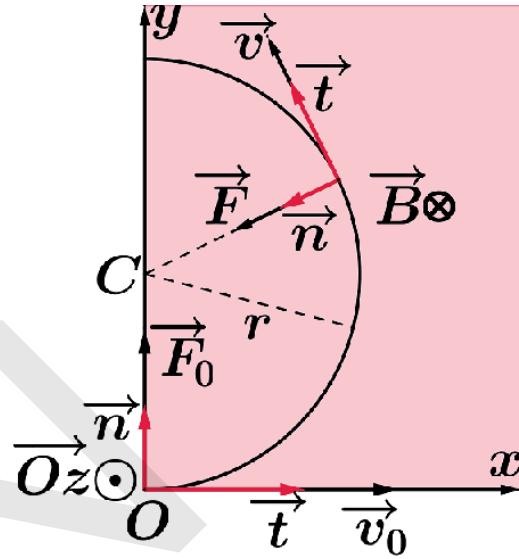
- \* Force de Lorentz :  $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$
- \* Le poids  $\vec{P}$  qui est négligeable devant  $\vec{F}$ .

- ✓ Les conditions initiales sont

$$\overrightarrow{OM_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases} \end{cases}$$

- ✓ L'application de la relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\sum \vec{F}_{ex} = \vec{F} + \vec{P}_{(\text{négligeable})} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m} \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$



##### • Nature du mouvement

A partir des caractéristiques du produit vectoriel on a :

$$* \vec{a} \perp \vec{B} ; \text{ comme } \vec{B} \parallel \vec{Oz} \text{ alors } \vec{a} \perp \vec{Oz} \Rightarrow a_z = 0 \Rightarrow V_z = cte = V_{0z} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_z = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \Rightarrow z = cte = z_0 = 0.$$

Donc le mouvement est plan ; son plan est perpendiculaire à  $\vec{Oz}$  donc perpendiculaire à  $\vec{B}$  en  $(O)$ . C'est le plan  $(O, x, y)$

$$* \vec{a} \perp \vec{V} \text{ comme } \vec{V} \parallel \vec{t} \text{ donc } a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte = V_0 \text{ donc le MVT est uniforme}$$

$$* \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n. \text{ Or, } a_t = 0, \text{ donc } \vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow a = a_n \Leftrightarrow \frac{|q| \cdot V_0 \cdot B}{m} = \frac{V_0^2}{r}, \text{ où } r \text{ est le rayon de la}$$

trajectoire, alors,  $r = \frac{m \cdot V_0}{|q| \cdot B} = cte$ .

Donc la trajectoire est circulaire et le mouvement est circulaire uniforme.

##### • Équation de la trajectoire

La trajectoire est circulaire dans le plan  $(O, x, y)$ ; son équation est de la forme :

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2. \text{ Tel que } C \text{ est le centre de la trajectoire.}$$

Pour déterminer la position du centre de la trajectoire  $C$  on tient compte que  $\vec{OC} \perp \vec{V}_0$

##### • Vitesse linéaire, vitesse angulaire, période et fréquence

Comme le rayon de la trajectoire est donné par l'expression :  $r = \frac{mV}{|q|B}$

- La vitesse linéaire de la particule se déduit :  $\mathbf{v} = \frac{|\mathbf{q}| \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{B}}{m}$ .
- La vitesse angulaire est liée à la vitesse linéaire par :  $\omega = \frac{\mathbf{v}}{r} \Rightarrow \omega = \frac{|\mathbf{q}| \cdot \mathbf{B}}{m}$ .
- La période est liée à la vitesse angulaire par :  $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m}{|\mathbf{q}| \cdot \mathbf{B}}$ .
- La fréquence est liée à la période par :  $f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{|\mathbf{q}| \cdot \mathbf{B}}{2\pi \cdot m}$ .

**Remarque :** Les expressions précédentes montrent que  $\omega$ ,  $T$  et  $f$  sont indépendants du rayon de la trajectoire  $r$  et de la vitesse de la particule  $\mathbf{v}$ .

### 3-2- Etude énergétique

D'après le théorème de l'énergie cinétique, on a :  $\Delta E_c = W_F = 0$  car  $\mathbf{v} = \text{cte}$

D'autre part la puissance de la force de Lorentz est  $P_F = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = 0$  car  $\mathbf{F} \perp \mathbf{v}$  alors  $W_F = 0$ .

## 4 - Applications de la force de Lorentz

### 4-1-Déflexion ou déviation magnétique

Dans une région de l'espace **PQRT**, de largeur  $PQ = \ell$  où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B} \odot$ , pénètre une particule, de masse  $m$  et de charge  $q > 0$ , animée d'une vitesse  $\vec{v}_o // Ox$ , au point **(O)**, et en sort au point **S** avec la vitesse  $\vec{v}_s$ . Voir figure ci-après

- **Le sens de déviation**

En **(O)** la particule subit une force magnétique force de Lorentz  $\vec{F}_o = q \vec{v}_o \wedge \vec{B}$ .

Comme  $q > 0$  cette force est dirigée vers le bas selon la R.M.D, comme l'indique la figure ci-dessous. Donc la particule est déviée vers le bas.

- **La déviation angulaire et la déviation linéaire**

On a montré que la trajectoire est un arc de cercle

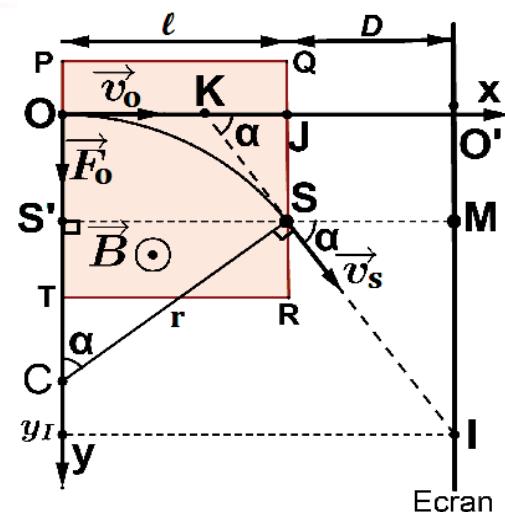
dans le plan **(O,x,y)** de rayon  $r = \frac{m \cdot v_o}{|q| \cdot B}$ .

Comme  $\vec{v}_o // Ox$  alors le centre **C** de l'arc se met sur l'axe **(Oy)** donc l'équation de la trajectoire est  $(x)^2 + (y - r)^2 = r^2$

- **La déviation angulaire à la sortie**  $\alpha = (\vec{v}_o \vec{v}_s)$

D'après la figure le triangle **CS'S'** est rectangle en **S'**.

$$\text{Donc, } \sin(\alpha) = \frac{x_s}{r} = \frac{S'S}{r} = \frac{\ell}{r} = \frac{\ell \cdot |q| \cdot B}{m \cdot v_o}$$



**Remarque :** Si  $r = \ell$  alors  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  la particule décrit un quart de cercle.

### ➤ La déviation linéaire sur l'écran

Après le point **S** la trajectoire devient rectiligne car la particule n'est plus soumise à aucune force (le poids est négligeable). On reçoit la particule sur un écran situé à la distance **D** de limite de la zone du champ magnétique

La déviation linéaire sur l'écran **O'I** est la distance correspondante à la déviation angulaire à la sortie.

D'après la figure ;  $O'I = O'M + MI = y_s + D \tan(\alpha)$  avec  $y_s = r - r \cos(\alpha)$

## 4-2- Spectrographe de masses

Le spectrographe de masse est un dispositif utilisé pour la séparation des isotopes d'un même élément chimique, il est constitué d'une chambre d'ionisation, une chambre d'accélération et une chambre de séparation.

- **Chambre d'ionisation**

Dans cette chambre, les atomes s'ionisent en donnant des ions portant des charges identiques supposées positives  $q > 0$  mais de masses différentes  $m_1$  et  $m_2$

- **Chambre d'accélération**

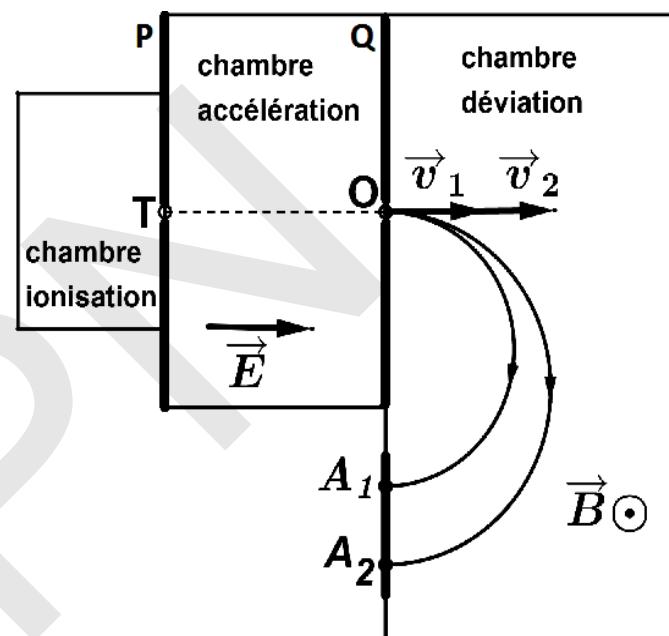
Les ions formés entrent dans la chambre d'accélération par le trou **T** avec une vitesse supposée nulle et ils sont accélérés par une tension  $U = U_{PQ} > 0$  appliquée entre deux plaques **P** et **Q** pour arriver en **O** animés des vitesses  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$ .

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre **O** et **O'** (dans le champ électrique) où ils s'exercent sur chaque ion la force électrostatique et son poids qui est négligeables, on obtient :  $\frac{1}{2}mV_o^2 - \frac{1}{2}mV_T^2 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mV_o^2 = qU \Rightarrow V_o = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ .

$$\text{pour l'ion de masse } m_1 \rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$$

donc :

$$\text{pour l'ion de masse } m_2 \rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$$



- **Chambre de déviation ou de séparation**

Les ions pénètrent ensuite avec les vitesses précédentes dans la chambre de séparation où ils subissent l'action d'un champ magnétique  $\vec{B} \odot$  perpendiculaire aux vitesses  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  comme dans la figure ci-avant.

Les ions se dévient en décrivant des demi cercles de rayons  $r_1$  et  $r_2$  différents selon leur masse.

Dans la zone de réception, une plaque détectrice permet donc de recevoir les ions en différents points **A<sub>1</sub>** et **A<sub>2</sub>**

On a déjà montré que le mouvement dans le champ magnétique est circulaire uniforme de rayon  $r = \frac{m \cdot V_0}{q \cdot B}$  en remplaçant la vitesse  $V_0$  par son expression précédente on obtient :

$$r = \frac{m \cdot \sqrt{\frac{2qU}{m}}}{q \cdot B} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{2m \cdot U}{q \cdot B^2}}. \text{ Donc } \begin{cases} \text{pour l'ion de masse } m_1 \rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{2U}{q \cdot B^2}} \sqrt{m_1} \\ \text{pour l'ion de masse } m_2 \rightarrow r_2 = \sqrt{\frac{2U}{q \cdot B^2}} \sqrt{m_2} \end{cases}.$$

Si **D<sub>1</sub>** et **D<sub>2</sub>** sont les diamètres respectifs des deux trajectoires des deux ions de masse **m<sub>1</sub>** et **m<sub>2</sub>** dans le champ magnétique on trouve :

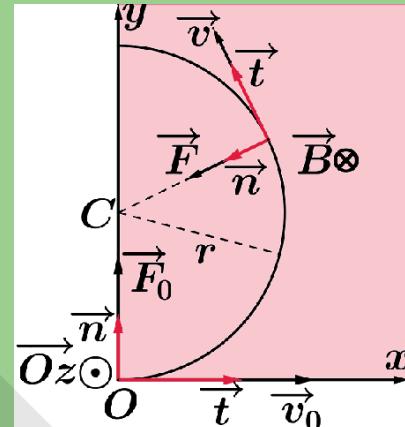
$$D_1 = 2r_1 = 2\sqrt{\frac{2U}{q \cdot B^2}} \sqrt{m_1} \quad \text{et} \quad D_2 = 2r_2 = 2\sqrt{\frac{2U}{q \cdot B^2}} \sqrt{m_2}$$

Et nous pouvons déterminer la distance séparant les points d'impacts des deux ions sur la plaque détectrice :  $A_1 A_2 = |D_1 - D_2| = \sqrt{\frac{8U}{q \cdot B^2}} |\sqrt{m_1} - \sqrt{m_2}|$ .

# Essentiel

Si une particule, portant une charge électrique  $q$  et animée d'une vitesse  $\vec{V}$ , pénètre dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , elle subit une force magnétique  $\vec{F}$  appelée force de Lorentz, donnée par la relation :  $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ .

- Les caractéristiques de la force de Lorentz  $\vec{F}$
- Point d'application : La particule.
- Direction :  $\vec{F} \perp \vec{V}$  et  $\vec{F} \perp \vec{B}$  donc perpendiculaire au plan ( $\vec{V}$  et  $\vec{B}$ )
- Sens : Le sens  $\vec{F}$  est tel que le trièdre  $(q\vec{V}, \vec{B}, \vec{F})$  soit direct.
- Intensité :  $F = |q.V.B \sin(\vec{V}\vec{B})|$



Si à l'instant  $t = 0$ , une particule, de masse  $m$  et de charge supposée  $q > 0$ , pénètre en  $(O)$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0 // (Ox)$  dans une région où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B} // (Oz)$  comme l'indique la figure ci-contre.

- Les conditions initiales sont  $\overrightarrow{OM_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$  et  $\overrightarrow{v_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$
- La RFD donne :  $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m} \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$
- \*  $\vec{a} \perp \vec{B}$  ; comme  $\vec{B} // \overrightarrow{Oz}$  alors  $\vec{a} \perp \overrightarrow{Oz} \Rightarrow a_z = 0 \Rightarrow V_z = cte = V_{0z} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_z = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \Rightarrow z = cte = z_0 = 0$ .

Donc le mouvement est plan et se fait dans le plan  $(O, x, y)$

- \*  $\vec{a} \perp \vec{V}$  comme  $\vec{V} // \vec{t}$  donc  $a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = cte = V_0$  donc le MVT est uniforme
- \*  $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ . Or,  $a_t = 0$ , donc  $\vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow a = a_n \Leftrightarrow \frac{|q| \cdot V_0 \cdot B}{m} = \frac{V_0^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m \cdot V_0}{|q| \cdot B} = cte$ .

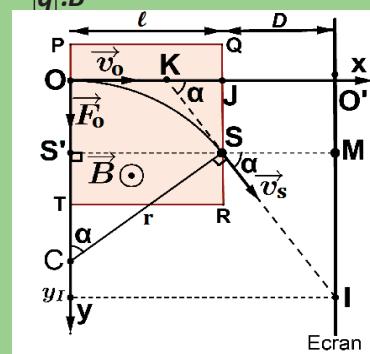
Donc la trajectoire est circulaire dans le plan  $(O, x, y)$ ;

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2.$$

- La déviation angulaire  $\alpha = \vec{v}_0, \vec{v}_s$ . D'après la figure

le triangle CSS' est rectangle en S' donc  $\sin \alpha = \frac{x_s}{r} = \frac{\ell \cdot |q| \cdot B}{m \cdot V_0}$

- La déviation linéaire  $O'I$  est la distance correspondante à la déviation angulaire sur l'écran.  $O'I = O'M + MI = y_s + D \tan(\alpha)$  avec  $y_s = r - r \cos(\alpha)$



## Exercice résolu

Dans tout l'exercice les ions se déplacent dans le vide et leur poids est négligeable devant les autres forces. On cherche à identifier les isotopes de l'hydrogène.

1-Dans la chambre d'ionisation d'un spectrographe de masse, les atomes d'hydrogène sont transformés en ions  $H^+$ . Chaque ion, de masse m et de charge q, sort de la chambre d'ionisation avec une vitesse quasiment nulle et est accéléré entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  par une tension

$U = V_{P_1} - V_{P_2}$ , de valeur réglable. Ces ions sont ensuite déviés entre E et S par un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ . Ils sont enfin recueillis à l'entrée fixe C d'un collecteur à la sortie du champ magnétique.

a-Etablir en fonction de la charge q, de la masse m de l'ion  $H^+$  et de la tension U l'expression de la vitesse V avec laquelle un ion hydrogène pénètre en E dans le domaine du champ magnétique.

b-Montrer que la portion (E, S) de la trajectoire de chaque ion est un arc de cercle de centre O et de rayon R. On exprimera ce rayon R en fonction de la charge q, de la vitesse V de l'intensité B du champ magnétique et de la masse m puis en fonction de q, B, de la tension U et m.

c-Etablir l'expression de la durée  $\tau$  de la traversée de l'espace champ magnétique par les ions en fonction de q, B, m et de l'angle  $\beta = (\text{EOS})$ .

2-La chambre d'ionisation contient un mélange d'isotopes de l'hydrogène. Tous les ions que l'on veut recueillir dans le collecteur doivent suivre le même trajet (IFESC).

a-Pour que les ions  ${}^1H^+$  soient collectés en C, il faut donner à la tension réglable, la valeur  $U_0 = 8025 \text{ V}$ . Calculer le rayon de leur trajectoire dans le champ magnétique d'intensité  $B = 0,5 \text{ T}$ .

b-Pour recueillir les autres isotopes de l'hydrogène dans le collecteur en C suivant le même trajet, il faut donner à la tension réglable, des valeurs comprises entre  $U_1 = 2675 \text{ V}$  et  $U_2 = 5350 \text{ V}$ . En déduire les valeurs des nombres de masse des autres isotopes de l'hydrogène.

3-Les points F, O et C se trouvent sur une même droite.

$$\text{Etablir la relation : } D = \frac{4}{B} \sqrt{\frac{mU}{q(1 - \cos \beta)}} \text{ avec } D = FC.$$

## Solution

### 1-a)

$$T.E.Centre P_1 et P_2 : \frac{1}{2}mV^2 - 0 = W(\vec{F})_{P_1 \rightarrow P_2} = qU \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

$$\text{b-} \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{V} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V} \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{Cte}$$

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{V} \wedge \vec{B} \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n \quad a = \frac{|q|VB}{m} \text{ et } a_n = \frac{V^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{mV}{|q|B} = Cte$$

**(ES) est un arc de cercle de rayon**  $R = \frac{mV}{|q|B}$

$$R = \frac{mV}{qB} \text{ et } V = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \Rightarrow R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

$$\mathbf{c-} ES = R\beta = \tau \cdot V \Rightarrow \tau = \frac{R\beta}{V} = \frac{\beta mV}{V \cdot q \cdot B} \Rightarrow \tau = \frac{m\beta}{q \cdot B}$$

$$\mathbf{2-a)} R = \frac{mV}{|q|B} \text{ or } V = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \Rightarrow R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U}{q}} = \frac{1}{0,5} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 8025}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 2,6cm$$

$$\mathbf{b-} R^2 = \frac{2 \cdot m \cdot U_1}{qB^2} = \frac{2 \cdot A_1 \cdot u \cdot U_1}{qB^2} \Rightarrow A_1 = \frac{R^2 \cdot q \cdot B^2}{2 \cdot u \cdot U_1} \quad A_1 = \frac{0,0258^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (0,5)^2}{2,166 \cdot 10^{-27} \cdot 2675} \quad A_1 = 3 \quad A_2 = 2$$

**3-**

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{R}{OF} = \frac{R}{OC}; \left\{ \begin{array}{l} \cos \beta = \cos^2(\frac{\beta}{2}) - \sin^2(\frac{\beta}{2}) \\ 1 = \cos^2(\frac{\beta}{2}) + \sin^2(\frac{\beta}{2}) \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - \cos \beta = 2 \sin^2(\frac{\beta}{2})$$

$$D = OF + OC = 2OF \text{ or } OF = \frac{R}{\sin(\frac{\beta}{2})} = \frac{D}{2} \Rightarrow \sin(\frac{\beta}{2}) = \frac{2R}{D} \text{ on tire : } (\sin \frac{\beta}{2})^2 = (\frac{2R}{D})^2$$

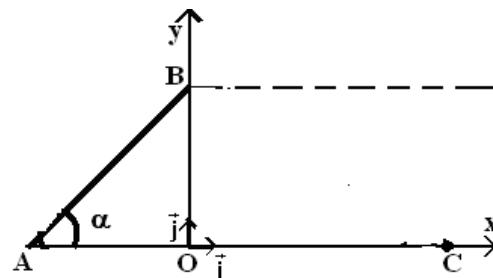
$$1 - \cos \beta = 2 \cdot (\frac{2R}{D})^2 = \frac{8R^2}{D^2} \text{ or } R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U}{q}} \text{ on tire } D = \frac{4}{B} \sqrt{\frac{m \cdot U}{q(1 - \cos \beta)}}$$

## Exercices

### Exercice 1

On lance un solide S de masse  $m=400\text{g}$  à partir d'un point A avec la vitesse  $V_A=4\text{m/s}$  sur un plan AB incliné d'un angle  $\alpha=30^\circ$ . On prendra  $g=10\text{m/s}^2$ ;  $AB=0,7\text{m}$

- 1- On néglige les frottements sur AB.
- 1.1- Donner l'expression de l'accélération du solide S et calculer sa valeur.
- 1.2 -Calculer la vitesse au point B.
- 1.3- Calculer le temps mis entre A et B.



- 2 - On considère que les frottements sur AB équivalent à une force  $\vec{f}$  tangente à la trajectoire et de sens opposé au mouvement. Le solide S arrive au point B avec la vitesse  $V_B=2\text{m/s}$ .
- 2.1- Déterminer la valeur de la force de frottement.
- 2.2- Déterminer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB sur le solide.
- 3- Le solide quitte le plan incliné AB au point B avec la vitesse  $V_B=2\text{m/s}$  et effectue un mouvement aérien pour tomber au point C.
- 3.1- Ecrire dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  l'équation de la trajectoire du saut entre B et C.
- 3.2- Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire du saut.
- 3.3- Déterminer les coordonnées du point C et en déduire la valeur de la distance BC.

### Exercice 2

Un mobile de masse  $m=0,8\text{kg}$  se trouvant sur une table horizontale est soumis à une force constante et parallèle au support de valeur  $F=1\text{N}$ .

Les forces de frottements équivalent à une force constante  $\vec{f}$  parallèle à la vitesse et de sens opposé. On enregistre les positions successives du mobile toutes les 60ms (voir l'enregistrement).

- 1 -Déterminer la vitesse du mobile aux points :  $A_1 ; A_2 ; A_3 ; A_4 ; A_5$  et  $A_6$ . Donner les résultats sous forme d'un tableau.

$x_{A_0}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$x'$
9	21,6	37,8	57,6	81	108		138,6	mm

- 2- On choisit comme origine des temps l'instant de passage du mobile par le point  $A_0$ .

Représenter graphiquement la vitesse en fonction du temps.

On donne l'échelle :  $1\text{cm} \rightarrow 60\text{ms}$  et  $1\text{cm} \rightarrow 0.12\text{m/s}$

- 3 -Déterminer la valeur de la force  $\vec{f}$  en utilisant la relation fondamentale de la dynamique.

- 4 -Déterminer la valeur de cette force  $\vec{f}$  en utilisant le théorème de l'énergie mécanique entre les points  $A_1$  et  $A_6$ .

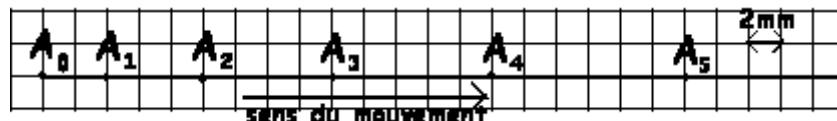
### Exercice 3

Un solide S de masse  $m=200\text{g}$  se déplace sur une piste ABC, constituée d'une partie rectiligne et horizontale AB = 1,6m et d'une partie curviligne BC de centre O et de rayon  $r=0,7\text{m}$ .

Le solide quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force constante  $\vec{F}$  qui ne s'exerce qu'entre A et B (figure 1).

On enregistre à des intervalles de temps réguliers  $\tau = 20\text{ms}$  les positions occupées par le solide et on obtient

l'enregistrement de la figure ci-contre :



1.1 -Déterminer la nature du mouvement et calculer la valeur expérimentale de son accélération.

1.2- Sachant que la valeur de la force  $\vec{F}$  est  $F = 2\text{N}$ , dire est ce que le mouvement se fait sans frottement ou avec frottement. Déterminer la valeur de la réaction exercée par la piste sur le solide ainsi que l'angle  $\beta$  qu'elle fait avec la verticale.

1.3- Calculer la valeur de la vitesse au point B.

2 -Le solide continue son mouvement sans frottement sur la partie curviligne BC.

2.1- Déterminer les caractéristiques de la vitesse au point C.

2.2 -Calculer la valeur de la réaction  $\vec{R}_C$  qu'exerce la piste sur le solide au point C

3 -Le solide quitte la piste au point C avec la vitesse  $\vec{V}_C$  et effectue un mouvement aérien avant d'atterrir au point D.

3.1- Déterminer l'équation de la trajectoire dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

3.2- déterminer les coordonnées des points le plus haut et le plus bas de la trajectoire.

### Exercice 4

Les forces de frottements ne s'exercent qu'entre B et D. On prendra  $g = 10\text{m/s}^2$

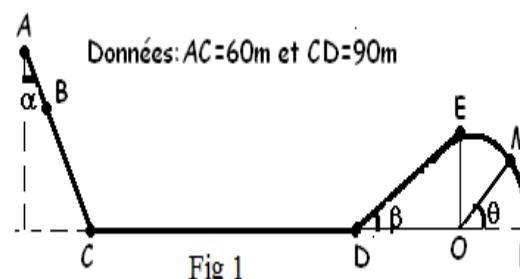
Un mobile de masse  $m = 500\text{g}$  se déplace sur le trajet ayant la forme donnée par la fig1.

Le mobile commence sa course au sommet A de la partie rectiligne AC qui fait un angle  $\alpha = 60^\circ$  avec la verticale et arrive au point B avec la vitesse  $V_B = 10\text{m/s}$ .

1 -Entre les points B et C s'exerce une force

de frottement  $\vec{f}_1$  qui ralentit le mouvement. Déterminer l'intensité de cette force  $f_1$  pour que le mobile arrive en C avec une vitesse de valeur double de  $V_B$ .

2 -Déterminer la valeur de la vitesse au point D si la force de frottement s'exerçant sur la partie horizontale CD représente le sixième du poids du mobile.



- 3- Le mobile aborde alors la partie **DE** qui fait un angle  $\beta = 10^\circ$  avec l'horizontale.  
 Déterminer la longueur **I** de cette partie pour que le mobile arrive en **E** avec une vitesse pratiquement nulle.
- 4 -Arrivé au point **E** le mobile glisse sans frottement sur le quart du cercle **EF** de rayon **r** et de centre **O** situé sur la même horizontale **CDF**.
- 4.1 -La position du mobile est repérée par l'angle  $\theta = (\vec{OF}, \vec{OM})$ . Exprimer la vitesse au point **M** en fonction de  $\theta$ , **I**,  $\beta$  et  $g$
- 4.2 - Exprimer en fonction de  $\theta$ , **m** et **g** la valeur de la réaction de la piste sur le mobile au point **M**.

### Exercice 5

Un mobile de masse **m** remonte le long de la ligne de plus grande pente d'un plan AO incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale. Ce mobile est lancé à partir du point A avec la vitesse initiale  $V_A=6\text{m/s}$ . L'enregistrement du mouvement du centre d'inertie a été déclenché à une date que l'on prend comme origine des dates.

Le tableau suivant donne les abscisses **x** du centre d'inertie sur sa trajectoire en fonction du temps :

<b>t(s)</b>	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
<b>x(m)</b>	0	0,57	1,08	1,53	1,92	2,25	2,52	2,73

1 - Calculer les valeurs des vitesses aux dates  $t=0,1\text{s} ; 0,2\text{s} ; 0,3\text{s} ; 0,4\text{s}$ .

2 - Calculer les accélérations du mobile aux dates  $0,2\text{s} ; 0,3\text{s}$ .

En déduire la nature du mouvement.

3- On suppose que les frottements sont négligeables. Etablir l'expression de l'accélération du mobile et en déduire la valeur de l'angle  $\alpha$ .

4- En fait la mesure direct de  $\alpha$  donne  $60^\circ$ .

Donner alors la valeur de la réaction  $\vec{R}$  exercée sur le mobile.

5- Arrivé avec la vitesse  $V_0=0,6\text{m/s}$  au point O, situé à la hauteur **h** au dessus du sol, le mobile continue son mouvement dans le vide.

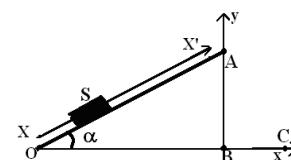
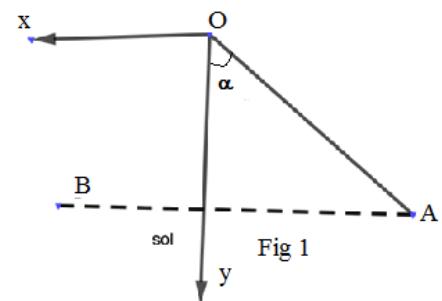
5.1- Ecrire dans le repère  $(O,x,y)$  l'équation de la trajectoire du mouvement à partir du point O.

5.2- Calculer la vitesse au sommet S de la trajectoire.

5.3- Calculer la hauteur maximale atteinte par le mobile au dessus du sol ainsi que l'abscisse du point B de chute. On prendra  $m=200\text{g}$  ;  $h=1,5\text{m}$  et  $g=10\text{m/s}^2$

### Exercice 6

On lance un solide S de masse  $m=100\text{g}$  avec une vitesse initiale  $V_0$  à partir du point O origine des abscisses de l'axe XX' confondu avec la ligne de plus grande pente d'un plan OA incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale.



Un dispositif permet de mesurer les vitesses  $V$  à différentes positions d'abscisses  $x$  lors du mouvement du solide.

1 -La courbe représente les variations  $V^2=f(x)$  lorsque les frottements sont négligeables.

1.1 -Etudier le mouvement du solide S sur le plan OA.

1.2- Ecrire la relation théorique liant  $V^2$  et l'abscisse  $x$ .

1.3 -En utilisant la courbe, en déduire :

1.3.1- La valeur de l'angle  $\alpha$ .

1.3.2- La valeur de la vitesse initiale  $V_0$ .

2 -Les frottements équivalent à une force constante et opposée au sens du mouvement.

2.1 -Etablir la nouvelle expression de l'accélération  $a'$  du centre d'inertie du mobile

2.2- Calculer l'intensité de la force de frottement sachant que l'énergie cinétique du solide est  $0,2j$  quand il parcourt la distance  $x=OA=0,4m$ .

3- Arrivé au point A, le mobile continue son mouvement dans le vide.

3.1 -Ecrire dans le repère ( $B ; x ; y$ ) l'équation de la trajectoire du mouvement du mobile à partir du point A.

3.2 -Calculer les coordonnées du point C de chute.

### Exercice 7

Un skieur de masse  $m = 80\text{kg}$  est mis en mouvement, à partir de sa position de repos en O à l'aide d'un câble, sur une piste inclinée d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale. La tension du câble est représentée par une force  $\vec{F}$  dont la droite d'action est parallèle à la ligne de plus grande pente (fig1).

Les frottements exercés par la piste sur le skieur sont équivalents à une force  $\vec{f}$  de valeur constante et de sens opposé au déplacement. Lorsqu'il atteint la position A d'abscisse  $x_A = 100\text{m}$ , le câble casse ; l'énergie cinétique du skieur s'annule alors en C d'abscisse  $x_C = 120\text{m}$ .

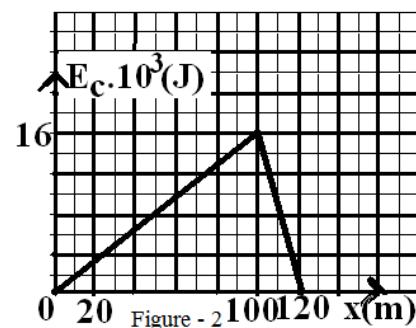
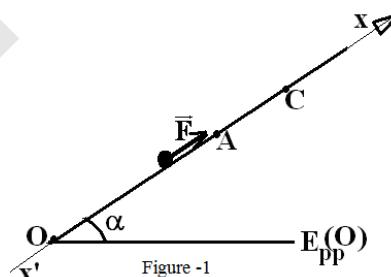
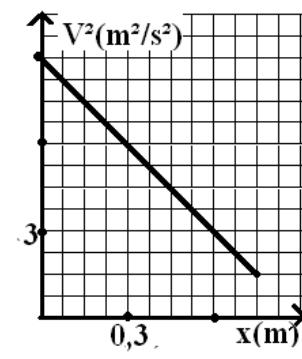
Un dispositif de mesure approprié permet de tracer le diagramme de l'énergie cinétique  $E_C$  du skieur en fonction de l'abscisse  $x$  de son centre d'inertie par rapport au repère  $x'x$  d'origine O (fig2).

1.1 - Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

1.2 - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système {skieur} :

1.2.1- Donner l'expression de l'énergie cinétique  $E_C$  en fonction de  $x$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $f$ ,  $F$  et  $\alpha$ , dans l'intervalle  $[0 ; 100\text{m}]$ .

1.2.2- Donner l'expression de cette énergie cinétique  $E'_C$  en fonction de  $x$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $f$  et  $\alpha$ , dans l'intervalle  $[100\text{m} ; 120\text{m}]$ .



1.3- En déduire les valeurs de  $f$  et  $F$ .

2 -Une fois arrivée en C, préciser en le justifiant que le skieur se maintient en équilibre.

Déterminer alors les caractéristiques de la réaction totale  $\vec{R}$  exercée par la piste sur le skieur au point C.

3- En appliquant le théorème de l'énergie mécanique au système {skieur + terre} déterminer la valeur  $E_{PP}(O)$  de l'énergie potentielle de pesanteur au point O.

### Exercice 8

On étudie le mouvement d'un solide S sur une piste,

constituée d'une partie rectiligne AB=  $\ell$  et d'une partie BC représentant la moitié d'un cercle de centre O et de rayon r fig 1.

On exerce entre A et B sur le solide S, qui était au repos en A, une force  $\vec{F}$  horizontale d'intensité constante.

1 -Déterminer la nature du mouvement entre A et B et

exprimer en fonction de F,  $\ell$  et m la vitesse  $V_B$  du solide au point B

2 -Déterminer en fonction de F,  $\ell$ , m, r, g et  $\theta$   
l'expression de la vitesse au point M défini par l'angle  
 $\theta = (\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OM})$ .

3-Déterminer en fonction de F,  $\ell$ , m, r, g et  $\theta$   
l'expression de la réaction R au point M.

Calculer la valeur minimale  $F_m$  de F qui permet que S atteigne le point C.

4 -On donne à F la valeur  $F_0=7/3$  N.

4.1- Déterminer l'angle  $\theta_0 = (\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OD})$  qui permet de déterminer la position du point D où le solide S perd contact avec la piste. Calculer la vitesse  $V_D$  en ce point D.

4.2- Etablir dans le repère (D ; x ; y) de la fig 2 l'équation de la trajectoire du solide S.

4.3 Calculer l'abscisse du point I d'impact du solide S sur le plan horizontal AB.

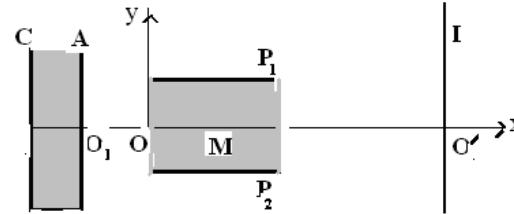
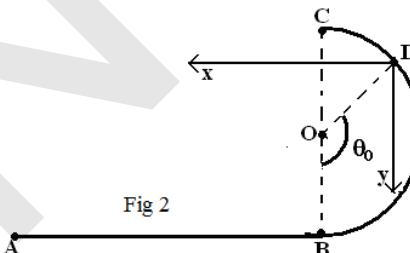
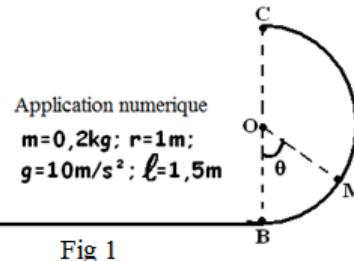
### Exercice 9

1- Un faisceau d'électrons est émis dans le vide avec une vitesse initiale négligeable par une cathode C et est accéléré par une tension  $U_0$  appliquée entre l'anode A et la cathode C . La plaque de l'anode est percée d'un trou  $O_1$  comme l'indique la fig.

a- Exprimer littéralement la vitesse  $V_1$  des électrons lorsqu'ils traversent le trou  $O_1$  et calculer leur vitesse pour  $U_0 = 1000V$ .

b- Quelle est la nature de leur mouvement après la traversée de  $O_1$  ?

2- Les électrons pénètrent en suite au point O entre les armatures  $P_1$  et  $P_2$  d'un condensateur plan de longueur l et distantes de d. La tension entre les armatures est  $U_{P1P2} = + 100V$ .



- a- Quelle est la vitesse  $V_0$  des électrons à leur entrée dans le condensateur ?  
b- Etudier le mouvement des électrons dans le condensateur plan et en déduire l'équation de la trajectoire des électrons. On raisonnera dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Représenter sur un schéma la trajectoire des électrons. Vont-ils pouvoir atteindre l'écran E sans toucher l'une des plaques  $P_1, P_2$  ?  
3- A la sortie du condensateur, le faisceau d'électrons arrive sur un écran fluorescent noté E de centre  $O'$ , situé à la distance  $L$  du point M milieu de OO'. Soit I le pt d'impact de ce faisceau sur l'écran. Quelle est la déviation  $O'I$  du spot sur l'écran ?  
A.N:  $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $d = 2 \text{ cm}$ ;  $l = 6 \text{ cm}$  et  $L = 12 \text{ cm}$ .

### Exercice 10

La cathode C d'un oscilloscope émet des électrons dont la vitesse à la sortie du métal est négligeable. Ces électrons traversent ensuite une anode P, en un point  $O_1$ .

1- On établit une tension  $U_0 = V_P - V_C$

a- Déterminer l'expression de la vitesse  $v_0$  des électrons à leur passage en  $O_1$ . A .N :  $U_0 = 1000 \text{ V}$ .

b- Quelle est la nature du mouvement des électrons après P.

2- Les électrons constituant un faisceau homocinétique, pénètrent au point O entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur plan. Les armatures distantes de  $d$  ont une longueur  $l$ .

On établit entre ses armatures une tension  $U_{AB}$ . On étudie le mouvement entre AB.

Déterminer l'expression de la trajectoire dans le repère  $(O, x, y)$ .

Exprimer la condition que doit vérifier  $U_{AB}$  pour que les électrons sortent du condensateur.

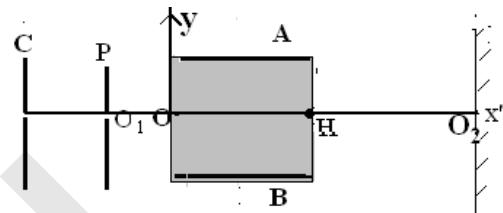
On donne  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $l = 10 \text{ cm}$ . Faire l'A.N

3 - Le faisceau arrive ensuite sur un écran fluorescent E situé à la distance  $L = 20 \text{ cm}$  du centre de symétrie I du condensateur.

Montrer que le faisceau forme un point lumineux (spot)  $O_2$  au centre de l'écran quand

$U_{AB} = 0$  et déterminer le déplacement  $Y = O_2M$  du spot sur l'écran quand

$U_{AB} = 200 \text{ V}$ .



### Exercice 11

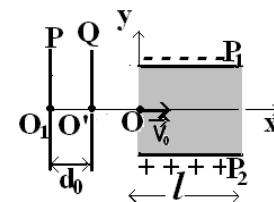
Les ions  $^{40}\text{Ca}^{2+}$  quittent la chambre d'ionisation au point  $O'$  sans vitesse initiale grâce à un champ électrique  $\vec{E}_0$  existant entre deux plaques P et Q telle que  $U_0 = U_{PQ} = 500 \text{ V}$ .

1.1- Déterminer le sens du champ  $\vec{E}_0$  régnant entre P et Q et

calculer sa valeur si  $d_0 = 5 \text{ cm}$ .

1.2- Calculer la vitesse  $V_0$  des ions lorsqu'ils arrivent en  $O'$ .

2- Sachant qu'il n'existe aucun champ entre  $O'$  et O, déterminer la nature du mouvement des ions entre ces deux points.



3 -Les ions pénètrent au point O dans un autre champ électrique  $\vec{E}$  créé entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  distantes de  $d$  et de longueur  $l$  chacune.

3.1- Trouver l'équation de la trajectoire dans le repère  $(O ; x ; y)$  et préciser sa nature.

3.2- Déterminer les coordonnées du point de sortie S.

3.3- Déterminer l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur  $\vec{V}_S$  et en déduire l'angle  $\alpha$  que fait ce vecteur avec l'horizontale.

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} C; l = 10 \text{ cm}; m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; E = 10^3 \text{ V/m.}$$

### Exercice 12

Des électrons sont émis avec une vitesse initiale négligeable par un filament F chauffé.

1- On établit une tension  $U_1 = V_P - V_F$  entre le filament F et une plaque P disposée parallèlement à celui-ci. Il en résulte un champ électrostatique uniforme  $\vec{E}_1$  régnant entre F et P.

Les électrons arrivent alors en P avec une vitesse  $\vec{V}_0$  de module  $V_0 = 0,53 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  (voir schéma).

Préciser le signe de  $U_1$  et calculer sa valeur.

On donne :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

2- La plaque P a un trou qui laisse passer les électrons.

On dispose deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  perpendiculairement au plan  $xOy$  (voir schéma). Les électrons pénètrent entre les plaques en O animés de la vitesse  $\vec{V}_0$  parallèle à  $Ox$ .

On applique entre  $P_1$  et  $P_2$  une tension  $U_2 = V_{P_2} - V_{P_1} = 300 \text{ V}$  et on donne  $l = 6 \text{ cm}$  et

$$d = 1,5 \text{ cm.}$$

2.1- Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement d'un électron entre  $P_1$  et  $P_2$ .

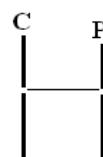
2.2- Quelle est la déviation linéaire AB des électrons à la sortie des plaques ? Quelle est la valeur de la déviation angulaire  $\alpha$  ?

2.3- Trouver la nature du mouvement d'un électron après B et déterminer l'équation de sa trajectoire.

2.4- Calculer les coordonnées du point d'impact des électrons sur l'écran E parallèle à  $(Oy)$  et placé à 46cm de A.

### Exercice 13

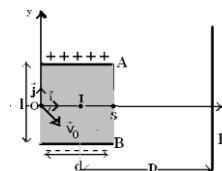
1- Dans un tube sous vide un électron est émis sans vitesse initiale par une cathode C et est accéléré par une tension U positive appliquée entre la cathode C et une plaque P.



Calculer l'énergie cinétique de l'électron à son arrivée sur la plaque P. En déduire la valeur de sa vitesse  $\vec{V}_0$  à son arrivée sur la plaque P.

2- L'électron pénètre en O avec la vitesse  $\vec{V}_0$  dans l'espace séparant les armatures A et B d'un condensateur plan.

Soit d la longueur de ces armatures, l leur écartement, D la distance du centre I du condensateur à un écran fluorescent E et U' la tension entre les armatures A et B.



2.1- La vitesse est contenue dans le plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  et fait un angle  $\alpha$  avec Ox comme l'indique la figure. Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures A et B.

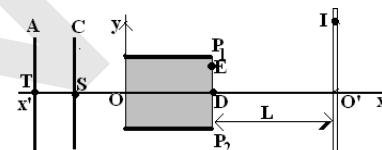
2.2- Etablir la relation qui doit lier l'angle  $\alpha$  avec les grandeurs U, U', d et l pour que l'électron passe par le point S. Calculer alors la valeur correspondante de l'angle  $\alpha$ .

3 -L'électron pénètre maintenant dans le condensateur avec une vitesse  $\vec{V}_0$  parallèle à  $\vec{i}$  de même sens. Un écran vertical est placé à 20cm du point d'intersection I entre la tangente et l'axe Ox. Calculer la déviation  $y_M$  sur l'écran.

$$U=1000V; U'=120V; q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}C; m = 9,1 \cdot 10^{-31} kg; d = 6 cm; l = 2 cm; D = 30 cm$$

#### Exercice 14

On dispose d'un appareil permettant de produire les ions  $^{4}_{2}\text{He}^{2+}$  dans le vide.



Les ions qui sortent d'un trou T sans vitesse initiale sont accélérés par une ddp

$$U_0 = V_A - V_C$$
 appliquée entre 2 plaques verticales A et C distantes de  $d_0$ .

1 -Donner l'expression de la vitesse des ions au point de sortie S.

2 -A leur sortie de S, les ions se déplacent suivant l'axe xx' pour pénétrer dans un champ électrique créé entre deux plaques P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub> entre lesquelles existe une ddp U. La longueur des plaques est l et leur distance est d.

2.1- Expliquer pourquoi la vitesse  $V_0$  au point O est égale à la vitesse  $V_S$ .

2.2 -Etudier le mouvement entre les plaques P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub> et calculer la distance DE.

3- On suppose que les ions après leur sortie par la position E, heurtent au point I un écran vertical distant des plaques de L.

3.1-Préciser la relation qui lie  $V_0$  et U pour que les ions sortent sans toucher la plaque P<sub>1</sub>.

3.2 -Calculer l'angle que fait le vecteur vitesse au point E avec l'horizontale.

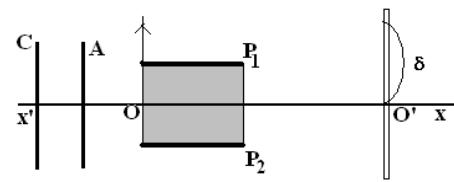
3.3 -Déterminer les coordonnées du point d'impact I.

$$d = d_0 = 10\text{cm}, l = 20\text{cm}, L = 50\text{cm}; U_0 = 500V, U = 100V, e = 1,6 \cdot 10^{-19}C, m = 6,68 \cdot 10^{-27}\text{kg}.$$

#### Exercice 15

On applique une différence de potentielle  $U = V_A - V_C = 101V$  entre une cathode C et une anode A. Un faisceau d'électrons est émis sans vitesse initiale par la cathode et pénètre au point O dans le champ électrique  $\vec{E}$ .

Ce champ est dû à un condensateur plan constitué de deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  parallèles distantes de  $d=4\text{cm}$  de longueur chacune  $l=4\text{cm}$  entre lesquelles existe une ddp  $U_1=V_{P_1}-V_{P_2}=20\text{V}$ . L'écran E est placé à  $L=52\text{cm}$  du point O situé au milieu de la distance séparant les deux plaques.



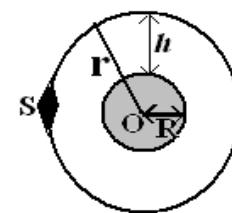
1 - Calculer la valeur de sa vitesse  $\vec{V}_0$  à son arrivée au point O.

2 - Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures  $P_1$  et  $P_2$ .

3 - Trouver l'équation de la trajectoire de l'électron après sa sortie du champ et calculer la déviation  $\delta$  de l'électron sur l'écran.

### Exercice 16

On considère un satellite S de la terre de masse  $m$  ayant une orbite circulaire de rayon  $r$  dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.



1 - Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.

2 - Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

3 - Trouver l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur  $g_0$  au sol, du rayon R de la terre et du rayon  $r$  de l'orbite puis en fonction de la constante de gravitation G, de la masse M de la terre et du rayon  $r$ .

4 - Ce satellite est géostationnaire :

4.1 - Préciser le plan de l'orbite.

4.2 - A quelle altitude est placé ce satellite.

4.3 - Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.

4.4 - Calculer la masse M de la terre.

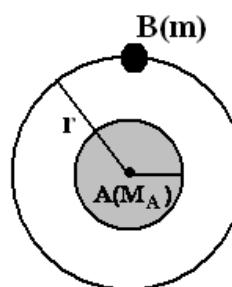
A.N :  $R=6400\text{km}$ ;  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I}$  et  $g_0=9,8\text{m/s}^2$ .

### Exercice 17

Dans cet exercice, les mouvements étudiés sont rapportés à des repères galiléens. Les mobiles étudiés présentent une répartition à symétrie sphérique.

Donnée :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$

1 - Dans un repère, on étudie deux satellites A et B : On suppose que la masse  $M_A$  du mobile A est très grande devant celle  $m$  du mobile B. Le mobile B tourne autour de A considéré comme étant fixe (voir fig 1).



1.1 - Montrer que le mouvement de B autour de A est un mouvement circulaire uniforme.

1.2 - Etablir la relation qui lie la vitesse V du centre d'inertie de B, le rayon  $r$  de l'orbite, la masse  $M_A$  de A et la constante de gravitation universelle G.

1.3- Soit  $T$  la période de  $B$  autour de  $A$  ; Exprimer  $V$  en fonction de  $T$  et  $r$ , en déduire la relation  $\frac{r^3}{T^2} = kM_A$  et donner l'expression de  $k$  en fonction de  $G$ .

2 - Un satellite artificiel tourne autour de la terre (dont la masse  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ) dans une orbite de rayon  $r = 42,3 \cdot 10^3 \text{ km}$ .

2.1 - Calculer la période de ce satellite artificiel. Comment appelle-t-on ce type de satellite, s'il tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre?

2.2-Tous les satellites se trouvant sur cette orbite ont-ils la même vitesse ? La même masse ? Justifier.

3- Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25 jours une orbite de rayon  $r' = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$ . Calculer la masse  $M_S$  du soleil.

### Exercice 18

Un satellite artificiel de masse  $m=200 \text{ kg}$  tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon  $r$ .

1.1- Calculer la vitesse  $V_1$  de ce satellite en fonction de  $r$ , de la masse  $M$  de la terre et de la constante de gravitation  $G$ . A.N :  $r=7000 \text{ km}$  ;  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$  et  $M=6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

1.2- L'énergie potentielle du système 'satellite -terre' étant  $E_p = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r}$  où  $R$  est

le rayon de la terre ; donner l'expression de l'énergie mécanique de ce système en fonction de  $G$ ,  $m$ ,  $M$ ,  $r$  et  $R$ . La calculer. On donne:  $R=6400 \text{ km}$ .

1.3 - Calculer l'énergie à fournir à ce satellite pour qu'il passe de l'orbite de rayon  $r$  à une autre de rayon  $r'=7100 \text{ km}$ .

2 - On considère que la terre est un point matériel qui tourne autour du soleil de masse  $M'=2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  sur une orbite circulaire de rayon  $r=1,5 \cdot 10^8 \text{ Km}$ .

2.1- Exprimer la vitesse angulaire  $\omega$  et la période  $T$  du mouvement de la terre.

2.2- Exprimer le rapport  $\frac{T^2}{r^3}$  en fonction de  $G$  et  $M'$ .

2.3- Calculer  $T$ . Cette valeur est-elle vraisemblable ?

### Exercice 19

Passionné d'astronomie, un élève a collecté sur le réseau Internet de nombreuses informations concernant les satellites artificiels terrestres. Il met en œuvre ses connaissances de physique pour les vérifier et les approfondir.

Dans tout l'exercice, on notera :

Masse de la Terre :  $M_T$  (répartition de masse à symétrie sphérique de centre O)

Rayon de la Terre :  $R_T$ ; Masse du satellite étudié :  $m_s$ ; Altitude du satellite étudié :  $h$

Constante de gravitation universelle :  $G$

1- Le premier satellite artificiel.

Si la possibilité théorique de mettre un satellite sur orbite autour de la Terre fut signalée en 1687 par Isaac Newton, il a fallu attendre le 4 octobre 1957 pour voir le lancement du premier satellite artificiel, Spoutnik 1, par les soviétiques.

1.1- Exprimer vectoriellement la force exercée par la Terre sur Spoutnik 1, supposé ponctuel, et la représenter sur un schéma.

1.2- L'étude se fait dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

En appliquant la deuxième loi de Newton établir l'expression vectorielle de l'accélération du satellite.

2 - Les satellites artificiels à orbites circulaires.

Le télescope spatial Hubble, qui a permis de nombreuses découvertes en astronomie depuis son lancement en 1990, est en orbite circulaire à 600 km d'altitude et il effectue un tour complet de la Terre en 100 minutes.

2.1- Etude du mouvement du satellite Hubble dans un référentiel géocentrique

2.1.1- En reprenant les résultats de la partie 1, montrer sans calcul que le mouvement circulaire de Hubble est uniforme.

2.1.2- Exprimer littéralement sa vitesse en fonction des grandeurs  $M_T$ ,  $R_T$ ,  $h$  et  $G$ .

2.1.3- Exprimer la période  $T$  de son mouvement en fonction des grandeurs précédentes puis retrouver la troisième loi de Kepler appliquée à ce mouvement circulaire.

2.2- Cas d'un satellite

géostationnaire

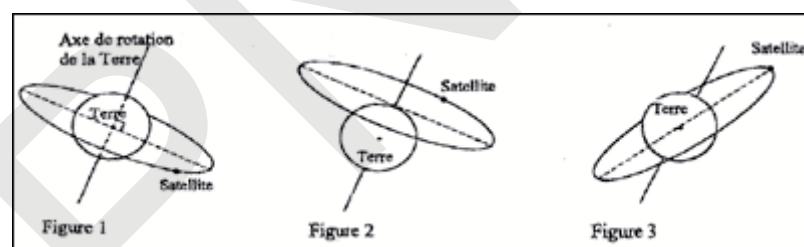
Les satellites

météorologiques comme

Météosat sont des appareils

d'observation

géostationnaires.



2.2.1. Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?

2.2.2- On propose trois trajectoires hypothétiques de satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre ;

a- Montrer que, seule, l'une de ces deux trajectoires est incompatible avec les lois de la mécanique.

b- Quelle est la seule trajectoire qui peut correspondre au satellite géostationnaire ?

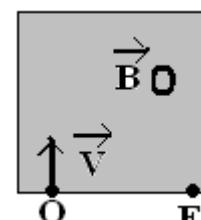
Justifier la réponse.

## Exercice 20

Un proton préalablement accéléré, et possédant une vitesse  $\vec{V}$  verticale, pénètre en O dans une région où règne un champ

magnétique uniforme  $\vec{B}$  horizontal. Une plaque P est placée dans le plan horizontal de O. Après avoir décrit un demi-cercle, le proton arrive en un point E de la plaque.

1- Indiquer le sens du champ magnétique  $\vec{B}$  sur la fig



2 - Indiquer la nature du mouvement et de la trajectoire du proton dans le champ magnétique.

La période du mouvement dépend-elle de la masse de la particule ?

3 - Calculer le temps mis par le proton pour atteindre la plaque ? Quelle est la vitesse du proton en arrivant en E ?

On donne  $B = 0,1\text{T}$  ;  $V = 3.105\text{m/s}$

### Exercice 21

1 - Des ions  ${}_{2}^{4}\text{He}^{2+}$  de masse  $4u$  sont produits dans une chambre d'ionisation et accélérées par une tension réglable  $U = V_P - V_N$  établie entre deux électrodes planes P et N (fig) Ils rentrent dans la chambre d'accélération par le trou T et en sortent par la fente primaire  $F_1$ .

Déterminer la vitesse d'un ion au passage par  $F_1$  en considérant sa vitesse pratiquement nulle en T.

A.N :  $u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$   $U = 5000\text{V}$ .

2 - Les ions pénètrent en suite dans un déviateur magnétique où règne un champ magnétique  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan de la fig et dirigé vers l'avant. Etudier le mouvement d'un ion dans le déviateur. Etablir l'expression du rayon de courbure R de la trajectoire, en fonction des caractéristiques de l'ion, de sa vitesse et de l'intensité B du champ magnétique. On désire le faire sortir par l'une ou l'autre des fentes secondaires  $F_2$  ou  $F'_2$  après avoir subi une déviation de  $90^\circ$ . On donne:  $OF_1 = OF_2 = O'F_1 = O'F'_2 = 10\text{cm}$ .

Indiquer la fente de sortie et calculer l'intensité B

3 - Etablir à l'aide des questions précédentes, l'expression du rayon de courbure R de la trajectoire en fonction des caractéristiques de l'ion  ${}_{2}^{4}\text{He}^{2+}$  de la tension U et de l'intensité B du champ magnétique.

A quelle valeur faudrait-il régler U pour faire sortir, dans les mêmes conditions (même déviation ; même champ magnétique) des ions  ${}_{3}^{3}\text{He}^{2+}$ , isotopes des précédents.

### Exercice 22

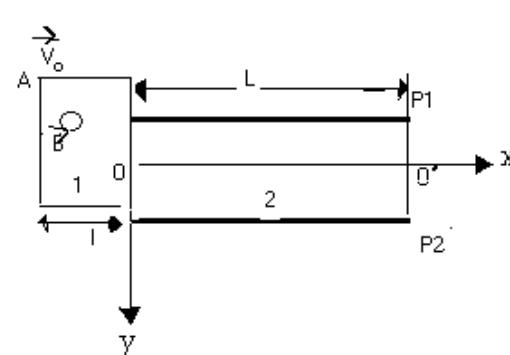
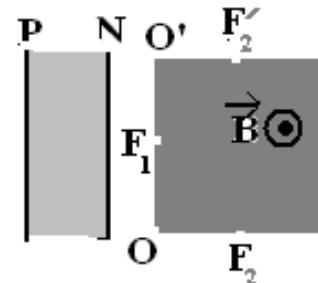
Un proton de charge q pénètre au point A dans la région 1 de largeur l où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  avec la vitesse horizontale  $\vec{V}_0$  (fig).

1.1 - Déterminer le sens de  $\vec{B}$  pour que le proton sort du champ magnétique au point O. (faire un schéma clair).

1.2 - Montrer que le mouvement du proton est un mouvement circulaire uniforme et donner l'expression du rayon R de la trajectoire.

1.3 - Placer sur le schéma l'angle de déviation angulaire  $\alpha$  et calculer sa valeur.

1.4 - Préciser les caractéristiques du vecteur vitesse au point de sortie O.



2 - A la sortie de la région 1 , le proton pénètre dans la région 2 où règne un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  qui existe entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  distantes de  $d$  et de longueur  $L$

2.1 - Déterminer le signe de la tension  $U = V_{P1} - V_{P2}$  pour que le proton passe par le point  $O'$ .

2.2- Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du proton dans la région 2.

2.3- Trouver les coordonnées du point le plus bas C de la trajectoire sachant que le proton n'atteint pas la plaque  $P_2$

Données :  $V_0 = 10^6 \text{ m/s}$  ;  $B = 0,2 \text{ T}$  ;  $E = 10^5 \text{ V/m}$  ;  $l=2,6\text{cm}$  ;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

### Exercice 23

Des particules pénètrent dans un champ magnétique après avoir été accélérées par un champ électrique à partir d'une vitesse négligeable.

Dans le carré PQRS de 5cm de coté, le champ magnétique  $\vec{B}$  orthogonal au plan du carré est constant d'intensité 2,5T.

A la sortie du champ électrique, les particules entre en P dans le

champ magnétique avec une vitesse  $\vec{V}_0$  colinéaire à  $\vec{PQ}$  (voir fig).

1 - les particules sont des noyaux d'hélium  $\text{He}^{2+}$ .

1.1- Préciser le sens de  $\vec{B}$  pour que les particules parviennent en R. Déterminer la nature de la trajectoire des particules entre P et R.

1.2- Déterminer la valeur du vecteur vitesse  $\vec{V}_0$  d'injection des particules en P dans le champ magnétique et préciser les caractéristiques de leur vecteur vitesse au point R. Calculer la valeur de la tension accélératrice U nécessaire pour obtenir  $\vec{V}_0$ . On

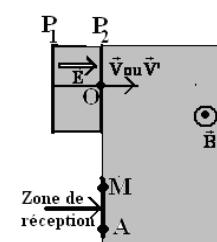
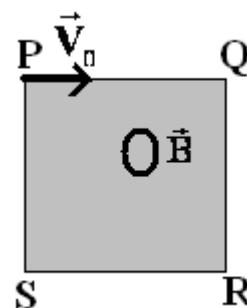
donne :  $m_{\text{He}^{2+}} = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

2- Les particules sont des noyaux de lithium  $\text{Li}^+$  mélange d'isotopes

${}^6\text{Li}^+$  et  ${}^7\text{Li}^+$  de masses respectives  $m$  et  $m'$ . Les ions entrent en P avec les vitesses respectives  $V$  et  $V'$ . La tension accélératrice régnant entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  est  $U' = V_{P_1} - V_{P_2}$  .(voir fig).

2.1- Etablir la relation  $\frac{V}{V'} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$  .

2.2- Les ions  $\text{Li}^+$  pénètrent en P dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}'$  orthogonal au plan du schéma et parviennent dans la zone de réception indiquée sur la fig .



Exprimer la distance MA entre les traces des deux types d'ions à leur arrivée dans la zone de réception en fonction de  $B'$   $m$ ,  $m'$ ,  $U'$  et de la charge élémentaire  $e$ . Calculer MA.

Données :  $U' = 10^4 \text{ V}$ ;  $B' = 0,2 \text{ T}$ ;  $m = 6 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $m' = 7 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  et  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

### Exercice 24

Un spectrographe de masse est constitué de 3 chambres : la chambre ① d'ionisation, la chambre ② d'accélération et la chambre ③ de séparation.

1 - Des atomes de zinc  $Zn$  sont ionisés dans la chambre ①. Les ions  $^{68}Zn^{2+}$  ainsi formés sont accélérés à leur sortie du trou  $O_1$  sans vitesse initiale par un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  existant entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  verticales et parallèles distantes de  $d$ .

1.1 - Déterminer le sens de ce champ  $\vec{E}$ .

1.2- Calculer la vitesse  $V_1$  de l'ion  $^{68}Zn^{2+}$  au point  $O_2$ .

2 - À leur sortie du champ électrique  $\vec{E}$ ,

les ions  $^{68}Zn^{2+}$  entrent au point  $O$  dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan de la figure.

2.1- Déterminer la nature du mouvement des ions  $^{68}Zn^{2+}$  dans le champ magnétique  $\vec{B}$  après avoir précisé son sens. Donner l'expression du rayon  $R_1$  de la trajectoire en fonction de  $m_1$ ;  $e$ ;  $B$ ;  $E$  et  $d$ .

2.2- Définir la déviation angulaire  $\alpha$  et calculer sa valeur sachant que  $O'A_1 = 23.04\text{cm}$  et que.

$$OO' \neq O'A_1$$

3- Dans une deuxième expérience on place dans la chambre d'ionisation ① un mélange d'isotopes de zinc qui s'ionisent en  $^{68}Zn^{2+}$  et  $^{A}Zn^{2+}$  de masses respectives  $m_1$  et  $m_2$ .

3.1- Trouver l'expression du rapport  $\frac{R_1}{R_2}$  en fonction de  $m_1$  et  $m_2$  où  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons des trajectoires respectives des ions  $^{68}Zn^{2+}$  et  $^{A}Zn^{2+}$ .

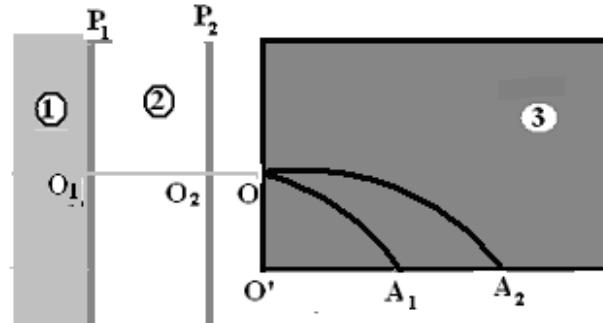
3.2- En déduire la valeur de la masse atomique  $A$  de l'isotope  $^{A}Zn^{2+}$ .

#### Applications numériques :

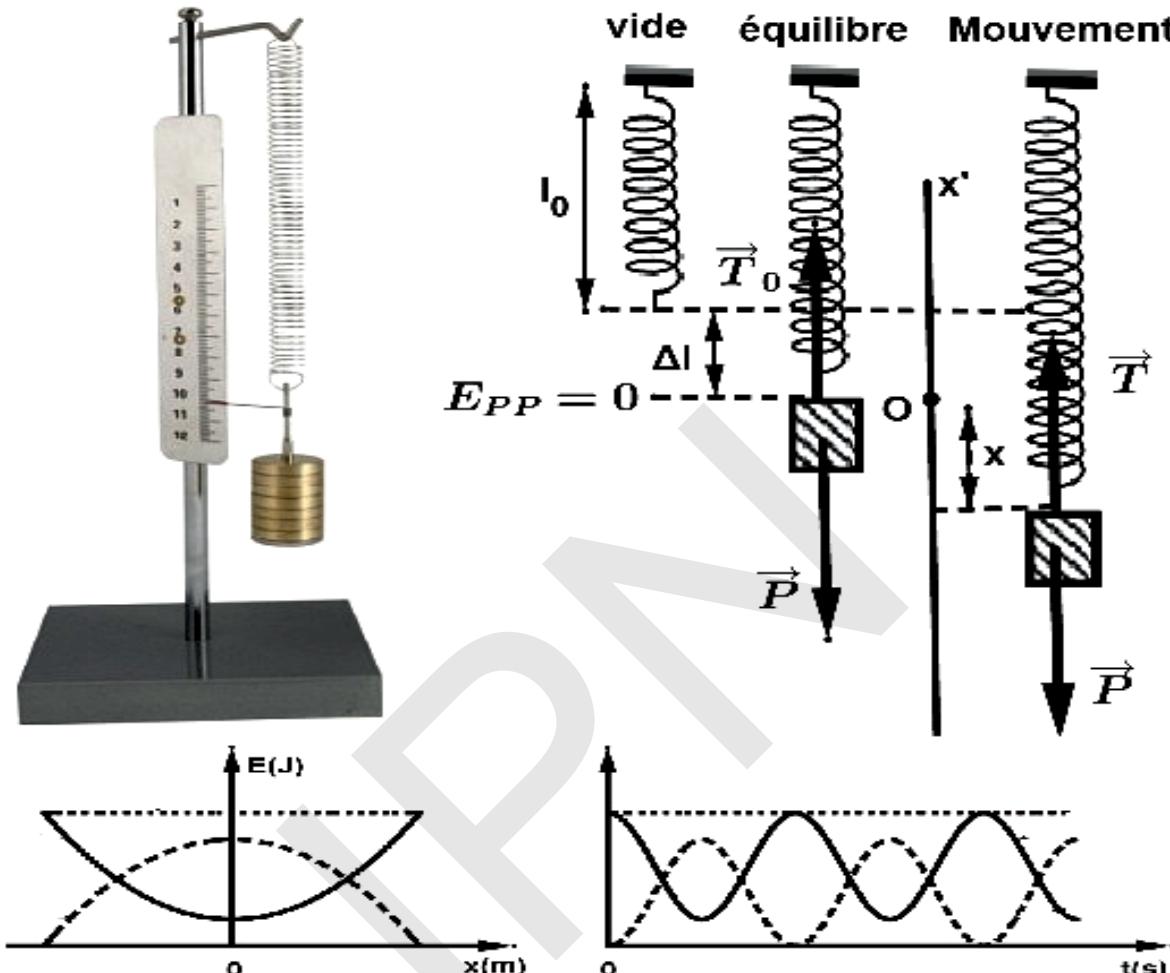
$$m_p = m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$d = 10\text{cm} ; E = 10^4 \text{V/m}$$

$$R_1 = 26,6\text{cm} ; R_2 = 27\text{cm}$$



## CHAPITRE III : pendule élastique (oscillateur harmonique libre)



### OBJECTIFS

- Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations d'un pendule élastique
- Etudier les différentes formes de l'énergie d'un oscillateur
- Représenter les diagrammes des variations des énergies d'un oscillateur

## I- Etude cinématique du mouvement rectiligne sinusoïdal

### 1- Définition et équation horaire

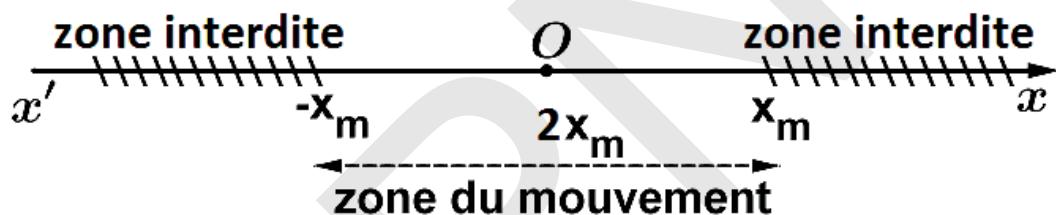
Le mouvement d'un mobile **M** est rectiligne sinusoïdal, si sa trajectoire est un segment de droite et son abscisse est une fonction sinusoïdale du temps de la forme :

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi) \text{ ou } x = X_m \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{avec}$$

- $x$  : abscisse à un instant  $t$  quelconque.
- $X_m$  : abscisse maximale ou amplitude du mouvement ; ( $X_m$  est toujours positive)
- $x$  et  $X_m$  sont exprimées en mètre (**m**).
- $\omega$  est appelée pulsation du mouvement. Elle s'exprime en (**rad / s**).
- $\omega t + \varphi$  est appelée phase du mouvement. Elle s'exprime en radian (**rad**).
- $\varphi$  est la phase initiale ou phase à l'origine des temps, Elle s'exprime en (**rad**) et dépend des conditions initiales .

Comme  $-1 \leq \cos(\omega t + \varphi) \leq 1$  alors  $-X_m \leq X_m \cos(\omega t + \varphi) \leq X_m \Rightarrow -X_m \leq x \leq X_m$ .

Le mobile donc décrit un segment de droite, limité par les abscisses  $-X_m$  et  $+X_m$ , de milieu **O**, origine du repère du mouvement et de longueur  $2X_m$



### 2- Vitesse du mobile

Le mouvement étant rectiligne ; on peut écrire :  $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[X_m \cos(\omega t + \varphi)]$ .

$$\text{Donc } v = -\omega X_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

### 3- Accélération du mobile

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}[-\omega X_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)] \Rightarrow a = -\omega^2 X_m \cdot \cos(\omega t + \varphi). \text{ Donc } a = -\omega^2 x$$

### 4- Équation différentielle du mouvement

$$a = -\omega^2 x \Leftrightarrow a + \omega^2 x = 0. \text{ Sachant } a = \frac{d^2 x}{dt^2}, \text{ il vient, } \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0. \text{ Donc } x'' + \omega^2 x = 0$$

Cette relation qui lie  $x$  et sa dérivée seconde  $x''$  est une équation différentielle qui caractérise le mouvement sinusoïdal. Cette équation a pour solution générale

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

## 5- Oscillation, période et fréquence du mouvement

Le **M. R. S.** se répète identique à lui-même, donc, c'est un mouvement périodique.

- **L'oscillation :** C'est le mouvement séparant deux passages successifs dans le même sens par la même position

- **La période T :** C'est la durée d'une oscillation complète. Et on a :  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

La période **T** s'exprimée en seconde (**s**)

- **La fréquence N :** C'est le nombre d'oscillations faites par seconde.  $N = \frac{1}{T}$ .

La fréquence **N** s'exprimée en Hertz (**Hz**)

## 6- Relation indépendante du temps

Soit un mobile, animé d'un **M, R, S**, alors

$$\begin{cases} x = X_m \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega X_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = X_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\ v^2 = \omega^2 X_m^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega^2 x^2 = \omega^2 X_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \dots\dots\dots(1) \\ v^2 = \omega^2 X_m^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi) \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

En additionnant (1) à (2), terme par terme, on trouve :

$v^2 + \omega^2 x^2 = \omega^2 X_m^2 \Leftrightarrow v^2 = \omega^2 (X_m^2 - x^2)$  Cette relation est appelée relation indépendante du temps (**R.I.T**)

En utilisant cette relation, on peut montrer que :

Si **x** est maximale c'est-à-dire **x = x<sub>m</sub>** ou minimale **x = -x<sub>m</sub>** alors, **V = 0**.

En effet si **x = x<sub>m</sub>** ou **x = -x<sub>m</sub>** alors **x<sup>2</sup> = x<sub>m</sub><sup>2</sup>** alors  $\underbrace{V^2 = \omega^2 (x_m^2 - x^2)}_{=0} = 0$

La relation indépendante de temps montre également que si **x = 0** (position origine) alors

**v = ± V<sub>m</sub>**

**V = +ω X<sub>m</sub>** : vitesse maximale dans le sens positif.

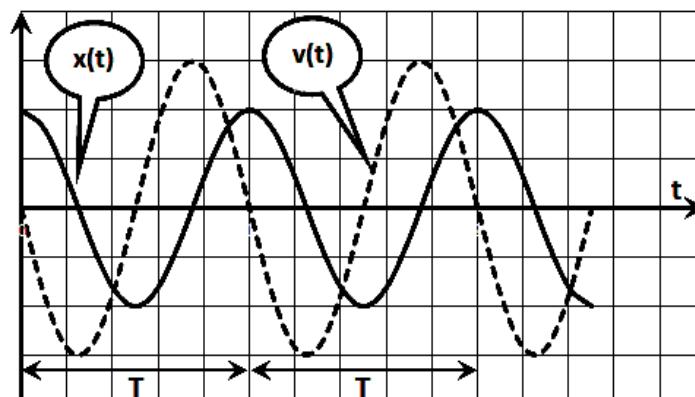
**V = -ω X<sub>m</sub>** : vitesse maximale dans le sens négatif.

## 7- Diagrammes

Les courbes représentant les variations de **x(t)** et de **v(t)** sont des sinusoïdes de la forme de la figure ci-contre

Exemple :  $x = x_m \cos \omega t$  ( $\varphi = 0$ )

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
x	$x_m$	0	$-x_m$	0	$x_m$
v	0	$-\omega X_m$	0	$\omega X_m$	0



## II - Oscillateur mécanique (pendule élastique)

### 1- Description

Le pendule élastique est constitué d'un solide (**S**), de masse **m** attaché à l'extrémité libre d'un ressort de masse négligeable, à spires non jointives, de longueur à vide  $\ell_0$  et de constante de raideur **k**.

On étudiera deux cas : pendule élastique horizontal et pendule élastique vertical.

### 2- Pendule élastique vertical

On suspend le pendule verticalement et on considère que l'action de l'air est négligeable

#### 2-1- Etude dynamique

Le repère d'étude est l'axe vertical ( $x'x$ ) dont l'origine se confond avec la position d'équilibre.

A l'équilibre l'allongement du ressort est  $\Delta\ell$  :

➤ **Etude de l'équilibre :**

- Les forces qui agissent sur le solide sont :

$\vec{P}$  : son poids

$\vec{T}_0$  : la tension du ressort à l'équilibre.

- La condition d'équilibre donne :

$$\sum \vec{F}_{ex} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}.$$

La projection sur l'axe  $x'x$  donne

$$P - T_0 = 0 \Rightarrow mg - k\Delta\ell = 0 ; \text{ condition d'équilibre}$$

➤ **Etude du mouvement :**

On tire le solide à partir de sa position d'équilibre d'une distance  $X_m$  et on le lâche à l'instant  $t = 0$  sans vitesse initiale.

A un instant  $t$  quelconque l'allongement du ressort est  $x + \Delta\ell$ .

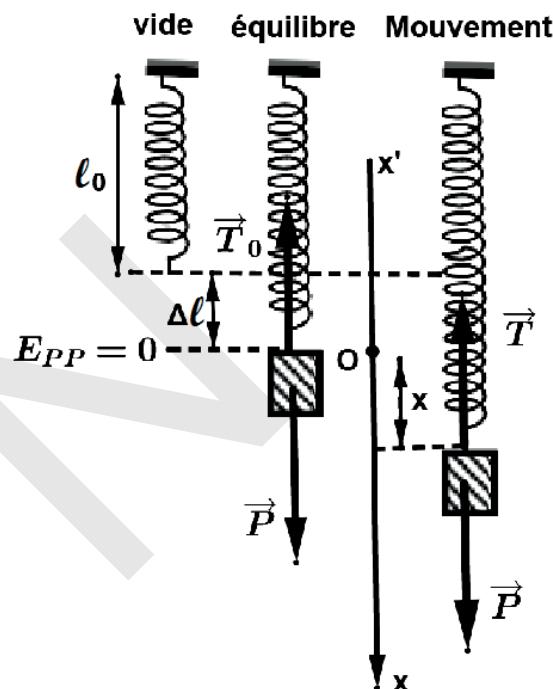
L'application de la R.F.D donne :  $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{ma} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = \vec{ma}$ .

La projection sur l'axe  $x'x$  donne :  $P - T = ma \Rightarrow mg - K(\Delta\ell + x) = ma \Rightarrow \underline{mg - k\Delta\ell - kx = ma} .$   
nul de la C.E

Donc  $-kx = ma \Rightarrow a + \frac{k}{m}x = 0$  ; or  $a = \frac{d^2x}{dt^2} = x''$ , il vient  $x'' + \frac{k}{m}x = 0$

La dernière équation est une équation différentielle caractérisant le mouvement sinusoïdal de solution de la forme :  $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$  tel que  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ .

La vitesse du mobile est alors :  $v = \frac{dx}{dt} = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$



## 2-2- Etude énergétique du système (solide + ressort + terre)

- Energie cinétique :**

$$* E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

\* D'après la R.I.T ;  $v^2 = \omega^2(X_m^2 - x^2)$ . Tenant compte que  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ , il vient :  $E_c = \frac{1}{2}kX_m^2 - \frac{1}{2}kx^2$ .

\* En remplaçant  $v$  par son expression, on trouve :  $E_c = \frac{1}{2}m\omega^2X_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$ .

Sachant que  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ , il vient :  $E_c = \frac{1}{4}kX_m^2 [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)]$

$$\sin^2(\alpha) = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$$

- Energie potentielle :  $E_p = E_{pp} + E_{pe}$**

\*  $E_p = -mgx + \frac{1}{2}k(\Delta\ell + x)^2$ . Tenant compte de la C.E, il vient  $E_p = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}kx^2$

\* En remplaçant  $x$  par son expression, on trouve :  $E_p = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}X_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$ .

Il vient :  $E_p = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + \frac{1}{4}kX_m^2 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

- Energie mécanique :**

$$E_m = E_c + E_p \text{ donc } E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2. \text{ Ce qui implique } E_m = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}kX_m^2$$

L'énergie mécanique  $E_m$  de l'oscillateur est constante : le système est conservatif

$$E_m = \text{cte} \Leftrightarrow \begin{cases} E_c \text{ augmente} \Rightarrow E_{pe} \text{ diminue} \\ E_c \text{ diminue} \Rightarrow E_{pe} \text{ augmente} \end{cases}$$

- Si  $x = \pm X_m$   $\begin{cases} E_c = 0 \\ E_{pe\max} = \frac{1}{2}KX_m^2 \end{cases}$

- Si  $x = 0$   $\begin{cases} E_{c\max} = \frac{1}{2}mV_{\max}^2 \\ E_{pe} = 0 \end{cases}$

La valeur de l'énergie mécanique peut s'exprimer sous les formes :

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2. \text{ Donc ; } E_m = \frac{1}{2}kX_{\max}^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 = \frac{1}{2}mV_{\max}^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$$

### Autre méthode pour déterminer la nature du mouvement

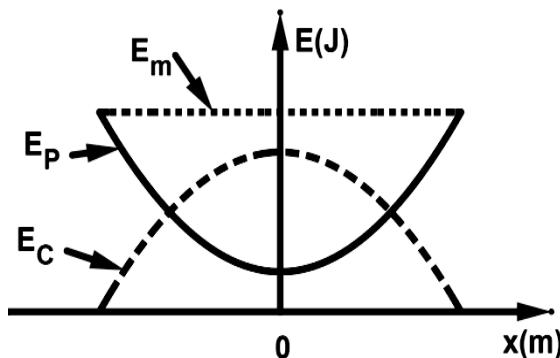
La nature du mouvement peut être déterminée par la méthode énergétique

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2. \text{ En dérivant par rapport au temps on trouve :}$$

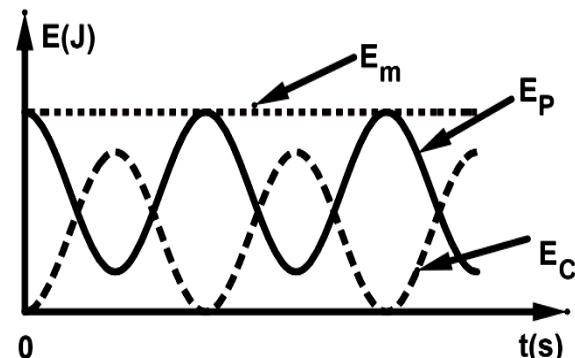
$$\frac{dE_m}{dt} = mV \frac{dV}{dt} + Kx \frac{dx}{dt}. \text{ Alors ; } mVa + KxV = 0 \Leftrightarrow V(ma + Kx) = 0.$$

Ce qui donne :  $a + \frac{K}{m}x = 0$ . Alors, m.r.s

## 2-3- Diagrammes des énergies



Diagrammes des énergies  
en fonction de  $x$



Diagrammes des énergies  
en fonction de  $t$

## 3- Pendule élastique horizontal

### 3-1- Etude dynamique

On pose le pendule sur un banc horizontal, on tire le solide d'une distance  $x_m$  et on le lâche sans vitesse initiale.

A un instant  $t$  l'allongement du ressort est  $x$ .

On néglige toute sorte de frottements.

Les forces qui agissent sur le solide sont :

$\vec{P}$  : son poids

$\vec{T}$  : la tension du ressort

$\vec{R}_n$  : réaction normale du banc sur le solide.

Le repère d'étude est l'axe  $x'x$  dont l'origine se confond avec la position d'équilibre.

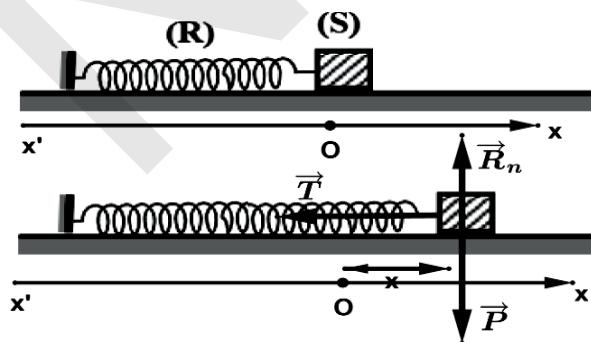
L'application de la R.F.D donne :  $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_n = m\vec{a}$ .

La projection sur l'axe  $x'x$  donne :  $-T = ma \Rightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{k}{m}x = 0$  or  $a = \frac{d^2x}{dt^2} = x''$

il vient  $x'' + \frac{k}{m}x = 0$ . C'est une équation différentielle caractérisant le mouvement

sinusoïdal de solution de la forme :  $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$  tel que  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ .

La vitesse du mobile est alors,  $v = \frac{dx}{dt} = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$ .



### 3-2- Etude énergétique du système (solide +ressort)

- Energie cinétique :**

\*  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ .

\* D'après la R.I.T ;  $v^2 = \omega^2(X_m^2 - x^2)$ , tenant compte que  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  il vient  $E_c = \frac{1}{2}kX_m^2 - \frac{1}{2}kx^2$ .

\* En remplaçant  $v$  par son expression, on trouve :  $E_c = \frac{1}{2}m\omega^2 X_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$ .

Sachant que  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ . Il vient  $E_c = \frac{1}{4}kX_m^2 [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)]$

- Energie potentielle :  $E_p = E_{pe}$  :**

\*  $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

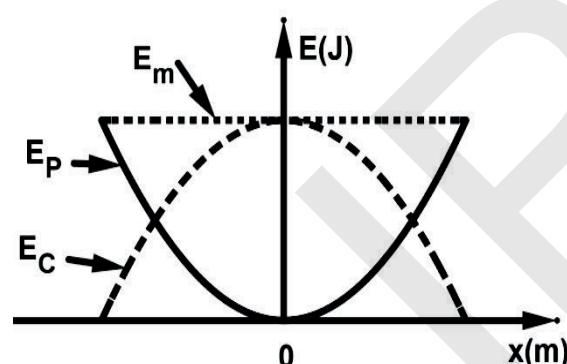
\* En remplaçant  $x$  par son expression en fonction de  $t$  on trouve :  $E_p = \frac{1}{2}kX_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$ .

Il vient  $E_p = \frac{1}{4}kX_m^2 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$

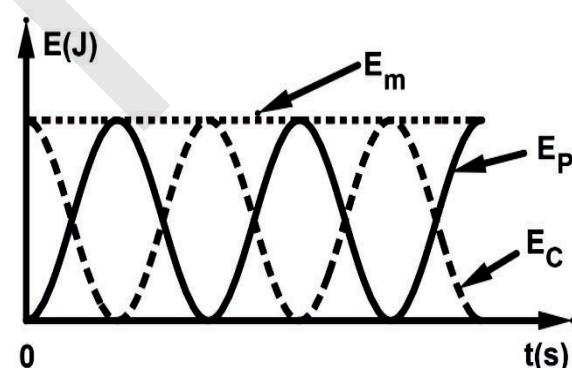
- Energie mécanique :**

$E_m = E_c + E_p$ . Donc ;  $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ . Ce qui implique  $E_m = \frac{1}{2}kX_m^2$

### 3-3- Diagrammes des énergies :



Diagrammes des énergies  
en fonction de  $x$

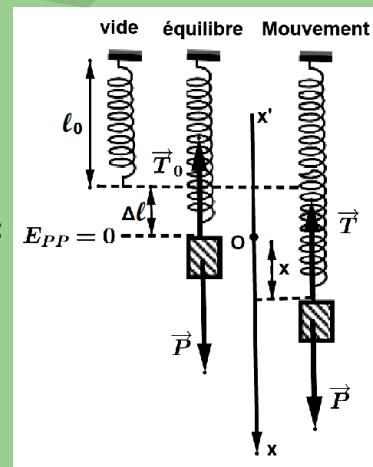


Diagrammes des énergies  
en fonction de  $t$

# Essentiel

- Le mouvement d'un mobile M est rectiligne sinusoïdal, si sa trajectoire est un segment de droite et son abscisse est une fonction sinusoïdale du temps de la forme :  
 $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$  ou  $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$
- La vitesse est :  $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [X_m \cos(\omega t + \varphi)]$ . Donc  $v = -\omega X_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
- L'accélération est :  $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} [-\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)] \Rightarrow a = -\omega^2 X_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ .  
 Donc  $a = -\omega^2 x$
- $a = -\omega^2 x \Leftrightarrow a + \omega^2 x = 0$ . Donc  $x'' + \omega^2 x = 0$ . Équation différentielle qui caractérise le mouvement sinusoïdal.
- La période T : C'est la durée d'une oscillation complète. Et on a :  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .
- La fréquence N : C'est le nombre d'oscillations faites par seconde.  $N = \frac{1}{T}$ .
- Relation indépendante du temps (R.I.T) :  $v^2 = \omega^2 (X_m^2 - x^2)$
- Pendule élastique vertical :
  - La condition d'équilibre donne :  $\sum \vec{F}_{ex} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$ .
  - La projection sur l'axe x'x donne  $P - T_0 = 0 \Rightarrow mg - k\Delta\ell = 0$  ; condition d'équilibre
  - Etat du mouvement : la R.F.D donne :

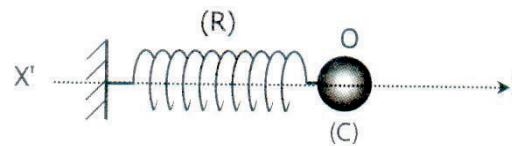
$\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ , la projection sur l'axe x'x donne :  $P - T = ma$ . Ce qui donne :  $x'' + \frac{k}{m}x = 0$  m. r s
- Energie cinétique est donnée par les expressions :  
 $E_c = \frac{1}{2}mv^2$  .  $E_c = \frac{1}{2}kX_m^2 - \frac{1}{2}kx^2$ .  
 $E_c = \frac{1}{4}kX_m^2 [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)]$
- Energie potentielle :  $E_p = E_{pp} + E_{pe}$   
 $E_p = -mgx + \frac{1}{2}k(\Delta\ell + x)^2$  .  $E_p = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}kx^2$   $E_p = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + \frac{1}{4}kX_m^2 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$
- Energie mécanique :  $E_m = E_c + E_p$  donc  $E_m = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + \frac{1}{2}kX_m^2$



## Exercice résolu

Un pendule élastique est constitué d'un ressort (R) de raideur K, dont l'une des extrémités est fixée à un support fixe. A l'autre extrémité est attaché un solide (C) supposé ponctuel de masse m.

Le solide (C) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal ; sa position est repérée sur un axe X'OX confondu avec l'axe du ressort.



A l'équilibre (C) se trouve au point O : origine des espaces ,on écarte le solide (C) vers un point d'abscisse  $x_0$  et on lui communique une vitesse  $V_0$  à l'origine des temps ( $t=0$ ).

Le corps (C) effectue donc des oscillations. Un enregistrement a permis de tracer la courbe représentant la variation de l'élargissement x du temps.

I- 1) a- En appliquant la R.F.D, Etablir l'équation différentielle du mouvement.

b- Vérifier que la solution de cette équation est une fonction sinusoïdale et déterminer sa pulsation propre.

2) a- En exploitant la courbe de la figure (1) ; déterminer :

- la pulsation propre  $\omega_0$  de l'oscillateur.

- L'abscisse initiale  $x_0$ .

- L'amplitude  $x_m$

- La phase initiale  $\varphi$

b- En déduire l'équation horaire du mouvement

c-Déterminer la valeur de la vitesse  $V_0$

II-Un dispositif approprié a permis de tracer la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique du solide C au cours du temps (fig 2)

1)a-Déterminer l'expression de l'énergie

potentielle élastique  $E_{pe}$  en fonction du temps et vérifier qu'elle s'écrit sous la forme d'une somme d'un terme constant et d'une fonction sinusoïdale.

b- En déduire la valeur de la période  $T_{Epe}$  de l'énergie potentielle élastique

2-Montrer que le système (C, ressort, terre)est conservatif

3-En exploitant la courbe de la (fig 2) déterminer la masse m et déduire la raideur K du ressort.

4-Représenter sur la (fig 2) la courbe de la variation de l'énergie cinétique en fonction du temps ;en indiquant les valeurs initiales de  $E_c$  et  $E_{pe}$

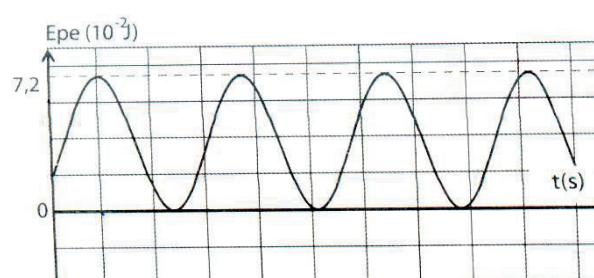
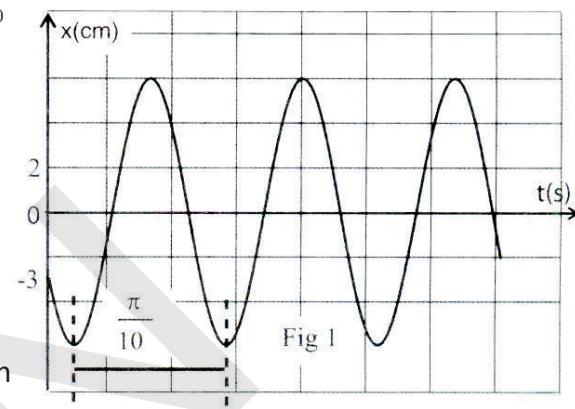


Fig 2

## Solution

$$I - 1) \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}(1) \quad (1) \cancel{x'x} : -T = ma \Rightarrow -Kx = ma \text{ donc } a + \frac{Kx}{m} = 0 \text{ (mrs)}$$

b)  $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$  et  $a = -\frac{K}{m} x_m \cos(\omega t + \varphi)$  donc  $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$  est solution de l'équation

différentielle avec  $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$$2 - a) \omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = 20 \text{ rd / s}; x_o = -3.10^{-2} \text{ m et } xm = 6.10^{-2} \text{ m}$$

$$\cos \varphi = \frac{x_o}{x_m} = -0,5 \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3} \text{ rd comme } \vec{v}_o \prec o \text{ alors } \varphi = \frac{2\pi}{3} \text{ rd}$$

$$b) x = 6.10^{-2} \cos(20t + \frac{2\pi}{3}); v_o = -x_m \omega_o \sin \varphi = -1,04 \text{ m / s}$$

$$II) E_{pe} = \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} Kx_m^2 \cos 2(\omega_o t + \varphi) \text{ or } \cos 2(\omega_o t + \varphi) = \frac{1 + \cos[2(\omega_o t + \varphi)]}{2}$$

$$E_{pe} = \frac{1}{4} Kx_m^2 + \frac{1}{4} Kx_m^2 \cos[2(\omega_o t + \varphi)]$$

$$\omega_{Epe} = 2\omega_o \text{ et } T_{Epe} = \frac{T_o}{2} = \frac{\pi}{20} \text{ s}$$

2)  $\Delta E_m = 0$   $E_m$  = cste : le système est conservatif

$$3) T_o^2 = \frac{4\pi^2 m}{K} \text{ et } K = \frac{2E_{pe}}{x_m^2} \Rightarrow m = \frac{2T_o^2 E_{pe}}{4\pi^2 x_m^2} = 0,1 \text{ Kg}$$

$$(\frac{2\pi}{T_o})^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow K = \frac{4m\pi^2}{T_o^2} = 40 \text{ N / m}$$

$$4) E_{pe} = \frac{1}{2} Kx_o^2 = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$E_{co} = \frac{1}{2} mv_o^2 = 5,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

## Exercices

### Exercice 1

On donne l'équation horaire d'un mobile M par rapport au repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = A \cos \omega t \\ y = A \sin \omega t \end{cases} \text{ avec } A = 10 \text{ cm et } \omega = 10 \text{ rad/s}$$

1-Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante et la calculer

2-Montrer que la valeur de son accélération est constante et la calculer

3- Quelle est la trajectoire du mobile ? que représente A ?

4-Quels sont la direction et le sens du vecteur accélération ?

### Exercice 2

Un mobile M est animé dans le plan d'un mouvement circulaire. Ses coordonnées sont :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 2 \cos \omega t \\ y = 2 \sin \omega t \end{cases}$$

1-Déterminer l'équation de la trajectoire et en déduire que le mouvement du mobile est circulaire uniforme.

2-Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.

3-Quelle est l'expression de l'abscisse curviligne s. L'origine des abscisses curvilignes sera prise au point A(2,0)

### Exercice 3

Les équations horaires des coordonnées du point mobile M sont données par :

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ y = A \sin \omega t \end{cases}$$

1-Donner les expressions de  $\vec{V}$  et de  $\vec{a}$ . Montrer que  $\vec{a}$  est colinéaire à  $\overrightarrow{OM}$ .

2-Quelle est l'équation de la trajectoire de M dans le repère cartésien ?

3-Donner également l'équation horaire de l'abscisse curviligne du point M en prenant comme origine M<sub>0</sub>, positon du mobile à, l'instant t=0 .

### Exercice 4

Une particule a un mouvement rectiligne sinusoïdal tel que son accélération à la fin de sa trajectoire ait une norme de  $800 \text{ ms}^{-2}$  et que sa vitesse au passage par la position d'équilibre soit  $4 \text{ ms}^{-1}$  en valeur absolue.

1-Trouver pour ce mouvement la fréquence N et l'amplitude  $X_m$

2-Ecrire l'équation horaire du mouvement sachant qu'à t=0 le mobile passe par l'abscisse  $\frac{-X_m}{2}$  en allant dans le sens négatif.

### Exercice 5

Un mobile M se déplace sur un axe x'ox d'origine O. La loi horaire de son mouvement est :

$$x = 210^{-2} \cos(40\pi t + \frac{\pi}{6})$$

1-De quel mouvement s'agit-il ?

2-Préciser l'amplitude, la pulsation, la période, la fréquence et la phase initiale  $\varphi$  du mouvement.

3-Quelle est la longueur du segment décrit par M

4-Quelle est la vitesse du point M à la date t ? En déduire :

- a-La vitesse maximale de M
- b-La vitesse de M à la date t=1s

5-Déterminer la date du 1<sup>er</sup> passage du mobile M à la position  $x = 10^{-2} m$

6-Déterminer la phase à l'instant t=2s du mouvement de M

### Exercice 6

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur  $K=16N/m$  et d'un solide S de masse  $m=40g$ .



Le pendule peut osciller librement sans amortissement ni frottement.

A l'instant t=0, on lance le solide à partir de sa position d'équilibre avec une vitesse suivant l'axe horizontal x'x de valeur égale 1,4m/s ; le mouvement du solide S est reporté au repère ( $O, \vec{i}$ ) et la position du centre d'inertie G du solide à une date t est repérée par son abscisse x tel que  $\overrightarrow{OG} = \vec{x}$ .

1 -Déterminer l'équation différentielle du mouvement du solide S.

2 -Déterminer l'expression de l'énergie mécanique du système (solide, ressort) à une date t quelconque. Déduire l'équation différentielle.

3 -Ecrire l'équation horaire du mouvement.

4- Trouver maintenant la valeur de son énergie mécanique.

5 -Donner l'expression des instants de passage par la position d'abscisse  $x = -3,5cm$ .

6 -En quelles abscisses l'énergie cinétique  $E_C$  est égale à deux fois l'énergie potentielle  $E_P$  ( $E_C = 2E_P$ ) du même système.

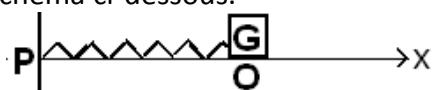
### Exercice 7

On utilise un ressort à spires non jointives et on supposera sa masse négligeable.

1-On accroche verticalement une de ces deux extrémités à un point fixe et on accroche à son autre extrémité une masse  $m = 250 g$ . Son allongement est alors  $\Delta l = 10 cm$ . Calculer la raideur k de ce ressort.

2 -Le ressort est maintenant utilisé comme indiqué sur le schéma ci-dessous.

Son extrémité fixe est solidaire d'un point P tandis qu'un mobile (S), de centre d'inertie G et de masse  $m = 250g$ , est lié à son autre extrémité.



A l'équilibre, G coïncide avec l'origine O de l'axe Ox donné par la direction du ressort dont l'allongement est nul.

a- Le mobile (S) étant en mouvement suivant l'axe Ox, faire l'inventaire des forces qui agissent sur (S) à un instant t quelconque et les représenter sur la figure.

b- Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie G.

c -Déduire l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  de cet oscillateur et de sa période propre  $T_0$ .

3 -On tire le mobile parallèlement à l'axe Ox, dans le sens positif, d'une longueur de 10cm puis on lui communique, à l'instant t = 0, la vitesse  $V_0 = 1m/s$ .

a - Déterminer l'équation horaire du mouvement de (S) et la vitesse V(t) du solide à un instant t quelconque.

b -Déduire la valeur de la vitesse maximale et préciser le lieu où elle est atteinte.

c- Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur et montrer qu'elle est constante. On prendra l'énergie potentielle du ressort nulle lorsque son allongement est nulle.

d- Retrouver la valeur maximale de la vitesse du mobile en utilisant le principe de la conservation de l'énergie mécanique.

### Exercice 8

Un solide S, supposé ponctuel de masse  $m=200\text{g}$  glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale. On donne :  $\cos\alpha=0,4$  ;  $\sin\alpha=0,91$  ;  $g=10\text{m/s}^2$ .

On abandonne le solide S sans vitesse initiale à l'instant  $t=0$  au point A (voir figure).

1 - En supposant les frottements négligeables calculer :

1.1 - L'accélération  $a$  du solide S.

1.2- La vitesse  $V_B$  de solide S au point B sachant que la distance  $AB=2\text{m}$ .

- Le temps mis par le solide S pour parcourir la distance AB.

2- On considère que les frottements ne sont pas négligeables et équivalent à une force constante  $\vec{F}$  parallèle à la ligne de plus grande pente et de sens contraire au déplacement. La vitesse du solide au cours de sa descente de A à B atteint au point B la valeur  $V_B=3\text{m/s}$ .

- Calculer le travail de  $\vec{F}$ .

- Déduire l'intensité de  $\vec{F}$ .

- Représenter sur un schéma la réaction  $\vec{R}$  du plan incliné sur le solide S puis calculer son intensité.

3 - Les frottements sont de nouveau négligeables. Le solide S aborde la piste BCOE avec une vitesse initiale  $V_B=3\text{m/s}$  (voir figure). La portion BC est curviligne et CE est horizontal. La différence de niveau séparant les plans horizontaux passant par O et B est  $h'=0,35\text{m}$ . Au point O, le solide S heurte l'extrémité libre d'un ressort à spires non jointives, de raideur  $K=160\text{N/m}$  et y reste coller. L'autre extrémité est fixée au point E. On considère l'énergie potentielle de pesanteur nulle au point O.

3.1 - Calculer la vitesse au point O.

3.2- Calculer l'énergie mécanique du système {ressort+solide} au point O.

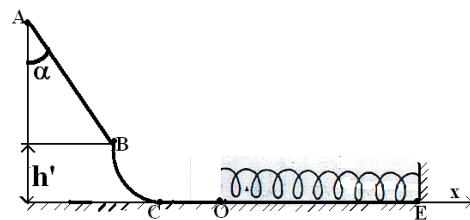
3.3 - A un instant  $t$  quelconque après le choc du solide avec le ressort, la vitesse de S est  $V$  et le raccourcissement du ressort est  $x$ . Donner l'expression de l'énergie mécanique du système {ressort+ solide S}. Pour quelles valeurs de  $x$  les énergies cinétique et potentielle sont-elles égales. (L'énergie mécanique est conservée.).

### Exercice 9

On dispose d'un ressort de masse négligeable et de constante de raideur  $K=10\text{N/m}$  ; placé à l'intérieur d'un tube vertical.

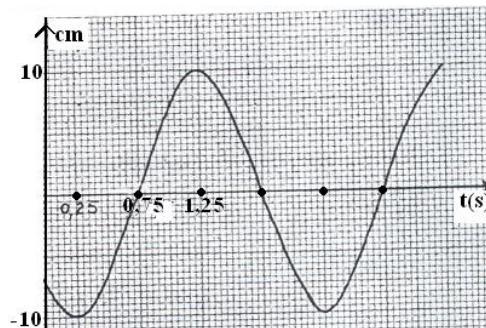
Son extrémité inférieure est fixée au sol. Sur l'autre extrémité, on fixe un solide pouvant glisser sans frottement à l'intérieur du tube. Le solide de dimensions négligeables a une masse  $m$ . Le ressort se raccourcit alors de  $b$ .

1- Déterminer l'expression de la compression  $b$  du ressort lorsque le solide est en équilibre.



- 2- On écarte le solide de sa position d'équilibre de  $x_0$  à l'origine des dates.
- 3 -Un dispositif approprié permet d'enregistrer les variations de l'élargissement  $x$  du solide.
- a- Déterminer, à partir du graphe, l'équation horaire du mouvement du solide
- b- Calculer la masse  $m$  du solide et déduire la compression  $b$
- c- Montrer que la valeur  $V$  de la vitesse est donnée par la relation :  

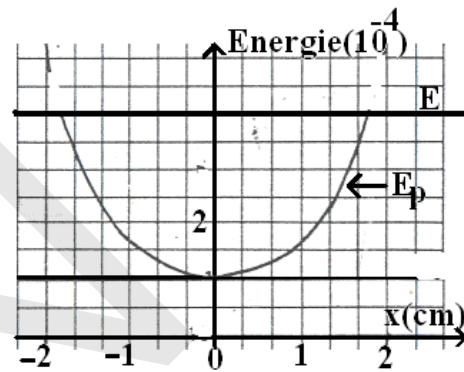
$$V^2 = \omega^2(x_m^2 - x^2)$$
; en déduire la valeur de  $V$  si  $x=0,5\text{cm}$



### Exercice 10

Un pendule élastique est constitué d'un solide S de masse  $m$  et d'un ressort de raideur  $K$ . La figure donne les variations des énergies mécanique  $E$  et potentielle  $E_p$  du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse  $x$  du centre d'inertie G du solide dans le repère  $(O, \vec{i})$ . La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine O du repère et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.

- 1- Trouver l'équation différentielle du mouvement.
- 2- Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de  $K$ ,  $x$  et  $x_0$  où  $x_0$  est l'allongement à l'équilibre.
- 3 -L'énergie mécanique est-elle conservée au cours des oscillations?
- 4 -Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de  $K$ ,  $x_m$  et  $x_0$  où  $x_m$  est l'amplitude des oscillations.
- 5 -En se basant sur la courbe. Déterminer l'amplitude, la raideur  $K$  du ressort et son allongement initial  $x_0$ .
- 6 .a- Montrer que l'énergie cinétique  $E_c$  du solide peut être exprimée en fonction de  $K$ ,  $x_m$  et  $x$ .
- b- Quelle est sa valeur pour  $x=0$  et  $x=-2\text{cm}$ .
- c- Tracer dans le même repère d'axes l'allure de la courbe  $E_c=f(x)$ .
- 7- Sachant que la période est  $T=0,2\pi s$  ; déterminer les vitesses du pendule en  $x=1\text{cm}$ .



### Exercice 11

Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide (S) de masse  $m$  et d'un ressort (R) de raideur  $K$ . figure :

La figure (2) donne les variations de l'énergie mécanique  $E$  et de l'énergie potentielle  $E_p$  du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse  $x$  du centre d'inertie G du solide dans le repère  $(0, \vec{i})$ .

La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine 0 du repère et le plan horizontal passant par 0 est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.

- 1- Montrer que le pendule élastique est un oscillateur harmonique non

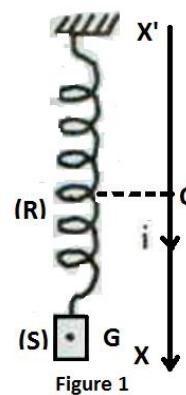


Figure 1

amorti.

Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de  $K$ ,  $x$ ,  $x_0$ , où  $x_0$  est l'allongement du ressort à l'équilibre .

3-L'énergie mécanique du système est-elle conservée au cours des oscillations?

4-Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction  $K$ ,  $X_m$  et  $x_0$  où  $X_m$  est l'amplitude des oscillations.

5- En se basant sur la courbe. Déterminer :

a- l'amplitude  $X_m$

b- la raideur  $K$  du ressort

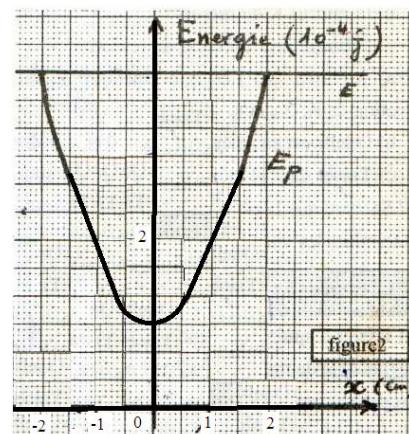
c- l'allongement initial  $x_0$  du ressort.

6- a) Montrer que l'énergie cinétique  $E_c$  du solide peut être exprimée en fonction de  $K$ ,  $X_m$  et  $X$ .

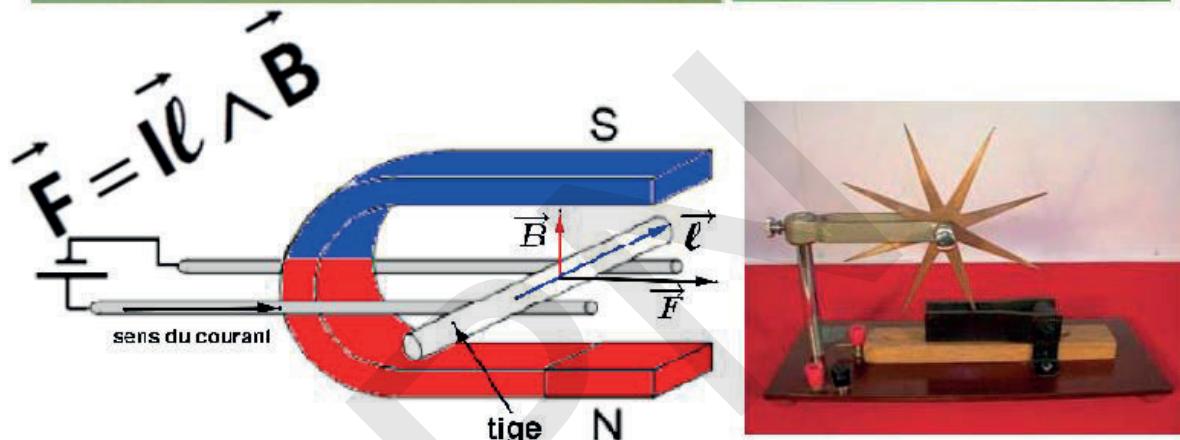
b) Quelle est sa valeur pour  $X = 0$  et  $X = -2$  cm.

c) Tracer dans le même repère d'axes l'allure de la courbe  $E_c = f(x)$ .

7- Sachant que la période propre  $T_0$  des oscillations est égale à  $0,2\pi s$  Déterminer les vitesses du pendule lorsque  $X = 1$  cm.



# Chapitre IV: Action d'un champ magnétique sur une tige parcourue par un courant électrique



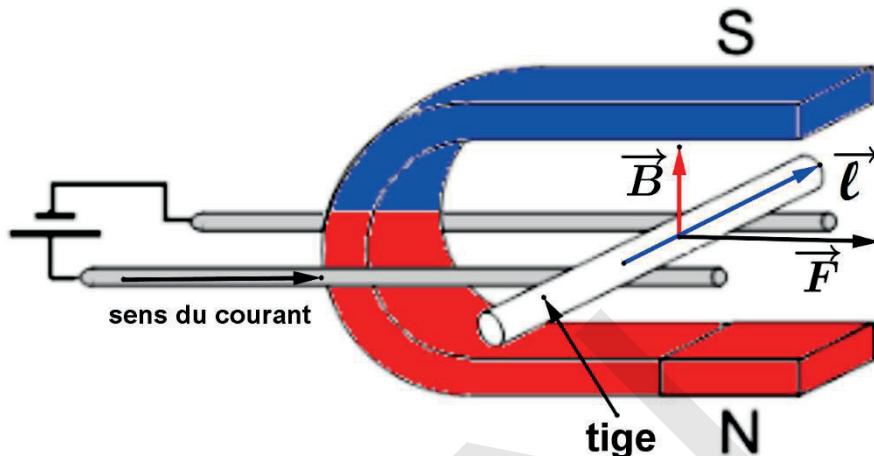
## OBJECTIFS

- Comprendre l'influence d'un champ magnétique sur un conducteur électrique parcouru par un courant électrique
- Connaître les caractéristiques de la force de Laplace
- Etudier des situations faisant intervenir la force de Laplace

## I- Mise en évidence

### 1- Expérience (les rails de Laplace)

Un conducteur mobile est placé sur deux rails horizontaux connectés à un générateur, et placé dans le champ magnétique d'un aimant en U.



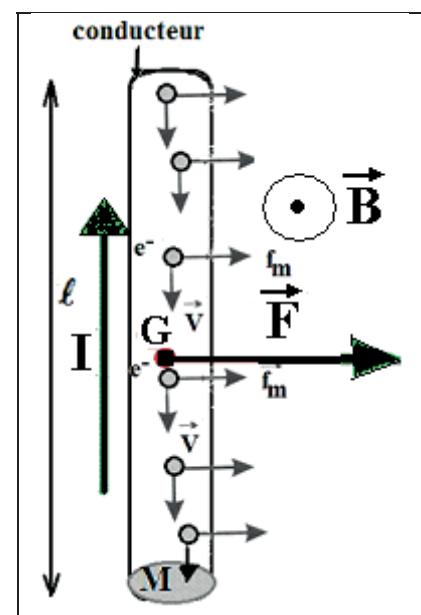
### Observations

Lorsque le courant passe le conducteur mobile roule vers le gauche où vers la droite selon le sens du courant et selon le sens du champ magnétique.

### 2- Interprétation

D'après un modèle simplifié on peut considérer que le courant électrique est constitué d'innombrables électrons qui se déplacent tous avec la même vitesse  $\vec{v}$  dans le sens opposé au sens conventionnel du courant.

Ces électrons se déplacent donc dans un champ magnétique  $\vec{B} \perp \vec{v}$  de sorte que chaque électron est soumis à une même force de Lorentz. Comme les électrons sont retenus par les atomes du réseau cristallin constituant le conducteur, c'est finalement le conducteur tout entier qui est sollicité par une force appelée force électromagnétique de Laplace. Cette force est égale à la résultante de toutes les innombrables forces de Lorentz qui s'exercent sur les électrons qui constituent le courant électrique.



## II- Force de Laplace

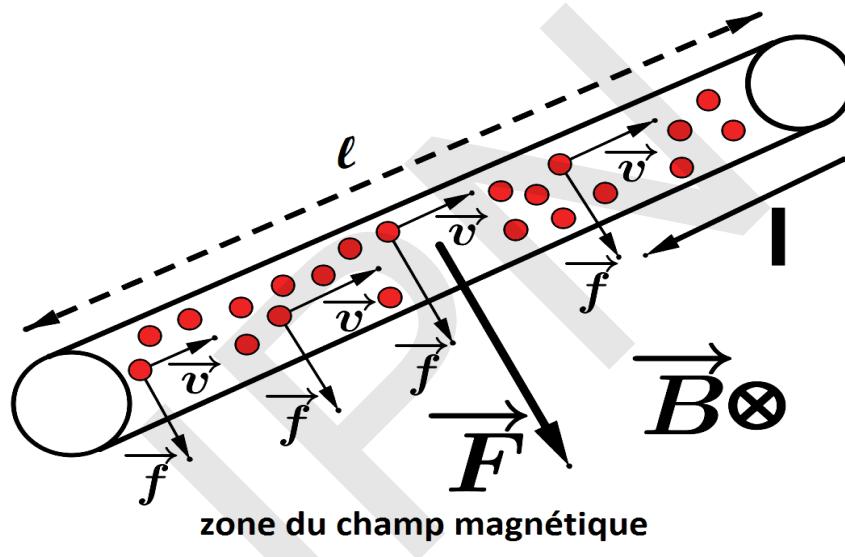
### 1- Expression de la force de Laplace

On considère un conducteur rectiligne de longueur  $\ell$  parcouru par un courant électrique d'intensité  $I$ .

Les  $N$  électrons contenus dans ce conducteur, qui constituent le courant, subissent des forces de Lorentz. La résultante de ces forces est la force électromagnétique de Laplace. Elle s'exerce sur le conducteur tout entier.

Afin de déterminer la résultante  $\vec{F}$  des  $N$  forces de Lorentz nous raisonnons sur le modèle simplifié du courant électrique où les  $N$  électrons libres se déplacent à vitesse constante  $\vec{V}$ .

Dans ces conditions les  $N$  électrons subissent la même force de Lorentz  $\vec{f}$  chacun.



La force de Lorentz que subit chaque électron a pour expression  $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ .

Alors la force résultante exercée sur le conducteur sera :  $\vec{F} = N \cdot \vec{f} \Rightarrow \vec{F} = N \cdot q \vec{V} \wedge \vec{B}$ .

On considère le vecteur  $\vec{\ell}$ , vecteur colinéaire avec le conducteur, de module égal à la longueur du conducteur et dont le sens est celui du courant électrique.

Donc on peut écrire  $\vec{V} = -\frac{\vec{\ell}}{\Delta t}$ , avec,  $\Delta t$  est la durée nécessaire pour qu'un électron parcoure toute la longueur du conducteur

La charge de l'électron est  $q = -e$ . Donc  $\vec{F} = \frac{N \cdot e}{\Delta t} \vec{\ell} \wedge \vec{B}$ .

Sachant que  $\begin{cases} N \cdot e = Q & \text{quantité d'électricité circulant dans le conducteur} \\ \frac{Q}{\Delta t} = I & \text{intensité du courant circulant dans le conducteur} \end{cases}$

Il vient  $\vec{F} = I \vec{\ell} \wedge \vec{B}$ . Cette force  $\vec{F}$  est appelée force électromagnétique de Laplace

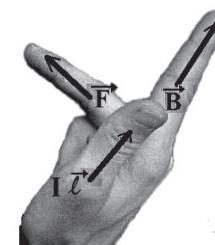
## 2- Les caractéristiques de la force de Laplace

- Point d'application : milieu de la portion du conducteur placée dans le champ magnétique et parcourue par le courant électrique.
- Direction :  $\vec{F} \perp \vec{\ell}$  et  $\vec{F} \perp \vec{B}$  alors,  $\vec{F}$  est perpendiculaire au plan formé par le conducteur et  $\vec{B}$
- Sens : Le sens de la force de Laplace est tel que le trièdre  $(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F})$  soit direct.

Ce sens peut être déterminé par l'une des règles suivantes :

### ➤ Règle des trois doigts de la main droite :

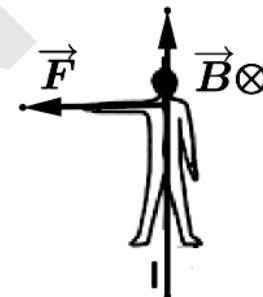
On place le pouce sur le conducteur, de telle manière que son bout indique le sens du courant  $I$ , l'index indique le sens de  $\vec{B}$ , alors le majeur indique le sens de  $\vec{F}$ .



### ➤ Règle de bonhomme d'Ampère :

Un bonhomme d'Ampère se couche sur le vecteur  $\vec{\ell}$

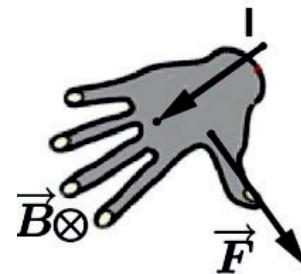
- \* Sa tête donne le sens de  $\vec{\ell}$ . (sens de  $I$ )
- \* Il regarde dans le sens de  $\vec{B}$ .
- \* Son bras gauche indique le sens de  $\vec{F}$



### ➤ Règle de la main droite :

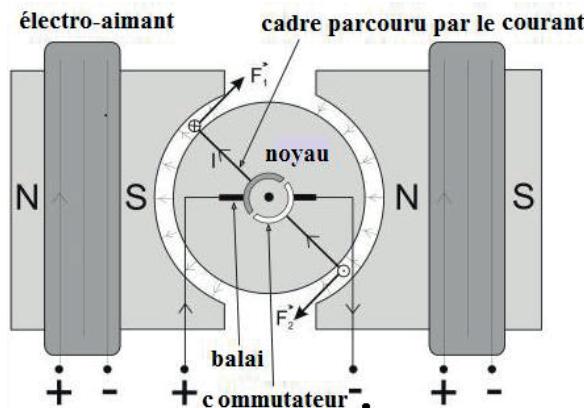
On place la main droite sur le conducteur, de telle manière que :

- \* le courant sort par les bouts des doigts
- \* la paume soit tournée vers le sens de  $\vec{B}$
- \* le pouce indique le sens de  $\vec{F}$ .



- Intensité :  $F = I \cdot \ell \cdot B \left| \sin(\vec{\ell}; \vec{B}) \right|$

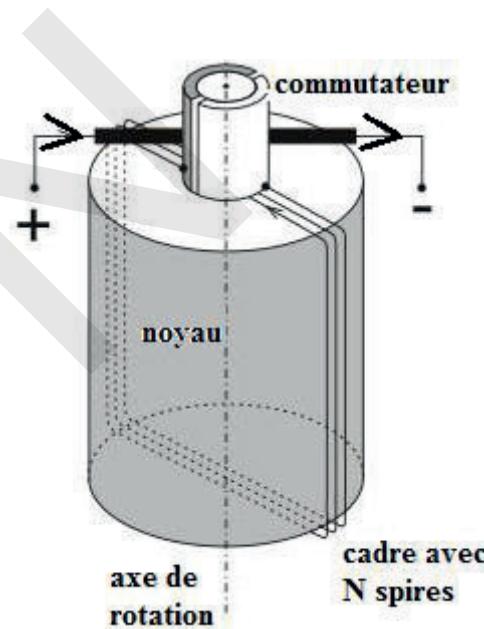
### III- Application : Le moteur électrique



Un cadre rectangulaire est enroulé autour d'un noyau de fer cylindrique mobile autour d'un axe fixe.

Le cadre est alimenté en courant par l'intermédiaire du commutateur : le courant entre et sort par deux balais en graphite fixes qui frottent contre deux demi-cylindres métalliques solidaires du cadre lorsque le moteur tourne ; ces demi-cylindres sont connectés aux extrémités du fil du cadre.

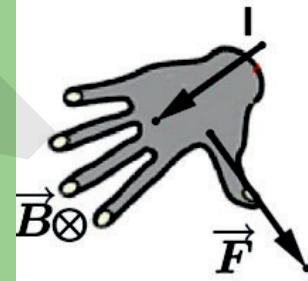
Dans l'entrefer, c'est-à-dire dans l'espace entre les électro-aimants fixes (stator) et la partie mobile (rotor), existe un champ magnétique radial. Placé dans ce champ, le cadre est soumis à un couple de forces de Laplace qui provoquent sa rotation.



A chaque demi-tour, le sens du courant dans le cadre est inversé grâce au commutateur. Ainsi le couple agit toujours dans le même sens, et la continuité du mouvement de rotation est assurée.

## Essentiel

- Lorsqu'un conducteur électrique de longueur  $\ell$  et parcouru par un courant électrique d'intensité  $I$  est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$ , il subit une force électromagnétique appelée force de Laplace d'expression  $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ .
  - Les caractéristiques de la force de Laplace
    - Point d'application : milieu de la portion du conducteur placée dans le champ magnétique et parcourue par le courant électrique.
    - Direction :  $\vec{F} \perp \vec{\ell}$  et  $\vec{F} \perp \vec{B}$  alors,  $\vec{F}$  est perpendiculaire au plan formé par le conducteur et  $\vec{B}$
    - Sens : Le sens de la force de Laplace est tel que le trièdre  $(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F})$  soit direct.
- Ce sens peut être déterminé par la règle de la main droite :  
On place la main droite sur le conducteur, de telle manière que :
- ✓ le courant sort par les bouts des doigts
  - ✓ la paume soit tournée vers le sens de  $\vec{B}$
  - ✓ le pouce indique le sens de  $\vec{F}$ .
  - Intensité :  $F = I \cdot \ell \cdot B \left| \sin(\vec{\ell}; \vec{B}) \right|$

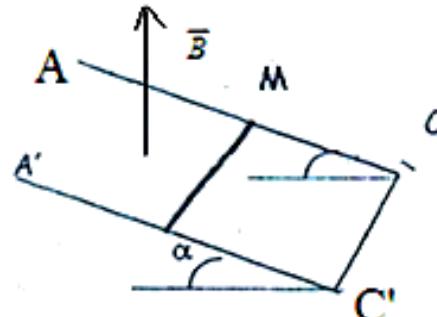


## Exercice résolu

Une barre de cuivre MN, homogène, de masse  $m$  et de longueur  $\ell$  peut glisser sans frottement le long de deux rails métalliques A C et A'C' contenus dans un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. Pendant tout le mouvement, la barre MN reste perpendiculaire aux rails AC et A'C', et maintient avec eux le contact électrique en M et N. On donne

$$\ell = 10^{-1} \text{ m} ; g = 9,8 \text{ m.s}^{-2} ; m = 2.10^{-2} \text{ kg} ; \alpha = 20^\circ$$

- 1-La barre MN est lâchée sans vitesse initiale sur le plan incliné. Après un parcours L, sa vitesse vaut  $2,8 \text{ ms}^{-1}$  calculer L.



2-Les points A et A' sont maintenant reliées par un fil de résistance  $R = 0,2 \Omega$ , les résistances électriques des rails et de la barre étant négligeables. Lorsque la barre parcourt une distance L, elle pénètre, à l'instant  $t = 0$ , avec la vitesse  $v = 2,8 \text{ ms}^{-1}$  dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , vertical, ascendant, d'intensité  $B = 1 \text{ T}$ .

- a- Quelle est l'intensité  $I_0$  du courant qui apparaît dans le circuit A'AMN à l'instant  $t = 0$ ? Indiquer sur un schéma très clair le sens du courant.

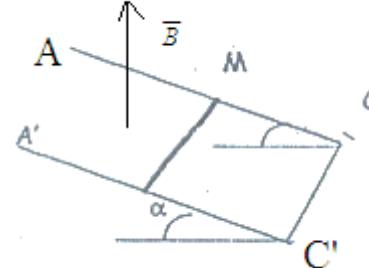
b-Quelles sont les caractéristiques de la force électromagnétique  $\vec{F}_0$  qui s'exerce sur la barre à l'instant  $t = 0$ ?

c- Montrer qu'à  $t = 0$  l'accélération est opposée à  $\vec{v}_0$ .

Expliquer qualitativement comment varie l'intensité du courant lorsque la barre continue à se déplacer dans le champ magnétique et comment évolue le mouvement, les rails étant supposés suffisamment longs.

3- La barre, toujours sur les rails inclinés de  $\alpha = 20^\circ$  acquiert maintenant dans le champ  $\vec{B}$  un mouvement rectiligne uniforme de vitesse  $\vec{v}_1$

- a- Quelle est alors l'intensité de la force électromagnétique  $\vec{F}_1$  qui agit sur la barre ?



- b- Calculer l'intensité  $I_1$  du courant induit et la valeur  $v_1$  de la vitesse.

## Solution

$$1) \frac{1}{2}mv^2 = mgl \sin \alpha \Rightarrow l = \frac{v^2}{2g \sin \alpha} = 1,17m$$

$$2-a) i = \frac{e}{R} = -\frac{d\phi}{dt} \text{ et } \phi = BS \cos \alpha \Rightarrow e = -B\left(\frac{dS}{dt}\right) \cos \alpha \text{ et } \frac{dS}{dt} = lv'$$

$$\text{donc } i = -\frac{Blv' \cos \alpha}{R} \text{ à } t=0 \quad v'=v \Rightarrow Io = -\frac{Blv \cos \alpha}{R} = -1,3A$$

$Io \prec o$  ( $v$ -schéma)

$$b) \vec{F}_o \begin{cases} \text{origine : milieu de la tige} \\ \text{direction : horizontale} \\ \text{sens : gauche} \rightarrow \text{droite} \\ \text{norme : } F_o = |I_o|lB = 0,13N \end{cases}$$

$$c) \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_o = m\vec{a} \quad (1) \quad /_{AC} : mg \sin \alpha - F_o \cos \alpha = ma$$

$$a = g \sin \alpha - \frac{F_o \cos \alpha}{m} = -2,7 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \vec{a} \text{ et } \vec{v} \text{ sont opposées}$$

comme  $v \searrow \Rightarrow |i| \searrow$  et  $F \searrow$ : la vitesse tend vers  $v_L$  (mru)

$$3-a) a = o \Rightarrow F_1 = mg \tan \alpha = 0,07N$$

$$b) F_1 = |I_1|lB \Rightarrow I_1 = -\frac{F_1}{lB} = -0,7N$$

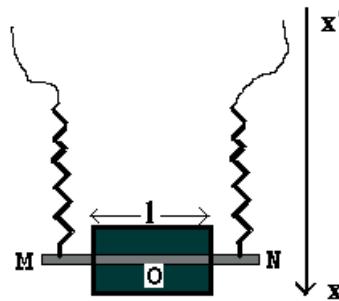
$$c) I_1 = -\frac{Blv_1 \cos \alpha}{R} \Rightarrow v_1 = -\frac{I_1 R}{Bl \cos \alpha} = 1,48 \text{ m/s}$$

## Exercices

### Exercice 1

On fixe une tige solide MN de cuivre de masse  $m = 20\text{g}$  aux extrémités des deux ressorts R identiques parfaitement élastiques à spires non jointives et de masses négligeables. La constante de raideur de chaque ressort est  $K=5\text{N/m}$  et sa longueur à vide est  $15\text{cm}$ .

On donne  $g = 10\text{m/s}^2$  et on néglige le champ magnétique terrestre.



La tige MN et les ressorts constituent une portion de circuit électrique à travers laquelle peut passer un courant constant d'intensité  $I=5\text{A}$  de M vers N quand on ferme l'interrupteur.

On exerce sur une longueur  $l=8\text{cm}$  (de centre O milieu de la tige MN) un champ magnétique uniforme d'intensité  $\mathbf{B}$ .

La direction et le sens de  $\vec{\mathbf{B}}$  peuvent être modifiés.

1- L'interrupteur est ouvert  $I=0$  la valeur du champ magnétique est  $B=0,6\text{T}$ . Déterminer la longueur des ressorts.

2-L'interrupteur est fermé  $I \neq 0$  la valeur du champ magnétique est  $B=0,6\text{T}$ . Déterminer la force électromagnétique (direction sens et intensité) qui s'exerce sur la tige et calculer la longueur des ressorts à l'équilibre, dans les cas suivants :

2.1-le champ magnétique est horizontal dirigé de M vers N

2.2-le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la figure et est horizontal rentrant  $\otimes$

2.3-le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la figure et est horizontal sortant  $\odot$

3 -l'interrupteur est fermé le champ magnétique appliqué est perpendiculaire et de tel manière que la force de Laplace soit égale au poids de la tige mais de sens opposé. La tige prend alors une nouvelle position d'équilibre.

3.1-Quelle est la valeur du champ magnétique

3.2-Quelle est la longueur des ressorts.

### Exercice 2

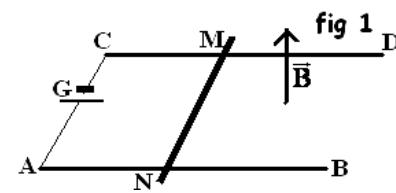
Dans l'exercice on néglige le champ magnétique terrestre.

Un circuit électrique comporte :

-Un générateur G

-Deux rails métalliques AB et CD horizontaux et parallèles de résistances négligeables.

- Une tige métallique MN horizontale de longueur  $l=10\text{ cm}$  et de masse  $m=10\text{ g}$ .



Le circuit est soumis à un champ magnétique uniforme dont le vecteur  $\vec{B}$  qui reste toujours perpendiculaire au plan des rails a pour intensité  $B = 0,8\text{ T}$

Lorsqu'on ferme le circuit, le générateur débite un courant d'intensité constante  $I=0,5\text{ A}$  et la tige commence à se déplacer sans frottement tout en restant perpendiculaire aux rails.

- 1- Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique  $\vec{F}$  qui déplace la tige.
- 2 -Quelle est la nature du mouvement de la tige ? Sachant qu'on ferme l'interrupteur à  $t=0$  alors que la tige est immobile, écrire l'équation de ce mouvement.
- 3-De quel angle  $\alpha$  et dans quel sens faut-il incliner les rails pour que la tige reste en équilibre ?

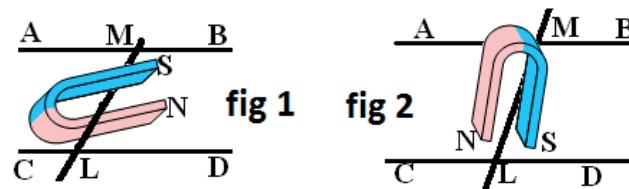
### Exercice 3

Une tige cylindrique (LM) de poids  $P = 10\text{ mN}$ , est parcourue de L vers M par un courant d'intensité  $I = 10\text{ A}$ . Elle repose sur deux rails initialement horizontaux. Un aimant en U crée un champ magnétique uniforme de valeur  $B=40\text{ mT}$  qui s'exerce sur une longueur  $l=5\text{ cm}$  de tige.

L'aimant est disposé comme l'indique la figure (1) ci-dessous (branche nord en dessous).

1-Préciser les caractéristiques de la force de Laplace, appliquée au milieu de (LM), agissant sur la tige. Quelle serait l'accélération initiale de la tige en l'absence de frottements ?

2 -De quel angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale faut-il incliner les deux rails AB et CD pour que la tige LM reste immobile :



2.1 -Quand les branches de l'aimant restent horizontales ?

2.2- Quand elles restent parallèles aux rails ?

3-Que se passe-t-il si l'on adopte pour l'aimant la position indiquée sur la figure (2).

### Exercice 4

Un cadre carré ABCD de côté 20cm est constitué d'un fil conducteur. Il est suspendu à un dynamomètre D comme l'indique la figure.

1 -Le côté CD du cadre est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme perpendiculaire au plan.

1.1- Le dynamomètre D indique 2,5N lorsque le cadre n'est pas traversé par un courant. A quoi correspond cette valeur ?

1.2- On fait passer maintenant dans le cadre un courant d'intensité constante  $I=10A$ , le dynamomètre D indique alors 3,5N.

1.2.1- Faire un schéma sur lequel on représentera la force électromagnétique appliquée au côté CD et on indiquera le sens du courant qui traverse CD.

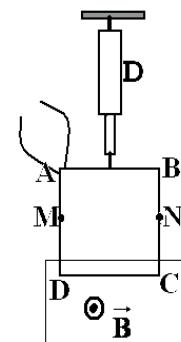
1.2.2- Calculer l'intensité du champ magnétique  $\vec{B}$ .

2 -On plonge le cadre qui est parcouru par l'intensité  $I=10A$ , dans le champ magnétique jusqu'aux points M et N. Montrer que l'indication du dynamomètre ne change pas.

3 -On inverse le sens du courant sans changer sa valeur ni celle du champ magnétique.

3.1- Quelle est la nouvelle indication du dynamomètre ?

3.2- Quelle sera l'indication du dynamomètre si le champ magnétique s'annule ?

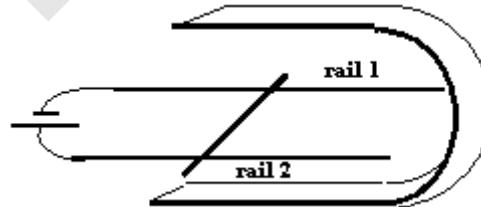


### Exercice 5

Deux rails conducteurs rectilignes sont disposés horizontalement comme indiqué sur la figure. Ils sont distants de  $L=10 \text{ cm}$ . Une tige de cuivre de masse  $m=20 \text{ g}$  est libre de se déplacer sur ces deux rails et assure le contact électrique.

L'ensemble est placé à l'intérieur d'un aimant en U

qui crée un champ magnétique uniforme  $B$  vertical et de valeur  $B=100 \text{ mT}$ .



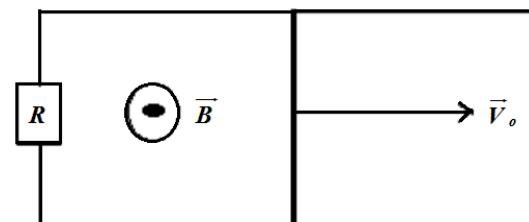
1. Si la tige est parcourue par un courant  $I$ , elle se déplace de la gauche vers la droite.

Représenter et nommer la force responsable de ce déplacement.

2. Indiquer le sens du courant sur le schéma puis en déduire le sens du champ magnétique dans l'aimant.

3. Calculer la valeur de la force  $F$  lorsque  $I=2,00 \text{ A}$ .

4. A l'instant  $t=0$ , la tige est placée à l'extrême gauche des rails et le circuit est fermé. Faire l'inventaire des forces agissant sur la tige et les représenter sur un schéma. Les forces de frottements seront notées  $f$ .

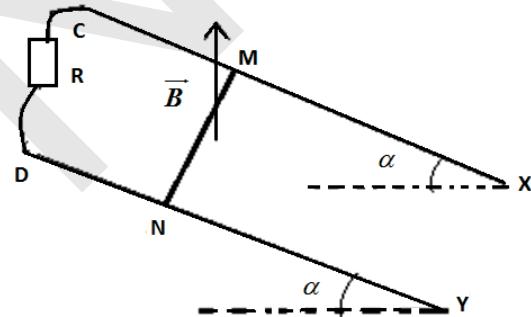


5. On s'intéresse à la phase d'accélération pendant laquelle la tige parcourt 2,0 cm de rail. La force  $F=0,02$  N et on peut négliger les frottements. Calculer le travail de chacune des forces pendant cette phase.
6. Quelle est la variation d'énergie cinétique pendant cette phase ?
7. En déduire la vitesse de la tige à la fin de cette phase d'accélération.
8. Que vaut la variation d'énergie potentielle de pesanteur lors de cette accélération ?
9. Après avoir accéléré, on ne peut plus négliger les forces de frottements et la tige possède alors une vitesse constante. En déduire la valeur de la force  $f$  de frottements.

### Exercice 6

Deux rails métalliques CX et DY parallèles et distantes de  $\ell = 20\text{cm}$  sont dans un plan horizontal. Un champ magnétique uniforme caractérisé en tout point par le vecteur ascendant vertical  $\vec{B}$  de norme  $B = 0,5\text{T}$  traverse ce plan. Cet D sont reliés par un résistor de résistance  $R = 0,1\Omega$ . On ferme le circuit à l'aide d'une tige métallique MN homogène de masse  $m = 100\text{g}$  pouvant glisser sans frottement et perpendiculairement à CX et DY. A la date  $t=0$ , MN possède la vitesse de norme  $v_o = 5\text{ms}^{-1}$ .

1-Quelles sont les caractéristiques de la force mécanique  $\vec{F}$  qu'il faut exercer à la tige pour que sa vitesse  $\vec{v}_o$  se conserve .



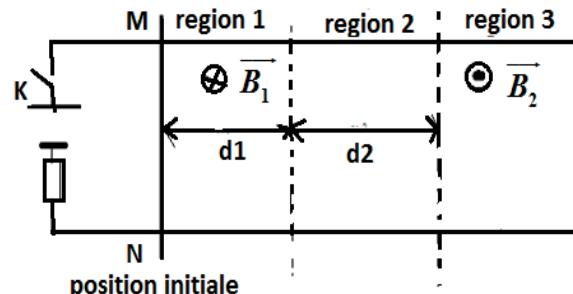
2-La tige ayant conservée sa vitesse initiale  $\vec{v}_o$ , on supprime brusquement l'action de  $\vec{F}$ . En appliquant la RFD établir l'expression donnant alors la vitesse de la tige en fonction du temps .

3-Le plan horizontal est maintenant incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal. L'ensemble est toujours soumis au champ magnétique  $\vec{B}$  vertical ascendant. Abandonnée à elle-même sans vitesse initiale la tige MN peut glisser sans frottement perpendiculairement à CX et DY. Etablir l'expression de l'accélération  $a$  du mouvement de la barre en fonction de  $B, \ell, \alpha, R, m, g$  et  $v$

4-Montrer que la vitesse de la tige tend vers une vitesse limite  $v_L$  dont on explicitera l'expression littérale et que l'on calculera. *On donne:  $\alpha = 20^0$   $g = 10\text{m.s}^{-2}$*

## Exercice 7

Un circuit électrique est composé d'un générateur, d'un interrupteur K, de deux rails métalliques horizontaux parallèles d'un résistor de protection et d'un barreau métallique MN horizontal de masse m pouvant glisser sans frottement en restant perpendiculaire aux rails (fig), le courant débité par le générateur a une intensité I supposée



constante. La région (1) est soumise à l'action d'un champ magnétique  $\vec{B}_1$  perpendiculaire au plan des rails. Le barreau étant immobile, on ferme l'interrupteur K à  $t=0$  :

1-Dresser les forces que subit alors le barreau mobile MN

2-Exprimer le vecteur accélération  $\vec{a}_1$  pris par le barreau lors de son mouvement dans la région (1)

$$A.N : I = 5A, B_1 = 6 \cdot 10^{-3} T, m = 50g, MN = \ell = 10Cm$$

3-Déterminer la vitesse  $v_1$  du barreau MN quand il sort de la région(1) après avoir parcouru la distance  $d_1 = 5Cm$

4-Le barreau traverse une régions de largeur  $d_2 = 10Cm$  où le champ magnétique est nul.

Quelle est la nature de son mouvement ? Calculer le temps mis pour traverser la région (2)

5-Le barreau entre alors dans la région (3) et subit l'action du champ magnétique  $\vec{B}_3$  d'intensité  $B_3 = 6 \cdot 10^{-3} T$  et orienté comme l'indique la figure

a) Quel est le vecteur accélération  $\vec{a}_3$  du barreau ?

b) A quelle date le barreau repasse-t-il par sa position initiale de la question (1).

## Exercice 8

Un circuit électrique déformable est constitué par :

-Un générateur de f.e.m.  $E=12V$ , de résistance interne  $r = 0,8\Omega$

-Un interrupteur j

-Deux rails fixes Kx et Ny, rigides, parallèles inclinés de  $\alpha = 20^\circ$  par rapport à l'horizontale, de résistance négligeable

-Une tige de cuivre qui repose sur les rails fixes en L et M distants de  $LM = \ell = 0,15m$ . Cette tige est horizontale perpendiculaire aux rails fixes, elle peut glisser sur ceux-ci sans frottement, son centre d'inertie G est situé au milieu de KL, sa masse est  $m=15g$ . La tige LM est entièrement baignée par un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$

- a) Le conducteur mobile est en cuivre ,pourquoi ?  
 b)  $\vec{B}$  est perpendiculaire au plan des rails .On tient la tige LM immobile. On abaisse l'interrupteur J. On lâche la tige, elle reste immobile. déterminer le sens et le module de  $\vec{B}$  .  $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$ .

- c)  $\vec{B}$  gardant le module précédent , devient vertical, dirigé vers le bas. On tient la tige LM immobile. On abaisse l'interrupteur J. On lâche la tige à  $t=0$ ,déterminer l'accélération  $\vec{a}_0$  de la tige à cette date

### Exercice 9

Une tige conductrice MN de longueur  $\ell$  se déplace sur deux rails conducteurs parallèles AC et DE à la vitesse  $\vec{v}$  constante en restant perpendiculaire aux deux rails. Le déplacement de MN s'effectue dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan des rails.

- 1-Montrer que MN est le siège d'une force électromotrice induite dont on donnera l'expression en fonction de  $v$ ,  $B$ ,  $\ell$ .

Préciser le signe de la différence de potentielle entre M et N A. N :  $v = 2 \text{ cm.s}^{-1}$  ;  $B = 0,5 \text{ T}$  ;  $\ell = 4 \text{ cm}$ .

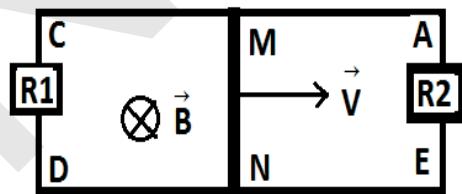
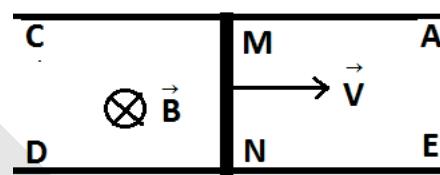
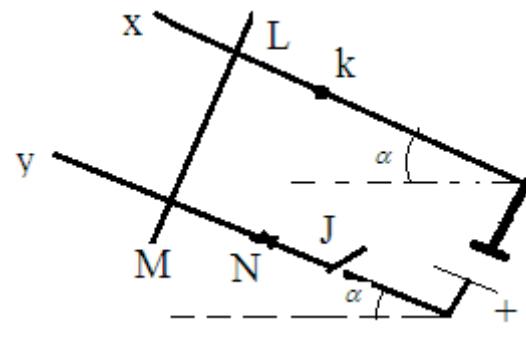
- 2-On relie AE et CD par des résistances  $R_1$  et  $R_2$  respectivement. La barre MN se déplace toujours à la vitesse constante  $\vec{v}$  dans les mêmes conditions que précédemment.

2.1 -Montrer que  $R_1$  et  $R_2$  sont parcourues par des courants dont on indiquera le sens.

2.2-Exprimer la relation entre les intensités des courants dans  $R_1$  et  $R_2$  et MN.

2.3-En négligeant la résistance des rails et de la tige et en supposant que les courants ne modifient pas sensiblement le champ magnétique initial, calculer les intensités des courants dans  $R_1$  et  $R_2$  et MN. A. N:  $R_1 = 2 \cdot 10^{-2} \Omega$ ,  $R_2 = 4 \cdot 10^{-2} \Omega$ .

2.4-Considérer le cas où la barre MN se déplace avec la même vitesse, dans l'autre sens



# Chapitre V: induction magnétique



## OBJECTIFS

- Comprendre le phénomène d'induction magnétique
- Appliquer la loi de Lenz.
- Déterminer le sens du courant induit
- Savoir utiliser l'expression du flux magnétique
- Savoir utiliser l'expression de la f.e.m induite

# I - Notion de flux magnétique

## 1- Vecteur surface

### 1-1- La surface

C'est une partie du plan délimitée par des frontières (contour) réelles ou virtuelles.  
Si le contour d'une surface est formé par des conducteurs électriques, on constitue alors un circuit électrique.

### 1-2- Vecteur surface

A toute surface  $S$  est associé un vecteur surface  $\vec{s}$  tel que  $\vec{s} = S\vec{n}$

$S$  : l'aire de la surface et  $\vec{n}$  : le vecteur normal à la surface.

### 1-3- Caractéristiques du vecteur normal à une surface $\vec{n}$

- **Origine** : le centre de la surface
- **Direction** : perpendiculaire au plan de la surface
- **Sens** : On choisit un sens positif sur le contour de la surface. On détermine le sens de  $\vec{n}$  par la règle de la main droite.

On allonge la main droite sur le contour de la surface tel que :

- ✓ La paume est orientée vers le centre de la surface
- ✓ Les doigts courbés en indiquant le sens positif sur le contour
- ✓ Le pouce indique le sens de  $\vec{n}$



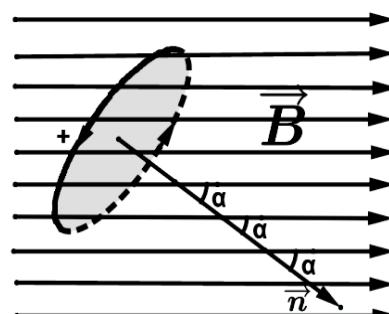
- **Norme** :  $\|\vec{n}\| = 1$

## 2. flux magnétique

On définit une grandeur physique appelée flux magnétique  $\Phi$  qui mesure le nombre ou la « quantité » de lignes de champ magnétique passant à travers une surface fermée.

Le flux d'un champ magnétique  $\vec{B}$  à travers une surface  $S$  est donné par le produit scalaire  $\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \cos(\vec{B} \cdot \vec{n})$ .

Le flux s'exprime en Weber (Wb)



### Cas particuliers :

- $\vec{B}$ , parallèle à  $\vec{S}$ :  $\Phi = \pm B.S$
- $\vec{S}$ , perpendiculaire à  $\vec{B}$ :  $\Phi = 0$  car aucune ligne de champ ne traverse  $S$ .

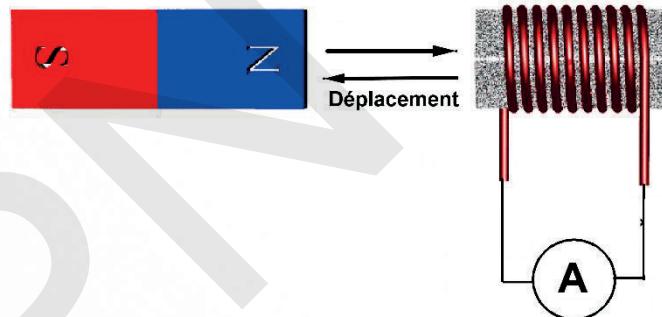
**Remarque :** Si la surface est délimitée par un circuit bobiné comportant  $N$  spires, le flux total vaut  $N$  fois le flux à travers une spire :  $\phi = N.B.S.\cos(\vec{B}.\vec{n})$ .

## II- Induction magnétique

### 1- Mise en évidence du phénomène

#### • Expérience 1

On approche un aimant d'une bobine reliée à un galvanomètre (ampèremètre très sensible à cadre mobile, dont l'aiguille dévie soit vers la droite soit vers la gauche selon le sens du courant).



On constate qu'un courant circule dans la bobine pendant la durée du mouvement de l'aimant.

Quand on éloigne l'aimant de la bobine, on constate que le courant circule dans le sens inverse.

Lorsqu'on arrête le déplacement de l'aimant le galvanomètre ne décèle aucun courant dans la bobine.

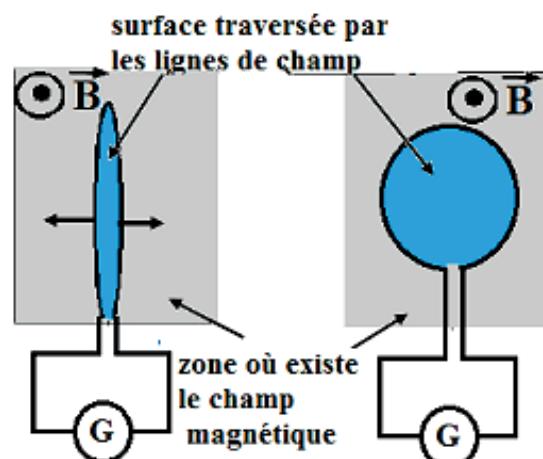
**Remarque :** Les mêmes constatations ont été observées lorsqu'on a déplacé la bobine alors que l'aimant est maintenu immobile.

#### • Expérience 2

On place une boucle formée par un fil conducteur et reliée à un galvanomètre dans le champ magnétique d'un aimant en **U**. Initialement la boucle est aplatie de sorte que la surface traversée par les lignes de champ est faible. Etirons cette boucle pour que la surface traversée par les lignes de champ s'agrandisse.

On observe qu'un courant circule dans la boucle pendant la durée où la boucle s'agrandit.

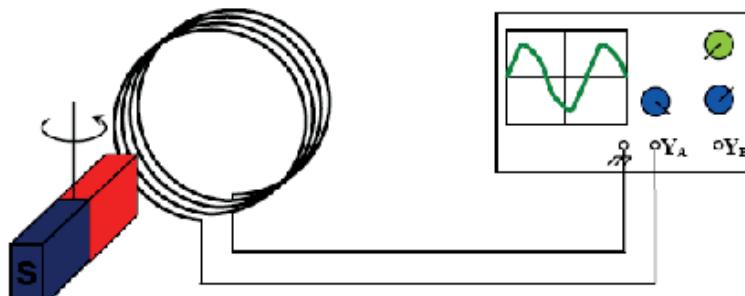
Comprimons la boucle afin de réduire la surface traversée par les lignes de champ, le courant circule alors dans le sens inverse.



- **Expérience 3 :**

Plaçons un aimant horizontal, mobile autour d'un axe vertical, près d'une bobine d'axe horizontal, connectée à un oscilloscope. Faisons tourner cet aimant à vitesse angulaire constante.

On observe que l'oscilloscope affiche une tension de forme sinusoïdal, ce qui implique que la bobine est parcourue par un courant alternatif de fréquence égale à celle du mouvement de rotation.



**Remarque :** Les mêmes constatations ont été observées lorsque l'aimant est fixe et que la bobine tourne à vitesse angulaire constante.

### Conclusion

L'apparition du courant dans la bobine dans chacune des expériences précédentes est appelée « **phénomène d'induction magnétique** ».

Ce phénomène n'apparaît dans un circuit électrique que si l'intensité ou la direction du champ magnétique à travers ce circuit varie ou si la surface délimitée par ce circuit traversé par le champ varie. Alors, si le flux magnétique à travers ce circuit varie, le courant observé s'appelle courant induit. Son intensité est généralement variable dans le temps et notée  $i$ .

Le circuit, dans lequel le courant induit circule, est appelé circuit induit.

L'aimant est appelé inducteur.

Si le circuit induit est fermé, le phénomène se manifeste par la circulation d'un courant dans le circuit.

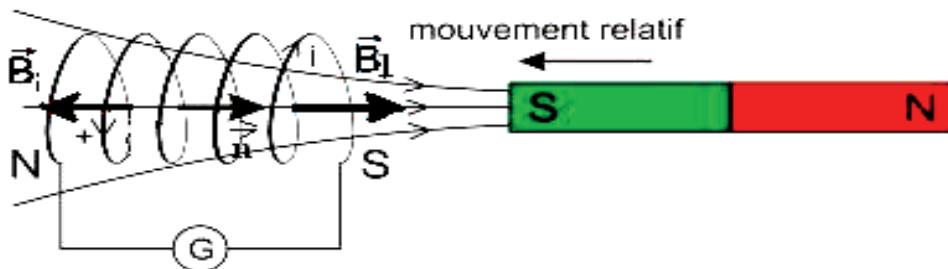
Si le circuit induit est ouvert, il se manifeste par l'apparition d'une tension aux bornes du circuit.

## 2 -Sens du courant induit (Loi de Lenz)

### 2-1- Expérience :

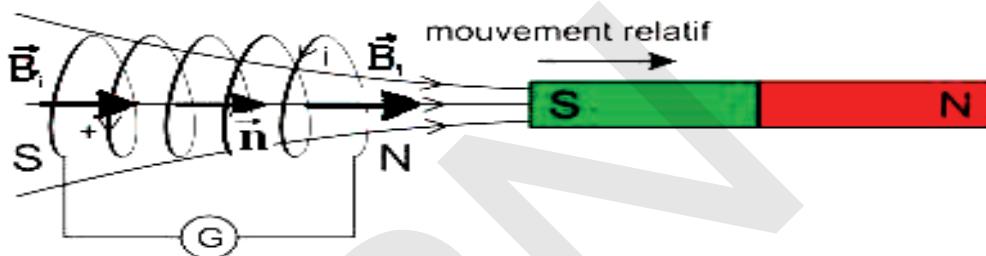
- Approchons un aimant de la bobine et déterminons le sens du courant induit. Bien entendu ce courant à travers la bobine engendre un champ magnétique qui va se superposer au champ de l'aimant
  - En approchant le pôle Sud (augmentation de l'intensité du champ magnétique  $B$ ), le flux induit à travers la bobine induite augmente (compte tenu du sens positif choisi). Cette variation positive du flux induit donne naissance à un courant induit d'intensité  $i$ .

Ce courant induit  $i$  circule dans le sens tel que le champ induit créé par la bobine  $\vec{B}_i$  est dirigé contre le sens du champ magnétique  $\vec{B}$  de l'aimant ( $\vec{B}_i$  s'oppose à l'augmentation de  $\vec{B}$ )



- En éloignant le pôle Sud (diminution de l'intensité du champ magnétique  $B$ ), le flux induit à travers la bobine induite diminue (compte tenu du sens positif choisi).

Cette variation négative du flux induit donne naissance à un courant induit d'intensité  $i$  qui circule dans le sens tel que le champ induit créé par la bobine  $\vec{B}_i$  est dirigé dans le sens du champ magnétique  $\vec{B}$  de l'aimant ( $\vec{B}_i$  s'oppose à la diminution de  $\vec{B}$ )



## 2-2- Loi de Lenz

Le courant induit circule dans un sens tel qu'il tente de s'opposer à la cause qui lui donne naissance.

Cette cause est évidemment la cause de la variation du flux induit.

## 3- Force électromotrice induite

La circulation d'un courant électrique dans un circuit nécessite la présence d'une force électromotrice (présence d'un générateur). Le phénomène d'induction magnétique engendre dans le circuit induit une force électromotrice induite.

### 3-1- Force électromotrice induite moyenne f.e.m.i (e<sub>m</sub>)

Si le flux induit à travers un circuit induit varie de  $\Delta\Phi$  pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$ . Dans ce circuit apparaît une f.e.m. induite dont la valeur moyenne, notée  $e_m$ , dépend de la durée  $\Delta t$  et  $\Delta\Phi$  (c'est-à-dire les facteurs qui le déterminent) :

Reprendons l'expérience précédente, en introduisant, avec la même vitesse, un aimant faible, puis un aimant plus puissant dans la bobine induite. Nous mesurons la déviation maximale de l'aiguille qui est proportionnelle à la f.e.m. moyenne  $e_m$ .

On constate que plus l'aimant est puissant, plus la valeur de la f.e.m  $e_m$  est grande.

Donc  $e_m$  est proportionnel à  $B$ .

Des expériences semblables montrent que la f.e.m  $e_m$  est proportionnelle à **N, S et B** donc à  $\Delta\Phi$ .

Reprendons l'expérience précédente, et introduisons l'aimant lentement puis rapidement dans la bobine induite. Lorsqu'on introduit l'aimant lentement dans la bobine,  $e_m$  est plus faible que si on l'introduit rapidement,  $e_m$  est inversement proportionnel à  $\Delta t$ .

**Conclusion :** La force électromotrice induite moyenne  $e_m$  est proportionnelle à la variation du flux inducteur  $\Delta\Phi$  et est inversement proportionnel à  $\Delta t$

En tenant compte de la Loi de Lenz ( $e_m$  et  $\Delta\Phi$  ont signes opposés) on aboutit finalement à la loi de Faraday :

La f.é.m. induite moyenne dans un circuit est égale à l'opposé de la variation du flux inducteur à travers ce circuit par unité de temps :  $e_m = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

### 3-2- La force électromotrice induite instantanée

La f.é.m. induite (instantanée) dans un circuit est égale à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux inducteur à travers ce circuit :  $e = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{d\Phi}{dt}$

### 3-3- Intensité du courant en circuit fermé

Si le circuit induit est fermé et de résistance totale  $r$ , l'expression de l'intensité du courant

$$\text{induit est : } i = \frac{e}{r}$$

Les grandeurs  $e$  et  $i$  sont algébriques.

#### Convention :

Courant circulant dans le sens positif  $\Leftrightarrow i > 0 \Leftrightarrow e > 0$

Courant circulant dans le sens négatif  $\Leftrightarrow i < 0 \Leftrightarrow e < 0$

#### Remarque

Si le circuit induit est ouvert lors de la variation du flux inducteur, elle apparaît une tension  $U$  entre ses bornes tel que  $|U| = |e|$ .

### 3-4- La quantité d'électricité moyenne induite

La quantité d'électricité induite moyenne circulant dans un circuit induit fermer lors d'une

$$\text{variation du flux magnétique } \Delta\Phi \text{ est : } Q = |i| \cdot \Delta t = \left| \frac{e}{r} \right| \cdot \Delta t = \left| \frac{\Delta\Phi}{r \cdot \Delta t} \right| \cdot \Delta t. \text{ Ce qui donne } Q = \frac{|\Delta\Phi|}{r}$$

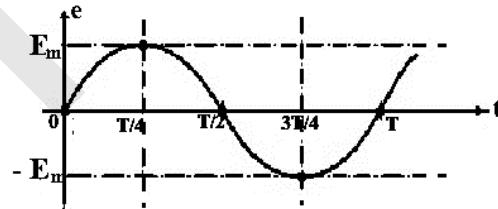
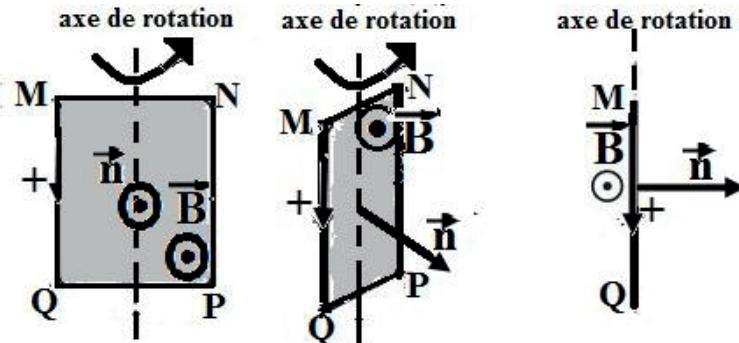
## 4- Application : L'alternateur

**Description :** Une bobine ayant  $N$  spires, tourne avec une vitesse angulaire constante dans un champ magnétique (supposé uniforme). Afin de comprendre le fonctionnement de l'alternateur on considère tout d'abord une seule spire rectangulaire tournant à vitesse angulaire  $\omega$  constante dans un champ magnétique inducteur uniforme. Les figures illustrent que le flux induit varie en fonction du temps.

Le flux magnétique à travers la bobine :  $\Phi = NBS \cos \theta$

Comme la bobine tourne à vitesse constante, l'expression de  $\theta$  en fonction du temps est  $\theta = \omega t + \varphi$  alors  $\Phi = NBS \cos(\omega t + \varphi)$

La f.e.m induite  $e$  se déduit de l'expression du flux par :



$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS \omega \sin(\omega t + \varphi) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Une force électromotrice alternative sinusoïdale de même fréquence que la fréquence de rotation est induite dans la bobine. Si le circuit est fermé un courant alternatif sinusoïdal de même fréquence circule dans le circuit.

La f.e.m.  $e$  est alternative et sinusoïdale d'amplitude  $E_m$ .

Si  $\varphi = 0$  la représentation est la suivante.

**Remarque :** Un voltmètre indique la f.e.m. efficace  $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ .

## Essentiel

- A toute surface  $S$ , est associé un vecteur surface  $\vec{S}$  tel que  $\vec{S} = S\vec{n}$   
 $S$  : l'aire de la surface et  $\vec{n}$  : vecteur normal à la surface.
- Caractéristiques du vecteur normal à une surface  $\vec{n}$  :
  - Origine : le centre de la surface
  - Direction : perpendiculaire au plan de la surface
  - Sens : On choisit un sens positif sur le contour de la surface. On détermine le sens de  $\vec{n}$  par la règle de la main droite.

On allonge la main droite sur le contour de la surface tel que :

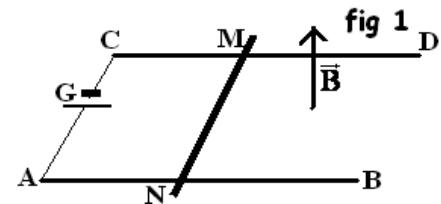
  - ✓ La paume est orientée vers le centre de la surface
  - ✓ Les doigts courbés en indiquant le sens positif sur le contour
  - ✓ Le pouce indique le sens de  $\vec{n}$
  - Norme :  $\|\vec{n}\| = 1$
- Le flux d'un champ magnétique  $\vec{B}$  à travers une surface  $S$  est donné par le produit scalaire  $\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cos \theta$ . Le flux s'exprime en Weber (Wb)
- Si la surface est délimitée par un circuit bobiné comportant  $N$  spires, le flux total vaut  $N$  fois le flux à travers une spire :  $\phi = N \cdot B \cdot S \cos(\theta)$ .
- Force électromotrice induite moyenne f.e.m.i ( $e_m$ ) :  $e_m = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$
- La force électromotrice induite instantanée :  $e = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{d\Phi}{dt}$
- Si le circuit induit est fermé et de résistance totale  $r$ , l'expression de l'intensité du courant induit est :  $i = \frac{e}{r}$
- La quantité d'électricité induite moyenne circulant dans un circuit induit fermer lors d'une variation du flux magnétique  $\Delta\Phi$  est :  $Q = \frac{|\Delta\Phi|}{r}$

## Exercice résolu

Dans l'exercice on néglige le champ magnétique terrestre.  
Le phénomène d'induction est également négligé sauf dans la quatrième question.

Un circuit électrique comporte :

- Un générateur G
- Deux rails métalliques AB et CD horizontaux et parallèles de résistances négligeables.
- Une tige métallique MN horizontale de longueur  $l=10 \text{ cm}$  et de masse  $m=10 \text{ g}$ .



Le circuit est soumis à un champ magnétique uniforme dont le vecteur  $\vec{B}$  qui reste toujours perpendiculaire au plan des rails a pour intensité  $B = 0,8 \text{ T}$ .

Lorsqu'on ferme le circuit, le générateur débite un courant d'intensité constante  $I=0,5\text{A}$  et la tige commence à se déplacer tout en restant perpendiculaire aux rails.

1 Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique  $\vec{F}$  qui déplace la tige.

2 Quelle est la nature du mouvement de la tige ?

Sachant qu'on ferme l'interrupteur à  $t=0$  alors que la tige est immobile, écrire l'équation de ce mouvement.

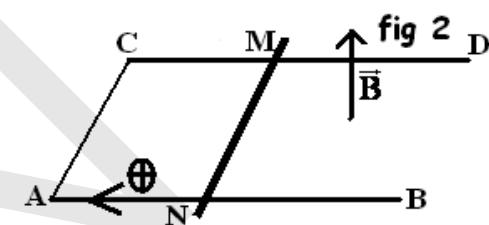
3 De quel angle  $\alpha$  et dans quel sens faut-il incliner les rails pour que la tige reste en équilibre ?

4 On ramène les rails à leur position horizontale précédente et on remplace le générateur par un fil conducteur de résistance  $R=2\Omega$ . De la gauche vers la droite, on déplace la tige de résistance  $r=1\Omega$  à vitesse constante  $V=6\text{m/s}$ .

4.1 Calculer la force électromotrice (f.e.m) induite e.

4.2 Déterminer l'intensité du courant induit et préciser son sens.

4.3 Préciser les caractéristiques de la force électromagnétique  $\vec{F}$  créée lors du déplacement.



## Solution

1. Les caractéristiques de  $\vec{F}$  :

-point d'application : milieu du fil

-Direction : Parallèle avec les rails

-Sens : de la gauche vers la droite

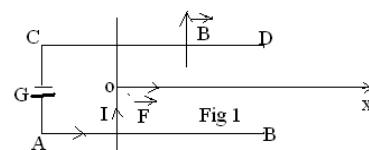
-Intensité :  $F = IIB = 0,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,8 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ N}$

$$2 - \sum \vec{F} = \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{proj / ox : } F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \text{Cte le mvt est r.u.v}$$

$$AN : a = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-3}} = 4 \text{ m/s}^2$$

En choisissant la position de la tige à  $t=0$  comme origine des espaces on trouve :  $x_0 = 0, V_0 = 0$



Les équations horaires sont :

$$\begin{cases} a = 4 \text{ ms}^{-2} \\ Vx = 4t \\ x = 2t^2 \end{cases}$$

3-On doit incliner les rails vers la gauche avec un angle  $\alpha$  qui rend la tige en équilibre.(fig 1)

1Calcul de flux :

$$\varphi = BS \cos \alpha' = -BS \quad (\alpha' = \pi r d) \text{ voir fig2}$$

$$S = S_0 + x.l = S_0 + vlt \quad (\text{le mvt de la tige est r.u})$$

$$\varphi = -B(S_0 + vlt) = -BS_0 - Bvlt$$

La force électromotrice :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = Bvl \quad AN : e = 0,8 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 6 = 0,48V$$

4.2 L'intensité du courant induit :  $I = \frac{e}{\sum R} = \frac{0,48}{3} = 16 \cdot 10^{-2} A$

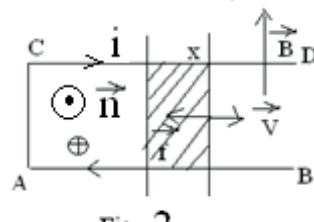
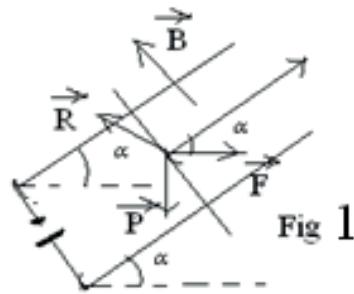
Le courant induit circule dans le sens d'orientation choisi (voir fig2)

4.3 Les caractéristiques de la force électromagnétique créée au cours du déplacement de la tige :

-**point d'application** : milieu de la tige

-**Direction** : parallèle aux rails

**Sens** : opposé au sens du déplacement de la tige



## Exercices

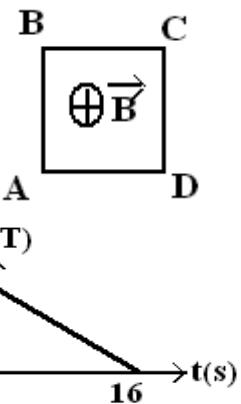
### Exercice 1

Un carré est constitué par 200 spires de fil de cuivre isolé. Le côté du Carré mesure 4cm.

Ce cadre est placé perpendiculairement au champ magnétique uniforme  $B = 1\text{T}$  d'un électro-aimant. Les extrémités du fil sont reliées aux bornes d'un milliampèremètre de résistance  $r = 2\Omega$ .

1- On diminue le courant d'alimentation de façon que  $B$  varie comme l'indique la courbe. (Voir la courbe). Calculer la f.e.m induite dans le cadre.

2- Si la résistance du cadre est  $R=8\Omega$ , calculer l'intensité du courant induit et indiquer sur un schéma le sens du courant induit dans le cadre..



### Exercice 2

Le dispositif suivant est constitué de :

a- Un circuit inducteur comprenant :

-Un générateur de f.e.m  $E=6\text{V}$  de résistance négligeable.

-Un rhéostat de résistance  $R_h=1\Omega$

-Une bobine de longueur  $L=20\text{cm}$  de résistance  $r=2\Omega$  comportant  $N_1=100$  spires de section  $S_1=10\text{cm}^2$ .

b- Un circuit induit formé d'une bobine de longueur  $l=10\text{cm}$  de résistance  $R=3\Omega$  et comportant  $N_2=1000$  spires de section  $S_2=2\text{cm}^2$ .

1 - Calculer l'intensité du courant qui circule dans le circuit inducteur.

2 - Calculer l'intensité du champ magnétique à l'intérieur de la bobine inductrice.

3 - Calculer le flux magnétique dans la bobine du circuit induit.

4.1- Calculer la valeur moyenne de la f.e.m induite si l'intensité du courant inducteur varie de la valeur trouvée à la 1<sup>ère</sup> question à la valeur 0 en 50ms.

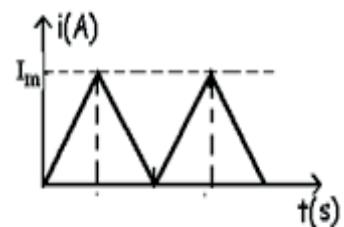
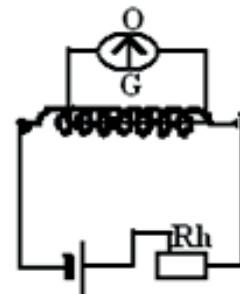
4.2 -En déduire l'intensité du courant induit lors de cette variation et préciser son sens.

5-Le générateur précédent est remplacé par un autre générateur qui fournit une tension triangulaire qui fait circuler un courant dont l'intensité  $i$  varie comme l'indique la courbe :  $T$  représente la période et  $I_m$  la valeur maximale de l'intensité ( $T = 0,01\text{s}$  et  $I_m = 2,5\text{A}$  )

5.1 -Donner l'expression de  $i(t)$  dans une période.

5.2- Donner l'expression de l'intensité  $B$  du champ magnétique dans la bobine inductrice en, fonction du temps dans une période.

5.3-Calculer la f.e.m induite  $e$  lors d'une période.. La représenter.



### Exercice 3

Une spire ayant la forme d'un cadre vertical Carré PQRS de coté  $a = 10\text{cm}$  , de masse  $m = 100\text{g}$  est parcourue par un courant d'intensité  $I = 4\text{A}$ .

Cette spire est plongée à moitié dans un champ uniforme  $\vec{B}$  de valeur  $B = 0,2\text{T}$ . (voir fig1).

La spire est suspendue par un fil vertical de masse négligeable.

- 1- Déterminer les caractéristiques des forces électromagnétiques qui s'exercent sur les cotés du cadre.
- 2- Quelle est alors la valeur de la tension du fil à l'équilibre ?

- 3- On supprime le courant dans le cadre et on coupe le fil à la date  $t = 0$ .

La spire tombe alors en chute libre. Le schéma ci-contre représente le cadre à l'origine des temps. Dans la suite, on néglige l'action des forces électromagnétiques.

- 3.1- Représenter la spire lorsqu'elle est partiellement plongée dans le champ magnétique et exprimer à la date  $t$  correspondante la surface de la partie plongée dans le champ magnétique.

- 3.2 -Exprimer le flux magnétique à travers le cadre à la date  $t$ .

- 3.3- En déduire l'expression de la f.e.m induite et préciser le sens du courant traversant la spire.

- 3.4- Calculer l'intensité de ce courant à  $t = 0,2s$ , si la résistance totale du cadre est  $r = 3\Omega$ .

#### Exercice 4

On considère une spire de cuivre ayant la forme d'un triangle ABO équilatéral de côté  $a = 10 \text{ cm}$ . On fait suspendre ce triangle par un fil qui permet de le faire déplacer verticalement vers le bas avec une vitesse constante  $V$ .

A l'instant  $t = 0$ , le triangle pénètre par le point O dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  horizontal et perpendiculaire au plan de la figure.

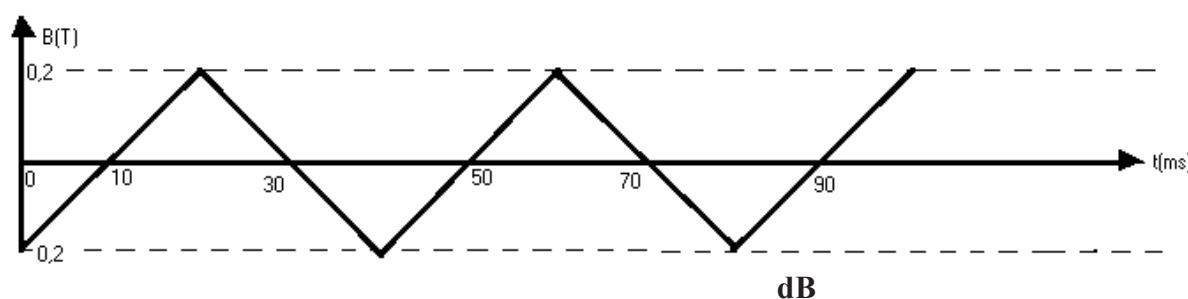
- 1- Donner l'expression de la surface  $S$  de la partie immergée dans le champ magnétique  $\vec{B}$  en fonction du temps  $t$  de la vitesse  $V$  et de l'angle  $\alpha$ .

- 2- Ecrire l'expression du flux magnétique en fonction de  $V$ ,  $t$ ,  $B$  et  $\alpha$ .

- 3 -Trouver l'expression de la f.e.m induite en fonction de  $V$ ,  $t$ ,  $B$  et  $\alpha$ .

En déduire l'expression de l'intensité  $i$  du courant induit si la résistance du circuit est  $r$ .

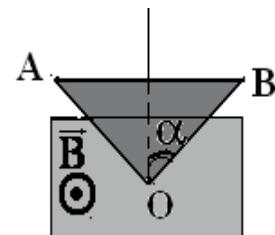
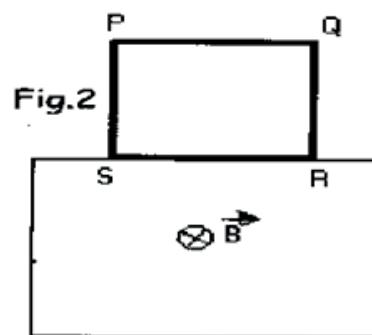
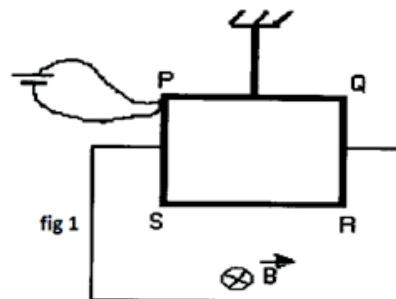
- 4 -Lorsque la spire pénètre complètement dans le champ magnétique, on l'immobilise et on fait varier la valeur  $B$  du champ magnétique en fonction du temps comme l'indique la courbe suivante



- 4.1- Donner l'expression de la f. e. m en fonction de  $a$  et de  $\frac{dB}{dt}$ .

- 4.2- En déduire l'expression de l'intensité  $i$  du courant induit en fonction du temps.

Représenter  $i$  en fonction du temps. On donne  $r = 2\Omega$ .



## Exercice 5

Un solénoïde de grande longueur  $\ell$  par rapport à son diamètre comporte N spires jointives.

1- Déterminer les caractéristiques du champ magnétique  $\vec{B}$  qui s'exerce au centre de la bobine quand elle est traversée par un courant d'intensité I (Direction, sens et intensité). A.N :

$$N=1000, I=2A, \ell=1,5m, \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$$

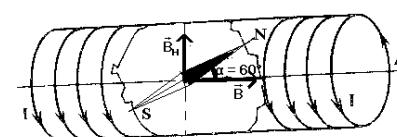
2- L'axe  $\Delta$  du solénoïde est perpendiculaire au méridien magnétique du lieu d'expérience et la composante horizontale du champ magnétique terrestre est  $B_H = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

Une petite aiguille aimantée  $\overrightarrow{SN}$  mobile au tour d'un axe vertical placée au centre de la bobine s'établit dans une position d'équilibre telle que

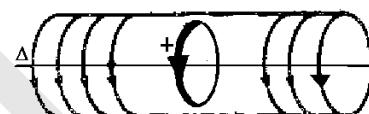
l'angle de la ligne des pôles  $\overrightarrow{SN}$  et l'axe  $\Delta$  soit  $\alpha = 60^\circ$ .

Calculer la valeur du champ magnétique  $\vec{B}$  qui s'exerce lors du passage d'un courant dans le solénoïde et en

déduire l'intensité  $I_1$  de ce courant ?



3 - On place maintenant au centre du solénoïde une spire de surface  $S=8\text{cm}^2$  dont l'axe est confondu avec celui du solénoïde.

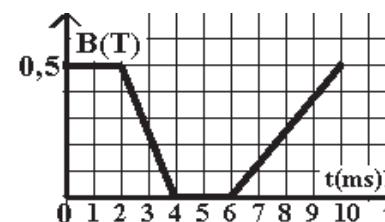


3.1- Exprimer le flux  $\Phi$  à travers la spire en fonction de  $B$  et  $S$ . Calculer  $\Phi$  si  $B = 0,5 \text{ T}$ .

3.2- On établit aux bornes du solénoïde une différence de potentiel qui fait passer un courant créant un champ magnétique variant en fonction du temps comme l'indique la courbe.

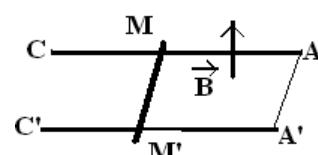
3.2.1 -Donner l'expression de la force électromotrice induite  $e$  en fonction du temps et calculer ses valeurs dans les différents intervalles de temps.

3.2.2 -Représenter les variations de  $e$  en fonction de  $t$  dans les différents intervalles de temps.



## Exercice 6

Un tige conductrice homogène et cylindrique est placée sur deux rails AC et A'C' conducteurs parallèles et distants d'une longueur  $l$ . La tige peut se déplacer sans frottement perpendiculairement aux rails. Le dispositif est placé comme l'indique la fig1 dans champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme toujours vertical et orienté vers le haut.



1- On relie les extrémités des rails horizontaux A et A' par un fil conducteur et on constitue ainsi un circuit dont la résistance totale est R.

1.1-On déplace la tige avec une vitesse constante V de A vers C.

Donner l'expression de l'intensité  $i$  du courant induit qui passe dans le circuit en fonction de  $B$ ,  $l$ ,  $V$  et  $R$ . Calculer sa valeur et déterminer son sens. A.N :  $l=0,1\text{m}$  ;  $m=10\text{g}$  ;  $B=0,5\text{T}$  ;  $R=2\Omega$  ;  $V=4\text{m/s}$ .

1.2-Quelle est l'expression de l'intensité  $i$  du courant induit et quel est son sens si on déplace la tige de C vers A ?

2- On incline les rails d'un angle  $\alpha=12^\circ$  sur l'horizontale. On lance la tige à partir de C et C' avec une vitesse initiale et on constate qu'après un certain temps son mouvement devient uniforme de vitesse  $V_1$ .

2.1-Déterminer les caractéristiques de la force électromagnétique qui s'exerce sur la tige.

2.2-Calculer l'intensité  $i_1$  du courant induit qui circule.

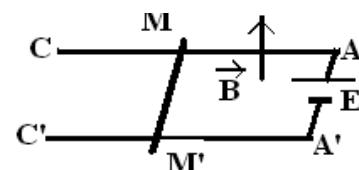
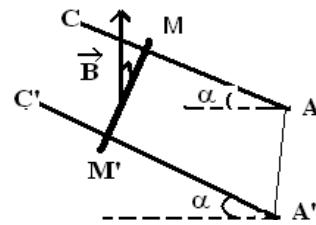
2.3-Calculer la valeur  $V_1$  de la vitesse .On donne  $g=9,8\text{m/s}^2$

3- On ramène les rails à leur position horizontale précédente et on relie leurs extrémités A et A' aux bornes d'un générateur de force électromotrice E et de résistance interne négligeable. (voir fig) . On considère que la résistance totale du circuit reste R.

3.1 On déplace toujours la tige avec la vitesse V de A vers C. Donner l'expression de l'intensité du courant qui circule dans le circuit en fonction de E , B , R , V et I .

3.2 Exprimer l'intensité de ce courant si on déplace la tige de C vers A. Calculer cette intensité dans les deux cas.

On donne : $R=2\Omega$  ; $E=4,5\text{V}$ ;  $V=4\text{m/s}$ .



### Exercice 7

Une barre de cuivre MN, homogène, de masse  $m$  de longueur  $\ell$  peut glisser sans frottement le long de deux rails métalliques A C et A'C' contenus dans un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. Pendant tout le mouvement, la barre MM reste perpendiculaire aux rails AC et A'C', et maintient avec eux le contact électrique en M et N.

On donne

$$\ell = 10^{-1} \text{ m} ; g = 9,8 \text{ m.s}^{-2} ; m = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg} ; \alpha = 20^\circ$$

1-La barre MN est lâchée sans vitesse initiale sur le plan incliné. Après un parcours L, sa vitesse vaut  $2,8 \text{ ms}^{-1}$  calculer L.

2-Les points A et A' sont maintenant reliées par un fil! de résistance  $R = 0,2 \Omega$ , les résistances

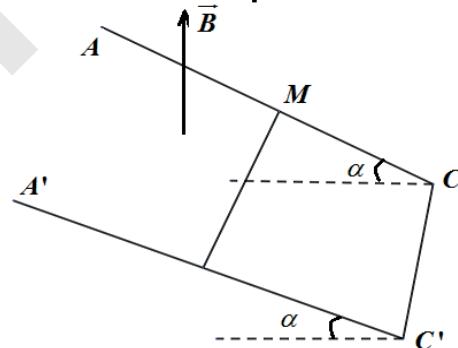
électriques des rails et de la barre étant négligeables. Lorsque la barre parcourt une distance L, elle pénètre, à l'instant  $t = 0$ , avec la vitesse  $v = 2,8 \text{ ms}^{-1}$  dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  , vertical, ascendant, d'intensité  $B = 1 \text{ T}$ .

a- Quelle est l'intensité  $I_0$  du courant qui apparaît dans le circuit A'AMN à l'instant  $t = 0$ ? Indiquer sur un schéma très clair le sens du courant.

b-Quelles sont les caractéristiques de la force électromagnétique  $\vec{F}_0$  qui s'exerce sur la barre à l'instant  $t = 0$ ?

c- Montrer qu'à  $t = 0$  l'accélération est opposée à  $\vec{v}_0$ .

Expliquer qualitativement comment varie l'intensité du courant lorsque la barre continue à se déplacer dans le champ magnétique et comment évolue le mouvement, les rails étant supposés suffisamment longs.



3- La barre, toujours sur les rails inclinés de  $\alpha = 20^\circ$  acquiert maintenant dans le champ  $\vec{B}$  un mouvement rectiligne uniforme de vitesse  $\vec{v}_1$

c- Quelle est alors l'intensité de la force électromagnétique  $\vec{F}_1$  qui agit sur la barre ? b- Calculer l'intensité  $I_1$  du courant induit et la valeur  $v_1$  de la vitesse.

### Exercice 8

Dans cet exercice on négligera l'action du champ magnétique terrestre . Un circuit C (fig 1) comprend un générateur G et un solénoïde comportant  $n=2000$  spires par mètre . A l'intérieur du solénoïde se trouve une bobine plate P de même axe que le solénoïde et de bornes K et M . Cette bobine P est formée de  $N=300$  spires chacune ayant une surface  $S = 10\text{cm}^2$  .

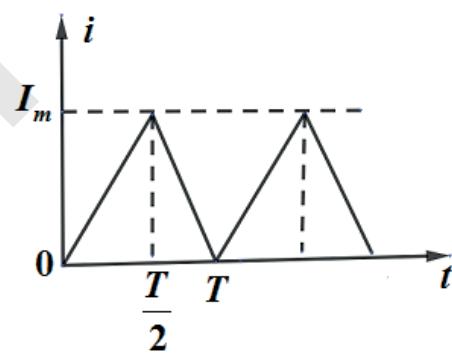
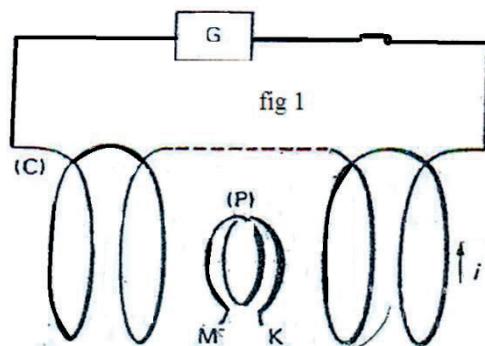
1-Le générateur G fait circuler dans le circuit un courant d'intensité  $0,3\text{A}$  . Sur un schéma clair représenter le vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde . Justifier le sens de ce vecteur et calculer sa norme.

2-On ouvre le circuit du solénoïde . Expliquer pourquoi il apparaît une différence de potentiel  $U_{KM}$  entre les bornes K et M de la bobine P. Préciser le signe de  $U_{KM}$  . Le courant dans le solénoïde s'annulant en  $10^{-3}\text{s}$  , calculer la valeur moyenne de  $U_{KM}$

3-Le générateur G fournit maintenant dans le circuit C une intensité  $i$  dont les variations en fonction du temps sont précisées sur la figure (2).

a- Donner sur une période T entre les instants  $t=0$  et  $t=T$  les expressions de l'intensité  $i$  en fonction du temps sachant que  $I_m = 0,35\text{A}$  et  $T = 10^{-2}\text{s}$

b-Calculer les valeurs prises par la force électromotrice induite dans la bobine P au cours de cette période T et représenter avec la même échelle des temps que pour le courant  $i$  ,le graphe de la force électromotrice induite.

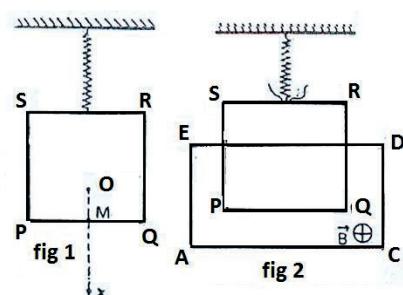


### Exercice 9

A un ressort à spires non jointives de raideur K et de masse négligeable est suspendu un cadre indéformable rectangle PQRS de masse m constitué de N spires de fil de cuivre. Le cadre peut se déplacer sans frottement d'un mouvement de translation verticale . Le coté horizontale inférieure PQ du cadre a pour milieu M. Soit O la position de M à l'équilibre et OX l'axe vertical descendant (fig 1).

1-Le cadre est écarté vers le haut de la position d'équilibre et abandonné à l'instant  $t=0$  sans vitesse initiale alors que l'abscisse de M est  $x_0$  . Etablir l'équation différentielle liant le temps et l'abscisse x de M. Exprimer en fonction du temps : x et la vitesse v. AN :  $m = 255\text{g}$ ,  $K = 10\text{N.m}^{-1}$ ,  $x_0 = -0,5\text{cm}$

2-La partie inférieure du cadre est maintenant soumise en permanence à l'action d'un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$  orthogonal au plan du cadre dans la zone ACDE



et nul ailleurs (fig2). Le cadre est en circuit ouvert .Exprimer en fonction de la vitesse la force électromotrice induite dans le cadre au cours des oscillations

$$AN : PQ = RS = \ell = 5\text{cm} \quad B = 0,4T, N = 100 \text{ spires}$$

3-Les deux extrémités du fil de cuivre constituant le cadre sont maintenant reliées aux bornes de déviation verticale d'un oscilloscophe de très grande impédance, par des fils très souples qui ne perturbent pas le mouvement et on observe sur l'écran une période d'une sinusoïde qui occupe en abscisse une longueur de 10Cm et en ordonnée de crête à crête une longueur de 5Cm. Sachant qu'en abscisse 1Cm correspond à 0,1s et qu'en ordonnée 1Cm correspond à 25mV. En déduire :

- a) La période des oscillations du cadre (comparer sa valeur à celle trouvée à la question 1)
- b) L'amplitude des oscillations

4-Les extrémités du fil de cuivre étant reliées entre elles, les oscillations du cadre s'amortissent ; pourquoi ? (aucun calcul n'est demandé)

### Exercice 10

On réalise un solénoïde à l'aide d'un fil de cuivre de diamètre  $d = 0,6\text{mm}$ , enroulé sur un cylindre de longueur  $l' = 0,6\text{m}$  et de diamètre  $D = 4\text{cm}$ . Le nombre de spires est  $N = 1000$ .

1- Les spires sont-elles jointives ?

2- Déterminer la longueur  $l$  du fil utilisé.

3- Calculer l'inductance  $L$  de ce solénoïde. On donne : S.I.

4- Ce solénoïde est parcourue par un courant  $I = 2\text{A}$ . Quelle est la tension  $U_1$  à ses bornes ?

La résistance du solénoïde est  $R = 20\Omega$ .

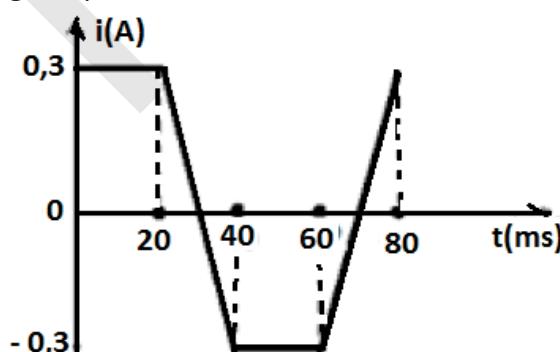
5- Déterminer les caractéristiques du champ magnétique  $B$  à l'intérieur du solénoïde.

6- Le solénoïde est parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps comme l'indique le graphe ci-après.

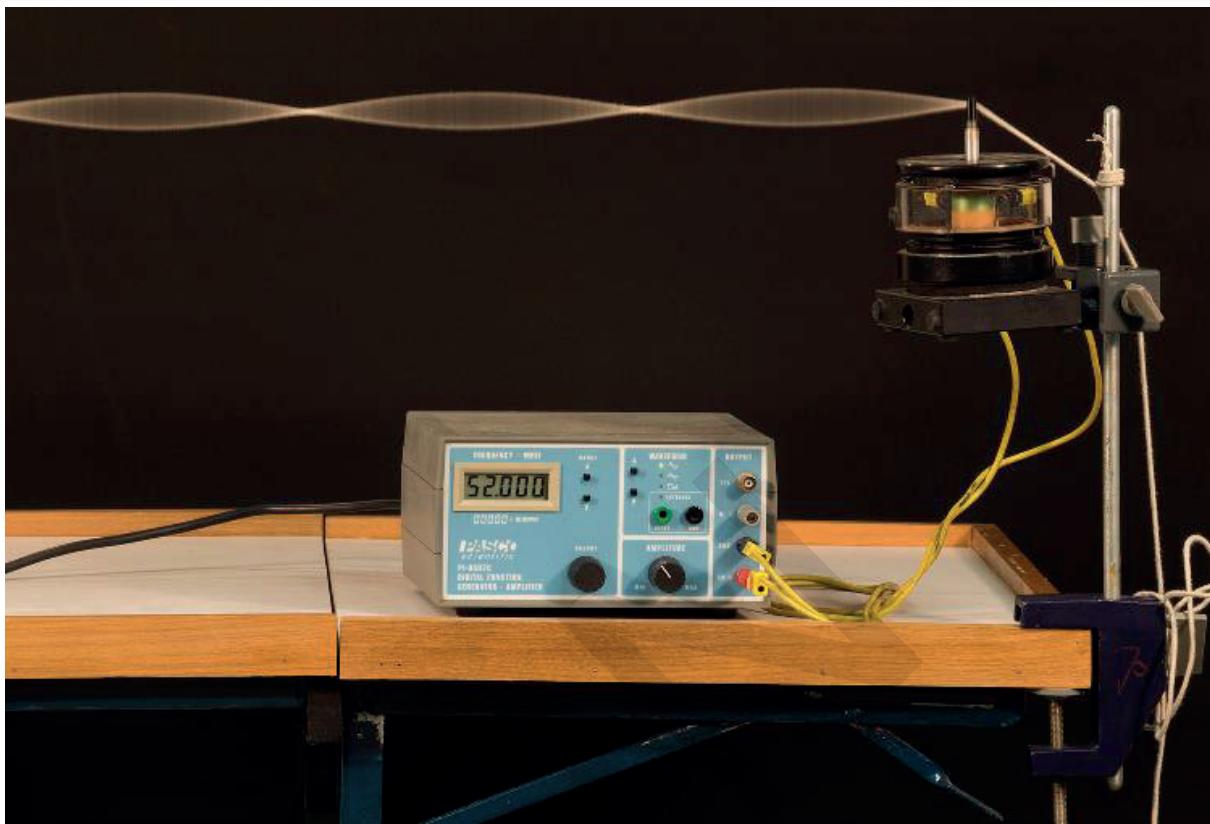
6-1- Pour quels intervalles de temps y a-t-il variation du flux à travers le solénoïde?

6-2- Calculer la f.e.m d'auto-induction dans chaque intervalles de temps.

6-3- Donner l'expression littérale de la tension  $u$  aux bornes de la bobine.



# Chapitre VI: Propagation d'un mouvement vibratoire «Milieu unidimensionnel»



## OBJECTIFS

- Pouvoir établir l'équation de propagation d'une onde progressive (milieu uni-dimensionnel).
- Comprendre ce qu'est un phénomène périodique
- Savoir les définitions exactes de la période et de la fréquence
- Comprendre le fonctionnement d'un stroboscope.

## **J- Généralités**

### **1- Phénomènes périodiques**

#### **1-1- Phénomènes périodiques dans le temps**

Nous observons autour de nous, un grand nombre de phénomènes qui se répètent : saisons, rotation de la terre autour d'elle-même et autour du soleil, battements du cœur, respiration, floraison des plantes, tic-tac d'une montre, rotation d'une roue, rotation des aiguilles d'une montre, les mouvements de certaines pièces de moteurs tournant à vitesse constante, le mouvement des pendules si l'amortissement est négligé.

#### **1-2- Phénomènes périodiques dans l'espace**

Les bornes kilométriques le long d'une route, les poteaux télégraphiques, les traverses en bois qui soutiennent les rails de chemin de fer, forment des phénomènes périodiques dans l'espace.

#### **1-3- Phénomènes périodiques dans le temps**

L'alternance jour et nuit, le clignotant d'une voiture, le mouvement rectiligne sinusoïdal, le mouvement circulaire uniforme sont des exemples des phénomène périodiques dans le temps.

Un phénomène est périodique dans le temps ou dans l'espace, s'il se reproduit identique à lui-même à des intervalles de temps ou d'espace successifs et égaux.

## **2- Période**

La période **T** d'un phénomène périodique, dans le temps est la durée constante **T** au bout de laquelle le phénomène se reproduit identique à lui-même, elle s'exprime en seconde.

### **Exemples**

La période de rotation de la terre autour du soleil est une année.

La période de rotation de la terre autour d'elle-même est une journée.

Rotation de la grande aiguille d'une montre : **T = 1h**

### 3- Fréquence

La fréquence **N** est le nombre de répétitions d'un phénomène périodique par unité de temps.

C'est l'inverse de sa période  $N = \frac{1}{T}$ . Elle s'exprime en **Hertz (Hz)** on utilise les multiples suivants :

- **Le kilohertz :  $1\text{KHz} = 10^3 \text{ Hz}$ .**
- **Le mégahertz :  $1\text{MHz} = 10^6 \text{ Hz}$ .**

#### Exemples :

Respiration de l'homme :  $T = 4\text{s}$  ;  $N = 0,25 \text{ Hz}$

Pulsations cardiaques de l'homme :  $T = 1\text{s}$  ;  $N = 1\text{Hz}$ .

### 4- Phénomènes sinusoïdaux dans le temps

Ils sont tous périodiques. La grandeur qui les représente est une fonction sinusoïdale du temps.

Elle associe à chaque valeur du temps  $t$ , un réel  $f(t) : t \longrightarrow f(t)$ .

Si  $T$  est la période, alors  $f(t + T) = f(t)$

#### Remarque

Tout phénomène sinusoïdal est périodique mais la réciproque n'est pas toujours vérifiée.

En effet, un phénomène peut être périodique, sans être sinusoïdal.

#### Exemples

- Rotation de la terre autour du soleil
- Mouvement circulaire uniforme.
- Mouvement rectiligne sinusoïdal

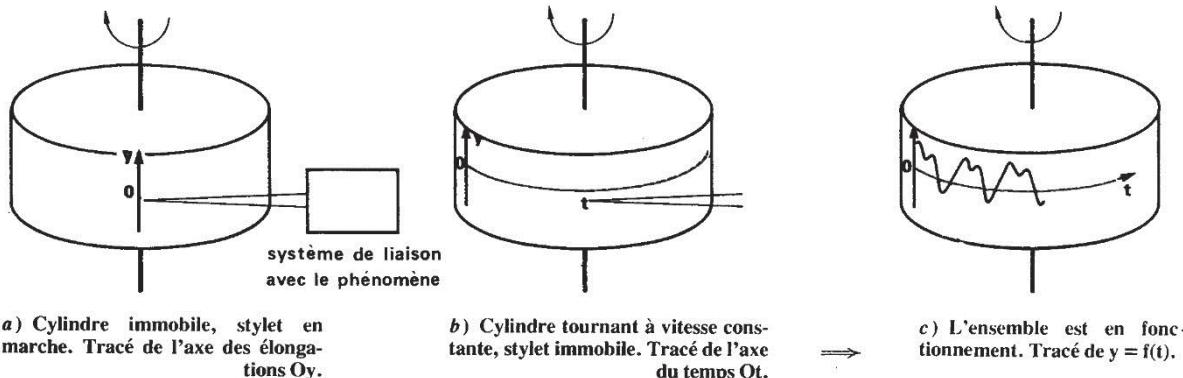
Si le phénomène sinusoïdal est un mouvement sinusoïdal rapide (de faible période ou de grande fréquence), il est alors dit mouvement vibratoire

### 5- Moyens d'Etude

Il existe plusieurs techniques pour étudier les phénomènes périodiques qui sont plus ou moins rapides :

- L'enregistrement graphique dont l'appareil se compose de deux parties principales :
  - Un cylindre qui tourne à vitesse constante
  - Un stylet relié au phénomène étudié et dont l'amplitude des vibrations est proportionnelle à celle du phénomène étudié.
- ✓ Dans un 1<sup>er</sup> temps, le cylindre est immobile et le stylet est en marche, on obtient alors le tracé de l'axe des élongations **Oy**.

- ✓ Dans un 2<sup>eme</sup> temps le cylindre tourne à vitesse constante, et le stylet est immobile, on obtient alors l'axe du temps  $Ot$ .
- ✓ Dans un 3<sup>eme</sup> temps l'ensemble est en fonctionnement on obtient alors le tracé donnant  $y = f(t)$



Dans les usines de mécanique, les hôpitaux, les laboratoires, beaucoup d'appareils de contrôle fonctionnent sur ce principe. On peut très vite, déceler une anomalie dans le phénomène surveillé ; l'électro-gramme est un exemple, bien connu.

- L'enregistrement graphique, le miroir tournant, l'oscilloscope électronique permettent d'obtenir une représentation du phénomène en fonction du temps.
- La stroboscopie et l'ultra cinéma permettent de ralentir apparemment les phénomènes périodiques rapides pour les analyser.

## 6- *La stroboscopie*

### 6-1- Descriptions

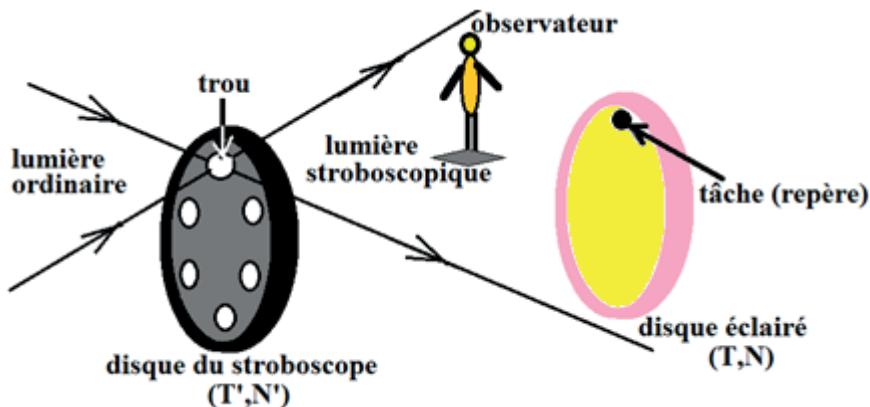
La stroboscopie donne d'un phénomène périodique, une « image » ralentie.

Le principe de l'appareil, appelé stroboscope est d'émettre des éclairs très brefs à des intervalles de temps égaux appelés période  $T'$  des éclairs. L'utilisateur peut régler, à volonté ces intervalles de temps, donc il peut régler la fréquence  $N'$  des éclairs.

Les stroboscopes modernes sont électroniques, les anciens stroboscopes sont mécaniques. Ils sont constitués en général, d'un disque comportant une plaque opaque, qui peut être percée d'un ou plusieurs trous par lequel (par lesquels) peut passer la lumière émise par une lampe éclairée de façon permanente et fixée derrière le disque.

## 6-2- Principe de fonctionnement d'un stroboscope mécanique

Le disque du stroboscope tourne (sa vitesse de rotation peut être réglée grâce à un bouton se trouvant sur l'appareil, un bref éclair jaillit chaque fois qu'un trou passe devant la lampe puis de nouveau l'obscurité jusqu'à ce que le trou suivant passe devant la lampe,.....etc



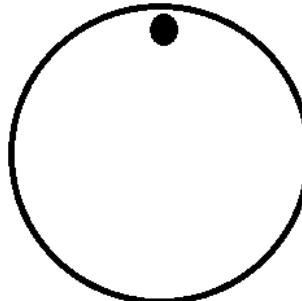
- **Observations :** Pour simplifier nous allons observer au moyen du stroboscope la rotation rapide d'un disque, blanc, sur la périphérie duquel, est dessiné un repère (une tâche noire).

Soient  $T$  et  $N$  respectivement la période et la fréquence du phénomène observé (ici la rotation du disque blanc sur lequel on avait tracé la tâche noire). Soient  $T'$  et  $N'$  respectivement la période et la fréquence des éclairs (stroboscope)

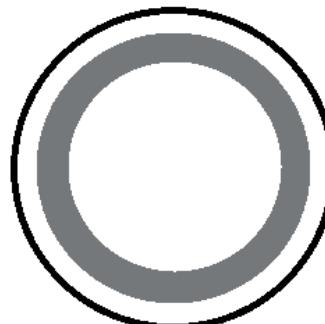
Soient  $\theta$  et  $n$  la période et la fréquence du mouvement apparent du phénomène observé.

## 6-3- Observations sans stroboscope : (lumière ordinaire)

- Si le disque éclairé est immobile : nous observons distinctement la tâche noire.



- Si le disque éclairé est en rotation rapide L'œil ne voit plus une seule tâche mais une traînée grise correspondant à sa trajectoire.  
Ceci est dû à la persistance des impressions rétinien-



### Exemple :

Si on fait tourner rapidement une bille suspendue à l'extrémité d'un fil, on a l'impression qu'il s'agit d'une infinité de billes !

Les espaces entre les hélices d'un ventilateur ne sont pas appréciables à cause de leur rapidité .....etc

Pour pallier à cela, on ralentit les mouvements rapides en utilisant le stroboscope par exemple.

#### Persistance rétinienne :

Pour voir un objet, celui-ci doit recevoir de la lumière d'une source lumineuse, le soleil par exemple ou une lampe.

L'objet réfléchit de la lumière reçue. Le faisceau réfléchi tombe sur l'œil et crée un influx nerveux au niveau de la rétine car cette dernière renferme une substance photosensible, la rhodopsine.

Rhodopsines + photon (lumière)  $\longrightarrow$  Opsine + rétinal

La décomposition de cette substance crée donc un influx nerveux qui doit parcourir le nerf optique jusqu'au cerveau, ce dernier fait une analyse et donne une réponse (feed - Back).

Pendant ce temps l'image de l'objet vu doit rester sur la rétine.

Ce temps est appelé persistance rétinienne. Les études biologiques ont montré qu'il est de l'ordre de  $\frac{1}{15}$  à  $\frac{1}{20}$  de la seconde.

Si les images sont trop rapides, (espacées de moins de  $\frac{1}{15}$  à  $\frac{1}{20}$ ), on risque de donner de faux jugements.

#### 6-4- Observations à l'aide d'un stroboscope

On éclaire maintenant le disque en rotation mis en toute obscurité.

En faisant varier la fréquence  $N'$  des éclairs, les principales situations observées sont les suivantes :

- **Immobilité apparente : ( $N = kN'$  ou  $T' = kT$  avec  $k \in \mathbb{N}$ )**

Entre deux éclairs, c'est-à-dire pendant un tour du stroboscope ; le disque fait  $k$  tours complets

L'observateur voit la tâche toujours à la même position.

La tâche semble donc immobile puisque l'observateur a l'impression qu'elle ne bouge pas.

- **K positions apparemment immobiles : ( $N' = kN$  ou  $T = kT'$ )**

Quand le disque effectue un tour complet il jaillit  $k$  éclairs et l'observateur voit  $k$  tâches apparemment immobiles.

### Exemples :

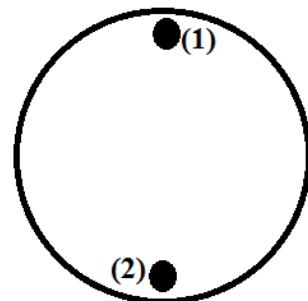
- **N' = 2N (deux tâches apparemment immobiles)**

Le 1<sup>er</sup> éclair l'observateur voit la tâche dans la position (1)

Au 2<sup>eme</sup> éclair, c'est-à-dire quand le deuxième éclair jaillit, le disque (donc la tâche) a fait  $\frac{1}{2}$  (un demi-tour) et l'observateur la voit dans la position (2)

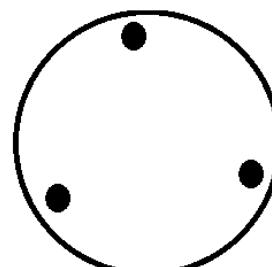
Quand le troisième éclair jaillit, le disque donc la tâche, fait un tour complet donc la tâche revient à la position (1).

Quand on demande à l'observateur ce qu'il a vu au total, à la fin de cette expérience, il va répondre qu'au total il a pu voir deux tâches apparemment immobiles, opposée l'une à l'autre par rapport au centre du disque.



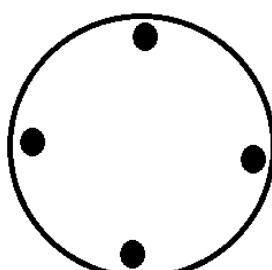
- **N' = 3N (trois tâches apparemment immobiles)**

Entre deux éclairs successifs, le disque fait un tiers de tour. On observe trois tâches occupant les sommets d'un triangle équilatéral



- **N' = 4N (quatre tâches apparemment immobiles)**

Entre deux éclairs successifs, le disque fait un quart de tour. On observe quatre tâches occupant les sommets d'un carré



- **Le mouvement ralenti : (N et N' sont voisines)**

- **Le mouvement ralenti dans le sens direct**

Si **N** est légèrement supérieure à **N'**, le disque tourne un peu plus vite que le stroboscope, entre deux éclairs c'est-à-dire entre deux éclairs successifs, le disque fait un tour + une fraction de tour

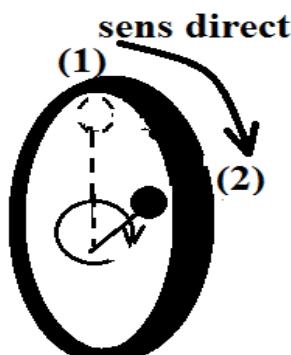
**(1tour+  $\frac{1}{p}$  ème de tour).**

Mais l'observateur a l'impression que la tâche a bougé de  $\frac{1}{p}$  ème

de tour seulement, puisque toute la rotation (un tour s'est effectuée dans l'obscurité).

Le mouvement est ralenti mais dans le sens direct (réel).

En effet apparemment la tâche n'est pas immobile puisque l'observateur l'a vue dans deux positions différentes ; au 1<sup>er</sup> éclair, à la position (1) et au 2<sup>eme</sup> éclair à la position (2).



Comme en réalité la tâche a fait 1 tour +  $\frac{1}{p}$  ème de tour et l'observateur n'a pu apprécier que

le  $\frac{1}{p}$  ème de tour seulement le mouvement est alors ralenti.

Donc, à  $p$  éclairs effectués en  $p T'(s)$  correspondent ( $p+1$ ) tours réels du disque effectués en  $(p+1)T(s)$  et correspond 1 tour apparent du disque effectué en  $\theta(s)$

Donc :  $p \cdot T' = (p+1)T = 1\theta$ . Ce qui implique  $p = \frac{\theta}{T'} = \frac{\theta}{T} - 1$ . Alors,  $\frac{1}{T'} = \frac{1}{T} - \frac{1}{\theta} \Rightarrow N' = N - n$ .

Donc  $n = N - N'$

### ➤ Le mouvement ralenti dans le sens inverse

Si le disque tourne un peu moins vite que le stroboscope alors  $N'$  est légèrement supérieure à  $N$ .

Entre deux éclairs successifs, le disque effectue un tour -  $\frac{1}{p}$  ème de

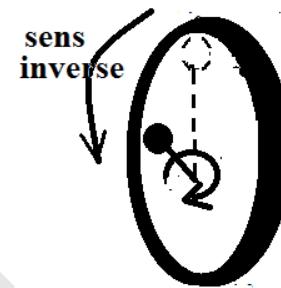
tour, il semble donc tourner mais dans le sens inverse de la rotation  
Donc, à  $P$  éclairs effectués en  $pT'(s)$  correspondent ( $p - 1$ ) tours réels du disque effectués en  $(p - 1) \cdot T(s)$  et correspond un tour apparent effectué en  $\theta(s)$ .

Donc :  $p \cdot T' = (p - 1)T = 1\theta$ . Ce qui implique  $p = \frac{\theta}{T'} = \frac{\theta}{T} + 1$ . Alors,  $\frac{1}{T'} = \frac{1}{T} + \frac{1}{\theta} \Rightarrow N' = N + n$ .

Donc  $n = N' - N$

#### Remarque :

Si le disque du stroboscope renferme  $f$  trous, alors la fréquence des éclairs est d'autant plus multipliée.



## II- Propagation d'une onde transversale unidimensionnelle

Lorsqu'une pierre tombe sur la surface plane d'une eau calme, une ride circulaire se forme et s'élargit progressivement. Cette déformation de l'eau créée par la pierre au point de chute, s'appelle ébranlement.

Celui-ci se transmet aux différents points de la surface du liquide, on dit qu'il se propage.

### 1- Définitions

#### 1-1- Milieu élastique

C'est un milieu qui reprend sa forme initiale, après avoir subi une déformation de la part d'un agent extérieur. (ressort, eau, corde tendue ....)

## 1-2- Ebranlement (signal)

Un ébranlement, vibration, perturbation ou signal est toute modification, rapide, de la forme que subit un point d'un milieu élastique. Ce point est appelé source de perturbation. Les perturbations (ébranlements) se propagent dans les milieux élastiques sous forme d'ondes. On distingue entre deux types d'ébranlement (onde) :

- **Ebranlement transversal**

On appelle ébranlement transversal, un ébranlement dont la direction de vibration est perpendiculaire à la direction de sa propagation.

### Exemple :

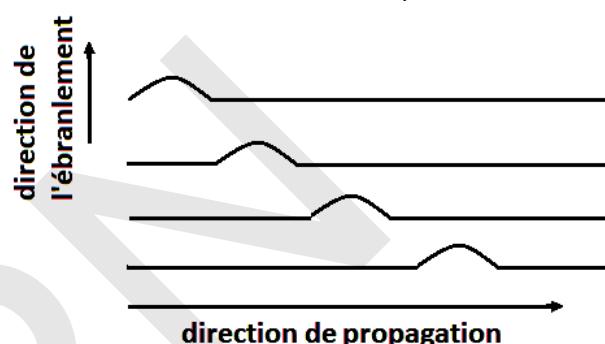
On considère une longue corde élastique tendue horizontalement sur le sol.

On imprime à l'extrémité A de la corde un mouvement de va et vient rapide.

On observe la portion de corde voisine de A qui se déforme pour reprendre par la suite sa forme initiale pendant que la déformation touche la portion suivante de la corde.

De proche en proche, la déformation (ou l'ébranlement) touche tous les points de la corde comme le montre la figure

L'ébranlement provoqué en A, se propage le long de la corde.



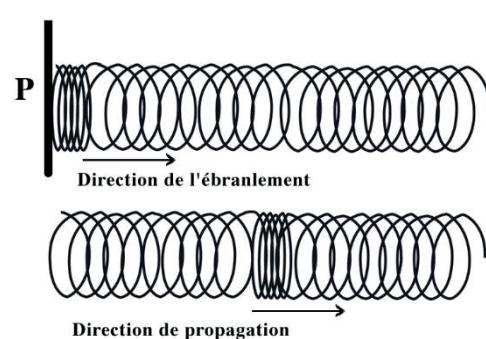
**Remarque :** C'est ce genre d'ébranlement qu'on observe à la surface de l'eau.

- **Ebranlement longitudinal**

C'est un ébranlement dont la direction est la même que la direction de propagation.

### Exemple :

Utilisons un long ressort à spires non jointives. Communiquons un aller-retour rapide du piston P. vers la droite, on provoque ainsi une compression de quelques spires dans la direction horizontale. Cet ébranlement ainsi provoqué se propage le long du ressort suivant l'horizontale.



### 1-3- Mécanisme de la propagation

- Un point **M** de la corde situé à une distance **x** de l'extrémité **A** de la corde se retrouve après le passage de l'ébranlement à la même distance **x** de **A**. Chaque point subit un ébranlement mais revient à sa position initiale. Il en est de même pour les spires du ressort.

« La propagation d'un ébranlement ne correspond pas à un transport de matière »

- Une certaine énergie est initialement communiquée au point origine appelée source. Le point **M** de masse **m** s'élève grâce à cette énergie. Il la transmet au point suivant en s'abaissant.

« La propagation d'un ébranlement correspond à un transport d'énergie »

### 1-4- Vitesse de propagation ou célérité d'un ébranlement

Si on produit des perturbations (ébranlements) vibratoires en un point **S** d'un milieu élastique, elles se propagent. Si le milieu est homogène la vitesse de propagation est constante.

Pour une corde élastique tendue, la vitesse de propagation dépend de la tension **F** de la corde et de sa masse linéique **μ** (Masse par unité de longueur). On montre que cette vitesse

$$\text{est : } V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

### 1-5- Longueur d'onde

C'est la distance **λ** parcourue par l'onde pendant une période complète de vibration.

$$\lambda = V \cdot T = \frac{V}{f}. \text{ La longueur d'onde s'exprime en (m)}$$

### 1-6- Différence de phase (déphasage)

Soient deux phénomènes périodiques sinusoïdaux, de même pulsation **ω**, représentés respectivement par :  $y_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  et  $y_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$

La différence de phase ou déphasage entre ces deux phénomènes est :  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

**Cas particuliers :**

- Si  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$  où  $k \in \mathbb{Z}$

Les deux phénomènes sont dits en phase

- Si  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$  où  $k \in \mathbb{Z}$

Les deux phénomènes sont dits en opposition de phase

- Si  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2}$  où  $k \in \mathbb{Z}$

Les deux phénomènes seront en quadrature de phase.

## 2- Etude de la propagation d'une onde transversale sur une corde tendue.

### 2-1- Expérience

#### • Dispositif expérimental

Le dispositif comprend trois parties

- la source vibrante : c'est une lame d'acier vibrante dont l'amplitudes des vibrations est réglable et peut atteindre 1 à 2cm , son extrémité A vibre d'un mouvement qui peut être considéré comme rectiligne sinusoïdal de fréquence **N** un peu élevée.
- la corde, partie principale du dispositif, sert de support à la propagation des vibrations.
- un récipient, plein de liquide, permet d'absorber l'énergie transmise pour empêcher les réflexions des ondes.



#### • Observations

- A l'œil nu, lorsque la lame est en vibration, nous observons une zone verticale grise correspondant à deux fois l'amplitude de la lame.
- Avec le stroboscope, nous pouvons bien distinguer la corde ayant l'aspect d'une sinusoïde.  
Selon, le réglage du stroboscope, cette sinusoïde peut paraître immobile, ou plutôt progresser vers le haut ou vers le bas.

#### • Interprétations qualitatives

- La zone verticale, observée à l'œil nu est due au mouvement horizontal rapide de tous les points de la corde.

La persistance des images rétinienennes, ne nous permet pas de distinguer les différentes positions d'un point au cours du temps car ce mouvement est trop rapide.

Chaque point de la corde fait des allers et retours entre les bords de cette zone verticale.

- Avec un stroboscope convenablement réglé on peut observer une sinusoïde immobile ( $N' = kN$ ) avec :

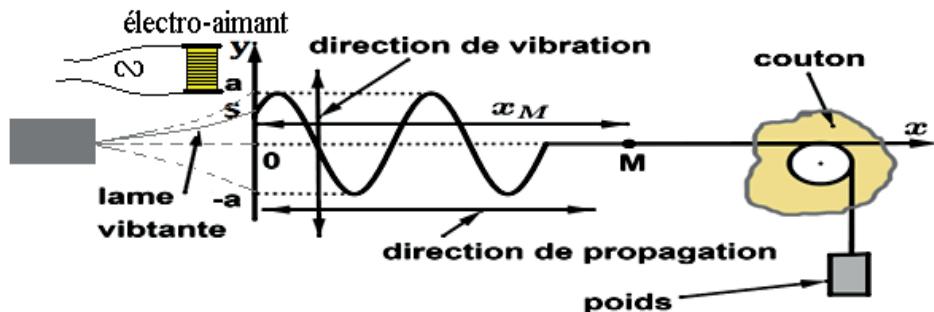
$N'$  : fréquence du stroboscope choisie

$N$  : fréquence du mouvement de la lame du vibreur (fréquence du secteur).

Si on choisit  $N$  légèrement supérieure à  $N'$ , on peut observer une sinusoïde qui progresse vers le bas (mouvement ralenti dans le sens direct).

Si on choisit  $N$  légèrement inférieure à  $N'$ , nous pouvons plutôt observer une sinusoïde qui progresse vers le haut (mouvement ralenti dans le sens inverse).

## 2-2- Etude théorique



L'extrémité **S**, reliée à la lame vibrante, constitue une source de vibration dont l'élongation à un instant  $t$  est :  $y = a \cos(\omega t + \varphi_s)$

$a$  : amplitude du mouvement

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N : \text{pulsation du mouvement}$$

$\varphi_s$  : phase initiale de la source **S**

Pour un point **M** quelconque de la corde situé à la distance  $x$  de la source **S**, l'amplitude est aussi  $a$  (amortissement négligeable), la période est  $T$ , mais la vibration parvient en **M** après avoir mis un certain temps  $\theta$ .

Si  $V$  désigne la vitesse (célérité) de propagation de la vibration alors  $\theta = \frac{x}{V}$ .

Le point **M** reproduit donc exactement le mouvement, de la source **S**, mais avec un certain retard  $\theta = \frac{x}{V}$ .

L'élongation du point **M** est :  $y_M(t) = y_s(t - \theta)$ , donc  $y_M(t) = a \cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{V}\right) + \varphi_s\right]$ .

$$\text{Soit } y_M(t, x) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s\right) \dots \dots \dots (1)$$

Cette équation est une l'équation de propagation d'une onde progressive.

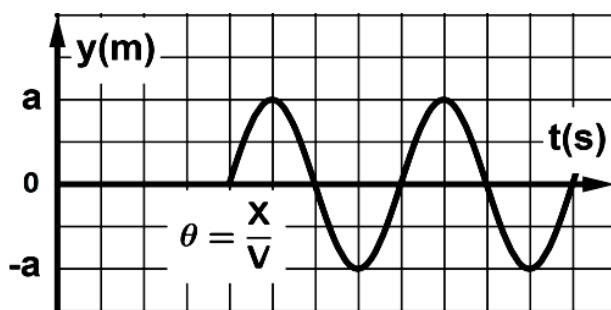
Elle permet de mettre en évidence une double périodicité. L'élongation  $y$  est une fonction à deux variables, une variable temporelle  $t$  et une variable spatiale  $x$  :  $y_M = y_M(x, t)$

- Périodicité dans le temps**

Pour un point déterminé de la corde,  $x = x_M$

Donc :

$$\begin{cases} * t < \frac{x_M}{V} \rightarrow y = 0 \\ * t \geq \frac{x}{V} \rightarrow y = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x_M}{\lambda} + \varphi_s\right) \Rightarrow \\ y = a \cos(\omega t + \varphi_M) \text{ où } \varphi_M = -\frac{2\pi x_M}{\lambda} + \varphi_s \end{cases}$$



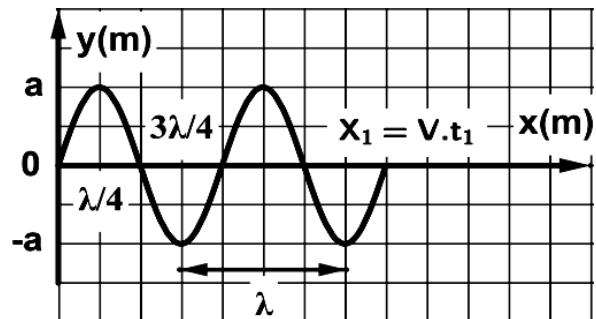
- Périodicité dans l'espace

Considérons un instant  $t = t_1$  donnée, l'élargissement du point  $\mathbf{M}$  est :

$$\begin{cases} * x < X_1 = V \cdot t_1 \rightarrow y = a \cos\left(\omega t_1 - \frac{2\pi \cdot x}{\lambda} + \varphi_s\right) \\ \Rightarrow y = a \cos\left(-\frac{2\pi \cdot x}{\lambda} + cte\right) \\ * x \geq X_1 \rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Donc  $\lambda$  : est une période spatiale du mouvement de  $\mathbf{M}$ .

Cette sinusoïde correspond à l'image que l'on trouverait si on photographiait la corde à cet instant.



### 2-3- Déphasage entre deux points $\mathbf{M}_1$ et $\mathbf{M}_2$ de la corde

Soient deux points  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  situés respectivement à  $X_1$  et  $X_2$  de la source  $\mathbf{S}$ , d'après l'équation (1)

$$y_{M_1} = a \cos(\omega t + \varphi_{M_1}) \text{ et } y_{M_2} = a \cos(\omega t + \varphi_{M_2}). \text{ Tel que : } \varphi_{M_1} = -\frac{2\pi \cdot x_1}{\lambda} + \varphi_s \text{ et}$$

$$\varphi_{M_2} = -\frac{2\pi \cdot x_2}{\lambda} + \varphi_s$$

Le déphasage entre les deux points  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  est  $\Delta\varphi = \varphi_{M_1} - \varphi_{M_2} = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$

**Cas particuliers :**

- Si  $\Delta\varphi = 2k\pi \Leftrightarrow x_2 - x_1 = k\lambda$  tel que  $k \in \mathbb{Z}^*$ , alors les points  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  vibrent en phase (à chaque instant ils ont la même élongation et la même vitesse)
- Si  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow x_2 - x_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  tel que  $k \in \mathbb{Z}$ ; alors les points  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  vibrent en opposition de phase, (à chaque instant, ils ont deux élongations et deux vitesses opposées).
- Si  $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x_2 - x_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$  tel que  $k \in \mathbb{Z}$ ; alors les points  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  vibrent en quadrature de phase. (lorsque l'élongation de l'une est maximale, l'élongation de l'autre est nulle.)

## Essentiel

Un phénomène périodique de fréquence  $N$  observé à l'aide d'un stroboscope de fréquence  $N_e$

- Si  $N = kN_e$  ou  $T_e = kT$  avec  $k \in \mathbb{N}$  : On observe une immobilité apparente
- Si  $N_e = kN$  ou  $T = kT_e$  : On observe  $K$  positions apparemment immobiles
- Si  $N$  et  $N_e$  sont voisines : On observe un mouvement ralenti
  - Si  $N = N' + \varepsilon$  : On observe un mouvement ralenti direct
  - Si  $N = N' - \varepsilon$  : On observe un mouvement ralenti inverse
- Ebranlement transversal : La direction de vibration est perpendiculaire à la direction de propagation.
- Ebranlement longitudinal : la direction de vibration est la même que la direction de propagation.
- Pour une corde élastique tendue, la vitesse de propagation  $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ .  $\mu$  est la masse par unité de longueur de la corde
- Longueur d'onde : C'est la distance parcourue par l'onde pendant une période complète de vibration.  $\lambda = V \cdot T = \frac{V}{N}$ . La longueur d'onde s'exprime en (m)
- Pour la source S de vibration, l'elongation à un instant  $t$  est :  $y = a \cos(\omega t + \varphi_s)$
- Pour un point M quelconque de la corde situé à la distance  $x$  de la source S, la vibration parvient en M après avoir mis un certain temps  $\theta$ . Le point M reproduit donc exactement le mouvement, de la source S, mais avec un certain retard  $\theta = \frac{x}{V}$ .

L'elongation du point M est :  $y_M(t) = y_s(t - \theta) = a \cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{V}\right) + \varphi_s\right]$ .

soit  $y_M(t, x) = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s\right)$ .

- Pour deux points  $M_1$  et  $M_2$  situés respectivement à  $X_1$  et  $X_2$  de la source
  - Si  $\Delta\varphi = 2k\pi \Leftrightarrow X_2 - X_1 = k\lambda$  tel que  $k \in \mathbb{Z}^*$ , alors les points  $M_1$  et  $M_2$  vibrent en phase
  - Si  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow X_2 - X_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  tel que  $k \in \mathbb{Z}$  ; alors les points  $M_1$  et  $M_2$  vibrent en opposition de phase
  - Si  $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow X_2 - X_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$  tel que  $k \in \mathbb{Z}$  ; alors les points  $M_1$  et  $M_2$  vibrent en quadrature de phase.

## Exercice résolu

On relie l'extrémité O d'une lame vibrante à une corde tendue de longueur  $OO'=2\text{m}$ . La lame vibrante subit des oscillations sinusoïdales verticales de fréquence  $N=100\text{Hz}$  et d'amplitude  $a=3\text{mm}$ . Ces vibrations se propagent le long de la corde sans amortissement ni réflexion avec une célérité  $c = 20\text{m/s}$ .

1 Calculer la longueur de l'onde  $\lambda$ .

2 Décrire le phénomène observé au moment où la corde est éclairée par un stroboscope dont les fréquences prennent les valeurs:  $N_e = 200 \text{ Hz}$  ;  $N_e = 25 \text{ Hz}$  ;  $N_e = 50 \text{ Hz}$  et  $N_e = 102 \text{ Hz}$ .

3 En considérant l'origine des temps l'instant où O passe par sa position d'équilibre dans le sens positif ; écrire l'équation horaire  $y_O$  du mouvement de la source O et donner l'élongation  $y_M$  d'un point M situé à la distance  $x$  de la source O.

4 Déterminer l'expression des abscisses des points qui vibrent en phase avec la source O, préciser leur nombre et la valeur de l'abscisse du point le plus proche de O.

5 Mêmes questions pour les points qui vibrent en opposition de phase avec O.

6 Représenter l'aspect de la corde à l'instant  $t = 0,03\text{s}$ .

## Solution

1.Calcul de la longueur d'onde  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{c}{N} = \frac{20}{100} = 0,2\text{m}$$

2. Description de l'aspect de la corde lorsque  $N_e$  prend les valeurs suivantes :

Pour que le phénomène paraît unique et immobile, il faut que  $N_e=N/k$

- Lorsque  $N_e=200\text{Hz}$  ( $N=\frac{N_e}{2}$ ) , on observe 2 cordes immobiles.
- Lorsque  $N_e=25\text{Hz}$  ( $N=4N_e$ ) la corde paraît unique et immobile.
- Lorsque  $N_e=50\text{Hz}$  ( $N=2N_e$ ) la corde paraît unique et immobile.
- Lorsque  $N_e= 102\text{Hz}$  ( $N_e > N$ ) la corde paraît en mouvement ralenti dans le sens contraire du mouvement réel.

3. L'équation horaire du mouvement de la source O:

Le mouvement étant sinusoïdal son équation serait de la forme  $y_O = a \cos(\omega t + \varphi)$

Avec  $\omega=2\pi N=200\pi\text{Hz}$  et  $a=3.10^{-3}\text{m}$

à  $t=0$

$$\begin{cases} x_0 = X_m \cos \varphi \\ V_0 = -\omega X_m \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0 \\ \sin \varphi = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ d'où l'équation}$$

$$y_O = 3.10^{-3} \cos(200\pi t - \frac{\pi}{2})$$

L'équation horaire du mouvement d'un point M situé à la distance  $x$  de la source O :

$$y_M = 3.10^{-3} \cos(200\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

4. Les abscisses des points M qui vibrent en phase avec O :

$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda} = 2k\pi \Leftrightarrow x = k\lambda.$$

Le point le plus proche de O correspond à  $k=1$  soit  $x = \lambda = 0,2\text{m}$ .

Le nombre des points qui vibrent en phase avec O :

$$0 < x \leq OO' \Leftrightarrow 0 < k\lambda \leq OO'$$

$$\Leftrightarrow 0 < k \leq \frac{OO'}{\lambda} \Leftrightarrow 0 < k \leq 10 \text{ soit 10 points.}$$

5. Les abscisses des points M qui vibrent en opposition de phase avec O :

$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\pi \Leftrightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Le point le plus proche de O correspond à  $k=0$  soit  $x = \frac{\lambda}{2} = 0,1\text{m}$ .

Le nombre des points qui vibrent en opposition de phase avec O :

$$0 < x \leq OO' \Leftrightarrow 0 < (2k+1)\frac{\lambda}{2} \leq OO'$$

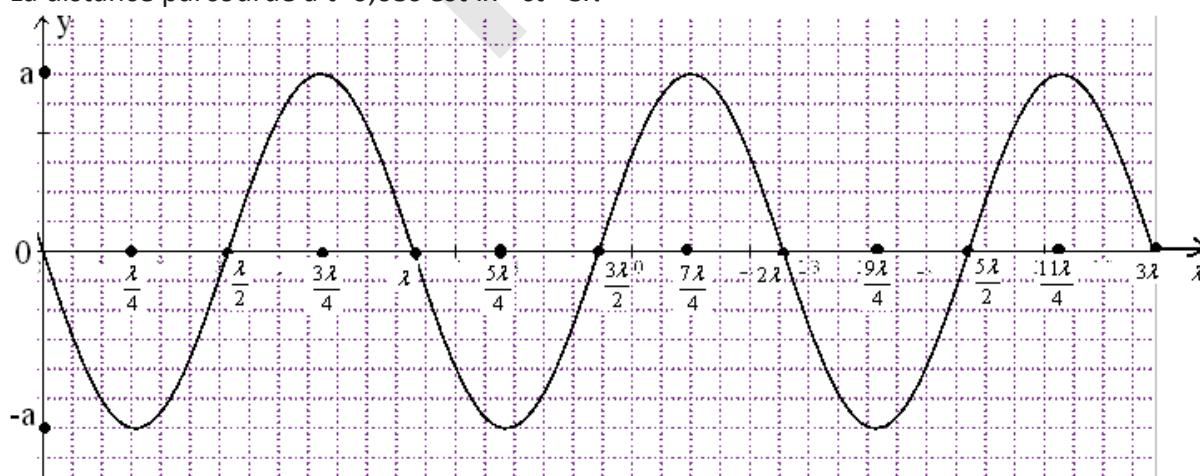
$$\Leftrightarrow 0 < k \leq \frac{OO'}{\lambda} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 9,5 \text{ soit 9 points.}$$

6 La représentation de la forme de la corde à l'instant  $t_1 = 0,03\text{s}$  (Courbe).

$$y = a \cos(200\pi \cdot 0,03 - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda}) \quad y = a \cos(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2})$$

x	0	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$3\lambda/4$	$\lambda$
y	0	-a	0	+a	0

La distance parcourue à  $t=0,03\text{s}$  est :  $x = ct = 3\lambda$



## Exercices

### Exercice 1

On éclaire un disque noir ayant une tache blanche à l'aide d'un stroboscope dont les éclairs ont une fréquence  $N_e$  variable. Le disque tourne à la vitesse de 3600tr/min

1- Décrire l'observation si  $N_e$  prend les valeurs 61Hz, 58Hz, 180Hz, 120Hz, 30Hz, 20Hz.

2 -On donne au disque une nouvelle vitesse de rotation et on fait varier la fréquence du stroboscope. Trouver la vitesse de rotation du disque sachant que 50Hz est la plus grande valeur de la fréquence qui permet d'observer une tache unique et immobile.

### Exercice 2

Un ventilateur comporte 4 pales identiques .Il tourne à la vitesse constante de  $N$  tours par seconde .Il est éclairé par un stroboscope électronique à la fréquence  $N_e$  .

1quelle relation doivent vérifier  $N$  et  $N_e$  pour que le ventilateur paraisse immobile,

2-On peint l'une des pales en rouge .

Répondre à la même question.

### Exercice 3

Un disque noir D sur lequel est peint un secteur blanc tourne à la vitesse constante de  $N =1800$ tours /minute. Le disque est observé à l'aide d'un stroboscope mécanique constitué d'un disque D' comportant 4 trous régulièrement espacés et tournant à vitesse constante devant une source lumineuse .Quelle est la plus grande vitesse de rotation du disque D' qui permet de voir le secteur blanc immobile ?

### Exercice 4

Un disque blanc D portant un secteur noir tourne à la fréquence  $N$  .Ce disque est observé à l'aide d'un stroboscope mécanique constitué d'un disque D'comportant 4 trous régulièrement espacés et tournant à la vitesse angulaire constante de 10tours /seconde devant une source lumineuse .

1-Calculer la fréquence  $N_e$  et la période  $T_e$  des éclairs .

2-Quelle doit être la vitesse de rotation en tours par seconde du disque D pour que le secteur paraisse immobile ?

3-Le disque D tourne à la vitesse de 41tours /seconde. Expliquer le phénomène observé.En déterminer tous les paramètres.

4\_Le disque D tournant à la fréquence  $N$ , on l'éclaire à l'aide d'un stroboscope électronique .Quelle doit être la fréquence  $N'_e$  des éclairs pour que l'on observe 3 secteurs immobiles régulièrement repartis.

### Exercice 5

2.1 Une pointe S entretenue par un vibreur de fréquence frappe verticalement en un point O de la surface

d'eau en produisant des vibrations sinusoïdales de même fréquence et de même amplitude  $a=5mm$ .

2.1.1 On éclaire la surface de l'eau à l'aide d'un stroboscope de fréquence variable. La plus grande fréquence

des éclairs pour laquelle la surface de l'eau paraît immobile est  $f_e=25$  Hz.

a) Déduire la fréquence des ondes à la surface de l'eau.

b) Qu'observe t-on lorsque  $f_e=25Hz$  ?

c) On maintient cette fréquence et on mesure la distance séparant 6 crêtes consécutives et on trouve  $d=12\text{cm}$ .

Déterminer la longueur d'onde  $\lambda$  et la vitesse de propagation  $C$  des ondes à la surface de l'eau.

2.2 a) Etablir l'équation du point O en prenant pour origine des temps  $t=0\text{s}$  lorsque la pointe passe par sa position d'équilibre allant dans le sens positif ascendant.

b) Etablir dans le même repère, l'équation d'un point M tel que  $OM=6,6\text{cm}$  et comparer les mouvements de M et O.

c) Représenter l'état vibratoire de la surface de l'eau le long de l'axe (ox) à l'instant  $t=0,16\text{s}$

### Exercice 6

L'extrémité d'une corde élastique est animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal transversal de fréquence  $65\text{Hz}$ . Le premier point de la corde à partir de la source O qui vibre en opposition de phase avec O est à l'abscisse  $OM = 30\text{cm}$ .

1-Calculer la célérité des ondes le long de la corde .

2-Chercher les abscisses des points qui vibrent en phase avec M

### Exercice 7

Une source S est animée d'un mouvement vibratoire de fréquence  $N = 50\text{Hz}$  .Les vibrations se propagent le long d'une corde avec une célérité  $C =10\text{m/s}$ .

1-Quelle est la longueur d'onde ?

2-Comparer le mouvement d'un point M situé à  $20\text{cm}$  de S à celui de S.

### Exercice 8

On crée à la surface de l'eau d'une cuve des ondes circulaires de longueur d'onde  $\lambda=1\text{cm}$ .

On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope.

1- La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle la surface de l'eau paraît immobile est  $N_e=15\text{Hz}$ .

Quelle est la fréquence du vibreur ?

Calculer la célérité des ondes à la surface de l'eau .

2 - Quel sera l'aspect de la surface de l'eau en éclairage stroboscopique de fréquence  $N'_e = 30\text{Hz}$ .

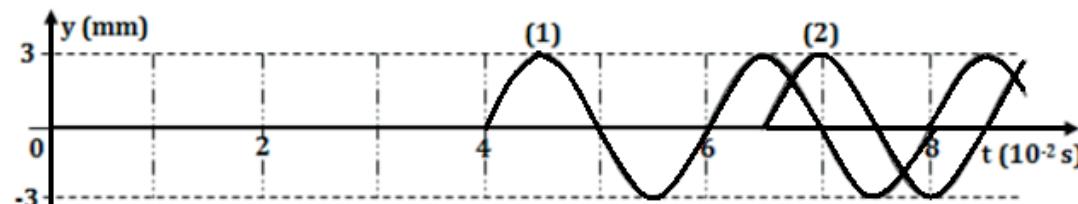
3- Quel sera l'aspect de la surface de l'eau en éclairage stroboscopique de fréquence  $N''_e =16\text{Hz}$ .preciser le sens et la célérité de la propagation apparente.

### Exercice 9

Une corde élastique assez longue et de faible raideur est tendue horizontalement entre l'extrémité libre S d'une lame vibrante et un support fixe à travers une pelote de coton.

1) En imposant à S des vibrations sinusoïdales verticales de fréquence  $N$  et d'amplitude faible  $a$  , la corde paraît floue sous forme d'une bandelette rectangulaire de largeur  $2a$ . Interpréter ce fait observé.

2) A fin d'étudier le mouvement de deux points M1 et M2 de la corde, situés au repos respectivement aux abscisses  $x_1=40\text{ cm}$  et  $x_2 =65\text{cm}$ , on utilise la méthode d'analyse optique. On obtient les chronogrammes 1 et 2



- a- Justifier l'allure des chronogrammes obtenus.
- b- Déterminer graphiquement la période temporelle T des vibrations et la durée  $\Delta t$  mise par le front d'onde pour passer de M1 à M2.
- c- En déduire la fréquence N des vibrations et la célérité v de l'onde.
- 3) Sachant que le mouvement de S débute à un instant pris comme origine des temps, à partir de sa position d'équilibre prise comme origine des élongations y.
- a- Déterminer l'équation horaire de S.
- b- Comment vibrent M1 et M2 par rapport à la source ?
- c- Déterminer les élongations de S, M1 et M2 à l'instant  $t=0,06s$ . En déduire le dessin de l'aspect de la corde à cet instant.
- a- Justifier l'allure des chronogrammes obtenus.
- b- Déterminer graphiquement la période temporelle T des vibrations et la durée  $\Delta t$  mise par le front d'onde pour passer de M1 à M2.
- c- En déduire la fréquence N des vibrations et la célérité v de l'onde.
- 3) Sachant que le mouvement de S débute à un instant pris comme origine des temps, à partir de sa position d'équilibre prise comme origine des élongations y.
- a- Déterminer l'équation horaire de S.
- b- Comment vibrent M1 et M2 par rapport à la source ?
- c- Déterminer les élongations de S, M1 et M2 à l'instant  $t=0,06s$ . En déduire le dessin de l'aspect de la corde à cet instant.

### **Exercice 10**

L'extrémité O d'une longue corde vibrante tendue horizontalement est animée d'un mouvement vibratoire, sinusoïdal, transversal d'équation horaire :  $y_0 = 4 \cdot 10^{-3} \sin 200\pi t$  ( $y_0$  en m ; t en s) La célérité des ondes le long de la corde est  $V=20m.s^{-1}$ . On néglige l'amortissement et la réflexion des ondes à l'extrémité de la corde.

- 1 . a Déterminer la fréquence du mouvement de O.
- b Calculer la longueur d'onde  $\lambda$
- 2-Écrire l'équation horaire du mouvement d'un point M de la corde d'abscisse OM=x.  
Application numérique :  $x=25cm$ .
- 3-Soit P un point de la corde tel que OP=55cm. Déterminer :
  - a- le nombre de points de la corde, entre O et P qui vibrent en opposition de phase avec le point O.
  - b- La position de ces points par rapport au point O
- 4-a Ecrire l'équation cartésienne de la courbe représentant l'aspect de la corde à l'instant  $t=3.5 \cdot 10^{-2}s$ .
- b Représenter l'aspect de la corde à cet instant.

### **Exercice 11**

Une lame vibrante est animée d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude a et de fréquence  $N=10Hz$ . Elle est munie d'une pointe qui frappe verticalement la surface de l'eau en un point O.

- Le mouvement de la lame débute à l'instant  $t=0$  à partir de sa position d'équilibre .L'extrémité de la lame va dans le sens positif avec une vitesse verticale  $V_0=0.628m.s^{-1}$
- 1-Décrire les phénomènes observés à la surface de l'eau.
  - 2-La célérité de propagation des ondes à la surface de l'eau est  $V=0,40m/s$ .
  - a-Ecrire l'équation horaire du mouvement de O et celle d'un point M à la distance  $d=14cm$  de O
  - b-Comparer les mouvements vibratoires de M et O.

## Exercice 12

Une lame vibrante est animée d'un mouvement sinusoïdal de fréquence N.

Elle est munie d'une pointe qui frappe verticalement la surface libre d'une nappe d'eau au repos en un point S.

La source commence à vibrer à l'instant  $t=0s$ .

On néglige l'amortissement et réflexion des ondes.

1. Définir une onde.

2. Décrire ce qu'on observe à la surface de l'eau, en lumière ordinaire.

3. L'analyse du mouvement d'un point M1 situé à la distance  $x_1$  de S donne le diagramme suivant

3.1 Déterminer :

- La fréquence N
- L'instant  $t_1$
- La distance  $x_1$  sachant que la célérité de propagation  $V=0.25\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

3.2 Calculer la longueur d'onde  $\lambda$ .

3.3 Déterminer l'équation horaire du mouvement du point M1

3.4 Déduire l'équation horaire du mouvement de la source S.

4. Établir l'équation horaire du mouvement d'un point MM de la surface de l'eau situé à la distance  $x$  de S.

5. Tracer l'aspect d'une coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par S à un instant  $t_2=9\cdot10^{-2}s$

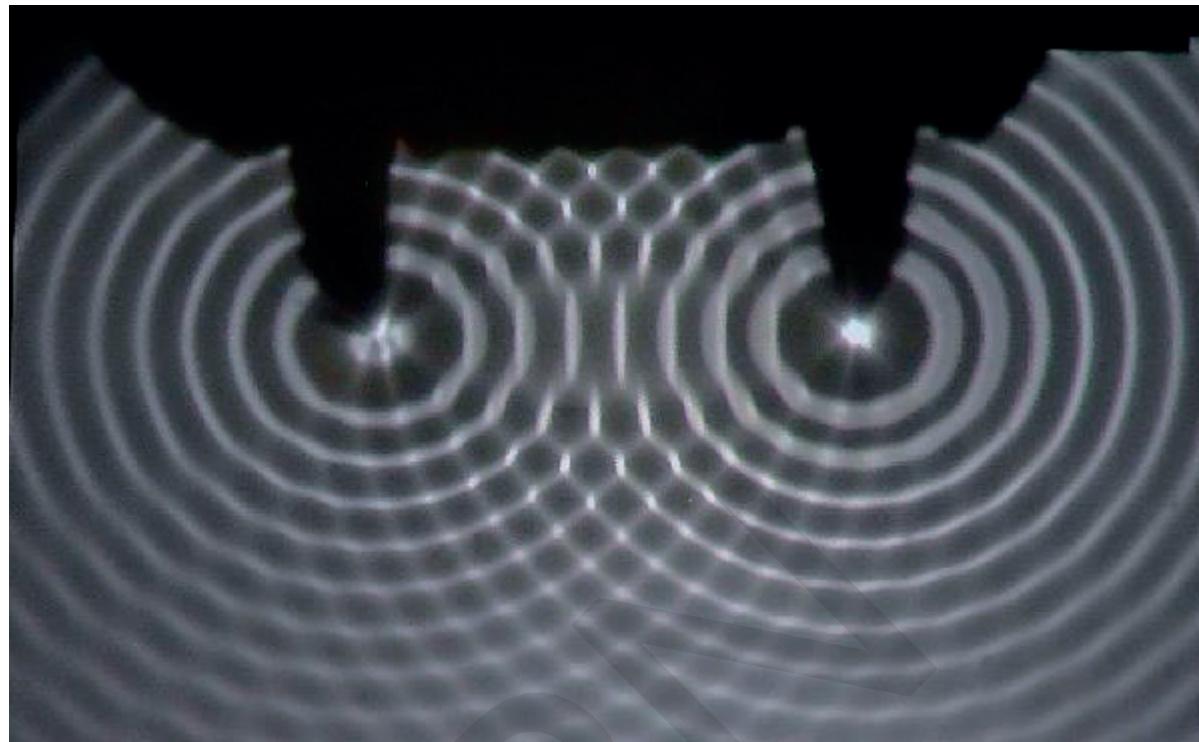
6. On éclaire la surface d'eau à l'aide d'un stroboscope de fréquence réglable .Ne.

$10\text{Hz} \leq Ne \leq 100\text{Hz}$

6.1 Qu'observe-t-on en immobilité apparente.

6.2 Déterminer les fréquences Ne pour lesquelles on observe l'immobilité apparente de la surface de l'eau.

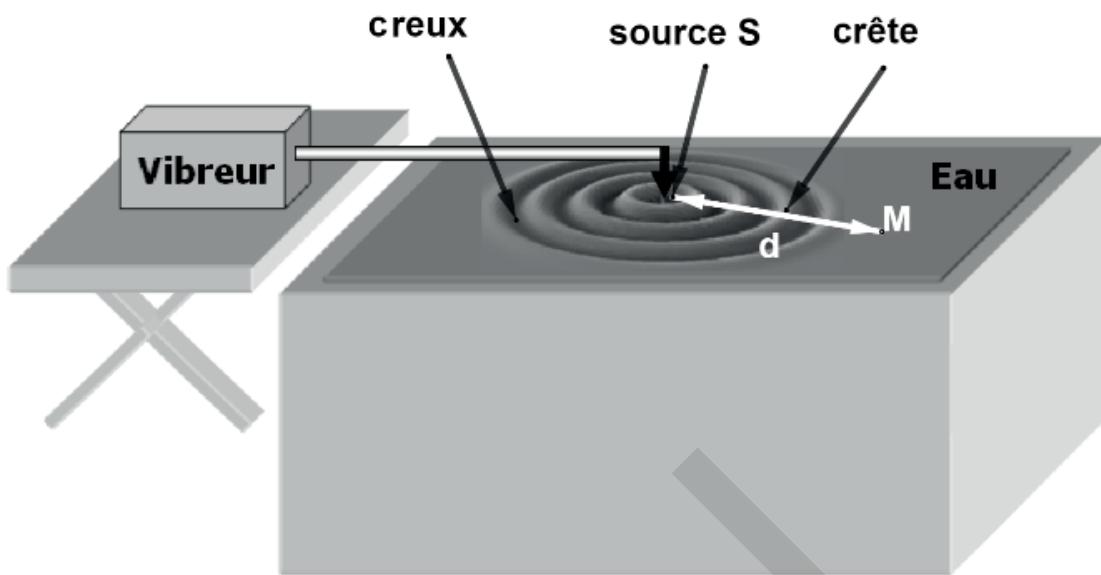
# Chapitre VII: Interférence mécanique à la surface d'un liquide



## OBJECTIFS

- Savoir établir l'équation de vibration d'un point du liquide :
  - \* recevant une seule onde
  - \* recevant deux ondes
- Savoir préciser les positions des points vibrant avec amplitude maximale et celles des points vibrant avec amplitude nulle
- Déterminer le nombre de points de même nature vibratoire entre les sources

## I- Propagation d'une onde transversale à la surface de l'eau



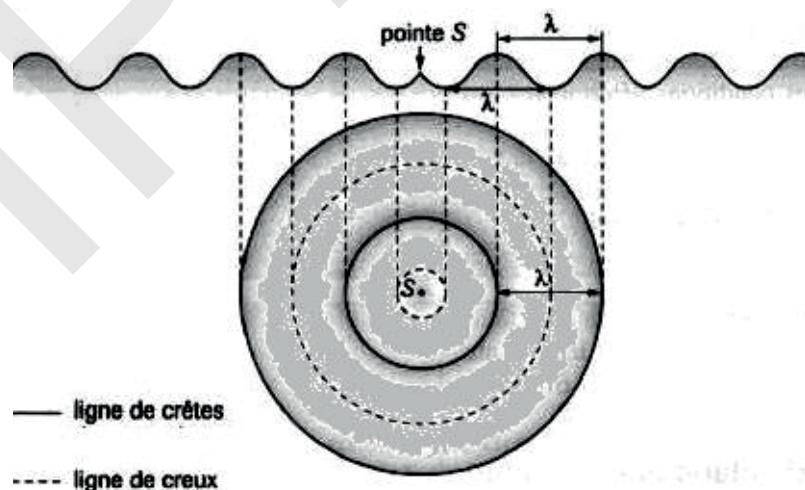
Une pointe liée à un vibreur, s'enfonçant périodiquement en un point **S** de la surface d'une cuve remplie d'eau, provoque des perturbations de direction verticale, ce qui génère des ondes circulaires qui se propagent horizontalement sur la surface de l'eau, il s'agit donc des ondes transversales.

$$\text{Soit } y_s = a \cos(\omega t + \varphi_s)$$

l'élongation de la source **S**,  
l'équation du mouvement d'un  
point **M** situé à la distance **d**  
de la source **S** est

$$y_M = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi \cdot d}{\lambda} + \varphi_s\right).$$

La figure ci-contre représente  
une coupe longitudinale de la  
surface libre de l'eau montrant  
la propagation de l'onde  
circulaire à la surface de l'eau.



## II- Interférence de deux ondes en un point $M$ .

### 1- Expérience

#### 1-1- Dispositif expérimental

Une fourche à deux pointes est fixée au vibreur.

Elle affleure la surface de l'eau d'une cuve de faible profondeur en deux points,  $S_1$  et  $S_2$



#### 1-2- Observations

- En lumière stroboscope : le ralenti stroboscopique permet de voir les deux systèmes d'ondes circulaires progressives issues de  $S_1$  et  $S_2$  qui se superposent en certains points du milieu de propagation.
- En Lumière ordinaire : on observe un ensemble de lignes, ayant l'aspect d'hyperboles ; ce sont des franges d'interférence.

### 2- Etude théorique :

#### 2-1- Équation du mouvement d'un point quelconque $M$ de la surface de l'eau.

Les points  $S_1$  et  $S_2$  constituent deux sources de vibration cohérentes (en phase), d'élongations :  $y_{S_1} = y_{S_2} = a \cos(\omega t + \varphi_s)$  .

Ces vibrations se propagent sous forme d'ondes circulaire concentriques en  $S_1$  et  $S_2$ .

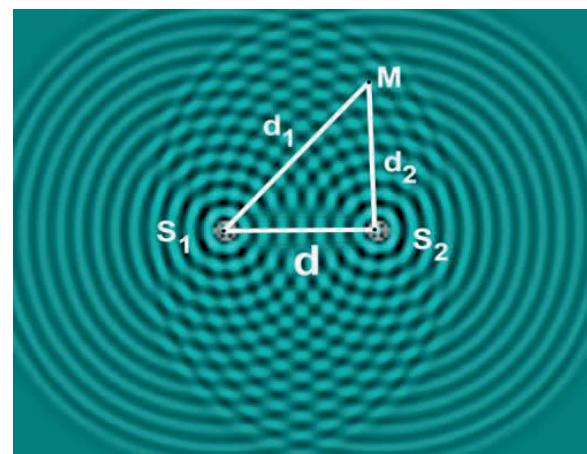
La surface de l'eau, éclairée par un

stroboscope de fréquence  $N_e = \frac{N}{k}$  ;  $k \in \mathbb{N}^*$ ,

apparaît comme dans la figure ci-contre.

On se propose d'établir l'équation du mouvement d'un point  $M$  quelconque de la surface de l'eau, situé à une distance  $d_1$  de  $S_1$  et à une distance  $d_2$  de  $S_2$ .

Le point  $M$  reçoit simultanément les ondes venant de  $S_1$  et celle provenant de  $S_2$ , on dit que ces ondes se superposent ou interfèrent en ce point  $M$ .



Donc :

$$y_{M_1} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} + \varphi_s\right) = a \cos(\omega t + \varphi_1), \text{ équation de l'onde provenant de } S_1.$$

$$y_{M_2} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} + \varphi_s\right) = a \cos(\omega t + \varphi_2), \text{ équation de l'onde provenant de } S_2.$$

Ce qui donne l'élongation du point **M** :

$$y_M = y_{M_1} + y_{M_2} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} + \varphi_s\right) + a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} + \varphi_s\right).$$

$$\text{Comme ; } \cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \left[ \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \right],$$

$$\text{il vient ; } y_M = 2a \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \varphi_s\right).$$

On définit la différence de marches des ondes au point **M** par :  $\delta = d_2 - d_1$  :

### 3- Points particuliers de la zone d'interférence

#### 3-1- Points vibrant avec une amplitude maximale (franges d'amplitude maximale)

Un point **M** vibre avec une amplitude maximale lorsqu'il reçoit deux ondes en phase.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = 2k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}.$$

**k** : est appelé ordre de la frange d'interférence

Si  $k=0 \rightarrow d_2 - d_1 = 0 \Rightarrow d_2 = d_1$ ; l'ensemble de ces points constitue la médiatrice du  $[S_1; S_2]$

Si  $k \neq 0$ , la relation  $d_2 - d_1 = k\lambda$  définit une famille d'hyperboles de foyers **S<sub>1</sub>** et **S<sub>2</sub>**, appelées franges d'amplitude maximale.

#### 3-2- Points vibrant avec une amplitude nulle (points immobiles)

Un point **M** vibre avec une amplitude nulle lorsqu'il reçoit deux ondes en opposition de phase.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k+1)\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}.$$

**k** : est l'ordre de la frange d'amplitude nulle, cette relation définit aussi une autre famille d'hyperboles de foyers **S<sub>1</sub>** et **S<sub>2</sub>** appelées franges d'amplitude nulle.

Les franges d'amplitude maximale et celles d'amplitude nulle s'alternent.

#### Remarque

Entre les sources **S<sub>1</sub>** et **S<sub>2</sub>**, le nombre d'hyperboles est limité. En effet, pour tout point de la surface de l'eau ;  $|d_2 - d_1| \leq d$ , donc  $-d \leq d_2 - d_1 \leq d$ . Avec **d** est la distance entre les deux source **d = S<sub>1</sub>S<sub>2</sub>**

## Essentiel

- Si on provoque, en un point S de la surface d'une cuve remplie d'eau, des vibrations d'elongation  $y_s = a \cos(\omega t + \varphi_s)$ , l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance d de la source S est  $y_M = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi \cdot d}{\lambda} + \varphi_s\right)$ .
- A la surface d'une eau, on provoque, aux points S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub>, des vibrations cohérentes (en phase), d'elongations :  $y_{S_1} = y_{S_2} = a \cos(\omega t + \varphi_s)$ .  
un point M quelconque de la surface de l'eau,  
Un point M, situé à une distance d<sub>1</sub> de S<sub>1</sub> et à une distance d<sub>2</sub> de S<sub>2</sub>, reçoit simultanément les ondes venant de S<sub>1</sub> et celles provenant de S<sub>2</sub>,
  - Equation de l'onde provenant de S<sub>1</sub>.  $y_{M_1} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi \cdot d_1}{\lambda} + \varphi_s\right) = a \cos(\omega t + \varphi_1)$
  - Equation de l'onde provenant de S<sub>2</sub>.  $y_{M_2} = a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi \cdot d_2}{\lambda} + \varphi_s\right) = a \cos(\omega t + \varphi_2)$
  - Elongation du point M :  $y_M = 2a \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \varphi_s\right)$
- Si  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = 2k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ . Le point M vibre avec une amplitude maximale
- Si  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k+1)\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ . Le point M vibre avec une amplitude nulle

## Exercice résolu

On fixe l'une des extrémités d'une corde à une lame vibrant sinusoïdalement à une fréquence  $N=100\text{Hz}$ . L'autre extrémité de la corde est liée à un dispositif d'amortissement qui absorbe l'énergie et empêche la réflexion des ondes.

1 Un point M de la corde situé à 2m de l'extrémité de la lame reçoit l'onde progressive 0,1s après le début du mouvement de la lame. Déduire la célérité de l'onde produite.

2 A l'instant  $t=0\text{s}$  la lame part de sa position d'équilibre dans le sens positif. Sachant que l'amplitude

des vibrations est  $a=5\text{mm}$  déterminer l'équation horaire de la source S.

3 Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M situé à une distance  $x$  de la source S.

4 Représenter la forme de la corde à l'instant  $t=0,025\text{s}$ .

5 On retire la corde et on fixe à l'extrémité de la lame une fourche munie de deux pointes qui trempent

légèrement en  $S_1$  et  $S_2$  à la surface de l'eau d'une large cuve de faible profondeur.

La célérité de propagation des ondes à la surface de l'eau est  $C = 2 \text{ m/s}$ .

5.1 Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à  $d_1=10\text{cm}$  de  $S_1$  et à  $d_2=20\text{cm}$  de  $S_2$

5.2 La distance entre  $S_1$  et  $S_2$  étant  $d=8\text{cm}$  déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale entre  $S_1$  et  $S_2$ .

## Solution

1-  $C = \frac{x}{\theta} = 20\text{m/s}$

2-

$$y_s = a \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\mathbf{V} = -a\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{à } t = 0 \quad \begin{array}{l} V_0 = -a\omega \sin \varphi > 0 \\ y = a \cos \varphi = 0 \end{array} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$y_s = 5 \cdot 10^{-3} \cos(200\pi t - \frac{\pi}{2})$$

3-

$$y_M = y_s(t - \theta')$$

$$y_M = 5 \cdot 10^{-3} \cos(200\pi t - \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

4-

$$\lambda = \frac{V}{N} = \frac{20}{100} = 0,2\text{m}$$

$$y_M = a \cos(200\pi \cdot 0,025 - \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

$$= a \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

x	0	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$3\lambda/4$	$\lambda$
y	0	A	0	-a	0

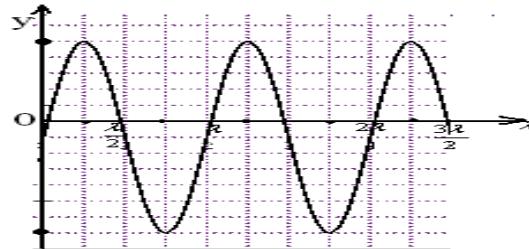
La distance parcourue par l'onde :

$$X = Vt = 20 \cdot 0,02 = 0,5\text{m}$$

$$x/\lambda = 0,5/0,2 = 5/2, x = 2,5\lambda$$

$$5-y_M = y_1 + y_2$$

5-1



$$y_1 = a \cos(200\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

$$y_2 = a \cos(200\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

$$y_M = a \left[ \cos(200\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} - \frac{\pi}{2}) + \cos(200\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} - \frac{\pi}{2}) \right]$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2} \quad 5-2$$

$$y_M = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) - \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\lambda = CT = \frac{C}{N} = 0,02\text{m}$$

$$A.N : y_M = -10^{-2} \cos(200\pi t - \frac{3\pi}{2})$$

$$\delta = K\lambda$$

$$\text{Alors} : -S_1 S_2 \leq \delta \leq S_1 S_2 \Rightarrow -S_1 S_2 \leq K\lambda \leq S_1 S_2.$$

$$\text{Ce qui implique} : -\frac{S_1 S_2}{\lambda} \leq K \leq \frac{S_1 S_2}{\lambda}. \text{ Alors} ; -\frac{d}{\lambda} \leq K \leq \frac{d}{\lambda}.$$

$$\text{Donc} : -\frac{8}{2} \leq K \leq \frac{8}{2} \Rightarrow -4 \leq K \leq 4 \Rightarrow K \in [-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4]$$

Il y a 9 franges d'amplitude max imale sur  $S_1 S_2$

# Exercices

## Exercice 1

L'extrémité d'une corde élastique est animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal transversal de fréquence 65Hz. Le premier point de la corde à partir de la source O qui vibre en opposition de phase avec O est à l'abscisse OM = 30cm.

1-Calculer la célérité des ondes le long de la corde .

2-Chercher les abscisses des points qui vibrent en phase avec M

## Exercice 2

Une source S est animée d'un mouvement vibratoire de fréquence N = 50Hz . Les vibrations se propagent le long d'une corde avec une célérité C =10m/s.

1-Quelle est la longueur d'onde ?

2-Comparer le mouvement d'un point M situé à 20cm de S à celui de S.

## Exercice 3

On crée à la surface de l'eau d'une cuve des ondes circulaires de longueur d'onde  $\lambda=1\text{cm}$ .

On éclaire la surface de l'eau avec un stroboscope.

1-La plus grande fréquence des éclairs pour laquelle la surface de l'eau paraît immobile est  $N_e=15\text{Hz}$ .

a- Quelle est la fréquence du vibreur ?

b- Calculer la célérité des ondes à la surface de l'eau .

2- Quel sera l'aspect de la surface de l'eau en éclairage stroboscopique de fréquence  $N'_e = 30\text{Hz}$ .

3-Quel sera l'aspect de la surface de l'eau en éclairage stroboscopique de fréquence  $N''_e =16\text{Hz}$ .preciser le sens et la célérité de la propagation apparente.

## Exercice 4

Un vibreur de fréquence 20 Hz est solidaire d'une fourche portant 2 pointes qui frappent la surface de l'eau en 2 points  $S_1$  et  $S_2$ . Les vibrations sont sinusoïdales et transversales d'amplitude 4mm ; la distance  $S_1S_2$  vaut  $d = 5\text{cm}$ . La célérité des ondes à la surface de l'eau vaut 0,36 m/s. Soit un point M à la surface de l'eau :

1-Déterminer l'état vibratoire des points :

-  $M_1$  :  $d_1=10\text{ cm}$  ;  $d_2=11,8\text{cm}$

$M_2$  :  $d_1=14,7\text{cm}$  ;  $d_2=16,5\text{cm}$

-  $M_3$  :  $d_1 = 8,1\text{ cm}$  ;  $d_2=5,4\text{cm}$

2-Deux de ces points précédents appartiennent à une même frange d'interférence d'amplitude maximale. Lesquels?

3 - Quelle est la position du point d'intersection  $M_4$  de cette frange avec le segment  $S_1S_2$ ?

4 -Déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale et le nombre de celles d'amplitude nulle que l'on observe à la surface.

## Exercice 5

On fixe l'une des extrémités d'une corde à une lame vibrant sinusoïdalement à une fréquence  $N=100\text{Hz}$ . L'autre extrémité de la corde est liée à un dispositif d'amortissement qui absorbe l'énergie et empêche la réflexion des ondes.

1 Un point M de la corde situé à 2m de l'extrémité de la lame reçoit l'onde progressive 0,1s après le début du mouvement de la lame. Déduire la célérité de l'onde produite.

2 A l'instant  $t=0s$  la lame part de sa position d'équilibre dans le sens positif. Sachant que l'amplitude des vibrations est  $a=5mm$  déterminer l'équation horaire de la source S.

3 Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M situé à une distance  $x$  de la source S.

4 Représenter la forme de la corde à l'instant  $t=0,025s$ .

5 On retire la corde et on fixe à l'extrémité de la lame une fourche munie de deux pointes qui trempent légèrement en 1 2. S et S à la surface de l'eau d'une large cuve de faible profondeur. La célérité de propagation des ondes à la surface de l'eau est  $C = 2 m/s$ .

5.1 Déterminer l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau situé à 1 1 2 2 d =10cm de S et à d =20cm de S

5.2 La distance entre S1 et S2 étant d=8cm déterminer le nombre de franges d'amplitude maximale entre S1 et S2

### Exercice 6

On relie l'extrémité O d'une lame vibrante à une corde tendue de longueur  $OO'=2m$ . La lame vibrante subit des oscillations sinusoïdales verticales de fréquence  $N=100Hz$  et d'amplitude  $a=3mm$ . Ces vibrations se propagent le long de la corde sans amortissement ni réflexion avec une célérité  $c = 20m/s$ .

1 Calculer la longueur de l'onde  $\lambda$ .

2 Décrire le phénomène observé au moment où la corde est éclairée par un stroboscope dont les fréquences prennent les valeurs:  $Ne = 200 Hz$  ;  $Ne = 25 Hz$  ;  $Ne = 50 Hz$  et  $Ne = 102 Hz$ .

3 En considérant l'origine des temps l'instant où O passe par sa position d'équilibre dans le sens positif ; écrire l'équation horaire  $y_0$  du mouvement de la source O et donner l'élargissement  $y_M$  d'un point M situé à la distance  $x$  de la source O.

4 Déterminer l'expression des abscisses des points qui vibrent en phase avec la source O, préciser leur nombre et la valeur de l'abscisse du point le plus proche de O.

5 Mêmes questions pour les points qui vibrent en opposition de phase avec O.

6 Représenter l'aspect de la corde à l'instant  $t = 0,03s$ .

### Exercice 7

1 L'extrémité O d'une lame vibrante décrit un mouvement rectiligne sinusoïdal vertical de fréquence  $N=50Hz$  et d'amplitude  $a=0,5cm$ .

1.1 Donner son équation horaire sachant que l'on prend  $t=0$  quand la lame passe par la position d'élargissement maximale positive.

1.2 On éclaire la lame à l'aide d'éclairs très courts, jaillissant à intervalles de temps égaux. Calculer les fréquences des éclairs pour lesquelles la lame paraît unique et immobile, sachant que les fréquences des éclairs  $Ne$  sont telles que :  $10Hz < Ne \leq 50Hz$ .

2 La lame vibrante est maintenant reliée à un fil où les vibrations se propagent à la célérité  $C=5m/s$ . On suppose qu'il n'y a pas de réflexion ni amortissement des ondes.

2.1 Calculer la longueur d'onde  $\lambda$ .

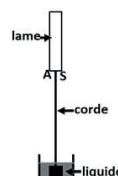
2.2 Etablir l'équation de la vibration d'un point M de la corde situé à la distance 22,5cm du point O.

2.3 Quelle est l'état vibratoire du point M par rapport au point O ?

2.4 Représenter l'aspect du fil pour  $t=0,05s$ .

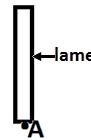
### Exercice 8

Une lame d'acier est au repos en position verticale. Ses vibrations sont entretenues par un électroaimant alimenté en courant alternatif sinusoïdal de pulsation  $\omega = 200\pi rd / s$  Son extrémité libre A décrit pratiquement un segment de droite horizontal de longueur  $2a = 4cm$ .



1 Déterminer l'équation horaire du mouvement de A, sachant qu'à  $t=0$ , A passe par sa position maximale ( $y_A=a$ ).

2 Une corde élastique simple et fine est placée verticalement et son extrémité S est reliée en A à la lame. L'extrémité inférieure de la corde supporte une masse que l'on plonge dans un liquide. (Voir fig). 2.1 Quel est le rôle du liquide?



2.2 La corde éclairée par un stroboscope de même fréquence que la lame

$N = 100\text{Hz}$  a l'aspect d'une sinusoïde de période spatiale  $\lambda = 10\text{cm}$ . En déduire la célérité des ondes qui se propagent le long de la corde.

3 On considère le point M de la corde situé à  $12,5\text{cm}$  de la source S.

3.1 Calculer le temps mis par l'onde pour atteindre le point M.

3.2 Déterminer l'équation du mouvement du point M.

3.3 Représenter dans le même repère les diagrammes de temps respectifs des points S et M

En déduire comment ils vibrent l'un par rapport à l'autre

### Exercice 9

Un vibreur impose à une corde de  $30\text{ cm}$  de long, une perturbation sinusoïdale de période  $T=0,01\text{s}$ . La célérité V des ondes mécaniques le long de la corde est de  $10\text{ m/s}$  et l'amplitude maximale  $y_0$  de la perturbation est de  $1\text{ cm}$ .

1-Donner l'équation horaire de l'extrémité du vibreur en fonction du temps, sachant qu'à l'instant initial  $t=0$ , l'amplitude du vibreur est maximale.

2-Un point M situé à une distance  $x=SM$  du vibreur est atteint par l'onde après un retard t. Exprimer t en fonction de x et V.

3-Etablir l'équation horaire  $y_M$  en fonction du temps t, de la période T, du retard t et de l'amplitude maximale  $y_0$ .

4-Tracer l'allure de la corde à l'instant  $t_1=0,03\text{ s}$  et  $t_2=0,035\text{ s}$ .

5-Tracer l'allure de la corde pour  $x=15\text{cm}$ . Comparer cette courbe à celle correspondant à l'extrémité du vibreur. Un point M est-il en phase ou en opposition de phase avec l'extrémité du vibreur ? Ce résultat était-il prévisible ?

### Exercice 10

Une lame vibrante effectue des oscillations de fréquence N. son extrémité S se déplace suivant un axe vertical en mouvement rectiligne sinusoïdal sur un segment de droite de longueur  $2a = 4\text{cm}$ .

1- On éclaire la lame à l'aide d'un stroboscope dont les éclairs ont une fréquence  $N_e$ . Donner la relation liant N et  $N_e$  pour que la lampe apparaît unique et immobile dans une position autre que celle de l'équilibre.

Si la plus grande valeur des fréquences des éclairs pour laquelle la lame paraît unique et immobile est  $N_e = 25\text{ Hz}$ . Trouver N. (On considère dans cette question que la lame apparaît unique et immobile dans une position autre que celle de l'équilibre).

2- L'extrémité S de la lame est reliée à une longue corde tendue. Ecrire l'équation horaire du mouvement de S en considérant l'origine des temps l'instant où S passe par la position d'équilibre dans le sens négatif.

3- Les vibrations se propagent le long de la corde avec une célérité  $C = 30\text{c m/s}$ .

3-1 Ecrire l'équation horaire du point M situé à la distance  $x_1 = 1,5\text{ cm}$  et comparer son mouvement avec celui de S.

3-2 Représenter l'aspect général de la corde aux instants :  $t_1 = 0,04\text{s}$  et  $t_2 = 0,06\text{s}$

4 - On éclaire la corde à l'aide du stroboscope. Décrire le phénomène observé dans le cas où :  $N_e = 25\text{ Hz}$  et  $N_e = 26\text{ Hz}$ .

## Exercice 11

Une corde sans raideur parfaitement élastique est attachée par son extrémité A à un diapason D animé d'un mouvement sinusoïdal transversal de fréquence  $N=100\text{Hz}$  et d'amplitude  $a = 1\text{mm}$ . La corde est tendue à l'aide d'un poids immergé dans l'eau pour éviter tout phénomène de réflexion.

La célérité des ondes est  $V = 20\text{m/s}$ .

1-. L'origine des abscisses étant l'extrémité A de la corde, l'origine des temps étant prise quand A passe par sa position d'équilibre avec une vitesse positive. Donner l'expression de l'élongation  $y$  d'un point M de la corde d'abscisse  $x$  à l'instant  $t$  en fonction de  $a$ ,  $N$ ,  $t$ ,  $x$  et de la longueur d'onde  $\lambda$ .

Calculer les élongations  $y_1$  et  $y_2$  du point M d'abscisse  $x = 15\text{cm}$  respectivement aux instants :  $t_1 = 0,01\text{s}$  et  $t_2 = 0,05\text{s}$ .

2-. On éclaire la corde en lumière stroboscopique :

2.1- Quelles sont les valeurs de la fréquence  $N_e$  des éclairs si l'on veut observer une corde apparemment immobile ? On précise que  $N_e > 20\text{Hz}$ .

2.2- Décrire ce que l'on observe lorsque  $N_e = 99\text{Hz}$ . On donnera le sens apparent ainsi que la valeur de sa vitesse  $V_a$ .

3-. On remplace la corde précédente par une fourche. Les deux points  $O_1$  et  $O_2$  de la fourche sont distantes de  $d = 12\text{cm}$  trempent légèrement à la surface de l'eau.

Etablir l'équation du mouvement d'un point M situé à  $d_1$  de  $O_1$  et de  $d_2$  de  $O_2$  si on considère que :  $y_{O1} = y_{O2} = a \cos \omega t$ .

Déterminer le nombre de points immobiles sachant que la célérité de propagation des ondes dans l'eau est  $V = 10\text{m/s}$

## Exercice 12

On produit des ondes progressives circulaires à la surface de l'eau en utilisant une cuve à ondes. La célérité  $c$  de l'onde est mesurée et vaut  $c = 40 \text{ m.s}^{-1}$ . Le point source S de la surface du liquide contenu dans la cuve à ondes est animé d'un mouvement vertical sinusoïdal de fréquence  $f = 20 \text{ Hz}$  et d'amplitude  $a$  supposée constante  $a = 2 \text{ mm}$  (on néglige l'amortissement dû aux forces de frottement).

1.1) L'élongation de S s'écrit :  $y_S(t) = a \sin(\omega t + \phi)$ . On suppose qu'à l'instant  $t = 0$ ,  $y_S = 0$  et que S se déplace vers le haut, sens choisi comme sens positif des élongations. Déterminer la valeur de  $\phi$  et écrire l'expression numérique de  $y_S(t)$ .

1.2) Calculer la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde progressive.

1.3) On considère un point M de la surface de l'eau situé à  $d = 12 \text{ cm}$  du point S. Le point M vibre-t-il en phase ou en opposition de phase avec le point source S ? Justifier.

2) On réalise maintenant des interférences à la surface de l'eau. Deux points sources synchrones, notés S1 et S2, vibrant en phase et ayant même amplitude  $a$ , émettent chacun une onde progressive. On s'intéresse à la zone où les deux ondes interfèrent. En un point P de la région où se superposent les ondes issues des 2 sources,  $\delta = S_2P - S_1P$  représente la différence de

marque entre les deux ondes qui arrivent en P.



2.1) Donner l'état vibratoire d'un point noté  $P_1$  de la surface de l'eau tel que:  $S_1P_1 = 8 \text{ cm}$  et  $S_2P_1 = 17 \text{ cm}$  en justifiant la réponse.

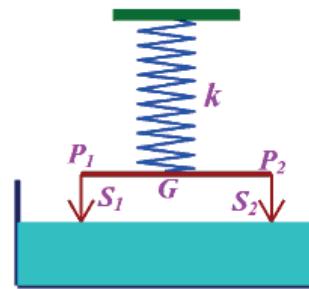
2.2) On considère le segment  $S_1S_2$  :

Déterminer l'amplitude A du mouvement du point O milieu de ce segment.

2.3) Combien y a-t-il de points d'amplitude maximale sur le segment  $S_1S_2$  sachant que, sur le segment  $S_1S_2$ , deux points consécutifs d'amplitude maximale sont distants de  $\lambda/2$  ?

### Exercice 13

À l'extrémité d'un ressort de raideur  $k= 25 \text{ N/m}$  et de masse négligeable est suspendue par son centre de gravité une barre  $P_1P_2$  de masse  $m= 50\text{g}$  supportant deux pointes qui affleurent la surface d'un liquide en  $S_1$  et  $S_2$ . On donne  $S_1S_2=l=60\text{cm}$ . On écarte la barre de sa position d'équilibre stable d'une longueur "a" suivant la verticale et à cet instant pris comme origine des temps, on l'abandonne sans vitesse initiale.



1. Montrer que ce pendule élastique oscille avec une fréquence  $N$  dont-on déterminera.

2. Donner l'expression des élongations  $y_{S1}$  et  $y_{S2}$  des points  $S_1$  et  $S_2$ .

3. Décrire l'aspect de la surface de l'eau entre  $S_1$  et  $S_2$ .

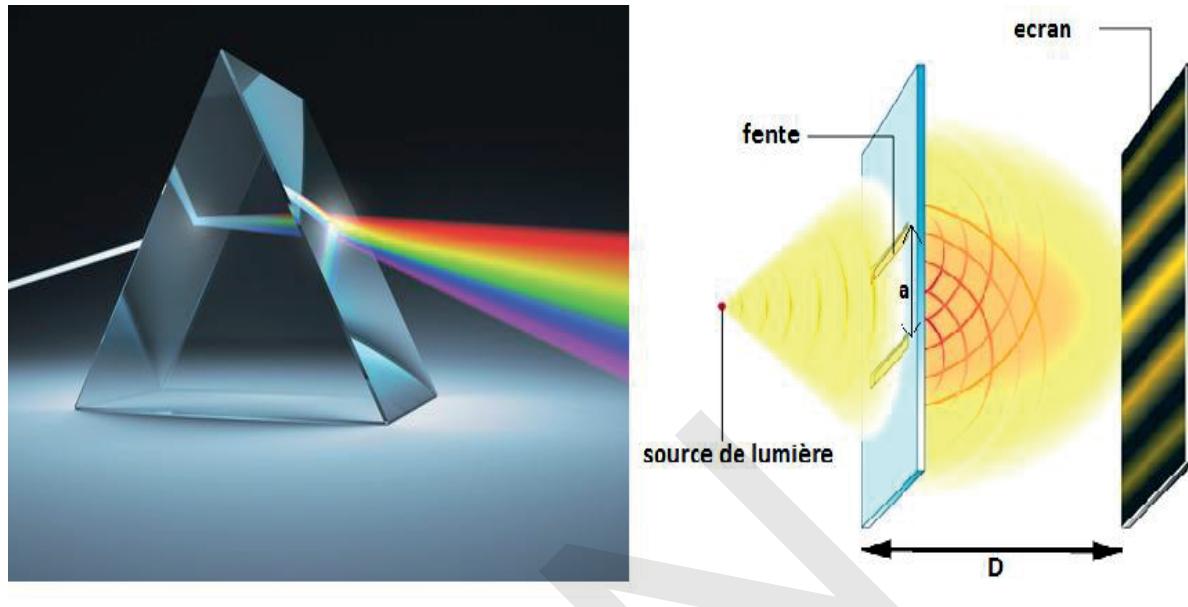
4. Donner l'expression de l'élongation d'un point M situé entre  $S_1$  et  $S_2$  à la distance  $x_1$  de  $S_1$  et  $x_2$  de  $S_2$ .

5. On mesure la distance  $x_2-x_1=58 \text{ cm}$  d'un point M situé sur la frange d'amplitude maximale et la distance  $x'_2-x'_1=49 \text{ cm}$  d'un point M' situé sur une frange d'amplitude maximale voisine de M.

5.1 En déduire la longueur d'onde et la célérité de la propagation qui se propage à la surface de cette eau

5.2 Déterminer le nombre et les positions des points d'amplitude maximale sur le segment  $[S_1S_2]$

## Chapitre VIII: Interférences lumineuses «milieu tri-dimensionnel»



### OBJECTIFS

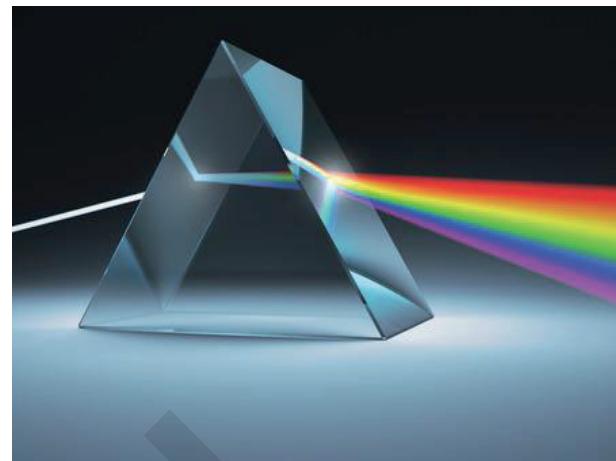
- Décrire les interférences lumineuses par les deux fentes de Young éclairées par une lumière monochromatique
- Savoir établir la différence de marche
- Savoir préciser les positions des franges brillante et celles des franges sombres
- Comprendre les interférences lumineuses par une lumière polychromatique

## I- Généralités sur la lumière

### 1- Décomposition de la lumière blanche

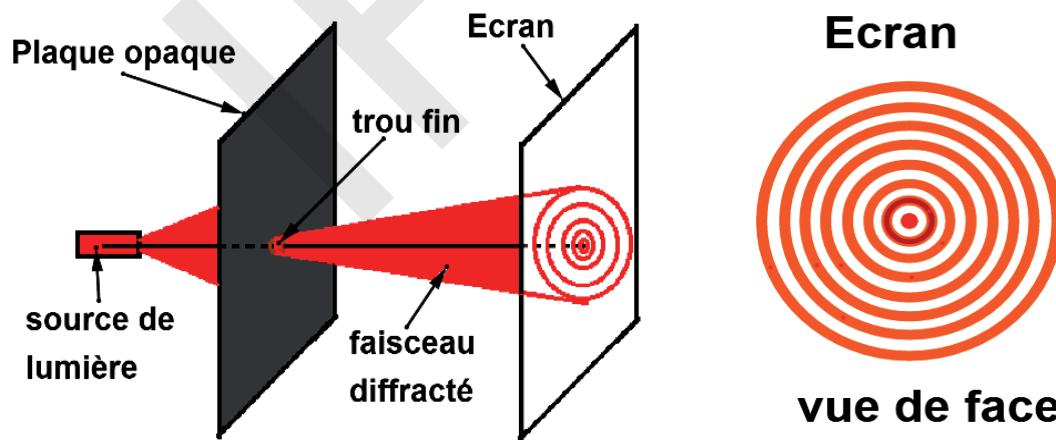
En traversant un prisme, la lumière blanche se décompose en six couleurs principales allant du violet (le plus réfracté) au rouge (le moins réfracté), ce que l'on nomme « décomposition de la lumière blanche ».

**Conclusion :** La lumière blanche est composée d'un ensemble de lumières appelées radiations monochromatiques. La lumière blanche est polychromatique.



### 2- Diffraction de la lumière

Si on éclaire une plaque opaque, percée d'un trou fin F, par un faisceau de lumière, une partie de ce faisceau arrive sur un écran E placé à une distance D du plan de la plaque. On peut observer sur l'écran, une tache brillante entouré par des zones circulaires obscures et brillantes alternatives. (Comme les rides formées par une source ponctuelle à la surface d'un liquide) .



### 3- Nature de la lumière

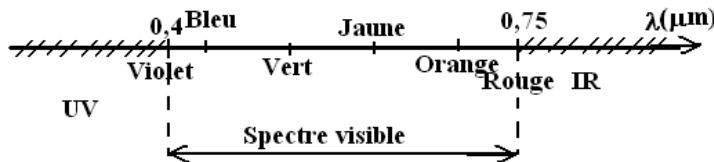
La lumière est composée des petits corpuscules énergétiques sans masse, portant une énergie et se propageant d'une manière ondulatoire, appelés « photons ».

Chaque radiation est caractérisée, par sa longueur d'onde  $\lambda$ , dans le vide.

Dans le même milieu homogène, toutes les radiations se propagent à la même vitesse.

Selon la valeur de la longueur d'onde, les radiations se divisent en :

- radiations ultraviolettes  $\lambda < 0,4 \mu\text{m}$
- radiations visible  $0,4 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,8 \mu\text{m}$
- radiations infrarouges  $\lambda > 0,8 \mu\text{m}$



#### 4- Célérité de la lumière

La célérité de la lumière, dans le vide est indépendante de sa couleur.

Elle vaut, dans le vide,  $C = 3.10^8 \text{ m/s}$ .

Pour tout autre milieu transparent d'indice de réfraction  $n$ , la vitesse de la lumière est  $v = \frac{C}{n}$ .

#### 5- Fréquence d'une radiation

La fréquence  $\nu$  d'une radiation est :  $\nu = \frac{1}{T} = \frac{C}{\lambda}$ .

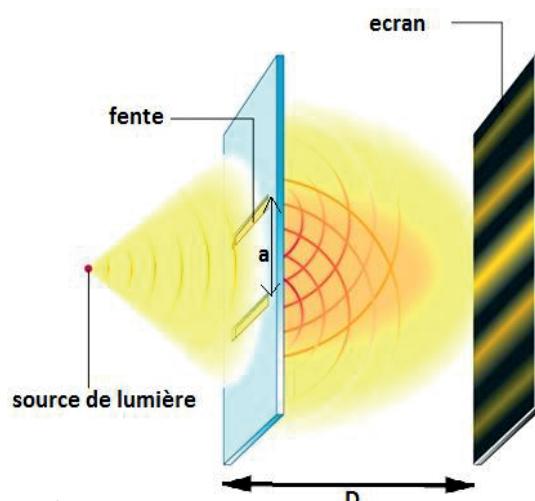
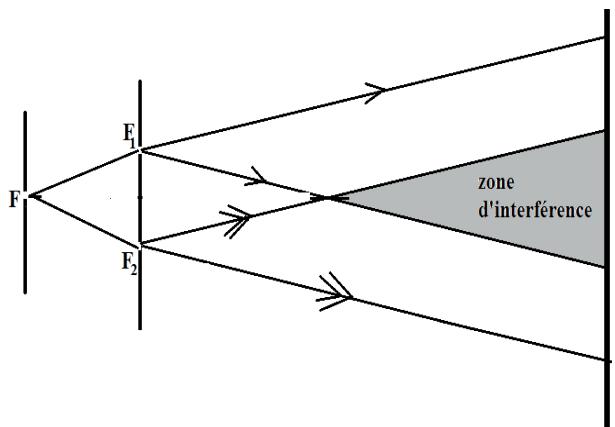
#### 6- Energie lumineuse d'une radiation

Un photon d'une radiation de longueur d'onde  $\lambda$  de fréquence  $\nu$  porte une énergie

$$E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot C}{\lambda} \quad \text{tel que } h \text{ est une constante appelée constante de Planck } h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ (S.I)}$$

## II- Interférences lumineuses par les fentes de Young

### 1- Dispositif expérimental



Le dispositif de Young comporte une fente principale **F** percée dans une plaque opaque pouvant être éclairée par une lumière monochromatique.

Le faisceau diffracté issu de **F** peut éclairer deux fentes secondaires **F<sub>1</sub>** et **F<sub>2</sub>** percées dans une deuxième plaque opaque, situées à égale distance de **F**.

Un écran **E** est placé à une distance **D**, du plan des deux fentes **F<sub>1</sub>** et **F<sub>2</sub>**.

Dans la partie commune aux deux faisceaux diffractés issus de **F<sub>1</sub>** et **F<sub>2</sub>**, on peut observer, sur l'écran des raies alternativement brillantes et obscures, appelées franges d'interférence.

Cette partie commune est d'ailleurs appelée zone ou champ d'interférence

#### Remarque :

L'expérience historique de Young, peut être répétée facilement chez soi de la façon suivante : Dans un bristol, on perce très proprement un trou **F** à l'aide d'une épingle et dans un autre bristol, deux trous analogues **F<sub>1</sub>** et **F<sub>2</sub>** très rapprochés (1mm environ).

Le trou **F** est placé devant une source lumineuse intense et les trous **F<sub>1</sub>** et **F<sub>2</sub>** contre l'œil.

A travers ces derniers, on regarde **F**. On voit alors le trou **F** barré de franges d'interférences.

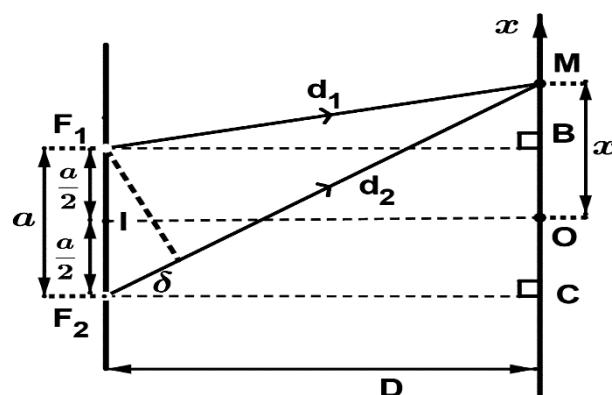
### 2- La différence de marche

Soit **M** un point de la zone d'interférence situé à la distance **d<sub>1</sub>** de **F<sub>1</sub>** et **d<sub>2</sub>** de **F<sub>2</sub>**

**d<sub>1</sub> = F<sub>1</sub>M** : le chemin optique suivi par la lumière issue de la fente **F<sub>1</sub>** au point **M**.

**d<sub>2</sub> = F<sub>2</sub>M** : le chemin optique suivi par la lumière issue de la fente **F<sub>2</sub>** au point **M**

**δ = d<sub>2</sub> - d<sub>1</sub>** : la différence de marche des rayons issus de **F<sub>1</sub>** et **F<sub>2</sub>** au point **M**



**D** : la distance séparant l'écran du plan de deux fentes **F<sub>1</sub>** et **F<sub>2</sub>**

**I** : milieu de  $[F_1; F_2]$

**O** : projection orthogonale de **I** sur l'écran **E**

**B** : projection orthogonale de **F<sub>1</sub>** sur l'écran **E**

**C** : projection orthogonale de **F<sub>2</sub>** sur l'écran **E**

$OI = F_1B = F_2C = D$  ; l'écran est muni d'un axe (**Ox**) dirigé vers le haut.

**OM = x** ; **O** : centre de la zone d'interférence

Dans le triangle **F<sub>2</sub> C M** rectangle en **C** ;  $(F_2M)^2 = (F_2C)^2 + (CM)^2 \Rightarrow d_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2$

Dans le triangle **F<sub>1</sub> B M** rectangle en **B** ;  $(F_1M)^2 = (F_1B)^2 + (BM)^2 \Rightarrow d_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2$

Donc  $d_2^2 - d_1^2 = (x + \frac{a}{2})^2 - (x - \frac{a}{2})^2$ .

Ce qui donne  $(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2ax$ . Dans l'expérience de Young, **x** et **a** sont de l'ordre de millimètre alors que **D** est de l'ordre de mètre. Donc : **x << D et a << D**

Ce qui implique ;  $d_2 + d_1 \approx 2D \Rightarrow d_2 - d_1 = \delta = \frac{ax}{D}$

### 3- Positions des franges brillantes (franges claires) sur l'écran

Un point **M** appartient à une frange brillante lorsque :  $\delta = d_2 - d_1 = k\lambda \Rightarrow \frac{ax}{D} = k\lambda$ .

Donc  $x = k \frac{\lambda D}{a}$  . **k** : ordre de la frange brillante avec  $k \in \mathbb{Z}$

**k = 0**  $\Rightarrow x_0 = 0$  : c'est la frange brillante centrale (**d'ordre 0**)

**k = 1**  $\Rightarrow x_1 = \frac{\lambda D}{a}$  : c'est la frange brillante d'ordre **1**

**k = -1**  $\Rightarrow x_1 = -\frac{\lambda D}{a}$  : c'est la frange brillante d'ordre **1** dans le sens négatif de l'axe

**k = 2**  $\Rightarrow x_2 = \frac{2\lambda D}{a} = 2x_1$  : c'est la frange brillante d'ordre **2**

### 4- Positions des franges sombres (franges obscures) sur l'écran

Un point **M** appartient à une frange sombre lorsque :

$$\delta = d_2 - d_1 = (2k'+1) \frac{\lambda}{2}$$

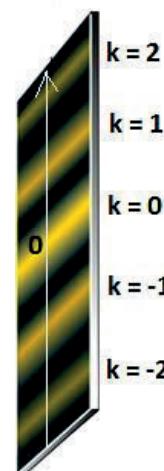
$$\text{Donc, } \frac{ax'}{D} = (2k'+1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x' = (2k'+1) \frac{\lambda D}{2a}$$

**K'** : ordre de la frange sombre avec  $k' \in \mathbb{Z}$

**k' = 0** on a la 1<sup>ère</sup> frange obscure, sa position sur l'écran est donnée

$$\text{par } x'_0 = \frac{\lambda D}{2a} = \frac{1}{2} x_1$$

Elle est donc intercalée entre les franges brillantes d'ordre **0** et **1**



$$k'=1 \Rightarrow x'_1 = \frac{3\lambda D}{2a} = \frac{\lambda D}{a} + \frac{\lambda D}{2a} = x_1 + \frac{1}{2}x_1$$

Cette frange obscure d'ordre **1** est donc aussi intercalée entre les franges brillantes d'ordre **1** et **2**.

### Remarque

Le système d'interférences lumineuses par les fentes de Young apparaît sous forme des franges brillantes et des franges sombres qui s'alternent.

### 5- L'interfrange *i*

L'interfrange **i** est la distance entre les centres de deux franges consécutives de même nature.

Prenons deux franges brillantes consécutives d'ordre **k** et **k+1**

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)\lambda D}{a} - \frac{k\lambda D}{a}. \text{ D'où } i = \frac{\lambda D}{a}. \quad i, D, a \text{ et } \delta \text{ et } \lambda \text{ s'expriment en m.}$$

### 6- Ordre d'interférence :

Les positions des franges brillantes sont données par :  $x = \frac{k\lambda D}{a} = k.i.$

Les positions des franges sombres sont données par :  $x = \frac{(2k+1)\lambda D}{2a} = (k + \frac{1}{2})i$

Le rapport  $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{ax}{D\lambda} = \frac{x}{i}$  est appelé ordre d'interférence

Les franges brillantes ont un ordre d'interférence entier  $p = \frac{x}{i} = k$ .

Les franges sombres ont un ordre d'interférence demi-entier  $p = \frac{x}{i} = k + \frac{1}{2}$

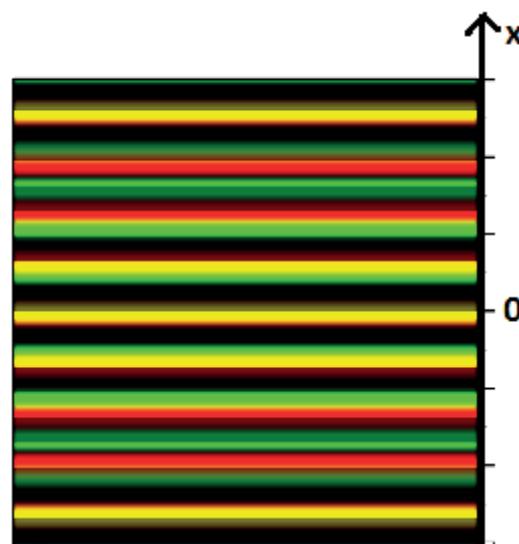
La valeur de **p** nous renseigne sur le numéro de la frange considérée comptée à partir de la frange centrale pour laquelle :  $p = 0$  ( $x = 0 \Rightarrow p = 0$ ).

## 7- Interférences lumineuses par deux radiations monochromatiques

La lumière éclairant la fente F est composée de deux radiations de longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

### 7-1- Observation sur l'écran

On observe, sur l'écran, dans la zone d'interférence, deux systèmes d'interférences relatifs aux deux radiations. La frange centrale est brillante de couleur correspondant à la superposition de deux radiations. Les franges de deux systèmes sont décalées les uns par rapport aux autres autour de la frange centrale, à une certaine distance de la frange centrale on peut observer une coïncidence totale entre les franges de même nature de deux radiations



**interférences par une radiation rouge et une radiation verte dont la superposition donne une couleur jaune**

### 7-2- Coïncidence des franges brillantes

Les positions des franges brillantes sont tel que :

Pour  $\lambda_1 \rightarrow x_1 = k_1 \frac{\lambda_1 \cdot D}{a}$  et pour  $\lambda_2 \rightarrow x_2 = k_2 \frac{\lambda_2 \cdot D}{a}$ .

La coïncidence s'observe si  $x_1 = x_2$ , donc  $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ .

La première coïncidence correspond aux valeurs minimales possibles de  $K_1$  et  $K_2$ .

### 7-3- Coïncidence des franges sombres

Les franges sombres sont telles que :

Pour  $\lambda_1 \rightarrow x_1 = (2k_1 + 1) \frac{\lambda_1 \cdot D}{2a}$  et pour  $\lambda_2 \rightarrow x_2 = (2k_2 + 1) \frac{\lambda_2 \cdot D}{2a}$ . La superposition s'observe si,

$x_1 = x_2 \Rightarrow (2k_1 + 1)\lambda_1 = (2k_2 + 1)\lambda_2 \Rightarrow \frac{(2k_1 + 1)}{(2k_2 + 1)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ . La première superposition correspond

aux valeurs minimales de  $K_1$  et  $K_2$ .

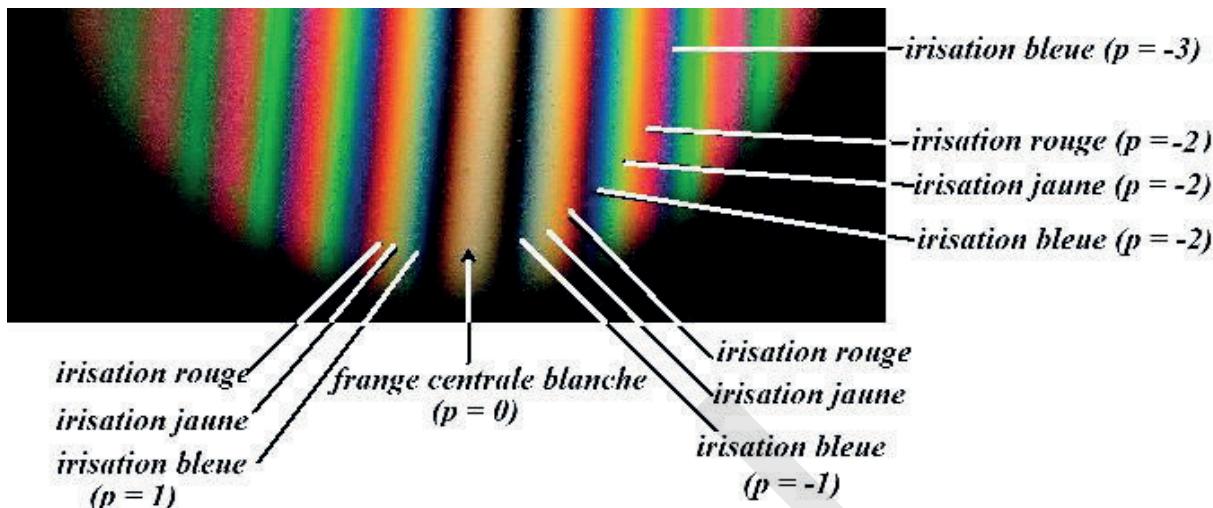
## 8- Interférences lumineuses par la lumière blanche

Remplaçons la source de lumière monochromatique, dans l'expérience précédente par une source de lumière blanche (arc électrique par exemple).

## 8-1- Observations

Sur l'écran, on observe une frange centrale brillante blanche et de part et d'autre 4 ou 5 franges brillantes irisées.

Le champ d'interférence devient rapidement d'une couleur uniforme blanchâtre.



Ces résultats s'interprètent assez facilement si l'on se souvient que la lumière blanche est formée par la superposition d'une infinité de radiations visibles dont les longueurs d'onde sont comprises entre **0,4µm** et **0,8µm**.

Chaque radiation forme son propre système de franges. Or ces systèmes sont décalés les uns par rapport aux autres, car l'interfrange  $i = \frac{\lambda D}{a}$  dépend de la longueur d'onde.

Au centre du champ d'interférence ( $x = 0$ ) la différence de marche ( $\delta = \frac{ax}{D} = 0$ ) est nulle, et la relation  $\delta = k\lambda$  est vérifiée pour toutes les radiations avec  $k=0$ .

Chaque radiation donne, au centre, une frange brillante.

La superposition de ces franges brillantes de couleurs différentes donne une frange centrale blanche.

En s'éloignant de la frange centrale, la couleur résultante en un point dépend des intensités relatives des diverses radiations en ce point.

En un même point plusieurs radiations peuvent donner des franges sombres et d'autres peuvent donner des franges brillantes. Si on s'éloigne trop de la frange centrale, l'enchevêtrement est trop complexe et l'œil perçoit une teinte blanchâtre appelée blanc d'ordre supérieur.

Ce blanc ne contient pas toutes les radiations :

Les radiations manquantes sont celles pour lesquelles :  $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  au point considéré.

## 8-2- Coïncidence des franges brillantes

Les longueurs d'ondes des radiations présentant des franges brillantes en un point

$$x = k \frac{\lambda \cdot D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \cdot x}{k \cdot D}$$

Pour une fringe brillante,

Les radiations visibles sont déterminées par ;  $0,4\mu m \leq \lambda \leq 0,8\mu m$ . Donc

$0,4\mu m \leq \frac{a \cdot x}{k \cdot D} \leq 0,8\mu m \Rightarrow \frac{a \cdot x}{0,8 \cdot 10^{-6} \cdot D} \leq k \leq \frac{a \cdot x}{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot D}$  ;  $k \in \mathbb{Z}$ , chaque valeur de K correspond à une longueur d'onde.

## Essentiel

- La fréquence  $\nu$  d'une radiation est :  $\nu = \frac{1}{T} = \frac{C}{\lambda}$ .
- Un photon d'une radiation de longueur d'onde  $\lambda$  de fréquence  $\nu$  porte une énergie  $E = h\nu = \frac{hC}{\lambda}$  tel que  $h$  est une constante appelée constante de Planck  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  (S.I)
- Dans le dispositif de Young, la différence de marche est :  $d_2 - d_1 = \delta = \frac{\alpha x}{D}$
- Un point M appartient à une frange brillante lorsque :  $\delta = d_2 - d_1 = k\pi$ .  
Donc  $x = k \frac{\lambda \cdot D}{a}$ .
- Un point M appartient à une frange sombre lorsque :  $\delta = d_2 - d_1 = (2k'+1) \frac{\lambda}{2}$ .  
Donc,  $x' = (2k'+1) \frac{\lambda \cdot D}{2a}$ .
- L'interfrange  $i$  est la distance entre les centres de deux franges consécutives de même nature.  $i = \frac{\lambda \cdot D}{a}$ .
- Les franges brillantes ont un ordre d'interférence entier  $p = \frac{x}{i} = k$ .
- Les franges sombres ont un ordre d'interférence demi-entier  $p = \frac{x}{i} = k + \frac{1}{2}$
- Lors des interférences par deux lumières monochromatiques :
- Les franges brillantes sont telles que : Pour  $\lambda_1 \rightarrow x_1 = k_1 \frac{\lambda_1 \cdot D}{a}$  et pour  $\lambda_2 \rightarrow x_2 = k_2 \frac{\lambda_2 \cdot D}{a}$   
La coïncidence s'observe si  $x_1 = x_2$ , donc  $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ .  
La première coïncidence correspond aux valeurs minimales de  $K_1$  et  $K_2$ .
- Les franges sombres sont telles que : Pour  $\lambda_1 \rightarrow x_1 = (2k_1 + 1) \frac{\lambda_1 \cdot D}{2a}$  et pour  $\lambda_2 \rightarrow x_2 = (2k_2 + 1) \frac{\lambda_2 \cdot D}{2a}$ .  
La superposition s'observe si,  $x_1 = x_2 \Rightarrow (2k_1 + 1)\lambda_1 = (2k_2 + 1)\lambda_2 \Rightarrow \frac{(2k_1 + 1)}{(2k_2 + 1)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ .  
La première superposition correspond aux valeurs minimales de  $K_1$  et  $K_2$ .

## Exercice résolu

1 Une Source S émettant une radiation monochromatique éclaire deux fentes  $S_1$  et  $S_2$  parallèles distantes de 3mm. On observe les interférences sur un écran E situé à 3m du plan des deux fentes.

Quelle est l'interfrange  $i$  si le milieu de la troisième frange brillante située au dessus de la frange centrale se trouve à la distance  $l=3,6\text{mm}$  du milieu de la troisième frange brillante située en dessous. Déduire la longueur d'onde de la radiation émise par la source S.

2 La source S émet à présent deux radiations de longueur d'onde respective  $\lambda_1=0,48\mu\text{m}$  et  $\lambda_2=0,54\mu\text{m}$ .

2.1 Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

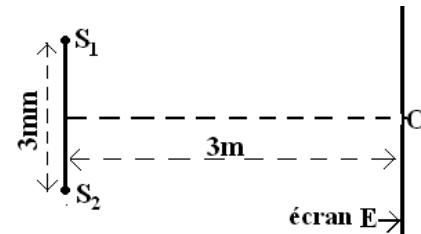
2.2 A quelle distance de la frange centrale observe-t-on la première coïncidence entre franges brillantes ?

3 La source S émet de la lumière blanche.

3.1 Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

3.2 On place la fente d'un spectroscope dans le plan de l'écran E et parallèlement à la frange centrale et à 4mm de celle-ci.

Quel est le nombre des franges brillantes observées en ce point et leurs longueurs d'ondes ? On rappelle que les limites du spectre visible sont  $[0,4\mu\text{m} ; 0,8\mu\text{m}]$ .



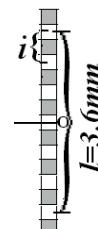
## Solution

1 La distance entre le milieu de la troisième frange brillante d'un côté et le milieu de la troisième frange brillante de l'autre côté représente six interfranges (voir figure).

$$l = 6i \Rightarrow i = \frac{l}{6} \text{ soit } i = \frac{3,6 \cdot 10^{-3}}{6} = 0,6\text{mm}$$

Calcul de la longueur d'onde :

$$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ia}{D} \text{ soit } \lambda = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \times 3 \cdot 10^{-3}}{3} = 0,6 \cdot 10^{-6}\text{m}$$



2.1 On observe deux systèmes de franges qui se superposent et dont les franges centrales coïncident.

De part et d'autre de la frange centrale O d'autres coïncidences peuvent être observées.

2.2 Il y'a coïncidence entre franges brillantes si et seulement si :

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow \frac{k_1 \lambda_1 D}{a} = \frac{k_2 \lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \text{ soit } \frac{k_1}{k_2} = \frac{0,54}{0,48} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{9}{8}$$

La première coïncidence est entre la 9ème frange brillante pour  $\lambda_1$  et la 8ème frange brillante pour  $\lambda_2$ . La distance à laquelle est située la première coïncidence :

$$x_1 = \frac{k_1 \lambda_1 D}{a} \text{ soit } x_1 = \frac{9 \times 0,48 \cdot 10^{-6} \times 3}{3 \cdot 10^{-3}} = 4,32 \cdot 10^{-3}\text{m}$$

3.1 On observe une frange centrale très blanche et de part et d'autre de celle-ci l'écran paraît blanc d'un blanc dit sale.

3.2 Au point M défini par  $x=4\text{mm}$ , les franges brillantes sont caractérisées par :

$$x = \frac{k\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{kD} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \times 3 \cdot 10^{-3}}{3k} \text{ soit } \lambda = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{k}$$

D'après les limites du spectre on a :  $0,4 \cdot 10^{-6} \leq \lambda \leq 0,8 \cdot 10^{-6}$

$$\text{soit } 0,4 \cdot 10^{-6} \leq \frac{4 \cdot 10^{-6}}{k} \leq 0,8 \cdot 10^{-6} \Leftrightarrow \frac{1}{0,8} \leq \frac{k}{4} \leq \frac{1}{0,4} \Leftrightarrow 5 \leq k \leq 10$$

$$\Rightarrow k \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

On observe 6 franges brillantes au point M.

Les longueurs d'ondes correspondantes à ces

$$\text{franges sont : } \lambda_1 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{5} = 0,8 \mu\text{m} ; \lambda_2 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{6} = 0,67 \mu\text{m} ;$$

$$\lambda_3 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{7} = 0,57 \mu\text{m} \quad \lambda_4 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{8} = 0,5 \mu\text{m}$$

$$\lambda_5 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{9} = 0,44 \mu\text{m} \quad \lambda_6 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{10} = 0,4 \mu\text{m}$$

## Exercices

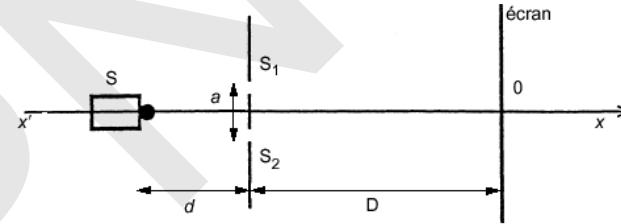
### Exercice 1

Un pinceau de lumière monochromatique émis par un laser hélium-néon éclaire deux fentes parallèles séparées par une distance  $a = 0,5$  mm. Un écran est placé perpendiculairement au pinceau lumineux à une distance  $D = 2$  m du plan des fentes.

- 1- Dessiner le dispositif expérimental.
- 2- Interpréter la formation des franges brillantes et obscures.
- 3- Définir et calculer la différence de marche aux 2 fentes d'un point M de l'écran, pour en déduire la position des franges brillantes et obscures.
- 4- Préciser la nature de la frange centrale appartenant au plan médiateur des 2 fentes.
- 5- Définir et calculer l'interfrange. Quelle est l'influence des différents paramètres sur l'interfrange? Comment doit-on modifier la distance entre les 2 fentes pour obtenir des franges plus espacées.
- 6- Calculer la longueur d'onde et la fréquence de la lumière émise par le laser, sachant que 6 franges sont espacées de 12,7 mm.

### Exercice 2

Le dispositif comprend une plaque percée de deux trous de Young distants de :  $a = 500\mu\text{m}$ . En utilisant comme source émettrice S un laser He-Ne, de longueur d'onde  $\lambda = 633$  nm on produit des



interférences sur un écran. La plaque est placée à une distance  $d = 20$  cm de la source, l'écran à une distance  $D = 4$  m de la plaque. Les deux trous de même diamètre sont placés à égale distance de la source et se comportent comme deux sources synchrones et cohérentes.

- 1-Expliquer le phénomène d'interférences en quelques lignes.
- 2-Au point O, la frange est-elle brillante ou sombre ? Justifier.
- 3-Les franges brillantes sont équidistantes. L'intervalle qui les sépare est appelé interfrange et noté  $i$ . On cherche à connaître les paramètres dont peut dépendre  $i$  (nature de S,  $a$ ,  $d$ ,  $D$ ) et à en donner une expression parmi les propositions suivantes :  
(a)  $\frac{\lambda D}{a}$     (b)  $\lambda D^2$     (c)  $\frac{Da}{\lambda}$     (d)  $\frac{\lambda a}{D}$     (e)  $\frac{\lambda d}{a}$
- a - Par l'analyse dimensionnelle, éliminer une ou plusieurs propositions.
- b -En réalisant plusieurs expériences, où l'on fait varier un seul paramètre en laissant les autres identiques, on effectue les constatations suivantes :
  - L'utilisation d'un laser vert montre que l'interfrange diminue ;
  - Si on éloigne l'écran, l'interfrange augmente ;
  - La position de S sur l'axe ne modifie pas l'interfrange ;
  - Les deux trous étant rapprochés de l'axe , les franges s'écartent les unes des autres.En utilisant ces résultats, trouver parmi les propositions (a), (b), (c), (d), (e), l'expression de l'interfrange  $i$ , en justifiant le raisonnement.
- c - Donner la valeur de l'interfrange  $i$  obtenue avec le laser He- Ne

### Exercice 3

La lumière issue d'une fente source horizontale S éclaire un plan vertical P portant 2 fentes très fines  $S_1$  et  $S_2$  horizontales et distantes de 3 mm.  $S_1$  et  $S_2$  sont équidistantes de S. Sur un écran E placé à 3 mètres du plan des fentes  $S_1$  et  $S_2$ , on observe des franges d'interférences.

1-Faire un schéma du dispositif.

1 - Quelle est la direction des franges observées ?

2 - Entre la 10<sup>ème</sup> fringe brillante située au dessus de la fringe centrale et la 10<sup>ème</sup> fringe brillante située au dessous de la fringe centrale, on mesure 11,8 mm. Quelle est la longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée? Quelle est sa fréquence?

3 - On remplace la source monochromatique précédente par une source qui émet 2 longueurs d'ondes : 467 nm et 700nm. Chacune de ces longueurs d'onde donne son système de franges. Que voit-on au centre de la figure d'interférences? Pourquoi? A quelle distance minimale de la fringe centrale pourra-t-on observer la superposition des franges brillantes des deux radiations ?

4 - La lampe utilisée est maintenant une lampe à halogène qui émet une lumière blanche dont la composition spectrale est proche de celle qu'émet le Soleil. Que peut-on observer au centre de l'écran ?

### Exercice 4

Une source lumineuse S éclaire les fentes  $S_1$  et  $S_2$  de Young. Un écran d'observation E est placé perpendiculairement à la droite passant par S et le milieu de  $S_1$  et  $S_2$  à une distance  $D=2\text{m}$  du plan des fentes  $S_1$  et  $S_2$ .

1 La source S émet une radiation monochromatique de longueur fondue  $\lambda=0,52\mu\text{m}$ .

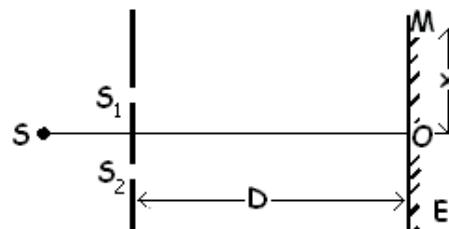
1.1 Qu'observe-t-on sur l'écran d'observation E ?

1.2 On observe le milieu de la 5<sup>ème</sup> fringe brillante en un point x situé, à l'abscisse  $x=2,6\text{mm}$  du milieu de la fringe centrale brillante. Calculer la distance a qui épare les fentes  $S_1$  et  $S_2$ .

1.3 Déterminer la valeur d'interfrange i et préciser la nature des franges dont les milieux sont situés aux points d'abscisses respectives  $x_1=1,3\text{mm}$  et  $x_2=2,08\text{mm}$ .

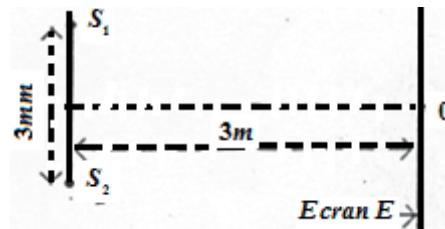
2 La source S émet à présent deux radiations de longueurs d'ondes  $\lambda=0,52\mu\text{m}$  et  $\lambda'=0,48\mu\text{m}$ . A quelle distance de la fringe centrale observe-t-on la première coïncidence entre les franges brillantes pour  $\lambda$  et  $\lambda'$ .

3 La source S émet maintenant la lumière blanche. Calculer les longueurs d'ondes des radiations éteintes au point P. On donne :  $0,4\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,8\mu\text{m}$ .



### Exercice 5

1 Une Source S émettant une radiation monochromatique éclaire deux fentes  $S_1$  et  $S_2$  parallèles distantes de 3mm. On observe les interférences sur un écran E situé à 3m du plan des deux fentes.



1.1 Quelle est l'interfrange  $i$  si le milieu de la troisième frange brillante est située au dessus de la frange centrale se trouve à la distance  $d = 3,6\text{mm}$  du milieu de la troisième frange brillante située en dessous.

1.2 En déduire la longueur d'onde de la radiation émise par la source S.

2 La source S émet à présent deux radiations de longueurs d'onde respectives  $\lambda_1 = 0,48\mu\text{m}$  et  $\lambda_2 = 0,54\mu\text{m}$

2.1 Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

2.2 A quelle distance de la frange centrale observe-t-on la première coïncidence entre franges brillantes?

3 La source S émet de la lumière blanche.

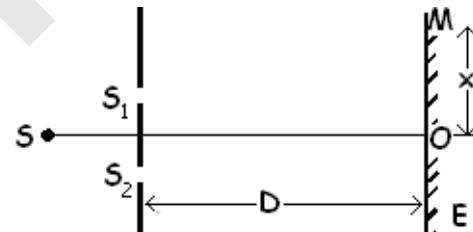
3.1 Qu'observe-t-on sur l'écran E ?

3.2 On place la fente d'un spectroscope dans le plan de l'écran E et parallèlement à la frange centrale et à 4mm de celle-ci.

Quel est le nombre des franges brillantes observées en ce point et leurs longueurs d'ondes? On rappelle que les limites du spectre visible sont  $[0,4\mu\text{m} ; 0,8\mu\text{m}]$

### Exercice 6

Une source S de lumière éclaire les fentes  $S_1$  et  $S_2$  de Young distantes de  $a = 2\text{mm}$ . L'écran d'observation E est situé à la distance  $D = 2\text{m}$  des fentes (voir fig).



1 -La source S émet de la lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$

1.1- Calculer la valeur de l'interfrange  $i$ .

Quelle est la nature des franges dont les milieux sont

respectivement situés à  $x_1 = 1,5\text{mm}$  et à  $x_2 = 2,4\text{mm}$  du milieu de la frange centrale

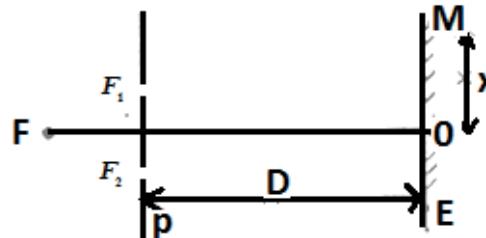
1.2- Les faisceaux issus de  $S_1$  et  $S_2$  ont un angle d'ouverture  $\alpha = 0,005\text{rad}$  . Quelle est la largeur du champ d'interférence sur l'écran.

1.3- La source S émet à présent les radiations de longueurs d'ondes respectives  $\lambda_1 = 0,49\mu\text{m}$  et  $\lambda_2 = 0,63\mu\text{m}$  . A quelle distance de la frange centrale observe-t-on la première coïncidence entre franges brillantes.

2 -La source S émet maintenant de la lumière blanche. Déterminer les longueurs d'onde des radiations qui présentent des franges brillantes en un point situé à  $3\text{mm}$  de la frange centrale. On donne :  $0,4\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,8\mu\text{m}$

### Exercice 7

1 On réalise l'expérience de Young à l'aide d'une fente éclairée F équidistante de deux autres fentes  $F_1$  et  $F_2$ , parallèles, percées dans un écran P. La distance entre  $F_1$  et  $F_2$  est  $a = 0,8\text{mm}$ . Un écran E parallèle à P est placé à la distance  $D = 2,4\text{m}$  de P. (voir fig)



1.1 La fente F est d'abord éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . Qu'observe-t-on sur l'écran E ? Etablir l'expression de la différence de marche  $\delta$  et la calculer au point M de l'écran E tel que  $OM = x = 12,6\text{mm}$ . Le point M étant le milieu de la 7<sup>ème</sup> frange brillante (la frange centrale étant numéroté 0), en déduire la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière utilisée?

1.2 La fente F est maintenant éclairée en lumière blanche. Quelles sont les longueurs d'onde des radiations appartenant au spectre visible pour les quelles une frange obscure se forme au point N, sur E, à la distance  $ON=x=9\text{mm}$  de la frange centrale? On donne pour le spectre visible:  $0,4\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,8\mu\text{m}$ .

### Exercice 8

On dispose d'un dispositif d'interférence constitué de deux sources S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> et d'un écran E d'observation placé perpendiculairement à la trajectoire moyenne de la lumière et situé à la distance  $D=2,5\text{m}$  du plan des sources.

1 On éclaire le dispositif à l'aide d'une source S qui émet une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$ .

1.1 On observe la distance S<sub>1</sub>S<sub>2</sub> à partir du centre O de l'écran sous l'angle  $\alpha = 8 \cdot 10^{-4}\text{rad}$  (voir figure). Calculer la distance  $a = S_1S_2$ .

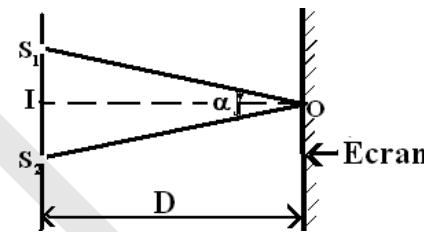
1.2 Calculer l'interfrange  $i$  du phénomène d'interférence et préciser la nature des franges dont les milieux sont situés aux points d'abscisses respectives  $x_1 = 4,5\text{mm}$  et  $x_2 = 6\text{mm}$ .

1.3 Trouver l'expression de la différence de marche  $\delta$ .

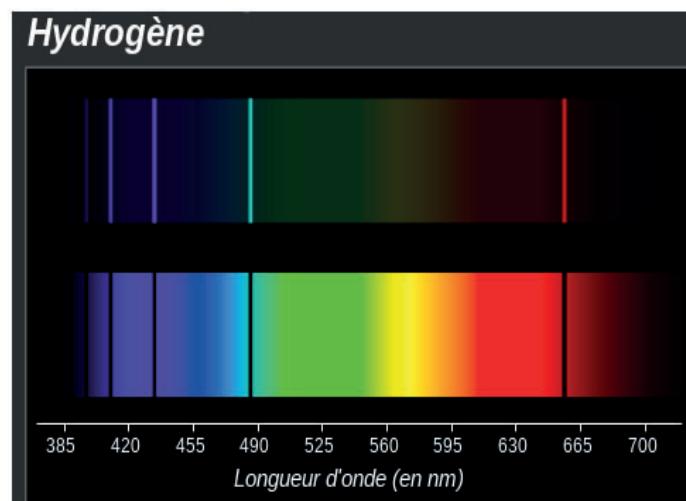
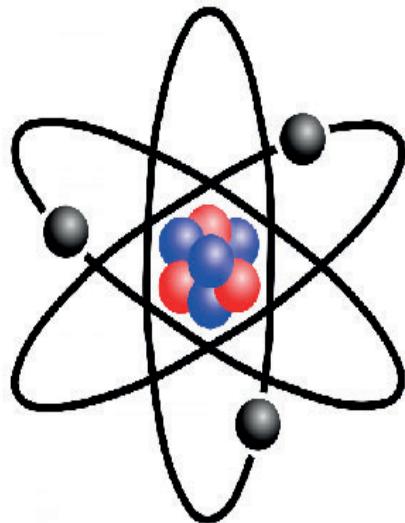
2 La source S émet simultanément deux radiations de longueurs d'onde  $\lambda_1 = 0,42\mu\text{m}$  et  $\lambda_2 = 0,63\mu\text{m}$ . A quelle distance du milieu de la frange centrale observe-t-on la 1<sup>ère</sup> coïncidence entre les franges brillantes des deux radiations?

3 La source S émet à présent de la lumière blanche.

Soit un point P de l'écran situé à  $x = 5\text{mm}$  du milieu de la frange centrale. Trouver les longueurs d'onde des radiations qui présentent en P une frange noire. On donne les limites du spectre visible :  $[0,4\mu\text{m} ; 0,8\mu\text{m}]$ .



# Chapitre IX: les niveaux d'énergie de l'atome



## OBJECTIFS

- Définir l'énergie de l'atome de l'hydrogène.
- Représenter le diagramme d'énergies pour quelques niveaux de l'atome d'hydrogène.
- Savoir calculer l'énergie qu'il faut fournir à l'atome pour passer d'un niveau  $p$  à un niveau  $n$ .
- Connaître les principales séries de raies d'émission de l'atome de l'hydrogène.

## I- Structure de l'atome

L'atome est le plus petit constituant séparable de la matière, il renferme deux parties : partie centrale appelée noyau et partie périphérique (les électrons).

### 1- Noyau (Nucléide)

Le noyau, appelé aussi nucléide, est constitué de petites particules appelées nucléons.  
On distingue entre deux types de nucléons :

#### 1-1- Les protons

- Le nombre des protons dans le noyau est appelé nombre de charge ou numéro atomique, il est noté **Z**. Les atomes de même nombre de charge **Z** constituent un élément chimique.
- Le proton porte une charge électrique positive  $q_p = e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ .
- La masse du proton est  $m_p \approx 1,007276 u$  ; tel que **u** est l'unité des masses nucléaires  $u = 1,66 \cdot 10^{-27} kg$

#### 1-2- Les neutrons

- Le nombre de neutrons dans le noyau est noté **N**.
- La charge du neutron est nulle.
- La masse du neutron est  $m_n \approx 1,008665 u$ .

La somme du nombre des protons **Z** et du nombre des neutrons **N** est :  $Z + N = A$ .

Le nombre **A** est appelé nombre de masse ou numéro massique, c'est le nombre de nucléons.

Le nucléide se note  ${}^A_Z X$  tel que **X** le symbole de l'élément chimique du nucléide.

#### Exemples:

${}^6_6 C$  : 6 protons, 12 nucléons, soit 6 neutrons

${}^8_8 O$  : 8 protons, 16 nucléons, soit 8 neutrons

${}^{35}_{17} Cl$  : 17 protons et 35 nucléons, soit 18 neutrons

### 2- Electrons

- Le nombre d'électrons d'un atome est égal au nombre des protons dans son noyau (**Z**).
- La masse de l'électron est  $m_e = 5,5 \cdot 10^{-4} u$ .
- La charge de l'électron est  $q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} C$ .

Les électrons sont repartis autour du noyau dans des couches (niveaux d'énergie) numérotées de l'intérieur à l'extérieur par **1, 2, 3, 4, ..... et notées par K, L, M, N ....**  
Une couche de numéro **n** peut être remplie en électrons selon la règle  **$2n^2$**

### 3- Isotopes

Les isotopes sont des atomes appartenant au même élément chimique (de même nombre de charge) mais de nombres de masse différents donc de nombres de neutrons différents

Exemples :  ${}_1^1\text{H}$  ;  ${}_1^2\text{H}$  ;  ${}_1^3\text{H}$   
 ${}_6^{12}\text{C}$  ;  ${}_6^{13}\text{C}$  ;  ${}_6^{14}\text{C}$   
 ${}_8^{16}\text{O}$  ;  ${}_8^{17}\text{O}$  ;  ${}_8^{18}\text{O}$

## II- Atome d'hydrogène

### 1- L'énergie de l'atome d'hydrogène

L'atome de l'hydrogène  ${}_1^1\text{H}$  est l'atome le plus simple, il possède un seul électron en mouvement autour du noyau constitué d'un seul proton

L'énergie attribuée à l'atome englobe :

- l'énergie potentielle  $E_p$  d'interaction électrostatique électron – noyau
- l'énergie cinétique  $E_c$  de l'électron dans son mouvement autour du noyau.

Le système électron – noyau a ainsi une énergie totale  $E = E_c + E_p$

Par convention l'énergie potentielle de l'atome ionisé est choisie nulle, l'électron se trouvant alors à une distance  $r$  infiniment grande du noyau :  $E_{p\infty} = 0$

Pour ioniser l'atome c'est-à-dire séparer l'électron du noyau ( $E_{p\infty} = 0$ ) sans lui communiquer de vitesse ( $E_{c\infty}=0$ ), il faut fournir une énergie (énergie d'extraction)  $W > 0$ .

Cette énergie s'ajoute à l'énergie  $E$  que possédait l'atome pour donner l'énergie  $E_\infty$  de l'atome ionisé :  $E + W = E_\infty = E_{p\infty} + E_{c\infty} = 0$ . Or  $W > 0$ , donc  $E < 0$

Si on adopte par convention  $E_{p\infty} = 0$ , l'énergie  $E$  de l'atome est négative.

L'étude des spectres d'émission de l'atome d'hydrogène a permis de trouver les valeurs possibles de l'énergie.  $E_n = -\frac{13.6}{n^2} (\text{eV})$  ;  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \infty\}$  ;

$$1\text{électron-Volt} ; 1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}.$$

$n$  : (appelé nombre quantique principal) qui définit le numéro de la couche occupée par l'électron.

Les valeurs de l'énergie de l'atome de l'hydrogène sont quantifiées (discrètes).

Elles dépendent du nombre quantique principal  $n$

Chaque valeur de  $n$  correspond à un niveau d'énergie.

$n=1 \rightarrow E_1 = -13,6 \text{ eV} \dots \text{Etat fondamental}$

$1 < n \leq 7 \rightarrow E_1 < E_n < E_{\infty} \dots \text{états excités}$

$n=\infty \rightarrow E_{\infty} = 0 \dots \text{Etat ionisé}$

N	1	2	3	4	5	6	7	$\infty$
$E_n(\text{eV})$	- 13,6	- 3,4	- 1,51	- 0,85	- 0,54	- 0,37	- 0,28	0

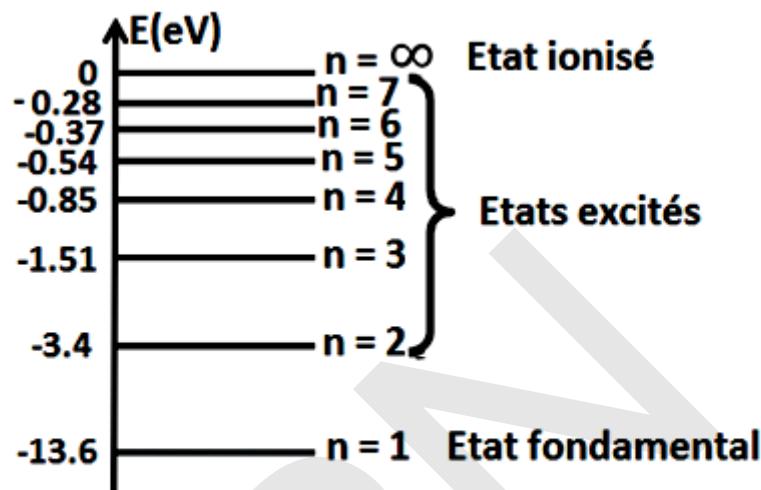


Diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène  
Echelle d'énergie non respectée

## 2 – Transitions électroniques

Une transition électronique est un déplacement de l'électron d'un niveau d'énergie à un autre.

Selon les niveaux entre lesquels se fait la transition on distingue entre :

- **L'excitation**

C'est une transition électronique d'un niveau

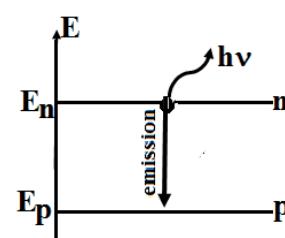
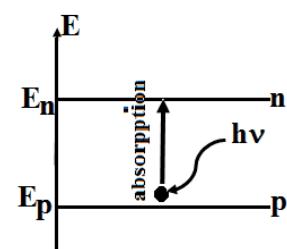
d'énergie  $E_p$  plus bas vers un niveau  $E_n$  plus élevé  
telle que  $E_p < E_n ; (p < n)$ .

L'excitation d'un atome résulte d'un gain (absorption) d'énergie,  
la plupart par absorption de photons.

La durée de l'état excité est très courte et l'atome a tendance de  
revenir dans son état fondamental qui est l'état le plus stable.

- **La désexcitation**

C'est une transition électronique d'un niveau d'énergie  $E_n$   
plus élevé vers un niveau  $E_p$  plus bas telle que  $E_n > E_p ; (n > p)$   
. Cette transition s'accompagne par une perte d'énergie par  
émission de photons.



- **L'ionisation**

Elle correspond au passage d'un atome du niveau fondamental ou d'un niveau excité vers l'infini, l'électron se libère de l'atome.

Alors, une transition depuis un état  $E_n$  vers un état  $E_p$  se fait avec absorption d'un photon si ( $p > n$ ) ou émission d'un photon si ( $p < n$ ).

La variation d'énergie de l'atome au cours d'une transition  $n \rightarrow p$  est :

$$|\Delta E_{n \rightarrow p}| = |E_p - E_n| = 13,6 \text{ (eV)} \left| \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right| = h\nu_{n \rightarrow p}$$

$h\nu_{n \rightarrow p}$  : l'énergie du photon absorbé ou émis lors de la transition ( $n \rightarrow p$ ).

$$\text{Donc, } h\nu_{n \rightarrow p} = h \frac{C}{\lambda_{n \rightarrow p}} = 13,6 \text{ (eV)} \left| \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right| \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{n \rightarrow p}} = \frac{13,6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{h \cdot C} \left| \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right| = R_H \left| \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right|$$

$R_H = 1,09 \cdot 10^7 \text{ (S.I.)}$ . Constante de Rydberg.

### 3- Spectre d'émission de l'atome d'hydrogène

On appelle spectre d'émission l'ensemble des raies (radiations) qui peuvent être émises lors de la désexcitation d'un atome.

Ce spectre est discontinu car il est constitué de quelques longueurs d'ondes bien déterminées.

Selon le niveau d'énergie vers lequel aboutit cette excitation on distingue entre :

- **Série de LYMAN :**

Les raies de la série de **LYMAN** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau fondamental :  $p = 1$  ;  $n = 2, 3, 4, 5, 6$  et  $7$

Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation  $\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 1}} = R_H \cdot \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$

- **Série de BALMER :**

Les raies de la série de **BALMER** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau :  $p = 2$  ;  $n = 3, 4, 5, 6$  et  $7$ .

Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation  $\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 2}} = R_H \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$

- **Série de PASCHEN :**

Les raies de la série de **PASCHEN** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau :  $p = 3$  ;  $n = 4, 5, 6$  et  $7$ .

Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation  $\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 3}} = R_H \cdot \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right)$

- **Série de Brackett :**

Les raies de la série de **Brackett** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau :  $p = 4$  ;  $n = 5, 6, 7$

Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation  $\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 4}} = R_H \cdot \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{n^2} \right)$

- Série de Pfund :**

Les raies de la série de **Pfund** sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau :  $p = 5$  ;  $n = 6,7$

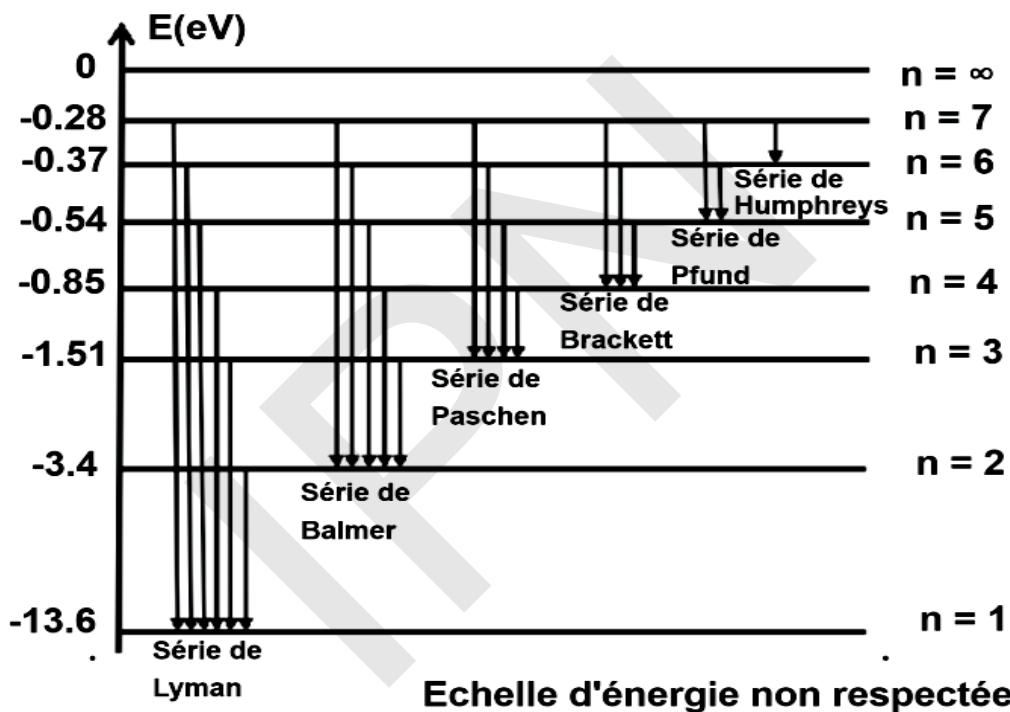
Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation  $\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 5}} = R_H \cdot \left( \frac{1}{25} - \frac{1}{n^2} \right)$

- Série de Humphreys :**

La série de **Humphreys** contient une seule longueur d'onde calculée par la relation :

$$\frac{1}{\lambda_{7 \rightarrow 6}} = R_H \cdot \left( \frac{1}{36} - \frac{1}{49} \right) \Rightarrow \lambda_{7 \rightarrow 6} = 1,44 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

La figure ci-contre regroupe toutes les transitions d'émission possibles de l'atome d'hydrogène.



### Remarques

- Lors d'une excitation ( $n \rightarrow p$ ), l'atome doit absorber le même photon qu'il émet au cours de la désexcitation ( $p \rightarrow n$ ).
- L'atome n'absorbe qu'un photon dont l'énergie est juste égale à la différence d'énergie entre deux niveaux
- Le photon, dont l'énergie est supérieure à celle de l'ionisation, peut être absorbé et l'excès de son énergie après l'ionisation est utilisé comme énergie cinétique de l'électron.

## Essentiel

- L'énergie de l'atome d'hydrogène est donnée par la relation :
- $$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ (eV)} ; \quad n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \infty\} ; \quad 1 \text{ électron-Volte} ; \quad 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$
- $n=1 \rightarrow E_1 = -13,6 \text{ eV} \dots \text{Etat fondamental}$
  - $1 < n \leq 7 \rightarrow E_1 < E_n < E_{\infty} \dots \text{états excités}$
  - $n=\infty \rightarrow E_{\infty} = 0 \dots \text{Etat ionisé}$
  - L'excitation est une transition électronique d'un niveau d'énergie  $E_p$  plus bas vers un niveau  $E_n$  plus élevé. Elle se fait par absorption de photons.
  - La désexcitation est une transition électronique d'un niveau d'énergie  $E_n$  plus élevé vers un niveau  $E_p$  plus bas. Elle s'accompagne par une émission de photons.
  - L'ionisation correspond au passage d'un atome du niveau fondamental ou d'un niveau excité vers l'infini, l'électron se libère de l'atome.
  - La variation d'énergie de l'atome au cours d'une transition est :

$$|\Delta E_{n \rightarrow p}| = |E_p - E_n| = h\nu_{n \rightarrow p} .$$

$$\bullet \quad \text{Donc, } h\nu_{n \rightarrow p} = h \frac{C}{\lambda_{n \rightarrow p}} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{n \rightarrow p}} = R_H \left| \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right| ;$$

$R_H = 1,09 \cdot 10^7$  (S.I) . Constante de Rydberg.

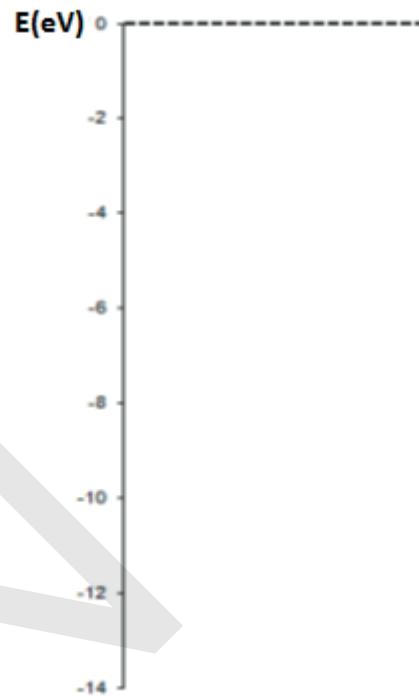
- Série de LYMAN : Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation
- $$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 1}} = R_H \cdot \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, 5, 6 \text{ et } 7$$
- Série de BALMER : Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation
- $$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 2}} = R_H \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, 6 \text{ et } 7$$
- Série de PASCHEN : Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation
- $$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 3}} = R_H \cdot \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, 6 \text{ et } 7$$
- Série de Brackett : Les longueurs d'onde de cette série sont calculées par la relation
- $$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 4}} = R_H \cdot \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, 7$$

## Exercice résolu

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = \frac{-13,6}{n^2} \text{ (en eV).}$$

1. Calculer les valeurs correspondant aux 4 niveaux d'énergie les plus bas.
  2. Placer les niveaux sur le diagramme ci-contre.
  3. Quel est le niveau fondamental ?
  4. On considère la transition du niveau 3 vers le niveau 2.
    - a. Représenter cette transition sur le diagramme.  
S'agit-il d'une radiation émise ou absorbée ?
    - b. Calculer la longueur d'onde correspondant à cette transition.
    - c. A quel domaine de la lumière appartient la radiation correspondante ?
  5. L'atome absorbe un photon de longueur d'onde  $\lambda = 121,7\text{nm}$ .
    - a. Quelle transition entraîne cette absorption ?
    - b. Représenter cette transition sur le diagramme.
- Données :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$   
 1eV correspond à  $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , 1nm correspond à  $10^{-9}\text{m}$



## Solution

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :  $E_n = \frac{-13,6}{n^2}$  (en eV).

1. Les valeurs correspondant aux 4 niveaux d'énergie les plus bas.

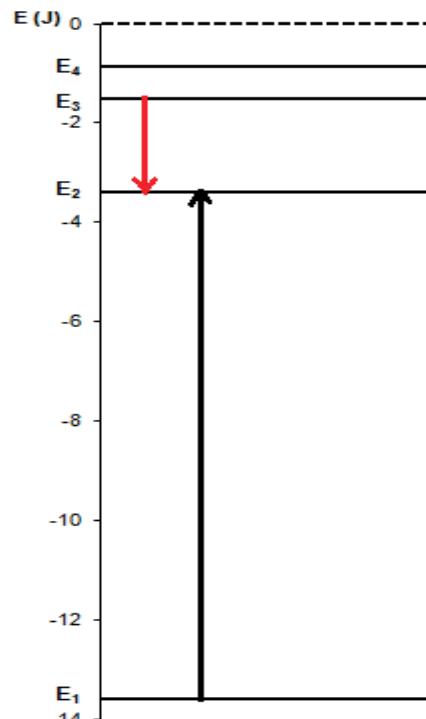
$$E_1 = \frac{-13,6}{1^2} \quad \text{A.N.} \quad E_1 = -13,6\text{eV}$$

$$E_2 = \frac{-13,6}{2^2} \quad \text{A.N.} \quad E_2 = -3,40\text{eV}$$

$$E_3 = \frac{-13,6}{3^2} \quad \text{A.N.} \quad E_3 = -1,51\text{eV}$$

$$E_4 = \frac{-13,6}{4^2} \quad \text{A.N.} \quad E_4 = -0,85\text{eV}$$

2. Voir le diagramme ci-contre.



3. Niveau fondamental :  $E_1$

4. On considère la transition du niveau 3 vers le niveau 2.

a. Voir le diagramme ci-dessus. La radiation est émise.

b. La longueur d'onde correspondant à cette transition.  $\Delta E = E_2 - E_3$  A.N.  $\Delta E = - 1,89 \text{ eV}$

Conversion en Joule :  $\Delta E = - 3,02 \times 10^{-19} \text{ J}$  Rq :  $\Delta E < 0$  ; il s'agit bien d'une émission d'énergie.

D'après la relation de Planck-Einstein :  $|\Delta E| = \frac{h \cdot C}{\lambda}$  soit  $\lambda = \frac{h \cdot C}{|\Delta E|}$

$$\text{A.N. } \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,02 \cdot 10^{-19}} = 6,57 \cdot 10^{-7} \text{ m} \text{ soit } \lambda = 657 \text{ nm}$$

c. Il s'agit d'une radiation rouge du domaine du visible.

5. L'atome absorbe un photon de longueur d'onde  $\lambda = 121,7 \text{ nm}$ .

a. Calcul de l'énergie correspondante :  $|\Delta E| = \frac{h \cdot C}{\lambda}$  A.N.  $|\Delta E| = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{122 \cdot 10^{-9}} = 1,63 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

soit  $|\Delta E| = 10,2 \text{ eV}$  Comme il s'agit d'une absorption donc  $\Delta E = + 10,2 \text{ eV}$ . La seule transition possible donnant cette énergie est du niveau 1 vers le niveau 2 :  $\Delta E = - 3,40 + 13,6 = 10,2 \text{ eV}$ .

b. Voir le diagramme.

Effet photoélectrique

## Exercices

### Exercice 1

L'énergie d'ionisation de l' atome d'hydrogène est de 13,6eV .Quelle est la longueur d'onde maximale que l'on peut utiliser pour ioniser cet atome .

### Exercice 2

Les énergies des différents niveaux de l'atome de l'hydrogène sont donnés par la formule  $E_n = -13,6/n^2$  (eV).

a- Calculer les énergies correspondant à  $n=1, 2, 3, \dots, \infty$ .et représenter le diagramme des niveaux d'énergies de l'atome d'hydrogène.

b- Quelle est l'énergie minimale que l'on doit fournir à un atome d'hydrogène pour qu'il passe de l'état fondamental à un état excité .

c- Cette énergie apportée à l'atome par une radiation lumineuse monochromatique .Calculer sa longueur d'onde .On donne :  $C=3.10^8\text{m/s}$ ;  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{Js}$ .

d- Calculer la longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome de l'hydrogène.

### Exercice 3

Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation

$$E_n = -13,6/n^2 \text{ (eV).}$$

a- Quelle est l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène

b- Quelle est l'énergie cinétique minimale d'un électron capable de provoquer par choc l'excitation d'un atome d'hydrogène de son état fondamental ( $n=1$ ) à son premier niveau excité ( $n= 2$ ).

c- L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à l'état fondamental avec émission d'une onde lumineuse . Quelle est sa longueur d'onde .

d- Etablir la relation littérale donnant la fréquence des ondes lumineuses émises lorsque des atomes d'hydrogène préalablement excités passent d'un état d'énergie caractérisé par  $n > 2$  à l'état d'énergie caractérisé par  $n = 2$ .calculer la plus grande longueur d'onde des ondes lumineuses émises dans ce cas . On donne  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{Js}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ;

$$C = 3.10^8\text{m/s}$$

### Exercice 4

Données : célérité de la lumière dans le vide : $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ; constante de Plank :  $h=6,62 \cdot 10^{-34}\text{Js}$  ; charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

On rappelle que l'énergie d'un atome d'hydrogène est quantifiée et ne peut prendre que les valeurs suivantes :  $E_n = - E_0 / n^2$  avec  $E_0 = 13,6 \text{ eV}$  et  $n = 1, 2, 3, \dots$

1 - Représenter sur un diagramme les niveaux d'énergie en électron - volts de l'atome d'hydrogène pour  $n$  compris entre 1 et 5. Préciser ce qu'on appelle état fondamental et état excité. S'aider de ce diagramme pour justifier le caractère discontinu du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène.

2 - Qu'appelle-t-on énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ? Quelle est sa valeur ?

3 - L'atome d'hydrogène passe du niveau d'énergie correspondant à  $n=5$  au niveau  $n=3$ .

- Calculer la longueur d'onde de la radiation émise.

- A quelle domaine de radiation cette longueur d'onde appartient-elle ?

4 - L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau  $n=3$ , il reçoit un photon d'énergie 0,5 eV. Le photon est-il absorbé ?

5 - L'atome d'hydrogène étant dans un état correspondant au niveau  $n=3$ , il reçoit un photon d'énergie 2 eV. Montrer que l'électron est arraché. Calculer son énergie cinétique en eV.

### Exercice 5

La série des raies visibles de l'hydrogène (série de Balmer) est donnée par la relation :

$$1/\lambda = RH(1/2^2 - 1/n^2)$$

1 - Déterminer en nm les longueurs d'ondes des radiations visibles émises.

2 - calculer en eV les énergies des niveaux pour lesquels les transitions conduiront à ces radiations visibles.

### Exercice 6

Les énergies des différents niveaux, exprimés en électron-volt, sont données par la formule :

$$E_n = -13,6/n^2$$

1) Calculer les énergies correspondant à  $n=1, 2, 3$  et  $\infty$  et représenter le diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.

2) Quelle est l'énergie minimale que l'on doit fournir à un atome d'hydrogène pour qu'il passe de l'état fondamental à un état excité ?

La transcrire sur le diagramme.

3) Cette énergie est apportée à l'atome par une radiation lumineuse monochromatique.

Calculer sa longueur d'onde.

4) Calculer la longueur d'onde de la radiation susceptible d'ioniser l'atome d'hydrogène

### Exercice 7

Diagramme d'énergie de l'atome d'hydrogène obtenu à partir de la formule  $E_n = -13,6/n^2$  est :



1) Quel est le nom du nombre noté "n" qui apparaît dans le diagramme ?

2) Quant dit-on qu'un atome est dans son état fondamental ?

Quel est l'état fondamental de l'atome d'hydrogène ?

Le noter sur schéma.

3) Considérons une population d'atomes d'hydrogène au repos, sans apport d'énergie de la part extérieure.

Dans quel état se trouvent les atomes (ou du moins l'immense majorité) ?

4) Que représente le niveau noté :  $n = \infty$  ?

Noter son nom sur le schéma.

5) Quelle énergie minimale, en eV, faut-il fournir à un atome d'hydrogène pour l'ioniser lorsqu'il est dans son état fondamental ?

6) Un atome d'hydrogène à la configuration électronique telle que : n=3  
Est-il dans son état fondamental ?

Comment s'appelle un tel état?

Le représenter par un petit point sur le diagramme précédent

7) L'atome d'hydrogène peut-il se trouver dans un état situé entre les niveau n=1 et n=2 ?

8) L'atome d'hydrogène est excité sur le niveau : n=3n=3

Comment peut-on exciter cet atome ?

Montrons qu'en se désexcitant vers le niveau 2, il émet un photon de longueur d'onde :  $\lambda=656.1\text{nm}$ .

Cette radiation est-elle située dans les X, les UV, le visible ou l'IR ?

Représenter par une flèche, sur le diagramme précédent, la transition correspondant à cette dés excitation.

9) Une radiation émise par l'atome d'hydrogène a une égale à :  $E=+2.54\text{eV}$   
cette radiation émise par l'atome d'hydrogène fait partie de la série de balmer ((retour au niveau n=2.)

Déterminer la transition électronique correspondant à l'émission de cette radiation.

La noter sur le schéma.

Calculer la longueur d'onde correspondante.

10) Une lampe à décharge à hydrogène émet-elle un spectre continu de radiation ou un spectre discontinu ?

### Exercice 8

La mécanique quantique montre que l'état fondamental de l'atome d'hydrogène est caractérisé par une énergie  $E_1=-13.6\text{ ev}$  et chaque niveau excité  $n > 1$  est définie par une

énergie  $E_n = \frac{-E_0}{n^2}$  ( $n$  est un entier naturel positif)) avec  $E_0=13.6\text{ ev}$

1) A quoi correspond l'énergie  $E_0$  ?

2) Quelle relation simple existe entre l'énergie de transition  $\Delta E$  d'un niveau  $n$  à un niveau  $p$  et la longueur d'onde du photon émis ou absorbé.

(Traiter chaque cas à part)

3) a) Montrer que pour une transition d'un niveau  $p$  à un niveau  $n$  tel que  $p > n$ , on peut écrire

$$\text{la relation } \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

b) Vérifier que RHRH (appelée constante de Rydberg) vaut  $RH=1.10 \cdot 10^{7}\text{m}^{-1}$

c) Dans la série de Balmer (le retour au niveau  $n=2$ ) l'atome H émet 1 spectre contenant 4 raies visibles, on se propose de calculer deux longueurs d'ondes de 2 raies de ce spectre correspondant à  $p=3(\lambda 3.2)$  et  $p=4(\lambda 4.2)$ .

Sans faire de calcul, et en utilisant  $\Delta E$ , comparer  $\lambda_{3.2}$  et  $\lambda_{4.2}$  puis calculer leurs valeurs.

4) L'atome H est dans son état fondamental ( $n=1$ ), on l'excite à l'aide d'un photon incident d'énergie  $W=130.8\text{ev}$ . Que se passe-t-il ?

Calculer (en ev) l'énergie cinétique  $E_C$  de l'électron de H éjecté.

# Chapitre X: Effet photoélectrique



## OBJECTIFS

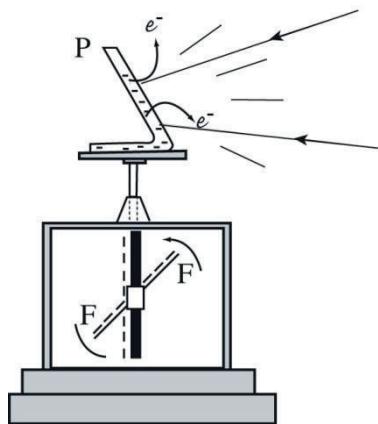
- Définir le phénomène de l'effet photoélectrique.
- Savoir la définition du seuil photoélectrique.
- Définir le potentiel d'arrêt.
- Connaître les lois de l'effet photoélectrique.
- Comprendre l'interprétation de l'effet photoélectrique.

## I- Notion de l'effet photoélectrique

### 1 - Expérience de Hertz

Sur le plateau d'un électroscopie on pose une lame de zinc. On électrise l'ensemble, et on éclaire la lame de zinc par la lumière d'un arc électrique ou celle d'une lampe à vapeur de mercure à ampoule en quartz

- Chargeons l'électroscopie positivement et éclairons la lame, on constate que l'électroscopie ne se décharge pas.
- Chargeons l'électroscopie négativement et éclairons la lame : l'électroscopie se décharge
- Recommençons l'expérience précédente après avoir intercalé entre la source et la plaque une lame de verre ordinaire, le phénomène ne se produit plus.



### 2 - Interprétation

La décharge de l'électroscopie portant initialement une charge négative s'explique par une émission d'électrons par la lame de zinc exposée à la lumière d'un arc électrique.

L'impossibilité de la décharge de l'électroscopie portant initialement une charge positive s'explique par le fait que la lame de zinc ne peut pas émettre des électrons ; ceux-ci sont attirés par la charge positive du métal.

L'impossibilité de la décharge avec l'interposition d'une lame de verre ordinaire (verre opaque au rayonnement ultraviolet) montre que l'émission d'électrons par le zinc n'est possible que lorsque ce métal est éclairé par une lumière riche en rayonnement ultraviolet.

### 3 - Conclusion

Eclairé convenablement par la lumière d'un arc électrique, le zinc émet des électrons : c'est l'effet photoélectrique.

L'expérience montre que cette émission d'électrons n'est pas propre au zinc. Elle est possible avec tout autre métal éclairé par une lumière convenable.

### 4- Définition de l'effet photoélectrique

**Par définition, l'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un métal exposé à un rayonnement électromagnétique convenable**

## II- Etude de l'effet photoélectrique

### 1 - Cellule photoélectrique

Les expériences qualitatives précédentes, réalisées dans l'air, ne permettent pas une étude complète du phénomène.

Pour dégager les lois de cette émission électronique nous placerons le métal dans le vide.

Pour cela nous emploierons une cellule photoélectrique constituée d'une ampoule de verre transparente aux ultraviolets et absolument vide.

A l'intérieur, une plaque métallique **C**, appelée cathode, sert de support à un métal pur (métal alcalin en général) déposé en couche mince.

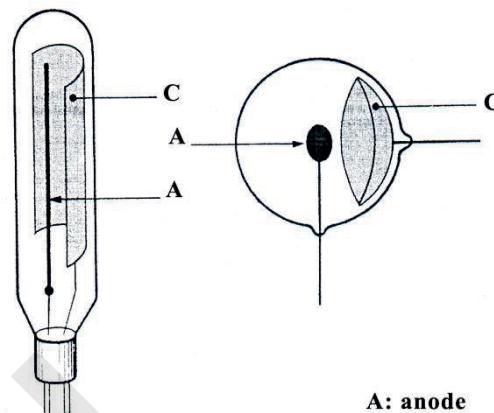
Face à **C** une autre électrode métallique **A**, en forme de tige ou d'anneau, est appelée anode.

La cathode peut recevoir un flux lumineux et émettre des électrons par effet photoélectrique.

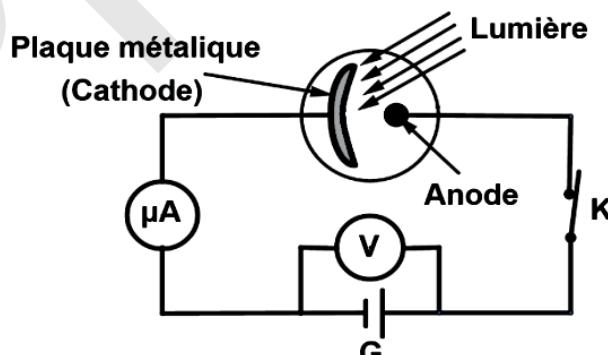
L'application d'une tension  $U_{AC}$  entre les deux électrodes permet soit d'accélérer les électrons émis ( $U_{AC} > 0$ ) soit de les freiner ( $U_{AC} < 0$ ).

Dans le montage de la figure ci-contre, un voltmètre permet de mesurer  $U_{AC}$  et un microampèremètre permet de mesurer l'intensité  $I$  du courant qui traverse le circuit.

Cette intensité est proportionnelle au nombre d'électrons qui atteignent l'anode.

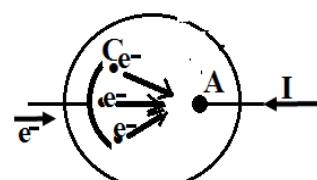


**A:** anode  
**C:** cathode  
Cellules photo - émissives



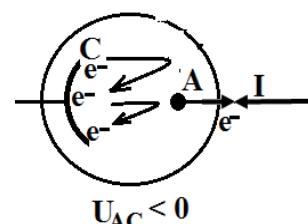
- $U_{AC} > 0$  : les électrons émis par la cathode **C** sont accélérés par le champ électrique créé entre l'anode et la cathode.

Ils se dirigent, vers l'anode et donnent naissance, dans le circuit extérieur, à un courant électrique.



$$U_{AC} > 0$$

- $U_{AC} < 0$  : les électrons sont freinés par le champ électrique, selon leur vitesse d'émission, certains peuvent atteindre l'anode et donner naissance à un courant d'intensité  $I$ , d'autres peuvent retourner vers la cathode.



$$U_{AC} < 0$$

## 2- Seuil photoélectrique et énergie d' extraction

### 2-1- La fréquence et la longueur d' onde seuil

Si l'on applique une tension  $U_{AC}$  positive, entre l'anode et la cathode de la cellule photoélectrique, on détectera un courant électrique passant à travers la cellule dès que l'on éclaire convenablement sa cathode par une radiation monochromatique.

Précisément, on constate que lorsque la fréquence  $\nu$  de la radiation utilisée est inférieure à une valeur limite  $\nu_0$ , le microampèremètre ne détecte plus de courant.

Cela implique que l'effet photoélectrique n'est possible que lorsque,  $\nu \geq \nu_0$  ou de manière équivalente  $\lambda \leq \lambda_0$ .

On appelle fréquence seuil la fréquence minimale  $\nu_0 = \frac{C}{\lambda_0}$  que doit avoir une

radiation monochromatique pour pouvoir arracher les électrons d'un métal.

Alors  $\lambda_0$  est la longueur d' onde seuil, c'est la longueur d' onde maximale que peut avoir une radiation monochromatique pour pouvoir arracher les électrons d'un métal.

Des expériences utilisant des cellules photoélectriques permettent d'établir le tableau ci-dessous

Métal	CS	K	Na	Ba	Zn	M0	Cu	W
$\lambda_0 (nm)$	650	540	520	500	370	300	290	270

Nous remarquons que pour le zinc  $\lambda_0 = 370 nm$ , le seuil est bien dans l'ultraviolet.

- **1<sup>ère</sup> loi de l'effet photoélectrique :** L'émission photoélectrique ne se produit que si la fréquence de la radiation monochromatique tombant sur le métal est supérieure à une fréquence limite  $\nu_0$  caractéristique du métal ; cette émission est instantanée

### 2-2- Energie d' extraction

Pour extraire un électron d'un métal, il faut lui fournir une énergie minimale  $E_0$  appelée travail ou énergie d'extraction, cette énergie minimale peut être fournie à l'électron par un photon de fréquence  $\nu_0$ , Alors :  $E_0 = h\nu_0$ .

On appelle énergie d'extraction, l'énergie minimale  $E_0 = h\nu_0$  à fournir à un métal pour arracher ses électrons.

### 3- Caractéristique ( $U$ , $I$ ) d'une cellule photoélectrique

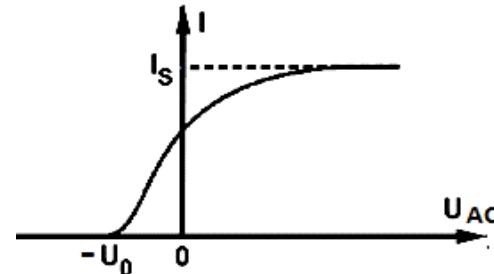
#### 3-1- La courbe de la caractéristique

Eclairons une cellule photoélectrique par un faisceau monochromatique de fréquence déterminée  $\nu > \nu_0$  et de puissance constante  $P$ .

La puissance  $P$  du faisceau est l'énergie transportée par le faisceau par unité de temps

Faisons varier la tension  $U_{AC}$  et traçons la caractéristique tension-courant de la cellule en relevant une série de couples de mesure ( $U_{AC}$ ,  $I$ ).

En traçant la courbe représentative de  $I = f(U_{AC})$ , on trouve une courbe de la forme générale de la figure ci-contre



#### 3-2- Intensité de saturation

Lorsque la tension  $U_{AC}$  augmente, le nombre d'électrons qui atteignent l'anode augmente. Donc l'intensité  $I$  augmente. Si tous les électrons émis par la cathode sont captés par l'anode l'intensité du courant atteint une valeur maximale appelée intensité de saturation  $I_s$ .

#### 3-3- Potentiel d'arrêt

Lorsque la tension  $U_{AC} = 0$ , l'intensité n'est pas nulle : même sans tension accélératrice, certains des électrons émis parviennent à rejoindre l'anode.

Pour annuler l'intensité du courant, une tension négative  $U_{AC} = -U_0$  est nécessaire ; il s'agit de freiner les électrons éjectés de la cathode afin que même ceux ayant la plus grande vitesse d'émission ne parviennent pas à atteindre l'anode.

$U_0$  est appelée tension ou potentiel d'arrêt.

### 4- Energie cinétique de sortie de la cathode et le potentiel d'arrêt

L'application du théorème de l'énergie cinétique, à un électron se déplaçant de la cathode **C** vers l'anode **A**, donne la relation :

$$\frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = qU_{CA}. \text{ Or } q = -e \text{ et } U_{CA} = -U_{AC} \Rightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = eU_{AC}$$

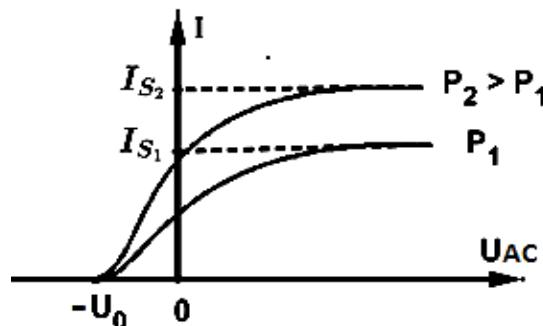
Lorsque  $I = 0$  et  $U_{AC} = -U_0$  ; les électrons possédant la vitesse d'éjection maximale  $V_c = V_{max}$  ont une vitesse  $V_A$  nulle lorsqu'ils arrivent au voisinage de l'anode, il vient alors :

$$\frac{1}{2}mV_{max}^2 = eU_0$$

La mesure de la tension d'arrêt permet de connaître l'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode.

## 5- Influence de la puissance transportée par le faisceau lumineux

Conservons la même cellule sans modifier la fréquence  $\nu$  et faisons varier la puissance  $P$  du faisceau incident en interposant un diaphragme à ouverture variable ou en agissant sur l'éclat de la source lumineuse. Pour chaque valeur de la puissance nous obtenons une caractéristique différente. En particulier l'intensité de saturation croît avec la puissance transportée par le faisceau lumineux. On peut expérimentalement établir le résultat suivant :



- 2<sup>ème</sup> loi de l'effet photoélectrique :** L'intensité du courant de saturation est proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau lumineux reçu par le cathode. Nous constatons, par contre que le potentiel d'arrêt  $U_0$  et par conséquent la vitesse maximale des électrons émis ne dépend pas de la puissance du faisceau incident.

## 6- Influence de la fréquence du faisceau incident

Eclairons la même cellule (même métal) avec des faisceaux de fréquences différentes supérieures à la fréquence seuil. Pour chaque fréquence  $\nu$ , nous obtenons une caractéristique différente, en particulier une tension d'arrêt  $U_0$  différente. La vitesse et l'énergie cinétique maximale des électrons émis augmentent avec la fréquence du rayonnement incident.

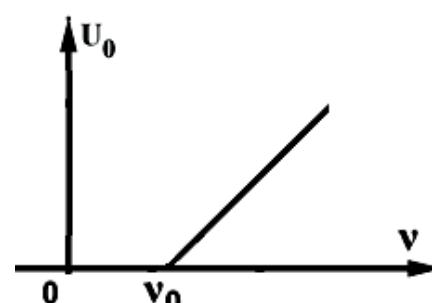
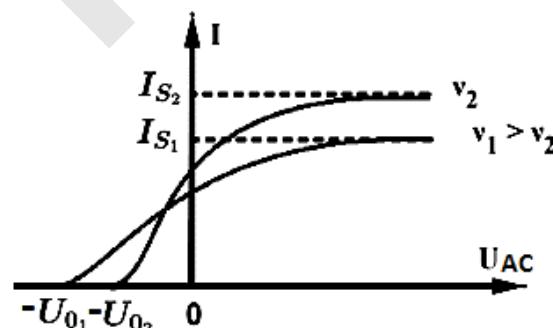
Pour un métal donné, la représentation graphique des couples  $(\nu, U_0)$  donne une droite

Pour  $\nu \geq \nu_0$ ,  $U_0$  est fonction croissante de  $\nu$ .

Les résultats précédents se traduisent par la loi expérimentale suivante :

- 3<sup>ème</sup> loi de l'effet photoélectrique :** L'énergie cinétique maximale des électrons émis par la cathode est indépendante de la puissance du faisceau monochromatique incident.

Elle ne dépend que de la fréquence  $\nu$  de la radiation monochromatique incidente et croît de façon affine avec cette fréquence.



### III- Interprétation de l'effet photoélectrique

#### 1- Hypothèse d'Einstein

La théorie ondulatoire de la lumière est en contradiction avec certains faits expérimentaux :  
Une radiation intense devrait communiquer une plus grande vitesse aux électrons éjectés.  
Par exemple, en concentrant le faisceau lumineux sur une petite surface de la cathode, l'énergie cinétique maximale des électrons émis devrait augmenter et, par conséquent, la tension d'arrêt devrait croître également. Or, nous avons constaté qu'une plus grande puissance du faisceau ne faisait qu'augmenter le nombre d'électrons émis, mais ne modifiait pas le potentiel d'arrêt (2<sup>ème</sup> loi )

Selon la théorie ondulatoire, on devrait s'attendre à une puissance seuil et non à une fréquence seuil.

En 1905, A. Einstein donna une explication de ces phénomènes et interpréta les lois de l'effet photoélectrique.

Il émet les hypothèses suivantes :

- L'énergie lumineuse émise, se propage et elle est absorbée sous forme de grains d'énergie appelés photons.
- Chaque photon correspondant à une radiation électromagnétique de fréquence  $\lambda$  possède l'énergie :  $E = h\nu$

$h$  est une constante universelle appelée constante de Planck, les photons se propagent à la célérité de la lumière.

La constante de Planck a pour valeur  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Js.

#### 2 - Interprétation des lois de l'effet photoélectrique

- **Première loi :** l'effet photoélectrique ne se produit qu'avec un rayonnement de fréquence  $\nu \geq \nu_0$ . Un électron dans un métal n'est pas libre, il est soumis à toutes les actions dues aux ions métalliques constituant le réseau cristallin et, aux autres électrons libres de ces ions. Ces forces se compensent à peu près pour des électrons éloignés de la surface, du métal, mais si un électron arrive au voisinage de cette surface, il est soumis à une force d'attraction qui va l'empêcher de sortir du métal.

Pour l'extraire, il faut lui fournir une énergie minimale  $E_0$  encore appelée travail ou énergie d'extraction, cette énergie minimale peut-être fournie à l'électron par un photon de fréquence  $\nu_0$ , c'est l'énergie d'extraction :  $E_0 = h\nu_0$ .

L'effet photoélectrique ne peut se produire que si le photon incident possède au moins l'énergie minimale  $E_0 = h\nu_0$  : il s'agit là de l'effet de seuil.

Une multitude de photons d'énergie  $h\nu < h\nu_0$  cumulant leurs énergies ne peuvent réaliser l'extraction alors qu'un seul photon d'énergie  $h\nu > h\nu_0$  est capable de le faire.

- **2<sup>ème</sup> loi :** l'intensité du courant de saturation  $I_s$  est proportionnelle à la puissance du faisceau incident.

Soit  $n$  le nombre de photons tombant sur la cathode pendant une durée  $\Delta t$  et  $h\nu$  l'énergie d'un photon : la puissance  $P$  reçue par la cathode vaut :  $P = \frac{n \cdot h \cdot \nu}{\Delta t}$ .

Sur  $n$  photons incidents possédant l'énergie suffisante seuls  $n'$  photons sont efficaces, c'est-à-dire capables d'extraire  $n'$  électrons.

Le rapport  $\frac{n'}{n} = r$  est appelé rendement quantique de la cellule.

Pour une cellule donnée, ce rendement n'est fonction que de la fréquence  $\nu$  du rayonnement incident. Ainsi  $P = \frac{n' \cdot h \cdot \nu}{r \cdot \Delta t}$ .

L'intensité de saturation est liée au nombre d'électrons éjectés du métal pendant la durée

$\Delta t$  par la relation :  $I_s = \frac{Q}{\Delta t}$  tel que  $Q = n'e$ . Ce qui donne :  $I_s = \frac{n' \cdot e}{\Delta t}$ .

$$\text{D'où } P = \frac{I_s \cdot h \cdot \nu}{e \cdot r} \Rightarrow I_s = \frac{P \cdot e \cdot r}{h \cdot \nu}.$$

L'intensité du courant de saturation est bien proportionnelle à la puissance transportée par le faisceau incident.

- **3<sup>ème</sup> loi :** la tension d'arrêt  $U_0$  est fonction affine de la fréquence  $\nu$  du rayonnement incident.

Soit un photon efficace possédant l'énergie  $E > E_0$ . Si nous considérons le système (photon-électron émis-cristal) comme un système isolé, nous pouvons appliquer le principe de conservation de l'énergie :  $E_{\text{photon}} = E_{\text{Ce}} + E_{\text{(extraction)}} + E_{\text{C(cristal)}}$

L'énergie cinétique de recul de la cathode est tout à fait négligeable compte tenu de sa masse

$$\text{et : } E_{\text{photon}} = \frac{1}{2} m V_{\text{max}}^2 + E_0 ; \quad \frac{1}{2} m V_{\text{max}}^2 = h\nu - h\nu_0 = h(\nu - \nu_0)$$

$$\text{Or } \frac{1}{2} m V_{\text{max}}^2 = e U_0 \Leftrightarrow U_0 = \frac{h}{e} (\nu - \nu_0)$$

Le potentiel d'arrêt  $U_0$  est donc une fonction affine de la fréquence  $\nu$ .

## *IV - Applications de l'effet photoélectrique*

### *1- Emplois divers de la cellule photoélectrique*

Les cellules photoélectriques permettent de convertir des variations de flux lumineux en signaux électriques.

Donnons quelques applications : mise en marche de dispositifs mécaniques tels que portes de garages, escaliers roulants, avertisseurs d'incendie ....

### *2- Photomultiplicateur*

C'est un appareil qui permet de déceler ou de compter des photons, même un par un. Ces détecteurs ont permis à la physique nucléaire d'accomplir d'énormes progrès dans l'étude des énergies de particules.

### *3- Cellules photovoltaïques ou photopiles*

Ce sont des dispositifs qui transforment directement les radiations électromagnétiques en courant électrique et ce sans nécessiter un générateur.

Les cellules solaires utilisées dans les satellites artificiels, dans certaines installations électriques locales sont des photopiles.

## Essentiel

- Par définition, l'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un métal exposé à un rayonnement électromagnétique convenable
- On appelle fréquence seuil la fréquence minimale  $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$  que doit avoir une radiation monochromatique pour pouvoir arracher les électrons d'un métal et  $\lambda_0$  est la longueur d'onde seuil
- On appelle énergie d'extraction, l'énergie minimale  $E_0 = h\nu_0$  à fournir à un métal pour arracher ses électrons.
- L'énergie cinétique maximale de sortie de la cathode :  $\frac{1}{2}mV_{max}^2 = eU_0$
- La puissance lumineuse  $P$  reçue par la cathode :  $P = n.h.v$  où  $n$  le nombre de photons reçus par la cathode par seconde
- Le rendement quantique d'une cellule photoélectrique  $r = \frac{n'}{n}$  où  $n'$  est le nombre photons efficace qui arrachent des électrons.
- La puissance lumineuse :  $P = \frac{I_s \cdot h \cdot v}{e.r}$ .
- Le courant de saturation :  $I_s = \frac{P.e.r}{h.v}$
- Le potentiel d'arrêt :  $U_0 = \frac{h}{e}(v - v_0)$

## Exercice résolu

La longueur d'onde de seuil est 375 nm ; un effet photoélectrique est observé si la longueur d'onde de la lumière est inférieure à 375 nm. Dans le cas présent (absence des radiations de longueur d'onde inférieure à 420 nm) il n'y a pas d'effet photoélectrique.

Une cellule photoélectrique possède une photocathode au césium. Elle est éclairée par une radiation monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,425 \mu\text{m}$ . La puissance captée par la photocathode est  $P = 1 \text{ W}$ . Les mesures donnent alors :

- intensité du courant de saturation  $I_{\text{sat}} = 2 \text{ mA}$ ,
- potentiel d'arrêt  $U_0 = 1 \text{ V}$ .

Déterminer :

1. La fréquence et l'énergie des photons incidents;
2. L'énergie cinétique maximale de sortie des électrons photo-émis;
3. La valeur du travail d'extraction  $W_s$  du césium;
4. La fréquence et la longueur d'onde de seuil;
5. Le nombre de photons captés par seconde;
6. Le nombre d'électrons émis par seconde. Conclure.

## Solution

1. La fréquence  $\nu$  et l'énergie  $E$  des photons incidents :

$$\lambda = 0,425 \mu\text{m} = 4,25 \cdot 10^{-7} \text{ m} ; \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{4,25 \cdot 10^{-7}} = 7,06 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

$$E = h\nu = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 7,06 \cdot 10^{14} = 4,67 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

2. On utilise le théorème de l'énergie cinétique  $E_{\text{ca}} - E_{\text{cc}} = \text{travail de la force électrique} + \text{travail du poids}$ .

Or le travail du poids de l'électron est négligeable par rapport au travail de la force électrique.

Le travail de la force électrique s'exprime par :  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{U}_{\text{CA}}$

D'où :  $E_{\text{ca}} - E_{\text{cc}} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{U}_{\text{CA}}$

Prenons le cas où  $\mathbf{U}_{\text{AC}} = -\mathbf{U}_0$  : Dans ce cas particulier, les électrons sont freinés et ne peuvent pas atteindre l'anode A. On aura donc  $v_A = 0 \text{ m.s}^{-1}$  et donc  $E_{\text{ca}} = 0 \text{ J}$ .

De plus pour l'électron, on a  $q = -e$ . Donc  $0 - E_{\text{cc}} = (-e) \cdot \mathbf{U}_{\text{CA}} = (-e) \cdot (-\mathbf{U}_{\text{AC}})$

donc  $-E_{\text{cc}} = (-e) \cdot (-(-\mathbf{U}_0)) = -e \mathbf{U}_0$  Finalement  $E_{\text{cc}} = e \mathbf{U}_0$

$$\text{A.N. : } E_{\text{cc}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

3. On peut désormais utiliser la relation  $E_{\text{phot}} = W_s + E_{\text{ce}}$  soit  $W_s = E_{\text{phot}} - E_{\text{ce}}$ .

$$W_s = 4,67 \cdot 10^{-19} - 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,07 \cdot 10^{-19} \text{ J} \text{ ou } 1,92 \text{ eV}$$

4. Fréquence et la longueur d'onde de seuil :

$$v_s = \frac{W_s}{h} = \frac{3,07 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 4,64 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

Longueur d'onde seuil dans le vide  $\lambda_s = \frac{c}{v_s} = \frac{3 \cdot 10^8}{4,64 \cdot 10^{14}} = 6,46 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 646 \text{ nm.}$

5. Nombre N de photons captés par seconde :  $P = Nh\nu/\Delta t$

$$N = P \Delta t / (h\nu) = \frac{1.1}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 4,64 \cdot 10^{14}} = 3,25 \cdot 10^{18} \text{ Photons.}$$

6. Nombre d'électrons émis par seconde :  $I_{sat} = \frac{n e}{\Delta t}$

$$n = \frac{I_{sat} \Delta t}{e} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,25 \cdot 10^{16} \text{ électrons.}$$

Le rendement quantique  $\rho = \frac{n}{N} = 3,84 \cdot 10^{-3}$ .

La probabilité qu'un photon interagir avec succès avec un électron est très faible.

## Exercices

### Exercice 1

Une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde  $0,483\mu\text{m}$ . Elle est branchée dans un circuit série comprenant un générateur de tension continue réglable et un ampèremètre. On augmente progressivement la tension et on constate que le courant à travers l'ampèremètre diminue. Pour des tensions supérieures à  $0,87\text{ V}$  l'intensité de courant est nulle.

a- Représenter le schéma du montage.

b- Calculer le travail d'extraction d'un électron. Exprimer le en eV.

c- Calculer la fréquence seuil et la longueur d'onde seuil. On donne :  $\text{h} = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$   $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### Exercice 2

1- La photocathode en Cs d'une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde  $430\text{ nm}$  et de puissance  $1\text{ mW}$ . Sa fréquence de seuil est  $4,6 \cdot 10^{14}\text{ Hz}$ .

a - Calculer en J puis en eV le travail d'extraction d'un électron de la photocathode.

b - Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons émis en J, puis en eV?

c - Calculer le potentiel d'arrêt de la photocathode pour ce rayonnement.

2 - Calculer la vitesse maximale d'impact d'un électron sur l'anode si la ddp entre l'anode et la photocathode est  $10\text{ V}$ .

3- Le rendement quantique de la cellule  $\eta = 0,03$ . Calculer l'intensité du courant de saturation obtenu avec ce rayonnement.

### Exercice 3

Une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde  $0,483\mu\text{m}$ . Elle est branchée dans un circuit série comprenant un générateur de tension continue réglable et un ampèremètre. On augmente progressivement la tension et on constate que le courant à travers l'ampèremètre diminue. Pour des tensions supérieures à  $0,87\text{ V}$  l'intensité de courant est nulle.

a- Représenter le schéma du montage.

b- Calculer le travail d'extraction d'un électron. Exprimer le en eV.

c- Calculer la fréquence seuil et la longueur d'onde seuil.

On donne:  $\text{h} = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### Exercice 4

On éclaire la cathode d'une cellule photoélectrique à vide avec une lumière monochromatique dont chaque photon transporte une énergie de  $2,75\text{ eV}$ .

a- Calculer la valeur de la longueur d'onde de cette lumière.

b- Calculer la valeur de la vitesse d'expulsion d'un électron du métal de la cathode sachant que le travail d'extraction vaut  $2,25\text{ eV}$ .

c- Pour augmenter cette vitesse d'expulsion faut-il changer la longueur d'onde de la lumière incidente ou la puissance lumineuse? Justifier la réponse.

### Exercice 5

1- Qu'est-ce que l'effet photoélectrique? Décrire l'expérience historique qui a permis de mettre ce phénomène en évidence.

2- Pourquoi la théorie ondulatoire de la lumière ne permet-elle pas d'interpréter le phénomène observé.

3- Expliquer la notion de potentiel d'arrêt et établir son expression en fonction de la fréquence des photons utilisés.

4- Application: :

On éclaire une cellule photoélectrique avec un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde 526 nm et de puissance 0,25 W.

a- Calculer la vitesse des électrons photo-émis, si le travail d'extraction vaut 2,2 eV.

b- Quelle est l'intensité du courant de saturation, si le rendement quantique de la cellule vaut 0,8%?

On donne:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ;  $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

### Exercice 6

1- La photocathode en Cs d'une cellule photoélectrique reçoit un rayonnement lumineux monochromatique de longueur d'onde 430 nm et de puissance 1 mW. Sa fréquence de seuil est  $4,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .

a - Calculer en J puis en eV le travail d'extraction d'un électron de la photocathode.

b - Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons émis en J, puis en eV?

c - Calculer le potentiel d'arrêt de la photocathode pour ce rayonnement.

2 - Calculer la vitesse maximale d'impact d'un électron sur l'anode si la ddp entre l'anode et la photocathode est 10 V.

3- Le rendement quantique de la cellule  $\eta = 0,03$ .

Calculer l'intensité du courant de saturation obtenu avec ce rayonnement.

### Exercice 7

La cathode d'une cellule photoélectrique est caractérisée par un travail d'extraction de 2,5 eV.

On l'éclaire avec de la lumière monochromatique de longueur d'onde 400 nm

1 - Calculer l'énergie cinétique des électrons photo-émis, ainsi que le potentiel d'arrêt.

2 - On applique une différence de potentiel  $V_A - V_C = 10 \text{ V}$  entre cathode et anode. Calculer l'énergie cinétique des électrons lors de leur arrivée sur l'anode.

3 - Pour cette tension, la cellule est saturée ( $I = I_s$ ). Sachant que la puissance du faisceau lumineux vaut 400 mW et le courant de saturation 50 mA, calculer le rendement de la cellule.  
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

### Exercice 8

On envoie un faisceau de lumière monochromatique de puissance 1W et de longueur d'onde 0,489  $\mu\text{m}$  sur une cellule photoélectrique pour laquelle le travail d'extraction vaut 2,1 eV.

a) Déterminer la longueur d'onde seuil de la cellule.

b) Calculer l'énergie cinétique d'électrons émis.

c) Quelle tension faut-il appliquer à cette cellule pour annuler le courant ?

Préciser la polarité .

d) Déterminer l'intensité de saturation, sachant que 2% des photons incidents produisent l'effet photoélectrique. On donne :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ;  $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

### Exercice 9

1- Expliquer les termes suivants:

a) seuil photoélectrique

b) courant de saturation

c) potentiel d'arrêt.

Décrire le montage permettant l'étude de l'intensité du courant photoélectrique.

1-Comment doit-on modifier l'expérience de l'effet photoélectrique pour avoir:

- a)un courant de saturation d'intensité double?
- b)un seuil photoélectrique plus faible?
- c)un potentiel d'arrêt plus grand ?

2-Le travail d'extraction d'un électron de la cathode vaut  $W_0 = 1,60\text{eV}$ . Déterminer la longueur d'onde  $\lambda_0$  qui correspond au seuil photoélectrique du métal de la cathode C.

3-On éclaire la cellule par une radiation de longueur d'onde  $\lambda = 500\text{nm}$ . La tension entre anode A et cathode C vaut  $U_{AC} = 7,00\text{V}$ .

Déterminer :

- a) La valeur  $V_c$  de la vitesse maximale des électrons émis par C.
- b) La valeur de la vitesse  $V_A$  à l'arrivée sur l'anode A des électrons émis par la cathode à une vitesse  $v=4,5\times10^5 \text{ m/s}$ .

4-Quelle tension maximale  $U'_{AC}$  permettrait d'annuler le courant photoélectrique, lorsque les électrons sont émis avec la vitesse  $v=4,5\times10^5 \text{ m/s}$  ?

# Chapitre XI: Réactions nucléaires



## OBJECTIFS

- Définir l'énergie de liaison du noyau
- Connaître les principales réactions nucléaires
- Définir la radioactivité
- Connaître les différents types de radioactivité
- Savoir utiliser la loi de décroissance radioactive
- Savoir déterminer l'activité d'une substance radioactive
- connaître la période radioactive.

## I- Généralités

### 1 - Dimensions du noyau (nucléide)

Les expériences montrent que le noyau a une forme sphérique de rayon  $r$  ; le rayon  $r$  est donné en fonction du nombre de nucléons  $A$  par la relation :  $r = r_0 A^{\frac{1}{3}}$  avec  $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

### 2- Masse du nucléide

Le noyau représente quasiment toute la masse de l'atome, la masse des électrons étant le plus souvent considérée comme négligeable par rapport à la masse totale du noyau.

L'unité de masse, le kilogramme, connue jusqu'à présent ne convient pas pour la physique nucléaire car les masses atomiques sont très petites.

Pour cela on utilise de nouvelles unités :

- Unité de masse atomique  $u$  :  $1u = \frac{m(^{12}\text{C})}{12}$
- Le  $\frac{\text{MeV}}{c^2}$  qui revient à donner l'énergie de masse en MeV au lieu de la masse.

$$1u = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

La masse du noyau vaut approximativement  $m = A.u$ .

Les valeurs des masses des particules de l'atome sont les suivantes :

Particule	Masse en kg	Masse en u	Masse en MeV/c <sup>2</sup>
Proton	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,007	938,2
Neutron	$1,674 \cdot 10^{-27}$	1,009	939,5
Electron	$9,110 \cdot 10^{-31}$	$5,5 \cdot 10^{-4}$	0,51

### 3- Cohésion nucléaire

Comment les nucléons peuvent-ils rester ensemble alors que les protons chargés positivement se repoussent ? Il est nécessaire qu'une autre force attractive, équilibre cette répulsion, sinon le noyau n'existerait pas.

La force gravitationnelle est attractive, mais son intensité est trop faible par rapport à la force électrique pour jouer ce rôle.

Il y a donc une autre force fondamentale qui lie les nucléons à l'intérieur du noyau :

C'est l'interaction forte découverte par **YUKAWA** en **1935**, l'interaction forte est la force à très courte portée ( $10^{-14} \text{ m}$ ) qui assure la cohésion des noyaux.

## **II- Energie du noyau**

### **1- Défaut de masse**

Prenons l'exemple d'un noyau de deutérium  ${}^2_1\text{H}$ , isotope de l'hydrogène, il est formé d'un proton et d'un neutron.

L'expérience montre que la masse d'un nucléide de deutérium, exprimée en unités de masse atomique, vaut :  $m({}^2_1\text{H}) = 2,01345\text{u}$ , celle du proton et celle du neutron sont respectivement :

$$m_p = 1,007276\text{u}, \text{ et } m_n = 1,008665\text{ u}.$$

Si nous additionnons les masses du proton et du neutron, nous obtenons :

$$m_p + m_n = 2,015941\text{u}.$$

Nous observons que la masse du noyau de deutérium est inférieure à la somme des masses de ses composants !

Ce phénomène est général.

La masse d'un noyau est toujours inférieure à la somme des masses des nucléons qui le constituent.

Lors de la formation d'un noyau, il y'a donc une « perte » de masse appelée défaut de masse. Par définition, le défaut de masse d'un noyau est égal à la différence entre la masse des nucléons qui le composent et sa masse.

Le défaut de masse est une valeur positive, notée  $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{noy}}$

### **2 - Relation d'Einstein**

Dans la théorie de la relativité restreinte, Einstein a postulé que la masse est une des formes que peut prendre l'énergie : la masse et l'énergie sont donc équivalentes.

Cette équivalence est donnée par la relation d'Einstein  $E = mc^2$  où  $m$  est la masse du système et  $c$  est la célérité de la lumière dans le vide.

Tout système au repos à une énergie de masse. Considérons un système dont la masse varie, son énergie de masse doit donc changer.

A toute variation de masse d'un système au repos correspond une variation d'énergie de masse donnée par la relation:  $\Delta E = \Delta m \cdot C^2$

$\Delta E$  et  $\Delta m$  représentent respectivement les variations de l'énergie et celles de la masse du système.

Cette relation est algébrique :

- Si la masse du système augmente ( $\Delta m > 0$ ) l'énergie de masse du système augmente ( $\Delta E > 0$ ).
- Si la masse du système diminue ( $\Delta m < 0$ ) l'énergie de masse du système diminue également ( $\Delta E < 0$ )

La théorie de la relativité nous apprend que l'énergie totale d'un système est la somme : de deux termes : son énergie de masse et son énergie cinétique.

Lorsque l'on considère un système isolé, son énergie totale est constante. Dans le cas de la diminution de son énergie de masse, il y a nécessairement augmentation de son énergie cinétique.

### 3 - L'énergie de liaison

Le défaut de masse lors de la formation d'un nucléide est converti en énergie qui sert à maintenir les nucléons ensemble c'est l'énergie de liaison :  $E_\ell = \Delta m \cdot C^2$ .

L'énergie de liaison est une grandeur positive car la masse des nucléons séparés est supérieure à la masse du noyau.

L'énergie de liaison est d'autant plus grande que les noyaux ont un nombre de nucléons plus élevé.

Pour pouvoir comparer les stabilités des noyaux, il faut rapporter cette énergie de liaison au nombre de nucléons dans le nucléide .

On définit l'énergie de liaison par nucléon :  $E_{\ell/A} = \frac{E_\ell}{A}$ .

#### **Remarque :**

Plus un noyau est lourd, plus son énergie de liaison est grande. Mais cela n'implique pas qu'il soit stable.

Ainsi l'énergie de liaison de l'uranium **238** est  $E_\ell(^{238}_{92}U) = 1802 \text{ Mev}$  et celle du fer **56** est

$E_\ell(^{56}_{26}Fe) = 4922 \text{ Mev}$ .

Pour juger de la stabilité d'un nucléide il faut considérer l'énergie de liaison par nucléons :

$$E_{\ell/A} = \frac{E_\ell}{A} = \frac{\Delta m \cdot C^2}{A} = \frac{[Zm_p + (A-Z)m_n - m_{noy}] \cdot C^2}{A}$$

Pour  $^{238}_{92}U$  ;  $E_{\ell/A}(^{238}_{92}U) = \frac{E_\ell}{A} = 7,57 \text{ Mev / nucléon}$

pour  $^{56}_{26}Fe$  ;  $E_{\ell/A}(^{56}_{26}Fe) = \frac{E_\ell}{A} = 8,79 \text{ Mev / nucléon}$ .

Donc le fer **56** est plus stable que l'uranium **238**

Un nucléide est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.

### III- Réactions nucléaires

#### 1- Généralités

##### 1-1- Définition

La réaction nucléaire est une transmutation au cours de laquelle un ou plusieurs noyau(x) appelé(s) noyau(x) mère(s) se transforme(nt) en donnant un ou plusieurs noyau(x) appelé(s) noyau(x) fils ou descendant(s) : **noyaux mères** —————→ **noyaux fils (descendants)**

##### 1-2- Lois de conservation

Dans toutes les réactions nucléaires, deux lois doivent être vérifiées.

- *Lois de conservation des nombres de charge* : La somme des nombres de charge des noyaux mères est égale à la somme des nombres de charge des noyaux fils

$$\sum Z_{\text{noyaux mères}} = \sum Z_{\text{noyaux fils}}$$

- *Loi de conservation des nombres de masse* : La somme des nombres de masse des noyaux mères est égale à la somme des nombres de masse des noyaux fils

$$\sum A_{\text{noyaux mères}} = \sum A_{\text{noyaux fils}}$$

**Exemple :** Soit la réaction nucléaire  ${}_{Z}^{A}X + {}_{Z'}^{A'}X' \longrightarrow {}_{Z_1}^{A_1}Y_1 + {}_{Z_2}^{A_2}Y_2$ .

Donc  $\begin{cases} \text{la loi de conservation de nombres de charge : } Z+Z'=Z_1+Z_2 \\ \text{la loi de conservation de nombres de masse : } A+A'=A_1+A_2 \end{cases}$

On distingue entre deux types de réactions nucléaires : réactions nucléaires spontanées et réactions nucléaires provoquées

##### Remarque :

Chaque particule élémentaire a une écriture symbolique

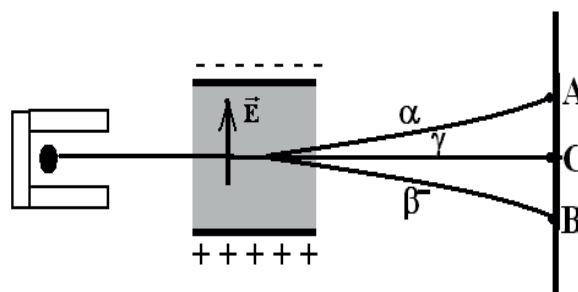
$$\text{proton} \rightarrow {}_1^1p ; \text{neutron} \rightarrow {}_0^1n ; \text{électron} \rightarrow {}_{-1}^0e \text{ et positron} \rightarrow {}_1^0e$$

#### 2- Réactions nucléaires spontanées (radioactivités)

##### 2-1- Mise en évidence

###### • Expérience

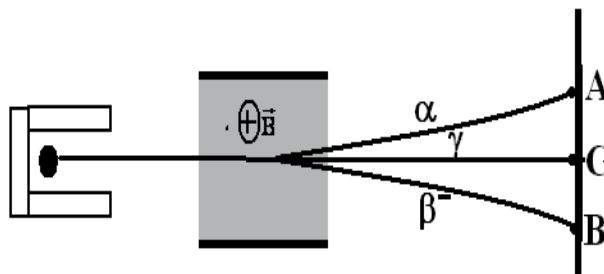
Une substance radioactive telle que le sel de radium est placée au fond d'une cavité étroite percée dans un cylindre de plomb à parois épaisses.



Le rayonnement émis par la substance est canalisé par le tube de plomb.

Lorsqu'on soumet ce rayonnement à l'action d'un champ électrique uniforme  $\vec{E}$ , on observe sur l'écran trois points d'impact **A**, **B**, **C**.

On obtient le même résultat que précédemment lorsqu'on remplace le champ électrique par un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ .



#### • Analyse

- Les particules qui arrivent en **A** sont chargées positivement car elles sont déviées dans le sens du champ. Elles ont été identifiées à des noyaux d'hélium  ${}^4_2\text{He}$
- Les particules qui arrivent en **B** sont chargées négativement car elles sont déviées en sens opposé du champ. Ces particules ont été étudiées et identifiées à des électrons  ${}^{-1}_0\text{e}$
- Les particules qui arrivent au point **C** ne sont pas chargées puisqu'elles ne sont pas déviées. Ces sont des photons.

L'étude des particules émises par certains éléments radioactifs artificiels révèle l'existence d'une autre particule déviée dans le sens du champ. Cette particule est de masse égale à celle de l'électron mais de charge apposée, on l'appelle positon :  ${}^1_0\text{e}$

#### 2-2- Définition

Certains noyaux d'atomes naturels, ou artificiels, sont instables et se transforment spontanément. Le noyau instable est dit radioactif, sa transformation est appelée désintégration ou réaction nucléaire spontanée.

L'ensemble des particules émises par un échantillon radioactif constitue le rayonnement radioactif.

**La radioactivité est la propriété spécifique de certains noyaux instables de se transformer spontanément en émettant un rayonnement.**

La radioactivité est :

- ✓ Une propriété du noyau.
- ✓ Spontanée.
- ✓ Indépendante des conditions physiques.
- ✓ Indépendante du composé auquel appartient le noyau.

## 2-3- Les types de radioactivité

- **La radioactivité ( $\alpha$ )**

Les particules  $\alpha$  sont des noyaux d'hélium symbolisés par  ${}_2^4He$

Au cours d'une émission  $\alpha$ , l'équation de la désintégration s'écrit :  ${}_z^AX \longrightarrow {}_{z-2}^{A-4}Y + {}_2^4He(\alpha)$ .

**Exemple :** L'uranium **238** est un noyau radioactif de  $\alpha$  :

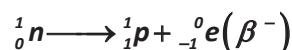


- **La radioactivité ( $\beta^-$ )**

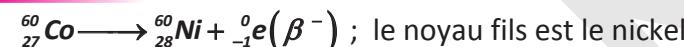
$\beta^-$  est une particule qui à une masse et une charge identiques à celles de l'électron, il s'agit d'un électron.

Au cours d'une émission  $\beta^-$ , l'équation de la désintégration s'écrit :  ${}_z^AX \longrightarrow {}_{z+1}^AY + {}_{-1}^0e(\beta^-)$

Tout ce passe comme si un neutron du noyau se transforme en un proton selon l'équation :



**Exemple :** Le cobalt **60** est radioactif de  $\beta^-$  selon l'équation :



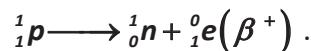
- **La radioactivité ( $\beta^+$ )**

$\beta^+$  est une particule qui a la même masse qu'un électron et une charge positive égale à la valeur absolue de celle de l'électron appelé positron.

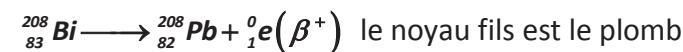
Au cours d'une émission  $\beta^+$ , la désintégration s'accompagne de la libération d'un positron  ${}_{-1}^0e$

L'équation générale d'une émission  $\beta^+$  s'écrit :  ${}_z^AX \longrightarrow {}_{z-1}^AY + {}_{-1}^0e(\beta^+)$ .

Tout ce passe comme si un proton du noyau se transforme en un neutron selon l'équation :



**Exemple :** Le bismuth 208 est un noyau radioactif  $\beta^+$  :



- **Le rayonnement ( $\gamma$ )**

C'est une particule électriquement neutre, sa masse est nulle et sa vitesse est égale à celle de la lumière.  $\gamma$  est un photon.

Les atomes obtenus lors des radioactivités  $\alpha$  ;  $\beta^+$  ou  $\beta^-$  sont généralement excités.

Le retour à l'état fondamental d'un atome excité s'accompagne d'une libération d'énergie sous forme de rayonnement lumineux ; C'est la désexcitation  $\gamma$ .

Si  $Y^*$  est le noyau fils d'atome excité ; l'équation de la désexcitation s'écrit :  $Y^* \longrightarrow Y + \gamma$

### 3- Réactions nucléaires provoquées

Les réactions nucléaires provoquées sont dues au bombardement d'un noyau par une autre particule ou par un autre noyau.

Elles dépendent de plusieurs facteurs :

- ✓ la nature du noyau cible.
- ✓ la nature du projectile (neutron ou nucléide) et de son énergie cinétique.

Les réactions nucléaires provoquées sont très nombreuses et très variées.

Nous allons donner quelques exemples :

#### 3-1- Réactions de transmutation

C'est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux interagissent pour former deux autres nouveaux noyaux avec éventuellement création de particules élémentaires.



#### 3-2- Réactions de fission

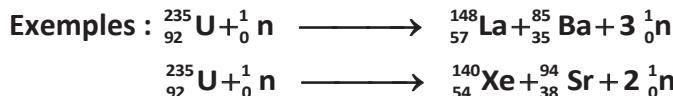
Certains noyaux atomiques massifs ont la propriété de se scinder en deux fragments, en général inégaux, lorsque diverses particules viennent les choquer.

Quand cette scission est provoquée par un neutron, la réaction porte le nom



La fission est une réaction :

- ✓ provoquée
- ✓ qui se produit en chaîne
- ✓ exothermique



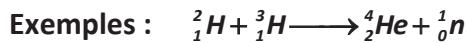
#### 3-3- Réactions de fusion

On peut libérer de l'énergie aussi en unissant de petits noyaux pour en former de plus gros.

Ces réactions sont appelées fusions nucléaires.

La fusion est une réaction :

- ✓ provoquée.
- ✓ exothermique.



**Remarque :**

- ✓ L'énergie nucléaire est produite essentiellement par les réactions nucléaires de fission ou fusion.
- ✓ L'énergie produite par une réaction nucléaire est donnée par la relation :  $E = (\sum m_{\text{noyaux fils}} - \sum m_{\text{noyaux mères}}) \cdot c^2$

## IV- Lois de décroissance radioactive

### 1- Le nombre de noyaux radioactifs non désintégrés restants

Soit un échantillon contenant  $N_0$  noyaux radioactifs non désintégrés à la date  $t = 0$

Soit  $N$  le nombre de noyaux identiques non désintégrés restants à la date  $t$ .

Soit  $dN$  la variation du nombre de noyaux radioactifs non désintégrés pendant une durée élémentaire  $dt$ .

( $dN < 0$ ) car le nombre de noyaux radioactifs non désintégrés diminue au cours du temps.

Donc le nombre de noyaux radioactifs non désintégrés à l'instant  $t + dt$  est  $N + dN$ .

Alors le nombre de noyaux désintégrés pendant la durée  $dt$  est  $N - (N + dN) = -dN$

Des expériences, permettant le comptage des particules émises par les noyaux radioactifs, montrent que :

- ( $-dN$ ) est proportionnel à  $dt$
- ( $-dN$ ) est proportionnel à  $N$
- ( $-dN$ ) dépend de la nature des noyaux radioactifs (élément chimique et isotope).

On peut écrire donc :  $dN = -\lambda N dt \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt$ .

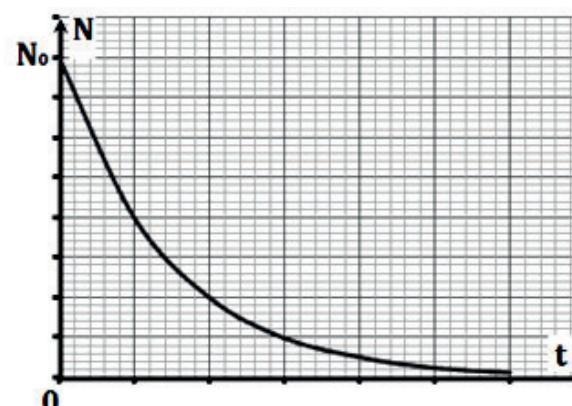
En intégrant entre  $t = 0$  et  $t$  d'une part et  $N_0$  et  $N$  d'autre part, on trouve :

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda dt \Rightarrow [\ln(N)]_{N_0}^N = [-\lambda t]_0^t \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t . \text{ il vient : } N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$\lambda$  : s'appelle constante radioactive qui dépend de la nature des noyaux désintégrés

Le nombre de noyaux radioactifs décroît suivant une loi exponentielle en fonction du temps.

La courbe représentative des variations de nombre de noyaux non désintégrés est de la forme :



D'autre par

- La quantité de matière des noyaux radioactifs non désintégrés à un instant  $t$  est :

$$n = \frac{N}{\mathcal{N}} = \frac{N_0}{\mathcal{N}} e^{-\lambda t} = n_0 e^{-\lambda t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} n : \text{nombre de moles à un instant } (t) \\ n_0 : \text{nombre de moles à l'instant } (t = 0) \\ \mathcal{N} : \text{nombre d'Avogadro} \end{cases}$$

- La masse totale des noyaux radioactifs non désintégrés à un instant  $t$  est :

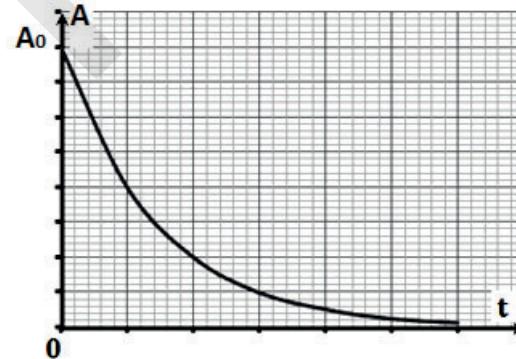
$$m = n \times M = M \times n_0 e^{-\lambda t} = m_0 e^{-\lambda t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} m : \text{la masse à un instant } (t) \\ m_0 : \text{la masse à l'instant } (t = 0) \\ M : \text{la masse molaire} \end{cases}$$

## 2- Activité radioactive

L'activité  $A$  d'une substance radioactive est le nombre de désintégrations par unité de temps, elle renseigne sur la rapidité de désintégration à un instant ( $t$ ) :

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N_0 e^{-\lambda t} = \lambda \cdot N = A_0 e^{-\lambda t}$$

- L'activité  $A$  est exprimée en becquerel (**Bq**).  $1 \text{ Bq} = 1$  désintégration/seconde.
- On peut exprimer  $A$  en Curie avec  $1 \text{ curie} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$
- L'activité  $A$  peut être définie comme vitesse de disparition des noyaux radioactifs
- L'activité d'une substance radioactive décroît suivant une loi exponentielle en fonction du temps
- La courbe représentative des variations de l'activité d'un échantillon radioactif est de la forme

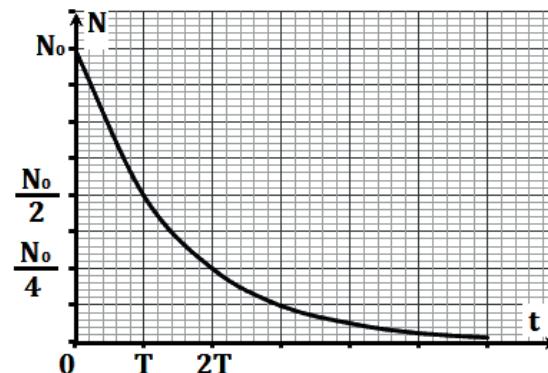


## 3- La période radioactive ou temps de demi-vie

C'est la durée  $T$  au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon radioactif se désintègrent.

$$t = T \rightarrow N = \frac{N_0}{2} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

La période radioactive peut être déterminée graphiquement



## VI- Applications

La radioactivité est un moyen extraordinaire pour explorer l'être humain et son environnement. Elle est également indispensable pour l'industrie, l'art et l'espace.

### 1- Dans le domaine de la santé

Depuis 1934, la radioactivité artificielle permet de créer à volonté des atomes radioactifs. Cette découverte a ouvert de nouvelles possibilités d'analyses et de traitements médicaux :

- diagnostics des cancers par le biais de scintigraphies et tomographies, autorisant des examens poussés d'organes en fonctionnement (cœur, cerveau, poumons, os, reins) ;
- traitement des tumeurs grâce à la radiothérapie, qui emploie les rayonnements des radionucléides pour détruire les cellules cancéreuses.

La radioactivité fait aussi progresser la recherche scientifique, notamment par l'usage des "traceurs". En suivant le parcours de ces radionucléides injectés dans l'organisme, on comprend le métabolisme des organes et on teste de nouveaux médicaments.

Les chercheurs utilisent aussi la médecine nucléaire pour comprendre le fonctionnement des organes. Par exemple, les techniques mises en œuvre pour l'étude du cerveau révèlent directement les zones de celui-ci impliquées dans la vision, la mémorisation, l'apprentissage des langues ou le calcul mental.

### 2- Exploration de la Terre et de son histoire

Les radionucléides possèdent de nombreux usages en géologie, océanographie ou climatologie. Ils ont notamment permis de déterminer l'âge de la Terre et de découvrir l'histoire du climat. La radioactivité est aussi un moyen de prévoir les éruptions volcaniques et les séismes, et de suivre à la trace les courants océaniques.

### 3- Production de l'énergie nucléaire

Aujourd'hui, la grande part de l'électricité des pays développés est produite dans des centrales nucléaires qui fonctionnent grâce à la particularité de certains atomes radioactifs. Ces derniers dégagent une forte chaleur en se désintégrant. C'est le cas de l'uranium et du plutonium, utilisés comme combustibles dans les centrales, qui se désintègrent par fission nucléaire. Découvert en 1938, ce principe fournit une énergie abondante à partir d'une petite quantité de combustible.

### 4- Protéger le patrimoine

La muséographie exploite les propriétés des atomes radioactifs pour identifier, dater et traiter toutes sortes de pièces et de vestiges. Elle permet entre autres :

- l'authentification des œuvres et de leur provenance,

- la datation des pièces grâce au carbone 14 et à la thermoluminescence,
- la consolidation des objets fragiles par irradiation,
- l'identification des techniques et matériaux caractérisant les œuvres,
- la désinfection des sites ou pièces attaqués par des parasites.

## **5- Les usages agricoles et industriels**

Dans les secteurs agricole et agroalimentaire, la radioactivité est utilisée par exemple pour la protection des cultures contre les insectes ou la conservation des aliments. Dans l'industrie, on l'utilise pour des tâches variées (contrôle des soudures, détection de fuites ou d'incendies, etc.).

### **Risques liés à la radioactivité**

L'homme peut être exposé à la radioactivité de manière externe ou interne, pour une durée plus ou moins longue et de manière plus ou moins forte. Les risques encourus lors d'une exposition à la radioactivité dépendent de tous ces facteurs mais aussi de la radiosensibilité de chaque individu, du type de rayonnement et des radionucléides mis en cause. Ainsi, selon la dose reçue, une exposition peut provoquer des effets immédiats tels que des brûlures et des nausées, ou des effets aléatoires à long terme tels que certains cancers.

Nous pouvons être exposés de différentes manières à la radioactivité. Quel que soit le type d'exposition, la radioactivité peut présenter un risque pour l'organisme si l'exposition est intense et / ou prolongée.

#### **Comment peut-on être exposé à la radioactivité ?**

L'exposition à la radioactivité peut se faire de plusieurs manières :

- Lorsque l'on est en présence d'une source de radioactivité ou que celle-ci se trouve en contact direct avec la peau. On parle alors d'irradiation ou d'exposition externe.
- En inhalant ou en avalant des substances radioactives, ou bien lorsque ces substances pénètrent dans l'organisme par une plaie ou par la peau. On parle alors de contamination ou d'exposition interne.

#### **En quoi l'exposition à la radioactivité peut-elle présenter un risque pour l'organisme ?**

Chaque jour, les cellules de notre corps subissent des dizaines de milliers de lésions au niveau de leur ADN, porteur de l'information génétique. Ces lésions sont liées à notre métabolisme, par exemple lorsque nous digérons ou que nous respirons. Notre mode de vie soumet également nos cellules à des agressions extérieures telles que la pollution atmosphérique, la fumée de cigarette ou encore le rayonnement solaire auquel nous sommes naturellement exposé. Tout comme ces différents facteurs, la radioactivité, qu'elle soit naturelle ou artificielle, engendre également des lésions cellulaires.

Notre organisme est habitué à réparer ces lésions en permanence. Par exemple, lorsque notre corps utilise l'oxygène que nous respirons, se forment naturellement des radicaux

libres dangereux pour nos cellules. Mais notre organisme répare naturellement les lésions qu'ils peuvent causer.

Toutefois, si l'exposition à l'un de ces phénomènes est intense et / ou prolongée, les mécanismes de réparation mobilisés par l'organisme peuvent devenir insuffisants. Il arrive aussi que ces mécanismes soient défaillants et ne puissent répondre à une telle agression. Dans un cas comme dans l'autre, si notre corps ne parvient plus à réparer les cellules lésées, celles-ci peuvent être détruites. Certaines cellules peuvent aussi survivre avec leur ADN lésé : elles ne meurent pas mais se caractérisent par une mutation génétique ; c'est-à-dire une modification irréversible des gènes de cette cellule.

***« Il peut se former jusqu'à 150000 cassures sur les 2 mètres d'ADN que contient chaque cellule. Si ces cassures étaient irréversibles, la vie serait tout simplement impossible ! »***

Une exposition intense et / ou prolongée à la radioactivité, qu'elle soit naturelle ou artificielle, peut donc présenter des risques pour l'organisme car elle peut entraîner une mutation des cellules, voire une destruction.

## Essentiel

- Le défaut de masse est une valeur positive, notée  $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{noy}}$
  - La relation d'Einstein :  $E = m.C^2$
  - L'énergie de liaison :  $E_\ell = \Delta m.C^2$ .
  - L'énergie de liaison par nucléon :  $E_{\ell/A} = \frac{E_\ell}{A}$ .
  - Au cours d'une émission  $\alpha$ , l'équation de la désintégration s'écrit :  

$${}^A_Z X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 He (\alpha)$$
.
  - Au cours d'une émission  $\beta^-$ , l'équation de la désintégration s'écrit :  

$${}^A_Z X \longrightarrow {}^{A-1}_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e (\beta^-)$$
  - Lorsqu'un neutron du noyau se transforme en un proton il se forme une particule  $(\beta^-)$  selon l'équation :  

$${}^1_0 n \longrightarrow {}^1_1 p + {}^0_{-1} e (\beta^-)$$
  - Au cours d'une émission  $\beta^+$ , l'équation de la désintégration s'écrit :  

$${}^A_Z X \longrightarrow {}^{A-1}_{Z-1} Y + {}^0_1 e (\beta^+)$$
.
  - Lorsqu'un proton du noyau se transforme en un neutron il se forme une particule  $(\beta^+)$  selon l'équation :  

$${}^1_1 p \longrightarrow {}^1_0 n + {}^0_1 e (\beta^+)$$
.
  - Si  $Y^*$  est le noyau fils d'atome excité ; l'équation de la désexcitation s'écrit :  

$$Y^* \longrightarrow Y + \gamma$$
  - Réactions de fission : Lorsqu'un noyau fissile est bombardé par un neutron.
- $${}^A_Z X + {}^1_0 n \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1} X_1 + {}^{A_2}_{Z_2} X_2 + k {}^1_0 n$$
- Lors d'une réaction de fusion deux petits noyaux interagissent pour former un gros noyau.
  - L'énergie produite par une réaction nucléaire est donnée par la relation :*
- $$E = \left( \sum m_{\text{noyaux fils}} - \sum m_{\text{noyaux mères}} \right) . C^2$$
- Le nombre de noyaux radioactifs restants à un instant  $t$  est :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$
  - La quantité de matière des noyaux radioactifs restants à un instant  $t$  est :  $n = n_0 e^{-\lambda t}$
  - La masse totale des noyaux radioactif restants à un instant  $t$  est :  $m = m_0 e^{-\lambda t}$
  - L'activité radioactive est :  $A = \lambda \cdot N = A_0 e^{-\lambda t}$
  - La période radioactive ou temps de demi-vie est la durée  $T$  au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon radioactif se désintègre.
- $$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$
.

## Exercice résolu

Donnés :

$$1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV}/c^2; h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}; C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Noyau ou particule	${}_2^4 He$	${}_84^{210} Po$	${}_82^{206} Pb$	${}_1^0 n$	${}_1^1 p$
Masse (en u)	4,0015	209,9368	205,9295	1,0087	1,0073

1- Le noyau de polonium  ${}_84^{210} Po$  se désintègre spontanément en un noyau de plomb  ${}_82^{206} Pb$  avec émission d'une particule  ${}_z^A X$ .

1-1- Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?

1-2- Préciser la composition du noyau de polonium 210.

1-3-1- Ecrire l'équation de cette désintégration.

1-3-2- Identifier la particule émise, en précisant les lois utilisées.

1-4-1-

Déterminer, en MeV, l'énergie W libérée au cours de la désintégration d'un noyau de Po (210)

1-4-2- Sous quelles formes cette énergie est-elle libérée ? On considère que le noyau fils est dans son état fondamental.

2-1- Définir l'énergie de liaison  $E_l$  d'un noyau.

2-2- Rappeler l'expression du défaut de masse d'un noyau  ${}_z^A X$ .

2-3- Déterminer, en MeV, l'énergie de liaison  $E_l(Po)$  du noyau de polonium 210.

3- On donne la loi de décroissance radioactive :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$

3-1- Donner la signification de chacun des termes suivants :  $N(t)$ ,  $N_0$  et  $\lambda$ .

3-2-

Pour un échantillon de polonium 210, un détecteur de radioactivité associé à un compte

t(jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30
$-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$							

ur permet d'effectuer les mesures regroupées dans le tableau ci-après :

3-2- Compléter le tableau et tracer la courbe :  $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$ ,

avec l'échelle : {**Abscisse : 1carreau → 20 jours et Ordonnée : 1carreau → 0,1**}

3-3-1- Etablir l'expression de  $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$ . Est elle en accord avec la représentation

graphique précédente ? Justifier la réponse.

3-3-2- Déterminer graphiquement la valeur de  $\lambda$ .

## Solution

1-1- Un élément radioactif est un élément qui se transforme spontanément en émettant un rayonnement radioactif au cours d'une réaction appelée désintégration.

1-2- La composition du noyau  $^{210}_{84}Po$  : 84 protons et 126 neutrons.

1-3-1- L'équation de la désintégration :  $^{210}_{84}Po \longrightarrow ^{206}_{82}Pb + {}_z^A X$ .

1-3-2- En appliquant les lois de conservation ;  $\begin{cases} 210 = 206 + A \\ 84 = 82 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 4 \\ Z = 2 \end{cases}$ , la particule émise est le noyau d'hélium ( $\alpha$ ), donc  $^{210}_{84}Po \longrightarrow ^{206}_{82}Pb + {}_2^4He(\alpha)$ .

1-4-1- L'énergie libérée :  $W = \Delta m \cdot C^2 = |m(^{210}Po) - m(^{206}Pb) - m(\alpha)| \cdot C^2$ .

$$\text{Donc } W = |205,9745 + 4,015 - 209,9829| u \cdot C^2 = 5,4 \text{ MeV}$$

1-4-2- Cette énergie est, généralement, libérée sous forme d'énergie cinétique du noyau fils et la particule émise.

2- 1- L'énergie de liaison  $E_\ell$  est l'énergie qui résulte de la transformation du défaut de masse lors de la formation du noyau en énergie, elle sert à maintenir les constituants du noyau ensemble.

2-2- Le défaut de masse :  $\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m({}_z^A X)$ .

$$2-3- E_\ell(^{210}Po) = \Delta m \cdot C^2 = (84 \times 1,0073 + 126 \times 1,0087 - 209,9368) u \cdot C^2 = 1,65 \cdot 10^3 \text{ MeV}.$$

3-1-  $N(t)$  : nombre de noyaux radioactifs présents (non désintégrés) à l'instant t.

$N_0$  : nombre de noyaux radioactifs présent à  $t = 0$ .

$\lambda$  : la constante radioactive qui dépend de la nature du noyau radioactif.

3-2- Le tableau

3-3- La courbe  $-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = f(t)$  voir

figure ci-dessous

$$3-3-1- N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{N}{N_0}, \text{ donc}$$

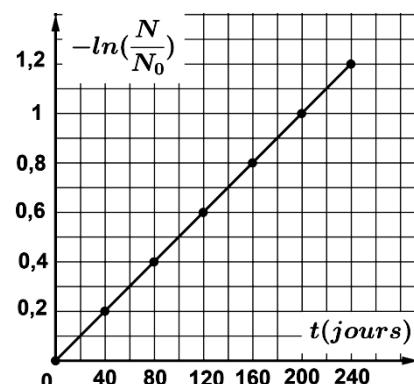
t (jours)	0	40	80	120	160	200	240
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30
$-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2

$-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \lambda t$ , c'est une fonction linéaire dont la

représentation graphique est une droite passant par l'origine ce qui est en accord avec la courbe.

$$3-3-2- \text{ D'après la courbe } t = 40 \text{ jours} \rightarrow -\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = 0,2.$$

$$\text{Donc } \lambda = -\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) \cdot \frac{1}{t} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ jour}^{-1} = 5,787 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$



## Exercices

### Exercice 1

Le polonium  $^{210}_{84}\text{Po}$  est un isotope radioactif. L'atome de polonium se désintègre en émettant une particule  $\alpha$ . L'élément fils est le plomb.

1-Ecrire l'équation de désintégration.

2- Calculer en joule et en MeV l'énergie émise au cours de cette désintégration.

3- La période du nucléide  $^{210}_{84}\text{Po}$  est  $T=136\text{jours}$ . Calculer la masse du polonium 210 restant au bout de 414jours dans un échantillon qui en contenait initialement 20g.

Masse de l'atome de polonium 210 :  $210,0482\text{u}$  Masse de l'atome de plomb :  $206,0385\text{u}$

Masse de la particule  $\alpha$  :  $4,0039\text{u}$  Célérité de la lumière  $c=3.10^8\text{m/s}$

$1\text{u}=1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

### Exercice2

On considère l'émission  $\beta^-$  liée à la désintégration du nucléide  $^{210}_{83}\text{Bi}$ . Sachant que le noyau fils est le polonium  $^{210}_{84}\text{Po}$ ,

1-Ecrire l'équation de désintégration

2-Le polonium est radioactif. Il émet une particule  $\alpha$  en se transformant en Pb.

2.-1 - Ecrire l'équation de désintégration.

2.2 - Calculer en joule et en MeV l'énergie libérée au cours de cette désintégration.

On donne :  $m_{\text{Po}}=209,9829\text{u}$ ;  $m_{\text{Pb}}=205,9745\text{u}$ .

### Exercice 3

L'uranium  $^{238}_{92}\text{U}$  subit plusieurs désintégrations successives x de types  $\alpha$  et y de types  $\beta$  ; A la fin de ces désintégrations on obtient du radium  $^{226}_{88}\text{Ra}$ .

1- Déterminer les valeurs de x et y ;

2 -La première désintégration est de type  $\alpha$  .

2.1- Ecrire l'équation de cette désintégration de  $^{238}_{92}\text{U}$  . Quelle est la composition du noyau obtenu ?

2.2- Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration ;

3-On considère la demi-vie d'un élément radioactif.

3.1- Donner la définition de ce terme.

3.2- Etablir la loi de désintégration  $N=N_0e^{-\lambda t}$  et en déduire l'expression de la demi-vie en fonction de  $\lambda$  ;

3.3- Calculer la constante de désintégration radioactive  $\lambda$  de  $^{238}_{92}\text{U}$  sachant que sa période est  $T=4,5 \cdot 10^9\text{ans}$ .

Masse du noyau d'uranium :  $238,086\text{u}$  Masse du noyau du radium :  $225,977\text{u}$

Masse du noyau de thorium :  $234,0781\text{u}$  Masse de la particule  $\alpha$  :  $4,0039\text{u}$

### Exercice 4

La méthode potassium- argon permet de dater les roches dont la teneur en potassium est significative dans une gamme d'âges de trois milliards d'années à quelques dizaines de milliers d'années. Les roches volcaniques contiennent l'isotope 40 du potassium ; ce dernier est radioactif et se désintègre en argon 40 avec une demi-vie ou période  $t_{1/2}=1,4 \cdot 10^9\text{ans}$ . L'argon est un gaz qui est en général retenu par la roche.

Lors d'une éruption la roche perd l'argon 40 : c'est le dégazage. A la date de l'éruption la lave ne contient donc plus d'argon. Au cours du temps l'argon 40 s'accumule à nouveau dans la roche alors que le potassium 40 disparaît peu à peu. On considère les masses des atomes de potassium 40 et d'argon 40 identiques.

1-Qu'appelle-t-on isotopes ?  ${}^{40}_{19}K$  Que signifie les nombres 19 et 40 ? Quelle est la composition du noyau de potassium 40 ? Quel nombre caractérise l'élément chimique ?

2-L'analyse d'un échantillon de basalte montre qu'il contient  $m=1,4$  mg de potassium 40 et une masse  $m'=0,2$  mg d'argon 40. On prend l'origine des dates au moment de l'éruption volcanique.

a - Ecrire l'équation de désintégration du potassium 40 en argon 40 ( Z=18).

b - Quelle était la masse  $m_0$  de potassium 40 à la date de l'éruption ? Justifier.

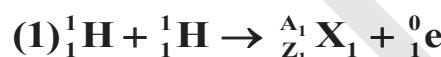
c - Exprimer le nombre de noyaux de potassium 40, noté N en fonction de la constante radioactive, du temps et du nombre de noyaux initiaux noté  $N_0$ .

d - Etablir l'expression entre la constante radioactive et la demi-vie . Exprimer N(t) en fonction de  $N_0$  et  $t_{1/2}$ .

e- Exprimer l'âge de la roche en fonction de  $m_0$ , m et  $t_{1/2}$ . Faire le calcul.

### Exercice 5

1-On considère les réactions nucléaires suivantes :



-Déterminer les symboles des noyaux  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  et  $X_4$ . Indiquer les lois utilisées.

1-Ecrire l'équation de la réaction globalement équivalente aux cinq réactions proposées.

Nommer et définir ce type de réaction.

2-On s'intéresse à présent au noyau d'hélium résultant des réactions nucléaires précédentes.

a - Calculer le défaut de masse du noyau d'hélium, en u puis en kg.

b - En déduire l'énergie de liaison et l'énergie de liaison par nucléon de ce noyau en MeV.

3-Déterminer la valeur E en Joules puis en MeV de l'énergie libérée par la réaction globale déterminée à la question 2.

Données : Masses :

Neutron :  $m_n = 1,00866$  u ; Proton :  $m_p = 1,00728$  u ; Hélium :  $m_{He}=4,00151$  u

La masse du positron est supposée négligeable par rapport à celle des noyaux.

$1\text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$  ;  $1\text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{ J}$  ;  $c = 2,99 \cdot 10^8\text{ m.s}^{-1}$ .

Les 10 premiers éléments de la classification périodique des éléments : H : Z = 1 ;

He : Z = 2 ; Li : Z = 3 ; Be : Z = 4 ; B : Z = 5 ; C : Z = 6 ; N : Z = 7 ; O : Z = 8 ; F : Z = 9 ; Ne : Z = 10

### Exercice 6

Le carbone 14 est produit dans la haute atmosphère où les protons du rayonnement cosmique percutent les molécules qui composent l'air. Les réactions nucléaires qui résultent de ces chocs produisent des neutrons secondaires. Ces neutrons ont une forte probabilité de réagir avec l'azote de l'air ( ${}^{14}N$ ) pour donner un proton et un isotope du carbone : le carbone 14.

Dans le milieu naturel la production du carbone 14 et sa disparition par désintégration radioactive s'équilibrent. On estime qu'il y a environ  $10^{-12}$  fois moins d'atomes de carbone 14 que d'atomes de carbone stable ( ${}^{12}C$ ). Il en résulte une radioactivité faible du carbone.... Lors de la

mort de l'organisme cet équilibre est rompu. Les atomes de carbone 14 disparaissent peu à peu."

Données : numéro atomique C : Z=6 ; N: Z=7.

La demi vie du carbone 14 est T=5730 ans ; lors de la désintégration du carbone 14 on détecte des particules $\beta^-$ .

masse atomique molaire C=12 g/mol

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

A partir du texte répondre aux questions :

1-Donner la composition des noyaux des deux isotopes du carbone ainsi que celui de l'azote.

2-Ecrire la réaction nucléaire qui produit le carbone 14 dans l'atmosphère.

3-Après avoir défini l'activité A d'un échantillon, déterminer l'activité d'un échantillon contenant 1 g de carbone lorsqu'il se trouve à l'équilibre.

4-Définir la particule $\beta^-$ .Ecrire la réaction nucléaire de désintégration du carbone 14.

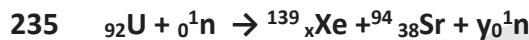
5-Donner la loi de décroissance radioactive des noyaux de carbone 14.

6-Dans la grotte de Chauvet (Ardèche) on a récupéré des fragments de charbon de bois qui avaient permis de réaliser les gravures pariétales. Le nombre  $N_{ch}$  d'atomes de carbone 14 dans 2 g de charbon a donné  $N_{ch} = 2,110^9$  atomes. Calculer l'âge attribué à ces gravures.

### Exercice 7

#### Première partie : fission de l'uranium

Parmi les réactions, très variées, de fission de l'atome d'uranium 235 bombardé par des neutrons lents, on considère la réaction suivante :



1-Compléter l'équation en calculant x et y.

2-À partir du tableau placé à la fin de l'énoncé, calculer :

- a- l'énergie E, en joules puis en MeV, libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235,
- b- l'énergie E', en joules, libérée par la fission d'une masse M = 1 kg d'uranium 235.

#### Deuxième partie : Fusion de l'hydrogène

L'hydrogène possède trois isotopes stables  ${}^1_1\text{H}$ ,  ${}^2_1\text{H}$  et  ${}^3_1\text{H}$ ,

- Ecrire les différentes réactions qui, à partir de deux noyaux d'isotopes identiques ou différents, conduisent à la formation d'un noyau d'hélium accompagné ou non d'une ou plusieurs particules

- Parmi ces possibilités, on s'intéresse à celle qui produit un neutron en plus du noyau d'hélium. A partir des données de l'énoncé :

- a- encadrer la réaction correspondante parmi celles écrites dans le document réponse.
- b- calculer l'énergie E, en joules, accompagnant la production d'un noyau d'hélium,
- c - calculer l'énergie E' libérée par la fusion totale d'une masse M = 1 kg de mélange contenant le même nombre d'atomes des deux isotopes.

noyau ou particule	${}^{235}_{\text{92}}\text{U}$	${}^{139}_{\text{x}}\text{Xe}$	${}^{94}_{\text{38}}\text{Sr}$	${}^1_0\text{n}$	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$	${}^4_2\text{He}$
masse (u)	235,04	138,91	93,91	1,00	2,01	3,01	4,00

### Exercice 8

Un réacteur de centrale nucléaire fonctionne à l'uranium enrichi (3% d'uranium 235 fissile et 97% d'uranium 238 non fissile).<sup>1</sup> On considère le noyau d'uranium 235.Donner la composition du noyau d'uranium  ${}^{235}_{\text{92}}\text{U}..$

2 Les produits de fission de l'uranium  ${}^{235}_{\text{92}}\text{U}.$ sont radioactifs et se transmutent en d'autres produits, eux mêmes radioactifs. Parmi ces déchets, on trouve le césum 137, radioactif  $\beta^-$

2.1 Écrire l'équation de la désintégration d'un noyau de césium 137, le noyau fils étant formé dans un état excité.

2.2 Calculer l'énergie libérée au cours de cette désintégration en joule et en MeV.

2.3 Quelle est la nature du rayonnement émis lors de la désexcitation du noyau fils ?

3 La demi-vie du césium 137 est  $T = 30$  ans.

3.1 Définir la demi-vie d'un noyau radioactif.

3.2 À un instant choisi comme origine des dates, on dispose d'un échantillon de césium 137 de masse  $m_0$ . Donner l'expression littérale de la masse  $m$  de césium 137 restant à l'instant de date  $t$  en fonction de  $m_0$  et de  $T$ .

3.3 Montrer qu'à la date  $t = nT$ , la masse restante vaut :  $m = m_0 \times \frac{1}{2^n}$ .

En déduire la durée approximative au bout de laquelle la masse restante de césium 137 est égale à 0,1% de sa masse initiale.

Eléments	iode I	xénon Xe	césium Cs	baryum Ba	lanthane La	Uranium U
$N^0_{atomique} Z$	53	54	55	56	57	92

masse  $m(Cs) = 136,90709u$ ; masse  $m(U) = 236,75378u$ ; masse  $m(Ba) = 136,87511u$ ;  $m(\beta^-) = 0,00055 u$   $1eV = 1,6 \cdot 10^{-19}J$ ;  $1MeV = 10^6 eV$ ;  $1u = 1,67 \cdot 10^{-27}kg$  et  $C = 3 \cdot 10^8 m/s$ .

### Exercice 9

La découverte de la radioactivité artificielle a permis d'associer à chaque élément un certain nombre de radio-isotopes possédant les mêmes propriétés chimiques que l'élément stable. Ces radioéléments sont souvent utilisés en médecine.

On obtient du sodium 24 en bombardant par des neutrons du sodium  $^{23}\text{Na}$

1.1 . Ecrire la réaction de formation du sodium 24.

2. Le sodium 24 est radioactif par émission  $\beta^-$  et sa période est de 15h. Ecrire l'équation de désintégration du sodium 24.

3. On injecte dans le sang d'un individu  $10 \text{ cm}^3$  d'une solution contenant initialement du sodium 24 à la concentration de  $10^{-3} \text{ mol.l}^{-1}$ .

Quel est le nombre de moles de sodium 24 introduites dans le sang ? Combien en restera-t-il au bout de 6h ?

4. Au bout de 6h, on prélève  $10 \text{ cm}^3$  du sang du même individu. On trouve alors  $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ mol}$  de sodium 24. En supposant que le sodium 24 est réparti uniformément dans le sang et que l'on peut négliger la décroissance par élimination biologique, calculer le volume sanguin.

### Exercice 10

Le radium fut découvert par Marie Curie et son mari Pierre en 1898 par extraction de la pechblende. Il est fortement radioactif et de ce fait est utilisé dans la lutte contre le cancer.

Le noyau de radium 226 est représenté symboliquement par.  $^{226}_{88}\text{Ra}$

1- Donner le nom et la signification du nombre 88 et du nombre 226.

Lorsqu'il se désintègre, il se transforme en un noyau de radon en éjectant une particule alpha (noyau d'hélium  $^4_2\text{He}$ ). Le radon est noté symboliquement.  $^y_x\text{Rn}$

2- Ecrire l'équation de désintégration du radium 226 en précisant les valeurs de  $x$  et  $y$

La masse des noyaux est donnée en unité de masse atomique (u) :  $1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$m(\text{Ra}) = 225,97701 \text{ u}$$

$$m(\text{He}) = 4,00150 \text{ u}$$

$$m(\text{Rn}) = 221,97029 \text{ u}$$

Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

$$1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

3- Ecrire l'expression littérale, en fonction des données, de l'énergie libérée par la désintégration du radium 226.

Calculer la valeur de cette énergie en Joules puis la convertir en MeV

On rappelle que l'activité d'un échantillon est donnée par la relation  $A(t) = \lambda \cdot N(t)$ , où  $\lambda$  représente la constante radioactive et  $N$  le nombre de noyaux radioactifs.

Données : Constante radioactive du radium 226 :  $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$

Masse molaire du radium 226 :  $M = 226 \text{ g.mol}^{-1}$

Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

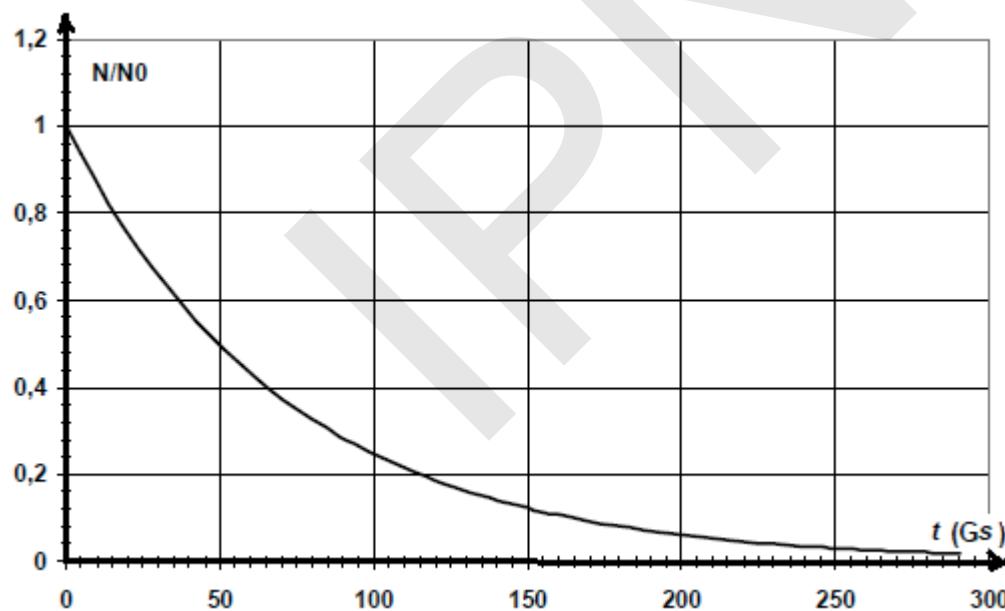
4- Exprimer  $N$  en fonction de  $M$ ,  $N_A$  et la masse  $m$  de l'échantillon ne contenant que du radium 226.

5- A  $t=0$ , on considère que la masse  $m_0$  de radium 226 est d'un gramme. Calculer  $N_0$ .

6- En déduire l'activité  $A_0$  du radium contenu dans l'échantillon.

7- Combien de noyaux radioactifs restera-t-il au bout de 50 ans ?

8- A l'aide de la courbe ci-jointe, retrouver la valeur de  $\lambda$  (pour cela, vous donnerez la ou les valeurs numériques extraites de la courbe et les calculs nécessaires).



IPN

## Table des matières

Préface	3
Avant - propos	4
CHAPITRE I : Dynamique du point matériel	5
CHAPITRE II : Application de la relation fondamentale de la dynamique	23
CHAPITRE III : pendule élastique (oscillateur harmonique libre)	86
Chapitre IV: Action d'un champ magnétique sur une tige parcourue par un courant électrique	101
Chapitre V: induction magnétique	115
Chapitre VI: Propagation d'un mouvement vibratoire «Milieu unidimensionnel»	131
Chapitre VII: Interférence mécanique à la surface d'un liquide	151
Chapitre VIII: Interférences lumineuse «milieu tri-dimensionnel»	163
Chapitre IX: les niveaux d'énergie de l'atome	179
Chapitre X: Effet photoélectrique	191
Chapitre XI: Réactions nucléaires	206

IPN

IPN

IPN

IPN