République Islamique de Mauritanie
Ministère d'Etat à l'Education Nationale, à l'Enseignement Supérieur et à la Recherche Scientifique
Direction des Examens et de l'Evaluation
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2013

Session Complémentaire

رمضان 1434 هـ

Séries : Science de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1(3 points)

On considère la suite arithmétique (U_n) de raison $r = 3$ et de premier terme $U_0 = 15$.
Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	Le terme général de la suite (U_n) est :	$U_n = 3 + 15n$	$U_n = 15 + 3n$	$U_n = 3n + 12$	(0,5pt)
2	La valeur de U_{10} est :	$U_{10} = 153$	$U_{10} = 13$	$U_{10} = 45$	(0,5pt)
3	Si $U_0 + U_1 + \cdots$ 204 alors :	$n = 204$	$n = 30$	$n = 7$	(0,5pt)
4	La suite (V_n) de terme général $V_n = \frac{1}{U_n}$ est:	convergente	croissante	géométrique	(0,5pt)
5	La suite (T_n) de terme général $T_n = e^{U_n}$ est :	arithmétique	géométrique	majorée	(0,5pt)
6	Si (W_n) est une suite numérique telle que pour tout n : $V_n \le W_n \le U_n$, alors (W_n) est :	minorée	décroissante	divergente	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.
Aucune justification n'est demandée.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2(5 points)

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 6z + 18 = 0$. (1 pt)
2) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$. (1 pt)
3) Ecrire sous forme trigonométrique et exponentielle chacun des nombres :

$$u = 3 + 3i \text{ et } v = \sqrt{3} - i.$$ (1 pt)

4) On pose $w = (3 + 3i)(\sqrt{3} - i)$.
a) Ecrire w sous forme algébrique. (0,75 pt)
b) En utilisant 3) écrire w sous forme trigonométrique et exponentielle. (0,75 pt)
c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$. (0,5 pt)

<u>Exercice 3</u> (6 points)

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I = \left]-1;+\infty\right[$ par:

$$f(x) = x - 2 + \ln(x+1).$$

1.a) Montrer que: $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$. **(0,75 pt)**

b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(f(x) - x\right)$. Interpréter graphiquement. **(0,75 pt)**

2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. **(0,75 pt)**

3.a) Montrer que la fonction f réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera. **(0,75 pt)**

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans I une unique solution α. Vérifier que : $1,2 < \alpha < 1,3$ **(0,75 pt)**

c) Construire la courbe (C) représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. **(0,5 pt)**

4) Pour tout $x > -1$; on pose $u(x) = (x+1)\ln(x+1)$.

a) Calculer $u'(x)$ et montrer que pour tout $x > -1$ on a $f(x) = u'(x) + x - 3$. **(0,5 pt)**

b) En déduire la primitive F de la fonction f sur $\left]-1;+\infty\right[$ qui vérifie $F(0) = 0$. **(0,25 pt)**

c) Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) de f et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \alpha$. **(0,25 pt)**

5) Soit f^{-1} la réciproque de f. (C') sa courbe représentative dans le repère précédent.

a) Déduire de ce qui précède les limites : $\lim\limits_{x\to -\infty} f^{-1}(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f^{-1}(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{x}$. **(0, 5 pt)**

b) Calculer $\left(f^{-1}\right)'(-2)$ et donner l'équation de la tangente à la courbe (C') au point d'abscisse $x_0 = -2$ **(0,25 pt)**

<u>Exercice 4 (6 points)</u>

1) On considère la fonction numérique g définie par : $g(x) = (2x+3)e^{x+1} + 1$

a) Justifier que $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x) = 1$. **(0,5 pt)**

b) Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g. **(0,75 pt)**

c) En déduire que pour tout réel x ; $g(x) > 0$. **(0,25 pt)**

2) On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = x - 3 + (2x+1)e^{x+1}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$. **(0,5 pt)**

b) Calculer et interpréter graphiquement $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. **(0,5 pt)**

c) Montre que la droite D d'équation $y = x - 3$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$ puis déterminer leurs positions relatives. **(0,5 pt)**

3.a) Ecrire $f'(x)$ en fonction de g(x). **(0,5 pt)**

b) Dresser le tableau de variation de f. **(0,5 pt)**

4.a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera. **(0,5 pt)**

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α puis vérifier que $0 < \alpha < 0,1$. **(0,5 pt)**

c) Montrer que la solution α vérifie l'égalité $\ln\left(\frac{3-\alpha}{2\alpha+1}\right) - \alpha = 1$ **(0,25 pt)**

5.a) Montrer qu'il existe un unique point A auquel la tangente T à (C) est parallèle à l'asymptote oblique d'équation $y = x - 3$. Donner une équation de T. **(0,25 pt)**

b) Construire la courbe (C), la tangente T et l'asymptote D. **(0,25 pt)**

c) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solutions de l'équation $(2x+1)e^{x+1} - m - 3 = 0$. **(0,25 pt)**

Fin.