République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
et de la Réforme du Système Educatif
Direction des Examens et des Concours

BACCALAUREAT 2024
Session Complémentaire
Epreuve : MATHEMATIQUES

Séries : Sciences Naturelles & TSGE
Coefficient : 6& 4
Durée : 4h

A B A B C A

Exercice 1 (3 points)

On considère les suites numériques (u_n), (v_n) et (w_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$, $v_n = \ln\left[(u_n)\right]$ et $w_n = u_{n+1} - u_n$.

Pour chacune des questions suivantes, une et une seule des réponses proposées est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La suite (u_n) est	positive	croissante	divergente	0,5pt
2	La valeur de v_2 est égale à	$\ln\left(\frac{2}{3}\right)$	$2(\ln 2 - \ln 3)$	$\frac{2}{3}\ln(2)$	0,5pt
3	La valeur de w_1 est égale à	$-\frac{2}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{6}$	0,5pt
4	La suite (v_n) est	géométrique	arithmétique	constante	0,5pt
5	Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = \cdots$	$\frac{2}{3}u_n$	$\frac{1}{3}u_n$	$-\frac{1}{3}u_n$	0,5pt
6	La somme $v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ en fonction de n est	$\ln\frac{2}{3} \times \frac{n(n+1)}{2}$	$-\frac{1}{3} \times \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1\right)$	$\frac{2}{3} \times \frac{n(n+1)}{2}$	0,5pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question n°	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

On considère le polynôme P défini pour tout nombre complexe z par :
$P(z) = z^3 - (8+i)z^2 + 21z - 8 + 19i$.

1° a) Montrer que le nombre complexe $z_0 = -i$ est une solution de l'équation $P(z) = 0$ — 1 pt

b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que $\forall z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z+i)(z^2 + az + b)$. — 0,5pt

c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. — 0,5pt

2° Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O; \vec{u}, \vec{v}\right)$.

a) Placer les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = -i$, $z_B = 4 - i$, $z_C = 4 + 3i$ et $z_D = 3i$. — 0,75pt

b) Déterminer l'affixe de chacun des milieux des segments $[AC]$ et $[BD]$. — 0,5pt

c) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre $\frac{z_C - 4 + i}{z_A - 4 + i}$ et en déduire la nature du quadrilatère ABCD. — 0,5pt

3° a) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 des points M, d'affixe z, tel que $|z - 4 - 3i| = |z + i|$. — 0,5pt

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 des points M, d'affixe z, tel que $\arg(z - 4 - 3i) - \arg(z + i) = \frac{\pi}{2}[\pi]$ — 0,5pt

c) Déterminer l'intersection des ensembles Γ_1 et Γ_2. — 0,25pt

$\frac{zC - 4+i}{zA - 4+i} =$

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)=(x+1)(1+e^{-x})$. On note Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis vérifier et interpréter $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ — 1.5 pt

b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y=x+1$ est une asymptote oblique à la courbe Γ en $+\infty$. Etudier leur position relative — 1pt

2° a) Montrer que $\forall x\in\mathbb{R},\ f'(x)=1-xe^{-x}$ — 0,5pt

b) Sachant que $\forall x\in\mathbb{R},\ e^{x}>x$, montrer que $\forall x\in\mathbb{R},\ f'(x)>0$. — 0,5pt

c) Dresser le tableau de variation de f. — 0,5pt

3° a) Montrer que la courbe Γ admet un point d'inflexion A et préciser ses coordonnées. — 0,5pt

b) Montrer que Γ admet une tangente T parallèle à la droite (Δ). — 0,5pt

c) Construire (Δ), T et Γ dans le repère précédent. — 0,75pt

d) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $(m-1)e^{x}=x+1$. — 0,25pt

Exercice 4 : (6 points)

On définit sur $[0;+\infty[$ la fonction g par $g(0)=0$ et $\forall x>0,\ g(x)=2x^2\ln x-x^2$.

Soit (C) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1°a) Etudier la continuité de g à droite de 0. — 0,5pt

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}=0$. Interpréter graphiquement cette limite. — 0,75pt

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}=+\infty$. Interpréter graphiquement. — 0,75pt

2° a) Montrer que $g'(x)=4x\ln x$ — 0,5pt

b) Dresser le tableau de variations de g. — 0,5pt

3°) Soit h la restriction de g sur l'intervalle $I=[1;+\infty[$

a) Montrer que h est une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera. — 0,5pt

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}. — 0,5pt

4°a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet, dans I, une unique solution α et que $1,6<\alpha<1,7$. — 0,5pt

b) Construire (C) et (C′) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, ((C′) étant la courbe de h^{-1}). — 0,5pt

5° a) Utiliser une intégration par parties pour calculer $\int_1^2 2x^2\ln x\,dx$. — 0,5pt

b) En déduire l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C), la droite d'équation $y=x$ et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=2$. — 0,5pt

Fin.