République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
et de la Réforme du Système Educatif
Direction des Examens et des Concours

BACCALAUREAT 2023
Session Complémentaire
Epreuve : MATHEMATIQUES

Séries :Sciences Naturelles & TSGE
Coefficient : 6& 4
Durée : 4h

Exercice 1 (3 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et pour tout $n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\frac{1}{e}\sqrt{u_n}$ et on définit les deux suites : $v_n=\ln[(u_n)]$ et $w_n=v_n+2$.

Pour chacune des questions suivantes, une et une seule des réponses proposées est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La valeur de u_2 est égale à	$\frac{1}{e}$	$\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{3}{2}}$	$\left(\frac{1}{e}\right)^{3}$	0,5pt
2	La valeur de v_1 est égale à	-1	0	1	0,5pt
3	v_{n+1} s'écrit sous la forme :	$\frac{1}{2}v_n+1$	$\frac{1}{e}v_n-1$	$\frac{1}{2}v_n-1$	0,5pt
4	La suite (w_n) est	géométrique	arithmétique	Constante	0,5pt
5	Le terme général de la suite (w_n) est	$\frac{1}{2^n}$	$\frac{1}{2^{n-1}}$	$\frac{1}{2^{n-2}}$	0,5pt
6	L'expression de (u_n) en fonction de n est	$\frac{1}{e^2}\times e^{\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}$	$e^2\times e^{\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}$	$\frac{1}{e}\times\left(\sqrt{e}\right)^{n-1}$	0,5pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question n°	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Réponse						

Exercice 2 (3 points)

A l'un des carrefours de Nouakchott, un panneau de feu tricolore de circulation est doté d'un compteur : le signal est rouge pendant 45 secondes puis vert pendant 33 secondes et ensuite jaune pendant 2 secondes.

1° A 12 heure 0 mn 0 s, le feu rouge est déclenché. Une voiture arrive à ce panneau entre 12 h 0mn 0s et 12h1mn20s. Le temps d'arrivée de la voiture suit une loi uniforme sur $[0;80]$.

Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : la voiture trouve le feu vert — 0,75pt

B : la voiture trouve le feu rouge — 0,75pt

C : la voiture trouve le feu rouge sachant que son moment d'arrivée est dans l'intervalle $[20;70]$ — 0,5pt

2° La durée de vie, en heures, de l'une des ampoules utilisées dans le feu tricolore est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda=0,00002$

a) Quelle est la probabilité que l'ampoule dure plus de 30000 heures ? — 0,5pt

b) Quelle est la probabilité que l'ampoule dure plus de 30000 heures, sachant qu'elle a déjà duré 20000 heures. — 0,5pt

Exercice 3 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1°a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $15+8i$ — 0,75pt

b) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $z^2-(2+3i)z-5+i=0$ — 0,75pt

2° Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A=3+2i$, $z_B=-1+i$ et $z_C=2-2i$ et pour tout nombre complexe $z\neq 2-2i$, on pose $f(z)=\frac{z+1-i}{z-2+2i}$

a) Placer les points A, B et C. — 0,5pt

b) Ecrire le nombre $f(z_A)$ sous forme algébrique et déduire que le triangle ABC est isocèle — 0,5pt

c) Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{C}$, l'équation $f(z)=i$ puis interpréter graphiquement. — 0.5pt

d) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. — 0,5pt

3° Pour tout entier naturel n, on pose $z_n=(z_B)^{4n}$, et soit M_n le point d'affixe z_n

a) Ecrire z_B sous forme trigonométrique. — 0,25pt

b) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels M_n appartient à l'axe des abscisses. — 0,25pt

Exercice 4 (5 points)

I. 1° Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (E) : $y''+y=2y'$. — 0,5pt

2° Déterminer la solution g de l'équation (E) qui vérifie $g(0)=-1$ et $g(1)=0$. — 0,5pt

II. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-1)e^x+1$. On note Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$. Interpréter graphiquement. — 0,75pt

b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y=1$ est une asymptote horizontale à Γ et étudier leur position relative. — 0,75pt

2° a) Montrer que $\forall x\in\mathbb{R},\ f'(x)=xe^x$ puis en déduire le signe de f' sur $\mathbb{R}$. — 0,75pt

b) Dresser le tableau de variation de f. — 0,5pt

3° a) Montrer que la courbe Γ admet un point d'inflexion A et préciser ses coordonnées. — 0,5pt

b) Déterminer une équation de la tangente T au point A — 0,25pt

c) Construire (Δ), T et Γ dans le repère précédent. — 0,5pt

Exercice 5 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=(\ln x)(-1+\ln x)$, on peut également écrire $f(x)=-\ln x+(\ln x)^2$. Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1°a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ puis interpréter graphiquement. — 0,75pt

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement. — 0,75pt

2° a) Montrer que $f'(x)=\dfrac{-1+2\ln x}{x}$ — 0,5pt

b) Calculer $f'(\sqrt{e})$ puis dresser le tableau de variation de f. — 0,5pt

3°a) Déterminer une équation de la tangente T à (C) au point A d'abscisse 1. — 0,5pt

b) Déterminer les points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses — 0,25pt

c) Construire la courbe (C) et sa tangente T dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. — 0,5pt

d) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $(\ln x)^2-\ln x+x=m$ — 0,25pt

4° a) Utiliser des intégrations par parties pour montrer que $I=\int_1^e \ln x\,dx=1$ et aussi pour calculer $J=\int_1^e(\ln x)^2dx$ — 0,75pt

b) En déduire l'aire A de la partie du plan délimitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$. — 0,25pt

Fin.