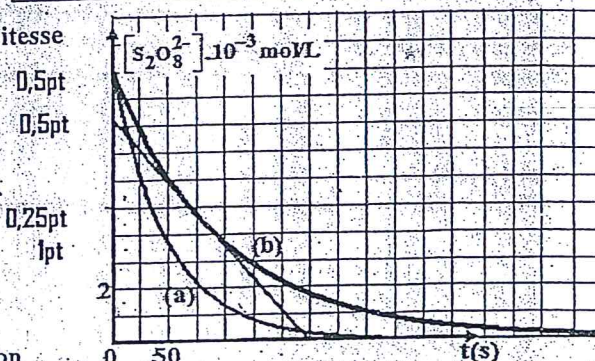


Exercice 1(4pts)

1. 1.1. Citer deux facteurs cinétiques et préciser leur influence sur l'évolution d'une réaction chimique. 0,5pt
1.2. Généralement la vitesse d'une réaction chimique diminue au cours du temps. Dire pourquoi. 0,25pt
2. On étudie expérimentalement la cinétique de la réaction d'oxydation de l'ion iodure I^- par l'ion peroxydisulfate $S_2O_8^{2-}$.
On donne $E^0_{S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}} = 2,1V$ et $E^0_{I_2/I^-} = 0,6V$
- 2.1. Ecrire les demi-équations et l'équation bilan de cette réaction. 1pt
2.2. Le dosage du diode formé lors de deux expériences, dont les conditions initiales sont consignées dans le tableau, a permis de tracer les courbes de la figure. En utilisant la courbe (b), calculer la vitesse instantanée de disparition de l'ion peroxydisulfate à $t=75s$. Déduire la vitesse de formation de l'ion SO_4^{2-} à cet instant. 0,5pt
2.3. Identifier la courbe correspondante à chaque expérience. 0,5pt
2.4. Les mesures nécessaires à l'établissement de ses courbes ont été effectuées après avoir plongé l'échantillon à doser dans de l'eau glacée. Expliquer. 0,25pt
2.5. Déterminer la composition du mélange à $t=25s$ pour la courbe (a). 1pt

Expérience n°	1	2
$[S_2O_8^{2-}]$	10^{-2} mol/L	10^{-2} mol/L
$[I^-]_0$	4.10^{-2} mol/L	4.10^{-2} mol/L
température	20°C	30°C



Exercice 2(3pts)

Les résultats du dosage de 3 solutions basiques A, B et C par une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire $C_A = 10^{-2} \text{ mol/L}$; sont consignés dans le tableau suivant :

Volume d'acide versé	0	5	9,5	10	10,5	15
pH de la solution A	12	11,5	10,4	7	3,6	2,7
pH de la solution B	10,6	9,2	7,4	5,75	3,6	2,7
pH de la solution C	11,3	10,6	9,6	6,4	3,6	2,7

Données :

- A, B et C sont respectivement des solutions de soude, d'ammoniac et de méthylamine de même concentration $C_B = 10^{-2} \text{ mol/L}$.
- Le volume dosé pour chacune des 3 solutions basiques est de 10 cm^3 .

1. La comparaison des valeurs initiales des pH des solutions basiques permet-elle de comparer la force relative des bases étudiées ? Justifier la réponse. 0,75pt
- 2.1. Définir l'équivalence acido-basique. Préciser le volume d'acide chlorhydrique versé dans chacune des 3 solutions basiques à l'équivalence. 0,75pt
- 2.2. La comparaison des valeurs des pH aux points d'équivalence dans les 3 dosages confirme-t-elle la réponse à la 1^{ère} question ? Justifier. 0,5pt
- 2.3. Comparer les valeurs des pH des 3 mélanges après l'équivalence et à volume égal versé. Expliquer ce résultat. 0,5pt
- 2.4. Déterminer à partir du tableau les valeurs des pK_a des couples acide/base: NH_4^+ / NH_3 et $CH_3NH_3^+ / CH_3NH_2$. 0,5pt

Exercice 3(4pts)

On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$

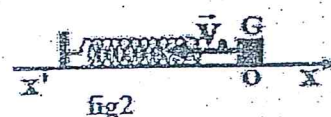
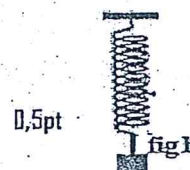
On suspend à l'extrémité inférieure d'un ressort de masse négligeable à spires non jointives et de coefficient de raideur K un solide S de masse $m = 100 \text{ g}$ (voir fig1).

A l'équilibre le ressort est allongé de 10 cm .

1. Calculer la raideur K du ressort. 0,5pt
2. Le pendule élastique précédant est maintenant placé sur un plan horizontal et la masse peut se déplacer sans frottement le long de l'axe horizontal $X'X$ (fig2).

A la date $t=0$, le solide S étant en position d'équilibre, on lui communique une vitesse \vec{V}_0 de valeur $V_0 = 0,4 \text{ m/s}$ dirigée suivant l'axe du ressort comme l'indique la figure.

- 2.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du solide S. 0,5pt
- 2.2. Déterminer l'équation horaire du mouvement de G. 1pt
3. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur du système nulle sur le plan horizontal passant par G. Exprimer, à la date t , l'énergie mécanique totale E du système (ressort ; solide ; terre) en fonction de K , m , x et V puis en fonction de K et de l'élongation maximale x_m . 1pt



4. La figure 3, représente les courbes C_1 et C_2 des variations des énergies cinétique E_c et potentielle E_p en fonction du temps.

4.1. Identifier la courbe représentative de chaque énergie.

0,5pt

4.2. En utilisant les courbes de la figure 3, retrouver les valeurs de la constante de raideur K du ressort utilisé et de la masse m du solide S .

0,5pt

Exercice 4(4,5pts)

1. On considère une bobine (B) dont les caractéristiques sont : rayon de la spire $r=20$ cm; longueur de la bobine $l=53$ cm; nombre de spires $N=200$ spires.

Etablir la formule donnant l'inductance L de cette bobine en fonction de μ_0 , r , l , et N puis calculer sa valeur. On prendra $\pi^2=10$ et $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ S.I.

2. On veut déterminer expérimentalement les valeurs de l'inductance L et de la résistance r de la bobine (B). Pour cela on réalise un circuit électrique comportant, montés en série la bobine (B), un conducteur ohmique de résistance $R = 110 \Omega$, un générateur idéal de tension continue $E = 6$ V et un interrupteur K , (voir figure 1)

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et à l'aide d'un dispositif approprié, on enregistre l'évolution au cours du temps de l'intensité $i(t)$ du courant électrique traversant le circuit.

La courbe obtenue est représentée sur la figure 2.

2.1. Donner les expressions des tensions $u_R(t)$ et $u_B(t)$, respectivement aux bornes du conducteur ohmique et aux bornes de la bobine, en fonction de R , r , L et $i(t)$.

0,5pt

2.2. En appliquant la loi des mailles, montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité $i(t)$, s'écrit sous la forme : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{r}{L}i(t) = \frac{E}{L}$; où α est une constante positive que l'on

exprimera en fonction de R et r .

0,5pt

2.3. Sachant que l'équation différentielle précédente admet une solution de la forme :

$$i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \text{ montrer que : } I_0 = \frac{E}{R+r} \text{ et } \tau = \frac{L}{R+r}.$$

1pt

3. Exploitation de la courbe

3.1. Préciser, en le justifiant, si l'établissement du courant électrique dans le circuit est instantané.

0,5pt

3.2. Déterminer graphiquement les valeurs de I_0 et de τ . En déduire alors les valeurs de r et L .

1pt

Exercice 5(4,5pts)

On monte en série, un résistor de résistance $R_1=10 \Omega$, une bobine d'inductance $L=0,6$ H et de résistance R et un condensateur de capacité C .

On applique entre les bornes A et M du dipôle ainsi obtenu une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2\pi Nt)$ de fréquence N réglable.

On relie la voie I, la voie II et la masse d'un oscilloscope bicourbe respectivement aux points A, B et M du circuit (fig1).

Pour une fréquence $N=N_1$ de la tension d'alimentation, on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes I et II de la fig2.

Echelle :

1cm sur l'axe des abscisses représente 10^{-3} s.

1cm sur l'axe des ordonnées représente 2V pour la courbe I.

1cm sur l'axe des ordonnées représente 1V pour la courbe II.

1. Déduire à partir des courbes de la figure 2.

1.1. La fréquence N_1 de la tension d'alimentation.

0,75pt

1.2. Les valeurs maximales U_m et U_{BMm} respectivement des tensions de l'alimentation et aux bornes du résistor.

0,75pt

1.3. Le déphasage ϕ de la tension instantanée $u_{BM}(t)$ par rapport à la tension d'alimentation.

0,5pt

2. Déterminer l'intensité instantanée $i(t)$ du courant qui circule dans le circuit, en précisant sa valeur maximale, sa fréquence et sa phase.

0,75pt

3. Déterminer les valeurs de la résistance R et de la capacité C .

0,5pt

4. On ajuste la fréquence N à une nouvelle valeur N_2 et on relève la tension maximale : entre A et B : $U_{ABm}=2$ V, entre B et M : $U_{BMm}=2$ V et entre A et M : $U_{AMm}=4$ V.

4.1. Montrer que dans ses conditions le circuit est en résonance d'intensité. Calculer alors l'intensité efficace I_0 du courant.

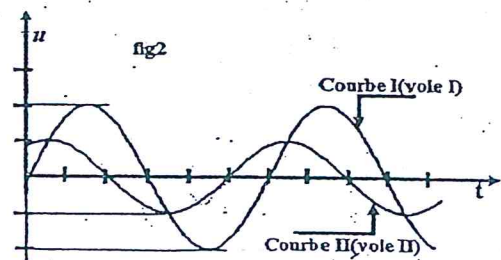
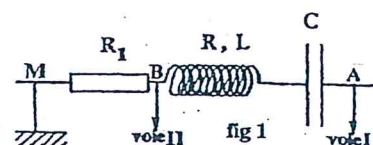
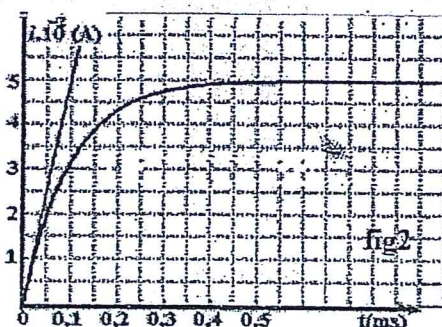
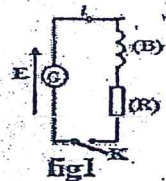
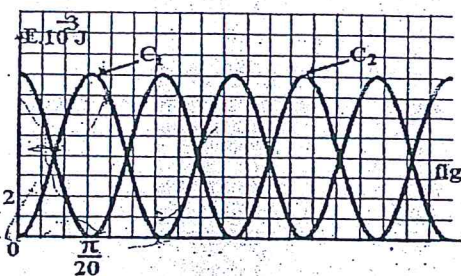
0,5pt

4.2. Déterminer la fréquence N_2 de la tension excitatrice.

0,5pt

4.3. Calculer le coefficient de surtension du circuit.

0,25pt



PC 2021 Mathématiques/T.M.G.M

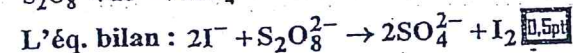
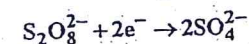
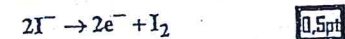
Corrigé de l'exercice 1:

1.1. Les facteurs cinétiques sont la température, la concentration et les catalyseurs

Le 1^{er} et le 2^{ème} augmentent la vitesse lorsqu'ils augmentent et la diminuent lorsqu'ils diminuent alors que le catalyseur accélère la réaction. [0,5pt]

1.2. La vitesse diminue en fonction du temps à cause de la diminution des concentrations des réactifs au cours du temps. [0,25pt]

2.1. Les demi-équations:



2.2. Calcul de la vitesse

Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $t=75s$.

$$V_d(S_2O_8^{2-}) = \frac{[S_2O_8^{2-}]_2 - [S_2O_8^{2-}]_1}{t_2 - t_1} = \frac{(0 - 8 \cdot 10^{-3})}{175 - 0} \approx 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L/s}$$

[0,25pt]

Déduction de la vitesse de formation de SO_4^{2-}

$$\frac{V_d(S_2O_8^{2-})}{1} = \frac{V_f(SO_4^{2-})}{2} \Rightarrow V_f(SO_4^{2-}) = 2V_d(S_2O_8^{2-}) \approx 9,2 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L/s}$$

[0,25pt]

2.3. La courbe (a) correspond à l'expérience 2 où la température est plus élevée.

La courbe (b) correspond à l'expérience 1 où la température est plus basse. [0,5pt]

2.4. On plonge l'échantillon à doser dans de l'eau glacée pour stopper la réaction. [0,25pt]

2.5. La composition du mélange à $t=25s$

D'après le graphe $[S_2O_8^{2-}]_r = 6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$

$$[S_2O_8^{2-}]_d = [S_2O_8^{2-}]_0 - [S_2O_8^{2-}]_r = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\frac{[S_2O_8^{2-}]_d}{1} = \frac{[I^-]_d}{2} \Rightarrow [I^-]_d = 2[S_2O_8^{2-}]_d = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

donc

$$[S_2O_8^{2-}]_r = 6 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[I^-]_r = [I^-]_0 - [I^-]_d = 32 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\frac{[S_2O_8^{2-}]_d}{1} = \frac{[SO_4^{2-}]_r}{2} \Rightarrow [SO_4^{2-}]_r = 2[S_2O_8^{2-}]_d = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\frac{[S_2O_8^{2-}]_d}{1} = \frac{[I_2]_r}{1} \Rightarrow [I_2]_r = [S_2O_8^{2-}]_d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

[4x0,25pt=1pt]

Corrigé de l'exercice 2:

1. Oui pour des solutions basiques de même concentration la plus basique est celle dont le pH est le plus élevé. Donc la solution A est la plus basique puis la solution C et en fin la solution B. [0,75pt]

2.1. L'équivalence acido-basique correspond à la disparition du dosé, c-à-d : $n_A = n_B \Leftrightarrow C_A V_{Aeq} = C_B V_B$ soit $V_{Aeq} = 10 \text{ cm}^3$. [0,75pt]

2.2. Oui : Lors du dosage d'une base forte par un acide fort $pH_{eq} = 7$ alors qu'à l'équivalence lors du

dosage d'une base faible par un acide fort le milieu est acide ($pH_{eq} < 7$).

Or pour des solutions acides de même concentration l'acide le plus fort est celui dont le pH est le moins élevé et l'acide faible le plus fort correspond à la base conjuguée la plus faible: $pH_{eqB} < pH_{eqC}$

D'où la solution A est la plus basique puis la solution C et en fin la solution B. [0,5pt]

2.3. Après l'équivalence les pH sont les mêmes car le pH est donné par:

$$pH = -\log \left(\frac{C_A V_A - C_B V_B}{V_A + V_B} \right)$$

et que V_A, V_B, V_{Aeq} sont les mêmes pour les trois expériences. [0,5pt]

2.4. Le pK_a est égal au pH à la demi-équivalence d'où :

$$pK_a(NH_4^+/NH_3) = 9,2 \quad [0,25pt]$$

$$pK_a(CH_3NH_3^+/CH_3NH_2) = 10,3 \quad [0,25pt]$$

Corrigé de l'exercice 3:

1.1. Calcul de la constante de raideur K :

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$$

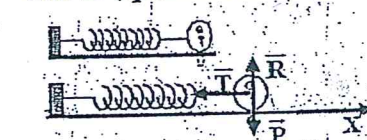
En projetant suivant la verticale :

$$P - T = 0 \Leftrightarrow K \Delta l = mg$$

$$K = \frac{mg}{\Delta l} \quad [0,25pt]$$

$$\Leftrightarrow K = 10 \text{ N/m} \quad [0,25pt]$$

2.1. L'équation différentielle :



$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a} \quad [0,25pt]$$

En projetant suivant l'axe Ox :

$$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma$$

$$\Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0 \text{ ou } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0 \quad [0,25pt]$$

C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

2.2. L'équation horaire du mouvement :

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

La valeur de la pulsation

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10 \text{ rad/s} \quad [0,25pt]$$

$$\text{Conditions initiales : } \begin{cases} x_0 = x_m \cos \varphi & (1) \\ v_0 = -x_m \omega \sin \varphi & (2) \end{cases}$$

$$v_0^2 = \omega^2 (x_m^2 - x_0^2) \Leftrightarrow x_m = \frac{v_0}{\omega} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad [0,25pt]$$

Détermination de φ

$$(1) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{x_0}{x_m} = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ car } v_0 < 0 \quad [0,25pt]$$

D'où l'équation horaire :

$$x = 4 \cdot 10^{-2} \cos(10t + \frac{\pi}{2}) \quad [0,25pt]$$

3. L'expression de l'énergie mécanique en fonction de K , m , x et V :

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe} \text{ or}$$

$$E_{pp} = 0; \quad E_c = \frac{1}{2} m V^2; \quad E_{pe} = \frac{1}{2} K x^2 \text{ soit}$$

$$E_m = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} K x^2 \quad [0,5pt]$$

L'expression de l'énergie mécanique en fonction de K et x_m

1^{er} méthode :

$$E_m = \frac{1}{2} k [x_m \cos(\omega t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2} m [-x_m \omega \sin(\omega t + \varphi)]^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} k x_m^2 [\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)] = \frac{1}{2} k x_m^2$$

2^{ème} méthode :

$$E_m = \frac{1}{2} m \omega^2 (x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K x_m^2 \quad [0,5pt]$$

4.1. A $t=0s$ $x_0=0 \Rightarrow E_p=0$ et $V_0 \neq 0$ d'où C_1 correspond à E_p et C_2 à E_c [0,5pt]

4.2. Calcul de K et de m :

$$E_{pmax} = \frac{1}{2} K x_m^2 \Rightarrow K = \frac{2 E_{pmax}}{x_m^2} = \frac{2 \times 8 \cdot 10^{-3}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 10 \text{ N/m} \quad [0,25pt]$$

$$E_{Cmax} = \frac{1}{2} m V_m^2 \Rightarrow m = \frac{2 E_{Cmax}}{V_m^2} = \frac{2 \times 8 \cdot 10^{-3}}{(0,4)^2} = 0,1 \text{ kg} \quad [0,25pt]$$

Corrigé de l'exercice 4:

1. L'inductance L :

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{N \Phi}{i} = \frac{N \mu_0 N i}{i l} = \frac{N^2 \mu_0}{l} \quad [0,75pt]$$

$$L \approx 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ H} \quad [0,25pt]$$

2.1. Les expressions de $u_R(t)$ et $u_B(t)$:

$$u_R(t) = R i(t) \quad [0,25pt] \text{ et } u_B(t) = r i(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad [0,25pt]$$

2.2. L'équation différentielle :

$$u_R(t) + u_B(t) = E$$

$$(R+r) i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E$$

$$\Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i(t) = \frac{E}{L} \Leftrightarrow \frac{di(t)}{dt} + \alpha i(t) = \frac{E}{L} \text{ avec } \alpha = \frac{R+r}{L}$$

[0,5pt]

2.3. Détermination des expressions de I_0 et τ :

$$I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L} I_0 \int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{E}{L}$$

$$\Leftrightarrow I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \left(-\frac{1}{\tau} \right) + I_0 \frac{(R+r)}{L} = \frac{E}{L}$$

$$\text{soit } \frac{(R+r)}{L} = 0 \Rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\text{et } I_0 \frac{(R+r)}{L} = \frac{E}{L} \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R+r} \quad [0,25pt]$$

3.1. Non : l'établissement du courant n'est pas instantané la bobine tend donc à s'opposer à l'établissement du courant. [0,5pt]

3.2. Les valeurs de I_0 et de τ

Graphiquement $I_0 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$ [0,25pt] et $\tau = 10^{-4} \text{ s}$. [0,25pt]

Déduction de r et L :

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \Leftrightarrow R+r = \frac{E}{I_0} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R = 10 \Omega \quad [0,25pt]$$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) = 0,012 \text{ H} \quad [0,25pt]$$

Corrigé de l'exercice 5:

1.1. La fréquence N_1

D'après le graphe $T = 6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ [0,25pt]

$$\text{D'où } N_1 = \frac{1}{T} = \frac{10^3}{6} \text{ Hz} \quad [0,5pt]$$

1.2. Les valeurs de U_m et U_{Bm}

$$U_m = 2 \times 2 \text{ V} = 4 \text{ V} \text{ et } U_{Bm} = 1 \times 1 \text{ V} = 1 \text{ V} \quad [0,75pt]$$

1.3. Le déphasage φ de la tension par rapport à l'intensité :

$$\varphi = \omega \Delta t = \frac{2\pi \Delta t}{T} = \frac{\pi}{3} \quad [0,5pt]$$

2. L'expression $i(t)$:

$$i(t) = I_m \sin(2\pi N_1 t + \varphi) \text{ avec } I_m = \frac{U_{Bm}}{R_1} = 10^{-1} \text{ A} \quad [0,5pt]$$

$$i(t) = 10^{-1} \sin\left(\frac{10^3 \pi}{3} t + \frac{\pi}{3}\right) \quad [0,25pt]$$

3. Calcul de R et C :

Calcul de R :

$$\cos \varphi = \frac{R+R_1}{Z} = \frac{R+R_1}{U_m} I_m$$

$$R = \frac{U_m \cos \varphi}{I_m} - R_1 \quad [0,25pt]$$

$$\Leftrightarrow R = 10 \Omega \quad [0,25pt]$$

Calcul de C :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{(R+R_1)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega + \sqrt{\left(\frac{U_m}{I_m}\right)^2 - (R+R_1)^2}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega \left(L\omega + \sqrt{\left(\frac{U_m}{I_m}\right)^2 - (R+R_1)^2} \right)} \quad [0,25pt]$$

$$\text{alors } C = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ F} \quad [0,25pt]$$

4.1. Montrons que le circuit est en résonance :

$$\bar{u}_{AMm} = \bar{u}_{ABm} + \bar{u}_{BMm}$$

$$U_{AMm}^2 = U_{ABm}^2 + U_{BMm}^2 + 2 U_{ABm} U_{BMm} \cos \varphi$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{U_{AMm}^2 - U_{ABm}^2 - U_{BMm}^2}{2 U_{ABm} U_{BMm}} = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \quad [0,25pt]$$

C'est la résonance

Calcul de I_0 :

$$I_0 = \frac{U_{AMm}}{\sqrt{2} (R+R_1)} = 0,14 \text{ A} \quad [0,25pt]$$

4.2. Calcul de N_2 :

$$N_2 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = 162,5 \text{ Hz} \quad [0,5pt]$$

4.3. Calcul du coefficient de surtension :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R+R_1} = \frac{L}{(R+R_1)\sqrt{LC}} \approx 30,6 \quad [0,25pt]$$