

Premières C, D, E, TI

Eric Simo, Editeur

PHYSIQUE

Nouvelle Edition

Emmanuel Simo, Maurice Noumbissi

Avec 426 schémas d'illustration
et 170 exercices corrigés



Eric Simo, Msc.-Ing. TU-BS (Editeur)
An den Äckern 2
31224 Peine
Allemagne
kuateric@gmail.com

Physique Premières C, D, E, TI. Nouvelle Edition

Auteurs: Emmanuel Simo, Maître Es Sciences; Maurice Noumbissi, Maître Es Sciences (Cameroun)

Contributions: E. S. (Allemagne); F. W., J. T. (Cameroun); E. A. F. (Italie, R-U); T. v. P. (Pays-Bas); A. Z., L. S., I. D. (Ukraine); D. R., P. B. (Italie); M. B. (Zimbabwe); F. K. (Pakistan); A. K. (Russie); R. K. (Maroc)

Conception graphique des couvertures: R. A. (Bangladesh)

Thème artistique des couvertures 2017: Intelligence Artificielle

ISBN 978-3-947242-02-3 • Maison d'Edition SIMO • Bandjoun Brunswick Belfast Rotterdam • 2017

Sous réserve des exceptions légales, toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite, par quelque procédé que ce soit sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit, est illicite et constitue une contrefaçon sanctionnée par le Code de la Propriété Intellectuelle. En cas d'utilisation aux fins de vente, de location, de publicité ou de promotion, l'accord de l'auteur ou des ayants droit est nécessaire.

Site Internet: www.simo.education

Avant-propos

Vous avez choisi ce livre parce que vous avez un objectif à atteindre. C'est un instrument réellement utile et efficace pour aider les apprenants des **classes de premières scientifiques et techniques**, quel que soit leur niveau, à améliorer leurs performances en **physique**.

Inspirée de la pédagogie nouvelle, la conception de ce livre se fonde sur deux outils à savoir : le *cours* et les *exercices corrigés*.

Le cours a été conçu selon le projet pédagogique suivant :

- Une présentation claire parfaitement lisible qui permet de faciliter le travail de l'apprenant.
- Un enseignement expérimental : comme le programme le demande, l'exposé privilégie l'expérience. A chaque fois que cela est possible les notions sont présentées grâce à une expérience décomposée en un dispositif suivi d'observations. L'interprétation qui suit systématiquement ces expériences conduit aux définitions et aux grandes lois de la physique.
- Un cours bien structuré allant à l'essentiel : conforme aux contenus du programme, ce cours prépare aux compétences exigibles, mais en se limitant strictement aux notions qui doivent être étudiées. Nous l'avons donc voulu bref.

Les exercices résolus et commentés, soutenus par des *méthodes de résolution* permettent à l'apprenant d'acquérir l'esprit scientifique et les principaux modes de raisonnement qu'il devra savoir développer. C'est une bonne façon d'aborder les nombreux exercices de chaque chapitre. Dans le souci d'efficacité qui a fait le succès de cette édition, nous attirons votre attention dans les solutions proposées, sur la schématisation, la représentation graphique, le choix des notations, la conduite littérale et enfin l'application numérique.

Notons cependant qu'il ne sert à rien de lire à priori la solution d'un exercice, mais qu'il faut chercher cette solution après avoir lu l'énoncé en entier et ne consulter la solution proposée dans le livre que pour contrôler son propre résultat ou en cas d'hésitation.

Nous formons le vœu que cet ouvrage constitue un outil efficace pour les apprenants des **classes de premières scientifiques et techniques** et qu'il apporte à nos collègues professeurs l'aide qu'ils sont en droit d'attendre. Nous attendons avec plaisir toutes les remarques et suggestions.





Table des matières

1	Travail et puissance d'une force	1
1.1	Introduction	2
1.2	Le travail d'une force	2
1.2.1	Cas d'une force constante au cours d'un déplacement rectiligne de son point d'application	2
1.2.2	Travail d'une force constante au cours d'un déplacement quelconque de son point d'application	3
1.2.3	Travail d'une force de moment constant appliquée à un solide en mouvement de rotation autour d'un axe	3
1.3	Application : conservation du travail dans les machines simples	4
1.3.1	Exemples de machines simples	4
1.3.2	Conservation du travail dans une machine simple	4
1.3.3	Le rendement d'une machine simple	4
1.4	Notion d'énergie	4
1.4.1	L'unité SI d'énergie	5
1.4.2	Les diverses formes d'énergie	5
1.4.3	Conservation de l'énergie d'un système	5
1.5	La puissance d'une force	5
1.5.1	La puissance moyenne	5
1.5.2	La puissance instantanée	5
1.6	Enoncé des exercices et problèmes	6
1.7	Solutions des exercices et problèmes	8
2	Energie cinétique	13
2.1	Introduction	14
2.2	Energie cinétique d'un point mobile	14
2.3	Energie cinétique d'un solide en translation	14
2.4	Energie cinétique d'un solide en rotation	15
2.4.1	Cas d'un point	15
2.4.2	Cas d'un solide	15
2.4.3	Exemples de moment d'inertie	15
2.5	Généralisation : énergie d'un solide animé d'un mouvement quelconque	16
2.6	Théorème de l'énergie cinétique	16
2.7	Energie cinétique et choc	17
2.8	Enoncé des exercices et problèmes	19
2.9	Solutions des exercices et problèmes	21
3	Conservation de l'énergie mécanique	27
3.1	Introduction	28
3.2	Energie potentielle	28
3.2.1	Energie potentielle de pesanteur	28
3.3	Energie potentielle élastique	29
3.3.1	Mise en évidence de l'énergie potentielle élastique	29
3.3.2	Expression de l'énergie potentielle élastique	29
3.4	Energie mécanique totale d'un système	30
3.4.1	Propriétés de l'énergie mécanique totale d'un système	30
3.5	Conséquence de la conservation de l'énergie mécanique	30
3.6	Méthode de résolution	32
3.7	Enoncé des exercices et problèmes	32
3.8	Solutions des exercices et problèmes	37

II Table des matières

4	Production du courant continu	55
4.1	Expériences	56
4.1.1	Etude de deux chaînes de conducteurs contenant un électrolyte	56
4.1.2	La polarisation des électrodes d'un électrolyseur	56
4.2	Les piles	57
4.2.1	Une pile à dépolarisant : Pile Leclanché	57
4.2.2	Etude d'une pile impolarisable : la pile Daniell	58
4.3	Les accumulateurs	58
4.3.1	Le principe de l'accumulateur	58
4.3.2	Les caractéristiques d'un accumulateur	59
4.3.3	D'autres types d'accumulateurs	59
4.4	Enoncé des exercices et problèmes	60
4.5	Solutions des exercices et problèmes	61
5	Production du courant alternatif	63
5.1	Le champ magnétique	64
5.1.1	Les aimants	64
5.1.2	Le champ magnétique	64
5.1.3	Les lignes de champ. Le spectre magnétique	65
5.1.4	Le champ magnétique créé par un courant	65
5.2	Le flux magnétique	68
5.2.1	Le flux d'un vecteur champ magnétique a travers une surface	68
5.3	L'induction électromagnétique l'auto-induction	69
5.3.1	Mise en évidence expérimentale du phénomène d'induction électromagnétique	69
5.3.2	Le sens du courant induit : La loi de Lenz	70
5.3.3	La force électromotrice d'induction	70
5.3.4	Intensité du courant induit : Quantité d'électricité induite	71
5.3.5	Aspect énergétique du Phénomène d'induction	71
5.3.6	Auto-induction	71
5.3.7	Mise en évidence expérimentale du phénomène d'auto-induction	71
5.3.8	Méthode de résolution	72
5.4	Les Alternateurs	72
5.4.1	Production d'une force électromotrice alternative	72
5.4.2	Conversion d'énergie	74
5.4.3	Les propriétés générales du courant alternatif	74
5.4.4	Le redressement du courant alternatif	75
5.5	Enoncé des exercices et problèmes	76
5.6	Solutions des exercices et problèmes	82
6	Énergie électrique consommée dans une portion du circuit	95
6.1	Rappels	96
6.1.1	Loi d'Ohm	96
6.2	Puissance et énergie électriques dans un dipôle	97
6.2.1	Puissance	97
6.2.2	Energie électrique	97
6.3	Effet Joule	97
6.4	Puissance et énergie électrique consommée dans un conducteur ohmique : loi de Joule	97
6.4.1	Puissance et énergie électrique consommées	97
6.4.2	Conservation d'énergie	97
6.4.3	Bilan énergétique : loi de Joule	98
6.5	Bilan énergétique pour un récepteur électromoteur	98
6.5.1	Puissance	98
6.5.2	Bilan d'énergie et rendement	99

6.5.3	Quelques cas particuliers	99
6.6	Bilan énergétique pour un générateur	99
6.6.1	Bilan de puissance	99
6.6.2	Bilan d'énergie : rendement	100
6.6.3	Bilan énergétique d'un circuit	100
6.7	Enoncés des exercices et problèmes	101
6.8	Solutions des exercices et problèmes	105
7	Propagation de la lumière	113
7.1	La lumière et la vision	114
7.2	Les sources de lumière	114
7.3	Les récepteurs de lumière	114
7.4	Transmission de la lumière	114
7.5	Le mode de propagation de la lumière	115
7.6	Rayon lumineux – Faisceau lumineux	115
7.6.1	Rayon lumineux	115
7.6.2	Le faisceau lumineux	115
7.7	Le phénomène de diffraction	115
7.8	Les applications de la propagation rectiligne de la lumière	116
7.8.1	Les alignements optiques (ou "visées")	116
7.8.2	L'ombre et la pénombre	116
7.9	Enoncés des exercices et problèmes	117
7.10	Solutions des exercices et problèmes	118
8	La réflexion de la lumière	119
8.1	Introduction	120
8.2	Généralités et définitions	120
8.3	Les lois de la réflexion ou lois de Descartes pour la réflexion	120
8.4	La loi de retour inverse de la lumière	120
8.5	Le miroir plan	120
8.5.1	Définition et représentation	120
8.5.2	L'image d'un objet dans un miroir	121
8.6	Enoncés des exercices et problèmes	123
8.7	Solutions des exercices et problèmes	124
9	La réfraction de la lumière	127
9.1	Introduction	128
9.2	Les lois de la réfraction	128
9.2.1	Les lois de la réfraction	128
9.3	La notion d'indice de réfraction	128
9.3.1	Indice absolu	128
9.3.2	Une autre expression de la deuxième loi de Descartes de la réfraction	129
9.4	Conséquence de la deuxième loi de la réfraction	129
9.4.1	Notion de réfringence	129
9.4.2	Passage de la lumière d'un milieu transparent à un autre milieu transparent plus réfringent ($N_1 < N_2$) :	129
9.4.3	Passage de la lumière d'un milieu transparent à un autre milieu transparent moins réfringent : Réflexion totale	130
9.5	Enoncés des exercices et problèmes	132
9.6	Solutions des exercices et problèmes	134

10	Le prisme	139
10.1	Introduction	140
10.2	Expérience	140
10.2.1	Etude du prisme en milieu monochromatique	140
10.3	Enoncés des exercices et problèmes	141
10.4	Solutions des exercices et problèmes	141
11	Les lentilles sphériques minces	143
11.1	Introduction	144
11.2	Classification	144
11.3	Les conditions d'obtention d'images nettes : conditions de Gauss	144
11.4	Les foyers – Les plans focaux	145
11.4.1	Les foyers principaux	145
11.4.2	La distance focale	145
11.4.3	Les foyers secondaires. Les plans focaux	145
11.5	La marche d'un rayon lumineux à travers une lentille	146
11.5.1	Cas d'une lentille convergente	146
11.5.2	Cas d'une lentille divergente	147
11.6	La construction de l'image d'un objet	147
11.6.1	Cas d'une lentille convergente	147
11.6.2	Cas d'une lentille divergente	148
11.7	Les formules des lentilles minces (Formules de Descartes)	148
11.7.1	La formule de position (ou de conjugaison)	149
11.7.2	La formule de grandissement	149
11.8	Cas d'un objet à l'infini	149
11.9	La vergence des lentilles minces	149
11.9.1	L'expression de la vergence d'une lentille mince	150
11.9.2	La vergence d'un système de lentilles accolées	150
11.10	Enoncés des exercices et problèmes	151
11.11	Solutions des exercices et problèmes	154
12	L'œil réduit	161
12.1	Définition	162
12.2	L'œil réduit	162
12.3	L'accommodation	162
12.4	Acuité visuelle	162
12.5	Les défauts de l'accommodation	162
12.5.1	L'œil myope	163
12.5.2	L'œil hypermétrope	163
12.5.3	L'œil presbyte	163
12.6	Enoncés des exercices et problèmes	163
12.7	Solutions des exercices et problèmes	164
13	Etude de quelques instruments d'optique	167
13.1	Généralités	168
13.1.1	Rôle d'un instrument d'optique	168
13.1.2	La mise au point	168
13.1.3	La puissance d'un instrument d'optique	168
13.1.4	Grossissement d'un instrument d'optique	168
13.2	La Loupe	168
13.2.1	Le principe	168

13.2.2	La mise au point	168
13.2.3	Le grossissement	168
13.3	Le microscope	169
13.3.1	Le principe	169
13.3.2	La mise au point	169
13.3.3	La puissance	169
13.3.4	Le grossissement	169
13.4	La lunette astronomique	170
13.4.1	La mise au point	170
13.4.2	Le grossissement	170
13.5	Enoncé des exercices et problèmes	170
13.6	Solutions des exercices et problèmes	172
14	Sujets d'examen – Probatoire Physique – Séries C, E	179
14.1	Enoncé des sujets d'examen	180
14.1.1	Enoncé – Probatoire 2012	180
14.1.2	Enoncé – Probatoire 2013	181
14.1.3	Enoncé – Probatoire 2014	182
14.1.4	Enoncé – Probatoire 2015	184
14.1.5	Enoncé – Probatoire 2016	185
14.1.6	Enoncé – Probatoire 2017	186
14.2	Solution des sujets d'examen	187
14.2.1	Solution – Probatoire 2012	187
14.2.2	Solution – Probatoire 2013	188
14.2.3	Solution – Probatoire 2014	191
14.2.4	Solution – Probatoire 2015	193
14.2.5	Solution – Probatoire 2016	196
14.2.6	Solution – Probatoire 2017	198
15	Sujets d'examen – Probatoire Physique – Séries D, TI	199
15.1	Enoncé des sujets d'examen	200
15.1.1	Enoncé – Probatoire 2012	200
15.1.2	Enoncé – Probatoire 2013	200
15.1.3	Enoncé – Probatoire 2014	201
15.1.4	Enoncé – Probatoire 2015	202
15.1.5	Enoncé – Probatoire 2016	203
15.1.6	Enoncé – Probatoire 2017	204
15.2	Solution des sujets d'examen	204
15.2.1	Solution – Probatoire 2012	204
15.2.2	Solution – Probatoire 2013	206
15.2.3	Solution – Probatoire 2014	208
15.2.4	Solution – Probatoire 2015	210
15.2.5	Solution – Probatoire 2016	211
15.2.6	Solution – Probatoire 2017	214



Travail et puissance d'une force

1.1	Introduction	2
1.2	Le travail d'une force	2
1.2.1	Cas d'une force constante au cours d'un déplacement rectiligne de son point d'application	2
1.2.2	Travail d'une force constante au cours d'un déplacement quelconque de son point d'application	3
1.2.3	Travail d'une force de moment constant appliquée à un solide en mouvement de rotation autour d'un axe	3
1.3	Application : conservation du travail dans les machines simples	4
1.3.1	Exemples de machines simples	4
1.3.2	Conservation du travail dans une machine simple	4
1.3.3	Le rendement d'une machine simple	4
1.4	Notion d'énergie	4
1.4.1	L'unité SI d'énergie	5
1.4.2	Les diverses formes d'énergie	5
1.4.3	Conservation de l'énergie d'un système	5
1.5	La puissance d'une force	5
1.5.1	La puissance moyenne	5
1.5.2	La puissance instantanée	5
1.6	Enoncés des exercices et problèmes	6
1.7	Solutions des exercices et problèmes	8



1.1 Introduction

En physique, on dit qu'une force "travaille" lorsqu'elle participe au mouvement de l'objet auquel elle s'applique.

1.2 Le travail d'une force

1.2.1 Cas d'une force constante au cours d'un déplacement rectiligne de son point d'application

Une force \vec{F} est constante si sa droite d'action conserve la même direction, et si son sens et son intensité ne varient pas, au cours du temps.

Définition.

Le travail d'une force constante \vec{F} au cours d'un déplacement rectiligne $AB = l$ de son point d'application est égal au produit scalaire des vecteurs force et déplacement (Figure 1.1).

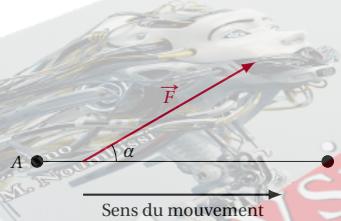


Figure 1.1

On écrit :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

avec $\alpha = (\vec{AB}, \vec{F})$.

1. Le travail est une grandeur algébrique

- si $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ alors $\cos \alpha > 0$ et l'expression $F \cdot AB \cdot \cos \alpha$ est positive. Donc $W > 0$. Le travail est dit moteur (Figure 1.1).

La force \vec{F} est dite motrice, car elle contribue au mouvement.

- si $\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$, alors $\cos \alpha < 0$ et l'expression $F \cdot AB \cdot \cos \alpha$ est négative. Donc $W < 0$. Le travail est dit résistant (Figure 1.2).

La force \vec{F} est dite résistante, car elle s'oppose au mouvement. (Figure 1.2)

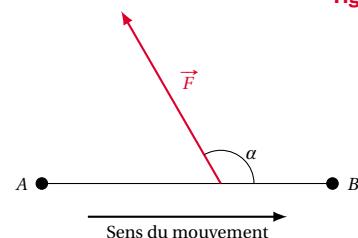


Figure 1.2

- Pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (la force \vec{F} est perpendiculaire au déplacement) alors $\cos \alpha = 0$ et l'expression $F \cdot AB \cdot \cos \alpha$ devient nul. Donc toute force dont le point d'application subit un déplacement perpendiculaire à sa droite d'action, effectue un travail nul (Figure 1.3).

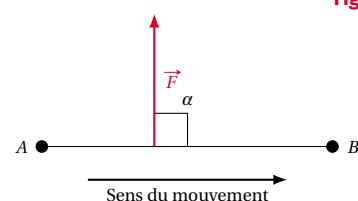


Figure 1.3

2. L'unité du travail

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = \vec{F} \cdot \vec{AB} \cdot \cos \alpha$$

Si nous prenons :

$$\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = 1$$

$$F = 1 \text{ N}$$

$$\text{et } AB = 1 \text{ m}$$

alors $W = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$ unité de travail.

Cette unité de travail dans le SI est le joule (symbole J)¹.

Le joule (J) est donc le travail produit par une force constante de 1 N dont le point d'application se déplace de 1 m dans sa propre direction.

1. Du nom du physicien britannique James Joule (1818–1889).

1.2. Le travail d'une force

1.2.2 Travail d'une force constante au cours d'un déplacement quelconque de son point d'application

Cas général

La force \vec{F} reste constante pendant le déplacement de A à A'. Quelque soit la trajectoire ((t) ou (t')) de ce mouvement (Figure 1.4), le travail de \vec{F} est le même et s'exprime par :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

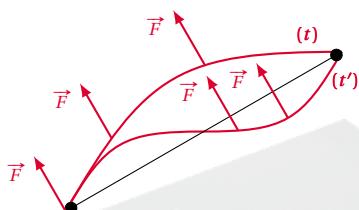


Figure 1.4

Ce travail ne dépend pas du chemin suivi, mais seulement du point de départ et du point d'arrivée.

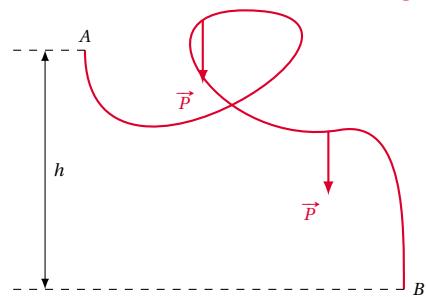
Cas particulier du poids

A l'échelle humaine, le poids \vec{P} d'un objet peut être considéré comme un vecteur constant.

Lorsque le centre de gravité de cet objet est déplacé d'un point A à un point A' le travail du poids \vec{P} ne dépend pas du chemin suivi, mais de la différence d'altitude h entre les points A et A'. Deux cas se présentent alors :

- Quand le corps se rapproche du sol (descente) son poids effectue un travail moteur (Figure 1.5)

$$W_{AB}(\vec{P}) = +P \cdot h$$

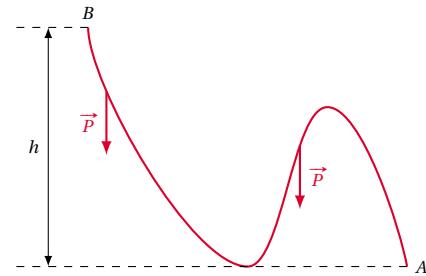


De A à B (descente), \vec{P} contribue au mouvement
 $W_{AB}(\vec{P}) = +P \cdot h$.

- Quand le corps s'éloigne du sol (élévation) son poids effectue un travail résistant (Figure 1.6)

$$W_{AB}(\vec{P}) = -P \cdot h$$

Figure 1.6



De A à B (montée) \vec{P} s'oppose au mouvement
 $W_{AB}(\vec{P}) = -P \cdot h$.

1.2.3 Travail d'une force de moment constant appliquée à un solide en mouvement de rotation autour d'un axe

Le travail d'une force de moment constant par rapport à l'axe de rotation [$M_{\Delta}(\vec{F})$], au cours d'une rotation d'un angle θ (Figure 1.7), est égale à :

$$W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \theta$$

θ est exprimé en radians (rad); M_{Δ} en newtons mètres (N m); W en joule (J).

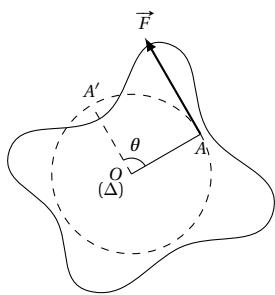


Figure 1.7

1.3.1 Exemples de machines simples

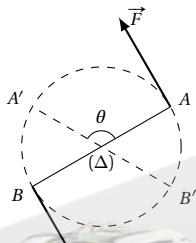
Elles sont très variées et nous ne citerons que quelques exemples étudiés en exercices : le plan incliné, la poulie fixe, la poulie mobile, le treuil, les leviers.

De même, le travail d'un couple de forces (\vec{F}, \vec{F}') de moment constant M , au cours d'une rotation d'un angle θ (Figure 1.8) est égal à :

$$W(C) = M \cdot \theta$$

θ en radian (rad); M en newtons mètres (N m); W en joule (J).

Figure 1.8



1.3 Application : conservation du travail dans les machines simples

Pour accomplir certaines tâches, soulever une charge par exemple, il faut exercer une force motrice capable de vaincre l'ensemble des forces résistantes.

Définition.

Une machine simple est un dispositif permettant de modifier les caractéristiques (droite d'action, sens, l'intensité) de la force motrice en vue de faciliter l'exécution de la tâche.

1.3.2 Conservation du travail dans une machine simple

Dans les conditions idéales suivantes :

- les mouvements sont :
 - soit infiniment lents pour être considérés comme une succession d'états d'équilibre;
 - soit à vitesse constante pour que le principe d'inertie (voir encadré ci-dessous) soit appliqué;
- les frottements sont négligeables, nous pouvons énoncer le principe de la conservation du travail.

Au cours du fonctionnement d'une machine simple indéformable, le travail moteur (travail de la force motrice) W_M est égal au travail résistant (travail de la force résistante) W_R

Enoncé 1.1: Principe d'inertie

Le centre d'inertie d'un système isolé ($\sum \vec{f} = \vec{0}$) est soit immobile ($\vec{V}_G = \vec{0}$) soit en mouvement rectiligne uniforme ($\vec{V}_G = \text{constante} \neq \vec{0}$).

Réciiproquement lorsque le centre d'inertie d'un système est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme, la somme des forces extérieures qui agissent sur lui est nulle ($\sum \vec{f} = \vec{0}$).

1.3.3 Le rendement d'une machine simple

En réalité, une machine simple ne peut fonctionner sans frottements ; il en résulte que le travail moteur W_M est toujours supérieur au travail résistant W_R .

On définit alors le rendement d'une machine simple par le rapport :

$$R = \frac{W_R}{W_M}$$

Ce rendement toujours inférieur à 1 (car $W_M > W_R$) caractérise la machine simple.

1.4. Notion d'énergie

1.4 Notion d'énergie

Définition.

On dit qu'un système possède de l'énergie quand il peut fournir du travail au milieu extérieur.

1.4.1 L'unité SI d'énergie

Dans le S.I., l'unité d'énergie est le joule (J).

1.4.2 Les diverses formes d'énergie

- **Energie mécanique.** L'énergie mécanique d'un système est sous deux formes :
 - **Energie potentielle.** C'est l'énergie que peut libérer ce système en modifiant les positions relatives de ses éléments. On distingue :
 - l'énergie potentielle de pesanteur d'un système objet-Terre;
 - l'énergie potentielle élastique d'un système élastique déformé.
 - **Energie cinétique.** C'est l'énergie que possède un système du fait de sa vitesse.
- **Energie électrique.** C'est l'énergie fournie par un générateur électrique (pile, batterie...).
- **Energie calorifique** (ou **thermique**). C'est la chaleur qu'on peut transformer partiellement en travail dans les moteurs thermiques ou les moteurs à explosion.
- **Energie rayonnante.** C'est par exemple l'énergie solaire.
- **Energie chimique.** C'est l'énergie fournie au cours d'une réaction chimique.
- **Energie nucléaire.** C'est l'énergie libérée au cours des réactions affectant les noyaux des atomes (réactions nucléaires)

1.4.3 Conservation de l'énergie d'un système

L'énergie ne peut ni se perdre, ni se créer. Il y a seulement des transformations d'énergie en d'autres formes d'énergie.

Par exemple, une machine simple restitue le travail

moteur (énergie mécanique) reçu en fournissant du travail (énergie mécanique) à la charge.

Les autres machines (par exemple les moteurs) consomment de l'énergie électrique ou thermique avant de fournir du travail.

Le travail apparaît ainsi comme un mode de transfert d'énergie.

1.5 La puissance d'une force

Deux machines peuvent fournir le même travail pendant des durées différentes : la plus rapide est dite la plus puissante, c'est-à-dire qu'elle fournit le plus grand travail par unité de temps.

Cette idée introduit la notion de puissance qui relie à un travail la durée mise pour effectuer ce travail.

1.5.1 La puissance moyenne

Définition.

C'est le quotient du travail W de la force par la durée t mise pour l'effectuer.

$$P = \frac{W}{t}$$

Unité SI de puissance

Dans le système international, l'unité de puissance est le Watt (W). Cette unité est moins utilisée que certains de ses multiples dont :

- le kilowatt; $1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$;
- le mégawatt; $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$.

Dans l'industrie on emploie encore le cheval (ch) $1 \text{ ch} \approx 750 \text{ W}$.

1.5.2 La puissance instantanée

Cas d'un solide en mouvement de translation

Pour une force \vec{F} appliquée à un solide en translation de vitesse \vec{v} à un instant t , la puissance de \vec{F} à cet instant est :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- P en watt (W);
- F en newton (N);
- v en mètre/seconde (m s^{-1}).

Remarque.

Si \vec{F} est constante et le mouvement de translation uniforme ($\vec{v} = \text{constante}$),

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{F} \cdot \frac{\overrightarrow{AA'}}{t} = \frac{\vec{F} \cdot \overrightarrow{AA'}}{t} = \frac{W}{t}$$

Cas d'un solide en rotation autour d'un axe (Δ)

Soit une force \vec{F} de moment $M_{\Delta}(\vec{F})$, appliquée en un point A d'un solide mobile autour d'un axe (Δ). Si ω est la vitesse angulaire du solide à l'instant t , la puissance de \vec{F} à cet instant est :

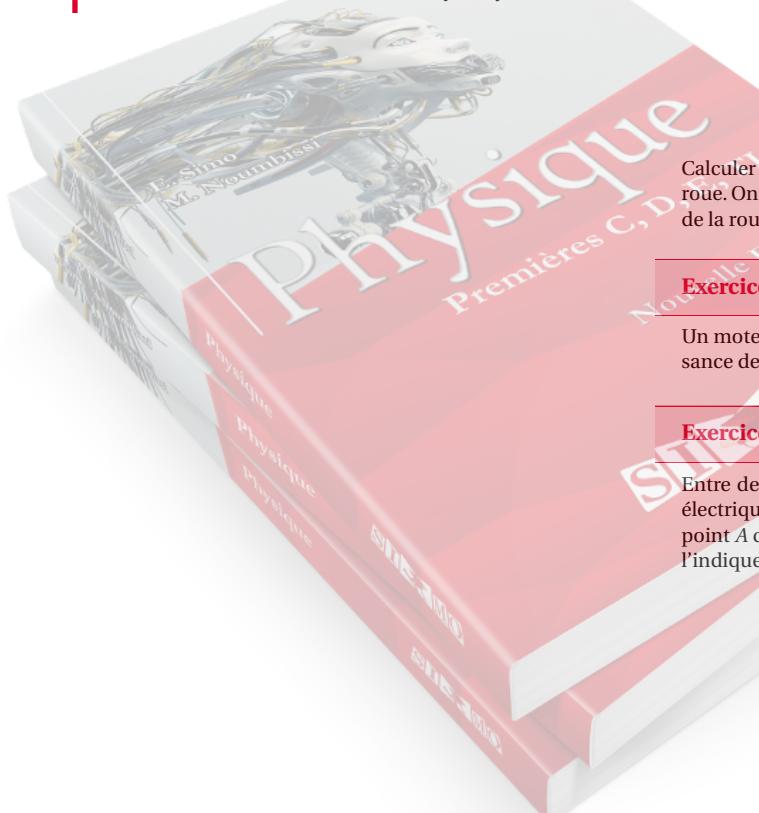
$$P = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \omega$$

- P en watts (W);
- M_{Δ} en newtons mètre (N m);
- ω en radian par seconde (rad s^{-1}).

Remarque.

Si \vec{F} est constante et le mouvement de M_{Δ} rotation uniforme,

$$P = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \omega = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \frac{\theta}{t} = \frac{W}{t}$$

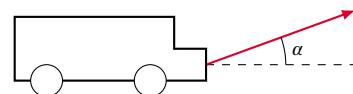


1.6 Enoncé des exercices et problèmes

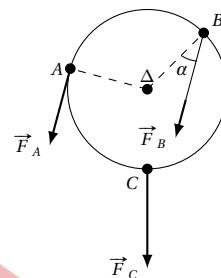
Exercice 1.

Un Jouet d'enfant est constitué d'un camion en miniature. Jacques tire sur ce camion posé sur un plan horizontal par l'intermédiaire d'une ficelle avec une force \vec{F} d'intensité 3 N. La ficelle fait un angle $\alpha = 20^\circ$ avec l'horizontale. Calculer, au cours d'un déplacement de 4 m du camion,

- 1.1. le travail de la force \vec{F} ;
- 1.2. le travail du poids \vec{F} du camion.

**Exercice 2.**

Une roue verticale est mobile autour d'un axe horizontal (Δ). Elle est soumise à trois forces \vec{F}_A , \vec{F}_B , \vec{F}_C situées dans son plan ainsi que l'indique la figure.



Calculer le travail de chacune de ces forces en 2 tours de roue. On donne : $\vec{F}_A = 2\text{N}$; $\vec{F}_B = 1\text{N}$; $\vec{F}_C = 2,5\text{N}$; rayon de la roue : 20 cm.

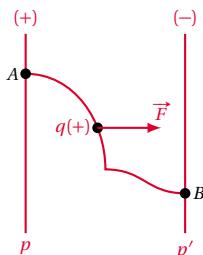
Exercice 3.

Un moteur, tournant à 3600 tr/mn, développe une puissance de 9 kW. Quel est le moment du couple moteur?

Exercice 4.

Entre deux plateaux chargés, P et P' , règne un champ électrique. Une charge électrique q est déplacée entre le point A du plateau P et le point B du plateau p' comme l'indique la figure.

1.6. Enoncés des exercices et problèmes



Elle est soumise à une force électrique \vec{F} , perpendiculaire aux plateaux et d'intensité $F = 1,5 \times 10^{-8} \text{ N}$. Calculer le travail de cette force si la distance entre les deux plateaux est $d = 20 \text{ cm}$.

Exercice 5.

Une charge de masse $m = 50 \text{ kg}$ est élevée d'une hauteur h de deux façons différentes. On la soulève d'abord verticalement puis en la tirant sur un plan incliné d'angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. Dans les deux cas, le mouvement est rectiligne uniforme. Sur le plan incliné, on néglige les frottements et la corde de traction reste parallèle au plan incliné.

On prend $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$ et $h = 5 \text{ m}$

5.1. Dans les deux cas, calculer le travail effectué par chaque force extérieure à la charge. Conclure.

5.2. Quel est alors l'intérêt du plan incliné ?

Exercice 6.

Paul, au balcon du premier étage d'un immeuble, veut lancer deux bonbons à Ali qui se trouve dans la cour. Il lâche le premier bonbon qui tombe en chute libre. Le second bonbon est d'abord lancé vers le haut. Comparer, dans les deux cas, le travail du poids du bonbon entre le point de lancement et le point d'arrivée.

Exercice 7.

Une voiture de masse 1 tonne monte à la vitesse de 90 km h^{-1} une côte de 5%. Les résistances équivalent à une force parallèle au déplacement et d'intensité 300 N.

7.1. Faire le bilan des forces appliquées à la voiture.
7.2. Calculer la puissance de la force motrice.
7.3. Calculer le travail de toutes les forces pour un déplacement de 2 km. $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$.

Exercice 8.

On veut soulever une charge de masse 75 kg à l'aide d'un treuil dont le cylindre a un diamètre de 20 cm et la manivelle une longueur de 1 m.

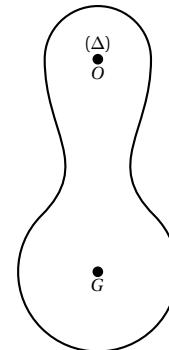
- 8.1.** Combien faut-il faire de tours de manivelle pour monter la charge de 10 m?
8.2. Quelle force faut-il exercer perpendiculairement à la manivelle pour faire monter la charge d'un mouvement rectiligne uniforme?
8.3. Quel est le travail de cette force lorsque la charge monte de 10 m?

8.4. Sachant que la puissance de cette force est 75 W, combien de temps dure l'ascension?

8.5. On remplace la manivelle par un moteur qui tourne à 8 tr/s. Quelle est sa puissance? Quel est l'avantage du moteur?

Exercice 9.

Un pendule pesant est un solide mobile autour d'un axe ne passant pas par son centre de gravité. L'axe (Δ) est perpendiculaire au plan de la figure.



9.1. Quel est le travail du poids du pendule lorsqu'on l'écarte d'un angle de sa position d'équilibre?

9.2. Un pendule pesant est constitué d'une tige AB de masse négligeable, aux extrémités de laquelle on a soudé deux boules de dimensions négligeables et de masses $m_A = 200 \text{ g}$ et $m_B = 100 \text{ g}$. La longueur de la tige est $l = 30 \text{ cm}$. L'axe (Δ) est perpendiculaire à la tige en un point O tel que $OB = 10 \text{ cm}$. Représenter la tige dans sa position d'équilibre. Calculer le travail du poids du pendule lorsqu'on écarte la tige de 45° de sa position d'équilibre.

Exercice 10.

Sachant que la puissance moyenne du manœuvre qui actionne un treuil simple est 0,1 ch et que le rendement du treuil vaut 0,9. On demande :

- 10.1.** La hauteur dont s'élève la charge, par minute quand cette charge a une masse de 60 kg, $g = 9,81 \text{ N kg}^{-1}$.
10.2. La vitesse de rotation en tours par minute du cylindre du treuil (rayon du cylindre $r = 5 \text{ cm}$).
10.3. L'intensité F de la force qu'exerce le manœuvre, perpendiculairement à la manivelle dont la longueur est de 30 cm.

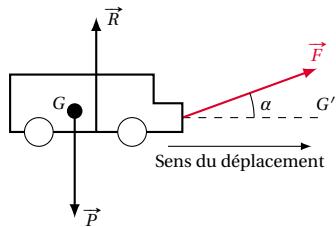
1.7 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 6)

Calcul du travail des forces \vec{F} et \vec{P} .

Le système étudié est le camion.

Bilan des forces agissant sur le camion.



- le poids \vec{F} du camion appliquée en son centre de gravité.
- la force de traction \vec{F} qui fait avec l'horizontal un angle avec l'horizontal.
- la réaction \vec{R} du plan horizontal.

Le travail de la force de traction \vec{F} est donnée par :

$$W_{AA'}(\vec{F}) = F \cdot AA' \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{AA'}) = F \cdot AA' \cdot \cos \alpha$$

$$\text{A.N. } F = 3 \text{ N; } AA' = 4 \text{ m; } \alpha = 20^\circ; \\ W_{AA'}(\vec{F}) = 3 \cdot 4 \cdot \cos 20^\circ = 11,27 \text{ J.}$$

Travail du poids \vec{P} .

Le déplacement du camion étant de 4 m, on a $GG' = 4 \text{ m}$.

$$W_{GG'}(\vec{P}) = P \cdot GG' \cdot \cos(\vec{P}, \overrightarrow{GG'})$$

$$\text{avec } (\vec{P}, \overrightarrow{GG'}) = \frac{\pi}{2}$$

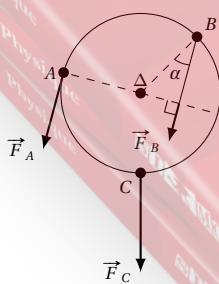
$$\text{A.N. } W_{GG'}(\vec{P}) = 0, \text{ car } \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

Remarque: Le poids \vec{P} étant perpendiculaire au déplacement, son travail est nul. $W_{GG'}(\vec{P}) = 0$.

Solution 2. (p. 6)

Calcul du travail des forces d'intensité

$$\vec{F}_A = 2 \text{ N} \quad \vec{F}_B = 1 \text{ N} \quad \vec{F}_C = 2,5 \text{ N}$$



Pour une rotation de la roue $\theta = 2$ tours, le travail de cha-

cune de ces forces est donné par les relations suivantes :

$$W(\vec{F}_A) = M_\Delta(\vec{F}_A) \cdot \theta$$

$$W(\vec{F}_B) = M_\Delta(\vec{F}_B) \cdot \theta$$

$$W(\vec{F}_C) = M_\Delta(\vec{F}_C) \cdot \theta$$

La force \vec{F}_A est située dans un plan perpendiculaire à l'axe (Δ), son moment par rapport à (Δ) est :

$$M_\Delta(\vec{F}_A) = F_A \cdot OA \rightarrow W(\vec{F}_A) = F_A \cdot OA \cdot \theta$$

$$\text{A.N. } \vec{F}_A = 2 \text{ N; } OA = R = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m; } \\ \theta = 2 \text{ tours} = 2 \cdot 2 \cdot \pi = 4 \cdot 3,14 \text{ rad}$$

$$W(\vec{F}_A) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3,14 = 5,024 \text{ J}$$

La droite d'action de la force \vec{F}_C rencontre l'axe (Δ). Son moment par rapport à l'axe (Δ) est par conséquent nul.

$$W(\vec{F}_C) = 0$$

Le moment de la force \vec{F}_B par rapport à l'axe (Δ) est donné par :

$$M_\Delta(\vec{F}_B) = F_B \cdot OB'$$

$$\text{avec } OB' = OB \sin \alpha$$

$$\rightarrow W(\vec{F}_B) = F_B \cdot OB \cdot (\sin \alpha) \cdot \theta$$

$$\text{A.N. } F_B = 1; OB = R = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m; } \\ \theta = 2 \text{ tours} = 2 \cdot 2 \cdot \pi = 4 \cdot 3,14 \text{ rad; } \alpha = 30^\circ$$

$$W(\vec{F}_B) = 1 \cdot 0,2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot \sin 30^\circ = 1,25 \text{ J}$$

Solution 3. (p. 6)

La puissance P du moteur est définie par la relation : $P = M \cdot \omega$ (ω = vitesse angulaire en rad s^{-1}) d'où :

$$M = \frac{P}{\omega}$$

$$\text{A.N. } P = 9 \text{ kW} = 9000 \text{ W; }$$

$$N = 3600 \text{ tours/min} = \frac{3600 \cdot 2 \cdot \pi}{60} = 376 \text{ rad s}^{-1}$$

$$M = \frac{9000}{376,8} = \text{N m}$$

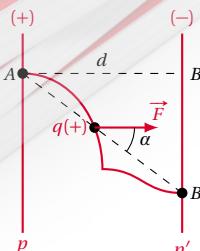
Solution 4. (p. 6)

Le travail de la force \vec{F} entre les A et B est donné par :

$$W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{AB})$$

$$(\vec{F}, \overrightarrow{AB}) = \alpha$$

d étant la distance entre les deux plateaux, considérons le triangle rectangle $AB'B$ rectangle en B' .



1.7. Solutions des exercices et problèmes

On a :

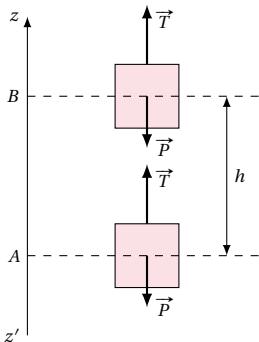
$$d = AB \cdot \cos \alpha \quad \rightarrow AB = \frac{d}{\cos \alpha}$$

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}) &= \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cos(\vec{F}, \vec{AB}) \\ &= F \cdot \frac{d}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = F \cdot d \\ W_{AB}(\vec{F}) &= F \cdot d = 1,5 \times 10^{-8} \cdot 20 \times 10^{-2} = 3 \times 10^{-9} \text{ J} \end{aligned}$$

Solution 5. (p. 7)

Le système étudié est la charge de masse m .

Premier cas.



Les forces extérieures qui agissent sur la charge sont :

- le poids \vec{P} ;
- la tension \vec{T} du fil.

La charge étant animé d'un mouvement rectiligne uniforme, la somme des forces extérieures qui agissent sur la charge est nulle (principe d'inertie).

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{O}$$

Nous déduisons que :

$$T = P = mg$$

Le travail de la tension est,

$$W(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \vec{AB} = T \cdot AB \cos \vec{T}, \vec{AB} = T \cdot AB \cos 0^\circ$$

$$AB = h$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$W(\vec{T}) = T \cdot h = m \cdot g \cdot h = 2500 \text{ J}$$

Le travail du poids est :

$$W_{GG'}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{GG'}$$

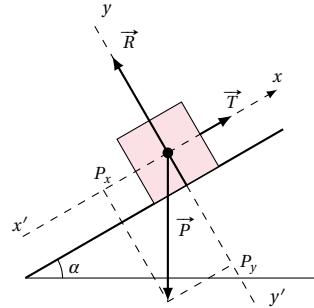
(avec $GG' = h$)

$$W_{GG'}(\vec{P}) = -P \cdot h$$

car P est opposé au mouvement.

$$W_{GG'}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot h = -2500 \text{ J}$$

Deuxième cas.



Les forces extérieures qui agissent sur la charge sont :

- le poids \vec{P} de la charge appliquée au centre de gravité de la charge de droite d'action verticale et orienté vers le bas;
- la tension \vec{T} du fil appliquée au point d'attache sur la charge de droite d'action parallèle au plan incliné et orienté vers le haut;
- la réaction \vec{R} du support qui, en absence de frottements est perpendiculaire au plan incliné.

La charge étant animé d'un mouvement rectiligne uniforme, la somme des forces extérieures est nulle (principe d'inertie).

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{O}$$

La projection de cette relation sur deux axes $x'x$ et $y'y$ donne :

$$\text{suivant } x'x : -P \sin \alpha + T = 0 \rightarrow T = P \sin \alpha$$

$$\text{suivant } y'y : -P \cos \alpha + R = 0 \rightarrow R = P \cos \alpha$$

Les travaux de la réaction, de la tension et du poids sont respectivement :

$$W(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = 0$$

car $(\vec{R}, \perp \vec{AB})$

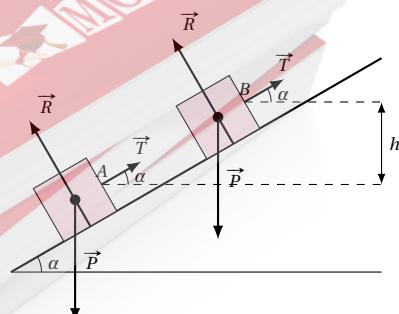
$$W_{AB}(\vec{T}) = \vec{T} \cdot \vec{AB} = T \cdot AB \cos(\vec{T}, \vec{AB})$$

$$\text{Avec } AB = \frac{h}{\sin \alpha}; (\vec{T}, \vec{AB}) = 0^\circ; \cos 0^\circ = 1.$$

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{T}) &= T \cdot \frac{h}{\sin \alpha} \\ &= P \cdot \sin \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = m \cdot g \cdot h = 2500 \text{ J} \end{aligned}$$

$$W(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{GG'} = -P \cdot h = -2500 \text{ J}$$

En effet la charge s'éloigne du sol. Son poids effectue un travail résistant.



On peut conclure :

- En mouvement rectiligne uniforme, la somme des travaux des forces extérieures est nulle. En effet, dans le premier cas

$$W(\vec{P}) + W(\vec{T}) = -2500 + 2500 = 0 \text{ J}$$

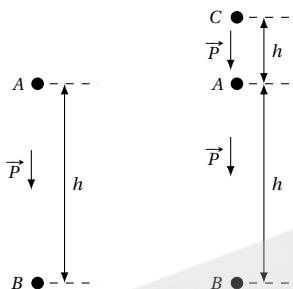
dans le second cas

$$W(\vec{P}) + W(\vec{T}) + W(\vec{R}) = -2500 + 2500 = 0 \text{ J}$$

- Il faut fournir le même travail sur le plan incliné qu'en soulevant la charge verticalement.
- Bien que le travail à fournir soit le même, la force de traction à exercer ($P \cdot \sin \alpha$) sur la corde est plus faible avec le plan incliné. Car la pente supporte une partie de la charge. Le plan incliné permet donc de réduire l'effort à fournir par l'homme pour soulever une charge.

Solution 6. (p. 7)

Travail du poids du bonbon.



Premier cas. Système étudié : le bonbon. Au cours de son mouvement, le bonbon est soumis à la seule action de son poids. Soit A le point de départ du bonbon et B son point d'arrivée au sol. Dans ce cas, le bonbon se rapproche du sol, son poids effectue un travail moteur.

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \cdot h$$

Deuxième cas. Le système étudié est toujours le bonbon. Il est soumis à une seule force, son poids. Ce bonbon arrive au sol après avoir fait détour vers le haut. Soit C le point atteint par le bonbon lorsqu'il est lancé vers le haut. Le travail effectué par le poids de ce bonbon pour atteindre le sol est :

$$W_{AB}(\vec{P}) = W_{AC}(\vec{P}) + W_{CB}(\vec{P}) \quad (\text{S1.1})$$

$$W_{AC}(\vec{P}) = -P \cdot h \quad (\text{monté})$$

$$W_{CB}(\vec{P}) = +P(h' + h) \quad (\text{descente})$$

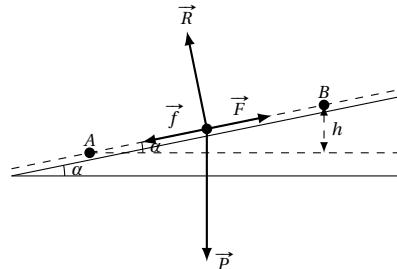
l'équation (S1.1) devient

$$W_{AB}(\vec{P}) = -P \cdot h' + P \cdot h' + P \cdot h = P \cdot h$$

le poids des deux bonbons effectue le même travail ($P \cdot h$) en suivant les deux trajets. Nous concluons que le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi mais seulement du point de départ et du point d'arrivée.

Solution 7. (p. 7)

Système étudié : la voiture.



7.1. Inventaire des forces appliquées à la voiture

- le poids \vec{P} de la voiture appliqué à son centre de gravité de droite d'action verticale et orienté vers le bas;
- la force motrice \vec{F} que nous représenterons parallèle au plan incliné;
- la réaction \vec{R} du sol perpendiculaire au plan;
- la force de frottement \vec{f} parallèle au plan de sens opposé au mouvement.

7.2. Puissance de la force motrice : la voiture monte à vitesse constante; son mouvement est alors rectiligne uniforme, et la somme vectorielle des forces extérieures agissant sur elle est nulle (principe d'inertie).

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{O}$$

La projection de cette relation sur l'axe $x'x$ donne : suivant xx' :

$$-P \sin \alpha + F - f = 0$$

$$\rightarrow F = P \sin \alpha + f$$

$$P = F \cdot V = (P \sin \alpha + f) \cdot V$$

$$= (m \cdot g \cdot \sin \alpha + f) \cdot V$$

A.N. $m = 1t = 1000\text{kg}$; $g = 10\text{N kg}^{-1}$; $f = 300\text{N}$; pente = $5\% = \sin \alpha$;

$$V = 90\text{ km h}^{-1} = \frac{9000}{3600} = \text{ms}^{-1}$$

$$P = (1000 \cdot 10 \cdot 0,05 + 300) \cdot 25 = 20000\text{W}$$

$$= 20\text{kW}$$

7.3. Calcul du travail de toutes les forces appliquées à la voiture pour un déplacement de 2 km.

Soient A et B deux points de la côte tel que $d(AB) = 2\text{ km}$

$$W(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

car $(\vec{R}, \perp \overrightarrow{AB})$

$$W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{AB})$$

or

$$(\vec{F}, \overrightarrow{AB}) = 0^\circ$$

$$\rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$W(\vec{F}) = R \cdot AB = (P \sin \alpha + f) \cdot AB$$

$$= 800 \cdot 2000 = 16 \times 10^5 \text{J}$$

$$W(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = -P \cdot h = -P \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$W(\vec{P}) = -1000 \cdot 10 \cdot 0,05 \cdot 2000 = -10^6 \text{J}$$

1.7. Solutions des exercices et problèmes

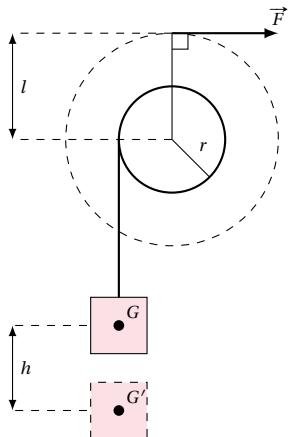
En effet la voiture s'éloigne du sol. Son poids effectue un travail résistant.

$$\begin{aligned} W(\vec{f}) &= \vec{P} \cdot \vec{AB} = -f \cdot AB \\ &= -300 \cdot 2000 = 6 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

La force de frottement s'oppose au mouvement. Elle effectue un travail résistant.

Solution 8. (p. 7)

8.1. Nombre de tours de manivelle nécessaires pour faire monter la charge de $h = 10 \text{ m}$.

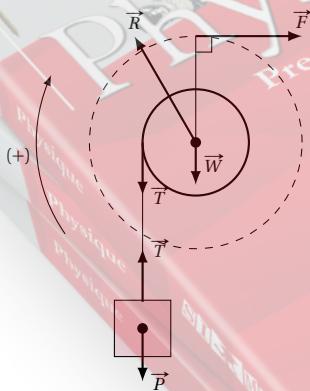


A chaque tour de la manivelle, la corde s'enroule sur le cylindre d'une longueur $l_1 = 2 \cdot \pi \cdot r$. La charge remonte d'une hauteur $h_1 = l_1 = 2 \cdot \pi \cdot r$. Pour n tours de la manivelle, la charge remonte d'une hauteur h telle que :

$$\begin{aligned} h &= n \cdot h_1 = n \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \\ \rightarrow n &= \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot r} \end{aligned}$$

A.N. $h = 10 \text{ m}$; $r = \frac{d}{2} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$; $n = 15,92 \text{ tours}$.

8.2. Détermination de l'intensité de la force à appliquer perpendiculairement à la manivelle.



Système étudié le treuil. Inventaire des forces agissant sur le treuil :

- le poids \vec{W} du treuil;
- la tension \vec{T} de la corde qui soutient la charge appli-

quée tangentiellement au cylindre du treuil;

- la force motrice \vec{F} appliquée perpendiculairement à la manivelle du bras du treuil;
- la réaction \vec{R} de l'axe du treuil.

Au cours de sa montée, la charge est animée d'un mouvement rectiligne uniforme. D'après le principe d'inertie, on a :

$$M_{\Delta}(\vec{W}) + M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{T}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0 \quad (\text{S1.1})$$

En choisissant le sens du mouvement des aiguilles d'une horloge comme le sens positif de rotation du treuil, on a :

$$M_{\Delta}(\vec{T}) = -T \cdot r$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot l$$

$$M_{\Delta}(\vec{R}) = M_{\Delta}(\vec{W}) = 0$$

\vec{R} et \vec{W} rencontrent l'axe (Δ).

L'équation (S1.1) devient :

$$F \cdot l - T \cdot r = 0$$

avec $T = T' = P = m \cdot g$.

$$\begin{aligned} F &= \frac{m \cdot g \cdot r}{l} \\ &= \frac{75 \cdot 9,8 \cdot 0,1}{1} = 73,5 \text{ N} \end{aligned}$$

8.3. Travail de la force \vec{F}

$$W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \alpha$$

$$\alpha = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot l$$

$$W(\vec{F}) = F \cdot l \cdot 2\pi \cdot n$$

A.N. $F = 73,5 \text{ N}$; $l = 1 \text{ m}$; $n = 15,92 \text{ tours}$; $W(\vec{F}) = 73,5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 15,92 = 7348,35 \text{ J}$.

8.4. Calcul du temps mis pour soulever la charge.

Soit P la puissance développée par la force \vec{F} durant la montée de la charge.

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t} \\ \rightarrow t &= \frac{W}{P} = \frac{7348,35}{75} = 98 \text{ s} \end{aligned}$$

8.5. Calcul de la puissance du moteur

Soit $N = 8 \text{ tours/s}$ la vitesse de rotation du moteur. Pour effectuer le même travail ($W = 7348,35 \text{ J}$), le moteur effectue $n = 15,92 \text{ tours}$ en une durée t' telle que :

$$\begin{aligned} n &= N \cdot t' \\ \rightarrow t' &= \frac{n}{N} \end{aligned}$$

La puissance P' du moteur est :

$$\begin{aligned} P' &= \frac{W}{t'} = \frac{W \cdot N}{n} \\ &= \frac{7348,35 \cdot 8}{15,92} = 3692,6 \text{ W} \end{aligned}$$

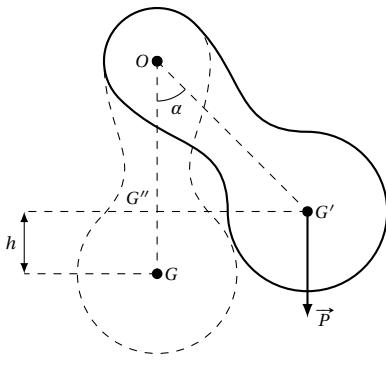
Le moteur effectue le même travail en une durée plus courte

Solution 9. (p. 7)

Système étudié : le pendule. Il est soumis à l'action de son poids et à la réaction de l'axe de rotation (Δ). De G à G' , le travail développé par le poids du pendule est un travail résistant, donné par l'expression :

$$W = -P \cdot h$$

avec $P = m \cdot g$ où m est la masse du pendule. Pour calculer h , considérons le triangle $OG'G''$ rectangle en G'' .



$$OG'' = OG' \cdot \cos \alpha$$

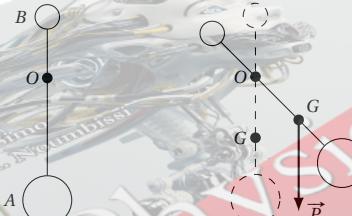
avec $OG' = OG$

$$h = OG - OG'' = OG - OG \cdot \cos \alpha$$

D'où $h = OG(1 - \cos \alpha)$. L'expression du travail devient alors :

$$W = -m \cdot g \cdot OG(1 - \cos \alpha) \quad (\text{S1.1})$$

Représentation de la tige dans sa position d'équilibre.



Calcul du travail de ce pendule pour $\alpha = 45^\circ$.

D'après l'équation (S1.1), le travail d'un pendule pesant dépend de la position de son centre de gravité par rapport à son axe de rotation. Déterminons alors la position du centre de gravité du pendule ainsi constitué par rapport à son axe de rotation. La masse de la tige étant négligeable, le centre de gravité du pendule est donné par le barycentre des points A et B affectés respectivement des coefficients m_A (masse fixée en A) et m_B (masse fixée en B). La relation barycentrique est :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_A \cdot \overrightarrow{OA} + m_B \cdot \overrightarrow{OB}}{m_A + m_B}$$

Projetons cette relation barycentrique sur l'axe $x'x$ orienté vers le point A et dont l'origine est le point O . On a :

$$OG = \frac{m_A \cdot OA - m_B \cdot OB}{m_A + m_B}$$

$$OG = 10 \text{ cm}$$

L'expression du travail du poids du pendule devient :

$$W(\vec{P}) = P \cdot OG \cdot (1 - \cos \alpha)$$

avec $P = (m_A + m_B)$

$$W(\vec{P}) = (m_A + m_B) \cdot g \cdot OG \cdot (1 - \cos \alpha)$$

A.N. $m_A = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$; $m_B = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$; $OG = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$; $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$; $\alpha = 45^\circ$.

$$W(\vec{P}) = (0,2 + 0,1) \cdot 10 \cdot 0,1 \cdot (1 - \cos 45^\circ) \\ \approx 0,09 \text{ J}$$

Solution 10. (p. 7)**10.1. Calcul de la hauteur h .**

Quand la charge s'élève du sol d'une hauteur h , son poids effectue un travail résistant W_r tel que :

$$W_r = -P \cdot h = -m \cdot g \cdot h$$

En désignant par P_m la puissance du manœuvre, le travail moteur correspondant est :

$$P_m = \frac{W_m}{t} \\ \rightarrow W_m = P_m \cdot t$$

R étant le rendement, du treuil on a :

$$R = \frac{W_r}{W_m} = \frac{m \cdot g \cdot h}{P_m \cdot t} \\ \rightarrow \frac{R \cdot P_m \cdot t}{m \cdot g}$$

A.N. $P_m = 0,1 \text{ ch} = 0,1 \cdot 750 = 75 \text{ W}$; $R = 0,9$; $m = 60 \text{ kg}$; $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

$$h = \frac{0,9 \cdot 0,1 \cdot 750 \cdot 60}{60 \cdot 9,81} = 6,88 \text{ m}$$

10.2. Calcul de la vitesse de rotation N du cylindre du treuil.

Soit n le nombre de tours effectué par le cylindre du treuil pendant l'élévation h de la charge.

Pour 1 tour $h_1 = 2 \cdot \pi \cdot r$ (périmètre du cylindre du treuil)

pour n tours $h = 2 \cdot n \cdot \pi \cdot r \rightarrow n = \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot r}$.

$$N = \frac{n}{t} = \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot t}$$

$$N = \frac{6,74}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,05 \cdot 1} = 21,46 \text{ tours/min}$$

10.3. Calcul de l'intensité F de la force qu'exerce le manœuvre.

En appliquant le théorème des moments au treuil nous avons :

$$F \cdot l - P \cdot r = 0$$

$$\rightarrow F = \frac{P \cdot r}{l}$$

$$F = \frac{60 \cdot 9,81 \cdot 0,05}{0,3} = 9,81 \text{ N}$$

Energie cinétique

2.1	Introduction	14
2.2	Energie cinétique d'un point mobile	14
2.3	Energie cinétique d'un solide en translation	14
2.4	Energie cinétique d'un solide en rotation	15
2.4.1	Cas d'un point	15
2.4.2	Cas d'un solide	15
2.4.3	Exemples de moment d'inertie	15
2.5	Généralisation : énergie d'un solide animé d'un mouvement quelconque	16
2.6	Théorème de l'énergie cinétique	16
2.7	Energie cinétique et choc	17
2.8	Enoncés des exercices et problèmes	19
2.9	Solutions des exercices et problèmes	21



2.1 Introduction

On dit qu'un système possède de l'énergie, si ce système peut fournir du travail. Bien qu'il existe plusieurs formes d'énergie, dans ce chapitre, nous nous intéressons à la forme la plus évidente : celle liée au mouvement, appelée **énergie cinétique** (du grec *kinētikos* qui veut dire mobile)

- Pour enfoncer un clou, on utilise un marteau auquel on communique une vitesse. La profondeur à laquelle le clou s'enfonce dépend de la vitesse. On dit que le marteau possède de l'énergie cinétique.
- Une voiture qui est brusquement arrêtée dans son mouvement par un obstacle est sérieusement endommagée. Les dégâts dépendent de sa vitesse avant le choc. On dit qu'avant le choc, la voiture possédait de l'énergie cinétique.

Nous pouvons alors définir l'énergie cinétique (en abrégé E_c). L'énergie cinétique d'un système correspond au travail que peut fournir ce système du fait de sa vitesse. Cette énergie cinétique dépend de la masse et surtout de la vitesse du système.

2.2 Energie cinétique d'un point mobile

Par définition, l'énergie cinétique d'un point matériel de masse m_i et de vecteur vitesse \vec{v}_i est :

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Dans cette expression, m est exprimé en kilogramme, et v est exprimé en m s^{-1} . L'unité de l'énergie cinétique est le joule (J). L'énergie cinétique est une grandeur toujours positive.

Exercice

Un objet assimilé à un point matériel de masse m est lancé à la vitesse v . Complétons le tableau ci-dessous :

	masse	vitesse	Energie cinétique
1	$m = 20 \text{ g}$	$v = 180 \text{ km h}^{-1}$?
2	$m' = 2m$	$v' = v$?
3	$m'' = m$	$v'' = 2v$?

Quelle conclusion pouvons-nous tirer ?

Solution

1. L'énergie cinétique d'un point mobile en translation est :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{A.N. } m = 20 \text{ g} = 20 \times 10^{-3} \text{ kg;}$$

$$v = 180 \text{ km h}^{-1}$$

$$= \frac{180000}{3600} = 50 \text{ m s}^{-1}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 20 \times 10^{-3} \cdot 50^2 = 25 \text{ J}$$

2. Soit E_c' l'énergie cinétique lorsque $m' = 2m$.

$$\begin{aligned} E_c' &= \frac{1}{2} m' v^2 = \frac{1}{2} 2m v^2 \\ &= 2 \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = 2E_c \end{aligned}$$

$$\text{A.N. } E_c' = 25 \cdot 2 = 50 \text{ J.}$$

3. Soit E_c'' l'énergie cinétique lorsque $v'' = 2v$.

$$\begin{aligned} E_c'' &= \frac{1}{2} m'' v'^2 = \frac{1}{2} m (2v)^2 \\ &= \frac{1}{2} m 4v^2 = 4 \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = 4E_c \end{aligned}$$

$$\text{A.N. } E_c'' = 25 \cdot 4 = 100 \text{ J.}$$

Complétons alors le tableau.

	masse	vitesse	Energie cinétique
1	$m = 20 \text{ g}$	$v = 180 \text{ km h}^{-1}$	$E_c = 25 \text{ J}$
2	$m' = 2m$	$v' = v$	$E_c' = 50 \text{ J}$
3	$m'' = m$	$v'' = 2v$	$E_c'' = 100 \text{ J}$

Conclusion: A vitesse égale, l'énergie cinétique augmente dans les mêmes proportions que la masse. Pour la même masse, l'énergie cinétique est multipliée par n^2 lorsque la vitesse est multipliée par n . Donc l'énergie cinétique dépend beaucoup plus de la vitesse que de la masse.

2.3 Energie cinétique d'un solide en translation

2.3 Energie cinétique d'un solide en translation

Un solide peut être considéré comme un ensemble de points matériels P_i de masse m_i . Lorsqu'un solide est en mouvement de translation, tous ses points ont le même vecteur vitesse instantanée. Ce vecteur-vitesse est celui de son centre d'inertie.

Chaque point (P_i) du solide ayant une énergie cinétique $E_{ci} = \frac{1}{2}m_i v_i^2$, l'énergie cinétique du solide est la somme de toutes les énergies cinétiques des divers points. On écrit :

$$E_c = \sum E_{ci} = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Or $v_i = V$ (vitesse du centre d'inertie du solide) et $\sum m_i = M$ (masse du solide)

$$\begin{aligned} E_{ci} &= \sum \frac{1}{2} m_i V^2 = \frac{1}{2} V^2 \sum m_i \\ &= \frac{1}{2} M V^2 \end{aligned}$$

$$E_c = \frac{1}{2} M V^2$$

2.4 Energie cinétique d'un solide en rotation

2.4.1 Cas d'un point

Soit un solide en rotation autour d'un axe fixe avec la vitesse angulaire ω .



Figure 2.1

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse m_i , situé à la distance r_i de l'axe et dont le vecteur vitesse est v_i s'écrit :

$$E_{c\text{rotation}} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

avec $v_i = \omega \cdot r_i$. Donc :

$$E_{c\text{rotation}} = \frac{1}{2} m_i (r_i \omega)^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

2.4.2 Cas d'un solide

L'énergie cinétique du solide est la somme de toutes les énergie cinétiques des différents points matériels qui le constituent.

$$\begin{aligned} E_{c\text{rotation}} &= \sum E_{ci} = \sum \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2 \\ &= \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i r_i^2 \end{aligned}$$

Car ω a la même valeur pour chaque point matériel.

La relation ci-dessus est analogue à l'expression de l'énergie cinétique de translation. Mais au lieu de la masse seule, nous trouvons un terme plus complexe qui dépend de la masse et de sa répartition autour de l'axe. Cette répartition de la masse autour de l'axe est caractérisée par le terme, $\sum m_i \cdot r_i^2$ appelé moment d'inertie et noté J_Δ .

On écrit donc :

$$J_\Delta = \sum m_i r_i^2$$

J_Δ est une grandeur toujours positive et s'exprime en kgm^{-2} . L'énergie cinétique du solide en rotation s'écrit alors en fonction du moment d'inertie :

$$E_{c\text{rotation}} = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

E_c en joules, J_Δ en kgm^{-2} , ω en rad s^{-1} .

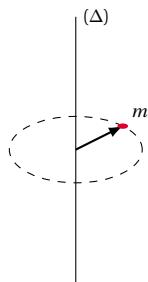
2.4.3 Exemples de moment d'inertie

Le moment d'inertie d'un solide dépend de la position de l'axe et il est, en général, très compliqué à calculer. C'est pour cette raison qu'on le détermine très souvent à partir des mesures expérimentales.

Lorsque la répartition de la masse autour de l'axe est homogène et géométriquement simple, le calcul du moment d'inertie est grandement facilité. Nous en donnons quelques exemples :

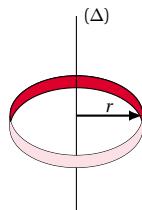
Masse ponctuelle m tournant autour de (Δ) sur un cercle de rayon r .

$$J_{\Delta} = m r^2$$



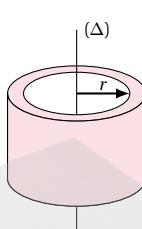
Cerceau de masse m de rayon r par rapport à un axe Δ , perpendiculaire à son plan et passant par son centre O .

$$J_{\Delta} = m r^2$$



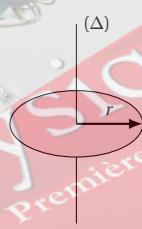
Cylindre creux de masse m , de rayon r , par rapport à son axe de révolution. Remarquons qu'un cylindre creux est une superposition de cerceaux.

$$J_{\Delta} = m r^2$$



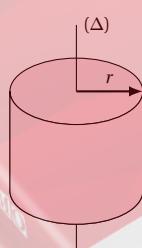
Disque de masse m , de rayon r par rapport à un axe Δ perpendiculaire à son plan et passant par O .

$$J_{\Delta} = \frac{1}{2} m r^2$$



Cylindre plein de masse m , de rayon r par rapport à son axe de révolution.

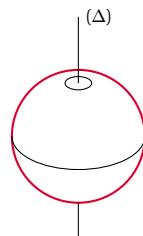
$$J_{\Delta} = \frac{1}{2} m r^2$$



Remarquons qu'un cylindre plein est une superposition de disques pleins.

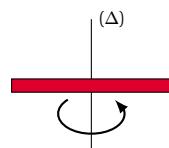
Sphère pleine homogène de masse m , de rayon r , par rapport à un diamètre.

$$J_{\Delta} = \frac{2}{5} m r^2$$



Tige homogène de masse m , de longueur l par rapport à une axe (Δ) de symétrie perpendiculaire au plan de rotation de la tige.

$$J_{\Delta} = \frac{1}{12} m l^2$$



2.5 Généralisation : énergie d'un solide animé d'un mouvement quelconque

Très souvent, le mouvement d'un solide est une combinaison d'un mouvement de translation de sa masse, et d'un mouvement de rotation autour d'un axe. Dans ce cas, l'énergie cinétique du solide est la somme de son énergie cinétique de translation et de son énergie cinétique de rotation.

$$E_c = E_{\text{translation}} + E_{\text{rotation}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \theta'^2$$

2.6 Théorème de l'énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un solide en mouvement varie alors que les forces responsables de ce mouvement déplacent leurs points d'application. A toute variation d'énergie cinétique correspond donc un travail. La relation entre ces deux notions (vérifiée par de nombreuses

2.7. Energie cinétique et choc

expériences) s'énonce par le théorème de l'énergie cinétique :

Théorème 2.1: L'énergie cinétique

La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures qui s'exercent sur ce solide entre les instants t_1 et t_2 .

On exprime cet important théorème par la formule :

$$\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \sum W_{1,2}(\vec{F})$$

où \vec{F} représente chacune des forces appliquées au solide.

Remarque.

Ce théorème est utilisé pour de nombreux cas d'étude aussi bien en mouvement de translation qu'en mouvement de rotation.

Méthode d'utilisation

Avant d'appliquer ce théorème, il faut :

1. délimiter précisément le système indéformable (solide);
2. définir les deux états entre lesquels on étudie le système;
3. déterminer toutes les forces qui agissent sur le système entre les deux états;
4. appliquer alors le théorème de l'énergie cinétique en se rappelant que la notion de variation signifie toujours grandeur finale – grandeur initiale.

Exercice

Une balle lancée verticalement avec une raquette s'élève de 20 m. A quelle vitesse a-t-elle quitté la raquette ?

Solution

- Le système étudié est la balle.
- Les deux instants entre lesquels on étudie le système sont :
 - t_1 l'instant où la balle quitte la raquette avec une vitesse v_1 ;
 - t_2 l'instant où la balle atteint le point culminant avec la vitesse $v_2 = 0$.

Faisons le bilan des forces extérieures agissant sur le système entre les deux instants : au cours de la montée, si on néglige la résistance de l'air, la balle n'est soumis

qu'à son poids \vec{P} . Nous pouvons alors lui appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre ces deux instants.

$$E_{c2} - E_{c1} = W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -mgh$$

Comme $v_2 = 0$, nous avons :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}mv_1^2 &= -mgh \\ \rightarrow v_1^2 &= 2gh \\ \rightarrow v_1 &= \sqrt{2gh} \end{aligned}$$

A.N. $g = 9,8$; $h = 20\text{m}$;

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 20} = 19,8\text{ m s}^{-1}$$

2.7 Energie cinétique et choc

Un choc est dit parfaitement élastique quand il y a conservation de l'énergie cinétique du système constitué par les corps qui entrent en collision. On dit aussi que l'énergie cinétique du système avant le choc est égale à l'énergie cinétique du système après le choc.

Exercice

Exemple d'étude d'un choc élastique Sur un aérobanc, un chariot de masse m_1 (projectile) animé d'un mouvement de translation rectiligne de vitesse constante \vec{V}_1 , heurte un autre chariot de masse m_2 (cible) initialement au repos.

1. Le choc étant parfaitement élastique, calculer les vitesses \vec{V}'_1 (de m_1) et \vec{V}'_2 (de m_2) des deux chariots après le choc.
2. Décrire leur mouvement après le choc en envisageant les cas suivants :
 - i. $m_1 = m_2$;
 - ii. $m_1 \gg m_2$;
 - iii. $m_1 \ll m_2$.

Solution

1. Calcul des vitesses \vec{V}'_1 et \vec{V}'_2 des deux chariots après le choc.

Conservation de la quantité de mouvement :

Cette propriété se traduit par :

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{V}'_1 + m_2\vec{V}'_2$$

avec $\vec{V}_2 = \vec{0}$ car le chariot (2) est initialement au

repos. Donc :

$$m_1 \vec{V}_1 = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2$$

En projetant cette relation sur un axe $x x'$ porté par l'aérobanc, nous avons :

$$m_1 \vec{V}_1 = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2 \quad (2.1)$$

(2.1) est une équation du premier degré à deux inconnues, V'_1 et V'_2 . Cherchons une deuxième équation en utilisant le caractère élastique du choc.

Energie cinétique du système au cours du choc.

	Avant le choc	Après le choc
Chariot (1)	\vec{V}_1	\vec{V}'_1
masse m_1	$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$	$E'_{c1} = \frac{1}{2} m_1 V_1'^2$
Chariot (2)	$\vec{V}_2 = \vec{0}$	\vec{V}'_2
masse m_2	$E_{c2} = 0$	$E'_{c2} = \frac{1}{2} m_2 V_2'^2$
Système	$E_c = E_{c1} + E_{c2}$ $\{(1),(2)\}$	$E'_c = E'_{c1} + E'_{c2}$ $= \frac{1}{2} m_1 V_1^2$ $+ \frac{1}{2} m_2 V_2'^2$

Le choc étant élastique, il y a conservation de l'énergie cinétique. Donc $E_c = E'_c$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_1 V_1^2 &= \frac{1}{2} m_1 V_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2'^2 \\ &= m_1 V_1^2 + m_2 V_2'^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2.1) et (2.2) constituent un système de deux équations à deux inconnues.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 V_1 = m_1 V'_1 + m_2 V'_2 \\ m_1 V_1^2 = m_1 V'_1^2 + m_2 V'_2^2 \end{array} \right. \quad (2.3)$$

$$(2.3) \rightarrow m_2 V'_2 = m_1 (V_1 - V'_1) \quad (2.5)$$

$$(2.4) \rightarrow m_2 V'_2^2 = m_2 (V_1^2 - V'_1^2) \quad (2.6)$$

Le rapport $\frac{(2.6)}{(2.5)}$ donne :

$$V'_2 = V_1 + V'_1 \quad (2.7)$$

Dans l'équation (2.5) remplaçons V'_2 par sa valeur trouvée en (2.7) :

$$V'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_1 \quad (2.8)$$

(2.8) dans (2.7) donne :

$$V'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} V_1 \quad (2.9)$$

2. Mouvement des deux chariots après le choc

i. Pour $m_1 = m_2$, l'équation (2.8) donne $V'_1 = 0$ et l'équation (2.9) donne : $V'_2 = V_1$. Le chariot (1) reste immobile après le choc tandis que le chariot (2) part avec la vitesse $V'_2 = V_1$ (vitesse du chariot (1) avant le choc).

ii. $m_1 \gg m_2 \rightarrow m_2$ est négligeable devant $m_1 \rightarrow V'_1 \approx V_1$ et $V'_2 \approx 2V_1$. Le chariot (1) continue pratiquement à la même vitesse. Le chariot (2) part avec une vitesse double de celle du chariot (1).

iii. $m_1 \ll m_2 \rightarrow m_1$ est négligeable devant $m_2 \rightarrow V'_1 \approx -V_1$ et $V'_2 \approx 0$.

Le chariot (1) rebondit sur le chariot (2) qui reste immobile.

2.8 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

- 1.1.** Calculer l'énergie cinétique d'un camion de 50 t roulant à la vitesse de 100 km h^{-1} .
- 1.2.** Calculer l'énergie cinétique d'un rotor d'alternateur de moment d'inertie égal à 5735 kg m^{-2} , tournant à 3000 tours/min.
- 1.3.** Pour soulever un objet de masse m d'une hauteur h , le travail minimal à fournir est l'opposé du travail résistant du poids de l'objet, soit mgh . Si les énergies calculées précédemment, servait à projeter verticalement, vers le haut, un objet de masse 1 t, quelle seraient les altitudes atteintes? On néglige les frottements dus à l'air. $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

Exercice 2.

- 2.1.** Une automobile de masse 900 kg accélère et sa vitesse passe de 90 km h^{-1} à 130 km h^{-1} . Quelle est la variation de son énergie cinétique?
- 2.2.** Un volant animé d'un mouvement de rotation de vitesse angulaire $\omega = 5 \text{ rad s}^{-1}$ est freiné jusqu'à l'arrêt. Quelle est la variation de son énergie cinétique au cours du freinage? Le moment d'inertie du volant est : $J = 5 \times 10^{-2} \text{ kg m}^2$.

Exercice 3.

- 3.1.** Quelle serait l'énergie cinétique d'une masse ponctuelle de 2 kg faisant 300 révolutions par minute sur un cercle de 1 m de rayon?
- 3.2.** Quelle serait l'énergie cinétique si cette masse était divisée en 4 parties égales situées à 90° l'une de l'autre sur le cercle et animées de la même vitesse qu'auparavant?
- 3.3.** L'énergie cinétique changerait-elle si la masse de 2 kg formait un anneau de 2 m de diamètre tournant à la même vitesse autour d'un axe perpendiculaire au plan de l'anneau et passant par son centre d'inertie?

Exercice 4.

Un solide en translation rectiligne est pseudo-isolé. Quelle est la variation de son énergie cinétique sur un trajet de 50 m? En déduire le travail total des forces extérieures qui agissent sur ce solide.

Exercice 5.

Une automobile d'une masse de 900 kg effectue un démarrage sur une côte à 2% (élévation de 2 m pour une distance parcourue de 100 m sur l'horizontal). Sa vitesse est de 40 km h^{-1} après un parcours de 50 m et les frot-

tements sont équivalents à une force constante d'intensité 150 N. En supposant que la force motrice est restée constante, sur tout le trajet, calculer l'intensité de cette force motrice. On prendra $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

Exercice 6.

Une automobile de masse m est animé d'une vitesse de module v sur une route rectiligne et horizontale. Le conducteur actionne les freins et bloque les quatre roues. Dans ce cas, entre le sol et les pneumatiques, les actions de contact sont telles que la réaction \vec{R} du sol sur le véhicule admet une projection non nulle sur le plan horizontal, de sens opposé à celui de \vec{v} et dont le module a comme valeur maximale $f = K mg$, K étant un "coefficients de résistance au glissement", variable suivant l'état de la route et des pneumatiques.

6.1. Quelle distance x parcourt la voiture jusqu'à l'arrêt complet?

6.2. Comment varie x quand la vitesse double; le revêtement du sol demeurant inchangé?

6.3. Applications numériques.

Calculer x dans les deux cas suivants :

$$\begin{array}{ll} v = 90 \text{ km h}^{-1} & \text{route sèche } K = 0,8 \\ v = 120 \text{ km h}^{-1} & \text{route mouillée } K = 0,3 \end{array}$$

Exercice 7.

Un skieur de masse $m = 75 \text{ kg}$, aborde à la vitesse de 5 m s^{-1} une pente à 15%. Après avoir parcouru une distance de 50 m suivant une ligne de plus grande pente, sa vitesse atteint 10 m s^{-1} .

7.1. Calculer le travail de la force de réaction \vec{R} exercée par le sol sur le skieur pendant la descente de 50 m. On prendra $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$.

7.2. Avec les mêmes conditions initiales, quelle aurait été en l'absence de frottements, la vitesse du skieur après 50 m de course?

Exercice 8.

Un corps part sans vitesse initiale et glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 27^\circ$ sur le plan horizontal, les frottements étant négligeables. Trouver le module de la vitesse après un parcourt $l = 8 \text{ m}$. Prendre $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$.

Exercice 9.

Une boule sphérique indéformable de masse $m = 10 \text{ kg}$ roule sans glisser sur une table horizontale.

9.1. Quel est la trajectoire de son centre d'inertie?

9.2. Calculer la vitesse de son centre d'inertie pour que l'énergie cinétique de cette boule soit de 16 J.

Exercice 10.

Une automobile de masse $m = 1200 \text{ kg}$ possède une énergie cinétique de 350 kJ .

10.1. Quelle est sa vitesse en km h^{-1} ?

10.2. Que devient son énergie quand cette vitesse passe du simple au double ?

Exercice 11.

Une automobile est immobile sur une descente à 6% (dénivellation de 6 m pour une distance parcourue de 100 m). On desserre les freins. Quelle distance la voiture doit-elle parcourir pour que sa vitesse soit de 12 km h^{-1} ? La résistance au roulement est de 1,5% du poids de l'automobile. On néglige la résistance de l'air. $g = 10 \text{ ms}^{-2}$.

Exercice 12.

Une tige homogène AB de section constante, de longueur $2l = 60 \text{ cm}$ a une masse $m = 200 \text{ g}$. Elle est mobile, dans le plan vertical, autour d'un axe Δ qui lui est orthogonal et passe par le centre d'inertie G . Son moment d'inertie par rapport à Δ est : $J_\Delta = \frac{m \cdot l^2}{3}$.

12.1. Quelle énergie W faut-il fournir pour mettre la tige en rotation, à raison de 3 tours/s? Les frottements sont négligeables.

12.2. On change l'axe de rotation; la tige est maintenant mobile, dans un plan vertical autour d'un axe Δ' parallèle à Δ passant par l'extrémité A . Répondre à la même question que précédemment.

NB : Le théorème de Huyghens permet de calculer le nouveau moment d'inertie.

Théorème 2.2: Le théorème de Huyghens

Le moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe quelconque Δ' est égal au moment d'inertie par rapport à un axe Δ , parallèle à Δ' , et passant par le centre d'inertie du solide, augmenté du produit $M \cdot a^2$, M étant la masse du solide et a la distance des deux axes parallèles.

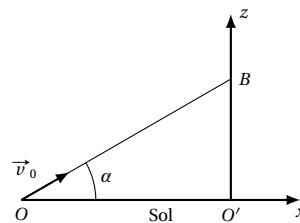
Exercice 13.

Le moment d'inertie d'un volant a pour valeur $J = 1,2 \text{ kg m}^2$. Sur la jante de ce volant, de diamètre $d = 50 \text{ cm}$, on enroule un fil de masse négligeable et l'on suspend une masse $M = 200 \text{ g}$ à l'extrémité libre du fil. On abandonne le tout à partir du repos? Quelle est la vitesse atteinte par la masse M au bout de 5 m de chute?

Exercice 14.

Un petit palet assimilable à un point matériel de masse $m = 0,5 \text{ kg}$, est lancé à la vitesse initiale $v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$ à partir d'un point O le long de la ligne de plus grande pente de longueur $l = OB = 15 \text{ m}$ d'un plan incliné. Ce plan fait avec l'horizontal Ox un angle $\alpha = 30^\circ$ comme

l'indique la figure suivante.

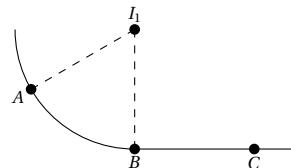


14.1. Les frottements étant d'abord négligés, à quelle distance du point O le palet s'arrêtera-t-il dans son mouvement ascendant?

14.2. En réalité, les frottements développent une force résistante f de 10 N . Calculer la vitesse initiale de lancement v'_0 au point O , nécessaire pour que le palet parvienne en B à la vitesse $v_1 = 10 \text{ ms}^{-1}$.

Exercice 15.

Un cube M de masse $m = 1,0 \text{ kg}$ assimilable à un point matériel glisse sur une piste formée de deux parties AB et BC .



AB et BC sont dans un même plan vertical. AB représente $\frac{1}{6}$ de circonférence de centre I_1 et de rayon $r = 15 \text{ m}$. Le point I_1 est situé sur la verticale de B . BC est une partie rectiligne de longueur $l = 15 \text{ m}$. Le cube est lancé en A avec une vitesse initiale \vec{V}_A telle que $\|\vec{V}_A\| = 6 \text{ ms}^{-1}$.

15.1. On néglige les frottements. Calculer la vitesse au point B .

15.2. En fait, sur le trajet ABC existent des forces de frottement assimilables à une force \vec{f} tangente à la trajectoire d'intensité supposée constante. Le mobile arrive en C avec une vitesse \vec{V}_C . Calculer $\|\vec{f}\|$ sachant que $\|\vec{V}_C\| = 12,5 \text{ ms}^{-1}$.

2.9 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 19)

1.1. Le camion est animé d'un mouvement de translation (on néglige l'énergie cinétique de rotation des roues et des autres pièces en mouvement dans le moteur).

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{A.N. } m = 50 \text{ t} = 50 \times 10^3 \text{ kg};$$

$$v = 100 \text{ km h}^{-1} = \frac{100 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{100}{3,6} \text{ ms}^{-1}.$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{100}{3,6} \right)^2 = 1,93 \times 10^7 \text{ J}$$

1.2. Le rotor est animé d'un mouvement de rotation.

$$E_c = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$\text{A.N. } J = 5735 \text{ kg m}^2$$

$$\omega = 3000 \text{ tours/min} = \frac{3000 \cdot 2 \cdot \pi}{60} \text{ rad s}^{-1} = 314 \text{ rad s}^{-1}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 5735 \cdot (314)^2 = 2,83 \times 10^8 \text{ J}$$

1.3. Altitudes atteintes par l'objet.

$$E_c = mg h \quad \rightarrow h = \frac{E_c}{mg}$$

Pour $m = 50 \text{ t}$ et $g = 10 \text{ ms}^{-2}$.

$$h = \frac{E_c}{50 \cdot 10^3 \cdot 10} = 10^{-4} \cdot E_c$$

Dans le cas du camion, on a :

$$h = 10^{-4} \cdot 1,93 \cdot 10^7 = 1,93 \times 10^3 \text{ m} = 1,93 \text{ km}$$

Dans le cas du rotor

$$h = 10^{-4} \cdot 2,83 \cdot 10^8 = 28,3 \times 10^3 \text{ m} = 28,3 \text{ km}$$

Les résultats obtenus peuvent surprendre! En réalité il faut noter que les énergiques considérées ici sont très importantes.

Solution 2. (p. 19)

2.1. Calculons la variation de l'énergie cinétique de l'automobile entre les instants t_1 où sa vitesse est de $v_1 = 90 \text{ km h}^{-1}$ et t_2 où sa vitesse est $v_2 = 130 \text{ km h}^{-1}$.

$$\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\text{A.N. } m = 900 \text{ kg};$$

$$v_1 = 90 \text{ km h}^{-1} = \frac{90 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 25 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_2 = 130 \text{ km h}^{-1} = \frac{130 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 36,1 \text{ ms}^{-1}$$

$$\Delta E_c = \frac{900}{2} (36,1^2 - 25^2) = 3,05 \times 10^5 \text{ J}$$

2.2. En utilisant la même démarche pour le volant en mouvement de rotation, on a :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} J (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

$$\text{A.N. } J = 5 \times 10^{-2} \text{ kg m}^{-2}$$

$$\omega_2 = 0 \quad (\text{Volant à l'arrêt})$$

$$\omega_1 = 5 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} (0^2 - 5^2) = -0,625 \text{ J}$$

Solution 3. (p. 19)

3.1. Energie cinétique d'une masse ponctuelle $M = 2 \text{ kg}$.

$$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \theta'^2$$

$$J_\Delta = MR^2$$

$$\theta' = \frac{N 2\pi}{60} = \frac{N \pi}{30} \text{ rad s}^{-1}$$

$$E_c = \frac{1}{2} M R^2 \frac{N^2 \pi^2}{900}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{90000 \cdot \pi^2}{900} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 100 \cdot \pi^2$$

$$= 986,96 \text{ J}$$

3.2. Cas où la masse M est divisée en 4 masses égales

$$M_i = \frac{M}{4} \text{ et située à } 90^\circ \text{ l'une de l'autre.}$$

$$E_c' = \sum_{i=1}^4 E_{ci}$$

$$E_{ci} = \frac{1}{2} J_{i\Delta} \theta'^2$$

$$\text{où } J_{i\Delta} = m_i R^2 = \frac{M}{4} R^2$$

$$E_{ci} = \frac{1}{2} \frac{M}{4} R^2 \theta'^2$$

Toutes les masses étant identiques et tournant à la même vitesse, $E_c' = 4E_{ci}$.

$$E_c' = 4 \cdot \frac{1}{2} \frac{M}{4} R^2 \theta'^2 = \frac{1}{2} M R^2 \theta'^2$$

$$\rightarrow E_c' = E_c = 986,96 \text{ J}$$

Donc l'énergie cinétique ne change pas.

3.3. La masse M forme un anneau de rayon $R = 1 \text{ m}$ et tournant à la même vitesse.

$$E_c'' = \frac{1}{2} J_\Delta'' \theta'^2$$

$$\text{avec } J_\Delta'' = MR^2$$

$$\leftrightarrow E_c'' = \frac{1}{2} M R^2 \theta'^2$$

$$\rightarrow E_c'' = E_c$$

Donc l'énergie cinétique ne change pas.

Solution 4. (p. 19)

Le solide étant pseudo-isolé, il est soit immobile (contraire à l'énoncé) soit en mouvement rectiligne uniforme (principe de l'inertie). Dans ce cas sa vitesse est constante. Donc quels que soient les états considérés, $v_1 = v_2$. D'où

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_1^2 = 0$$

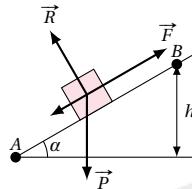
Donc la variation de son énergie cinétique est nulle.

Travail total des forces extérieures agissant sur ce solide.
D'après le théorème de l'énergie cinétique, ce travail est égal à la variation de l'énergie cinétique. Donc

$$\sum W(\vec{F}) = \Delta E_c = 0$$

Solution 5. (p. 19)

- Système étudié : l'automobile.
- Les états entre lesquels nous étudions le mouvement du système :
 - A est le point de départ de l'automobile. A ce point, sa vitesse est $v_A = 0$.
 - B est le point situé à 50 m de A. A ce point, la vitesse de l'automobile est $v_B = 40 \text{ km h}^{-1}$.



Faisons le bilan des forces extérieures qui agissent sur l'automobile entre ces deux points. Pour simplifier le schéma, représentons l'automobile par une boîte.

Sur le plan incliné, l'automobile est soumise à :

- son poids \vec{P} appliqué au centre d'inertie de l'automobile;
- la force motrice \vec{F} parallèle à la pente et orientée vers le haut;
- les forces de frottements représentées par leur résultante \vec{f} .
- La réaction \vec{R} du plan incliné.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre A et B.

$$\begin{aligned} E_{cB} - E_{cA} &= \sum W \\ \frac{1}{2}m v_B^2 - \frac{1}{2}m v_A^2 &= W(\vec{P}) + W(\vec{F}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}) \end{aligned} \quad (\text{S2.1})$$

Déterminons le travail de chacune de ces forces.

$$W(\vec{P}) = -mg h$$

avec $h = AB \sin \alpha$

$$W(\vec{P}) = -mg AB \sin \alpha$$

$$W(\vec{F}) = F \cdot AB$$

$$W(\vec{f}) = -f \cdot AB$$

$$W(\vec{R}) = 0$$

car \vec{R} est perpendiculaire au déplacement. (S2.1) de-

vient :

$$\frac{1}{2}m v_B^2 = -mg \cdot AB \sin \alpha + F \cdot AB - f \cdot AB + 0$$

Au point de démarrage A, la vitesse de l'automobile est nulle. Donc $v_A = 0$

$$\frac{1}{2}m v_B^2 = -mg AB \sin \alpha + F \cdot AB - f \cdot AB$$

$$F = \frac{mv_B^2}{2AB} + mg \sin \alpha + f$$

A.N. $m = 900 \text{ kg}$; $AB = 50 \text{ m}$; $f = 150 \text{ N}$;

$$v_B = 40 \text{ km h}^{-1} = \frac{40 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{100}{9} \text{ ms}^{-1}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{100} = 2 \times 10^{-2}$$

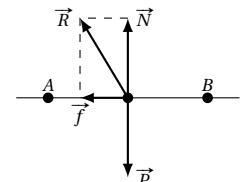
$$F = 1441 \text{ N}$$

Solution 6. (p. 19)

- 6.1.** Système étudié : automobile, représentée par son centre d'inertie.

L'étude est faite entre A et B tels que $AB = x$

- A est le point où débute le freinage
- B est le point où le système s'arrête.



Faisons le bilan des forces extérieures agissant sur le système entre A et B :

- le poids \vec{P} du système;
- la réaction \vec{R} du sol que nous décomposons en deux composantes :
 - une composante horizontale \vec{f} représentant les forces de frottement;
 - une composante verticale \vec{N} .

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre A et B

$$E_{cB} - E_{cA} = \sum W$$

$$\frac{1}{2}m v_B^2 - \frac{1}{2}m v_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{N}) \quad (\text{S2.1})$$

En B l'automobile s'arrête; donc $v_B = 0$, $W(\vec{P}) = 0$ car \vec{P} est perpendiculaire au déplacement. Pour la même raison, $W(\vec{N}) = 0$

$$W(\vec{f}) = -f \cdot AB$$

où $f = Kmg$

et $AB = x$

Donc $W(\vec{f}) = -Kmgx$.

L'expression (S2.1) devient :

$$-\frac{1}{2}m v_A^2 = -Kmgx$$

$$\text{D'où on tire : } x = \frac{v_A^2}{2Kg}$$

- 6.2.** Soit x' la distance d'arrêt lorsque la vitesse double ($v' = 2v$).

2.9. Solutions des exercices et problèmes

Par analogie à l'expression de x , nous avons :

$$x' = \frac{v_A'^2}{2gK} = \frac{(2v)^2}{2gK} = 4 \cdot \frac{v^2}{2gK}$$

En posant $x = \frac{v^2}{2gK}$, nous pouvons donc écrire :

$$x' = 4x$$

Donc quand la vitesse double, la distance de freinage est multipliée par 4.

N.B. : Il faut remarquer par ce résultat, le danger que constitue l'excès de vitesse en circulation.

6.3. Applications numériques

$$v_B = 90 \text{ km h}^{-1} = \frac{90 \times 10^3}{3600} = 25 \text{ m s}^{-1}$$

$$K = 0,8 \quad x = \frac{25^2}{2 \cdot 10 \cdot 0,8} = 39 \text{ m}$$

$$v_B = 120 \text{ km h}^{-1} = \frac{120 \times 10^3}{3600} = 33,33 \text{ m s}^{-1}$$

$$K = 0,3 \quad x = \frac{33,33^2}{2 \cdot 10 \cdot 0,3} = 185 \text{ m}$$

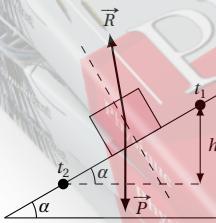
Nous constatons comment les effets conjugués de la vitesse et de l'eau sur la chaussée accroissent la distance d'arrêt au cours du freinage.

Solution 7. (p. 19)

7.1. Travail de la force de réaction.

- Le système étudié est le skieur que nous représentons par son centre d'inertie.
- Les deux instants entre lesquels on étudie le mouvement du système sont :
 - t_1 : l'instant où le skieur aborde la pente avec une vitesse $v_1 = 5 \text{ m s}^{-1}$;
 - t_2 : l'instant où la vitesse du skieur est $v_2 = 10 \text{ m s}^{-1}$.

La distance parcourue entre ces deux instants est $l = 50 \text{ m}$.



Faisons le bilan des forces extérieures agissant sur le système entre ces deux instants :

- le poids \vec{P} du système;
- la réaction \vec{R} du plan, qui, du fait de l'existence des frottements, n'est pas perpendiculaire au plan incliné.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre les deux instants t_1 et t_2

$$E_{c2} - E_{c1} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \quad (\text{S2.1})$$

$$\frac{1}{2}m v_2^2 - \frac{1}{2}m v_1^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$W(\vec{P}) = mg h$$

avec $h = l \sin \alpha$. L'expression (S2.1) peut alors s'écrire :

$$\frac{1}{2}m v_2^2 - \frac{1}{2}m v_1^2 = mg l \sin \alpha + W(\vec{R})$$

D'où on tire :

$$W(\vec{R}) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) - mg l \sin \alpha$$

A.N. La pente à 15% signifie que pour un déplacement de 100 m sur l'horizontal, il y a une dénivellation de 15 m.

$$\text{Donc } \tan \alpha = \sin \alpha = \frac{15}{100} = 0,15, \text{ car } \alpha < 10^\circ.$$

$$v_1 = 5 \text{ m s}^{-1}; v_2 = 10 \text{ m s}^{-1}; m = 75 \text{ kg}; g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}; l = 50 \text{ m}; W(\vec{R}) = -2700 \text{ J}.$$

Ce travail résistant est normal dans la mesure où c'est la composante "force de frottement" de cette réaction qui effectue un travail non nul.

7.2. En absence de frottements

Soit v'_2 la vitesse du système à l'instant t_2 le théorème de l'énergie cinétique s'écrirait alors :

$$E_{c2} - E_{c1} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

Avec $W(\vec{R}) = 0$

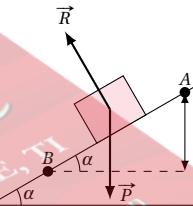
$$\frac{1}{2}m v_2'^2 - \frac{1}{2}m v_1^2 = mg l \sin \alpha$$

$$\text{D'où l'on tire : } v_2' = \sqrt{2gl \sin \alpha + v_1^2}$$

$$\text{A.N. } \sin \alpha = \frac{15}{100} = 0,15; v_1 = 5 \text{ m s}^{-1}; l = 50 \text{ m}; g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}; v_2' = 12,13 \text{ m s}^{-1}.$$

Solution 8. (p. 19)

Vitesse V_B du corps au point B, sachant qu'il part du point A avec une vitesse $V_A = 0$.



- Système étudié : le corps.
- Bilan des forces extérieures agissant sur le corps : le poids \vec{P} du corps et la réaction \vec{R} du plan.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$E_{cB} - E_{cA} = \sum W_{AB}$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{2}m V_B^2 - \frac{1}{2}m V_A^2 = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}m V_A^2 = 0 \text{ car } V_A = 0$$

$$W_{AB}(\vec{R}) = 0 \text{ car } \vec{R} \perp \vec{AB}$$

$$\frac{1}{2}m V_B^2 = W_{AB}(\vec{P})$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = mg h$$

$$h = AB \sin \alpha = l \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2}m V_B^2 = mg l \sin \alpha$$

$$\rightarrow V_B = \sqrt{2gl \sin \alpha}$$

$$\text{A.N. } g = 9,8 \text{ m s}^{-2}; l = 8 \text{ m}; \alpha = 27^\circ; V_B = 8,4 \text{ m s}^{-1}.$$

Solution 9. (p. 19)**9.1. Trajectoire du centre d'inertie de cette boule.**

La boule étant indéformable, son centre d'inertie décrit une trajectoire rectiligne horizontale au cours de son mouvement.

9.2. Vitesse du centre d'inertie de la boule.

$$E_c = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} J \theta'^2$$

où

- V = vitesse de translation de la boule;
- J = moment d'inertie de cette boule;
- θ' = vitesse angulaire de rotation de la boule.

$$J = \frac{2}{5} m R^2$$

$$\theta' = \frac{V}{R}$$

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} m R^2 \frac{V^2}{R^2} \\ &= \frac{1}{2} m V^2 + \frac{2}{5} m V^2 = \frac{7}{10} m V^2 \end{aligned}$$

$$V = \sqrt{\frac{10}{7} \frac{E_c}{m}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 16}{7 \cdot 10}} = 1,5 \text{ ms}^{-1}$$

Solution 10. (p. 20)**10.1. Calculons la vitesse en km/h de l'automobile.**

$$E_c = \frac{1}{2} m V^2$$

$$\rightarrow V = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 350 \cdot 10^3}{1200}} = 24,5 \text{ ms}^{-1}$$

$$x = V \cdot t \rightarrow V = \frac{x}{t}$$

A.N. $x = 0,0245 \text{ km}$; $1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}$; $V = 88,20 \text{ km h}^{-1}$

10.2. Que devient l'énergie cinétique quand la vitesse double?

Soit V' la nouvelle vitesse et E'_c , l'énergie cinétique correspondante.

$$E'_c = \frac{1}{2} m V'^2$$

avec $V' = 2V$ d'où

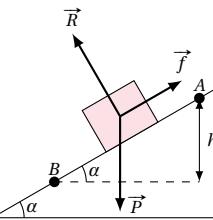
$$E'_c = \frac{1}{2} m (2V)^2 = \frac{1}{2} m 4V^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} m V^2 = 4E_c$$

Conclusion : Quand la vitesse double, l'énergie cinétique est multipliée par 4.

Solution 11. (p. 20)

Calculons la distance d que doit parcourir en roue libre cette automobile sur la descente pour que sa vitesse atteigne 12 km h^{-1} .

- Système étudié : l'automobile.
- Bilan des forces extérieures agissant sur le système :
 - le poids \vec{P} du corps;
 - la réaction \vec{R} du sol;
 - la résistance à l'avancement \vec{f} .



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$E_{cf} - E_{ci} = W_d(\vec{P}) + W_d(\vec{R}) + W_d(\vec{f})$$

$E_{ci} = 0$ (système initialement immobile)

$$W(\vec{R}) = 0 \quad \text{car } \vec{R} \perp \overrightarrow{AB}$$

$$W(\vec{P}) = mg h \quad \text{où } h = d \sin \alpha$$

$$\rightarrow W(\vec{P}) = mg d \sin \alpha$$

$$W(\vec{f}) = -fd$$

$$f = \frac{1,5P}{100} = 1,5 \times 10^{-2} mg$$

$$\frac{1}{2} m V^2 = mg d \sin \alpha - 1,5 \times 10^{-2} mg d$$

$$\rightarrow d = \frac{V^2}{2g \sin \alpha - 1,5 \times 10^{-2}}$$

A.N. $V = 12 \text{ km h}^{-1} = 3,33 \text{ ms}^{-1}$; $g = 10 \text{ ms}^{-2}$; $\sin \alpha = 0,06 \rightarrow d = 12,3 \text{ m}$.

Solution 12. (p. 20)**12.1. Calculons l'énergie W qu'il faut fournir à la tige pour la mettre en mouvement de rotation.**

Le système étudié est la tige de moment d'inertie J . On l'étudie entre les instants t_1 où on le met en mouvement à partir du repos ($\omega_1 = 0$) et t_2 où sa vitesse est ($\omega_2 = 3 \text{ tour/s}$). L'énergie W qu'il faut fournir à la tige pour la mettre en mouvement de rotation uniforme est égal à la variation de l'énergie cinétique. On a donc :

$$W = E_{c2} - E_{c1} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_2^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_1^2$$

$$\text{Avec } \omega_1 = 0 \text{ et } J_{\Delta} \frac{ml^2}{3}$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{ml^2}{3} \omega_2^2$$

A.N. $m = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$; $l = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$; $\omega = 3 \text{ tours/s} = 3,2\pi \text{ rad s}^{-1}$; $W = 1,06 \text{ J}$.

12.2. On change l'axe de rotation.

D'après le théorème de Huyghens, le moment d'inertie par rapport à l'axe Δ' est :

$$J_{\Delta 4} = J_{\Delta} + ml^2 = \frac{ml^2}{3} + ml^2 = \frac{4}{3} ml^2$$

La même démarche que ci-dessus nous permet de calculer l'énergie W .

$$W = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_2^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_1^2$$

2.9. Solutions des exercices et problèmes

Avec $\omega_1 = 0$ et $J_\Delta = \frac{4}{3}ml^2$ donc

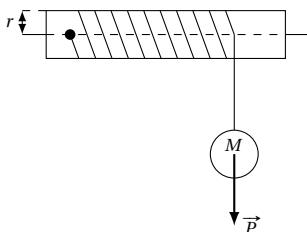
$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} ml^2 \omega_2^2 = \frac{4}{6} ml^2 \omega_2^2$$

$$W = \frac{4}{6} ml^2 \omega_2^2$$

A.N. $m = 200\text{g} = 0,2\text{kg}$; $l = 30\text{cm} = 0,3\text{m}$;
 $\omega = 3\text{tours/s} = 3,2\pi\text{rad s}^{-1}$; $W = 4,26\text{J}$.

Solution 13. (p. 20)

- Le système étudié est le volant (en mouvement de rotation) associé à la masse M en translation.
- Le système est étudié entre les instants t_1 , date à laquelle on abandonne le système; à cet instant $v_1 = 0$ et t_2 , date à laquelle la masse M effectue 5 m de chute.



Faisons le bilan des forces extérieures agissant sur le système entre ces deux instants : l'unique force extérieure qui agit sur le système est le poids \vec{P} . (la tension du fil étant une force intérieure).

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre ces deux instants.

$$E_{c2} - E_{c1} = w(\vec{P}) \quad (\text{S2.1})$$

Exprimons chacun des termes de l'équation (S2.1)

- $E_{c1} = \frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}J\omega_1^2 = 0$ car au repos $v_1 = 0$ et $\omega_1 = 0$
- $E_{c2} = \frac{1}{2}Mv_2^2 + \frac{1}{2}J\omega_2^2$ avec $v_2 = r\omega_2 \rightarrow \omega_2 = \frac{v_2}{r}$
- $E_{c2} = \frac{1}{2}\left(M + \frac{J}{r^2}\right)v_2^2$
- $W(\vec{P}) = Mg h$

L'expression (S2.1) devient alors :

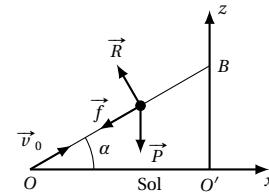
$$\frac{1}{2}\left(M + \frac{J}{r^2}\right)v_2^2 = Mg h \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2Mgh}{M + \frac{J}{r^2}}}$$

A.N. $M = 0,2\text{kg}$; $g = 9,8\text{N kg}^{-1}$; $h = 30\text{cm} = 0,3\text{m}$;
 $\omega = 3\text{tours/s}$; $h = 5\text{m}$; $J = 1,2\text{kgm}^{-2}$;

$$r = \frac{d}{2} = 25\text{cm} = 0,25\text{m}; v_2 = 1\text{ms}^{-1}$$

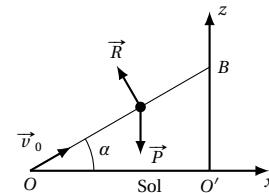
Solution 14. (p. 20)

- 14.1.** Distance d parcourue par le palet avant son arrêt.
Le système étudié est le palet.



On l'étudie entre les instants suivants :

- t_0 est la date de lancement du palet; à cette date la vitesse du système est : $v_0 = 10\text{ms}^{-1}$.
- t_1 est la date où le système s'arrête; à cette date la vitesse du système est nulle $v_1 = 0\text{ms}^{-1}$.



Faisons le bilan des forces extérieures agissant sur le système : Sur le plan incliné, le palet est soumis à :

- son poids \vec{P} ;
- la réaction du plan incliné \vec{R} (en l'absence des force de frottement \vec{R} est perpendiculaire au plan).

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre t_0 et t_1 .

$$E_{c1} - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \quad (\text{S2.1})$$

Avec $E_{c1} = 0$ car $v_1 = 0$

$$E_{c0} = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad W(\vec{P}) = -mg h$$

où $h = d \sin \alpha$

(S2.1) devient :

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 = -mg d \sin \alpha \rightarrow d = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

A.N. $v_0 = 10\text{ms}^{-1}$; $g = 9,8\text{N kg}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$; $d = 10,2\text{m}$.

- 14.2.** Vitesse initiale v'_0 pour que le palet parvienne en B avec la vitesse $v_1 = 10\text{ms}^{-1}$.

En utilisant la même démarche que ci-dessus, le bilan des forces extérieures s'établit ainsi :

- le poids \vec{P} ;
- la réaction du plan incliné \vec{R} ;
- la force de frottement \vec{f} .

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système, nous avons :

$$E_{c1} - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f}) \quad (\text{S2.2})$$

Avec $E_{c1} = \frac{1}{2}mv_1'^2$

$$E_{c0} = \frac{1}{2}mv_0'^2$$

$$W(\vec{P}) = -mg h'$$

$$\text{où } h' = OB \sin \alpha = l \sin \alpha$$

$$W(\vec{f}) = -f \cdot OB = fl$$

(S2.2) devient :

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = -\frac{1}{2} m v_0'^2 = m g l \sin \alpha - f l$$

De cette équation, on tire :

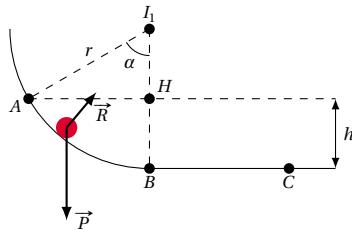
$$v_0' = \sqrt{v_1^2 + 2g l \sin \alpha + \frac{2f l}{m}}$$

A.N. $v_1 = 10 \text{ ms}^{-1}$; $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$; $l = 15 \text{ m}$; $f = 10 \text{ N}$; $m = 0,5 \text{ kg}$; $v_0 = 29,10 \text{ ms}^{-1}$.

Solution 15. (p. 20)

15.1. Vitesse du cube au B.

- Le système étudié est le cube M.
- L'étude se porte sur le trajet AB.



Faisons le bilan des forces extérieures agissant sur le cube.

- Le poids \vec{P} du système
- la réaction \vec{R} de la piste

En l'absence des frottements, \vec{R} est perpendiculaire au déplacement.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système sur le trajet AB :

$$E_{CB} - E_{CA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \quad (\text{S2.1})$$

Exprimons chacun des termes de l'équation (S2.1)

$$E_{CB} = \frac{1}{2} m V_B^2$$

$$E_{CA} = \frac{1}{2} m V_A^2$$

$$W(\vec{P}) = mgh$$

avec $h = I_1 B - I_1 H$

$$I_1 B = r$$

$$I_1 H = I_1 A \cos \alpha = r \cos \alpha$$

Donc

$$h = r - r \cos \alpha = r(1 - \cos \alpha)$$

$$W(\vec{P}) = mgr(1 - \cos \alpha)$$

$$W(\vec{R}) = 0$$

car \vec{R} est constamment perpendiculaire au déplacement. (S2.1) devient :

$$\frac{1}{2} m V_B^2 = -\frac{1}{2} m V_A^2 = mgr(1 - \cos \alpha)$$

D'où l'on tire :

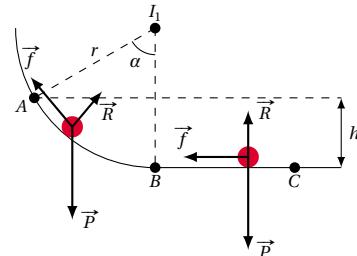
$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gr(1 - \cos \alpha)}$$

A.N. $\|\vec{V}_A\| = 6 \text{ ms}^{-1}$; $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $r = 15 \text{ m}$;

$$\alpha = \frac{1}{6} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{3} = 60^\circ; V_B = 13,2 \text{ ms}^{-1}.$$

15.2. Calculons l'intensité f des forces de frottement.

- Le système étudié est le cube M. Nous l'étudions sur la portion de trajectoire AC.



Faisons le bilan des forces extérieures agissant sur le système :

- le poids \vec{P} du système;
- la réaction \vec{R} de la piste;
- les forces de frottement représentées par \vec{f} .

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre A et C :

$$E_{CC} - E_{CA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f}) \quad (\text{S2.2})$$

Exprimons chacun des termes de l'expression (S2.2). Expressions des énergies cinétiques :

$$E_{CC} = \frac{1}{2} m V_C^2 \quad E_{CA} = \frac{1}{2} m V_A^2$$

Expressions des travaux du poids sur les deux tronçons de route :

$$W_{A \rightarrow C}^{(\vec{P})} = W_{A \rightarrow B}^{(\vec{P})} + W_{B \rightarrow C}^{(\vec{P})} \quad W_{A \rightarrow B}^{(\vec{P})} = mgr(1 - \cos \alpha)$$

$W_{B \rightarrow C}^{(\vec{P})} = 0$ car sur cette portion de trajectoire, \vec{P} est perpendiculaire au déplacement. Donc :

$$W_{A \rightarrow C}^{(\vec{P})} = mgr(1 - \cos \alpha)$$

Expressions des travaux de la force de frottement

$$W_{A \rightarrow C}^{(\vec{f})} = W_{A \rightarrow B}^{(\vec{f})} + W_{B \rightarrow C}^{(\vec{f})} \quad W_{A \rightarrow B}^{(\vec{f})} = -f \hat{AB}$$

où \hat{AB} est la longueur d'arc AB; $\hat{AB} = \frac{r2\pi}{6}$

$$W_{A \rightarrow C}^{(\vec{f})} = -f \frac{2\pi}{6} r \quad W_{B \rightarrow C}^{(\vec{f})} = -f l$$

Donc :

$$W_{A \rightarrow C}^{(\vec{f})} = -f \left(l + \frac{2\pi}{6} r \right)$$

$W(\vec{R}) = 0$ car \vec{R} est constamment perpendiculaire au déplacement. L'expression (S2.2) devient :

$$\frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = mgr(1 - \cos \alpha) - f \left(l + \frac{2\pi}{6} r \right)$$

D'où on tire l'expression de f :

$$f = \frac{mgr(1 - \cos \alpha) - \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} m V_A^2}{l + \frac{2\pi r}{6}}$$

A.N. $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $r = 15 \text{ m}$; $\alpha = \frac{1}{6} 2\pi = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$; $V_C = 12,5 \text{ ms}^{-1}$; $V_A = 6 \text{ ms}^{-1}$; $l = 15 \text{ m}$; $f = 0,43 \text{ N}$.

Conservation de l'énergie mécanique

3.1	Introduction	28
3.2	Energie potentielle	28
3.2.1	Energie potentielle de pesanteur	28
3.3	Energie potentielle élastique	29
3.3.1	Mise en évidence de l'énergie potentielle élastique	29
3.3.2	Expression de l'énergie potentielle élastique	29
3.4	Energie mécanique totale d'un système	30
3.4.1	Propriétés de l'énergie mécanique totale d'un système	30
3.5	Conséquence de la conservation de l'énergie mécanique	30
3.6	Méthode de résolution	32
3.7	Enoncés des exercices et problèmes	32
3.8	Solutions des exercices et problèmes	37



3.1 Introduction

Nous venons d'étudier l'énergie cinétique (liée au mouvement) d'un système.

Il existe une autre forme d'énergie liée non plus au mouvement du système, mais plutôt aux positions relatives de ses éléments. Cette forme d'énergie est appelée **énergie potentielle**.

Après l'étude de l'énergie potentielle, nous définirons l'énergie mécanique totale d'un système et nous verrons que cette énergie se conserve dans certaines conditions.

3.2 Energie potentielle

En fonction de la nature de la force qui effectue le travail, on distingue :

- **l'énergie potentielle de pesanteur;**
- **l'énergie potentielle élastique.**

3.2.1 Energie potentielle de pesanteur

Mise en évidence de l'énergie potentielle de pesanteur (E_{pp})

Considérons une mangue mûre portée par une branche du manguier. Par suite d'une légère secousse, cette mangue se détache de la branche et tombe. Très souvent, à son arrivée au sol, cette mangue s'écrase, sous l'effet du travail moteur de son poids. Donc, en considérant le système mangue, Terre, lorsque la mangue se rapproche de la Terre, son poids effectue un travail.

Conclusion: Lorsque la mangue est éloignée du sol, on dit que le système mangue, Terre possède de l'énergie potentielle de pesanteur.

Expression de l'énergie potentielle de pesanteur

Considérons un système formé par un solide de masse m dans le champ de pesanteur terrestre. On parle du système Terre - solide. Lorsque le centre d'inertie G du solide est à l'altitude z , l'énergie potentielle de pesanteur du système est :

$$E_{pp} = mgz$$

- E_{pp} : énergie potentielle de pesanteur (J);
- m : masse du solide (kg);
- g : intensité de la pesanteur (N kg^{-1});
- z : altitude du centre d'inertie (m).

Conventionnellement, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle à l'altitude $z = 0$.

Remarque.

- **Choix d'une origine.** Tout comme l'altitude, la valeur de l'énergie potentielle dépend du point choisi pour origine. Nous pourrions écrire.

$$E_{pp} = mgz + E_{p0}$$

où E_{p0} représente l'énergie potentielle de pesanteur au point $z = 0$.

En posant $E_{p0} = 0$ lorsque $z = 0$, on obtient une expression simple de l'énergie potentielle de pesanteur.

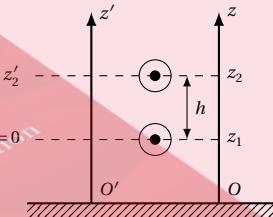
Dans les exercices, il est conseillé de placer l'origine O de l'axe Oz au point le plus bas que le centre d'inertie G du solide peut atteindre. Par ailleurs on ne peut calculer une énergie potentielle de pesanteur sans préciser l'origine.

- La variation d'énergie potentielle de pesanteur est indépendante de l'origine de l'axe.

Exemple.

Calculons la variation d'énergie potentielle de pesanteur de la bille entre les positions 1 et 2 (voir Figure 3.1).

Figure 3.1



Suivant l'axe Oz ,

$$\begin{aligned}\Delta E_{pp} &= E_{p2} - E_{p1} = mgz_2 - mgz_1 \\ &= mg(z_2 - z_1)\end{aligned}$$

$$\Delta E_{pp} = mgh$$

Suivant l'axe Oz'

$$\begin{aligned}\Delta E_{pp}' &= mgz'_2 - mgz'_1 \\ &= mg(z'_2 - z'_1)\end{aligned}$$

$$\Delta E_{pp}' = mgh$$

Donc $\Delta E_{pp} = \Delta E_{pp}'$.

On trouve la même variation d'énergie potentielle de pesanteur.

3.3. Energie potentielle élastique

Nous venons d'étudier l'énergie potentielle de pesanteur. Dans un système possédant cette forme d'énergie potentielle, c'est le poids (force de pesanteur) qui travaille.

Il existe d'autres systèmes où, en cas d'énergie potentielle, c'est une force élastique qui travaille. On dit que ces systèmes possèdent de l'énergie potentielle élastique.

3.3.1 Mise en évidence de l'énergie potentielle élastique

Définition: Système élastique

On appelle système élastique, un système qui reprend sa forme lorsque la force de déformation cesse d'agir; cette force de déformation étant une **force élastique**.

Exemple.

1. Un fusil à fléchettes dont le ressort est comprimé permet de propulser un objet.
2. Un lance-pierre constitué par deux cordes élastiques tendues, permet de propulser à grande vitesse un caillou (capable de tuer un oiseau).
3. Un arc tendu permet de tirer à grande vitesse une flèche.

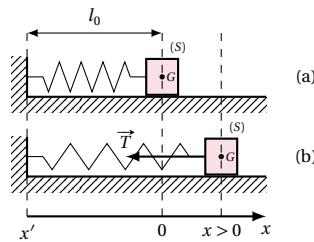
Conclusion: On dit que le ressort comprimé, le lance-pierre tendu ou l'arc tendu possèdent une énergie potentielle. Mais ici, la force qui effectue le travail est une force élastique. On dit alors que ces systèmes dans leur état comprimé ou tendu possèdent de l'énergie potentielle élastique que nous noterons E_{pK} .

3.3.2 Expression de l'énergie potentielle élastique

Cas d'un pendule élastique

Un pendule élastique est constitué par un solide accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives. Ce pendule peut être horizontal (Figure 3.2) ou vertical.

Figure 3.2



On démontre que l'énergie potentielle élastique est :

$$E_{pK} = \frac{1}{2} K x^2$$

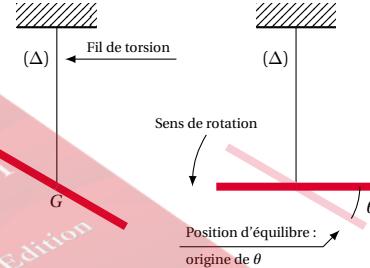
- E_{pK} : énergie potentielle élastique (J);
- K : constante de raideur du ressort (N m^{-1});
- x : déformation (allongement ou raccourcissement) du ressort (m).

x est le paramètre de position relative du système.

Cas d'un pendule de torsion

Un pendule de torsion est constitué par une barre (t) suspendue en son centre d'inertie G à un fil de torsion de constante C (voir Figure 3.3).

Figure 3.3



L'énergie potentielle élastique d'un tel système est donnée par :

$$E_{pK} = \frac{1}{2} C \theta^2$$

- E_{pK} : énergie potentielle élastique (J);
- C : constante de torsion du ressort ($\text{N m}^{-1} \text{ rad}^{-1}$);
- θ angle de torsion du fil (rad).

θ est le paramètre de position relative du système.

Remarque.

Un système peut posséder toutes les formes d'énergie potentielle au même instant. Dans ce cas, son énergie potentielle totale est :

$$E_p = E_{pP} + E_{pK}$$

3.4 Energie mécanique totale d'un système

Définition.

L'énergie mécanique E d'un système est égale à chaque instant, à la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle.

$$E = E_c + E_p$$

- E : énergie mécanique (J);
- E_c : énergie cinétique (J);
- E_p : énergie potentielle (J).

3.4.1 Propriétés de l'énergie mécanique totale d'un système

Sa conservation dans certaines conditions

Notion de force conservative

Définition.

Une force est dite conservative lorsque son travail ne dépend que du point de départ et du point d'arrivée et pas du chemin suivi.

Exemple.

- Le travail du poids ne dépend que de la différence entre les altitudes du point d'arrivée et du point de départ. Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi.
- Le poids est une force conservative.
- La force de frottement est une force non conservatrice car son travail dépend du chemin suivi.

Système conservatif

Définition.

Lorsque toutes les forces agissant sur le système sont conservatives, le système est dit conservatif

Exemple.

- Un système isolé est un système conservatif.
- Un système soumis à des forces dont le travail

est nul à l'exception de son poids est un système conservatif.

Conservation de l'énergie mécanique d'un système

L'énergie mécanique d'un système conservatif est constante au cours du temps.

3.5 Conséquence de la conservation de l'énergie mécanique

Variation d'énergie cinétique et variation d'énergie potentielle d'un système conservatif

Considérons un système conservatif à deux instants de dates t_1 et t_2 . La conservation de l'énergie mécanique entre ces deux instants peut s'exprimer par la relation :

$$E_{m1} = E_{m2}$$

Où E_{m1} est l'énergie mécanique du système à l'instant t_1 et E_{m2} son énergie mécanique à l'instant t_2 . Or nous savons que :

$$E_{m1} = E_c1 + E_{p1}$$

$$\text{et } E_{m2} = E_{c2} + E_{p2}$$

donc :

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} - E_{p2}$$

Ou encore :

$$E_{c2} - E_{c1} = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Dans cette expression, nous voyons

- $E_{c2} - E_{c1} = \Delta E_c$: variation d'énergie cinétique entre les instants t_1 et t_2 .
- $E_{p2} - E_{p1} = \Delta E_p$: variation d'énergie potentielle entre les instants t_1 et t_2 .

On a donc :

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \quad (3.1)$$

Toute variation ΔE_c de l'énergie cinétique d'un système conservatif entraîne une variation ΔE_p de son énergie potentielle, de signe contraire et réciproquement.

Par exemple, si l'énergie potentielle diminue, ($\Delta E_p < 0$), l'énergie cinétique augmente ($\Delta E_c > 0$) et l'augmentation d'énergie cinétique est égale à la diminution de l'énergie potentielle.

L'équation (3.1) traduit l'échange entre l'énergie cinétique du système et son énergie potentielle, le stock

3.5. Conséquence de la conservation de l'énergie mécanique

global d'énergie mécanique restant inchangé.

Barrière de potentiel. Cuvette ou puits de potentiel

Une étude qualitative du mouvement d'un système conservatif est possible à partir de la courbe représentant son énergie potentielle E_p en fonction du paramètre qui suffit à définir sa position.

Barrière de potentiel

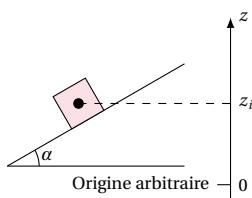


Figure 3.4

Considérons un solide en mouvement de translation dans le champ de pesanteur. Par exemple un objet glissant sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné.

Le système {objet-Terre} est supposé conservatif.

Lorsque le centre d'inertie de l'objet est en un point de côte z_i , l'énergie potentielle du système est :

$$E_{p_i} = mg z_i$$

Si à cet instant la vitesse de l'objet est v_i , son énergie cinétique est :

$$E_{c_i} = \frac{1}{2} m v_i^2$$

Lorsque z croît, E_p augmente.

Considérons la courbe $E_p = f(z)$ représentant l'énergie potentielle de ce système en fonction du paramètre de position z .

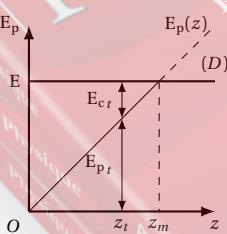


Figure 3.5

La droite (D) représente $E(z) = \text{constante}$, l'énergie mécanique totale du système conservatif.

L'énergie cinétique $E_c = E - E_p$ étant toujours positive ou nulle mais jamais négative, la partie de la courbe $E_p = f(z)$ qui représente réellement l'énergie potentielle du système doit se trouver au dessous de la droite (D).

Par conséquent, nous remarquons sur cette courbe que z ne peut dépasser la valeur z_m .

Lorsque z croît, E_c diminue et s'annule lorsque $z = z_m$; l'objet s'arrête alors, puis repart en sens inverse. On dit que l'objet rencontre un *mur* ou une *barrière de potentiel*.

Cuvette de potentiel

Considérons un pendule simple (solide mobile autour d'un axe fixe ne passant pas par son centre de gravité G) en mouvement de rotation dans un champ de pesanteur autour de l'axe (Δ). (voir Figure 3.6).

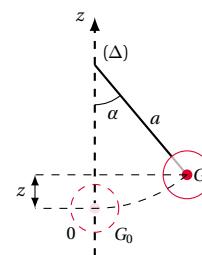


Figure 3.6

Sa masse est m , son centre d'inertie G est à la distance a de l'axe (Δ).

L'énergie potentielle de ce système dans le champ de pesanteur est :

$$E_p(z) = mg z = m g a (1 - \cos \alpha)$$

La courbe ci-dessous $E_p = f(\alpha)$ représente l'énergie potentielle du système en fonction de (α).

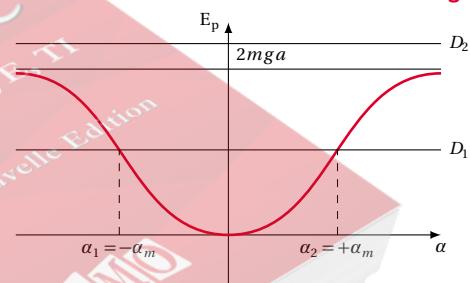


Figure 3.7

Considérons alors successivement deux cas de valeurs de l'énergie mécanique totale E du système conservatif.

1er cas

La droite D_1 représente $E(\alpha) = \text{constante}$

$$E(\alpha) < 2mga$$

L'énergie cinétique $E_c = E - E_p$ s'annule pour deux valeurs α_1 et α_2 de l'angle α . Le pendule s'arrête alors puis

reprend son mouvement dans l'autre sens. On dit que le système a un mouvement oscillatoire. Ce système se trouve dans une *cuvette ou puits de potentiel*. De plus cette cuvette est sinusoïdale.

2ème cas

La droite (D_2) qui représente $E(\alpha) = \text{constante}$ est au-dessus de la valeur $2mg\alpha$. Le pendule mobile autour de Δ tournera dans le même sens.

3.6 Méthode de résolution

Lors de l'étude énergétique (énergie mécanique totale) d'un système conservatif, on procède par les étapes suivantes :

1. Choix du système. Préciser quel est le système étudié. Le plus souvent, le système sera un objet en évolution dans le champ de pesanteur terrestre.
2. Analyse des actions mécaniques. Rechercher les forces appliquées au système; préciser leurs caractéristiques et montrer que toutes les forces, autres que le poids, effectuent un travail nul; cela établit que le système est conservatif.
3. Le théorème utilisé. Il y a conservation de l'énergie. Donc entre les instants t_1 et t_2 , on a :

$$E_{m1} = E_{m2}$$

ou encore, en tenant compte de la définition de l'énergie mécanique :

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

4. Application du théorème. Faire un choix des dates t_1 et t_2 et de l'origine des altitudes (ou encore l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur).

Puis dresser un tableau au modèle suivant :

Date	Energie cinétique	Energie potentielle	Energie mécanique
s	E_c	E_p	$E_m = E_c + E_p$
t_1	$E_{c1} = \dots$	$E_{p1} = \dots$	$E_{m1} = \dots$
t_2	$E_{c2} = \dots$	$E_{p2} = \dots$	$E_{m2} = \dots$

Écrire alors la conservation de l'énergie mécanique :

$$E_{m1} = E_{m2}$$

3.7 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

En montant sur une échelle, une personne de 75 kg s'élève de 1,5 m au-dessus du plancher. Le plancher de la pièce est situé à 7,5 m au-dessus de la rue. Quelle est l'énergie potentielle de cette personne par rapport au plancher? Par rapport à la rue?

Exercice 2.

A un ressort à réponse linéaire, de masse négligeable, de raideur $K = 80 \text{ N m}^{-1}$ est suspendu un corps S de masse $m = 0,8 \text{ kg}$. On prendra $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

- 2.1. Calculer l'allongement du ressort.
- 2.2. On abaisse alors S de 15 cm. Si la position de S lorsque le ressort n'est pas tendu est prise comme position de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur, quelle est l'énergie potentielle de l'ensemble dans cette nouvelle position?

Exercice 3.

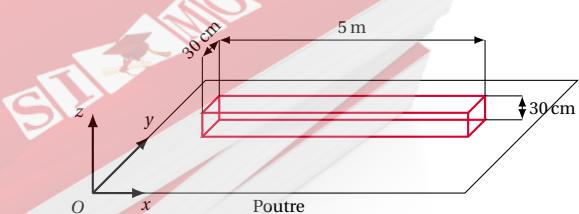
Un pendule de torsion comporte un fil de torsion vertical auquel est suspendu un solide dont le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation est J . La constante de torsion du fil est C . On tord l'extrémité inférieure du fil d'un angle θ_0 , l'extrémité supérieure étant fixe. En précisant l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur, calculer l'énergie potentielle du système.
A.N. $C = 10^{-2} \text{ m N}^{-1} \text{ rad}^{-1}$; $\theta_0 = 2 \text{ trs}$.

Exercice 4.

Une poutre est assimilée à un parallélépipède rectangle homogène.

La masse vaut $M = 1,5 t$. Elle repose initialement sur le sol horizontal choisi comme origine des altitudes.

- 4.1. Déterminer l'énergie potentielle de pesanteur initial E_{p1} .



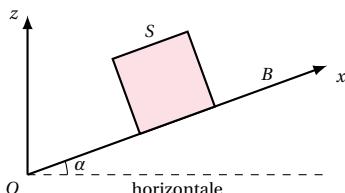
- 4.2. On lève la poutre à la verticale, la base reposant sur le sol. Déterminer l'énergie potentielle de pesanteur finale E_{p2} .

- 4.3. Calculer la variation de l'énergie potentielle ΔE_p lors de relevage.

3.7. Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 5.

Un solide S de masse $m = 10\text{ kg}$ se déplace le long d'un plan incliné OB , de longueur $L = 10\text{ m}$, faisant avec l'horizontale un angle $\alpha = 20^\circ$. On repère la position de S sur le plan par l'abscisse de son centre d'inertie G , soit $x = OG$. Le point O est pris comme origine des abscisses et des altitudes.



5.1. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur E_p de S en fonction de x .

5.2. Tracer la représentation graphique de l'énergie potentielle E_p en fonction de x .

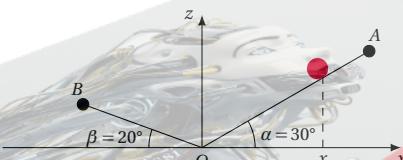
5.3. Déterminer l'énergie potentielle maximale.

Exercice 6.

Un petit objet S quasi ponctuel de masse $m = 100\text{ g}$ peut se déplacer sur deux plans inclinés (OA) et OB en coupe.

$$\text{On donne : } \begin{cases} OA = 3\text{ m} & \alpha = 30^\circ \\ OB = 2\text{ m} & \beta = 20^\circ \end{cases}$$

On repère la position de l'objet par son abscisse x , sur un axe horizontal d'origine O . Le point O sera choisi comme origine de l'énergie potentielle.



6.1. Quelles sont les coordonnées des points A et B ?

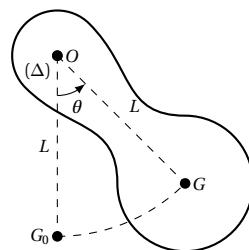
6.2. Exprimer, en fonction de x , l'énergie potentielle de l'objet dans le champ de pesanteur terrestre (on distingue les cas $x > 0$ et $x < 0$).

6.3. L'objet passe de B à A .

Calculer la variation ΔE_p de son énergie potentielle.

Exercice 7.

Un solide S de masse $m = 50\text{ kg}$ peut tourner autour d'un axe horizontal fixe Δ passant par un point O . La distance séparant O du centre d'inertie G est : $OG = L = 40\text{ cm}$. On repère la position du solide par l'angle formé par la droite OG et la verticale passant par le point O .



Lorsque $\theta = 0$, G est en G_0 choisi comme origine des altitudes et de l'énergie potentielle de pesanteur.

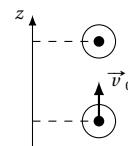
7.1. Exprimer l'altitude z du point G en fonction de θ et L .

7.2. En déduire l'énergie potentielle E_p de S . Donner son expression en fonction de θ .

7.3. Faire l'application numérique et tracer point par point le graphique donnant E_p en fonction de θ en calculant numériquement les valeurs de l'énergie potentielle pour 21 valeurs de θ choisies entre $-\pi$ et $+\pi$ rad.

Exercice 8.

Un projectile assimilable à un point de masse $m = 50\text{ g}$ est lancé verticalement vers le haut du point O pris comme origine des altitudes avec une vitesse $v_0 = 20\text{ m s}^{-1}$ (voir figure ci-contre). On néglige l'action de l'air.



Au plus haut de sa montée, le projectile atteint le point F à l'altitude maximale z_m .

8.1. Calculer z_m .

8.2. Tracer le diagramme énergétique du système, c'est-à-dire les représentations graphiques de l'énergie potentielle de pesanteur E_p , de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie mécanique en fonction de l'altitude z .

8.3. Retrouver z_m à l'aide du diagramme.

Exercice 9.

Une pomme de masse $M = 200\text{ g}$, assimilable à un objet ponctuel, se détache d'une branche et tombe en chute libre, l'action de l'air étant négligeable. On mesure sa vitesse à l'altitude $z_1 = 1\text{ m}$ au-dessus du niveau du sol ; on trouve : $v_1 = 8,85\text{ m s}^{-1}$

9.1. Calculer l'énergie mécanique E_{m1} de la pomme. Préciser le système choisi et les origines.

9.2. La vitesse initiale de la pomme étant nulle, calculer l'altitude initiale de la pomme.

9.3. Déterminer la vitesse de la pomme juste avant son impact sur le sol.

Exercice 10.

On lance une petite pierre de masse $m = 100\text{g}$ verticalement vers le haut. La pierre part d'un point O pris comme origine des altitudes avec une vitesse initiale $v_0 = 15 \text{ m s}^{-1}$.

On néglige l'action de l'air.

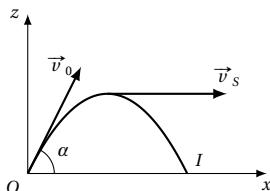
10.1. Calculer l'altitude maximale atteinte.

10.2. Calculer la vitesse de la pierre lorsqu'elle repasse par le point O .

Exercice 11.

On lance d'un point O une petite pierre de masse $m = 100\text{g}$ avec un vecteur vitesse initial \vec{v}_0 ($\|\vec{v}_0\| = v_0 = 15 \text{ m s}^{-1}$) incliné d'un angle α au-dessus du plan horizontal. La pierre décrit une trajectoire parabolique de sommet S .

Le point O est pris comme origine des altitudes et l'action de l'air est supposée négligeable.



11.1. Calculer, en fonction de v_0 et α les coordonnées v_{0x} et v_{0z} du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 .

11.2. On montre que la vitesse au sommet S de la trajectoire est horizontale et a pour valeur $v_S = v_{0x}$. Déterminer l'expression littérale donnant l'altitude z_S du sommet S en fonction de α , v_0 .

11.3. Calculer numériquement z_S pour les valeurs suivantes de α : 30° ; 45° ; 60° ; 90° .

A quoi correspond $\alpha = 90^\circ$? Vérifier les résultats à l'aide de l'exercice 10.

11.4. Calculer la vitesse au point I juste avant l'impact sur le sol horizontal et représenter le vecteur vitesse v_1 .

Exercice 12.

Un fil de masse négligeable soutient une sphère métallique assimilable à un point matériel de masse $M = 1\text{kg}$. La distance du point d'attache au centre de la sphère est $l = 2\text{m}$.

12.1. On écarte ce pendule d'un angle α par rapport à sa position d'équilibre. De combien a-t-on augmenté son énergie potentielle?

A.N. $\alpha = 60^\circ$.

12.2. On abandonne alors le pendule sans vitesse initiale. Quelle est la vitesse v de la boule quand elle passe par la position d'équilibre?

12.3. On suppose que le fil casse quand la boule passe à la position d'équilibre. Avec quelle vitesse arrivera-t-elle au sol, situé à 7m en dessous du point d'attache?

12.4. On reprend le pendule du début de l'exercice. La boule est au repos et on lui communique une vitesse initiale \vec{v}_0 horizontale.

12.4.1. Quelle doit être la valeur minimale de v_0 pour

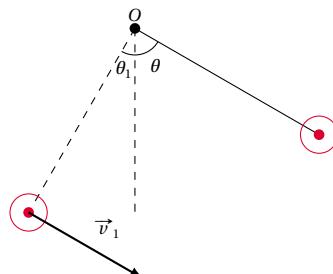
que la boule fasse un tour complet?

12.4.2. On veut que la boule fasse un tour complet et qu'elle atteigne le point le plus haut de la trajectoire avec une vitesse $v_A = 4 \text{ m s}^{-1}$.

Calculer la vitesse initiale v'_0 qu'il faut communiquer à la boule.

Exercice 13.

Une petite bille S quasi ponctuelle, de masse $m = 200\text{g}$, est accrochée à un point fixe O par un fil inextensible, de masse négligeable, de longueur $L = 80\text{cm}$. L'ensemble constitue un pendule simple.



On repère sa position par l'angle θ que fait le fil avec la verticale passant par O .

Le fil est écarté vers la gauche et lancé vers la droite avec une vitesse v_1 . Lorsque $\theta_1 = 30^\circ$, le fil est tendu.

13.1. Calculer l'énergie mécanique E_{m1} et justifier que l'énergie mécanique se conserve.

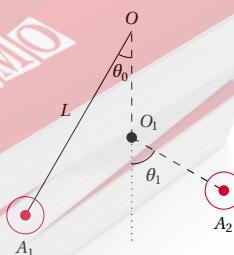
13.2. Déterminer l'angle maximum θ_m de remontée. Quel est le mouvement ultérieur du pendule?

13.3. Quelle vitesse initiale v'_1 devrait-on communiquer à S lorsque $\theta = \theta_1$ pour que la bille arrive à la vertical ($\theta = 180^\circ$) avec une vitesse $v = 5 \text{ m s}^{-1}$ (le fil reste alors toujours tendu)?

Quel est le mouvement ultérieur du pendule?

13.4. Le pendule ci-dessus étant en équilibre, on fixe sur la verticale du point O à une distance $\frac{L}{2}$ au-dessous de ce point une pointe O_1 .

On écarte alors le pendule d'un angle θ_0 vers la gauche et on le lâche sans vitesse initiale. Le pendule oscille alors autour de O à gauche de sa position d'équilibre, puis autour de O_1 à droite de celle-ci (voir figure ci-dessus).



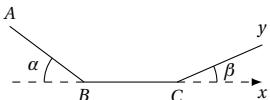
Que peut-on dire des points A_1 et A_2 , extrémités de la trajectoire de la billes.

Calculer l'angle de remontée θ_1 si $\theta_0 = 30^\circ$.

3.7. Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 14.

Un solide de masse $m = 0,5\text{kg}$ peut glisser sans frottement, sur une piste dont la coupe (A, B, C, y) est située dans un plan vertical (voir figure)



On donne : $\sin \alpha = 0,6$; $\sin \beta = 0,4$; $BC = 0,5\text{m}$; $g \approx 10\text{N kg}^{-1}$.

Les cotes du solide, supposé ponctuel, seront représentées sur l'axe vertical $z' Oz$, d'origine O orienté positivement vers le haut.

Le niveau horizontal BC , sera choisi comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur du système {solide + Terre} :

$$E_{p_B} = E_{p_C} = 0$$

Au départ du solide, en A , l'énergie mécanique du système est $E_A = 1,2\text{J}$

14.1. Calculer la vitesse V_A , en A , du solide, sachant que $z_A = 20\text{cm}$.

14.2. Quelle est la nature du mouvement du solide sur la portion de piste BC . Calculer sa vitesse.

14.3. Calculer la distance maximale parcourue par le solide, sur la portion de piste Cy , avant de redescendre.

14.4. Représenter graphiquement l'énergie potentielle du système, soit E_p , en fonction de l'abscisse x du solide.

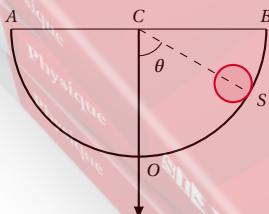
Echelle : $\begin{cases} \text{en abscisse : } 1\text{ cm pour } 10\text{ cm} \\ \text{en ordonnée : } 1\text{ cm pour } 1\text{ J} \end{cases}$

Extrait de Probatoire D Côte d'Ivoire Juin 1982.

Exercice 15.

Dans tout l'exercice on néglige les frottements, les solides considérés sont assimilables à des points matériels. On prendra pour g la valeur 10 N kg^{-1} . Un solide S , de masse $m = 10\text{g}$, peut glisser sur un rail qui a la forme d'un demi-cercle AOB de rayon $R = 0,8\text{m}$ et de centre C contenu dans un plan vertical.

Les points A, C et B sont situés sur la même horizontale (voir figure) ; la position de S , au cours du mouvement, est repérée par l'angle θ formé par la verticale descendante CO et par CS .



15.1. On prendra pour origine de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal passant par O et on désigne par z l'altitude de S par rapport à ce plan.

15.1.1. Etablir l'expression de z en fonction de R et θ , puis celle de E_p , énergie potentielle de pesanteur en fonc-

tion de m, g, R et θ .

15.1.2. Calculer la valeur de E_p pour $\theta = \frac{\pi}{3}$ rad.

15.2. Le solide S étant au repos en O , on lui communique une énergie telle qu'en arrivant en B , il possède une énergie mécanique $E_B = 0,08\text{J}$.

15.2.1. Avec quelle vitesse arrive-t-il en B ? Justifier la réponse.

15.2.2. Représenter la courbe $E_c = f(\theta)$ pour θ compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$.

(échelle : 1 cm représente 10^{-2}J et 1 cm représente $\frac{\pi}{12}\text{ rad}$).

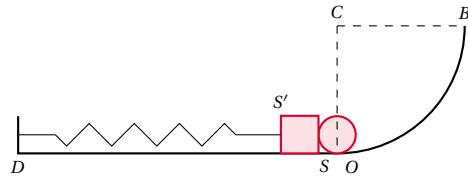
15.2.3. Graphiquement, indiquer comment obtenir sur la courbe précédente l'énergie potentielle pour un angle θ quelconque.

Déterminer graphiquement cette valeur pour $\theta = \frac{\pi}{4}$.

15.2.4. Avec quelle vitesse le solide repasse-t-il au point O ?

15.3. On coupe le rail en O (voir figure). Le Solide S , abandonné en B sans vitesse initiale, rencontre lors de son passage en O , un deuxième solide S' au repos, de masse $m' = 10\text{g}$.

S' est relié à l'extrémité d'un ressort élastique de raideur $k = 10\text{ N m}^{-1}$, l'autre extrémité D étant fixe. S' peut se déplacer sur un support horizontal. Le choc entre les deux solides S et S' est considéré comme parfaitement élastique.



15.3.1. Juste après le choc, les vitesses \vec{v}_1 de S et \vec{v}_2 de S' sont colinéaires.

Déterminer les normes de ces vitesses v'_1 et v'_2 .

15.3.2. En déduire la compression maximale du ressort.

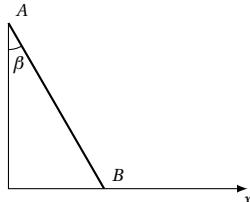
Extrait Probatoire C Côte d'Ivoire Juin 1988.

Exercice 16.

Dans tout l'exercice prendre $g = 10\text{ N/kg}$ et faire une résolution littérale avant de passer aux applications numériques.

16.1. Un objet parallélépipédique de masse $m = 400\text{g}$, est lâché, sans vitesse initiale, d'un point A suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné parfaitement lisse, faisant un angle $\beta = 30^\circ$ avec la verticale. En B , il aborde un plan horizontal rugueux. Les forces de frottement sont équivalentes à une force horizontale \vec{F} de norme $\frac{1}{5}$ du poids de l'objet.

On admettra qu'au point B de raccordement des trajectoires rectilignes, la norme du vecteur vitesse est conservée.



- 16.1.1.** Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
16.1.2. Déterminer la vitesse v_B de l'objet au point B tel que $AB = l = 0,8\text{ m}$.
16.1.3. Quelle distance parcourt l'objet sur le plan horizontal avant de s'arrêter?
16.2. Sur le plan horizontal rugueux, on place au point D , tel que $BD = 1,7\text{ m}$ un ressort de masse négligeable, de constante de raideur $K = 400\text{ N/m}$ et de longueur à vide l_0 .
16.2.1. Déterminer la vitesse v_0 de l'objet au moment du choc avec le ressort.
16.2.2. Déterminer l'énergie mécanique du système {objet, ressort, terre} au point D .

On prend comme état de référence :

$$E_{\text{pesanteur}} = 0 \quad \text{sur le plan } Bx$$

$$E_{\text{élastique}} = 0 \quad \text{pour le ressort à vide}$$

- 16.2.3.** Déterminer l'énergie mécanique du système lorsque le ressort est à sa position de raccourcissement maximal D' (on posera $DD' = x$).
16.2.4. En déduire la valeur du raccourcissement maximal x du ressort.

- 16.3.** On enlève maintenant le ressort et on place au point D un solide S , de masse $M = 600\text{ g}$.

L'objet arrive maintenant au point D avec la vitesse $V_D = 2,6\text{ m s}^{-1}$. On suppose que le choc est parfaitement mou, les deux mobiles restant solidaires après le choc. Déterminer la vitesse du système $\{m, M\}$, juste après le choc.

La question 3 est indépendante des question 1 et 2.
Extrait de Probatoire D Côte d'Ivoire Juin 1989.

Exercice 17.

Moteur coupé, une voiture de masse $m = 1000\text{ kg}$ est abandonnée sans vitesse initiale en A . On donne la trajectoire du centre d'inertie G du véhicule, dans un plan vertical (A, B, C, D, E, F) (voir ci-dessous).

En F la voiture s'arrête. On prendra $g = 10\text{ m s}^{-1}$.

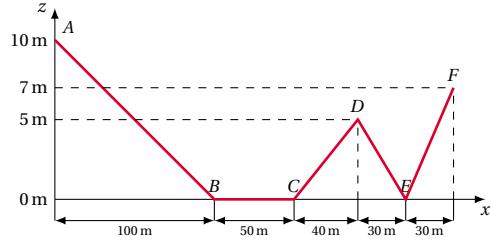
- 17.1.** Peut-on dire qu'il y a conservation de l'énergie mécanique totale?

17.2. En admettant que l'énergie mécanique totale est une fonction affine de x , tracer la courbe donnant, en fonction de x , la variation de l'énergie potentielle, celle de l'énergie mécanique totale du système et celle de l'énergie cinétique.

- 17.3.** En quels points de la trajectoire, la vitesse sera égale à 10 m s^{-1} ? En quel point sera-t-elle maximale?

- 17.4.** Que vaut l'énergie perdue par la voiture au point D ?

On choisira comme échelle : $10^4\text{ J} \rightarrow 1\text{ cm}; 20\text{ m} \rightarrow 1\text{ cm}$.



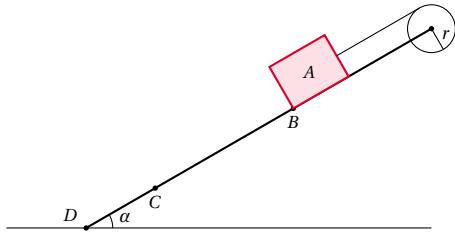
Extrait de Probatoire C Côte d'Ivoire juin 1982.

Exercice 18.

Un corps A de masse M est attaché à un fil inextensible, enroulé autour d'une poulie de rayon r et de moment d'inertie J par rapport à l'axe de rotation. Le corps A est abandonné sans vitesse initiale au point B .

Il se déplace alors le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant avec le plan horizontal un angle α .

On donne : $M = 1\text{ kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $g = 10\text{ ms}^{-2}$; $J = 9 \times 10^{-4}\text{ kg m}^2$; $r = 6\text{ cm}$.



- 18.1.** Quelle est la vitesse du corps A quand il atteint le point C tel que $BC = 2\text{ m}$ dans les hypothèses suivantes?

- 18.1.1. Hypothèse I :** Les frottements sont négligeables.

- 18.1.2. Hypothèse II :** Les forces de frottement qui agissent sur A sont équivalentes à une force constante, parallèle au déplacement, d'intensité égale au dixième du poids du corps A .

- 18.2.** Quand le corps atteint le point C , on brûle le fil; Déterminer dans chacune des hypothèses I et II la vitesse du corps A quand il atteint le point D tel que $CD = 1\text{ m}$.

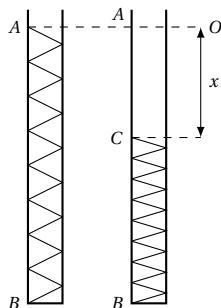
- 18.3.** Quelle distance le corps A parcourt-il alors sur le plan horizontal? (On admettra que le changement de plan n'a aucun effet sur le module du vecteur vitesse) (mêmes hypothèses I et II).

Extrait probatoire E Côte d'Ivoire Juin 1982.

Exercice 19.

Un ressort de masse négligeable, de longueur à vide $AB = 10\text{ cm}$, travaillant en compression, est disposé dans un tube vertical fermé à son extrémité inférieure. Une force d'intensité 2 N le raccourcit de 5 mm .

3.8. Solutions des exercices et problèmes



19.1. On comprime le ressort en le raccourcissant d'une longueur $AC = x$. Un dispositif bloque l'extrémité C du ressort dans cette position.

Quelle est l'énergie potentielle élastique du ressort lorsque $x = 4\text{ cm}$?

19.2. L'extrémité C du ressort est toujours bloquée. Une bille d'acier de masse $m = 50\text{ g}$ est posée sur cette extrémité. Dans cette position initiale, quelle est l'énergie mécanique du système (ressort-bille). Le niveau horizontal passant par C sera pris comme origine des énergies potentielles de pesanteur.

19.3. On laisse le ressort se détendre. Il propulse la bille verticalement. Quelle est lors du passage de la bille en A :

19.3.1. son énergie mécanique? Justifier votre réponse. (Les frottements sont négligeables).

19.3.2. Son énergie potentielle?

19.3.3. Son énergie cinétique?

19.3.4. sa vitesse?

19.4. Quelle est l'altitude maximale atteinte par la bille? Que deviendrait-elle avec une bille de masse $2m = 100\text{ g}$ lancée dans les mêmes conditions. On prendra dans tout le problème : $\|\vec{g}\| = 10\text{ m s}^{-2}$.

Extrait de Probatoire D Côte d'Ivoire Juin 1981.

3.8 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 32)

Le système étudié est la personne de masse m dans le champ de pesanteur terrestre. Son énergie potentielle de pesanteur est :

$E_p = mgz$ où z est l'altitude de cette personne par rapport à l'origine choisie :

1.1. Par rapport au plancher, on a :

$$E_{p1} = mgz_1$$

avec $z_1 = 1,5\text{ m}$

A.N. $m = 75\text{ kg}$; $g = 9,8\text{ ms}^{-2}$; $z_1 = 1,5\text{ m}$.

$$E_{p1} = 75 \times 9,8 \times 1,5 = 1102,5\text{ J}$$

$$E_{p1} = 1102,5\text{ J}$$

1.2. Par rapport à la rue, on a :

$$E_{p2} = mgz_2$$

avec $z_2 = 7,5 + 1,5 = 9\text{ m}$

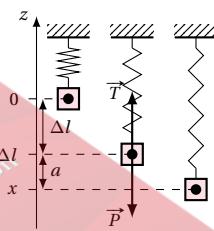
A.N. $m = 75\text{ kg}$; $g = 9,8\text{ ms}^{-2}$; $z_2 = 9\text{ m}$.

$$E_{p2} = 75 \times 9,8 \times 9 = 6615\text{ J}$$

$$E_{p2} = 6615\text{ J}$$

Solution 2. (p. 32)

2.1. Allongement du ressort.



Le système étudié est le corps S suspendu au ressort, dans le champ de pesanteur terrestre.

Faisons le bilan des forces agissant sur le corps S :

■ Le poids \vec{P} .

■ La tension \vec{T} du ressort S étant en équilibre,

$$\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$$

En projetant cette équation vectorielle sur l'axe Oz , on a :

$$T - P = 0 \rightarrow P = T$$

$$P = mg \text{ et } T = K \cdot \Delta l \text{ d'où } mg = K \cdot \Delta l.$$

On déduit :

$$\Delta l = \frac{mg}{K}$$

A.N. $m = 0,8\text{ kg}$; $g = 10\text{ m s}^{-2}$; $K = 80\text{ N m}^{-1}$.

$$\Delta l = \frac{0,8 \times 10}{80} = 0,1\text{ m} = 10\text{ cm}$$

2.2. Energie potentielle de l'ensemble (voir figure).

Le système étant élastique et placé dans le champ de pesanteur terrestre, cette énergie potentielle est :

$$E_p = E_{p\text{ pesanteur}} + E_{p\text{ élastique}}$$

$$E_{p\text{ pesanteur}} = mgx$$

Où x est l'altitude(négative) de la masse par rapport à l'origine des énergies potentielles de pesanteur.

$$E_{p\text{ élastique}} = \frac{1}{2} \cdot K x^2$$

$$E_p = mgx + \frac{1}{2} \cdot K x^2$$

A.N. $x = -(\Delta l + a) = (-0,10 + 0,15) = -0,25\text{ m}$.

$$\begin{aligned} E_p &= 0,8 \times 10 \times (-0,25) + \frac{1}{2} \times 80 \times (-0,25)^2 \\ &= 0,5\text{ J} \end{aligned}$$

$$E_p = 0,5\text{ J}$$

Solution 3. (p. 32)

Le système étudié est l'ensemble {solide + fil} dans le champ de pesanteur terrestre.

En considérant le plan horizontal contenant le centre d'inertie du solide comme l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur, l'énergie potentielle du système est :

$$E_p = E_{p\text{ élastique}} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2$$

A.N. $C = 10^{-2}\text{ m N}^{-1}\text{ rad}^{-1}$; $\theta_0 = \text{trs} = 2 \times 2\pi\text{ rad} = 4\pi\text{ rad}$

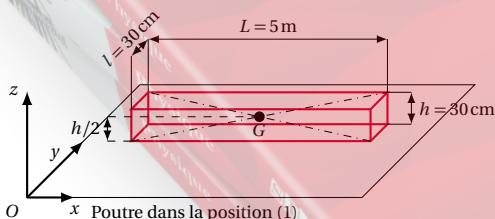
$$E_p = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \times (4 \times 3,14)^2 = 0,788\text{ J}$$

Solution 4. (p. 32)

Le système étudié est la poutre (que nous réduisons à son centre d'inertie (G) dans le champ de pesanteur.

4.1. Dans la position (1),

(G) se trouve à une altitude $z_1 = \frac{h}{2} = 15\text{ cm}$ du sol.



L'énergie potentielle du système est donc :

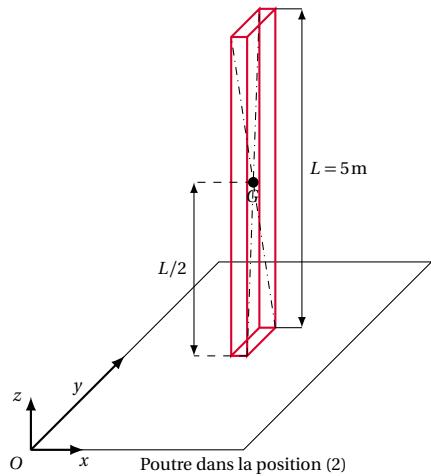
$$E_{p1} = mgz_1$$

A.N. $m = 1,5\text{ t} = 1500\text{ kg}$; $g = 9,8\text{ m s}^{-2}$; $z_1 = 0,15\text{ m}$.

$$E_{p1} = 1500 \times 9,8 \times 0,15 = 2205\text{ J}$$

4.2. Dans la position (2),

(G) se trouve à une altitude $z_2 = \frac{L}{2} = 2,5\text{ m}$ du sol.



L'énergie potentielle du système est donc :

$$E_{p2} = mgz_2$$

A.N. $1,5\text{ t} = 1500\text{ kg}$; $g = 9,8\text{ m s}^{-2}$; $z_2 = 2,5\text{ m}$.

$$E_{p1} = 1500 \times 9,8 \times 2,5 = 36750\text{ J}$$

4.3. Calculons la variation de l'énergie potentielle ΔE_p lors de relevage

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= E_{p2} - E_{p1} \\ &= 36750 - 2205 = 34545\text{ J} \\ \Delta E_p &= 34545\text{ J} \end{aligned}$$

Solution 5. (p. 33)

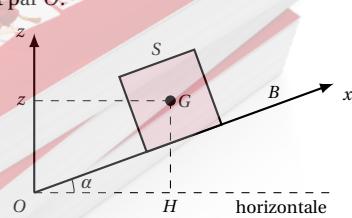
5.1. Expression de l'énergie potentielle E_p en fonction de x .

Le système étudié est le solide S (que nous réduisons à son centre d'inertie (G) dans le champ de pesanteur terrestre.

Le plan horizontal passant par O étant pris comme l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur, l'énergie potentielle du système est :

$$E_p = mgz$$

Où z est l'altitude de G par rapport au plan horizontal passant par O .



Or $z = HG$. Dans le triangle OHG rectangle en H ,

$$\sin(\alpha) = \frac{HG}{OG} \rightarrow HG = OG \cdot \sin(\alpha)$$

3.8. Solutions des exercices et problèmes

Donc

$$z = x \cdot \sin(\alpha)$$

$$\text{et } E_p = mgx \cdot \sin(\alpha)$$

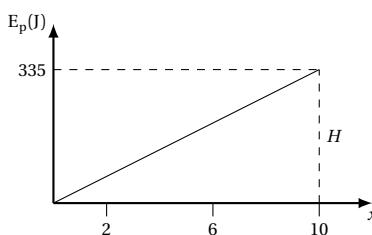
A.N. $m = 10\text{kg}$; $g = 9,8\text{ms}^{-2}$; $\sin(\alpha) = 0,34$.

$$E_p = 33,5 \cdot x$$

5.2. Représentation graphique de $E_p = 33,5 \cdot x$.

E_p est une fonction linéaire de x . Deux points suffisent pour tracer cette courbe.

x (m)	0	10
E_p en joule	0	335



5.3. Energie potentielle maximale $E_{p\max}$

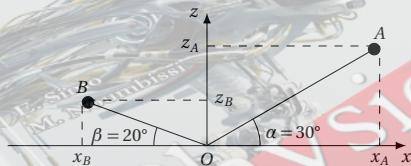
Cette énergie maximale est atteinte lorsque le solide atteint l'altitude maximale. A cet instant, G est au point B . Donc

$$x_{\max} = OB = l = 10\text{m}$$

$$E_{p\max} = 33,5 \cdot x_{\max} = 335\text{J}$$

Solution 6. (p. 33)

6.1. Coordonnées des points A et B



$$\text{Pour A : } x_A = OA \cdot \cos(\alpha) = 3 \cos(30) = 2,6\text{ m}$$

$$z_A = OA \cdot \sin(\alpha) = 3 \sin(30) = 1,5\text{ m}$$

$$\text{Pour B : } x_B = -OB \cdot \cos(\beta) = -2 \cos(20) = -1,88\text{ m}$$

$$z_B = OB \cdot \sin(\beta) = 2 \sin(20) = 0,68\text{ m}$$

6.2. Expression de l'énergie potentielle E_p en fonction de x .

Le système considéré est le solide ponctuel dans le champ de pesanteur terrestre.

■ Pour $x < 0$,

$$E_p = mgz_s \text{ où } z_s \text{ est l'altitude de } S \text{ par rapport au plan horizontal passant par } O.$$

Or pour $x < 0$, $z_s = x \cdot \tan(\beta)$ Donc

$$E_p = mgx \cdot \tan(\beta)$$

A.N. $m = 100\text{g} = 0,1\text{kg}$; $g = 9,8\text{ms}^{-2}$; $\beta = 20^\circ$;

$$\tan(\beta) = 0,364.$$

$$E_p = 0,356 \cdot x$$

■ Pour $x > 0$,

$$z_S = x_S \cdot \tan(\alpha)$$

$$E_p = mgz_s = mgx_S \cdot \tan(\alpha)$$

A.N. $100\text{g} = 0,1\text{kg}$; $g = 9,8\text{ms}^{-2}$; $\alpha = 30^\circ$; $\tan(\alpha) = 0,577$.

$$E_p = 0,566 \cdot x$$

6.3. Calculons la variation ΔE_p de l'énergie potentielle lorsque S passe de B à A .

$$\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$$

$$= mgz_A - mgz_B = mg(z_A - z_B)$$

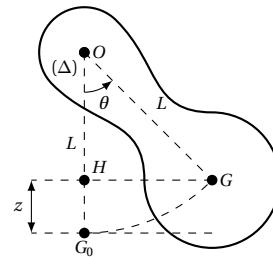
A.N. $m = 100\text{g} = 0,1\text{kg}$; $g = 9,8\text{ms}^{-2}$; $z_A = 1,5\text{m}$; $z_B = 0,68\text{m}$.

$$\Delta E_p = 0,1 \times 9,8 \times (1,5 - 0,68) = 0,80\text{J}$$

Lorsque S passe de B à A , son énergie potentielle augmente.

Solution 7. (p. 33)

7.1. Altitude z en fonction de L et θ .



G_0 étant l'origine des altitudes, dans le repère (G_0, z) , l'altitude z de G est $z = G_0H$. Or $G_0H = OG_0 - OH$ avec $OG_0 = OG = L$ et $OH = OG \cdot \cos(\theta) = L \cdot \cos(\theta)$ d'où $z = G_0H = L - L \cdot \cos(\theta)$

$$z = L(1 - \cos(\theta))$$

7.2. Energie potentielle de S , G_0 étant aussi l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur,

$$E_p = mgz$$

Expression de E_p en fonction de θ

$$E_p = mgL(1 - \cos(\theta))$$

7.3. Application numérique :

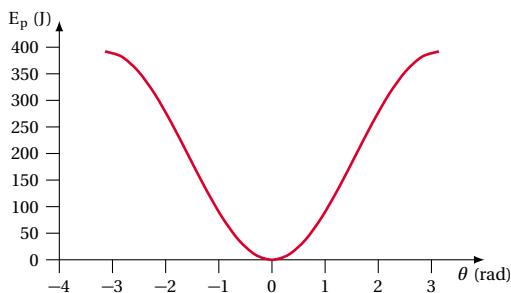
$m = 50\text{kg}$; $g = 9,8\text{Nkg}^{-1}$; $L = 40\text{cm} = 0,4\text{m}$.

$$E_p = 196(1 - \cos(\theta))$$

Graphique

$$E_p = f(\theta)$$

θ	$-\pi$	$-0,9\pi$	$-0,8\pi$	$-0,7\pi$	$-0,6\pi$	
E_p	392	382,4	354,5	311,2	256,5	
θ	$-0,5\pi$	$-0,4\pi$	$-0,3\pi$	$-0,2\pi$	$-0,1\pi$	0
E_p	196	135,4	80,8	37,4	9,6	0
θ	$0,1\pi$	$0,2\pi$	$0,3\pi$	$0,4\pi$	$0,5\pi$	
E_p	9,6	37,4	80,8	135,4	196	
θ	$0,6\pi$	$0,7\pi$	$0,8\pi$	$0,9\pi$	π	
E_p	256,5	311,2	354,5	382,4	392	



Solution 8. (p. 33)

8.1. Calcul de z_m .

Choix du système : {le projectile dans le champ de pesanteur}.

Analyse des actions mécaniques : Après le lancer seul le poids agit.

Théorème utilisé : conservation de l'énergie mécanique.
Application du théorème : choix des dates :

- t_1 la date du lancer
- t_2 la date d'arrivée en F

Dressons le tableau des énergies

	E_p	E_c	E_m
t_1	0	$\frac{1}{2}Mv_0^2$	$E_{m1} = \frac{1}{2}Mv_0^2 + 0$
t_2	Mgz_m	0	$E_{m2} = \frac{1}{2}Mgz_m + 0$

La conservation mécanique se traduit par :

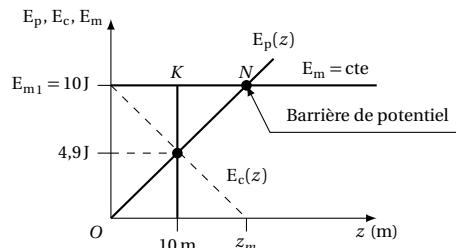
$$E_{m1} = E_{m2} \rightarrow \frac{1}{2}Mv_0^2 = Mgz_m$$

D'où on en déduit :

$$z_m = \frac{v_0^2}{2g}$$

A.N. $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$; $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $Z_m = 20,4 \text{ m}$.

8.2. Traçons le diagramme énergétique du système.



Déterminons, en fonction de z , les équations des diverses énergies.

$$\begin{aligned} E_p &= mgz \\ &= 0,05 \times 9,8 \times z = 0,49z \\ E_m &= \frac{1}{2}Mv_0^2 + 0 \\ &= \frac{1}{2} \times 0,05 \times 20^2 = 10 \text{ J} \\ E_c &= E_m - E_p = 10 - 0,49z \end{aligned}$$

Exploitation du diagramme

Le diagramme permet de déterminer très facilement la vitesse du projectile à une altitude quelconque : par exemple si l'altitude z est égale à 10 m, on obtient :

$$\begin{aligned} E_p &= 4,9 \\ \rightarrow E_c &= E_m - E_p \\ &= 10 - 4,9 = 5,1 \text{ J} \end{aligned}$$

$$E_c = \frac{1}{2}Mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{M}} = 14,3 \text{ m s}^{-1}$$

Ce diagramme permet également de prévoir l'évolution du mouvement. Lors de la montée, l'énergie potentielle augmente et l'énergie cinétique diminue. Lorsque $z = z_m = 20,4 \text{ m}$ l'énergie cinétique est nulle ; le projectile cesse son ascension avant de redescendre. Lors de la descente, l'énergie potentielle diminue au profit de l'énergie cinétique.

Une barrière de potentiel apparaît sur le diagramme à l'intersection des droites représentant E_p et E_m (point N) d'abscisse $z_m = 20,4 \text{ m}$. En effet, supposons que le projectile monte jusqu'à l'altitude $z = 25 \text{ m}$, par exemple et faisons un bilan d'énergie.

$$\begin{aligned} z &= 25 \text{ m} \\ \rightarrow E_m &= 10 \text{ J} \\ E_p &= Mgz = 12,25 \text{ J} \\ \rightarrow E_c &= -2,25 \text{ J} \end{aligned}$$

L'énergie cinétique serait, à l'altitude, négative, ce qui est rigoureusement impossible.

Solution 9. (p. 33)

9.1. Calcul de l'énergie mécanique E_{m1} de la pomme.

Choix du système : C'est la pomme dans le champ de pesanteur.

Analyse des actions mécaniques : Une fois détachée de la branche, la pomme est soumise seulement à l'action de son poids.

3.8. Solutions des exercices et problèmes

(L'action de l'air étant négligeable).

Élément utilisé : définition de l'énergie mécanique.

$$E_{m1} = E_{c1} + E_{p1}$$

$$E_{c1} = \frac{1}{2} M v_1^2$$

En prenant le sol comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur, on a :

$$E_{p1} = Mg z_1$$

Donc

$$E_{m1} = \frac{1}{2} M v_1^2 + Mg z_1$$

A.N. $M = 200\text{ g}$; $v_1 = 8,85\text{ m s}^{-1}$; $z_1 = 1\text{ m}$; $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$.

$$E_{m1} = 9,79\text{ J}$$

9.2. Altitude initiale h de la pomme.

Choix du système et Analyse des actions mécaniques : voir question (a).

Théorème utilisé : conservation de l'énergie mécanique qui se traduit par :

$$E_{m0} = E_{m1}$$

Application du théorème : choix des dates :

- t_0 : date du départ de la pomme
- t_1 : date à laquelle la pomme se trouve au point d'altitude $z_1 = 1\text{ m}$

Dressons le tableau des énergies

	E_p	E_c	E_m
t_0	Mgh	0	$E_{m0} = Mgh$
t_1	Mgz_1	$\frac{1}{2} M v_1^2$	$E_{m1} = \frac{1}{2} M v_1^2 + Mg z_1$

La conservation de mécanique se traduit par :

$$E_{m0} = E_{m1} \leftrightarrow Mg h = \frac{1}{2} M v_1^2 + Mg z_1$$

$$\rightarrow h = \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1$$

A.N. $v_1 = 8,85\text{ m s}^{-1}$; $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$; $z_1 = 1\text{ m}$; $h = 4,99\text{ m} = 5\text{ m}$.

9.3. Vitesse v_S de la pomme juste avant son impact sur le sol.

Appliquons encore la conservation de l'énergie mécanique comme à la question (b) entre les deux dates suivantes :

- t_0 : date du départ de la pomme
- t_S : date d'arrivée au sol

Dressons le tableau des énergies

	E_p	E_c	E_m
t_0	Mgh	0	$E_{m0} = Mgh$
t_S	0	$\frac{1}{2} M v_S^2$	$E_{mS} = \frac{1}{2} M v_S^2$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m0} = E_{mS}$$

$$\leftrightarrow Mg h = \frac{1}{2} M v_S^2$$

$$\rightarrow v_S = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

A.N. $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$; $h = 5\text{ m}$; $v_S = 9,9\text{ m s}^{-1}$.

Solution 10. (p. 34)

10.1. Altitude maximale z_m .

■ Système étudié : pierre de masse m dans le champ de pesanteur.

■ Bilan des actions mécaniques :

Après le lancer, la pierre est soumise à son poids \vec{P} puisque l'action de l'air est négligée. Le système est donc conservatif.

■ Théorème utilisé : Nous allons appliquer la conservation de l'énergie mécanique au système entre les deux dates suivantes :

■ t_1 : date du lancer

■ t_2 : date d'arrivée au point culminant F .

À un point culminant F , la pierre a une vitesse nulle.

Dressons le tableau des énergies

	E_p	E_c	E_m
t_1	0	$\frac{1}{2} m v_0^2$	$E_{m1} = \frac{1}{2} m v_0^2$
t_2	$mg z_m$	0	$E_{m2} = mg z_m$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = mg z_m$$

$$\rightarrow z_m = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

A.N. $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$; $v_0 = 15\text{ m s}^{-1}$; $z_m = 11,5\text{ m}$.

10.2. Vitesse de la pierre lorsqu'elle repasse par O .

Le système et le bilan des actions mécaniques n'ont pas changé. Appliquons encore la conservation de l'énergie mécanique au système qui reste conservatif entre les deux dates suivantes :

■ t_3 : date de départ du point culminant F

■ t_4 : date de passage par O .

	E_p	E_c	E_m
t_3	$mg z_m$	0	$E_{m3} = mg z_m$
t_4	0	$\frac{1}{2} m v_2^2$	$E_{m4} = \frac{1}{2} m v_2^2$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m3} = E_{m4}$$

$$\leftrightarrow mg z_m = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot z_m}$$

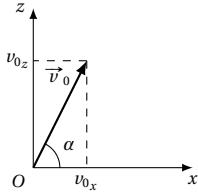
A.N. $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $z_m = 11,5 \text{ m}$; $v_2 = 15 \text{ m s}^{-1}$.
 \vec{v}_2 est vertical comme \vec{v}_0 , mais est orienté vers le bas.

Solution 11. (p. 34)

11.1. Coordonnées v_{0x} et v_{0z} de \vec{v}_0 .

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

$$v_{0z} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$



11.2. Expression de z_S :

- Système étudié : pierre de masse m dans le champ de pesanteur.
- Bilan des actions mécaniques.
Après le lancer, la pierre est soumise à son poids \vec{P} puisque l'action de l'air est négligée. Le système est donc conservatif.
- Théorème utilisé : Nous allons appliquer la conservation de l'énergie mécanique au système entre les deux dates suivantes :
 - t_1 : date du lancer en O
 - t_2 : date d'arrivée au sommet S .

Au point culminant F , la pierre a une vitesse verticale nulle.

$$v_{0z} = v_0 \cdot \sin(\alpha) = 0$$

Dressons le tableau des énergies

	E_p	E_c	E_m
t_1	0	$\frac{1}{2} m v_0^2$	$E_{m1} = \frac{1}{2} m v_0^2$
t_2	$mg z_S$	$\frac{1}{2} m v_{0x}^2$	$E_{m2} = mg z_S + \frac{1}{2} m v_{0x}^2$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$\begin{aligned} E_{m1} &= E_{m2} \\ \leftrightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 &= mg z_S + \frac{1}{2} m v_{0x}^2 \\ \rightarrow z_S &= \frac{1}{2 \cdot g} (v_0^2 - v_{0x}^2) \end{aligned}$$

avec $v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$

$$z_S = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} (1 - \cos(\alpha))$$

Or $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$, on en déduit que $\sin^2(\alpha) = 1 - \cos^2(\alpha)$.

Donc

$$z_S = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin^2(\alpha)$$

Pour $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$

$$z_S = 0,051 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)$$

11.3. Valeurs numériques de z_S

α	30°	45°	60°	90°
z_S (m)	2,87	5,73	8,60	11,47

La valeur de z_S (m) pour $\alpha = 90^\circ$ correspond à un tir vertical, étudié dans l'exercice 10 ci-dessus. Le résultat numérique en est une confirmation. Pour la même valeur de v_0 , on trouve la même valeur pour l'altitude maximale.

11.4. Vitesse v_I au point I .

Le système et le bilan des actions mécaniques n'ont pas changé. Appliquons encore la conservation de l'énergie mécanique au système qui reste conservatif entre les deux dates suivantes :

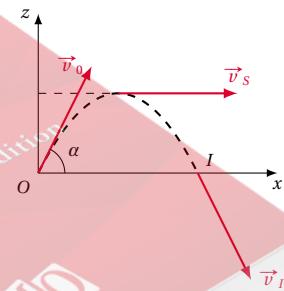
- t_1 : date de lancer en O
- t_2 : date d'arrivée en I .

	E_p	E_c	E_m
t_1	0	$\frac{1}{2} m v_0^2$	$E_{m1} = \frac{1}{2} m v_0^2$
t_3	0	$\frac{1}{2} m v_I^2$	$E_{m3} = \frac{1}{2} m v_I^2$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$\begin{aligned} E_{m1} &= E_{m3} \\ \leftrightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 &= \frac{1}{2} m v_I^2 \\ \rightarrow v_1 &= v_0 = 15 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

En tenant compte de la trajectoire (\vec{v}_1 est tangent à la trajectoire au point I) et du sens du mouvement de la pierre, nous pouvons représenter \vec{v}_I .



Solution 12. (p. 34)

12.1. Augmentation de l'énergie potentielle de pesanteur.

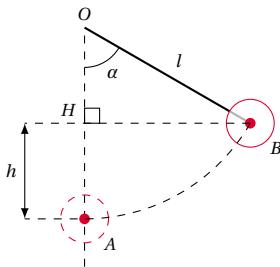
Prenons pour origine de l'énergie potentielle de pesanteur, la position la plus basse de la boule. Donc

$$E_p(A) = 0$$

La variation de l'énergie potentielle entre les points A et B est alors :

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = E_p(B) = Mgh$$

3.8. Solutions des exercices et problèmes



Calculons alors h :

$$h = AH = OA - OH = l - OH$$

Or dans le triangle $OH B$ rectangle en H ,

$$\cos(\alpha) \frac{OH}{OB} = \frac{OH}{l} \rightarrow OH = l \cdot \cos(\alpha)$$

$$h = l - l \cdot \cos(\alpha) = l \cdot [1 - \cos(\alpha)]$$

La variation de l'énergie potentielle entre les points A et B devient alors :

$$\Delta E_p = M \cdot g \cdot l \cdot [1 - \cos(\alpha)]$$

A.N. $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $M = 1 \text{ kg}$; $l = 2 \text{ m}$; $\alpha = 60^\circ$

$$\Delta E_p = 9,8 \text{ J}$$

12.2. Vitesse de la boule quand elle passe par la position d'équilibre :

- Le système étudié est la boule dans le champ de pesanteur.
- Analyse des actions mécaniques.
- Les forces agissant sur le système sont :
 - le poids \vec{P} de la boule
 - la tension \vec{T} du fil, constamment perpendiculaire à la trajectoire. Son travail est nul.
- Le système est donc conservatif.
- Nous allons appliquer la conservation de l'énergie mécanique au système entre les deux dates suivantes :
 - t_1 : date à laquelle on lâche la boule
 - t_2 : date du passage à la position d'équilibre

Etablissons le tableau des énergies

	E_p	E_c	E_m
t_1	mgh	0	$E_{m1} = Mgh$
t_2	0	$\frac{1}{2}Mv^2$	$E_{m2} = \frac{1}{2}Mv^2$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m1} = E_{m2} \leftrightarrow Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 \quad (\text{S3.1})$$

avec $h = l \cdot [1 - \cos(\alpha)]$.

De (S3.1) on tire alors :

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot l [1 - \cos(\alpha)]$$

$$\rightarrow \sqrt{2 \cdot g \cdot l [1 - \cos(\alpha)]}$$

A.N. $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $l = 2 \text{ m}$; $\alpha = 60^\circ$; $v = 4,43 \text{ m s}^{-1}$

12.3. Vitesse de la boule quand elle arrive au sol.

Après la rupture du fil, le système étudié est toujours la

boule dans le champ de pesanteur.

Analyse des actions mécaniques :

Seul le poids \vec{P} agit sur la boule.

Le système est donc conservatif. Nous allons appliquer la conservation de l'énergie mécanique entre les deux dates suivantes :

■ t_2 : date du passage à la position d'équilibre

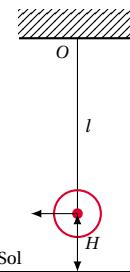
■ t_3 : date d'arrivée de la boule au sol.

En adoptant le même niveau de référence qu'à la première question, $E_p(A) = 0$, et E_p sera compté négativement.

Dressons le tableau des énergies.

	E_p	E_c	E_m
t_2	0	$\frac{1}{2}Mv^2$	$E_{m2} = \frac{1}{2}Mv^2$
t_3	$-MgH$	$\frac{1}{2}Mv_S^2$	$E_{m3} = \frac{1}{2}Mv_S^2 - MgH$

H est l'altitude de la boule par rapport au sol, à l'instant où le fil casse.



La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m2} = E_{m3}$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 = -M \cdot g \cdot H + \frac{1}{2}Mv_S^2$$

$$\rightarrow v_S = \sqrt{v^2 + 2gH}$$

A.N. $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $v = 4,43 \text{ m s}^{-1}$; $H = 7 - 2 = 5 \text{ m}$; $v_S = 10,84 \text{ m s}^{-1}$.

Remarque: Pour évaluer l'énergie potentielle de pesanteur, on pouvait prendre le niveau de référence $E_p = 0$ au niveau du sol (qui est encore le niveau le plus bas que le solide peut atteindre).

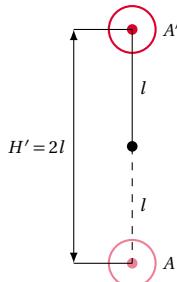
Dans ce cas tableau des énergies se présenterait de la manière suivante :

	E_p	E_c	E_m
t_2	MgH	$\frac{1}{2}Mv^2$	$E_{m2} = \frac{1}{2}Mv^2 + MgH$
t_3	0	$\frac{1}{2}Mv_S^2$	$E_{m3} = \frac{1}{2}Mv_S^2$

12.4.

12.4.1. Valeur minimale (v_0)_{min} pour que la boule fasse un tour complet.

Pour faire un tour complet, il faut que la boule repasse par la verticale passant par sa position d'équilibre, et au-dessus du point d'attache.



Le système étudié et le bilan des forces étant les mêmes qu'à la question (1), appliquons au système conservatif la conservation de l'énergie mécanique entre les deux instants suivants :

- t_0 : date à laquelle on lance la boule en A
- t_1 : date à laquelle la boule arrive en A'

Pour $v_0 = (v_0)_{\min}$, la boule arrive en A' avec une vitesse nulle. Dressons le tableau des énergies en prenant pour niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur, le point A .

Donc

$$E_p(A) = 0$$

	E_p	E_c	E_m
t_0	0	$\frac{1}{2}M(v_0)^2_{\min}$	$E_{m0} = \frac{1}{2}M(v_0)^2_{\min}$
t_1	MgH'	0	$E_{m1} = MgH'$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m0} = E_{m1} \leftrightarrow \frac{1}{2}M(v_0)^2_{\min} = MgH' \quad (\text{S3.2})$$

Avec $H' = 2l$.

De (S3.2) on tire alors :

$$\rightarrow (v_0)_{\min} = 2 \cdot \sqrt{gl}$$

A.N. $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $l = 2 \text{ m}$.

$$(v_0)_{\min} = 8,85 \text{ ms}^{-1}$$

12.4.2. Valeur v'_0 de v_0 pour que la boule arrive au point A' avec une vitesse $v_A = 1,5 \text{ ms}^{-1}$.

La démarche est rigoureusement identique à celle de la question (4-a).

Dressons le tableau des énergies.

	E_p	E_c	E_m
t_0	0	$\frac{1}{2}Mv'_0{}^2$	$E_{m0} = \frac{1}{2}Mv'_0{}^2$
t_1	MgH'	$\frac{1}{2}Mv_A{}^2$	$E_{m1}' = MgH' + \frac{1}{2}Mv_A{}^2$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m0} = E_{m1}' \leftrightarrow \frac{1}{2}Mv'_0{}^2 = MgH' + \frac{1}{2}Mv_A{}^2 \quad (\text{S3.3})$$

Avec $H' = 2l$.

De (S3.3) on tire alors :

$$\rightarrow v'_0 = \sqrt{4gl + v_A{}^2}$$

A.N. $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $l = 2 \text{ m}$; $v_{A'} = 1,5 \text{ ms}^{-1}$.

$$v'_0 = 9,7 \text{ ms}^{-1}$$

Solution 13. (p. 34)

13.1. Energie mécanique E_{m1}

■ le système étudié est la bille S de masse m dans le champ de pesanteur terrestre. Notons que le fil ne fait pas partie du système. En prenant pour origine de l'énergie potentielle de pesanteur, la position de la bille S à l'équilibre,

$$E_{m1} = E_{p1} + E_{c1}$$

$$E_{p1} = mgz_1$$

$$\text{avec } z_1 = L[1 - \cos(\theta_1)]$$

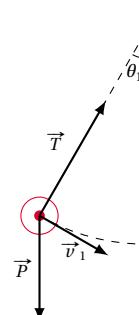
$$E_{c1} = \frac{1}{2}mv_1^2$$

Donc

$$E_{m1} = mgL[1 - \cos(\theta_1)] + \frac{1}{2}mv_1^2$$

A.N. $m = 200 \text{ g}$; $g = 0,3 \text{ kg}$; $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $L = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$; $\theta_1 = 30^\circ$; $v_1 = 1,5 \text{ ms}^{-1}$.

$$E_{m1} = 0,435 \text{ J}$$



Le système est-il conservatif?

Faisons le bilan des forces agissant sur le système.

- Le poids \vec{P}
- La tension \vec{T} du fil, constamment perpendiculaire à la trajectoire. Donc son travail est nul.

En admettant que le pendule oscille sans frottement, toutes les forces autres que le poids effectuent un travail nul. Donc le système est conservatif et son énergie mécanique se conserve.

13.2. Angle maximum θ_m de remontée.

Le système et le bilan des forces étant les mêmes que ci-dessus, appliquons la conservation de l'énergie mécanique au système entre les deux dates suivantes :

- t_1 : date à laquelle on lance le pendule avec une vitesse initiale $v_1 = 1,5 \text{ ms}^{-1}$.
- t_2 : date à laquelle il atteint l'angle maximal θ_m avec une vitesse nulle.

Dressons le tableau des énergies

3.8. Solutions des exercices et problèmes

	E_p	E_c
t_1	$mgL[1-\cos(\theta_1)]$	$\frac{1}{2}mv_1^2$
t_2	$mgL[1-\cos(\theta_m)]$	0
E_m		
t_1	$E_{m1} = mgL[1-\cos(\theta_1)] + \frac{1}{2}mv_1^2$	
t_2	$E_{m2} = mgL[1-\cos(\theta_m)]$	

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m1} = E_{m2} \leftrightarrow E_{m1} = mgL[1-\cos(\theta_m)]$$

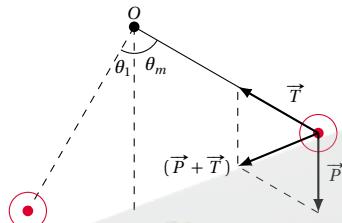
De cette équation on tire :

$$\cos(\theta_m) = 1 - \frac{E_{m1}}{mgL}$$

A.N. $E_{m1} = 0,435J$; $m = 200\text{g} = 0,2\text{kg}$; $g = 9,8\text{N kg}^{-1}$; $L = 80\text{cm} = 0,8\text{m}$.

$$\cos(\theta_m) = 0,722 \rightarrow (\theta_m) = 43,7^\circ$$

Mouvement ultérieur du pendule



Lorsque le pendule atteint l'angle maximum θ_m , le bilan des forces agissant sur le système montre que : $\vec{P} + \vec{T} \neq 0$. Le système ne peut être en équilibre. La bille est en mouvement sous l'action de la résultante $(\vec{P} + \vec{T})$. Elle rebrousse chemin vers la verticale. Les frottements étant nuls, la bille atteindra une position symétrique de sa position θ_m .

Autre réponse

L'angle θ_m est atteint quand la vitesse du pendule à cette position est nulle. À ce moment, l'énergie cinétique est nulle et l'énergie mécanique est alors sous forme potentielle. Sous l'effet de l'énergie potentielle, le pendule redescend repasse à la verticale avec une vitesse maximale, et atteint une position symétrique à la position θ_m et repart. On dit que qu'il y a oscillation.

13.3. vitesse v'_1 à communiquer à la bille lorsque $\theta = \theta_1$ pour que la bille arrive à la verticale avec une vitesse $v = 5\text{ m s}^{-1}$.

Le système et le bilan des forces restent inchangés. Appliquons la conservation de l'énergie mécanique au système entre les deux instants suivants :

- t_1 : date du lancement de la bille.
- t_2 : date à laquelle elle arrive à la verticale.

Dressons le tableau des énergies

	E_p	E_c
t_1	$mgL[1-\cos(\theta_1)]$	$\frac{1}{2}mv_1'^2$
t_3	$2mgL$	$\frac{1}{2}mv^2$
E_m		
t_1	$E_{m1} = mgL[1-\cos(\theta_1)] + \frac{1}{2}mv_1'^2$	
t_3	$E_{m3} = 2mgL + \frac{1}{2}mv^2$	

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

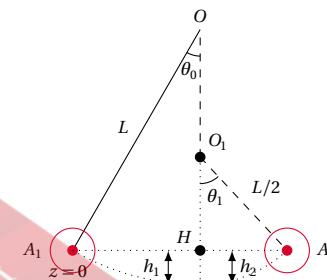
$$\begin{aligned} E_{m1} &= E_{m3} \\ \leftrightarrow mgL(1-\cos(\theta_1)) + \frac{1}{2}mv_1'^2 &= 2mgL + \frac{1}{2}mv^2 \\ \rightarrow \frac{1}{2}mv_1'^2 &= 2mgL + \frac{1}{2}mv^2 \\ &\quad - mgL(1-\cos(\theta_1)) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_1' = \sqrt{2gL(1-\cos(\theta_1)) + v^2}$$

A.N. $g = 9,8\text{N kg}^{-1}$; $L = 80\text{cm} = 0,8\text{m}$; $v = 5\text{ms}^{-1}$; $\theta_1 = 30^\circ$

$$v_1 = 7,36\text{m s}^{-1}$$

Mouvement ultérieur du pendule



Lorsque $\theta = 180^\circ$; et la vitesse de la bille est $v = 5\text{ m s}^{-1}$, $\vec{P}, \vec{T} \neq 0$: le système ne peut pas être en équilibre. Il est entraîné par sa vitesse \vec{v} . Le pendule aura un mouvement de rotation.

13.4. Altitude des points A_1 et A_2 .

Le système et le bilan des forces sont inchangés.

Appliquons la conservation de l'énergie mécanique entre les deux dates suivantes :

- t_1 : lorsque le système est en A_1 où $v_1 = 0$
- t_2 : lorsque le système est en A_2 où $v_2 = 0$

Dressons le tableau des énergies

	E_p	E_c	E_m
t_1	$mg h_1$	0	$E_{m1} = mg h_1$
t_2	$mg h_2$	0	$E_{m2} = mg h_2$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_{m1} = E_{m2} \leftrightarrow mg h_1 = mg h_2 \leftrightarrow h_1 = h_2$$

Donc A_1 et A_2 ont même altitude.

Calculons θ_1 , A_1 et A_2 se projettent en H .

Dans le triangle $O_1 H A_2$

$$O_1 H = \frac{L}{2} \cdot \cos(\theta_1) \quad (S3.1)$$

Par ailleurs $O_1 H = OH - \frac{L}{2}$ or $OH = L \cdot \cos(\theta_0)$

$$\begin{aligned} \text{Donc } O_1 H &= L \cdot \cos(\theta_0) - \frac{L}{2} \\ &= L \left(-\frac{1}{2} + \cos(\theta_0) \right) \end{aligned} \quad (S3.2)$$

(S3.1) et (S3.2) donne :

$$\frac{L}{2} \cos(\theta_0) = L \left(-\frac{1}{2} + \cos(\theta_0) \right)$$

$$\rightarrow \cos(\theta_1) = -1 + 2 \cos(\theta_0)$$

A.N. :

$$\theta_0 = 30^\circ$$

$$\cos(\theta_1) = -1 + 2 \cos(30^\circ) = 0,732$$

$$\rightarrow (\theta_1) = 43^\circ$$

Solution 14. (p. 35)

14.1. Vitesse V_A du solide en A

$$\begin{aligned} E_A &= E_{pA} + E_{cA} \\ &= mg z_A + \frac{1}{2} m V_A^2 \\ \rightarrow V_A &= \sqrt{\frac{2(E_A - mg z_A)}{m}} \end{aligned}$$

A.N. $E_A = 1,2 \text{ J}$; $m = 0,5 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$; $z_A = 20 \text{ cm}$.

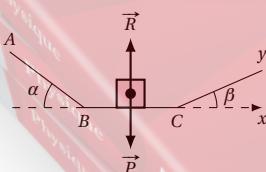
$$V_A = 0,89 \text{ m s}^{-1}$$

14.2. Nature du mouvement du solide sur la portion BC .

Le système étudié est le solide dans le champ de pesanteur.

Bilan des forces agissant sur le système.

- le poids \vec{P} du solide
- la réaction \vec{R} du sol
- sur la portion BC , $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$



D'après le principe de l'inertie, le solide est soit au repos s'il était initialement au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme s'il était initialement en mouvement. Or le solide aborde la portion BC avec une vitesse V_B non nulle. Donc sur cette portion, le mouvement du solide est rectiligne et uniforme de vitesse V_B .

Calcul de V_B .

V_B est la vitesse acquise au point B .

Le système étudié et le bilan des forces est le même que sur la portion AB .

En l'absence des forces de frottement, la réaction \vec{R} du plan AB est constamment perpendiculaire à la trajectoire. Donc son travail est toujours nul. Le système est donc conservatif.

Appliquons au système la conservation de l'énergie mécanique aux points A et B .

Dressons le tableau des énergies.

Position	E_c	E_p	E
A	$\frac{1}{2} m V_A^2$	$mg z_A$	$E_A = 1,2$
B	$\frac{1}{2} m V_B^2$	0	$E_B = \frac{1}{2} m V_B^2$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_A = E_B \leftrightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 = E_A$$

On en déduit :

$$V_B = \sqrt{\frac{2 \cdot E_A}{m}}$$

A.N. $E_A = 1,2 \text{ J}$; $m = 0,5 \text{ kg}$.

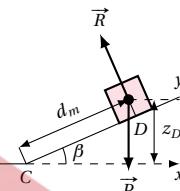
$$V_B = 2,2 \text{ m s}^{-1}$$

14.3. Distance minimale d_m parcourue sur la piste Cy :

Soit D le point de la portion de la piste (Cy) atteint par le solide avant de redescendre.

En $DV_D = 0$.

Le système étudié et le bilan des forces sont les mêmes que ci-dessus. Le système est donc toujours conservatif.



Appliquons la conservation de l'énergie mécanique au système entre les positions A et D .

Dressons le tableau des énergies

Position	E_c	E_p	E
A	$\frac{1}{2} m V_A^2$	$mg z_A$	$E_A = 1,2$
D	0	$mg z_D$	$E_D = mg z_D$

La conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$E_A = E_D \leftrightarrow E_A = mg z_D$$

avec

$$z_D = d_m \cdot \sin(\beta)$$

donc

$$mg d_m \cdot \sin(\beta) = E_A$$

3.8. Solutions des exercices et problèmes

$$\rightarrow d_m = \frac{E_A}{mg \sin(\beta)}$$

A.N. $\sin \beta = 0,04$; $m = 0,5\text{kg}$; $g \approx 10\text{N kg}^{-1}$; $E_A = 1,2\text{J}$.

$$d_m = 0,6\text{ m} = 60\text{ cm}$$

14.4. Courbe $E_p = f(x)$

Prenons pour origine des abscisses $x_A = 0$.

Exprimons E_p en fonction de x sur les trois portions de piste : AB , BC , CD .

■ $x_A < x < x_B$,

$$E_p = mgz$$

Exprimons z en fonction de x sur la portion AB .

Il s'agit de déterminer l'équation d'une droite affine de pente négative, passant par deux points

$$A(x_A = 0; z_A = 0,2)$$

$$\text{et } B\left(x_B = \frac{z_A}{\tan(\alpha)}; z_B = 0\right)$$

$$\sin(\alpha) = 0,6 \rightarrow \tan(\alpha) = 0,75$$

L'équation de cette droite est donc :

$$z = 0,2 - 0,75x$$

Donc,

$$E_p = mgz = mg(0,2 - 0,75x)$$

A.N. $m = 0,5\text{kg}$; $g \approx 10\text{N kg}^{-1}$.

$$E_p = 5(0,2 - 0,75x) = 1 - 3,75x$$

■ Pour $x_B < x < x_C$, $E_p(x) = 0$

■ Pour $x > x_C$, exprimons z en fonction de x .

z est de la forme : $z = ax + b$ où a est la pente de la portion de piste CD . $a = \tan(\beta)$

Or $\sin(\beta) = 0,4 = \tan(\beta) = 0,436$

Donc

$$z = 0,436x + b$$

Déterminons b en remarquant qu'au point C , d'abscisse $x_C = x_B + BC$, $z_C = 0$ or

$$x_B = \frac{z_A}{\tan(\alpha)} = 0,2667$$

$$\rightarrow x_C = 0,7667$$

$$0 = 0,436 \times 0,7667 + b$$

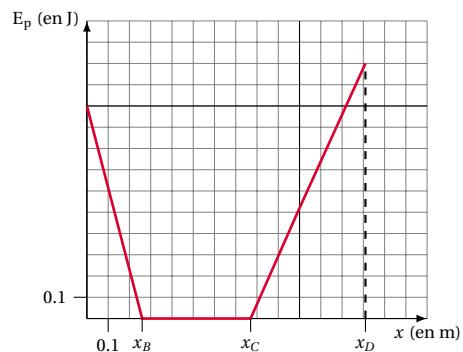
$$\rightarrow b = -0,334$$

$$z = 0,436x - 0,334$$

$$\text{et } E_p = mgz = mg(0,436x - 0,334)$$

A.N. $m = 0,5\text{kg}$; $g \approx 10\text{N kg}^{-1}$.

$$E_p = 2,18x - 1,67$$



Solution 15. (p. 35)

15.1.

15.1.1. Expression de z en fonction de R et θ .

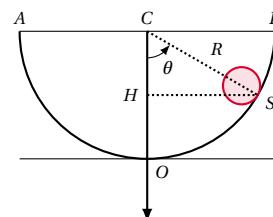
$$z = OH = CO - CH$$

Avec $CO = R$ et $CH = R \cdot \cos(\theta)$. (voir schéma ci-dessous)

Donc

$$z = R - R \cdot \cos(\theta)$$

$$z = R(1 - \cos(\theta))$$



Expression de E_p (énergie potentielle de pesanteur) en fonction de m , g et θ .

En tenant compte de l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur donnée dans l'énoncé, on a :

$$E_p = mgz = mgR(1 - \cos(\theta))$$

15.1.2. Valeur de E_p pour $\theta = \frac{\pi}{3}$ rad

$$m = 10\text{g} = 0,01\text{kg}$$

$$g = 10\text{N/kg}$$

$$R = 0,8\text{m}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad} = 60^\circ$$

$$E_p = 0,04\text{J}$$

15.2.

15.2.1. Vitesse d'arrivée en B .

E_B étant l'énergie mécanique en B .

$$E_B = E_{cB} + E_{pB}$$

$$\text{Où } E_{cB} = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$\text{et } E_{pB} = mgR$$

$$E_B = \frac{1}{2} m V_B^2 + mgR$$

$$\rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2(E_B - mgR)}{m}}$$

A.N. $E_B = 0,08\text{J}$; $m = 0,01\text{kg}$; $g = 10\text{N/kg}$; $R = 0,8\text{m}$.

$$V_B = 0$$

S arrive en B avec une vitesse nulle.

15.2.2. Courbe E_c en fonction de θ .

A chaque position du solide S , son énergie mécanique est :

$$E = E_c + E_p$$

avec $E_p = mgR(1 - \cos(\theta))$.

En l'absence de frottement, le système est conservatif.

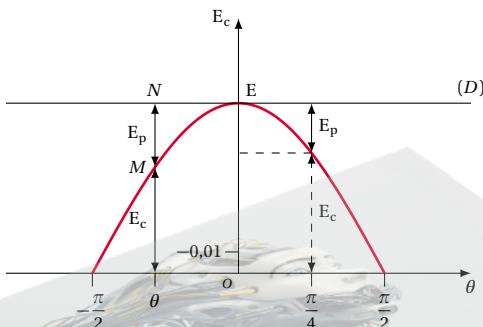
Son énergie mécanique totale est constante. Donc :

$$\begin{aligned} E_c &= E - E_p \\ &= E - mgR(1 - \cos(\theta)) \end{aligned}$$

A.N. $E = 0,08\text{J}$; $m = 0,01\text{kg}$; $g = 10\text{N/kg}$; $R = 0,8\text{m}$.

$$E_c = 0,08 \cdot \cos(\theta)$$

Nous pouvons donc tracer la courbe $E_c = f(\theta)$



15.2.3. Comment obtenir l'énergie potentielle E_p pour un angle θ quelconque sur la courbe ci-dessus.

Le système étant conservatif, son énergie mécanique totale E est constante. La droite (D) représente donc $E(\theta) = \text{constante}$.

A chaque position de θ ,

$$E = E_c = E_p \rightarrow E_p = E - E_c$$

Graphiquement, $NM = NH - MH$. Pour $\theta = \frac{\pi}{4}$, nous lisons sur la courbe :

$$E_p = 2,4 \times 10^{-2}\text{J}$$

15.2.4. Vitesse du solide au point O .

Au point O , $\theta = 0$; sur la courbe, nous lisons la valeur de $E_{c0} = E = 0,08\text{J}$ or

$$E_{c0} = \frac{1}{2} m V_0^2 \rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{c0}}{m}}$$

A.N. $E_{c0} = E = 0,08\text{J}$; $m = 0,01\text{kg}$.

$$V_0 = 4\text{m s}^{-1}$$

15.3.

15.3.1. Déterminons les normes de \vec{v}_1' et \vec{v}_2' .

Le système étudié est {solides S et S' }.

Le bilan des forces agissant sur chaque solide est :

- le poids \vec{P}

- la réaction \vec{R} du support horizontal.

A l'absence des frottements, $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$. Le système est donc pseudo-isolé. Sa quantité de mouvement se conserve avant et après le choc. On a donc :

$$m \vec{v}_1 = m \vec{v}_1' + m' \vec{v}_2'$$

En projetant cette relation vectorielle sur un axe horizontal (confondu au support), on a :

$$m v_1 = m v_1' + m' v_2' \quad (\text{S3.1})$$

Le choc étant parfaitement élastique, l'énergie cinétique du système se conserve.

Donc :

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_1'^2 + \frac{1}{2} m' v_2'^2 \quad (\text{S3.2})$$

(S3.1) et (S3.2) constituent un système de deux équations à deux inconnues v_1' et v_2' .

La résolution de ce système d'équations nous donne :

$$\begin{aligned} v_1' &= \frac{m - m'}{m + m'} v_1 \\ \text{et } v_2' &= \frac{2m}{m + m'} v_1 \end{aligned}$$

Pour $m = m'$, $v_1' = 0$ et $v_2' = v_1$.

Calculons v_1 .

v_1 est la vitesse du solide S au point O .

$$v_1 = V_0 = 4\text{m s}^{-1}$$

$$v_2' = v_1 = 4\text{m s}^{-1}$$

15.3.2. Compression maximale du ressort.

En admettant que la totalité de l'énergie cinétique acquise par S' après le choc est transférée au ressort sous forme d'énergie potentielle élastique, on peut écrire :

$$\frac{1}{2} m' v_2'^2 = \frac{1}{2} k x_m^2$$

$$\rightarrow x_m = v_2' \sqrt{\frac{m'}{K}}$$

$$\text{A.N. } v_2' = 4\text{m s}^{-1}; m' = 0,01\text{kg}; K = 10\text{N/m.}$$

$$x_m = 0,126\text{m} = 12,6\text{cm}$$

Solution 16. (p. 35)

16.1.

16.1.1. Théorème de l'énergie cinétique.

La variation de l'énergie cinétique d'un système matériel, entre deux instants t_1 et t_2 , est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées au système entre ces deux instants.

16.1.2. Vitesse V_b de l'objet réduit au point B .

■ le système étudié est l'objet réduit à son centre d'inertie.

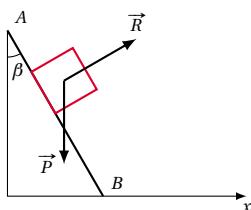
■ Bilan des forces agissant sur le système :

- Le poids \vec{P}
- La réaction \vec{R} du plan incliné.

En absence des frottements, \vec{R} est perpendiculaire au

3.8. Solutions des exercices et problèmes

plan incliné.



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre A et B

$$E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \quad (\text{S3.1})$$

avec $E_{cB} = \frac{1}{2}mV_B^2$ et $E_{cA} = \frac{1}{2}mV_A^2 = 0$ car l'objet est lâché en A sans vitesse initiale.

$$W(\vec{P}) = mgh$$

$$\text{où } h = AB \cos(\beta) = l \cos(\beta)$$

$$W(\vec{R}) = 0$$

car \vec{R} est perpendiculaire à la trajectoire.
(S3.1) s'écrit alors :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = mg l \cos(\beta)$$

$$\rightarrow V_B = \sqrt{2g l \cos(\beta)}$$

A.N. $g = 10 \text{ m s}^{-2}$; $l = 0,8 \text{ m}$; $\beta = 30^\circ$.

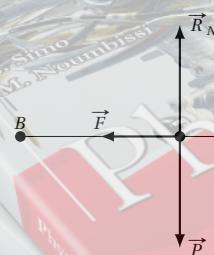
$$V_B = 3,72 \text{ m s}^{-1}$$

16.1.3. Distance parcourue sur le plan horizontal.

Désignons par C le point d'arrêt.

Le système étudié étant toujours l'objet, faisons le bilan des forces agissant sur le système entre B et C :

- son poids \vec{P}
- la réaction normale \vec{R}_N du plan horizontal.
- la force \vec{F} représentant l'ensemble des frottements.



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre B et C :

$$E_{cC} - E_{cB} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) \quad (\text{S3.2})$$

avec

- $V_C = 0$ (C est le point d'arrêt) donc $E_{cC} = 0$;

$$\blacksquare E_{cB} = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$\blacksquare W(\vec{P}) = W(\vec{R}_N) = 0$$

Car \vec{P} et \vec{R}_N sont perpendiculaires à la trajectoire.
(S3.2) Devient :

$$0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = 0 + 0 - F \cdot BC$$

$$\text{où } F = \frac{mg}{5}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{mgBC}{5} \rightarrow BC = \frac{5V_B^2}{2g}$$

Pour $V_B^2 = 2g l \cdot \cos(\beta)$, on a :

$$BC = 5l \cdot \cos(\beta)$$

A.N. $l = 0,8 \text{ m}$; $\beta = 30^\circ$.

$$BC = 3,46 \text{ m}$$

16.2.

16.2.1. Vitesse V_D de l'objet au point D .

Le système et le bilan des forces étant les mêmes que ci-dessus, appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre B et D .

$$E_{cD} - E_{cB} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = 0 + 0 - F \cdot BD$$

$$\rightarrow V_D^2 = V_B^2 - \frac{2F \cdot BD}{m}$$

$$\text{avec } F = \frac{mg}{5}$$

$$V_D = \sqrt{V_B^2 - \frac{2g \cdot BD}{5}}$$

A.N. $V_B = 3,72 \text{ m s}^{-1}$; $g = 10 \text{ N/kg}$; $BD = 1,7 \text{ m}$.

$$V_D = 2,65 \text{ m s}^{-1}$$

16.2.2. Energie mécanique du système {objet, ressort, Terre} au point D .

$$E_{mD} - E_{cD} + E_{pkD} + E_{ppD} \quad (\text{S3.3})$$

Où :

- E_{pkD} est l'énergie potentielle élastique du ressort.

Au point D , le ressort a encore sa longueur à vide donc $E_{pkD} = 0$.

- E_{ppD} est l'énergie potentielle de pesanteur de l'objet au point D .

Le point D se trouve sur le plan Bx donc $E_{ppD} = 0$.

$$\blacksquare E_{cD} = \frac{1}{2}mV_D^2$$

Donc :

$$E_{mD} = \frac{1}{2}mV_D^2$$

A.N. $m = 0,4 \text{ kg}$; $V_D = 2,65 \text{ m s}^{-1}$.

$$E_{mD} = 1,4 \text{ J}$$

16.2.3. Energie mécanique du système lorsque le ressort est à sa position de raccourcissement maximale.

Soit F la position de l'objet à ce moment.

$$E_{mF} - E_{cF} + E_{pkF} + E_{ppF} \quad (\text{S3.4})$$

Au point F l'objet s'arrête. Donc $E_{cF} = 0$.

E_{ppF} est l'énergie potentielle de pesanteur de l'objet au point F .

Le point F se trouve sur le plan Bx donc : $E_{ppF} = 0$.

E_{pkF} est l'énergie potentielle élastique de l'objet au

point F. Son expression est :

$$\begin{aligned} E_{p_{kF}} &= \frac{1}{2} K \cdot DF^2 \text{ En posant } DF = x \text{ on a :} \\ E_{p_{kF}} &= \frac{1}{2} K \cdot x^2 \end{aligned}$$

Donc (S3.4) devient :

$$E_{mF} = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

A.N. $K = 400 \text{ N/m}$.

$$E_{mF} = 200 \cdot x^2$$

16.2.4. Valeur du raccourcissement maximal.

Sur le trajet DF , le système n'est pas conservatif du fait de l'existence des frottements.

La diminution de l'énergie mécanique représente le travail de la force de frottement sur le trajet DF . Donc :

$$E_{mF} - E_{mD} = W(\vec{F}) \quad (\text{S3.5})$$

Avec

$$W(\vec{F}) = -F \cdot x = -\frac{mgx}{5} = -0,8x$$

(S3.5) devient :

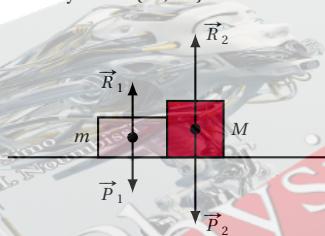
$$\begin{aligned} 200x^2 - 1,4 &= -F \cdot x \\ \leftrightarrow 200x^2 + 0,8x - 1,4 &= 0 \end{aligned}$$

Nous obtenons ainsi, une équation du second degré dont la résolution donne deux valeurs de x . Mais seule la solution positive est à retenir.

$$x = 0,081 \text{ m} = 8,1 \text{ cm}$$

16.3. Vitesse du système $\{m, M\}$ après le choc.

Considérons le système $\{m, M\}$.



Bilan des actions mécaniques agissant sur le système :

- \vec{P}_1 poids de l'objet
- \vec{R}_1 réaction du plan sur l'objet
- \vec{P}_2 le poids du solide
- \vec{R}_2 la réaction du plan sur le solide S.

Ces actions sont telles que

$$\begin{aligned} \vec{P}_1 + \vec{R}_1 &= \vec{0} \\ \vec{P}_2 + \vec{R}_2 &= \vec{0} \\ \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{P}_2 + \vec{R}_2 &= \vec{0} \end{aligned}$$

Le système est donc pseudo-isolé.

Appliquons la conservation de la quantité de mouvement à ce système avant et après le choc.

Avant le choc	
Objet (m)	$\vec{p}_1 = m \vec{V}_D$
Solide (M)	$\vec{p}_2 = \vec{0}$
Système $\{m, M\}$	$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m \vec{V}_D$

Après le choc	
Système $\{m, M\}$	$\vec{p}' = (m+M) \vec{V}$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \vec{p}' \\ \leftrightarrow m \cdot \vec{V}_D &= (m+M) \vec{V} \\ \rightarrow \vec{V} &= \frac{m}{m+M} \vec{V}_D \end{aligned}$$

\vec{V} a la même direction et le même sens que \vec{V}_D .

\vec{V} a pour norme : $V = \frac{m}{m+M} \cdot V_D$.

A.N. $m = 400 \text{ g}$; $M = 600 \text{ g}$; $V_D = 2,6 \text{ ms}^{-1}$.

$$V = 1,04 \text{ ms}^{-1}$$

Solution 17. (p. 36)

17.1. Soit à dire s'il y a conservation de l'énergie mécanique totale du système.

Pour le savoir, comparons l'énergie mécanique totale en F à cette énergie en A.

$$E_{mA} = E_{cA} + E_{pA}$$

avec $E_{cA} = 0$ car la voiture est abandonnée sans vitesse initiale en A. Donc :

$$E_{mA} = E_{pA} = mgz_A$$

$$E_{mF} = E_{cF} + E_{pF}$$

avec $E_{cF} = 0$ car la voiture s'arrête en F.

$$E_{mF} = E_{pF} = mgz_F$$

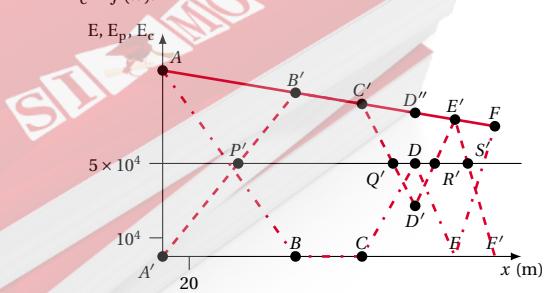
$$z_F < z_A$$

$$\rightarrow E_{pF} < E_{pA}$$

$$\rightarrow E_{mF} < E_{mA}$$

Nous constatons que l'énergie mécanique totale du système diminue lorsque la voiture passe de A à F. Il n'y a pas conservation de l'énergie mécanique totale du système.

17.2. Traçons les courbes $E_p = f(x)$; $E_m = g(x)$ et $E_c = h(x)$.



$$17.2.1. E_p = mgz$$

z étant une fonction affine par intervalles de x , E_p est

3.8. Solutions des exercices et problèmes

aussi une fonction affine par intervalles de x . La fonction $E_p = f(x)$ se déduit de celle de $z(x)$ en multipliant les ordonnées par $mg = 10^4$.

17.2.2. E_m est une fonction affine de x (d'après l'énoncé). Donc la droite qui représente $E_m(x)$ passe les points suivants :

$$A' = \begin{cases} x_{A'} = 0 \\ E_{mA} = mg z_A = 10^5 \text{ J} \end{cases}$$

$$F' = \begin{cases} x_{F'} = 250 \text{ m} \\ E_{mF} = mg z_F = 7 \times 10^4 \text{ J} \end{cases}$$

17.2.3. $E_c = E_m - E_p$.

E_c , différence de deux fonctions affines de x , est aussi une fonction affine de x .

La fonction de $E_c(x)$ s'obtient en faisant la différence pour chaque valeur de x , $E_m - E_p$.

On obtient les points remarquables suivants :

$$A' = \begin{cases} x = 0 \\ E_c = 0 \end{cases}$$

$$B' = \begin{cases} x = 100 \text{ m} \\ E_c = 8,8 \times 10^4 \text{ J} \end{cases}$$

$$C' = \begin{cases} x = 150 \text{ m} \\ E_c = 8,2 \times 10^4 \text{ J} \end{cases}$$

$$D' = \begin{cases} x = 190 \text{ m} \\ E_c = 2,7 \times 10^4 \text{ J} \end{cases}$$

$$E' = \begin{cases} x = 220 \text{ m} \\ E_c = 7,35 \times 10^4 \text{ J} \end{cases}$$

$$F' = \begin{cases} x = 250 \text{ m} \\ E_c = 0 \text{ J} \end{cases}$$

17.3. Positions de la voiture quand la vitesse est $V = 10 \text{ m s}^{-1}$.

Si $V = 10 \text{ m s}^{-1}$,

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 10^2 = 5 \times 10^4 \text{ J}$$

En projetant l'ordonnée $5 \times 10^4 \text{ J}$ sur la courbe $E_c(x)$, nous trouvons les points suivants :

$$P'(x_p = 57 \text{ m})$$

$$Q'(x_Q = 173 \text{ m})$$

$$R'(x_R = 205 \text{ m})$$

$$S'(x_S = 230 \text{ m})$$

Donc la vitesse sera $V = 10 \text{ m s}^{-1}$ aux points :

$$P(x_p = 57 \text{ m})$$

$$Q(x_Q = 173 \text{ m})$$

$$R(x_R = 205 \text{ m})$$

$$S(x_S = 230 \text{ m})$$

Position de la voiture quand la vitesse sera maximale.

Lorsque la vitesse est maximale, E_c l'est aussi. Or sur la courbe $E_c(x)$, E_c est maximale en B' correspondant à $x = x_B = 100 \text{ m}$. Donc la vitesse est maximale en B .

$$E_{cB} = 8,8 \cdot 10^4 \leftrightarrow \frac{1}{2} m V_B^2 = E_{cB}$$

$$\rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2E_{cB}}{m}}$$

$$\text{A.N. } E_{cB} = 8,8 \times 10^4 \text{ J; } m = 10^3 \text{ kg.}$$

$$V_B = 13,3 \text{ m s}^{-1}$$

Perte d'énergie au point D . Cette perte est égale à la diminution de l'énergie mécanique totale entre A et D .

$$\Delta E_m = E_{mA} - E_{mD}$$

$$\text{A.N. } E_{mA} = 10^5 \text{ J; } E_{mD} = 7,7 \times 10^4 \text{ J} \\ (\text{ordonnée du point } D' \text{ sur la courbe } E_m(x)).$$

$$\Delta E_m = 2,3 \times 10^4 \text{ J}$$

Solution 18. (p. 36)

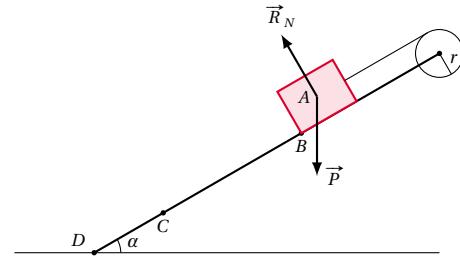
18.1. Vitesse du corps A au point C :

Système étudié : {corps A , poulie, fil} dans le champ de pesanteur terrestre.

Bilan des forces agissant sur le système.

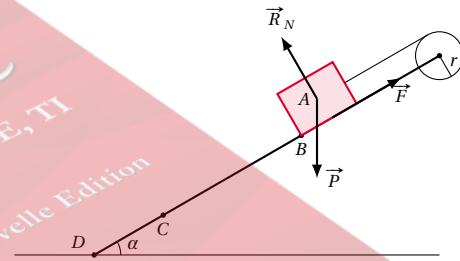
Hypothèse I

- Le poids \vec{P} du corps A
- La réaction normale \vec{R}_N du plan incliné.



Hypothèse II

- Le poids \vec{P} du corps A
- La réaction normale \vec{R}_N du plan incliné.
- La force de frottement \vec{F}



NB: La tension \vec{T} du fil sur le corps A est une force intérieure au système.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre B et C .

Hypothèse I

$$E_c(C) - E_c(B) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) \quad (\text{S3.1})$$

$E_c(B) = 0$. Car la vitesse initiale est nulle. $W(\vec{R}_N) = 0$. Car \vec{R}_N est perpendiculaire à la trajectoire.

$$W(\vec{P}) = M \cdot g \cdot BC \cdot \sin(\alpha)$$

$$E_c = E_c(\text{translation}) + E_c(\text{rotation de la poulie})$$

Donc

$$E_c(C) = \frac{1}{2} M V_C^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (\text{S3.2})$$

où ω est la vitesse angulaire de la poulie

$$\omega = \frac{V_C}{r}$$

(S3.2) s'écrit donc :

$$\begin{aligned} E_c(C) &= \frac{1}{2} M V_C^2 + \frac{1}{2} J \left(\frac{V_C}{r} \right)^2 \\ &= \frac{V_C^2}{2} \left(M + \frac{J}{r^2} \right) \end{aligned}$$

(S3.1) s'écrit alors :

$$\frac{V_C^2}{2} \left(M + \frac{J}{r^2} \right) = M \cdot g \cdot BC \cdot \sin(\alpha)$$

D'où l'on tire l'expression de V_C

$$\sqrt{\frac{2M \cdot g \cdot BC \cdot \sin(\alpha)}{M + \frac{J}{r^2}}}$$

A.N. $M = 1\text{kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $g = 10\text{ms}^{-1}$;
 $J = 9 \times 10^{-4}\text{kgm}^2$; $r = 6\text{cm}$; $BC = 2\text{m}$.

$$V_C = 4\text{ms}^{-1}$$

Hypothèse II

En tenant compte de \vec{F} le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$$E_c(C) - E_c(B) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{F}) \quad (\text{S3.3})$$

$E_c(B) = 0$. Car la vitesse initiale est nulle.

$W(\vec{R}_N) = 0$. Car \vec{R}_N est perpendiculaire à la trajectoire.

$$W(\vec{F}) = -F \cdot BC = \frac{mg}{10} \cdot BC$$

$$W(\vec{P}) = M \cdot g \cdot BC \cdot \sin(\alpha)$$

$$E_C = \frac{V_C^2}{2} \left(M + \frac{J}{r^2} \right)$$

(S3.3) s'écrit alors :

$$\frac{V_C^2}{2} \left(M + \frac{J}{r^2} \right) = M \cdot g \cdot BC \cdot \sin(\alpha) - \frac{mg}{10} \cdot BC$$

$$\frac{V_C^2}{2} \left(M + \frac{J}{r^2} \right) = M \cdot g \cdot BC \left(\sin(\alpha) - \frac{1}{10} \right)$$

D'où l'on tire l'expression de V_C

$$V_C = \sqrt{\frac{2M \cdot g \cdot BC(\sin(\alpha) - 0,1)}{M + \frac{J}{r^2}}}$$

A.N. $M = 1\text{kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $g = 10\text{ms}^{-1}$;
 $J = 9 \times 10^{-4}\text{kgm}^2$; $r = 6\text{cm}$; $BC = 2\text{m}$.

$$V_C = 3,6\text{ms}^{-1}$$

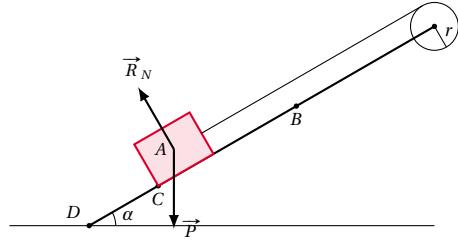
18.2. Vitesse du corps A au point D.

Entre C et D, le système étudié est le solide A dans le champ de pesanteur.

Bilan des forces agissant sur le système.

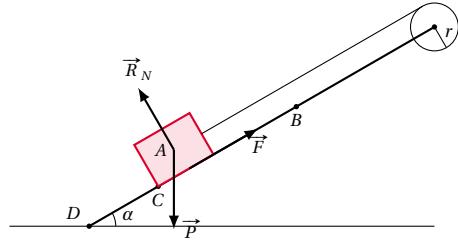
Hypothèse I

- Le poids \vec{P} du corps A
- La réaction normale \vec{R}_N du plan incliné.



Hypothèse II

- Le poids \vec{P} du corps A
- La réaction normale \vec{R}_N du plan incliné.
- La force de frottement F



NB: Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre C et D.

$$E_c(D) - E_c(C) = \sum W$$

Hypothèse I

$$E_c(D) - E_c(C) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) \quad (\text{S3.4})$$

$W(\vec{R}_N) = 0$. Car \vec{R}_N est perpendiculaire à la trajectoire.

$$W(\vec{P}) = M \cdot g \cdot CD \cdot \sin(\alpha)$$

$$\frac{1}{2} M \cdot V_D^2 - \frac{1}{2} M \cdot V_C^2 = M \cdot g \cdot CD \cdot \sin(\alpha)$$

$$\leftrightarrow V_D^2 = 2 \cdot g \cdot CD \cdot \sin(\alpha) + V_C^2$$

$$\rightarrow V_D = \sqrt{2 \cdot g \cdot CD \cdot \sin(\alpha) + V_C^2}$$

A.N. $\alpha = 30^\circ$; $g = 10\text{ms}^{-2}$; $V_C = 4\text{ms}^{-1}$; $CD = 1\text{m}$.

$$V_D = 5,1\text{ms}^{-1}$$

Hypothèse II

$$E_c(D) - E_c(C) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{F}) \quad (\text{S3.5})$$

$W(\vec{R}_N) = 0$. Car \vec{R}_N est perpendiculaire à la trajectoire.

$$W(\vec{F}) = -F \cdot CD = \frac{mg}{10} \cdot CD = 0,1mg \cdot CD$$

$$W(\vec{P}) = M \cdot g \cdot CD \cdot \sin(\alpha)$$

(S3.5) s'écrit :

$$\frac{1}{2} M \cdot V_D^2 - \frac{1}{2} M \cdot V_C^2 = M \cdot g \cdot CD \cdot \sin(\alpha) - 0,1M \cdot g \cdot CD$$

d'où l'on tire l'expression de V_D

$$\rightarrow V_D = \sqrt{2 \cdot g \cdot CD \cdot (\sin(\alpha) - 0,1) + V_C^2}$$

A.N. $\alpha = 30^\circ$; $g = 10\text{ms}^{-2}$; $V_C = 4\text{ms}^{-1}$; $CD = 1\text{m}$.

$$V_D = 4,56\text{ms}^{-1}$$

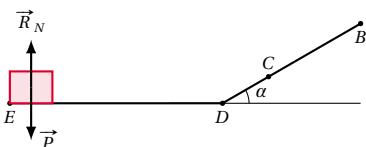
3.8. Solutions des exercices et problèmes

18.3. Distance parcourue sur le plan horizontal.

Soit E, le point d'arrêt du corps A.

Le système et le bilan des forces étant les mêmes qu'à la question 2 pour les deux hypothèses, appliquons le théorème de l'énergie cinétique au corps A sur le plan horizontal.

Hypothèse I



$$E_c(E) - E_c(D) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) \quad (\text{S3.6})$$

$W(\vec{R}_N) = W(\vec{P}) = 0$. Car \vec{R}_N et \vec{P} sont perpendiculaire à la trajectoire.

$$\frac{1}{2}M \cdot V_E^2 - \frac{1}{2}M \cdot V_D^2 = 0$$

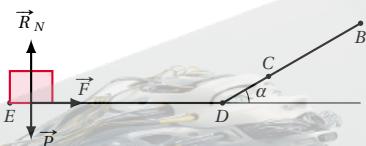
$$\rightarrow V_E = V_D$$

$$V_E = V_D = 5,1 \text{ m s}^{-1}$$

Sur la portion de trajectoire DE, le corps A est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $V_E = V_D = 5,1 \text{ m s}^{-1}$.

En effet, sur le plan horizontal, lorsque le corps A glisse sans frottement, $\vec{P} + \vec{R}_N = \vec{0}$. D'après le principe d'iner-
tie, il est animé d'un mouvement rectiligne uniforme car en abordant ce plan, il était en mouvement.

Hypothèse II



$$E_c(E) - E_c(D) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{F}) \quad (\text{S3.7})$$

$W(\vec{R}_N) = W(\vec{P}) = 0$. Car \vec{R}_N et \vec{P} sont perpendiculaire à la trajectoire.

$$W(\vec{F}) = -F \cdot DE = -\frac{mg}{10} \cdot DE = -0,1mg \cdot DE$$

(S3.7) s'écrit :

$$\frac{1}{2}M \cdot V_E^2 - \frac{1}{2}M \cdot V_D^2 = -0,1M \cdot g \cdot DE$$

$\frac{1}{2}M \cdot V_E^2 = 0$ car au point E le corps A s'arrête et $V_E = 0$.

$$\frac{1}{2}M \cdot V_D^2 = -0,1M \cdot g \cdot DE \rightarrow DE = \frac{V_D^2}{0,2 \cdot g}$$

A.N. $V_D = 4,56 \text{ m s}^{-1}$; $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

$$DE = 10,4 \text{ m}$$

Solution 19. (p. 36)

19.1. Energie potentielle élastique E_{PK} du ressort :

$$E_{PK} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

Calculons la constante de raideur K du ressort sachant qu'une force de 2 N le raccourcit de 5 mm.

$$T = K \cdot \Delta l$$

$$\rightarrow K = \frac{T}{\Delta l}$$

$$K = \frac{2}{5 \cdot 10^{-3}} = 400 \text{ N m}^{-1}$$

A.N. $K = 400 \text{ N/m}$; $x = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$.

$$E_{PK} = 0,32 \text{ J}$$

19.2. Energie mécanique totale du système {ressort - bille} au point C.

$$E_m(C) = E_c(C) + E_{PK}(C) + E_{PP}(C) \quad (\text{S3.1})$$

Avec :

$E_c(C)$ = énergie cinétique de la bille au point C. Au point C, $V_C = 0 \rightarrow E_c(C) = 0$.

■ $E_{PK}(C)$ = énergie potentielle élastique au point C.

■ $E_{PP}(C)$ = énergie potentielle de pesanteur au point C.

Le point C est pris comme origine des énergies potentielles de pesanteur.

Donc

$$E_{PP}(C) = 0$$

(S3.1) devient alors :

$$E_m(C) = E_{PK}(C) = 0,32 \text{ J}$$

19.3.

19.3.1. Energie mécanique de la bille au point A.

Le système étudié est {ressort - bille} dans le champ de pesanteur terrestre.

Bilan des forces extérieures agissant au système.

■ le poids \vec{P} de la bille.

Notons que la tension \vec{T} du ressort est une force inté-
rieure du système. De plus les frottements sont négligeables. Le système est donc conservatif.

$$E_m(A) = E_m(B) = 0,32 \text{ J}$$

19.3.2. Energie potentielle du système au point A.

$$E_{PK}(A) = E_{PK}(A) + E_{PP}(A) \quad (\text{S3.2})$$

$E_{PK} = 0$ car le ressort n'est plus déformé

$$E_{PP} = mgx$$

(S3.2) devient :

$$E_{PK}(A) = mgx$$

A.N. $m = 50 \text{ g} = 50 \times 10^{-3} \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m s}^{-2}$;
 $x = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$.

$$E_{PK}(A) = 0,02 \text{ J}$$

19.3.3. Energie cinétique de la bille au point A.

$$E_m(A) = E_{PK}(A) + E_c(A)$$

$$\rightarrow E_c(A) = E_m(A) - E_p(A)$$

A.N. $E_m(A) = 0,32 \text{ J}$; $E_p(A) = 0,02 \text{ J}$.

$$E_c(A) = 0,3 \text{ J}$$

19.3.4. Vitesse de la bille au point A

$$E_c(A) = \frac{1}{2} m \cdot V_A^2 \rightarrow V_A = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c(A)}{m}}$$

A.N. $E_c(A) = 0,3 \text{ J}$; $m = 50 \text{ g} = 50 \times 10^{-3} \text{ kg}$.

$$V_A = 3,46 \text{ m s}^{-1}$$

19.4. Altitude maximale h atteinte par la bille.

Système étudié : {bille} dans le champ de pesanteur terrestre.

Bilan des forces agissant sur le système :

- Le poids \vec{P} de la bille.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système entre le point A et point culminant M.

$$E_c(M) = E_c(A) + W(\vec{P}) \quad (\text{S3.3})$$

Au point M la bille cesse de monter. Donc

$$V_M = 0 \rightarrow E_c(M) = 0$$

$W(\vec{P}) = -mg h$. Car la bille s'éloigne de la Terre.

(S3.3) s'écrit alors :

$$-E_c(A) = -mg h \rightarrow h = \frac{E_c(A)}{mg}$$

A.N. $E_c(A) = 0,3 \text{ J}$; $m = 50 \text{ g} = 50 \times 10^{-3} \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

$$h = 0,6 \text{ m}$$

■ Si la masse de la bille était $m' = 2m$, on aurait :

- en 3.2) $E_p(A)' = m' \cdot g \cdot x = 0,04 \text{ J}$
- en 3.3) $E_c'(A) = E_m(A) - E_p(A)' = 0,32 - 0,04 = 0,28 \text{ J}$

$$h = \frac{E_c(A)'}{m' \cdot g} = \frac{0,28}{10^{-1} \cdot 10} = 0,28 \text{ m}$$

Production du courant continu

4.1	Expériences	56
4.1.1	Etude de deux chaînes de conducteurs contenant un électrolyte	56
4.1.2	La polarisation des électrodes d'un électrolyseur	56
4.2	Les piles	57
4.2.1	Une pile à dépolarisant : Pile Leclanché	57
4.2.2	Etude d'une pile impolarisable : la pile Daniell	58
4.3	Les accumulateurs	58
4.3.1	Le principe de l'accumulateur	58
4.3.2	Les caractéristiques d'un accumulateur	59
4.3.3	D'autres types d'accumulateurs	59
4.4	Enoncés des exercices et problèmes	60
4.5	Solutions des exercices et problèmes	61



4.1 Expériences

4.1.1 Etude de deux chaînes de conducteurs contenant un électrolyte

Réalisons les montages des figures 4.1 et 4.2. Les deux cuves contiennent une solution aqueuse d'acide sulfurique. Dans la première, plongent une lame de cuivre et une lame de zinc amalgamé (c'est-à-dire relié au mercure, pour le rendre inattaquable par l'acide sulfurique).

Dans la seconde, plongent deux lames de plomb.

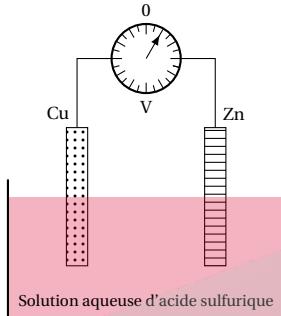


Figure 4.1

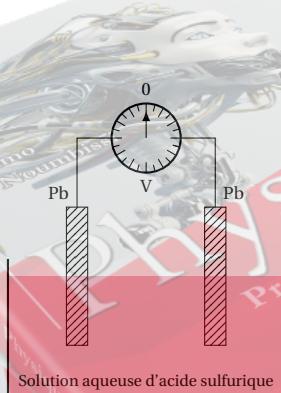


Figure 4.2

Figure 4.2 est symétrique

Conclusion: La chaîne dissymétrique de conducteurs faite de deux métaux différents plongeant dans un électrolyte présente, à vide, une différence de potentiel. Une telle chaîne constitue un générateur.

4.1.2 La polarisation des électrodes d'un électrolyseur

Intercalons le circuit de la figure 4.2 ci-dessus dans le montage représenté sur la Figure 4.3 :

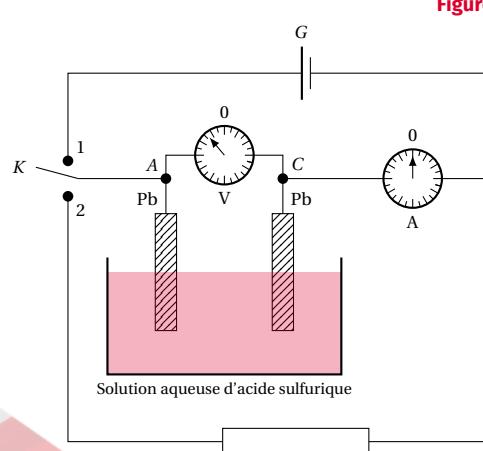


Figure 4.3

1. Inverseur K en position 1. Le générateur G fait passer dans le circuit un courant qui fait dévier l'aiguille de l'ampèremètre vers la droite.

Il se produit au niveau de la cuve une électrolyse :

- à la cathode C , il se forme de l'hydrogène dont une partie se dégage pendant que l'autre est retenue à la surface de la cathode;
- à l'anode A , il se forme de l'oxygène : une partie se dégage et l'autre oxyde l'anode.

2. Après quelques minutes, ouvrons l'inverseur K . Le voltmètre ne revient pas au zéro. Contrairement aux observations du paragraphe ci-dessus, la cuve (électrolyseur) présente une d.d.p. entre ses bornes. L'électrolyse a produit une dissymétrie dans la chaîne des conducteurs : on dit que l'électrolyseur a été polarisé.

3. Plaçons maintenant l'inverseur K dans la position 2. L'ampèremètre dévie vers la gauche, preuve que l'électrolyseur (polarisé) joue le rôle de générateur dont le pôle positif est l'électrode A . L'intensité du courant diminue peu à peu jusqu'à s'annuler.

Observations

- Le voltmètre de la figure 4.1 indique une tension voisine de 1 V, la borne positive étant la lame de cuivre.
- Le voltmètre de la figure 4.2 indique une tension nulle. Nous constatons que la chaîne de conducteurs :
 - (cuivre – acide sulfurique – zinc) dans la figure 4.1, est dissymétrique.
 - (plomb – acide sulfurique – plomb) dans la fi-

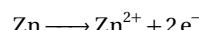
4.2. Les piles

En effet, au cours de cette expérience, les phénomènes d'électrolyse sont inversés (à cause du changement du sens du courant) ce qui a pour effet de détruire peu à peu la dissymétrie dans la chaîne de conducteurs : on dit que l'électrolyseur se dépolarise.

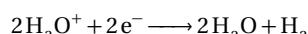
Conclusion: On peut réaliser des générateurs à partir de chaînes dissymétriques de conducteurs :

- Soit en prenant une chaîne dissymétrique au départ : les générateurs ainsi réalisés sont des piles.
- Soit en créant une dissymétrie par électrolyse : les générateurs ainsi réalisés sont des accumulateurs.
- Ces générateurs, appelés générateurs électro-chimiques car ils transforment de l'énergie chimique en l'énergie électrique, font l'objet des paragraphes suivants.

■ à l'électrode de zinc :



■ à l'électrode de cuivre :



L'intensité du courant diminue rapidement. Ce phénomène s'explique par le fait que les bulles de dihydrogène forment une gaine autour de l'électrode de cuivre, modifiant ainsi la chaîne de conducteurs qui devient :

Cuivre-hydrogène-acide sulfurique-zinc. On dit que la pile s'est polarisée : elle s'est transformée en une autre pile de f.e.m. plus faible.

4.2.1 Une pile à dépolarisant : Pile Leclanché

Figure 4.4

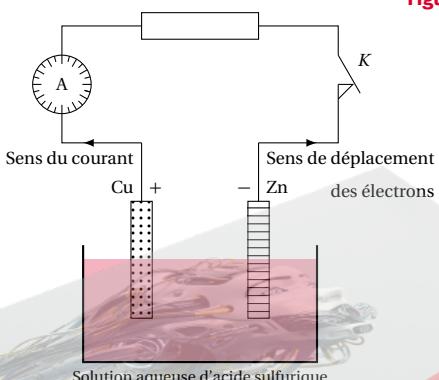


Figure 4.5

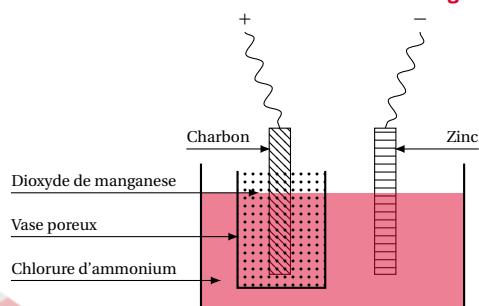
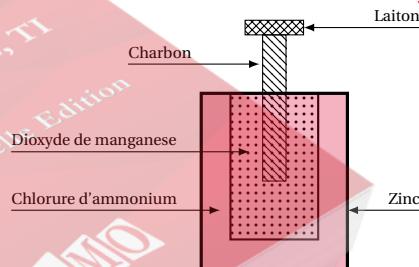


Figure 4.6



4.2 Les piles

La pile de Volta

La pile Volta¹ est constituée d'une lame de zinc amalgamée et d'une lame de cuivre plongeant dans une solution aqueuse d'acide sulfurique.

Nous avons vu au paragraphe 4.1.1 que la f.e.m. de cette pile est voisine de 1 V ; la borne (+) étant constituée par la lame de cuivre et la borne (-) par la lame de zinc.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur *K*,

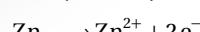
- L'ampèremètre indique le passage d'un courant dans le circuit (voir le sens sur le schéma).
- des réactions chimiques se produisent au niveau des électrodes :

La pile Leclanché² est constituée d'une électrode de charbon (borne +) entourée de dioxyde de manganèse (MnO_2) et d'une électrode de zinc (borne -).

L'électrolyte est une solution aqueuse de chlorure d'ammonium ($\text{NH}_4^+ + \text{Cl}^-$). (Figure 4.5).

Lorsque la pile fonctionne, des réactions se produisent au niveau des électrodes :

- à l'électrode de zinc (borne -)



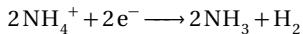
1. Alessandro Volta (1747–1827), physicien italien.

2. George Leclanché (1839–1882), inventeur français.

Remarque.

Lorsque la pile fonctionne, l'électrode de zinc s'use. On dit que la pile consomme du zinc.

- à l'électrode de charbon (borne +) :



L'ammoniac (NH_3) formé se dissout; tandis que le dihydrogène est oxydé en H_2O par le dioxyde de manganèse au fur et à mesure de sa formation :



Le dioxyde de manganèse en consommant le dihydrogène, empêche la pile de se polariser. C'est un **dépolarisant**.

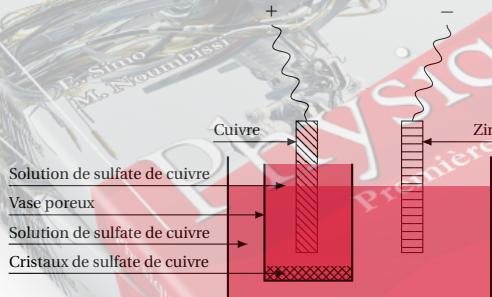
Comme la dépolarisation est lente, il faut éviter d'utiliser la pile de façon continue, ceci afin de laisser le temps au dépolarisant d'agir.

La pile, consommant du zinc et du dioxyde de manganèse, cesse de fonctionner dès qu'un des deux corps est totalement consommé. Les piles sèches (Figure 4.6) vendues dans le commerce sont du type Leclanché. Le chlorure d'ammonium est fixé dans un gel. L'enveloppe en zinc de la pile constitue la borne (-) de la pile.

4.2.2 Etude d'une pile impolarisable : la pile Daniell

La pile Daniell³ (voir Figure 4.7) est constituée :

Figure 4.7



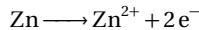
- d'une électrode de cuivre plongeant dans une solution aqueuse de sulfate de cuivre.
- d'une électrode de zinc plongeant dans une solution aqueuse de sulfate de zinc.

La borne (+) de la pile est l'électrode de cuivre, la borne (-) étant l'électrode de zinc.

Les deux électrolytes sont séparés par un vase poreux.

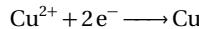
Lorsque la pile fonctionne, les réactions aux électrodes sont :

- à l'électrode de zinc (borne -) :



(Cette pile consomme du zinc)

- à l'électrode de cuivre (borne +) :



Pendant le fonctionnement de la pile la chaîne de conducteurs : cuivre-sulfate de cuivre- sulfate de zinc - zinc n'est pas modifiée. La pile est donc impolarisable; sa f.e.m. est 1,08 V.

4.3 Les accumulateurs

4.3.1 Le principe de l'accumulateur

Au paragraphe 4.1.2, nous avons transformé un électrolyseur en générateur, en polarisant ses électrodes. Malheureusement le courant de dépolarisation est très bref.

Un accumulateur est un électrolyseur capable de se polariser profondément, ce qui permet d'obtenir un courant de dépolarisation durable.

Tout accumulateur peut être successivement chargé et déchargé.

- pendant la décharge (**dépolarisation**), une réaction d'oxydoréduction spontanée assure un transfert d'électrons transformant, par exemple, les réactifs A en produits B.

L'accumulateur fonctionne en générateur. L'énergie chimique emmagasinée (sous forme chimique) au cours de la charge est restituée sous forme électrique.

Pour un accumulateur au plomb par exemple, la courbe de décharge au cours du temps est : voir ci-dessous.

Figure 4.8



La f.e.m. reste sensiblement constant au cours de la décharge. En fin de décharge, la f.e.m. décroît brusquement. Il faut impérativement recharger l'accumulateur sous peine de la détériorer.

3. John Frederic Daniell (1790–1845), chimiste et physicien anglais.

4.3. Les accumulateurs

NB: La résistance interne d'un accumulateur au plomb est très faible : $r \approx 0,01 \Omega$; C'est pourquoi il ne faut jamais mettre un accumulateur en court-circuit.

Pendant la charge (polarisation) l'accumulateur est branché à un générateur annexe qui assure un transfert d'électrons en sens opposé du sens spontané : Les réactifs A sont alors régénérés par la réaction inverse $B \rightarrow A$; L'accumulateur en charge est un récepteur électrique. Pour l'accumulateur au plomb ci-dessus, la courbe de charge au cours du temps est : (voir ci-dessous)

Figure 4.9



En fin de charge, la f.c.é.m. augmente brusquement.
Il faut arrêter la charge.

4.3.2 Les caractéristiques d'un accumulateur

- La **capacité**. C'est la quantité d'électricité que l'accumulateur peut fournir au cours de sa décharge.

On l'exprime généralement en ampère-heures (Ah^{-1}).

Rappelons que $1\text{Ah} = 3600\text{C}$.

- Le **rendement en quantité** ρ_Q . C'est le rapport de la quantité d'électricité fournie au cours de la décharge D_Q à la quantité d'électricité qui traverse l'accumulateur au cours de la charge Q_C .

$$\rho_Q = \frac{Q_D}{Q_C}$$

- Le **rendement en énergie** ρ_W . C'est le rapport de l'énergie électrique fournie au cours de la décharge W_D à l'énergie électrique consommée pendant la charge W_C .

$$\rho_W = \frac{W_D}{W_C}$$

4.3.3 D'autres types d'accumulateurs

Il existe à côté des accumulateurs au plomb, des accumulateurs alcalins. Ces derniers tiennent leur nom au fait que l'électrolyte est une solution alcaline (soude ou potasse).

Ils sont plus légers que les accumulateurs au plomb. Ils supportent des intensités de courant plus grandes, mais leur f.c.é.m. est plus faible (de l'ordre de 1,4 V) et moins constante (elle passe de 1,4 à 1 V pendant la charge)

4.4 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Le pôle négatif d'une pile Leclanché est un bâton de zinc, de masse 130 g.

1.1. Quelle quantité d'électricité peut fournir cette pile?
 $Zn = 65 \text{ g mol}^{-1}$.

1.2. Si cette pile fonctionne 20 min par jour, combien de jours pourra-t-elle être utilisée, si elle débite chaque fois un courant de 0,1 A?

Exercice 2.

On constitue un générateur avec 24 piles Leclanché disposées en 2 séries de 12 piles chacune.

2.1. Chaque pile a une f.e.m. de 1,5 V et une résistance de 1Ω . Quelles sont les caractéristiques du générateur ainsi constitué?

2.2. Le générateur débite dans un résistor de résistance 3Ω . Quelle est l'intensité du courant dans le résistor?

2.3. Quelle masse de zinc est consommée dans chaque pile en 1 h de fonctionnement?

$$Zn = 65 \text{ g mol}^{-1}$$

Exercice 3.

On veut charger une batterie d'accumulateurs de f.e.m. 12 V et de résistance négligeable. On dispose d'une prise à tension constante $U = 110 \text{ V}$ et d'un résistor de résistance R .

3.1. Faire un schéma du montage où on indiquera les polarités de la batterie et de la prise.

3.2. Calculer R si l'intensité du courant est 4,9 A.

3.3. Le rendement en quantité de cette batterie est 0,9. Calculer sa capacité si la charge a duré 10 h.

Exercice 4.

Un accumulateur est chargé pendant 12 h sous une tension de 2,2 V. L'intensité du courant est alors 5 A. L'accumulateur est ensuite déchargé sous une tension de 2 V et avec une intensité de 6 A. Le rendement en quantité étant $\rho_D = 0,9$, calculer :

4.1. La quantité d'électricité fournie à la décharge.

4.2. La durée de la décharge.

4.3. Le rendement en énergie de cet accumulateur.

Exercice 5.

On veut charger une batterie d'accumulateurs de résistance interne négligeable, mais on ne peut plus reconnaître ses pôles. On met donc en série avec la batterie un ampèremètre de résistance négligeable et un conducteur ohmique de résistance R . L'ensemble est ensuite soumis

à une tension constante de 110 V.

L'ampèremètre indique 6,5 A. On recommence l'expérience en permutant les bornes de la batterie. L'ampèremètre indique alors 4,5 A.

5.1. Quel est le montage qui correspond à la charge de la batterie? Justifiez votre réponse.

5.2. Quelle est la f.e.m. de la batterie?

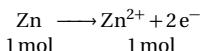
5.3. Quelle est la valeur de R ?

4.5. Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 60)

1.1. Quantité d'électricité que peut fournir cette pile.

Lorsque la pile fonctionne, elle consomme le zinc suivant la réaction :



La pile cesse de fonctionner lorsque la totalité du zinc a été consommée.

Or d'après l'équation ci-dessus, la consommation de 1 mol de zinc libère 2 mol d'électrons correspondant à une quantité d'électricité égale à

$$2 \cdot N \cdot e = 2\mathcal{F}$$

Soit n_{Zn} , le nombre de moles de zinc contenu dans le bâton de zinc de masse $m_{Zn} = 130$ g,

$$n_{Zn} = \frac{m_{Zn}}{M_{Zn}}$$

$$\text{où } M_{Zn} = 65 \text{ g mol}^{-1}$$

est la masse molaire atomique du zinc.

La quantité d'électricité que peut fournir la pile est donc :

$$q = 2 \cdot \mathcal{F} \cdot n_{Zn} = 2 \cdot \mathcal{F} \cdot \frac{m_{Zn}}{M_{Zn}}$$

$$q = 2 \cdot 96500 \cdot \frac{130}{65} = 386000 \text{ C}$$

1.2. Nombre de jours de fonctionnement de cette pile.

Soit q_1 , la quantité d'électricité fournie en 1 jour.

$$q_1 = I \cdot t$$

$$\text{où } t = 20 \text{ min} = 20 \cdot 60 = 1200 \text{ s}$$

est la durée journalière de fonctionnement

$$q = n \cdot q_1$$

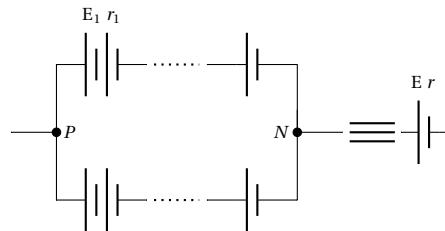
$$\rightarrow n = \frac{q}{q_1} = \frac{q}{I \cdot t}$$

$$n = \frac{386000}{0,1 \cdot 1200} = 3216,6 \text{ jours}$$

$$n = 3216,6 \text{ jours } 16 \text{ heures}$$

Solution 2. (p. 60)

2.1. Caractéristique du générateur équivalent :



$$\begin{cases} E = n \cdot E_1 = 12 \cdot 1,5 = 18 \text{ V} \\ r = \frac{n \cdot r_1}{m} = \frac{12 \cdot 1}{2} = 6 \Omega \end{cases}$$

2.2. Intensité du courant dans le résistor de résistance R.

Appliquons la loi de Pouillet au circuit :

$$E = (R + r) \cdot I$$

$$\rightarrow I = \frac{E}{R + r}$$

$$I = \frac{18}{3 + 6} = 2 \text{ A}$$

2.3. Masse de zinc consommée dans chaque pile au bout de 1 heure de fonctionnement.

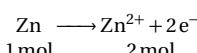
Calculons l'intensité du courant qui traverse chaque pile :

Au noeud P,

$$I = 2 \cdot I_1$$

$$\rightarrow I_1 = \frac{I}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ A}$$

Quand la pile Leclanché fonctionne, la consommation du zinc se traduit par le schéma :



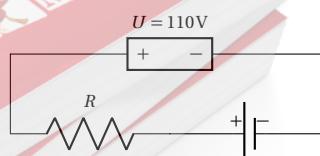
Donc le passage d'une quantité d'électricité $q_1 = 2 \cdot \mathcal{F}$ dans chaque pile s'accompagne par la consommation de 1 mol de zinc de masse M_{Zn} .

Pour une quantité d'électricité $q = I_1 \cdot t$ qui traverse chaque pile, la masse de zinc consommée est m_{Zn} telle que :

$$m_{Zn} = \frac{I_1 \cdot t}{2 \cdot \mathcal{F}} \cdot M_{Zn} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 3600}{2 \cdot 96500} \cdot 65 = 1,2 \text{ g}$$

Solution 3. (p. 60)

3.1. Schéma du montage de la charge de batterie (voir figure).



3.2. Calcul de R.

La prise de charge étant à tension constante, elle constitue un générateur idéal de f.e.m. $E = U = 110 \text{ V}$.

La batterie au cours de la charge se comporte comme un récepteur de f.c.é.m. $E' = 12 \text{ V}$ et de résistance interne nulle.

Appliquons la loi de Pouillet au circuit ci-dessus :

$$\begin{aligned} I &= \frac{E - E'}{R} \\ \rightarrow R &= \frac{E - E'}{I} \\ R &= \frac{110 - 12}{4,9} = 20\Omega \end{aligned}$$

3.3. Capacité de l'accumulateur

$$\rho_Q = \frac{Q_D}{Q_C} \rightarrow Q_D = \rho_Q \cdot Q_C$$

Avec

$$Q_C = I \cdot t \rightarrow Q_D = \rho_Q \cdot I \cdot t$$

Pour calculer Q_D en Ah, on exprime t en heure.

$$Q_D = 0,9 \cdot 4,9 \cdot 10 = 44,1 \text{ Ah}$$

Ou encore :

$$Q_D = 0,9 \cdot 4,9 \cdot 10 \cdot 3600 = 158760 \text{ C}$$

Solution 4. (p. 60)

4.1. Quantité d'électricité Q_D fournie à la décharge

$$\rho_Q = \frac{Q_D}{Q_C}$$

$$Q_C = I \cdot t_1$$

$$\rightarrow Q_D = \rho_Q \cdot Q_C = \rho_Q \cdot I \cdot t_1$$

Or $Q_C = 0,9 \cdot 5 \cdot 12 = 54 \text{ Ah}$

$$Q_D = 0,9 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 3600 = 194400 \text{ C}$$

4.2. Durée de la décharge :

Soit $I_2 = 6 \text{ A}$ l'intensité du courant au cours de la décharge de durée t_2 .

$$Q_D = I_2 \cdot t_2$$

$$\rightarrow t_2 = \frac{Q_D}{I_2} = \frac{54}{6} = 9 \text{ h}$$

$$\text{ou encore } t_2 = \frac{194400}{6} = 32400 \text{ s} = 9 \text{ h}$$

4.3. Rendement en énergie

L'énergie électrique consommée au cours de la charge est :

$$W_C = U_1 \cdot I_1 \cdot t_1$$

L'énergie électrique fournie au cours de la décharge est :

$$W_D = U_2 \cdot I_2 \cdot t_2$$

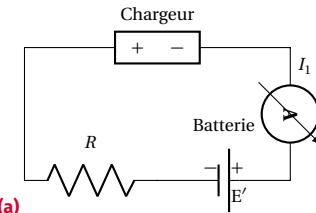
Le rendement en énergie est :

$$\rho_W = \frac{W_C}{W_D} = \frac{U_2 \cdot I_2 \cdot t_2}{U_1 \cdot I_1 \cdot t_1}$$

$$\rho_W = \frac{2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 3600}{2,2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 3600} = 0,82$$

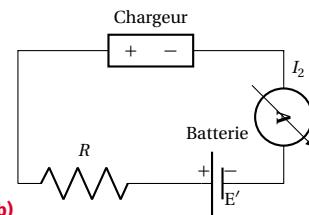
Solution 5. (p. 60)

5.1. ■ Sur la figure la batterie et le chargeur sont en série (et dans le même sens).



L'intensité du courant dans le circuit est maximale. La batterie se comporte comme un générateur. Elle se décharge.

■ Sur la figure la batterie et le chargeur sont montés en opposition.



La batterie se comporte comme un récepteur. L'intensité du courant dans le circuit est minimale. Ce montage correspond à la charge de la batterie.

5.2. Valeur de la résistance R .

Le chargeur de tension constante est un générateur idéal de f.e.m. $E = U = 110 \text{ V}$.

Appliquons la loi de Pouillet :

Au montage de la figure (a) :

$$E + E' = R \cdot I_1 \quad (\text{S4.1})$$

Au montage de la figure (b) :

$$E - E' = R \cdot I_2 \quad (\text{S4.2})$$

(S4.1) + (S4.2) membre à membre donne :

$$2E = R(I_1 + I_2)$$

$$\rightarrow R = \frac{2 \cdot E}{I_1 + I_2}$$

$$\text{A.N. } R = \frac{2 \cdot 110}{6,5 + 4,5} = 20\Omega$$

5.3. Valeur de la f.e.m. E' de la batterie :

$$(\text{S4.2}) \Rightarrow E' = E - R \cdot I_2 = 110 - 20 \cdot 4,5 = 20 \text{ V}$$

Production du courant alternatif

5.1	Le champ magnétique	64
5.1.1	Les aimants	64
5.1.2	Le champ magnétique	64
5.1.3	Les lignes de champ. Le spectre magnétique	65
5.1.4	Le champ magnétique créé par un courant	65
5.2	Le flux magnétique	68
5.2.1	Le flux d'un vecteur champ magnétique à travers une surface	68
5.3	L'induction électromagnétique l'auto-induction	69
5.3.1	Mise en évidence expérimentale du phénomène d'induction électromagnétique	69
5.3.2	Le sens du courant induit : La loi de Lenz	70
5.3.3	La force électromotrice d'induction	70
5.3.4	Intensité du courant induit : Quantité d'électricité induite	71
5.3.5	Aspect énergétique du Phénomène d'induction	71
5.3.6	Auto-induction	71
5.3.7	Mise en évidence expérimentale du phénomène d'auto-induction	71
5.3.8	Méthode de résolution	72
5.4	Les Alternateurs	72
5.4.1	Production d'une force électromotrice alternative	72
5.4.2	Conversion d'énergie	74
5.4.3	Les propriétés générales du courant alternatif	74
5.4.4	Le redressement du courant alternatif	75
5.5	Enoncés des exercices et problèmes	76
5.6	Solutions des exercices et problèmes	82



5.1 Le champ magnétique

5.1.1 Les aimants

Définition.

Un aimant est un corps capable d'attirer le fer. Un aimant peut être :

- **Naturel.** C'est le cas du minerai de fer appelé magnétite et constitué de l'oxyde de fer Fe_3O_4 (appelé pour cette raison oxyde magnétique de fer).
- **Artificiel.** C'est le cas d'un morceau d'acier frotté toujours dans le même sens avec un aimant.

Un aimant artificiel peut être permanent ou temporaire. Les aimants artificiels ont des formes variées. Les plus usuels sont : (voir figure ci-dessous)

Les pôles d'un aimant

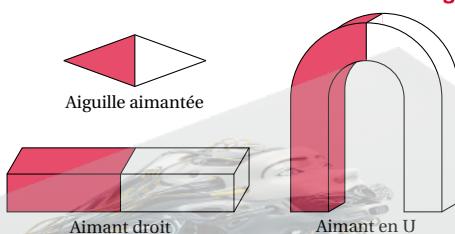


Figure 5.1

Un aimant, quelle que soit sa forme, n'attire le fer qu'en deux régions, voisines de ces extrémités, que l'on appelle les deux **pôles** de l'aimant.

Les deux pôles d'un aimant sont différents : l'un qui tend à se tourner vers le Nord est le **pôle nord**; l'autre est le **pôle sud**.

Interaction entre les pôles d'un aimant

L'expérience montre que :

- deux pôles de même nom se repoussent;
- deux pôles de noms différents s'attirent.

Les forces magnétiques que deux pôles exercent l'un sur l'autre sont des forces opposées; leur intensité commune diminue rapidement avec la distance des deux pôles.

Expérience de l'aimant brisé

Si on sectionne un aimant droit, chaque tronçon se comporte comme un aimant à deux pôles. Cette expé-

rience montre qu'on ne peut isoler un pôle d'un aimant. (Voir schéma ci-dessous)

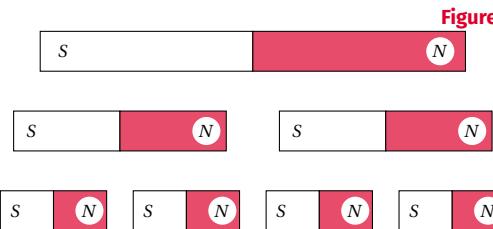


Figure 5.2

5.1.2 Le champ magnétique

Définition.

On appelle champ magnétique, toute région de l'espace dans laquelle un aimant est soumis à des forces magnétiques. Le meilleur détecteur de champ magnétique est une aiguille aimantée montée sur un pivot (donc libre de s'orienter)

SI

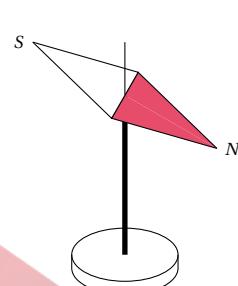


Figure 5.3

Le vecteur champ magnétique

L'état magnétique d'un point M est décrit grâce à un vecteur qu'on appelle vecteur champ magnétique \vec{B} en ce point.

Les caractéristiques de ce vecteur sont :

- origine : le point M du champ magnétique;
- direction : celle de l'aiguille aimantée libre de s'orienter dans toutes les directions de l'espace et dont le centre d'inertie G est placé en M ;
- sens : celui qui va du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille soit le sens du vecteur \vec{SN} ;
- norme de \vec{B} : elle est égale à l'intensité du champ magnétique en ce point; on dit plus simplement au champ magnétique en ce point.

5.1. Le champ magnétique

Cette grandeur champ magnétique B s'exprime en tesla¹ (T) dans de SI d'unités. Le champ magnétique est mesurable à l'aide d'un appareil appelé **teslamètre**.

Remarque.

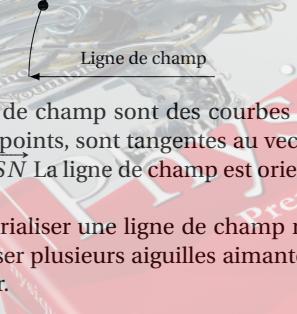
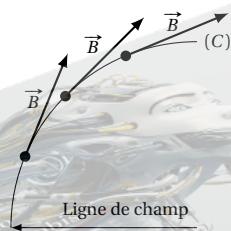
Le tesla est une unité trop grande de champ magnétique. Par exemple, les champs magnétiques créés par des aimants permanents sont de l'ordre du tesla. Pour créer un champ de 30 T, il faut une technologie lourde. Dans les centres de recherche, on préfère une autre unité, le gamma, qui permet de mesurer les petites variations de champ magnétique.

$$1 \text{ T} = 10^9 \gamma$$

5.1.3 Les lignes de champ. Le spectre magnétique

Les lignes de champ

Figure 5.4



Les lignes de champ sont des courbes qui, en chaque un de leurs points, sont tangentes au vecteur champ magnétique \vec{B} . La ligne de champ est orientée dans le sens de \vec{B} .

Pour matérialiser une ligne de champ magnétique, on peut utiliser plusieurs aiguilles aimantées ou de la limaille de fer.

Le spectre magnétique

L'ensemble des lignes de champ constitue le spectre magnétique de l'aimant considéré.

Ainsi donc, les grains de la limaille de fer qui s'aimantent sous l'action du champ magnétique, s'orientent suivant les lignes de champ.

Spectre magnétique de quelques aimants

Cas d'un aimant droit

On détermine le sens des lignes de champ en imaginant la position prise par une petite aiguille aimantée placée dans le champ et en appliquant les lois d'interaction des aimants.

On constate donc que les lignes de champ "sortent" par le pôle nord d'un aimant droit et "entrent" par le pôle sud.

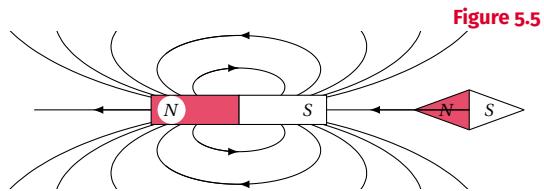


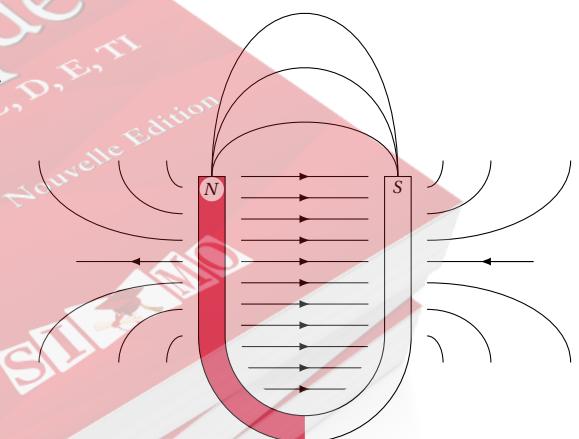
Figure 5.5

Cas d'un aimant en U

L'expérience avec la limaille de fer montre que :

- Le champ magnétique est très intense près des pôles.
- Entre les branches de l'aimant, les lignes de champ sont parallèles.

Figure 5.6



1. Ce nom vient de celui de l'ingénieur croate Nikola Tesla (1856–1943).

5.1.4 Le champ magnétique créé par un courant

Nous avons vu dans l'étude des effets du courant électrique (classe de seconde C & E) que le courant électrique crée un champ magnétique dont le sens dépend du sens du courant électrique. Nous allons étudier dans ce paragraphe les caractéristiques de ce champ magnétique en fonction de la géométrie du circuit.

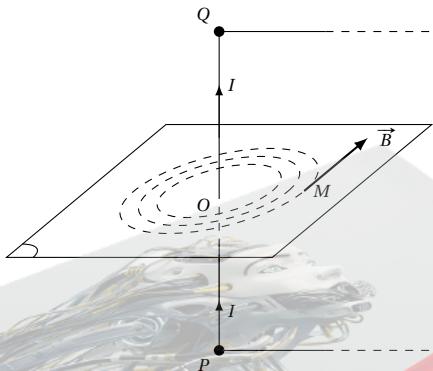
Champ magnétique créé par un fil infiniment long et parcouru par un courant

Expérience

Le dispositif expérimental comprend :

- Un conducteur PQ alimenté par un générateur.
- Ce conducteur traverse perpendiculairement une feuille de carton ou de plexiglas.

Figure 5.7



On explore le champ magnétique dans le plan perpendiculaire en O à PQ . Les points M sont situés à une faible distance de O . Dans ces conditions, le conducteur PQ est considéré comme infiniment long.

En saupoudrant de la limaille de fer sur la feuille, on constate que les petits grains de limaille qui s'aimantent dans le champ créé par le courant s'orientent suivant des cercles concentriques autour du conducteur. Une aiguille aimantée montée sur un pivot permet de déterminer les lignes de champ.

Les caractéristiques du vecteur champ magnétique au point M

1. Direction. Le vecteur champ magnétique \vec{B} au point M est tangent à la ligne de champ passant par M .
2. Sens. Le sens du champ magnétique \vec{B} créé au point M est donné par le pouce (disposé perpendiculairement aux quatre doigts joints) d'une main

droite, la paume tournée vers le point M , le courant sortant par les quatre doigts joints.

Une aiguille aimantée placée en M permet de vérifier ce sens.

Cette méthode n'est qu'un moyen (parmi beaucoup d'autres) mnémotechnique de déterminer le sens de \vec{B} .

3. L'intensité de \vec{B} . L'intensité du champ magnétique au point M est proportionnelle à l'intensité I du courant et inversement proportionnelle à la distance $OM = d$. On écrit :

$$B = K \cdot \frac{I}{d}$$

ou $K = 2 \cdot 10^{-7}$ dans le vide ou dans l'air.

$$B = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{d}$$

- I en ampères (A);
- d en mètres (m);
- B en tesla (T).

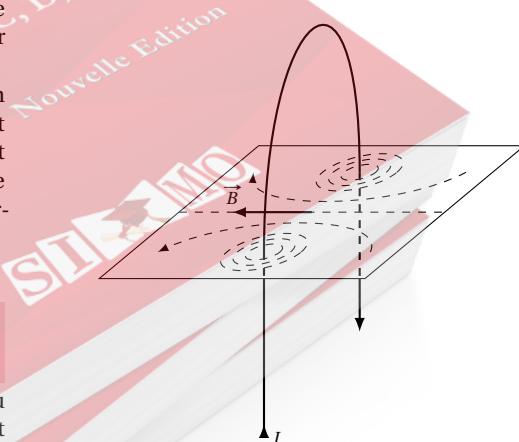
Le champ magnétique créé par une spire circulaire parcourue par un courant

Expérience

Le dispositif expérimental comporte :

- une spire circulaire alimentée par un générateur;
- cette spire traverse perpendiculairement une plaque de plexiglas.

Figure 5.8



On se propose d'étudier le champ créé par ce courant circulaire dans le plan perpendiculaire à la spire et passant par son centre.

5.1. Le champ magnétique

Pour cela, on saupoudre de la limaille de fer sur la plaque. Les grains de la limaille de fer qui s'aimantent dans le champ magnétique créé par le courant électrique, s'orientent suivant les lignes de champ.

Pour trouver le sens des lignes de champ, on utilise des aiguilles aimantées dont la direction sud-nord indique le sens du vecteur \vec{B} .

Les caractéristiques du vecteur champ magnétique au centre de la spire

1. La direction. Le champ magnétique \vec{B} est perpendiculaire au plan de la spire.
2. Le sens. Le sens de \vec{B} est donné par le pouce (disposé perpendiculairement aux quatre doigts joints) d'une main droite posée sur la spire, la paume tournée vers le centre de la spire et le courant sortant par les quatre doigts joints.
3. L'intensité. L'intensité B du champ magnétique au centre O de la spire est proportionnelle à l'intensité I du courant et inversement proportionnel au rayon R de la spire.

$$B = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{R}$$

- I en ampères (A);
- R en mètres (m);
- B en tesla (T).

Cas d'une bobine plate circulaire

Une bobine plate est formée de N spires circulaires dont le rayon est proche du rayon moyen R . Le champ magnétique au centre O de la bobine est donnée par la relation :

$$B = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N \cdot I}{R}$$

Le champ magnétique créé par un solénoïde infiniment long

Un solénoïde est une bobine longue qu'on obtient en enroulant sur un support isolant cylindrique N spires circulaires de fil conducteur.

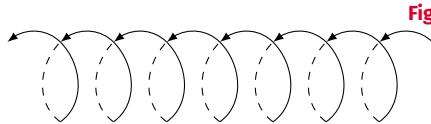


Schéma d'un solénoïde

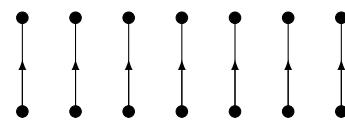


Schéma simplifié d'un solénoïde

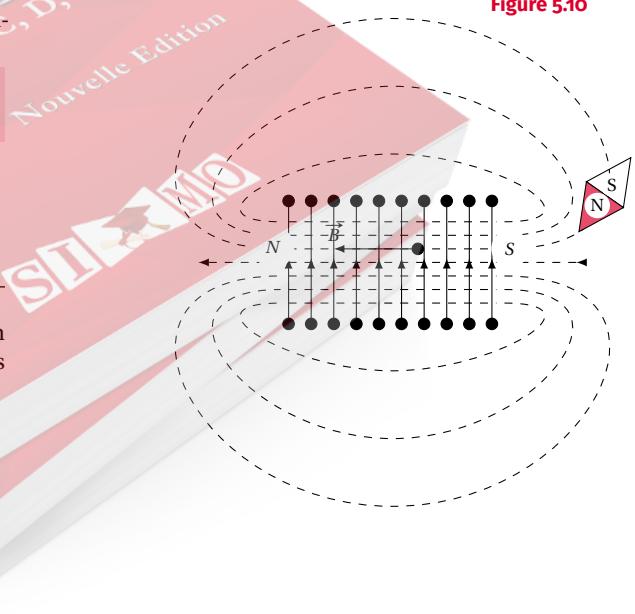
Le solénoïde est dit infiniment long lorsque le diamètre D de la spire est très faible devant la longueur L du solénoïde.

Expérience

On se propose d'étudier le champ magnétique créé par le courant dans un plan passant par l'axe du solénoïde. On réalise donc l'expérience suivante :

- Un solénoïde est alimenté par un générateur.
- Les spires traversent une plaque de plexiglas passant par l'axe du solénoïde. Lorsqu'on saupoudre de la limaille de fer sur la plaque, on constate que :
 - les grains de limaille qui s'aimantent dans le champ du solénoïde s'orientent suivant des courbes fermées sur elles-mêmes et partant d'une extrémité de la bobine à l'autre;
 - à l'intérieur du solénoïde, les lignes de champ sont parallèles; le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde. Nous constatons que le spectre obtenu est semblable à celui d'un aimant droit.

Figure 5.10



Les caractéristiques du vecteur champ magnétique \vec{B}

- Direction. Le vecteur champ magnétique \vec{B} est dirigé suivant l'axe du solénoïde.
- Le sens. Le sens du vecteur champ magnétique \vec{B} est donné par le pouce (disposé perpendiculairement aux quatre doigts joints) d'une main droite posée sur le solénoïde, la paume tournée vers l'intérieur du solénoïde et le courant sortant par les quatre doigts joints.

Remarque.

Il ne faut pas confondre le sens de \vec{B} (sens du vecteur \vec{SN} de l'aiguille aimantée détectrice de \vec{B}) et les pôles Sud et Nord du solénoïde. Ainsi, le pouce de la main droite indique en même temps le sens de \vec{B} et la face Nord de la bobine plate ou le pôle Nord du solénoïde. (voir figure ci-dessus).

- L'intensité. L'expérience montre que B au centre O du solénoïde est proportionnel à l'intensité I du courant, au nombre N de spires et inversement proportionnel à la longueur L du solénoïde. Dans le vide et pratiquement dans l'air,

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N \cdot I}{L}$$

I en ampères (A); R en mètres (m); B en tesla (T).

Le rapport $\frac{N}{L}$ représente le nombre de spires par unité de longueur. On le désigne souvent par la lettre n et la formule ci-dessus devient :

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n \cdot I$$

Remarque.

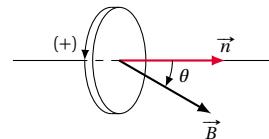
1. Le coefficient $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ est appelé perméabilité magnétique du vide. Ce coefficient est pratiquement le même dans l'air.
2. La formule $B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n \cdot I$ n'est valable que pour un solénoïde infiniment long, c'est-à-dire pour une bobine dont la longueur est supérieure à 10 fois son rayon.

5.2 Le flux magnétique

5.2.1 Le flux d'un vecteur champ magnétique à travers une surface

Considérons un circuit plan d'aire S , fermé, plongé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} .

Figure 5.11



Sur ce circuit, définissons arbitrairement un sens positif de parcours. Ce sens détermine l'orientation du vecteur unitaire \vec{n} normal au plan du circuit :

- la direction et le sens de \vec{n} sont donnés par le pouce (disposé perpendiculairement aux quatre doigts joints) d'une main droite couchée sur le circuit, la paume tournée vers le centre, les quatre doigts joints indiquant le sens (+) choisi.

Par définition, on appelle flux du champ magnétique \vec{B} à travers la surface d'aire S , le produit scalaire

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} S = B \cdot S \cos \theta$$

avec $\theta = (\vec{B}, \vec{n})$ et $0 < \theta < 180^\circ$.

Dans le système international d'unité, le flux magnétique s'exprime en weber² (Wb). Précisons l'ensemble des unités :

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Φ en weber (Wb); B en tesla (T); S en mètre carré (m^2).

Dans le cas où le circuit est formé de N spires, chacune de surface S , le flux magnétique, grandeur additive vaut :

$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Notons enfin que le flux magnétique à travers une surface est une grandeur mesurable. On utilise alors un appareil dénommé fluxmètre.

Remarque.

Le flux magnétique est une grandeur algébrique :

- lorsque $0 < \theta < 90^\circ$, (Voir figure 5.12a)

$$\cos \theta \rightarrow \Phi = B \cdot S \cdot \cos \theta > 0$$

2. Du nom du physicien allemand Wilhelm Weber (1804–1891).

5.3. L'induction électromagnétique l'auto-induction

- lorsque $90^\circ < \theta < 180^\circ$, (Voir figure 5.12b)

$$\cos \theta < 0 \rightarrow \Phi = B \cdot S \cdot \cos \theta < 0$$

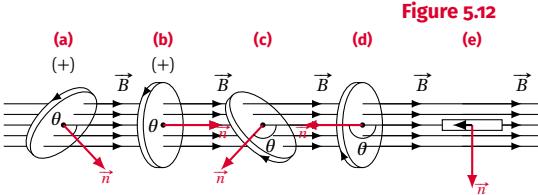


Figure 5.12

Cas particuliers

- Pour $\theta = 0$, $\cos \theta = 1$ et $\Phi = B \cdot S$ (Voir figure 5.12c) le flux est maximal.
- Pour $\theta = 90^\circ$, $\cos \theta = 0$ et $\Phi = 0$ (Voir figure 5.12d) le flux est nul.
- Pour $\theta = 180^\circ$, $\cos \theta = -1$ et $\Phi = -B \cdot S$ (Voir figure 5.12e) le flux est minimal.

Nous constatons que la valeur du flux magnétique fait penser au nombre de lignes de champ traversant le circuit.

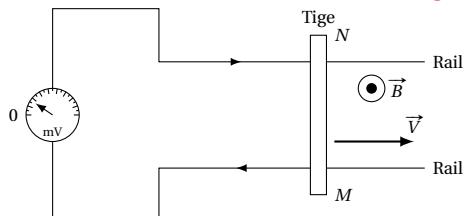


Figure 5.13

Réalisons le circuit de la figure ci-contre comprenant :

- Deux rails métalliques reliés à un galvanomètre
- une tige métallique MN pouvant se déplacer sur les deux rails
- l'ensemble du dispositif plonge dans un champ magnétique constant \vec{B}
- Lorsque la tige MN est immobile sur les deux rails, le galvanomètre indique zéro.
- En déplaçant la tige MN sur les deux rails, le galvanomètre dévie.
- Déplaçons en sens inverse la tige MN sur les deux rails; le galvanomètre dévie, mais en sens inverse.

5.3 L'induction électromagnétique l'auto-induction

Nous avons vu (à la première partie) qu'un courant électrique produit un champ magnétique dont les caractéristiques dépendent de la forme du circuit électrique. L'objet de cette partie est l'étude de l'effet inverse : la production d'un courant électrique par une action magnétique.

5.3.1 Mise en évidence expérimentale du phénomène d'induction électromagnétique

Conclusion: Cette expérience est remarquable puisqu'elle permet de donner naissance à un courant électrique; en effet, le courant précédent est apparu dans un circuit qui ne comporte pas de générateur!

- Ce courant est appelé courant induit.
- Le phénomène physique qui l'engendre s'appelle l'induction électromagnétique (on dit souvent induction tout court).
- Le circuit (rail, tige, galvanomètre) dans lequel ce courant apparaît constitue le circuit induit ou l'induit.
- L'aimant qui permet de créer le courant induit est l'inducteur.
- Le circuit induit fonctionne comme un générateur. Sa force électromotrice est appelée f.e.m. d'induction, sa résistance interne est celle du fil qui le constitue.

Expérience 2

Conducteur fixe dans un champ magnétique variable.

Formons un circuit conducteur avec une bobine et un galvanomètre. Ce circuit ne comporte aucun générateur.

- Approchons rapidement de la bobine le pôle nord d'un aimant droit. Nous observons une déviation temporaire de l'aiguille du galvanomètre (Fig. 5.13). Immobilisons l'aimant en n'importe quelle position : l'aiguille du galvanomètre ne dévie pas.

- Déplaçons le nouveau l'aimant, en sens inverse : l'aiguille du galvanomètre dévie aussi, mais en sens inverse (Fig. 5.13)

Courant induit et flux magnétique

Dans les deux expériences ci-dessus, on a provoqué une variation de flux magnétique à travers le circuit. D'autres dispositifs expérimentaux montrent que si l'on fait varier le flux magnétique à travers un circuit fermé, il y apparaît un courant induit. Nous pouvons donc conclure :

- Toute variation de flux magnétique à travers un circuit y provoque la naissance d'une f.e.m. induite (e).
- La f.e.m. induite se manifeste par un courant induit lorsque le circuit est fermé et par une tension à ses bornes quand il est ouvert.
- Les phénomènes d'induction se produisent pendant que le flux varie; ils cessent dès que le flux cesse de varier.

5.3.2 Le sens du courant induit : La loi de Lenz

Réexaminons les différents cas de l'expérience 2.

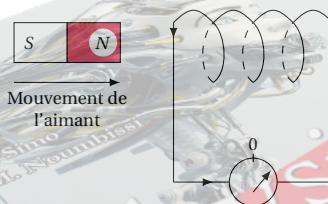


Figure 5.14

Figure 5.14 : quand on approche le pôle nord de l'aimant, on constate que le sens du courant induit est tel que la bobine présente une face nord (vérifiez-le par la règle de la main droite). La bobine va donc s'opposer à l'approche du pôle de l'aimant, en le repoussant.

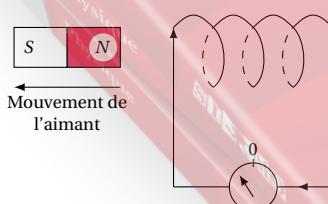


Figure 5.15

Figure 5.15 : quand on éloigne le pôle nord de l'aimant, le sens du courant induit est tel que la bobine présente une face sud qui s'oppose à l'éloignement du

pôle nord de l'aimant en l'attirant.

Vous pouvez justifier vous-même le sens du courant induit sur les figures 5.16 et 5.17.

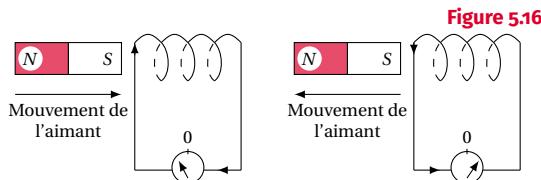


Figure 5.16

En examinant l'expérience 1, nous constatons que le sens du courant induit dans la tige MN est tel que la force que subit la tige (dans le champ magnétique \vec{B}) s'oppose au mouvement de la tige.

Toutes ces observations obéissent à la loi de Lenz :

Le sens du courant induit est tel que par ses effets électromagnétiques, il s'oppose toujours à la cause qui lui a donné naissance.

5.3.3 La force électromotrice d'induction

Convention de signes

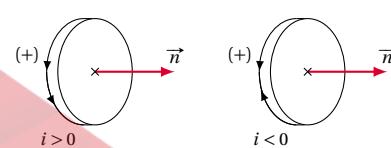


Figure 5.17

Soit un circuit sur lequel on a choisi arbitrairement un sens positif. L'orientation du circuit détermine sa normale \vec{n} .

La f.e.m. d'induction e est positive si elle tend à faire circuler un courant induit dans le sens positif (a). Elle est négative dans le cas contraire (b).

Donc e et i ont toujours le même signe.

Expression de la f.e.m. induite

De nombreuses expériences et mesures ont montré que la f.e.m. induite dans un circuit est donnée par la relation :

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.1)$$

ou $\frac{d\Phi}{dt}$ est la dérivée de Φ par rapport au temps.

On ne peut connaître la f.e.m. que si on connaît la fonction $\Phi = f(t)$.

5.3. L'induction électromagnétique l'auto-induction

Mais la valeur moyenne de f.e.m. e induite est :

$$e_{\text{moy}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

avec Φ en weber (Wb), t en secondes (s) et e en volt (V).

Signe de la f.e.m. induite et loi de Lenz

Le signe (-) de l'expression de la f.e.m. induite traduit la loi de Lenz.

Définition.

La définition légale du Weber est liée à la définition de la f.e.m. d'induction :

Le weber est le flux qui, traversant un circuit d'une seule spire, y produit une f.e.m. de 1 V si on l'amène à 0 en 1 seconde par décroissance uniforme.

5.3.4 Intensité du courant induit : Quantité d'électricité induite

Intensité du courant induit

Soit R la résistance totale du circuit induit. L'intensité du courant induit est donnée par la loi de Pouillet :

$$i = \frac{e}{R}$$

avec e en volt (V), R en ohms (Ω) et i en ampère (A). Notons que la relation ci-dessus n'est valable que s'il n'y a aucune autre f.e.m. dans le circuit.

Quantité d'électricité induite

Par définition, $|i_{\text{moy}}| \cdot \Delta t$ avec $i_{\text{moy}} = \frac{e_{\text{moy}}}{R}$ et $e_{\text{moy}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
Donc

$$Q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}$$

$\Delta\Phi$ en weber (Wb); R en ohms (Ω) et Q en coulombs (C).

5.3.5 Aspect énergétique du Phénomène d'induction

L'induction électromagnétique est un mode de production d'énergie électrique. D'après la loi de conservation de l'énergie, cette production n'est possible qu'à condition de fournir de l'énergie au système. Dans la plupart de dispositifs, cette énergie est fournie sous forme d'énergie mécanique.

5.3.6 Auto-induction

Nous savons que toute variation de flux à travers un circuit produit une f.e.m. d'induction dans le circuit.

5.3.7 Mise en évidence expérimentale du phénomène d'auto-induction

Expérience

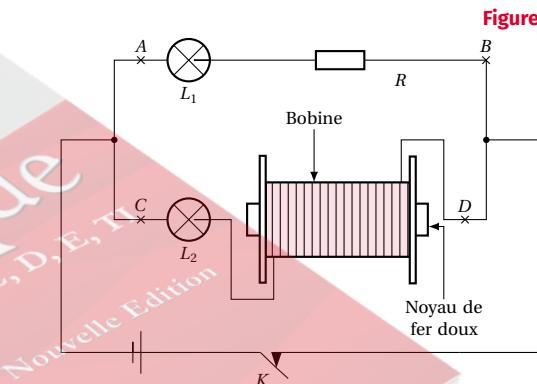


Figure 5.18

Réalisons le montage de la Figure 5.18 :

- L_1 et L_2 sont deux lampes identiques;
- le conducteur ohmique et la bobine ont même résistance.

A l'intérieur de la bobine, on a placé un barreau de fer doux pour augmenter le flux propre.

1. A la fermeture de l'interrupteur K :
 - La lampe L_1 brille instantanément;
 - La lampe L_2 brille progressivement.
2. Ouvrons l'interrupteur K :
 - La lampe L_1 s'éteint instantanément;
 - La lampe L_2 s'éteint progressivement.

Interprétation

Lorsqu'on ferme l'interrupteur, la variation du flux propre dans la bobine crée une f.é.m. d'induction qui s'oppose à l'établissement du courant.

Dans le cas de l'ouverture du circuit, la f.é.m. d'induction s'oppose à la rupture du courant.

L'auto-inductance d'un circuit ou d'une portion de circuit

Le flux propre Φ_p d'un circuit est proportionnel à i , et a le même signe que i . On peut donc écrire :

$$\Phi_p = L \cdot i$$

La constante de proportionnalité L ne dépend que des caractéristiques géométriques du circuit (ou de la portion de circuit). On l'appelle auto-inductance (ou inductance) du circuit. Elle est toujours positive. Dans le système international d'unité, l'inductance s'exprime en henry (H)³.

$$\Phi_p = L \cdot i$$

où Φ_p en weber (Wb), L en henry (H) et i en ampere (A).

La force électromotrice d'auto-induction

Nous avons vu (en 5.1) que

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\text{or } \Phi_p = L \cdot i$$

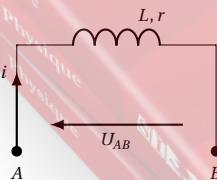
$$\text{donc } e = -\frac{d}{dt}(L \cdot i) = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$e = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

Loi d'Ohm aux bornes d'une bobine

Cette loi exprime la tension aux bornes de la bobine.

Figure 5.19



Considérons un dipôle (A, B) formé par une bobine caractérisée par sa résistance r et son auto-inductance L .

3. Du nom du physicien américain Joseph Henry (1797–1878) qui découvrit l'auto-induction.

Orientons ce dipôle de A vers B .

$$u_{AB} = ri - e$$

$$\text{or } e = -\frac{di}{dt}$$

Donc

$$u_{AB} = ri + L \frac{di}{dt}$$

En régime continu, $i = \text{constante}$ et $\frac{di}{dt} = 0$ et $u_{AB} = R \cdot i$. La bobine se comporte comme un conducteur ohmique. Donc l'auto-induction ne se manifeste qu'en régime variable.

5.3.8 Méthode de résolution

La connaissance de $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ permet de déduire toutes les autres grandeurs intéressantes.

Pour connaître e , il faut évaluer :

- soit la fonction Φ du temps, puis sa dérivée;
- soit, ce qui revient au même, la variation élémentaire $d\Phi$.

Méthode de travail :

1. choisir un sens positif sur l'induit;
2. en déduire le vecteur \vec{n} ;
3. évaluer algébriquement, soit $\Phi(t) = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S}$ soit $d\Phi$, variation élémentaire de flux;
4. en déduire $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ et les autres grandeurs induites;
5. vérifier les signes à l'aide de la loi de Lenz.

5.4 Les Alternateurs

5.4.1 Production d'une force électromotrice alternative

Rappel

Lorsqu'on approche un aimant d'une bobine plate, un courant induit prend naissance dans la bobine.

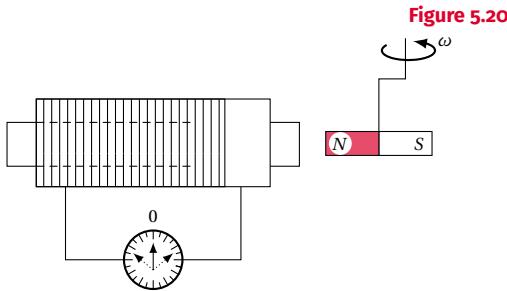
Le sens du courant dans la bobine change suivant qu'on approche le pôle nord ou le pôle sud de l'aimant.

On observe les mêmes phénomènes si la bobine est en mouvement par rapport à un aimant immobile.

5.4. Les Alternateurs

Première méthode : rotation d'un aimant devant une bobine fixe.

Faisons tourner, à vitesse constante ω , autour d'un axe, un petit aimant droit à forte aimantation devant une bobine fixe dont les bornes sont reliées à un voltmètre sensible à zéro central. (Voir Figure 5.21).

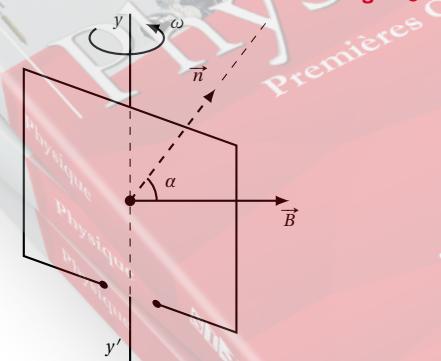


Si la rotation s'effectue lentement, nous constatons que l'aiguille de l'appareil de mesure oscille entre deux positions limites, de part et d'autre du zéro.

Conclusion: Donc la bobine est le siège d'une f.é.m. variable, alternativement positive et négative : une telle f.é.m. est dite **alternative**. Sa valeur oscille entre les valeurs maximales $-E_m$ et $+E_m$.

Deuxième méthode : rotation d'une bobine plate dans un champ magnétique uniforme

Faisons tourner, à vitesse constante une bobine plate (dont une seule spire est représentée sur la figure ci-contre) comportant N spires autour d'un axe $y'y'$.



L'angle $\alpha = (\vec{n}, \vec{B})$ est une fonction linéaire du temps. En effet $\alpha = \omega \cdot t$, le flux Φ à travers la bobine est :

$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \omega \cdot t$$

Donc le flux Φ est variable car il est fonction du temps.

A la variation du flux, correspond une f.é.m. induite :

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

En posant $E_m = N \cdot B \cdot S \cdot \omega$, on peut écrire :

$$e = E_m \sin(\omega \cdot t)$$

On dit que la f.é.m. alternative est *sinusoïdale*.

- La constante ω est appelée **pulsation**. Elle s'exprime en radian par seconde (rad s^{-1}).
- Le facteur $\sin(\omega \cdot t)$ reprend la même valeur chaque fois que l'angle $\alpha = \omega \cdot t$ croît de 2π radians, c'est-à-dire à des intervalles de temps constants T tels que :

$$\omega \cdot T = 2\pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

où T est exprimée en secondes et ω en rad s^{-1} .

T est appelée période de la f.é.m. sinusoïdale.

On appelle fréquence f , le nombre de périodes par seconde.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

L'unité de fréquence est le hertz (Hz).

- Un générateur de f.é.m. induite a pour représentation :

Courant alternatif sinusoïdal

Reprendons l'expérience ci-dessus. Si R est la résistance de la bobine, à la f.é.m. alternative correspond un courant d'intensité :

$$i = \frac{e}{R} = \frac{E_m}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

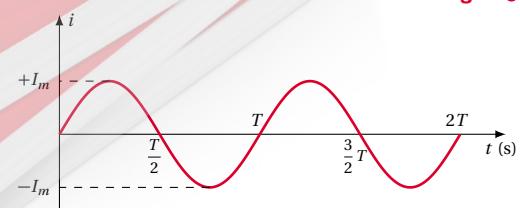
en posant $I_m = \frac{E_m}{R}$

$$i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Donc une f.é.m. alternative sinusoïdale crée dans un circuit fermé un courant alternatif sinusoïdal de même fréquence.

La courbe représentative de ce courant alternatif est de la forme :

Figure 5.22



Le principe des alternateurs industriels

Les générateurs industriels de courant alternatif sont des alternateurs. Un alternateur est essentiellement constitué :

- d'un cadre fixe appelé le circuit induit ou simplement l'induit;
- d'un circuit magnétique mobile, l'inducteur : c'est un électro-aimant produisant des champs magnétiques beaucoup plus intenses qu'un aimant permanent.

La fréquence des f.e.m. alternatives produite par les centrales d'énergie électrique dépend des pays :

- au Cameroun et en France $f = 50 \text{ Hz}$;
- aux U.S.A. $f = 60 \text{ Hz}$.

5.4.2 Conversion d'énergie

Pour produire de l'énergie électrique, l'alternateur doit être entraîné mécaniquement : l'alternateur convertit donc du travail mécanique en énergie électrique. Faisons un bilan énergétique du système [alternateur] :

- l'alternateur reçoit une puissance mécanique P_m ;
- la puissance utile est la puissance électrique P_{el} .

Une partie de la puissance reçue est dégradée à cause des phénomènes dissipatifs (frottements et effet Joule dans le bobinage). Cette puissance dégradée est notée P_p .

Le bilan de l'alternateur s'écrit alors :

$$P_m = P_{el} + P_p$$

Le rendement de l'alternateur s'écrit :

$$\eta = \frac{P_{el}}{P_m}$$

Ce rendement est généralement excellent (de 90% à 95%)

5.4.3 Les propriétés générales du courant alternatif

Comme le courant continu, le courant alternatif manifeste sa présence dans les conducteurs par trois effets : calorifique, chimique et magnétique.

Nous savons qu'en courant continu, les effets chimiques et magnétique sont modifiés quand on change le sens du courant, alors que l'effet calorifique ne dépend pas du sens du courant.

Par ailleurs, on peut montrer que les lois du courant continu s'appliquent à chaque instant au courant alternatif, l'intensité étant à chaque instant la même dans

toutes les sections du circuit.

L'effet calorique : valeurs efficaces de l'intensité et de la tension

Comme en courant continu, un conducteur parcouru par un courant alternatif est le siège d'un dégagement de chaleur (effet Joule).

- **L'intensité efficace.** On définit l'intensité efficace d'un courant alternatif comme l'intensité d'un courant continu qui, passant dans le même conducteur, fournirait pendant chaque période la même quantité de chaleur que le courant alternatif.

On démontre que l'intensité efficace I d'un courant alternatif est liée à l'intensité maximale

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

- **La tension efficace.** On définit de même la tension efficace d'une source de courant alternatif comme étant la tension constante qui, appliquée aux extrémités de la même portion de circuit uniquement résistante, y produirait durant chaque période la même quantité de chaleur.

La tension efficace U est liée à la tension maximale U_m par la relation :

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Remarque.

1. Les grandeurs mesurées par les appareils de mesure (ampèremètre et voltmètre) correspondent aux valeurs efficaces.
2. Lorsqu'on lit "220 V" sur un secteur de distribution du courant alternatif, ce nombre indique la tension efficace.

Dans ce cas

$$U_m = \sqrt{2} \cdot U = 1,41 \cdot 220 = 310 \text{ V}$$

L'effet chimique

Le passage du courant continu dans une solution ionisée s'accompagne de réactions chimiques dont la nature dépend du sens du courant.

En courant alternatif, le même phénomène peut se produire. Il ne faut pas oublier que le courant alternatif circule tantôt dans un sens tantôt dans l'autre.

Ainsi, chacune des électrodes est alternativement anode et cathode.

5.4. Les Alternateurs

L'effet magnétique

Action d'un champ magnétique sur un courant

Le sens de la force créée par l'action d'un champ magnétique sur un courant est lié au sens du courant. Ainsi, en courant alternatif, la force créée par l'action d'un champ magnétique sur un courant change de sens à chaque alternance.

Champ magnétique créé par un courant alternatif

Nous savons que quelle que soit la forme du circuit, l'intensité du champ magnétique créé est toujours proportionnelle à l'intensité du courant traversant le circuit.

Donc :

$$b = K \cdot i$$

$$\text{où } i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\rightarrow b = K \cdot I_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ = B_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Le champ magnétique créé par un courant alternatif sinusoïdal est une fonction sinusoïdale du temps.

5.4.4 Le redressement du courant alternatif

La diode



La diode est un composant passif, utilisé en électronique. Elle a pour particularité de ne laisser passer le courant que dans un seul sens; c'est pourquoi on l'appelle aussi **dipôle à sens unique**.

On appelle **sens direct** de la diode, le sens dans lequel le courant électrique traverse la diode; le **sens opposé** étant appelé sens inversé de la diode.

Lorsque la diode est traversée par un courant, on dit qu'elle est passante. Le symbole d'une diode est :

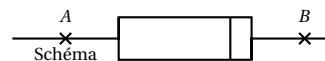


Figure 5.24



Symbole

Comment reconnaître en pratique une diode?

Une diode se présente sous la forme d'un petit cylindre de quelques millimètres de diamètre et portant, d'un côté, un anneau circulaire servant de repère.

- La borne d'entrée A est du côté opposé de l'anneau.
- La borne de sortie B du même côté que cet anneau.

Exemple d'utilisation de la diode : redressement d'un courant alternatif

Le redressement simple de courant alternatif

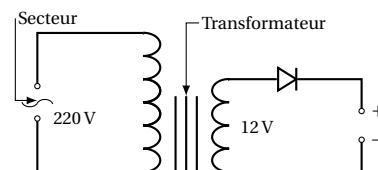


Figure 5.25

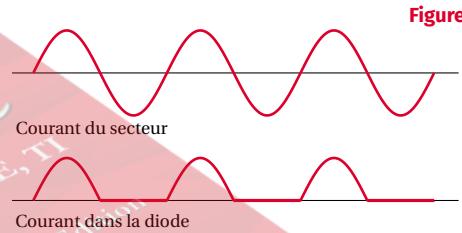


Figure 5.26

Réalisons le montage ci-dessus, comprenant une prise de secteur, un transformateur 220V – 12V et une diode.

A l'aide d'un oscilloscope, nous pouvons observer la forme du courant du secteur et la forme du courant dans la diode (voir figure ci-dessus).

Nous constatons que la diode ne laisse passer le courant que dans un sens (le sens direct).

Pour la deuxième alternance (où le courant change de sens), le courant dans la diode est nul.

Le redressement "double" de courant alternatif

Remplaçons dans le montage ci-dessus la diode par un pont de quatre diodes comme l'indique la Figure 5.27.

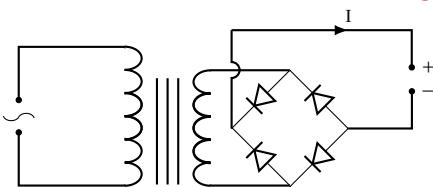


Figure 5.27

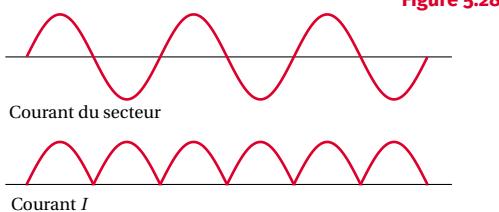


Figure 5.28

A l'aide d'un oscilloscophe, nous pouvons observer la forme du courant du secteur et la forme du courant I .

Nous constatons qu'avec le pont de diodes on a réalisé un double redressement du courant alternatif.

Remarque.

Un courant redressé est constamment positif (il circule dans le même sens), mais il n'est pas continu (car son intensité n'est pas constante).

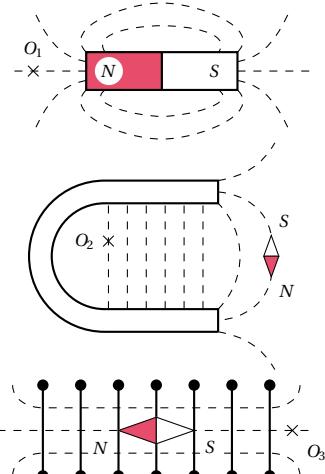
Un courant redressé peut servir à recharger une batterie d'accumulateurs, mais ne peut alimenter un récepteur radio où il produirait un ronflement. Une cellule de filtrage est alors nécessaire.



5.5 Enoncé des exercices et problèmes

Exercice 1.

Sur les schémas ci-dessous, on a représenté quelques lignes de champ magnétique non orientées. Le point O_1 est sur l'axe de symétrie de l'aimant droit, le point O_3 est sur l'axe de symétrie de la bobine parcourue par un courant.



1.1. Orienter les lignes de champ, préciser les pôles de l'aimant en U , les faces de la bobine, le sens du courant dans cette dernière. Représenter les vecteurs champ magnétique en O_1 , O_2 et O_3 .

1.2. Peut-on dire que le pôle nord d'une aiguille aimantée mobile dans toutes les directions est toujours attiré par le pôle sud ou la face sud de la source de champ magnétique ?

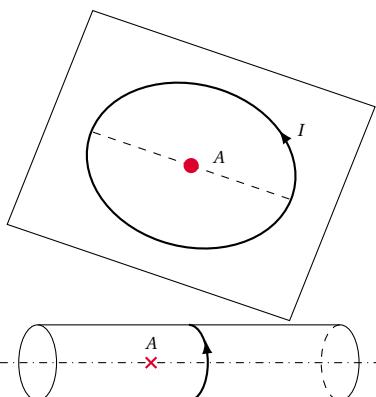
1.3. Comment peut-on reconnaître qu'un espace champ magnétique est uniforme ?

1.4. Quel est l'ordre de grandeur du champ magnétique en O_1 : 10 T , 10^{-5} T , 10^{-2} T ?

Exercice 2.

Donner le sens et la direction du vecteur champ magnétique créé en A pour les deux cas ci-dessous.

5.5. Enoncés des exercices et problèmes



2.1. Une bobine plate parcourue par un courant I .

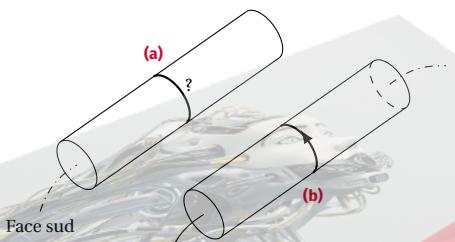
2.2. Un solénoïde parcouru par un courant I .

Dessiner approximativement le vecteur champ magnétique en A.

Exercice 3.

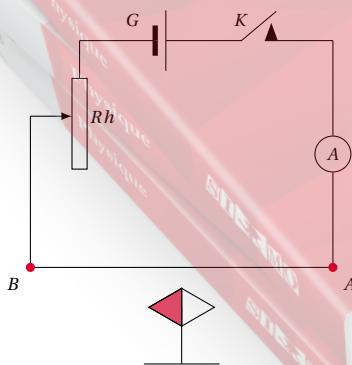
3.1. Un solénoïde parcouru par un courant a sa face Sud placée comme l'indique la figure (a) ci-dessous. Donner le sens du courant dans le solénoïde en justifiant votre réponse.

3.2. Quel est le nom des faces du solénoïde de la figure (b) ci-dessous, lorsque celui-ci est parcouru par un courant circulant dans le sens indiqué?



Exercice 4.

On réalise une expérience avec le dispositif schématisé par la figure ci-dessous :



■ G est un générateur de f.e.m. $E = 90\text{V}$ et de résistance interne $r = 1,5\Omega$;

■ Rh est un rhéostat dont la résistance est comprise entre 0 et 10Ω ;

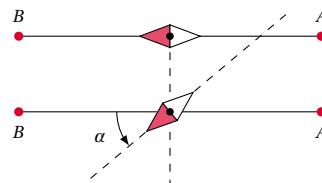
■ AB est un fil de cuivre de résistance négligeable, placé parallèlement au méridien magnétique;

■ la petite aiguille aimantée est mobile autour d'un axe vertical;

■ K est un interrupteur.

4.1. Pourquoi a-t-on utilisé un fil de cuivre au lieu d'un fil de fer, par exemple?

4.2. Lorsque le circuit est ouvert, comment s'oriente la petite aiguille aimantée?



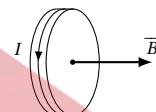
4.3. On ferme le circuit et on donne au rhéostat la valeur $Rh = 8,5\Omega$. On constate que l'aiguille dévie d'un angle α .

Expliquer pourquoi il y a déviation de l'aiguille aimantée. Les positions de l'aiguille aimantée (vue de dessus) avant et après le passage du courant sont représentées ci-dessus.

4.4. Calculer l'angle α , sachant que la distance du fil de cuivre au centre de l'aiguille est $d = 5\text{cm}$. On donne la composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_0 = 3,2 \times 10^{-5}\text{T}$.

Exercice 5.

Une bobine plate a un rayon de 6cm et comporte 80 spires. Elle est traversée par un courant de 2A .



5.1. Préciser les caractéristiques du vecteur champ \vec{B} créé par le courant au centre de la bobine.

5.2. Le plan de la bobine étant maintenu parallèle au méridien magnétique, calculer l'angle α de déviation d'une petite aiguille aimantée placée au centre de la bobine. Cet angle pourrait-il être supérieur à 90° ?

Justifier la réponse. On donne la composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_0 = 3 \times 10^{-5}\text{T}$.

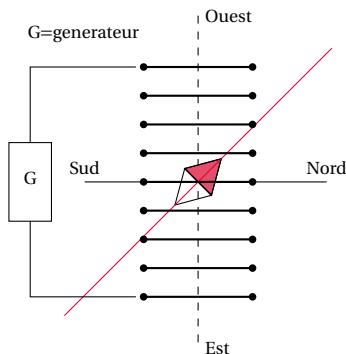
Exercice 6.

Une bobine est constituée par un enroulement de fil de cuivre isolé sur un tube cylindrique. Un courant de 1A crée un champ magnétique de $3 \times 10^{-4}\text{T}$ au voisinage de l'axe de la bobine et du milieu de celle-ci. On dispose cette bobine de manière que son axe soit horizontal, orienté dans la direction Est-Ouest, perpendiculairement au champ magnétique terrestre dont la composante horizontale B_h a une intensité égale à $2 \times 10^{-5}\text{T}$.

On place au centre de la bobine une petite aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical. La figure ci-dessous représente cet ensemble, dans un plan horizontal.

6.1. On branche un accumulateur de f.e.m.

$E = 6\text{ V}$ et de résistance négligeable, aux bornes de la bobine et on observe une rotation de l'aiguille de 45° .



Quelle est l'intensité du courant qui circule dans la bobine? quelle est la résistance de la bobine?

6.2. On remplace l'accumulateur par une batterie de piles de f.e.m. $E' = 8\text{ V}$; on observe une rotation de l'aiguille de 35° . Quelle est la nouvelle valeur de l'intensité du courant?

Quelle est la résistance interne de la batterie de piles?

Exercice 7.

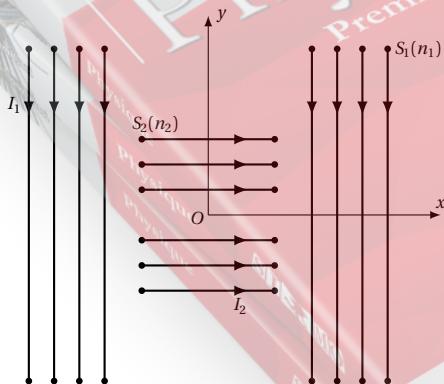
7.1. Un solénoïde s_1 est constitué de 1250 spires de fil régulièrement enroulées sur un cylindre de longueur $L_1 = 50\text{ cm}$.

Calculer l'intensité B_1 du champ magnétique créé à l'intérieur de ce solénoïde quand on y fait passer un courant d'intensité $I = 5\text{ A}$.

Que peut-on dire de l'intensité du champ magnétique terrestre par rapport à B_1 (la composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut $B_h = 2 \times 10^{-5}\text{ T}$).

7.2. Un second solénoïde s_2 comportant 5000 spires par mètre est parcouru par le courant d'intensité $I = 5\text{ A}$.

Quel est le champ magnétique B_2 produit à l'intérieur de ce solénoïde?



7.3. Le solénoïde s_2 est suffisamment petit pour être placé à l'intérieur de s_1 dans sa partie centrale et de façon

que leurs axes soient perpendiculaires.

Les enroulements de s_1 et s_2 ont la même résistance et les solénoïdes sont branchés, en parallèle, aux bornes d'un générateur de courant continu. Les sens des courants étant ceux indiqués sur la figure ci-dessus.

Déterminer la direction prise par une petite aiguille aimantée placée en O .

Calculer l'intensité du champ magnétique au point O si on admet que l'intensité du courant dans le solénoïde est $I = 5\text{ A}$.

NB: Négliger le champ magnétique terrestre.

Exercice 8.

On démontre que l'intensité du champ magnétique au centre d'une bobine circulaire de rayon R , de longueur L et comportant N spires est donnée par la relation :

$$B = \frac{4\pi N \cdot I}{10^7 \sqrt{L^2 + 4R^2}}$$

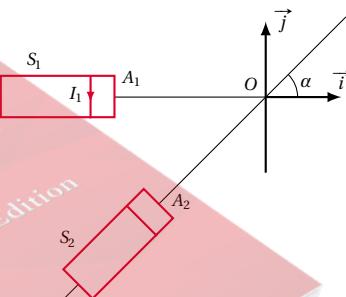
8.1. Montrer que pour une bobine longue (longueur très grande par rapport au diamètre de la spire), on retrouve la formule $B = 4\pi \cdot 10^{-7} n \cdot I$ d'un solénoïde infiniment long.

8.2. Retrouver la formule d'une bobine plate de la formule générale ci-dessus.

8.3. Étudier le cas d'une bobine où la longueur est égale au diamètre de la spire et donner l'expression de B en fonction du diamètre D .

Exercice 9.

Deux solénoïdes identiques S_1 et S_2 sont disposés comme le montre la figure ci-dessous.



Leurs axes se coupent en O , à la même distance $d = OA_1 = OA_2$ des faces les plus proches et font un angle $\alpha = 45^\circ$.

9.1. Le solénoïde S_1 crée en O un champ magnétique B_1 de valeur $4 \times 10^{-3}\text{ T}$, lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité I_1 .

Préciser la direction et le sens de \vec{B}_1 . La face A_1 est-elle Sud ou Nord?

9.2. Le solénoïde S_1 fonctionnant dans les conditions précédentes. On fait passer dans le solénoïde S_2 un courant I_2 . Quel doit être le sens du courant I_2 pour que le champ magnétique total $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ créé par les deux solénoïdes en O ait même direction que \vec{j} ?

Quel est alors le sens du champ \vec{B}_2 ? La face A_2 est-elle Sud ou Nord?

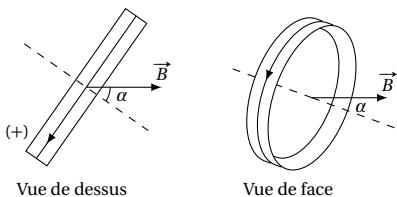
5.5. Enoncés des exercices et problèmes

9.3. Calculer la valeur du champ magnétique total B ainsi que celle de l'intensité I_2 sachant que $I_1 = 1,2\text{A}$.

Exercice 10.

Une bobine circulaire de rayon R est placée dans un champ magnétique uniforme \vec{B} .

L'axe de la bobine fait avec la direction de \vec{B} un angle aigu de mesure α . La bobine comporte N spires.



Vue de dessus

Vue de face

Ou oriente la bobine comme l'indique la figure ci-dessus.

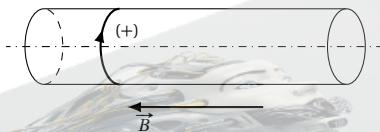
10.1. Définir le vecteur \vec{n} d'une spire de la bobine.

10.2. Calculer, avec l'orientation choisie, le flux Φ du champ magnétique \vec{B} qui traverse la bobine.

On donne $B = 0,22\text{T}$; $R = 85\text{mm}$; $\alpha = 35^\circ$; $N = 120$

Exercice 11.

Un solénoïde comporte $N = 1500$ spires enroulées sur un cylindre de rayon $R = 50\text{mm}$. Il est placé dans un espace champ magnétique uniforme \vec{B} d'intensité $B = 105\text{mT}$. On choisit un sens positif sur le solénoïde comme l'indique la figure ci-dessous.



11.1. La direction de \vec{B} est parallèle à l'axe du solénoïde et son sens est donné à la figure ci-dessus (état 1). Calculer le flux magnétique Φ_1 qui traverse le solénoïde.

11.2. Le vecteur champ magnétique change de sens, sa direction étant toujours celle de l'axe du solénoïde. La valeur de B reste égale à 105mT (état 2).

Calculer la nouvelle valeur Φ_2 du flux magnétique à travers le solénoïde.

11.3. Entre l'état 1 et l'état 2, quelle est la variation du flux magnétique.

Exercice 12.

Une bobine plate comportant 20 spires circulaires de rayon $R = 6\text{cm}$ est maintenue dans un champ magnétique uniforme dont les lignes de champ sont parallèles à l'axe de la bobine. Le module du vecteur champ magnétique est $B = 0,2\text{T}$. L'intensité du courant dans la bobine est de 5A . Dans tout le problème, on envisagera deux cas de figures suivant le sens du courant dans la bobine.

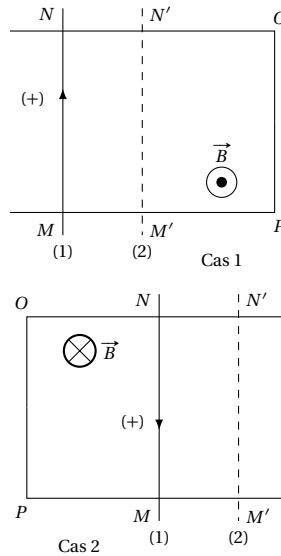
12.1. Quelles sont les caractéristiques du vecteur champ B_O créé au centre de la bobine par le passage du courant? Comparer B_O et B . Conclusion?

12.2. Calculer le flux magnétique qui traverse la bobine.

12.3. Si la bobine était libre de se déplacer, expliquer le mouvement qu'effectuerait la bobine dans chaque cas de figure. Calculer le travail des forces électromagnétiques au cours de ce déplacement.

Exercice 13.

Une barre fermant un circuit $OPMN$, se déplace dans un champ magnétique \vec{B} uniforme, orthogonalement aux lignes de champ.



Calculer la variation de flux $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ lorsque la barre passe de la position 1 à la position 2, dans les deux cas ci-dessus.

On donne $B = 0,5\text{T}$; $OP = a = 10\text{cm}$. Le déplacement $NN' = l = 5\text{cm}$; les orientations étant imposées.

Exercice 14.

14.1. Un solénoïde S_1 , dont la longueur est très supérieure au diamètre, comporte $n_1 = 1000$ spires par mètre de longueur. Ses bornes sont reliées à un générateur par l'intermédiaire d'un interrupteur. Lorsque celui-ci est fermé, S_1 est traversé par un courant continu constant, qui circule dans le sens indiqué par une flèche sur la figure, et d'intensité $I = 5,0\text{A}$.



Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique \vec{B} qui existe alors à l'intérieur du solénoïde S_1 .

14.2. Un autre solénoïde S_2 , dont les dimensions sont inférieures à celles de S_1 , comporte $N_2 = 500$ spires, chacune de surface $s = 3,00\text{cm}^2$; sa résistance est $R = 10,0\Omega$; ses bornes sont réunis par un fil de résistance négligeable. Ce solénoïde est disposé à l'intérieur de S_1 , les deux bobinages étant coaxiaux.

14.2.1. Dire, sans calcul, pourquoi il apparaît un courant dans S_2 , à la fermeture et à l'ouverture du circuit

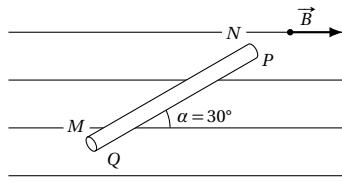
contenant S_1 .

14.2.2. Préciser dans chaque cas le sens de ce courant (sens de I ou sens opposé).

14.3. Calculer, dans chaque cas, la quantité d'électricité qui traverse le solénoïde S_2 .

Exercice 15.

Un cadre a la forme d'un carré $MNPQ$, de côté $a = 10\text{ cm}$. Ce cadre est placé verticalement, dans un champ magnétique uniforme dont le vecteur champ a pour norme $B = 2 \times 10^{-1} \text{ T}$ et dont les lignes de champ sont horizontales.



Vue de dessus

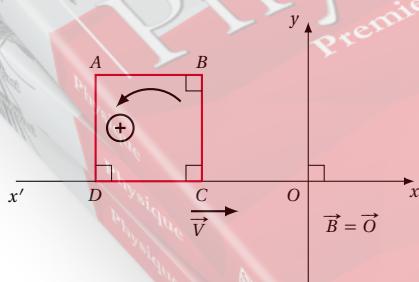
On immobilise le cadre de manière que les côtés MN et PQ , horizontaux, fassent un angle $\alpha = 30^\circ$ avec les lignes de champ. Puis on le fait tourner d'un angle de 60° autour d'un axe vertical passant par le milieu de MN pour amener le plan du cadre perpendiculairement aux lignes de champ. Cette rotation s'effectue en un temps $t = 0,2\text{ s}$.

15.1. Calculer la force électromotrice induite moyenne.

15.2. Le courant induit parcourt-il le cadre dans le sens $MNPQ$ ou dans le sens $MQPN$ et pourquoi?

Exercice 16.

On considère le dispositif suivant : un cadre carré $ABCD$, de côté a , formé par un conducteur de résistance R , contenu dans un plan. Il se déplace vers O avec une vitesse \vec{V} constante, suivant la direction $x'x$ perpendiculaire à $y'y$. Dans la région de l'espace située à gauche de $y'y$ existe un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan du cadre (comme indiqué sur la figure ci-contre). Dans la région de l'espace située à droite de $y'y$, le champ magnétique est nul.



On choisit un sens arbitraire positif sur le cadre : celui de B vers A .

On donne : $B = 0,2\text{ T}$, $a = 10\text{ cm}$, $V = 20\text{ cm s}^{-1}$, $R = 0,25\Omega$.

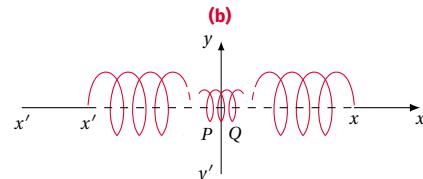
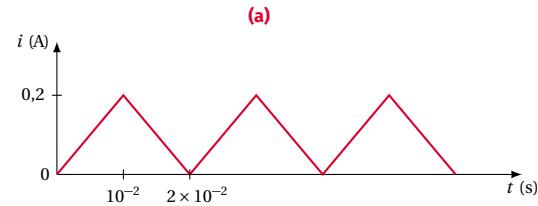
16.1. Exprimer et calculer le flux magnétique à travers le cadre pendant son déplacement jusqu'à ce que son côté BC coïncide avec $y'y$. Un courant circule-t-il dans

le cadre ?

16.2. En choisissant pour l'instant initial $t_0 = 0$ l'instant où BC est confondu avec $y'y$, calculer le temps t_1 au bout duquel AD coïncide avec $y'y$. Exprimer le flux à travers le cadre pendant ce déplacement et la f.e.m. en fonction de B , a , V et t pour $0 \leq t \leq t_1$. En déduire l'intensité i du courant induit, préciser son sens.

16.3. Représenter l'intensité du courant induit en fonction du temps (courbe $i = f(t)$).

Exercice 17.



17.1. Un solénoïde de 1000 spires par mètre est alimenté sous une tension périodique telle que l'intensité i du courant qui le parcourt varie en fonction du temps comme l'indique la figure (a). Une petite bobine plate de 40 spires, de surface 4 cm^2 , est placée à l'intérieur du solénoïde, les deux axes étant confondus (Fig. (b)); la bobine est en circuit ouvert.

17.2. Donner les caractéristiques du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde. Préciser à l'aide d'un schéma sur lequel on indiquera le sens du courant i .

17.3. En utilisant les indications fournies par la figure (a), donner l'expression en fonction du temps de l'intensité i du courant qui parcourt le solénoïde dans l'intervalle $[0, 10^{-2}\text{ s}]$, puis $[10^{-2}\text{ s}, 2 \times 10^{-2}\text{ s}]$.

17.4. Que se passe-t-il dans la bobine plate durant un intervalle de temps où l'intensité i est en train de croître ? de décroître ?

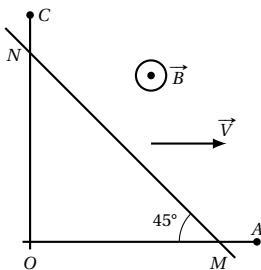
17.5. Après avoir précisé le sens positif choisi pour la bobine, donner la valeur algébrique de la force électromotrice e induite pendant chacun de ces deux intervalles. Représenter sur le même graphe les variations de i et de e en fonction du temps.

Exercice 18.

Deux conducteurs rectilignes OA et OC , de même longueur $l = 1\text{ m}$, sont soudés en O , perpendiculairement l'un à l'autre. Un troisième conducteur, rectiligne, beaucoup plus long, et appuyé sur les deux premiers, est déplacé parallèlement à lui-même. Sa direction fait un angle de 45° avec les directions OA et OC . On appelle M et N les points de contact. Le point M se déplace de

5.5. Enoncés des exercices et problèmes

O vers A à la vitesse constante $V = 25 \text{ cm s}^{-1}$. On pourra poser $OM = x$.

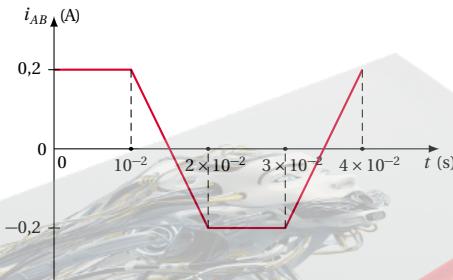


18.1. En supposant qu'à l'instant zéro, M et N coïncident avec O , établir l'expression de la surface du circuit OMN ainsi formé en fonction du temps.

18.2. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique. \vec{B} est normal au plan du circuit et son intensité est $B = 0,1 \text{ T}$. Donner l'expression de la f.e.m. induite dans le circuit. Quelle est sa valeur maximale? Donner, en le justifiant, le sens du courant induit.

Exercice 19.

Soit une portion de circuit (AB) constituée d'une bobine sans noyau, d'inductance $L = 5,0 \text{ mH}$ et de résistance $r = 2,0\Omega$.



19.1. Donner la définition de l'inductance de la bobine. Calculer la valeur du flux propre à travers cette bobine quand elle est parcourue par un courant $i_{AB} = 0,20 \text{ A}$.

19.2. Cette bobine est parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps comme l'indique la figure ci-contre. Pour quels intervalles de temps y a-t-il variation du flux propre à travers la bobine en se limitant à des instants tels que $0 \leq t \leq 4 \times 10^{-2} \text{ s}$? Calculer cette variation dans chaque cas.

19.3. En déduire qu'il existe une force électromotrice d'auto-induction e dans la bobine dans certains intervalles de temps que l'on précisera. La calculer dans chaque cas.

19.4. Donner l'expression littérale de la tension u_{AB} aux bornes de la bobine. Représenter graphiquement cette tension u_{AB} en fonction du temps. (Préciser les échelles choisies.)

Exercice 20.

Une ampoule à incandescence fonctionnant en alternatif porte les indications 100 W ; 200 V .

20.1. Quelle est la signification de ces nombres?

20.2. Quelle est l'intensité du courant qui traverse la lampe

20.3. Quelle est la résistance du filament en régime permanent

20.4. Ecrire l'expression de la tension aux bornes du filiment de l'ampoule $u = U_m \cdot \sin \omega \cdot t$; la fréquence du courant est de 50 Hz .

Exercice 21.

Ecrire l'expression de l'intensité instantanée d'un courant alternatif de fréquence 50 Hz et d'intensité efficace $I = 5 \text{ A}$. On écrira l'expression sous la forme générale $i = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \Phi)$ et on déterminera les constantes I_m , ω , et Φ . Pour le calcul de Φ envisager deux cas :

■ 1^{er} cas : $t = 0$, $i = 0$;

■ 2^{ème} cas : $t = 0$, $i = 5 \text{ A}$.

Exercice 22.

La tension aux bornes d'une prise de secteur alternatif a pour expression $u = 311,1 \cdot \sin 100\pi \cdot t$.

On branche sur cette prise un dipôle comprenant en série :

- un ampèremètre de résistance négligeable
- un conducteur ohmique de résistance $R = 48,4 \Omega$. Immérgé dans un calorimètre de capacité calorifique $\mu = 67 \text{ J/K}$

22.1. Faire le schéma du montage

22.2. Quelle est l'expression de l'intensité instantanée i du courant alternatif traversant ce circuit?

22.3. Construire la courbe $i = f(t)$ pour $t \in [0, 0,03 \text{ s}]$.

22.4. Quelle est la valeur de l'intensité indiquée par l'ampèremètre?

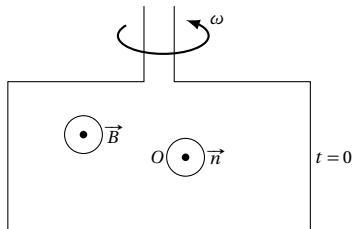
22.5. Le calorimètre contient 700 mL d'eau prise à 20°C . Au bout de combien de temps cette eau sera-t-elle portée à l'ébullition?

Données :

- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1 \text{ g mL}^{-1}$;
- Chaleur massique de l'eau : $c = 4180 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Exercice 23.

L'alternateur d'une automobile peut, en première approximation, être assimilé à un cadre rectangulaire, de surface S , de centre O portant N spires d'un fil conducteur et tournant dans un champ magnétique uniforme \vec{B} .



23.1. Montrer que pour une vitesse de rotation ω donnée, le flux traversant ce cadre est de la forme $\varphi = N \cdot B \cdot S = \cos \omega \cdot t$ si l'on suppose qu'à l'instant $t = 0$, la normale au plan du cadre a même direction et même sens que \vec{B} .

23.2. En déduire la nature de la f.é.m. induite e . Quelle est sa valeur maximale?

23.3. Calculer cette f.é.m. maximale si le cadre comprend 150 spires, de côtés $a = 8,0\text{cm}$ et $b = 10,0\text{cm}$, tournant à la fréquence de 600 tours par minute dans un champ magnétique uniforme de valeur $B = 0,25\text{T}$.

23.4. Quelle est la valeur efficace de cette f.é.m.?

Exercice 24.

Un groupe de turboalternateur reçoit son énergie d'une chute d'eau de hauteur $h = 40\text{m}$ et de débit $D = 156\text{ m s}^{-3}$.

La puissance électrique disponible à la sortie du groupe turboréacteur est $P_u = 50\text{ MW}$

24.1. Déterminer le rendement global de l'installation.

24.2. A quel endroit de la chaîne peuvent se situer les principales pertes énergétiques.

24.3. On désire relever la puissance utile de cette centrale à $P'_u = 60\text{ MW}$. Pour cela, à l'aide d'un barrage on augmente la hauteur de la chute. Le rendement global de l'installation étant le même que celui calculé ci-dessus, calculer la nouvelle hauteur h' de la chute. On donne : $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$

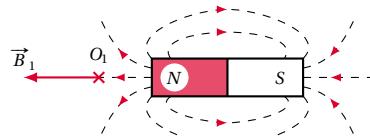
Masse volumique de l'eau : $\rho = 10^3\text{ kg m}^{-3}$

5.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 76)

1.1. Orientation des lignes de champ

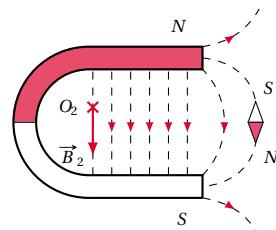
■ Cas de l'aimant droit.



Le pôle nord étant connu, nous savons que les lignes de champ "sortent" par le pôle nord et "entrent" par le pôle sud.

Le point O_1 étant sur l'axe de symétrie, le vecteur champ magnétique en ce point est porté par cet axe et a le sens des lignes de champ.

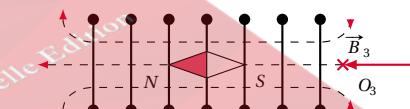
■ Cas de l'aimant en U.



La petite aiguille aimantée sn nous permet d'orienter la ligne de champ qui passe par l'aiguille : elle a le sens du vecteur $\vec{s}\vec{n}$.

Cette ligne de champ "sort" par le pôle nord N de l'aimant en U . Les autres lignes de champ ayant le même sens, nous déduisons le sens du vecteur champ magnétique au point O_2 .

■ Cas de la bobine.



La petite aiguille aimantée sn, nous permet d'orienter la ligne de champ qui passe par l'aiguille : elle "sort" par le pôle nord de l'aiguille.

Par suite, cette ligne sortant par la face nord N de la bobine, nous pouvons préciser cette face, orienter ensuite les autres lignes de champ, et dessiner le vecteur champ magnétique \vec{B} en O_3 , parallèle à l'axe de symétrie.

1.2. Sens du courant dans la bobine

■ En utilisant la règle de la main droite, le pouce pointant dans le sens de \vec{B} , la paume tournée au centre de la bobine, les quatre doigts joints (disposés perpendiculairement au pouce) indiquent le sens du courant. (Voir schéma ci-dessus).

■ Dans la bobine, l'aiguille aimantée placée à l'intérieur

5.6. Solutions des exercices et problèmes

de la source, à son pôle nord qui pointe vers la face nord de la bobine.

La loi d'interaction "un pôle nord est attiré par un pôle ou une face de nom contraire" n'est donc valable si l'on se place à l'extérieur de la source (ce qui est toujours le cas pour les aimants).

1.3. Un espace champ magnétique est uniforme (c'est-à-dire à le même vecteur champ magnétique en tous ses points) si les lignes de champ magnétique sont parallèles. C'est le cas du champ magnétique existant entre les branches d'un aimant en U . C'est aussi le cas du champ magnétique à l'intérieur d'une bobine longue.

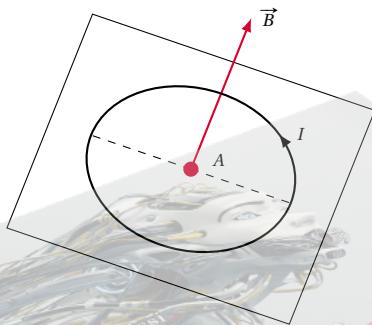
1.4. *Ordre de grandeur du champ magnétique en O_1 .*

Le champ magnétique terrestre qui est de l'ordre de 10^{-5} T est négligeable devant le champ magnétique créé par les aimants. Donc nous devons éliminer la deuxième proposition.

Quant à la première proposition, elle est aberrante puisque dans les gros électro-aimants, le champ magnétique n'atteint que quelques teslas. Il ne reste plus d'acceptable que l'ordre de grandeur 10^{-2} T.

Solution 2. (p. 76)

2.1. *Le champ magnétique en A est perpendiculaire au plan de la spire.*



Le sens de \vec{B} est donné par le pouce (disposé perpendiculairement aux quatre doigts joints) d'une main droite, la paume tournée vers le centre de la bobine et le courant sortant par les autres doigts joints.

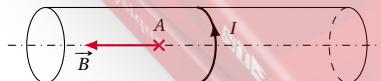
D'où le vecteur \vec{B} en A (voir figure ci-contre).

2.2. *Cas du solénoïde.*

Le vecteur champ magnétique est porté par l'axe du solénoïde.

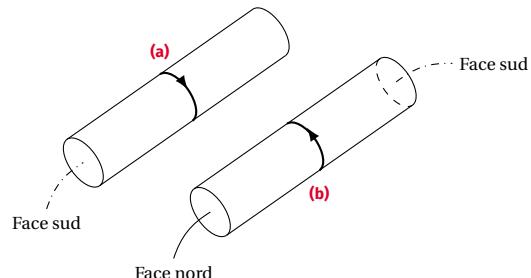
Le sens de \vec{B} est donné par le pouce (disposé perpendiculairement aux autres doigts joints d'une main droite posée sur la spire, la paume tournée vers le centre de la spire, le courant sortant par les quatre doigts joints.

D'où le vecteur \vec{B} en A. (Voir figure ci-dessus)



Solution 3. (p. 77)

3.1. *Le sens du courant dans le solénoïde de la figure :*



On déduit la face Nord de la bobine à partir de sa face Sud. Sachant que la règle de la main droite donne en même temps le sens de \vec{B} et la face Nord de la bobine, nous plaçons la main droite sur la bobine, la paume tournée vers son centre et le pouce dans le sens de la face nord; les quatre doigts joints donnent le sens du courant.

3.2. *Nom des faces du solénoïde.*

Posons la main droite sur le solénoïde, la paume tournée vers le centre, le courant sortant par les quatre doigts joints. Le pouce indique alors le pôle nord du solénoïde. On en déduit la face sud.

Solution 4. (p. 77)

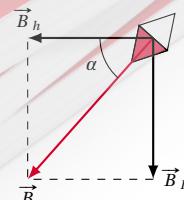
4.1. *Nécessité d'utiliser un fil de cuivre au lieu d'un fil de fer.*

Le fer ou un de ses alliages possède des propriétés magnétiques pouvant influencer de façon naturelle l'aiguille aimanté. Pour éviter cette influence sur l'étude de l'effet magnétique du courant électrique, on utilise un métal n'ayant aucune propriété magnétique à l'état naturel. C'est le cas du cuivre.

4.2. *Orientation de l'aiguille lorsque K est ouvert.* Lorsque K est ouvert, aucun courant ne circule dans le conducteur AB . L'aiguille aimantée n'étant sensible qu'à la composante horizontale \vec{B}_h du champ magnétique terrestre, elle s'oriente suivant la direction et le sens de \vec{B}_h .

4.3. Quand l'interrupteur est fermé, le conducteur AB traversé par un courant électrique, crée dans l'espace qui l'entoure un champ magnétique \vec{B}_I qui se superpose au champ magnétique terrestre et influence de ce fait l'orientation de l'aiguille aimantée. C'est ce qui explique sa déviation.

4.4. *Valeur de l'angle α .*



Représentons (vue de dessus) les différents vecteurs champ magnétiques :

- \vec{B}_h est la composante horizontale du champ magnétique terrestre.
- \vec{B}_I représente le champ magnétique créé par le conducteur AB parcouru par un courant I .
- \vec{B} est la résultante des deux vecteurs champ magnétique.

$$\vec{B} = \vec{B}_h + \vec{B}_I$$

L'angle α est donné par :

$$\tan \alpha = \frac{B_I}{B_h} \quad (\text{S5.1})$$

Calculons B_I :

$$B_I = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I}{d}$$

D'après la loi de Pouillet,

$$\begin{aligned} E &= (R_h + r)I \rightarrow I = \frac{E}{R_h + r} \\ &= \frac{90}{8,5 + 1,5} = 9 \text{ A} \\ \rightarrow B_I &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{9}{5 \cdot 10^{-2}} = 3,6 \times 10^{-5} \text{ T} \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{B_I}{B_h} \\ &= \frac{3,6 \cdot 10^{-5}}{3,2 \cdot 10^{-5}} = 1,125 \rightarrow \alpha = 48,4^\circ \end{aligned}$$

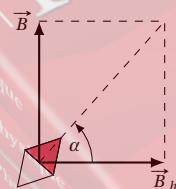
Solution 5. (p. 77)

5.1. Caractéristiques du vecteur champ \vec{B} créé par le courant au centre de la bobine

- La direction de \vec{B} est perpendiculaire au plan de la bobine.
- Le sens de \vec{B} est donné par la règle de la main droite (voir le cours).
- Intensité de \vec{B} :

$$B = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N \cdot I}{R}$$

$$= 2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{80 \cdot 2}{6 \cdot 10^{-2}} = 1,7 \times 10^{-3} \text{ T}$$



5.2. Valeur de l'angle α de déviation de l'aiguille aimantée.

Au centre de la bobine se superposent deux champs magnétiques :

- \vec{B}_h la composante horizontale du champ magnétique terrestre.
- \vec{B} le champ magnétique créé par l'intensité I du courant.

L'aiguille aimantée (initialement dans la direction de \vec{B}_h) dévie d'un angle α tel que :

$$\tan \alpha = \frac{B}{B_h} = \frac{1,7 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-5}} = 56,67 \Rightarrow \alpha = 89^\circ$$

α peut-il être supérieur à 90° ?

quand $\alpha \Rightarrow 90^\circ, \tan \alpha \Rightarrow \infty$ or, $\tan \alpha = \frac{B}{B_h}$; si $\tan \alpha \rightarrow \infty \rightarrow \frac{B}{B_h} \rightarrow \infty, B_h$ est constant en un lieu.

Donc

$$\frac{B}{B_h} \rightarrow \infty \rightarrow B \rightarrow \infty$$

Or nous savons qu'un champ magnétique artificiel ne peut dépasser quelques dizaines de teslas, encore moins tendre vers l'infini.

Donc α ne peut atteindre 90° .

Si on inverse le sens du courant dans la bobine, \vec{B} garde la même direction, mais change de sens. L'aiguille aimantée dévie du même angle α , mais dans le sens inverse.

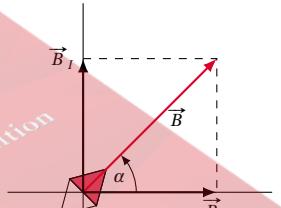
Solution 6. (p. 77)

Soit \vec{B}_h la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Quand il ne passe aucun courant dans la bobine ($I = 0$), l'aiguille aimantée se place de façon que son axe $\vec{s}\vec{n}$ soit suivant le vecteur \vec{B}_h .

Quand le courant I circule, il crée le champ magnétique \vec{B}_I dirigé suivant l'axe de la bobine. L'aiguille aimantée se place suivant le champ magnétique résultant \vec{B} tel que :

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{B}_I + \vec{B}_h \\ \tan \alpha &= \frac{B_I}{B_h} \end{aligned} \quad (\text{S5.1})$$



6.1. Valeur de I pour $\alpha = 45^\circ$.

$$\begin{aligned} (\text{S5.1}) \rightarrow B_I &= B_h \cdot \tan \alpha \\ &= 2 \cdot 10^{-5} \cdot \tan(45^\circ) = 2 \times 10^{-5} \text{ T} \end{aligned}$$

Or $B_I = K \cdot I$ (formule générale d'un champ magnétique créé par un courant) où K est un facteur constant lié à la géométrie du circuit.

$$\text{Pour } I_1 = 1 \text{ A}, B_I = K \cdot I_1 = 3 \times 10^{-4} \text{ T}$$

$$\text{Pour } I' = ?, B' = K \cdot I' = 2 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$\frac{B'}{B_I} = \frac{K \cdot I'}{K \cdot I_1} \rightarrow I' = I_1 \cdot \frac{B'}{B_I}$$

5.6. Solutions des exercices et problèmes

$$= 1 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 10^{-4}} = 6,7 \times 10^{-2} \text{ A}$$

Valeur de la résistance R de la bobine.

D'après la loi de Pouillet appliquée au circuit,

$$E = R \cdot I_1 \rightarrow R = \frac{E}{I_1} = \frac{6}{6,67 \cdot 10^{-2}} = 90 \Omega$$

6.2. Pour $\alpha = 35^\circ$,

$$\begin{aligned} B''_I &= B_h \cdot \tan(35^\circ) = 2 \cdot 10^{-5} \cdot \tan(35^\circ) \\ &= 1,4 \times 10^{-5} \text{ T} \end{aligned}$$

L'intensité I'' du courant vaut :

$$I'' = I_1 \cdot \frac{B''_I}{B_I} = 1 \cdot \frac{1,4 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 10^{-4}} = 4,67 \times 10^{-2} \text{ A}$$

Valeur de la résistance interne de la batterie.

D'après la loi de Pouillet,

$$E' = (r + R) \cdot I'' \rightarrow r = \frac{E'}{I''} - R$$

$$\text{A.N. } r = \frac{8}{4,67 \cdot 10^{-2}} - 90 = 81,3 \Omega.$$

Solution 7. (p. 78)

7.1. Intensité B_1 .

$$\begin{aligned} B_1 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N \cdot I}{L} \\ &= 4 \cdot 3,14 \times 10^{-7} \times \frac{1250 \cdot 5}{0,5} \\ &= 1,57 \times 10^{-2} \text{ T} \end{aligned}$$

Comparaison de B_1 avec le champ magnétique terrestre.

Le champ magnétique terrestre B_T est de l'ordre de $B_h = 2 \times 10^{-5} \text{ T}$

$$\frac{B_1}{B_T} \approx \frac{B_1}{B_h} = \frac{1,57 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-5}} = 785 \rightarrow B_1 \gg B_h$$

Donc le champ magnétique terrestre est négligeable devant B_1 .

7.2. Intensité B_2 :

$$\begin{aligned} B_2 &= 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot n \cdot I \\ &= 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 5000 \cdot 5 = 3,14 \times 10^{-2} \text{ T} \end{aligned}$$

7.3. Vecteur champ magnétique en O .

Le solénoïde s_1 agissant seul, crée en O un champ magnétique \vec{B}_1 , porté par l'axe Ox (axe de s_1), dont le sens est donné par la règle de la main droite.

Son intensité est :

$$B_1 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n_1 \cdot I$$

Le solénoïde s_2 agissant seul, crée en O un champ magnétique \vec{B}_2 , porté par l'axe Oy (axe de s_2), dont le sens est donné par la règle de la main droite. Son intensité est :

$$B_2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n_2 \cdot I$$

Les deux solénoïdes étant soumis à la même tension et ayant la même résistance, ils sont alors parcourus par la même intensité de courant.

Par ailleurs,

$$n_2 = 5000$$

$$\text{et } n_1 = \frac{1250}{0,5} = 2500$$

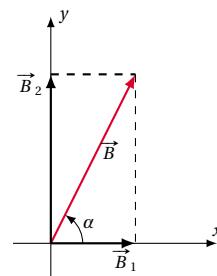
Donc $n_2 = 2 \cdot n_1$.

D'où $B_2 = 2B_1$.

Lorsque les deux solénoïdes sont parcourus par un courant au même instant, le champ magnétique \vec{B} au point O est la résultante des champs \vec{B}_1 et \vec{B}_2 . On peut donc écrire :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

D'où la construction ci-dessous.



Direction de \vec{B} :

$$\tan \alpha = \frac{B_2}{B_1} = \frac{2B_1}{B_1} = 2 \rightarrow \alpha = 63,4^\circ$$

L'axe de l'aiguille aimantée forme un angle de $63,4^\circ$ avec l'axe de s_1 et un angle de $26,6^\circ$ avec l'axe de s_2 .

Intensité du champ magnétique en O est donnée par le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(1,57 \cdot 10^{-2})^2 + (3,14 \cdot 10^{-2})^2} \\ &= 3,5 \times 10^{-2} \text{ T} \end{aligned}$$

Solution 8. (p. 78)

8.1. Montrons que pour une bobine longue, $B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n \cdot I$.

L'expression de B dans une bobine étant donnée par :

$$B = \frac{4\pi N \cdot I}{10^7 \cdot \sqrt{L^2 + 4R^2}}$$

L'expression $L^2 + 4R^2$ peut se mettre sous la forme :

$$L^2 \left(1 + \frac{4 \cdot R^2}{L^2} \right)$$

$$\rightarrow \sqrt{L^2 + 4R^2} = L \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{4 \cdot R^2}{L^2} \right)}$$

Or pour une bobine longue, $L \gg R$ d'où : $\frac{R}{L}$ tend vers 0

et $L \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{4 \cdot R^2}{L^2} \right)}$ tend vers L .

L'expression de B devient alors :

$$B = \frac{4\pi N \cdot I}{10^7 \cdot L} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n \cdot I$$

avec $n = \frac{N}{L}$.

8.2. Formule de B pour une bobine plate.

Pour une bobine plate, de rayon moyen R , L tend vers 0 et l'expression, $\sqrt{L^2 + 4R^2}$ tend vers $\sqrt{4R^2} = 2R$.

L'expression de B s'écrit alors :

$$B = \frac{4\pi \cdot N \cdot I}{10^7 \cdot 2 \cdot R} = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N \cdot I}{R}$$

8.3. Cas d'une bobine où $L = D$:

$$\sqrt{L^2 + 4R^2} = \sqrt{D^2 + 4\left(\frac{D}{2}\right)^2} = \sqrt{2D^2} = D\sqrt{2}$$

L'expression de B devient :

$$B = \frac{4 \cdot \pi \cdot N \cdot I}{10^7 \cdot D \cdot \sqrt{2}} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N}{D \cdot I}$$

Solution 9. (p. 78)

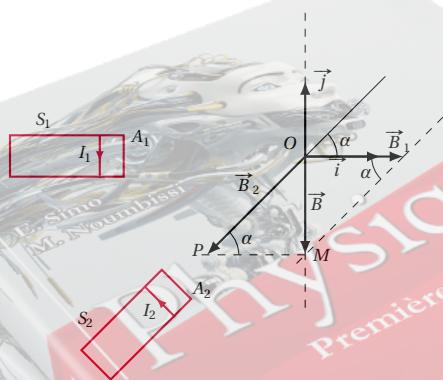
9.1. Direction et sens de \vec{B}_1 .

Le point O étant situé sur l'axe de symétrie du solénoïde S_1 , le vecteur champ magnétique \vec{B}_1 en O est porté par l'axe de symétrie et a le sens des lignes de champ.

Le sens de \vec{B}_1 (le même que celui du champ magnétique créé au centre de la bobine et des lignes de champ) est donné par la règle de la main droite. Ce sens est celui de \vec{i} .

Nature de la face A_1 .

La face de la bobine par laquelle les lignes du champ "sortent" est la face Nord. C'est le cas de la face A_1 de la bobine S_1 .



9.2.

9.2.1. Sens du courant I_2 .

Le champ magnétique \vec{B}_2 créé par I_2 est porté par l'axe de symétrie de S_2 .

Le champ magnétique total $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ doit être porté par l'axe \vec{j} .

Or \vec{B} doit être la diagonale du parallélogramme ayant pour côtés \vec{B}_1 et \vec{B}_2 . La construction possible impose le sens de \vec{B}_2 , orienté de O vers A_2 (voir figure ci-contre).

9.2.2. le sens de \vec{B}_2 étant connu, utilisons la règle de la main droite pour déterminer le sens de I_2 (la paume tournée vers le centre du solénoïde), le pouce dressé dans le sens de \vec{B}_2 , les quatre doigts indiquent le sens de I_2 .

9.2.3. La face A_2 (face par laquelle entrent les lignes de

champ) est une face Sud.

9.3.

9.3.1. Valeur de B sur la figure ci-dessus,

$$\tan \alpha = \frac{B}{B_1} \rightarrow B = B_1 \tan \alpha$$

Pour $\alpha = 45^\circ$, $\tan \alpha = 1$

$$\Rightarrow B = B_1 = 4 \times 10^{-3} \text{ T}$$

9.3.2. Intensité I_2 .

Calculons d'abord B_2 .

Dans le triangle OMP ,

$$B_2^2 = B_1^2 + B^2 = 2B_1^2$$

car

$$B_1 = B \rightarrow B_2 = B_1 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

Le champ créé en O par chacun des solénoïdes peut se mettre sous la forme : $B_i = K \cdot I$, où K est un coefficient dépendant des paramètres du solénoïde d'une part et de sa position par rapport au point O d'autre part.

Toute chose étant égale, le coefficient K est le même pour les champs créés en O par s_1 et s_2 .

On peut écrire :

$$B_1 = K \cdot I_1$$

$$\text{et } B_2 = K \cdot I_2$$

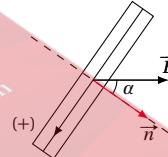
D'où :

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1}{I_2}$$

$$\rightarrow I_2 = I_1 \cdot \frac{B_2}{B_1}$$

$$= 1,2 \cdot \frac{4\sqrt{2} \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} = 1,7 \text{ A}$$

Solution 10. (p. 79)



10.1. Caractéristiques du vecteur \vec{n} .

La direction et le sens du vecteur normal \vec{n} sont donnés par la règle de la main droite (Voir le cours).

10.2. Calcul du flux Φ .

$$\Phi = \vec{N} \cdot \vec{B} \cdot \vec{n} S = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$\text{avec } S = \pi \cdot R^2 \rightarrow \Phi = N \cdot B \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \cos \alpha$$

$$\text{A.N. } N = 120; B = 0,22 \text{ T}; R = 85 \times 10^{-3} \text{ m}; \alpha = 35^\circ;$$

$$\Phi = 0,49 \text{ Wb}$$

Solution 11. (p. 79)

11.1. Flux magnétique Φ_1 qui traverse le solénoïde à

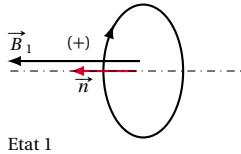
5.6. Solutions des exercices et problèmes

l'état 1.

$$\Phi_1 = N \cdot \vec{B}_1 \cdot \vec{n} S = N \cdot B_1 \cdot S \cdot \cos \theta_1$$

où $\theta_1 = (\vec{n}, \vec{B}_1) = 0^\circ$

$$\Phi_1 = N \cdot B_1 \cdot S \text{ car } \cos \theta_1 = \cos 0^\circ = 1$$

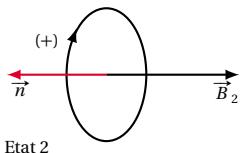


Etat 1

Application numérique : $N = 1500$;
 $B_1 = 105 \text{ mT} = 105 \times 10^{-3} \text{ T}$;
 $S = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot (50 \cdot 10^{-3})^2 = 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$;

$$\Phi_1 = 1,24 \text{ Wb}$$

11.2. Flux magnétique Φ_2 qui traverse le solénoïde à l'état 2.



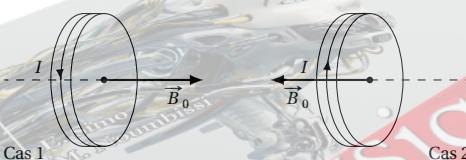
Etat 2

$$\Phi_2 = N \cdot \vec{B}_2 \cdot \vec{n} S = N \cdot B_2 \cdot S \cos \theta_2$$

où $\theta_2 = (\vec{n}, \vec{B}_2) = \pi$.

Donc $\Phi_2 = -N \cdot B_2 \cdot S$, car $\cos \theta_2 = \cos \pi = -1$.
A.N. $\Phi_2 = -1,24 \text{ Wb}$.

Solution 12. (p. 79)



12.1. Caractéristiques du champ magnétique \vec{B}_0

- Origine : le centre de la bobine.
- Direction : l'axe de la bobine.
- Sens : il est donné par le pouce de la main droite (règle de la main droite appliquée à loi de Laplace)
- Module de \vec{B}_0 :

$$\begin{aligned} B_0 &= 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N \cdot I}{R} \\ &= 2 \times 3,14 \cdot 10^{-7} \times \frac{20 \cdot 5}{6 \cdot 10^{-2}} = 1,047 \times 10^{-3} \text{ T} \end{aligned}$$

Comparons B_0 et B :

$$\frac{B}{B_0} = \frac{0,2}{1,047 \cdot 10^{-3}} = 191 \rightarrow B = 191 \cdot B_0$$

Conclusion : on peut négliger B_0 par rapport à B .

12.2. Flux magnétique à travers la bobine :

$$\begin{aligned} \Phi &= N \cdot B \cdot S = N \cdot B \cdot \pi \cdot R^2 \\ &= 20 \times 0,2 \times 3,14 \left(6 \times 10^{-2}\right)^2 = 0,045 \text{ Wb} \end{aligned}$$

12.3. Sens du mouvement de la bobine.

Au cours de son mouvement, la bobine aura tendance à se déplacer de façon que le flux magnétique qui la traverse soit maximal (règle du flux maximal).

Calcul du travail des forces magnétiques.

$$W = \Phi \cdot I = 0,045 \cdot 5 = 0,225 \text{ J}$$

Solution 13. (p. 79)

Cas 1.

Le sens (+) imposé étant $M P O N M$, on en déduit par la règle de la main droite.

Le sens de \vec{n} : ce sens est opposé à celui de \vec{B} (soit \vec{n}, \otimes)

Calculons le flux magnétique dans les deux positions.

Position (1) :

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \vec{B} \cdot \vec{n} S_1 = B \cdot O N \cdot O P \cdot \cos(\vec{n}, \vec{B}) \\ &= B \cdot O N \cdot O P \cdot \cos \pi = -B \cdot O N \cdot O P \end{aligned}$$

Position (2) :

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \vec{B} \cdot \vec{n} S_2 = B \cdot O N' \cdot O P \cdot \cos(\vec{n}, \vec{B}) \\ &= B \cdot O N' \cdot O P \cdot \cos \pi = -B \cdot O N' \cdot O P \end{aligned}$$

La variation du flux est :

$$\begin{aligned} \Delta \Phi &= \Phi_2 - \Phi_1 \\ &= -B \cdot O N' \cdot O P + B \cdot O N \cdot O P \\ &= B \cdot O P(O N - O N') \\ &= B \cdot P O \cdot N N' = B \cdot a \cdot l \end{aligned}$$

A.N. $B = 0,5 \text{ T}$; $a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$;
 $l = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$; $\Delta \Phi = 2,5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$

Cas 2.

Le sens (+) impose le sens du vecteur \vec{n} donné par (la règle de la main droite) \vec{n} a le même sens que \vec{B} (soit \vec{n}, \otimes) donc l'angle θ compris entre \vec{n} et \vec{B} est nul; $\theta = 0$.

Calculons le flux magnétique dans les deux positions.

Position (1) :

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \vec{B} \cdot \vec{n} S_1 = B \cdot O N \cdot O P \cdot \cos(\vec{n}, \vec{B}) \\ &= B \cdot O N \cdot O P \cdot \cos 0^\circ = B \cdot O N \cdot O P \end{aligned}$$

Position (2) :

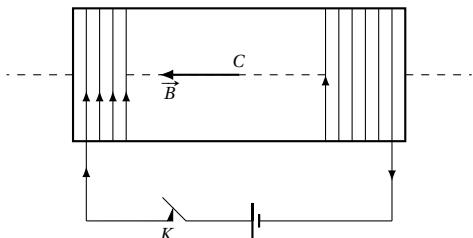
$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \vec{B} \cdot \vec{n} S_2 = B \cdot O N' \cdot O P \cdot \cos(\vec{n}, \vec{B}) \\ &= B \cdot O N' \cdot O P \cdot \cos 0^\circ = B \cdot O N' \cdot O P \end{aligned}$$

La variation du flux est :

$$\begin{aligned} \Delta \Phi &= \Phi_2 - \Phi_1 \\ &= B \cdot O P(O N' - O N) \\ &= B \cdot O P \cdot N N' = B \cdot a \cdot l \end{aligned}$$

A.N. $B = 0,5 \text{ T}$; $a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$;
 $l = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$;

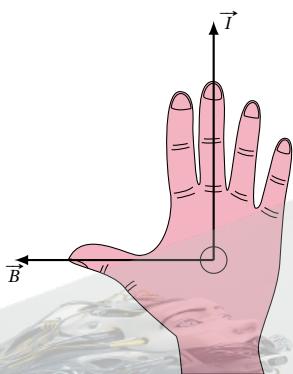
$$\Delta \Phi = 2,5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

Solution 14. (p. 79)

14.1. Caractéristiques du champ magnétique \vec{B} dans le solénoïde S_1 .

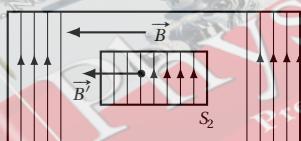
Etudions ce vecteur champ magnétique \vec{B} au centre O de la bobine :

- Origine : le point O
- Direction : l'axe de la bobine
- Sens : il est donné par la règle de la main droite (disposé perpendiculairement aux quatre doigts joints) d'une main droite posée sur la bobine, la paume tournée vers l'intérieur de la bobine (règle de la main droite).



- Son intensité est :

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n_1 \cdot I = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 \cdot 5 = 6,28 \times 10^{-3} \text{ T}$$



14.2. Origine et sens du courant électrique dans S_2 .

Lorsque le courant I circule dans la bobine S_1 , la bobine S_2 est dans le champ magnétique uniforme \vec{B} créé par le solénoïde S_1 .

14.2.1. ouvrir l'interrupteur K équivaut à annuler rapidement le courant donc le champ magnétique \vec{B} et par conséquent le flux magnétique à travers S_2 varie. Le courant induit (dans S_2) va donc créer un champ magnétique \vec{B}' , de même sens que \vec{B} pour "s'opposer" à sa diminution. Donc, le courant induit a le même sens que le courant I .

14.2.2. Fermer K consiste à faire varier très rapidement le champ magnétique, de zéro à la valeur B . Là encore, le flux magnétique à travers S_2 varie.

Le courant induit modère cette augmentation de B en

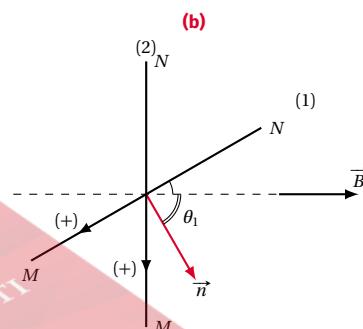
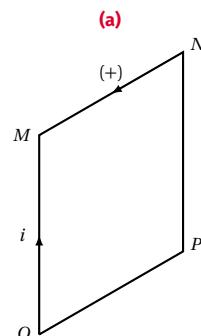
créant un champ magnétique \vec{B}' en sens inverse de \vec{B} . Le courant induit a donc un sens opposé à celui de courant I .

14.3. Quantité d'électricité induite qui traverse S_2 .

$$Q_{\text{ind}} = \frac{|\Delta\Phi|}{R}$$

où $|\Delta\Phi| = N_2 \cdot B \cdot s$. Donc

$$Q_{\text{ind}} = \frac{N_2 \cdot B \cdot s}{R} = \frac{500 \cdot 6,28 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{10} = \\ = 9,42 \times 10^{-5} \text{ C}$$

Solution 15. (p. 80)

15.1. Calculons la force électromotrice induite moyenne.

Nous allons appliquer la méthode de travail :

- Choix du sens positif : nous retenons le sens $NMQP$ (Fig. (a)).
- Vecteur \vec{n} : il est donné par la règle de la main droite (Fig. (b))
- Calcul des flux magnétiques et de $\Delta\Phi$

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Où $S = a^2$ et θ est l'angle compris entre \vec{n} et \vec{B}

- A la position (1) (voir Fig. (b))

$$\Phi_1 = B \cdot a^2 \cdot \cos \theta_1 \text{ où } \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha = 60^\circ$$

- A la position (2) (voir Fig. (b))

$$\Phi_2 = B \cdot a^2 \cdot \cos \theta_2 \text{ où } \theta_2 = 0^\circ$$

On peut alors calculer $\Delta\Phi$:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$$

5.6. Solutions des exercices et problèmes

$$\begin{aligned} &= B \cdot a^2 (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \\ &= B \cdot a^2 (1 - \cos 60^\circ) \end{aligned}$$

■ Calcul de la f.é.m. induite :

$$e_{\text{moy}} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{B \cdot a^2 (1 - \cos 60^\circ)}{\Delta t}$$

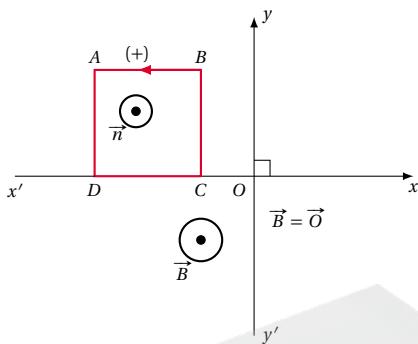
A.N. $B = 2 \times 10^{-1} \text{ T}$; $a = 10^{-1} \text{ m}$; $\Delta t = 0,2 \text{ s}$.

$$e_{\text{moy}} = -\frac{2 \cdot 10^{-1} \cdot (10^{-1})^2 (1 - 0,5)}{0,2} = -5 \times 10^{-3} \text{ V}$$

15.2. Sens du courant induit.

La f.é.m. étant négative, elle donne naissance à un courant induit qui circule en sens inverse du sens positif choisi. Le courant induit circule donc dans le sens $MNPQ$.

Solution 16. (p. 80)



16.1. Flux magnétique à travers le cadre lorsqu'il se trouve dans la zone $x < 0$:

- Choix d'un sens positif : il est imposé dans l'énoncé ; de B vers A .
- normale \vec{n} : la règle de la main droite donne \vec{n} . \vec{n} a la même direction et le même sens que \vec{B} soit \odot .
- Calcul du flux magnétique
 $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} S = B \cdot S \cdot \cos \theta$.

Or $\theta = 0$ car \vec{B} et \vec{n} sont colinéaires et de même sens.
 Donc : $\Phi = B \cdot S = Ba^2$

Application numérique : $B = 0,2 \text{ T}$; $a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$;
 $\Phi = 2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$

Existence d'un courant induit dans le cadre au cours de son mouvement dans cette zone.

Dans cette zone, le cadre est entièrement plongé dans le champ magnétique. Le flux magnétique est constant : en effet,

$$\Phi = B \cdot a^2 = \text{constante}$$

Par conséquent, la f.é.m. d'induction $e = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$. Par suite aucun courant ne circule dans le cadre.

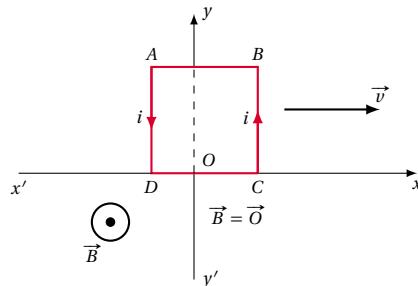
16.2.

16.2.1. Calcul de t_1

t_1 Correspond à la durée mise par le point M pour parcourir une distance $x = a$ dans la zone $x > 0$. Ainsi,

$$t_1 = \frac{a}{v} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5 \text{ s}$$

16.2.2. Expression du flux à travers le circuit pendant ce déplacement.



A la date t , avec $0 \leq t \leq t_1$, $OC = v \cdot t$.

La partie du cadre qui baigne dans le champ magnétique est :

$$S = AD \cdot OD = a(a - v \cdot t)$$

Le flux à travers le circuit à la date t est :

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot a(a - v \cdot t)$$

$$\Phi = Ba^2 - B \cdot a \cdot v \cdot t$$

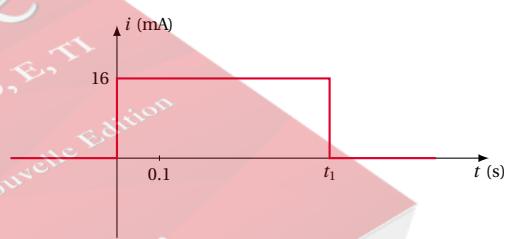
16.2.3. Intensité i du courant induit

Calculons d'abord le f.é.m. d'induction dans tout le circuit. $e = -\frac{d\Phi}{dt} = +B \cdot a \cdot v$. Elle est constante.

L'intensité du courant induit est donc : $i = \frac{e}{R} = \frac{B \cdot a \cdot v}{R}$

Application numérique : $B = 0,2 \text{ T}$; $a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$;
 $v = 20 \text{ cm/s} = 0,2 \text{ m/s}$; $R = 0,25 \Omega$; $i = 0,016 \text{ A} = 16 \text{ mA}$.

16.2.4. Sens de i



La f.é.m. d'induction est positive. Elle donne naissance à un courant induit qui circule dans le sens positif désigné.

16.3. Courbe de $i = f(t)$.

Pour $t < 0$, $i = 0$,

Pour $0 \leq t \leq t_1$,

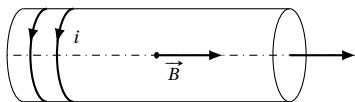
$$i = \frac{B \cdot a \cdot v}{R} = 16 \text{ mA} = \text{constante}$$

Pour $t_1 \leq t$, le cadre est complètement hors du champ. Donc le flux magnétique à travers le circuit est nul.

Donc la f.é.m. d'induction e est nulle.

Par suite le courant induit est nul.

Nous pouvons donc représenter la courbe $i(t)$

Solution 17. (p. 80)

Caractéristiques du champ magnétique créé à l'intérieur de la bobine :

- direction : elle est parallèle à l'axe du solénoïde.
- sens : il est donné par la règle de la main droite (en fonction du sens du courant électrique)
- intensité : elle est donnée par l'expression :

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n \cdot i$$

où n est le nombre de spires par unité de longueur et i l'intensité du courant.

Pour $n = 1000$, nous avons : $B = 4\pi \cdot 10^{-4} \cdot i$

17.2. Expression de i en fonction du temps.

- Pour $t \in [0, 10^{-2} \text{ s}]$, i est une fonction linéaire croissante du temps. On peut écrire : $i = a \cdot t$.

Déterminons la constante a :

Sur la courbe $i(t)$, plaçons-nous au point de coordonnées ($t = 10^{-2} \text{ s}$; $i = 0,2 \text{ A}$). Les coordonnées de ce point vérifient l'équation ($i = a \cdot t$)

$$0,2 = a \cdot 10^{-2} \rightarrow a = \frac{0,2}{10^{-2}} = 20$$

Donc pour

$$t \in [0, 10^{-2} \text{ s}]$$

$$i(t) = 20 \cdot t$$

- Pour $t \in [10^{-2} \text{ s}, 2 \times 10^{-2} \text{ s}]$, i est une fonction affine décroissante du temps. Son expression est de la forme :

$$i(t) = a' \cdot t + b$$

Les points $A(t = 10^{-2} \text{ s}, i = 0,2 \text{ A})$ et $B(t = 2 \times 10^{-2} \text{ s}, i = 0)$ vérifient l'équation $i(t)$.

- Au point A , on a : $0,2 = a' \cdot 10^{-2} + b$;
- Au point B on a : $0 = a' \cdot 2 \cdot 10^{-2} + b$.

Nous obtenons un système d'équations où les inconnus sont a' et b' . La résolution de ce système d'équations donne :

$$a' = -20$$

$$b = 0,4$$

Pour $t \in [10^{-2} \text{ s}, 2 \times 10^{-2} \text{ s}]$, $i(t) = -20t + 0,4$

17.3. Ce qui se passe dans la bobine plate :**17.3.1. Lorsque l'intensité croît.**

En admettant que \vec{B} et \vec{n} sont parallèles et ont le même sens le flux magnétique à travers la bobine plate est :

$$\Phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S = N \cdot B \cdot S$$

Or $B = 4\pi \cdot 10^{-4} \cdot i$. Donc $\Phi = N \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot i \cdot S$.

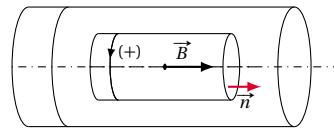
Par conséquent Φ est une fonction linéaire de i .

Quant i croît, le flux Φ à travers la bobine croît aussi.

Du fait de cette variation du flux magnétique à travers la bobine, il y apparaît une f.e.m. induite qui se manifeste par une tension aux bornes de la bobine (car la bobine est en circuit ouvert).

17.3.2. Quand i décroît, Φ décroît aussi.

On observe le même phénomène que ci-dessous.

**17.4.****17.4.1. Valeur de la f.e.m. induite e :**

$$\Phi = N \cdot B \cdot S$$

Or $B = 4\pi \cdot 10^{-4} \cdot i \rightarrow \Phi = 4\pi \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot S \cdot i$ i étant une fonction du temps, Φ est aussi une fonction du temps.

$$t \in [0, 10^{-2}]$$

$$i = 20 \cdot t$$

$$\rightarrow \Phi = 4\pi \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot S \cdot 20 \cdot t$$

$$= 80\pi \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot S \cdot t$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -80\pi \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot S$$

Application numérique :

$$N = 40; S = 4 \text{ cm}^2 = 0,0004 \text{ m}^2;$$

$$e = -80\pi \cdot 10^{-4} \cdot 40 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = -4,02 \times 10^{-4} \text{ V}$$

Pour $t \in [10^{-2} \text{ s}, 2 \times 10^{-2} \text{ s}]$, $i(t) = -20t + 0,4$

Donc,

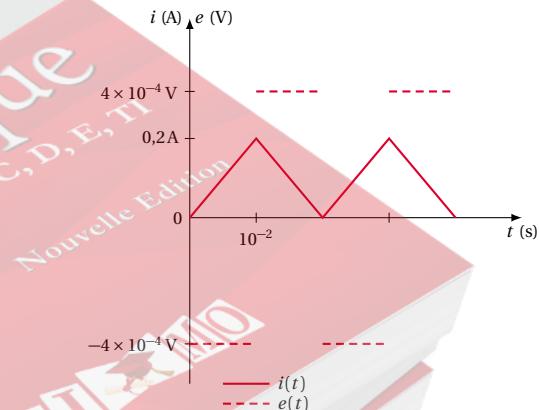
$$\Phi = 4\pi \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot S \cdot (-20t + 0,4)$$

$$e = -80\pi \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot S \cdot t + 1,6\pi \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot S$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 80\pi \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot S$$

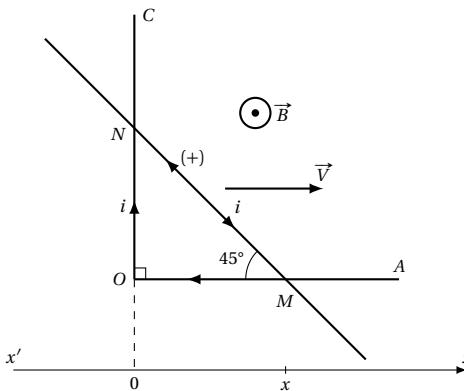
Application numérique :

$$N = 40; 4 \text{ cm}^2 = 0,0004 \text{ m}^2; e = 4,02 \times 10^{-4} \text{ V}$$

17.4.2. Courbes $i(t)$ et $e(t)$ 

5.6. Solutions des exercices et problèmes

Solution 18. (p. 80)



18.1. Expression de la surface du circuit OMN en fonction du temps.

Le triangle OMN est isocèle et rectangle en O . Donc $ON = OM = x$. Sa surface est :

$$S = \frac{1}{2} \cdot OM \cdot ON = \frac{1}{2} \cdot x^2$$

Le mouvement du point M étant uniforme,

$$OM = x = v \cdot t$$

$$\text{Par suite : } S = \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot t^2$$

18.2.

18.2.1. Expression de la f.é.m. induite.

- Choix d'un sens positif : prenons le sens de M vers N dans le conducteur mobile.
- normale \vec{n} : elle est déduite du sens positif par la règle de la main droite. \vec{n} et \vec{B} sont parallèles et ont le même sens. Donc l'angle θ compris entre \vec{n} et \vec{B} est nul.
- Expression du flux magnétique :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

$$\theta = 0$$

$$\rightarrow \cos \theta = 1 \rightarrow \Phi = B \cdot S$$

$$\text{Or : } S = \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot t^2 \rightarrow \Phi = \frac{1}{2} \cdot B \cdot V^2 \cdot t^2$$

18.2.2. Valeur maximale de e .

e est une fonction linéaire du temps. Donc E est maximale lorsque t atteint sa valeur maximale t_m (date à laquelle M est en A)

$$t_m = \frac{OA}{V} \rightarrow e_m = -B \cdot V^2 \cdot t_m = -B \cdot V \cdot OA$$

Application numérique :

$$B = 0,1 \text{ T}; V = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m/s}; OA = 1 \text{ m};$$

$$e_m = -2,5 \times 10^{-2} \text{ V}$$

18.2.3. Sens du courant induit.

La f.é.m. induite e étant négative, elle donne naissance à un courant induit qui circule dans le sens contraire du

sens positif choisi. Donc i induit circule dans le sens N vers M dans le conducteur mobile.

Solution 19. (p. 81)

19.1.

19.1.1. Définition de l'inductance de la bobine.

Le flux propre à travers un circuit est proportionnel à l'intensité i du courant dans ce circuit.

Donc : $\Phi_p = L \cdot i$.

Le coefficient de proportionnalité L est appelé inductance du circuit.

19.1.2. Valeur de Φ_p

Pour $i = 0,20 \text{ A}$ $\Phi_p = L \cdot i = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 = 10^{-3} \text{ Wb}$

19.2. Evolution du flux au cours du temps pour $0 \leq t \leq 4 \times 10^{-2} \text{ s}$.

$\Phi_p = L \cdot i$ où L est une constante.

Donc Φ_p est une fonction de i . Lorsque i varie, Φ_p varie aussi.

Selon la courbe $i(t)$, nous constatons que i varie lorsque t appartient aux intervalles $[10^{-2} \text{ s}, 2 \times 10^{-2} \text{ s}]$ et $[3 \times 10^{-2} \text{ s}, 4 \times 10^{-2} \text{ s}]$.

Il y a donc variation de Φ_p lorsque t appartient aux deux intervalles ci-dessus.

Calculons ces variations de Φ_p .

$\Phi_p = L \cdot i$ où L est une constante

$$\Rightarrow \Delta \Phi_p = L \cdot \Delta i \rightarrow \Phi_{p2} - \Phi_{p1} = L(i_2 - i_1)$$

Pour $t \in [10^{-2}, 2 \cdot 10^{-2}]$:

$$\Delta \Phi_p = 5 \cdot 10^{-3}(-0,2 - 0,2) = -2 \times 10^{-3} \text{ Wb.}$$

Pour $t \in [3 \cdot 10^{-2}, 4 \cdot 10^{-2}]$:

$$\Delta \Phi_p = 5 \cdot 10^{-3}(0,2 - (-0,2)) = 2 \times 10^{-3} \text{ Wb.}$$

19.3. Existence d'une f.é.m. d'auto-induction dans la bobine.

Nous savons que toute variation de flux magnétique à travers un circuit y provoque la naissance d'un f.é.m. induite e .

Ainsi, dans les intervalles de temps où Φ_p varie, il y a naissance d'une f.é.m. induite e dans la bobine.

Or Φ_p varie dans les intervalles $[10^{-2} \text{ s}, 2 \times 10^{-2} \text{ s}]$ et $[3 \times 10^{-2} \text{ s}, 4 \times 10^{-2} \text{ s}]$

Calculons cette f.é.m. : $e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

■ Pour $t \in [10^{-2} \text{ s}, 2 \times 10^{-2} \text{ s}]$; $\Delta \Phi = -2 \cdot 10^{-3}$ et $\Delta t = 2 \cdot 10^{-2} - 10^{-2} = 10^{-2} \text{ s}$.

$$e_1 = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{-2 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} = 2 \times 10^{-1} \text{ V}$$

■ Pour $t \in [3 \times 10^{-2} \text{ s}, 4 \times 10^{-2} \text{ s}]$; $\Delta \Phi = -2 \cdot 10^{-3}$ et $\Delta t = 4 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-2} = 10^{-2} \text{ s}$.

$$e_2 = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} = -2 \times 10^{-1} \text{ V}$$

19.4.

19.4.1. Expression littérale de la tension u_{AB} aux bornes de la bobine :

$$u_{AB} = r \cdot i_{AB} - e$$

(Loi d'Ohm).

19.4.2. Représentation graphique de u_{AB} en fonction du temps.

Etablissons les expressions $u_{AB}(t)$ à partir de $i_{AB}(t)$.

■ Pour $t \in [0, 10^{-2} \text{ s}]$, $i_{AB} = 0,2 \text{ A} = \text{constante}$.

La variation de flux magnétique est nulle dans cet in-

tervalle. Donc $e = 0$.

Par suite, $u_{AB}(t) = r \cdot i_{AB} = 2 \cdot 0,2 = 0,4\text{A}$

- Pour $t \in [10^{-2}\text{s}, 2 \times 10^{-2}\text{s}]$, i_{AB} varie au cours du temps suivant une fonction affine.

i_{AB} peut se mettre sous la forme :

$$i = at + b \quad (\text{S5.1})$$

Les points $P(t = 10^{-2}\text{s}; i = 0,2\text{A})$ et $Q(t = 2 \times 10^{-2}\text{s}; i = -0,2\text{A})$, vérifient l'équation (S5.1) :

$$\begin{cases} 0,2 = a \cdot 10^{-2} + b & (\text{point } P) \\ -0,2 = a \cdot 2 \cdot 10^{-2} + b & (\text{point } Q) \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations dont les inconnues sont a et b nous donne : $a = -40$ et $b = 0,6$. Dans cette intervalle, on a :

$$i_{AB} = -40t + 0,6$$

$$\text{et } u_{AB} = r \cdot i_{AB} - e_1 = r(-40t + 0,6) - e_1$$

Application numérique : $r = 2\Omega$; $e_1 = 0,2\text{V}$; $u_{AB}(t) = -80t + 1(\text{V})$.

- Pour $t \in [2 \times 10^{-2}\text{s}, 3 \times 10^{-2}\text{s}]$, $i_{AB} = 0,2\text{A} = \text{constante}$. La variation du flux magnétique est nulle dans cet intervalle. Par conséquent la f.e.m. induite e dans cet intervalle est aussi nulle. Donc $u_{AB}(t) = r \cdot i_{AB} = 2 \cdot (-0,2) = -0,4\text{V}$.
- Pour $t \in [3 \times 10^{-2}\text{s}, 4 \times 10^{-2}\text{s}]$, i_{AB} varie au cours du temps suivant une fonction affine.

i_{AB} peut se mettre sous la forme :

$$i = a' \cdot t + b' \quad (\text{S5.2})$$

Pour déterminer les constantes a' et b' , plaçons-nous aux points suivants :

$$R((t = 3 \cdot 10^{-2}\text{s}; i = -0,2)$$

$$\text{et } T(t = 4 \times 10^{-2}\text{s}; i = 0,2))$$

Les coordonnées de ces points vérifient l'équation (S5.2).

$$\begin{cases} -0,2 = a' \cdot 3 \cdot 10^{-2} + b' & (\text{point } R) \\ 0,2 = a' \cdot 4 \cdot 10^{-2} + b' & (\text{point } T) \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équation dont les inconnues sont a' et b' nous donne :

$$a' = 40$$

$$\text{et } b' = -1,4$$

Dans cette intervalle, on a :

$$i(t) = 40t - 1,4$$

$$\text{et } u_{AB}(t) = r \cdot i_{AB} - e_2$$

$$= 2(40t - 1,4) - (-0,2) = 80t - 2,6$$

$$u_{AB}(t) = 80t + 2,6(\text{V})$$

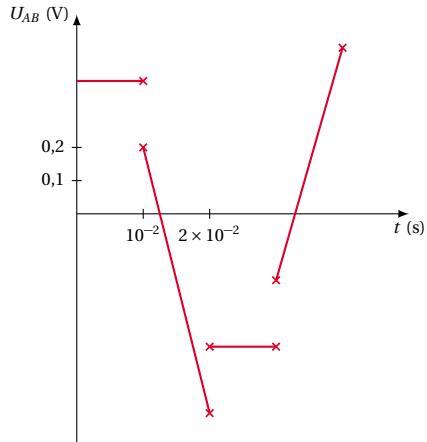
Etudions la continuité de $u_{AB}(t)$ en nous plaçant aux bornes des intervalles :

- Pour $t = 10^{-2}\text{s}$, $u_{AB} = -80 \cdot 10^{-2} + 1 = 0,2\text{V} \neq -0,4\text{V}$
- Pour $t = 2 \times 10^{-2}\text{s}$, $u_{AB} = -80 \cdot 2 \cdot 10^{-2} + 1 = -0,6\text{V} \neq -0,4\text{V}$
- Pour $t = 3 \times 10^{-2}\text{s}$,

$$u_{AB} = 80 \cdot 3 \cdot 10^{-2} - 2,6 = -0,2\text{V} \neq -0,4\text{V}$$

- Pour $t = 4 \times 10^{-2}\text{s}$,

$$u_{AB} = 80 \cdot 4 \cdot 10^{-2} - 2,6 = 0,6\text{V}$$



Nous pouvons alors représenter la courbe $u_{AB}(t)$ en remarquant que :

- Pour $t \in [0, 10^{-2}\text{s}]$, $u_{AB} = 0,4\text{V} = \text{constante}$

- Pour $t \in [10^{-2}\text{s}, 2 \times 10^{-2}\text{s}]$, $u_{AB}(t) = -80t + 1$ est une fonction affine décroissante passant par les points de coordonnées ($t = 10^{-2}\text{s}, u_{AB} = 0,2\text{V}$) et ($t = 2 \times 10^{-2}\text{s}, u_{AB} = -0,6\text{V}$)

Pour $t \in [2 \times 10^{-2}\text{s}, 3 \cdot 10^{-2}\text{s}]$, $u_{AB}(t) = -0,4\text{V} = \text{constante}$.

Pour $t \in [3 \times 10^{-2}\text{s}, 4 \times 10^{-2}\text{s}]$, $u_{AB}(t) = 80t - 2,6$.

C'est une fonction affine croissante passant par les points de coordonnées ($t = 3 \times 10^{-2}\text{s}, u_{AB} = -0,2\text{V}$) et ($t = 4 \times 10^{-2}\text{s}, u_{AB} = 0,6\text{V}$). Prendons pour échelle 1 division pour 10^{-2}s en abscisses et 1 division pour $0,1\text{V}$ en ordonnées.

Solution 20. (p. 81)

20.1. Signification des indications figurant sur l'ampoule.

■ 100 W est la puissance de l'ampoule lorsqu'elle fonctionne normalement.

■ 200 V est la tension pour laquelle l'ampoule fonctionne normalement. C'est la tension d'usage de l'ampoule.

20.2. Intensité efficace I qui traverse l'ampoule lorsqu'elle fonctionne.

En courant alternatif, la puissance consommée par un dipôle purement thermique est :

$$P = U \cdot I$$

(où U et I sont les valeurs efficaces de la tension et de l'intensité.)

$$\Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{100}{200} = 0,5\text{A}$$

20.3. Valeur de la résistance R de la lampe en régime permanent.

En régime permanent,

$$U = RI \rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{200}{0,5} = 400\Omega$$

20.4. Expression de la tension instantanée aux bornes de

5.6. Solutions des exercices et problèmes

l'ampoule.

$u = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ Où U_m est la tension maximale et ω la pulsation.

Calculons U_m et ω

$$U_m = U \cdot \sqrt{2} = 200 \cdot \sqrt{2} = 282,8\text{V}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ rad s}^{-1}$$

D'où l'expression de la tension instantanée :

$$u = 2,828 \cdot \sin(314 \cdot t)$$

Solution 21. (p. 81)

Déterminons les constantes I_m , ω et Φ .

I_m : $I_m = I\sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$; ω : $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ rad s}^{-1}$; Φ : Φ est la phase à l'origine. Plaçons-nous à l'instant $t = 0$.

Envisageons les deux cas :

■ 1^{er} cas : $t = 0$, $i = 0$;

Nous avons alors $I_m \cdot \sin\Phi = 0$

Pour $I_m \neq 0$, $\sin\Phi = 0 \rightarrow \Phi = 0 \rightarrow i = 5\sqrt{2} \cdot \sin 314t$

■ 2^{ème} cas $t = 0$, $i = 5\text{A}$.

Dans ce cas, on a : $I_m \cdot \sin\Phi = 5$ avec

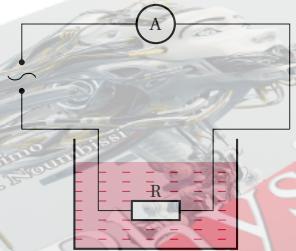
$$I_m = 5\sqrt{2} \rightarrow \sin\Phi = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \Phi = \frac{\pi}{4}.$$

Donc :

$$i = 5\sqrt{2} \cdot \sin\left(314 \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Solution 22. (p. 81)

22.1. Schéma du montage (voir ci-contre)



22.2. Expression de l'intensité instantanée.

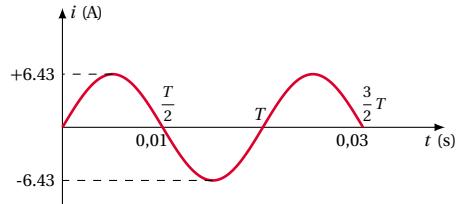
Sachant que les lois du courant continu s'appliquent à chaque instant au courant alternatif, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} u &= R \cdot i \\ \rightarrow i &= \frac{u}{R} = \frac{311,1}{48,4} \sin(100\pi \cdot t) \\ &= 6,43 \cdot \sin(100\pi \cdot t) \end{aligned}$$

22.3. Courbe $i = f(t)$ pour $t \in [0; 0,03\text{s}]$.

Calculons la période T du courant alternatif :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$



A partir de l'expression de $i(t)$, nous tirons :

$$\omega = 100\pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{100\pi} = 0,02\text{s}$$

L'intervalle $[0 ; 0,03\text{s}]$ couvre donc $\frac{3}{2}T$.

La courbe $i(t)$ dans cet intervalle est donc de la forme :

22.4. Valeur indiquée par l'ampèremètre.

L'ampèremètre indique la valeur efficace I de l'intensité du courant. Or :

$$I_m = I\sqrt{2} \rightarrow I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{6,43}{\sqrt{2}} = 4,55\text{A}$$

La valeur de I_m est donnée dans l'expression de $i(t)$.

22.5. Durée t nécessaire pour porter l'eau du calorimètre à ébullition.

Calculons la quantité de chaleur Q nécessaire au calorimètre et à son contenu pour passer de $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ à $\theta_2 = 100^\circ\text{C}$:

$$Q = (m \cdot c + \mu)(\theta_2 - \theta_1)$$

où $m = \rho \cdot V$ est la masse de l'eau.

$$Q = (\rho \cdot V \cdot c + \mu)(\theta_2 - \theta_1)$$

L'énergie dégagée par effet joule dans le calorimètre est :

$$W = R \cdot I^2 \cdot t$$

où I est l'intensité efficace du courant alternatif. Si on admet que toute l'énergie électrique est absorbée par le calorimètre et son contenu,

$$W = Q$$

$$\rightarrow R \cdot I^2 \cdot t = (\rho \cdot V \cdot c + \mu)(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\rightarrow t = \frac{(\rho \cdot V \cdot c + \mu)(\theta_2 - \theta_1)}{R \cdot I^2}$$

Application numérique : $\rho = 1 \text{ g mL}^{-1}$; $V = 700 \text{ mL}$; $c = 4180 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $\theta_2 = 100^\circ\text{C}$; $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$; $R = 48,4 \Omega$; $I = 4,55\text{A}$

$$t = 239 \text{ s}$$

Solution 23. (p. 81)

23.1. Montrons que le flux à travers le cadre est de la forme :

$$\varphi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Si à l'instant $t = 0$, le champ magnétique \vec{B} a la direction et le sens de \vec{n} , à l'instant t , $(\vec{B}, \vec{n}) = \omega \cdot t$ où ω est la vitesse de rotation du cadre.

Par définition, le flux à travers le cadre est :

$$\varphi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S = N \cdot B \cdot S \cdot \cos(\vec{B}, \vec{n})$$

$$\rightarrow \varphi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \omega \cdot t$$

23.2. Nature et valeur maximale de la f.é.m. induite.

Par définition, la f.é.m. induite est :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

C'est donc une f.é.m. alternative sinusoïdale. Sa valeur maximale est : $E_m = N \cdot B \cdot S \cdot \omega$

23.3. Valeur numérique de E_m .

$$N = 150; a = 8 \times 10^{-2} \text{ m}; b = 10^{-1} \text{ m}; B = 0,25 \text{ T};$$

$$\omega = \frac{600 \cdot 2\pi}{60} = 20\pi \text{ rad s}^{-1}.$$

$$E_m = N \cdot B \cdot a \cdot b \cdot \omega$$

$$= 150 \cdot 0,25 \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-1} \cdot 20\pi \approx 18,8 \text{ V}$$

23.4. Valeur efficace de cette f.é.m. :

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{18,8}{\sqrt{2}} = 13,3 \text{ V}$$

Solution 24. (p. 82)**24.1.** Rendement de l'installation.

La centrale convertit le travail mécanique en énergie électrique. Donc :

$$\eta = \frac{W_{el}}{W_m}$$

où $W_m = m \cdot g \cdot h$ travail du poids de l'eau et
 $W_{el} = P_{el} \cdot t = P_u \cdot t$.

Donc :

$$\eta = \frac{P_u \cdot t}{m \cdot g \cdot h}$$

avec

$$m = \rho \cdot V$$

$$\rightarrow \eta = \frac{P_u \cdot t}{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}$$

$$\text{où } D = \frac{V}{t}$$

$$\eta = \frac{P_u}{\rho \cdot g \cdot h} \cdot \frac{t}{V} = \frac{P_u}{\rho \cdot g \cdot h} \cdot \frac{1}{D} = \frac{P_u}{\rho \cdot g \cdot h \cdot D}$$

A.N. $D = 156 \text{ ms}^{-3}$; $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$; $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$;
 $h = 40 \text{ m}$; $P_u = 50 \text{ MW}$; $\eta = 0,818 = 81,8\%$.

24.2. Origines des principales pertes

- Les frottements au cours des mouvements des différentes pièces de la centrale.
- L'effet Joule dans le bobinage.

24.3. Nouvelle hauteur h' de la chute.

Nous avons déjà établi l'expression du rendement de centrale en fonction de la hauteur de la chute. (Voir question a)

$$\eta = \frac{P'_u}{\rho \cdot g \cdot h' \cdot D} \rightarrow h' = \frac{P'_u}{\rho \cdot \eta \cdot g \cdot D}$$

A.N. $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$; $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$; $P'_u = 60 \text{ MW}$;
 $D = 156 \text{ ms}^{-3}$; $\eta = 0,818 = 81,8\%$; $h' = 48 \text{ m}$.

Énergie électrique consommée dans une portion du circuit

6.1	Rappels	96
6.1.1	Loi d'Ohm	96
6.2	Puissance et énergie électriques dans un dipôle	97
6.2.1	Puissance	97
6.2.2	Energie électrique	97
6.3	Effet Joule	97
6.4	Puissance et énergie électrique consommée dans un conducteur ohmique : loi de Joule	97
6.4.1	Puissance et énergie électrique consommées	97
6.4.2	Conservation d'énergie	97
6.4.3	Bilan énergétique : loi de Joule	98
6.5	Bilan énergétique pour un récepteur électromoteur	98
6.5.1	Puissance	98
6.5.2	Bilan d'énergie et rendement	99
6.5.3	Quelques cas particuliers	99
6.6	Bilan énergétique pour un générateur	99
6.6.1	Bilan de puissance	99
6.6.2	Bilan d'énergie : rendement	100
6.6.3	Bilan énergétique d'un circuit	100
6.7	Enoncés des exercices et problèmes	101
6.8	Solutions des exercices et problèmes	105



6.1 Rappels

Définition.

Un dipôle est une portion de circuit possédant deux bornes de branchement.

Dans un circuit électrique, on distingue deux types de dipôles :

- les **générateurs**; ce sont les dipôles qui produisent le courant électrique (ou encore de l'énergie électrique);
 - les **récepteurs**; ces dipôles consomment l'énergie électrique produite par les générateurs.
- Les différentes sortes de récepteurs. On distingue :
- Les **conducteurs ohmiques**. On les désigne encore sous le nom de **résistors thermiques** et, plus généralement, les **récepteurs thermiques** : ils transforment intégralement en chaleur toute l'énergie électrique qu'il consomment.
 - Les **récepteurs électromoteurs**. Ils transforment une partie de l'énergie électrique consommée en énergie mécanique (**moteur**) ou en énergie chimique (**électrolyseur**), le reste étant transformée en chaleur.

6.1.1 Loi d'Ohm

Cette loi établit la relation entre la d.d.p. aux bornes d'un dipôle et l'intensité du courant qui le traverse.

Cas d'un conducteur ohmique



$$U_{AB} = R \cdot I$$

- U_{AB} , en volt (V) est la d.d.p. appliquée aux bornes du conducteur ohmique;
- R en ohm (Ω) est la résistance du conducteur ohmique;
- I en ampère (A) est l'intensité du courant qui traverse le conducteur ohmique.

Cas d'un générateur

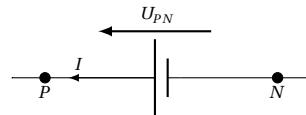


Figure 6.2

$$U_{PN} = E - R \cdot I$$

- U_{PN} , en volt (V) est la d.d.p. appliquée aux bornes du générateur;
- E en volt (V) est la force électromotrice (f.e.m.) Du générateur. E est aussi la tension à vide du générateur;
- r en ohm (Ω) est la résistance interne du générateur;
- I en ampère (A) est l'intensité du courant débité par le générateur.

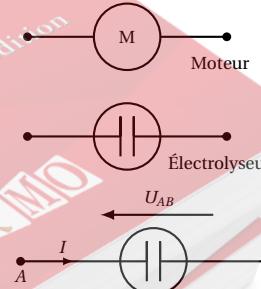
Cas d'un récepteur électromoteur

On distingue deux catégories de récepteur électromoteur.

- Les **moteurs électriques**. Un moteur électrique convertit l'énergie électrique qu'il reçoit en énergie mécanique.
- Dans un **électrolyseur**, les réactions chimiques se produisant aux électrodes permettent de convertir l'énergie électrique consommée en énergie chimique stocké dans les produits des réactions.

La figure ci-dessous nous montre les représentations symboliques d'un moteur et d'un électrolyseur.

Figure 6.3



$$U_{AB} = E' - r' \cdot I$$

- U_{AB} , en volt (V) est la d.d.p. appliquée aux bornes de l'électromoteur récepteur;
- E' en volt (V) est la force contre-électromotrice (f.c.é.m.) de l'électromoteur récepteur.

6.2. Puissance et énergie électriques dans un dipôle

Notons que E' est la tension minimale qu'il faut appliquer aux bornes d'un électromoteur récepteur pour qu'un courant électrique le traverse.

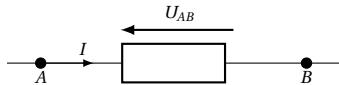
Donc pour $U_{AB} < E'$, I (dans le récepteur) = 0.

- r' en ohm (Ω) est la résistance interne de l'électromoteur récepteur;
- I en ampère (A) est l'intensité du courant qui traverse de l'électromoteur récepteur.

6.2 Puissance et énergie électriques dans un dipôle

6.2.1 Puissance

Figure 6.4



Considérons le dipôle (AB) parcouru par un courant continu d'intensité I lorsqu'il est soumis à la tension U_{AB} . La puissance électrique $P_{él}$ transférée au dipôle est :

$$P_{él} = U_{AB} \cdot I$$

- $P_{él}$ est la puissance exprimé en watt (W);
- U_{AB} (V) est la d.d.p. aux bornes du dipôle;
- I (A) est l'intensité du courant qui traverse le dipôle.

6.2.2 Énergie électrique

L'énergie électrique $W_{él}$ transférée au dipôle (A, B) pendant la durée t s'obtient en appliquant la relation,

$$W_{él} = P_{él} \times t$$

On obtient donc :

$$W_{él} = U_{AB} \times I \times t$$

- $W_{él}$ en joule (J) est l'énergie électrique;
- U_{AB} en volt (V) est la d.d.p. aux bornes du dipôle;
- I en ampère (A) est l'intensité du courant qui traverse le dipôle;

- t en seconde (s) est la durée de fonctionnement du dipôle.

6.3 Effet Joule

Définition.

On appelle **effet Joule** le dégagement de chaleur qui accompagne toujours le passage du courant électrique dans un conducteur électrique.

6.4 Puissance et énergie électrique consommée dans un conducteur ohmique : loi de Joule

6.4.1 Puissance et énergie électrique consommées

Nous savons que :

- pour tout dipôle, $P_{él} = U_{AB} \times I$;
- pour un conducteur ohmique, $U_{AB} = R \cdot I$ par conséquent, la puissance électrique consommée par un conducteur ohmique de résistance R s'évalue par l'une des expression suivantes :

$$P_{él} = U_{AB} \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U_{AB}^2}{R}$$

Energie électrique consommée

Pour une durée t de fonctionnement, l'énergie électrique consommée est :

$$W_{él} = P_{él} \cdot t = R \cdot I^2 \cdot t$$

6.4.2 Conservation d'énergie

En régime permanent, la totalité de l'énergie électrique reçue par un conducteur ohmique est transférée à l'environnement par chaleur et rayonnement.

6.4.3 Bilan énergétique : loi de Joule

Bilan de puissance

Appelons P_J , la puissance Joule transférée à l'environnement par le conducteur ohmique en régime permanent.

$$P_J = P_{el} = R \cdot I^2$$

- P_J (W) est la puissance joule;
- $R(\Omega)$ est la résistance du conducteur ohmique;
- $I(A)$ est l'intensité du courant qui traverse le conducteur ohmique.

Bilan énergétique : loi de Joule

Notons Q_J la quantité d'énergie transférée à l'environnement pendant une durée t de fonctionnement en régime permanent.

$$Q_J = P_J \cdot t = R \cdot I^2 \cdot t$$

- Q_J est la quantité d'énergie transférée à l'environnement en chaleur;
- $R(\Omega)$ est la résistance du conducteur ohmique;
- $I(A)$ est l'intensité du courant qui traverse le conducteur ohmique;
- $t(s)$ est la durée de fonctionnement.

La relation ci-dessus traduit la loi de Joule qui s'énonce comme ci-dessous.

La quantité de chaleur dégagée par effet Joule dans un conducteur ohmique :

- est proportionnelle à la durée t de passage du courant dans le conducteur ohmique;
- est proportionnelle au carré de l'intensité du courant;
- dépend de résistance du conducteur ohmique.

Le diagramme énergétique d'un conducteur ohmique peut être schématisé par :

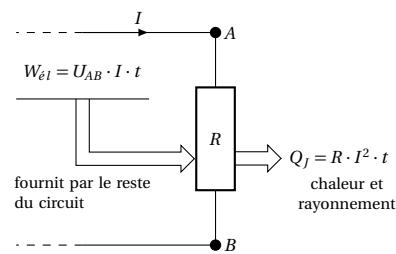
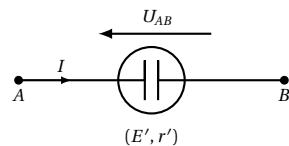


Figure 6.5

6.5 Bilan énergétique pour un récepteur électromoteur

6.5.1 Puissance

Figure 6.6



Nous savons que pour tout dipôle,

$$P_{el} = U_{AB} \times I$$

Or pour un récepteur électromoteur de caractéristique (E', r') ,

$$U_{AB} = E' + r' \cdot I$$

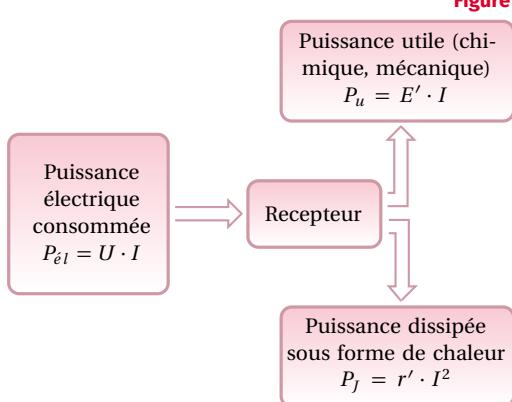
Par conséquent,

$$U_{AB} \cdot I = E' I + r' \cdot I^2$$

Nous reconnaissions les termes :

- $P_{el} = U_{AB} \times I$ qui est la **puissance électrique consommée** par le récepteur (elle est fournie par le reste du circuit);
- $P_J = r' \cdot I^2$ qui est la **puissance dissipée par effet Joule** à l'intérieur du récepteur. Cette puissance est transférée par chaleur-rayonnement à l'extérieur;
- $P_u = E' \cdot I$ ce terme représente la **puissance utile** convertie par le récepteur soit en *puissance mécanique* pour un moteur, soit en *puissance chimique* pour un électrolyseur.

6.6. Bilan énergétique pour un générateur



Nous pouvons alors dresser le bilan de puissance pour un récepteur électromoteur :

$$P_{\acute{e}l} = P_u + P_J$$

$$U \cdot I = E' \cdot I + r' \cdot I^2$$

Figure 6.7

Exemple: Moteur bloqué

Un moteur par suite d'un blocage accidentel, se trouve empêché de transférer de la puissance mécanique alors qu'un courant électrique le traverse :

$$\begin{aligned} P_u &= E' \cdot I = 0 \\ \text{et } I &\neq 0 \\ \text{nc } E' &= 0 \end{aligned}$$

Conclusion: La f.c.é.m. d'un moteur bloqué est nulle.
Appliquons la loi d'Ohm au moteur bloqué :

$$U_{AB} = E' + r' I$$

Conclusion: Le moteur bloqué se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r' . Il s'échauffe alors de manière importante et est rapidement endommagé.

6.5.2 Bilan d'énergie et rendement

En régime permanent, les puissances restent constantes au cours du temps. Le bilan d'énergie s'obtient en multipliant le bilan de puissance par la durée t de fonctionnement du récepteur.

Ainsi le récepteur électromoteur :

- reçoit l'énergie électrique,
 - il convertit une partie en travail utile,
 - le reste étant dissipé par effet Joule,

$$W_{\delta I} \equiv U_{AB} \cdot I \cdot t$$

$$W = E', I; t$$

$$w_u = L - T - \epsilon$$

Le rendement (mécanique ou chimique) est défini par le rapport:

$$\eta = \frac{\text{travail utile}}{\text{Energie consommé}} = \frac{W_u}{W_{\text{el}}} \\ = \frac{P_u}{P_{\text{el}}} = \frac{E'}{U_{AB}}$$

Exemple: Electrolyseurs à anode soluble

Les mesures montrent que la tension aux bornes de ce type d'électrolyseur suit la loi :

$$U_{AB} = r' \cdot J$$

Donc l'électrolyseur à anode soluble se comporte comme un conducteur ohmique.

Ici encore $E' = 0$; il se produit, globalement aucune réaction chimique permettant la conversion de l'énergie électrique en énergie chimique, comme le montre le bilan aux électrodes :

6.6 Bilan énergétique pour un générateur

6.5.3 Quelques cas particuliers

Que ce passe-t-il lorsqu'un récepteur ne peut pas transférer de puissance utile alors qu'il est parcouru par un courant?

6.6.1 Bilan de puissance

Considérons le montage de la figure ci-dessous dans lequel un générateur linéaire alimente en régime permanent un dipôle branché à ses bornes P et N .

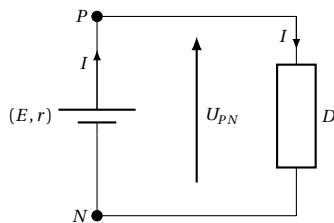


Figure 6.8

6.6.2 Bilan d'énergie : rendement

Le bilan d'énergie s'obtient en multipliant les puissances par la durée t de fonctionnement.

- Le générateur convertit une énergie

$$W_g = E \cdot I \cdot t$$

- Il fournit au circuit une énergie électrique

$$W_{el} = P_{el} \cdot t = U_{PN} \cdot I \cdot t$$

- Les pertes par effet Joule étant :

$$Q_J = r \cdot I^2 \cdot t$$

Le rendement de la conversion étant alors :

$$\eta = \frac{W_{el}}{W_g} = \frac{P_{el}}{P_g} = \frac{U_{PN}}{E}$$

Ecrivons la loi d'Ohm pour le générateur :

$$U_{PN} = E - r \cdot I$$

On pourrait aussi écrire :

$$E = U_{PN} + r \cdot I$$

Par conséquent,

$$E \cdot I = U_{PN} \cdot I + r \cdot I^2 \quad (6.1)$$

Nous reconnaissons deux termes dans l'expression (6.1)

- $P_{el} = U_{PN} \cdot I$ est la **puissance électrique** cédée par le générateur au dipôle D . Cette puissance porte également le nom de **puissance disponible**;
- $P_J = r \cdot I^2$ est la puissance dissipée par effet Joule dans le générateur. Cette puissance est transférée à l'extérieur par chaleur et rayonnement.

La relation (6.1) montre que ces deux puissances proviennent de la transformation d'une quantité équivalente de puissance chimique ou mécanique : **la puissance générée P_g** .

$$P_g = E \cdot I$$

Nous pouvons alors dresser le bilan des puissances d'un générateur :

Puissance générale fournie par le générateur
 $P_g = E \cdot I$
 Sous forme chimique ou mécanique

Puissance disponible sous forme électrique
 $P_{el} = U_{PN} I$

Puissance Joule
 $P_J = r' \cdot I^2$

Figure 6.9

6.6.3 Bilan énergétique d'un circuit

- La puissance électrique P_{el} disponible aux bornes du générateur est égale à la puissance électrique totale consommée par le reste du circuit.

- Pour tout circuit, nous pouvons écrire :

$$\sum P_g = \sum P_u + \sum P_J \quad (6.2)$$

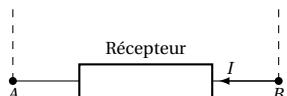
- $\sum P_g$ = somme des puissances générées par les générateurs;
- $\sum P_u$ = somme des puissances utiles converties par les récepteurs;
- $\sum P_J$ = somme des puissances joule.

La relation (6.2) ci-dessus traduit le principe de conservation de l'énergie pour un circuit électrique.

6.7 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Aux bornes d'un dipôle récepteur traversé par un courant d'intensité $I = 1,5\text{A}$ dans le sens indiqué sur le schéma, on mesure une tension $U = 24\text{V}$

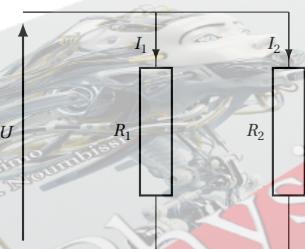


- 1.1. Mesure-t-on la tension U_{AB} ou la tension U_{BA} ?
- 1.2. Calculer la puissance électrique reçue par le dipôle.
- 1.3. Combien de temps le dipôle fonctionne-t-il si l'énergie électrique qu'il consomme vaut $W_{el} = 18\text{KJ}$?

Exercice 2.

Deux conducteurs ohmiques de résistance $R_1 = 100\Omega$ et $R_2 = 1000\Omega$ sont branchés en parallèle. Un dispositif maintient la tension $U = 200\text{V}$ entre leurs bornes.

- 2.1. Calculer les intensités I_1 et I_2 des courants traversant chaque dipôle.
- 2.2. Déterminer les puissances électriques P_{el1} et P_{el2} par chaque dipôle
- 2.3. Comparer P_{el1} et P_{el2} . Interpréter le résultat.



Exercice 3.

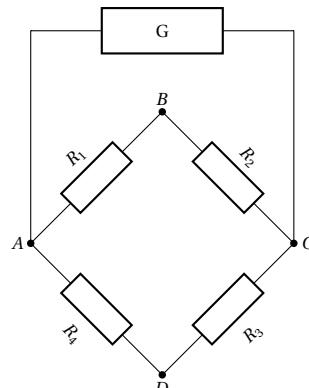
Deux conducteurs ohmiques de résistance $R_1 = 100\Omega$ et $R_2 = 300\Omega$ sont branchés en série. La tension aux bornes de l'ensemble est $U_{AB} = 200\text{V}$.

Calculer les puissances $(P_{el})_1$ et $(P_{el})_2$ absorbées par chaque dipôle.

Exercice 4.

Le montage dessiné à la figure ci-dessous, est alimenté par un générateur de tension continue G .

On connaît les résistances des conducteurs ohmiques : $R_1 = 10\Omega$; $R_2 = 20\Omega$; $R_3 = R_4 = 30\Omega$.



On mesure la tension $U_{AC} = 24\text{V}$.

- 4.1. Représenter sur une figure :
 - la position des pôles (+) et (-) du générateur;
 - les sens des courants électriques dans les branches du circuit.
- 4.2. Déterminer les points de fonctionnement de chaque dipôle en complétant le tableau suivant :

Dipôle	AB	BC	AD	DC
Intensité (A)				
Tension (V)				

- 4.3. Le générateur fournit à l'ensemble du circuit {AC} une énergie totale $W_{el} = 1440\text{J}$.

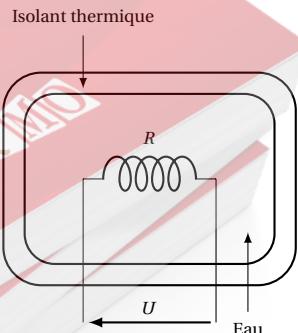
Quelle est la durée de fonctionnement?

- 4.4. W_1 étant l'énergie électrique consommée par le dipôle {DC}, déterminer le rapport :

$$x = \frac{W_1}{W_{el}}$$

Exercice 5.

Un cumulus électrique contient un volume $V = 300\text{L}$ d'eau à la température initiale de $\theta_1 = 10^\circ\text{C}$. Le système de chauffage est un conducteur ohmique de résistance R , supposée constante, branché sur la tension du secteur de valeur efficace $U = 220\text{V}$.



On veut porter cette eau à la température $\theta_2 = 80^\circ\text{C}$ pendant les six heures de la nuit où l'on bénéficie du tarif heures creuses (soit 50 francs par kWh).

- 5.1. Calculer la quantité de chaleur reçue par l'eau.

5.2. On considère que 30% de la chaleur totale Q_1 fournie par le conducteur ohmique par effet Joule est perdue (c'est-à-dire, n'est pas reçue par l'eau). Calculer Q_J .

5.3. En déduire l'énergie électrique W_{el} absorbée par le conducteur ohmique (en joule, puis en kWh) et la puissance électrique P_{el} nécessaire.

5.4. Déterminer la résistance électrique R qu'il faut choisir pour que le chauffage s'effectue dans la durée prescrite.

5.5. Calculer le coût du chauffage.

On donne :

- Chaleur massique de l'eau : $C_e = 4185 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
- Masse volumique de l'eau : $\mu = 1 \text{ kg L}^{-1}$.

Exercice 6.

On dispose d'un électrolyseur de f.c.é.m. E' et de résistance interne $r' = 0,5\Omega$. La tension à ses bornes est U_{AB} et l'intensité du courant qui le traverse est notée I .

6.1. A partir des valeurs du tableau ci-dessous, déterminer la valeur de E ;

6.2. Compléter les valeurs manquantes du tableau ci-dessous.

I (A)	2	4	
U_{AB} (V)	25	27	10

Exercice 7.

Un moteur électrique (f.c.é.m. E' , résistance interne $r' = 4\Omega$) reçoit, en régime permanent, une puissance électrique $P_{el} = 540 \text{ W}$ lorsque l'intensité I du courant qui le traverse à 10 A et qu'il tourne en fournissant du travail.

7.1. Déterminer la tension électrique à ses bornes

7.2. Déterminer la f.c.é.m. E'

7.3. Combien de temps faut-il le faire fonctionner pour que le travail transféré soit $W_{el} = 10^4 \text{ J}$

Exercice 8.

Un moteur électrique transforme 89% de l'énergie électrique qu'il reçoit en puissance mécanique disponible. Il fournit l'énergie mécanique $W_u = 271,4 \text{ kJ}$ pendant la durée $t = 3 \text{ min}$. On néglige tous les frottements mécaniques.

8.1. Déterminer la puissance utile P_{el}

8.2. En déduire la puissance électrique absorbée par le moteur.

8.3. Sachant que l'intensité qui le traverse vaut $I = 30 \text{ A}$. Déterminer les valeurs de E' et r' .

Exercice 9.

Un moteur électrique d'un sèche-cheveux porte les indications suivantes : 220 V ; 1320 W ; il est alimenté par une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U = 220 \text{ V}$. On admettra que les lois du courant continu sont applicables ici, la résistance interne du moteur étant $r' = 2\Omega$.

9.1. Déterminer la valeur de l'intensité efficace I du courant électrique circulant dans le moteur en régime normal.

9.2. Déterminer la puissance dissipée par effet Joule dans le bobinage du moteur.

9.3. En déduire la quantité de chaleur Q_0 dissipée par effet Joule dans le bobinage pour chaque minute de fonctionnement, en régime normal.

9.4. Par suite d'un accident, le moteur est brutalement empêché de tourner : il ne peut plus transférer de puissance mécanique.

Déterminer la nouvelle valeur de l'intensité efficace du courant circulant dans le circuit.

Evaluer la puissance dissipée par effet Joule dans le bobinage du moteur bloqué.

9.5. Déterminer le rapport de la quantité de chaleur Q_1 dissipée en une minute dans le moteur bloqué à celle, Q_0 dissipée pendant la même durée dans le moteur en fonctionnement normal.

Conclure.

Exercice 10.

Une pile ($E = 4,5 \text{ V}$; $r = 4\Omega$) fait circuler un courant électrique d'intensité $I = 0,5 \text{ A}$ dans un circuit fermé à ses bornes P et N .

10.1. Déterminer la tension U_{PN} ;

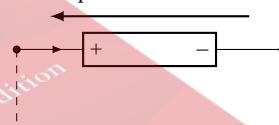
10.2. Déterminer la puissance électrique transférée au reste du circuit;

10.3. Déterminer l'énergie chimique convertie par le générateur après une durée de fonctionnement $t = 5 \text{ min}$.

Exercice 11.

On relève, pour une batterie d'accumulateurs les valeurs suivantes : $U = 24,2 \text{ V}$; $I = 0,2 \text{ A}$; résistance interne $r' = 0,1\Omega$.

11.1. La batterie fonctionne-t-elle dans le circuit en générateur ou en récepteur?



11.2. L'énergie électrique transférée est $W_{el} = 9680 \text{ J}$. Déterminer la durée t du transfert.

11.3. Faire un bilan des échanges d'énergie effectués par la batterie pendant la durée t ? Y-a-t-il augmentation ou diminution de ce stock.

11.4. Déterminer la quantité d'électricité (en Ah) qui circule pendant la durée t .

Exercice 12.

Une petite batterie d'accumulateur de f.é.m. $E = 6 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 0,2\Omega$ transfère, en régime permanent, une puissance électrique $P_{el} = 12 \text{ W}$ à un circuit branché à ses bornes.

12.1. Déterminer les deux valeurs I_1 et I_2 , à priori possibles, pour l'intensité du courant électrique dans ce circuit.

6.7. Enoncés des exercices et problèmes

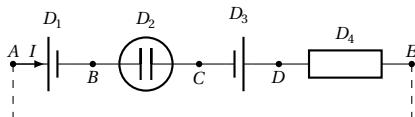
Déterminer, dans chaque cas, le rendement de la batterie.

12.2. L'intensité circulant dans un circuit dépend de sa composition ; la batterie alimente un circuit conçu pour que le rendement soit maximal. Des deux valeurs I_1 et I_2 quelle est celle qui convient ?

12.3. On fait fonctionner cette batterie pendant une heure ; faire un bilan d'énergie.

Exercice 13.

La portion de circuit AB de la figure ci-dessous est parcourue par un courant d'intensité $I = 2\text{ A}$ dans le sens indiqué.



On donne :

- Dipôle $D_1 : E_1 = 6\text{ V}; r_1 = 2\Omega;$
- Dipôle $D_2 : E_2 = 2\text{ V}; r_2 = 3\Omega;$
- Dipôle $D_3 : E_3 = 10\text{ V}; r_3 = 1\Omega;$
- Dipôle $D_4 : R = 10\Omega.$

13.1. Les dipôles D_1 et D_2 fonctionnent-ils en générateur ou en récepteur ?

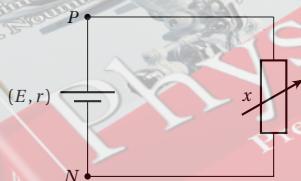
13.2. Déterminer les tensions U_{AB} ; U_{BC} ; U_{CD} ; U_{DE} .

13.3. Déterminer la tension U_{AE} et la puissance électrique P_{el} globalement transférée au dipôle $\{AE\}$.

Le dipôle $\{AE\}$ est-il globalement générateur ou récepteur ?

Exercice 14.

On considère le montage représenté ci-dessous dans lequel un générateur(f.e.m. $E = 12\text{ V}$; résistance interne $r = 4\Omega$) alimente un circuit constitué par un conducteur ohmique de résistance réglable X .



14.1. Déterminer, pour une valeur de X quelconque, l'intensité I du courant parcourant le circuit.

14.2. En déduire l'expression littérale de la puissance électrique P_{el} transférée par le générateur au reste du circuit.

14.3. Faire l'application numérique pour les différences valeurs de X du tableau ci-dessous :

$X (\Omega)$	0	2	4	6	8	10
$P_{el} (\text{W})$						

14.4. Tracer le graphique donnant P_{el} en fonction de X .

14.5. Montrer Graphiquement l'existence d'un maximum de transfert de puissance pour une valeur X_m à

déterminer.

Que vaut la puissance maximale P_m transférée ?

14.6. Pour montrer que le résultat précédent est général, utiliser l'expression de P_{el} en fonction de X trouvée à la question b).

Ecrire qu'au maximum de la fonction P_{el} , sa dérivée est nulle.

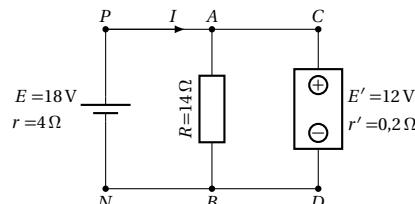
Calculer alors P_m et X_m . X_m Dépend-il de E , de r ?

14.7. On donne à X la valeur X_m , déterminer le rendement du générateur après avoir effectué un bilan de puissance.

Déterminer ce même rendement si $X = \frac{X_m}{2}$.

Exercice 15.

On utilise le montage de la figure ci-dessous pour charger une batterie. Pendant la charge, la batterie se comporte comme un récepteur de f.c.é.m. E' et de résistance interne r' .



Pour limiter l'intensité du courant dans la batterie, on utilise un conducteur ohmique de résistance $R = 14\Omega$.

15.1. Ecrire la tension U_{CD} .

Déterminer les intensités I , I_1 et I_2 dans chaque branche.

15.2. Calculer la durée de fonctionnement si on veut communiquer à cette batterie une charge électrique de 10Ah.

15.3. Déterminer le rendement énergétique de cette charge, c'est-à-dire le rapport entre l'énergie chimique stockée dans la batterie pendant la charge et de l'énergie électrique W_{el} transférée par le générateur au circuit.

Exercice 16.

Un circuit comprend en série :

- un générateur de force électromotrice E_1 et de résistance interne r_1 .
- un moteur de force contre-électromotrice E_2 et de résistance interne r_2 .
- un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$.

16.1. Le moteur tourne et fait monter verticalement une masse $m = 45\text{ kg}$ d'une hauteur $h = 2\text{ m}$ en 10 secondes. Les frottements sont négligés, $g = 10\text{ N/kg}$.

Dans ces conditions la puissance électrique consommée par le conducteur ohmique est $P = 40\text{ W}$. Le rendement du moteur est 0,9 à cause des pertes par effet Joule.

16.1.1. Quelle est la puissance mécanique utile du moteur ?

16.1.2. Quelle est la puissance électrique absorbée par le moteur ?

16.1.3. Quelle est la tension aux bornes du moteur ?

16.1.4. Quelles sont la force contre -électromotrice E_2 et la résistance interne r_2 du moteur ?

16.1.5. Quelle est la tension aux bornes du générateur?

16.2. Le moteur est bloqué (il se comporte comme un conducteur ohmique). L'intensité du courant $I = 4\text{ A}$.

16.2.1. Calculer la nouvelle tension aux bornes du générateur.

16.2.2. Calculer la force électromotrice E_1 et la résistance interne r_1 du générateur.

16.3. Le moteur tourne à nouveau et sa force contre électromotrice a la valeur E_2 trouvée précédemment.

On fait varier la valeur de R pour que l'intensité ait la valeur $1,5\text{ A}$.

16.3.1. Calculer la valeur de R (la valeur de E_1 ne change pas).

16.3.2. Quelle est la tension aux bornes du moteur?

16.3.3. Quelle est la puissance totale perdue par effet Joule dans le circuit.

Exercice 17.

Un moteur électrique est prévu pour fonctionner normalement sous une tension nominale $U_N = 6\text{ V}$.

La puissance électrique qu'il consomme alors vaut $P_N = 18\text{ W}$.

17.1. Quelle est l'intensité du courant qui traverse ce moteur en fonctionnement normal?

17.2. Ce moteur est branché aux bornes d'un générateur de f.é.m. $e = 7,5\text{ V}$ et de résistance interne $r = 0,2\Omega$. Un voltmètre indique que la tension aux bornes du générateur est $6,5\text{ V}$.

Quelle est l'intensité du courant qui traverse le moteur? Tirer une conclusion relative à l'effet Joule dans le moteur.

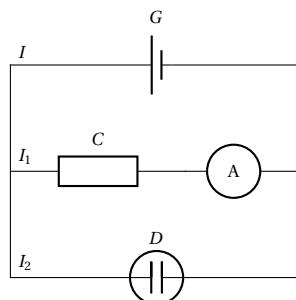
17.3. Pour faire fonctionner normalement ce moteur, on monte en série avec lui un résistor de résistance R . Calculer la valeur de R .

17.4. Le circuit précédent étant fermé, on bloque l'arbre du moteur. L'intensité dans le circuit est alors 10 A .

Calculer la résistance interne r' et la f.c.é.m. e' du moteur.

17.5. Quel est le rendement de ce moteur en fonctionnement normal?

Exercice 18.



On considère le circuit électrique suivant :

- A est un ampèremètre;
- G est un générateur de f.é.m. $E = 6\text{ V}$ et de résistance interne $r = 0,4\Omega$;
- C est un conducteur ohmique de résistance $R = 2\Omega$; il est plongé dans du pétrole contenu dans un calorimètre en laiton;
- D est un électrolyseur à acide sulfurique à électrode inattaquable.

18.1. L'ampèremètre indique une intensité $I_1 = 2,25\text{ A}$ dans le conducteur ohmique.

Calculer l'élévation de température dans le calorimètre au bout de 5 minutes.

On donne :

- masse du pétrole $m = 300\text{ g}$;
- chaleur massique du pétrole $C = 2100\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$;
- masse du calorimètre $m' = 150\text{ g}$;
- chaleur massique du laiton $C' = 400\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$.

18.2. Quelle est l'intensité I du courant débité par le générateur?

18.3. Quelle est la puissance électrique consommée par l'électrolyseur?

18.4. On se propose de tracer la caractéristique $U(I)$ de l'électrolyseur précédent.

18.4.1. On relève les couples de valeurs suivantes :

U (V)	0	1	1,5	2
I (A)	0	0	0	0,25
U (V)	2,5	3	3,5	4
I (A)	0,50	0,75	1,0	

Tracer la caractéristique $U(i)$.

Échelle 1 cm représente $0,1\text{ A}$ et 2 cm représente 1 V .

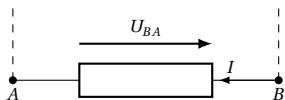
18.4.2. En déduire la f.c.é.m. et la résistance r' de l'électrolyseur.

6.8. Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 101)

1.1. Soit à dire laquelle des tensions U_{AB} ou U_{BA} , on mesure :

Aux borne d'un récepteur, la flèche-tension positive est opposée aux sens du courant. Ainsi, aux bornes du récepteur ci-dessous, on mesure la tension U_{BA} .



1.2. Puissance reçue par le dipôle.

Ce récepteur reçoit une puissance électrique P_{el} telle que :

$$P_{el} = U_{BA} \cdot I = 24 \times 1,5 = 36 \text{ W}$$

1.3. Durée de fonctionnement du dipôle :

$$W_{el} = P_{el} \cdot t \rightarrow t = W_{el} \frac{l}{P_{el}}$$

A.N. $W_{el} = 18 \text{ kJ}$; $P_{el} = 36 \text{ W}$;

$$t = 500 \text{ s} = 8 \text{ min} 20 \text{ s}$$

Solution 2. (p. 101)

2.1. Intensité des courants I_1 et I_2 .

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes des conducteurs ohmiques R_1 et R_2 .

$$U = R_1 \cdot I_1 \rightarrow I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{200}{100} = 2 \text{ A}$$

$$U = R_2 \cdot I_2 \rightarrow I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{200}{300} = 0,2 \text{ A}$$

2.2. Puissance consommée par chaque dipôle.

$$(P_{el})_1 = U \cdot I_1 = 200 \times 2 = 400 \text{ W}$$

$$(P_{el})_2 = U \cdot I_2 = 200 \times 0,2 = 40 \text{ W}$$

2.3. Comparons $(P_{el})_1$ et $(P_{el})_2$.

$$(P_{el})_1 > (P_{el})_2$$

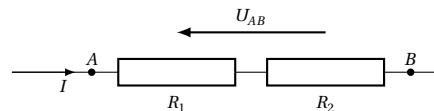
De plus

$$\frac{(P_{el})_1}{(P_{el})_2} = \frac{400}{40} = 10$$

Conclusion : la puissance consommée par un conducteur ohmique est inversement proportionnelle à la résistance du conducteur ohmique. En effet, $P = \frac{U^2}{R}$.

Solution 3. (p. 101)

Les deux conducteurs ohmiques étant associés en série, ils sont parcourus par le même courant.



Déterminons le point de fonctionnement (U, I) de chaque dipôle.

Pour déterminer I , calculons la résistance équivalente à R_1 et R_2 .

$$R_{AB} = R_1 + R_2 = 100 + 300 = 400 \Omega$$

La loi d'Ohm appliquée au dipôle AB permet d'écrire :

$$U_{AB} = R_{AB} \cdot I \rightarrow I = \frac{U_{AB}}{R_{AB}}$$

$$\text{A.N. } I = \frac{200}{400} = 0,5 \text{ A.}$$

La loi d'Ohm appliquée à chaque dipôle permet de calculer la tension à ses bornes :

$$U_1 = R_1 \cdot I = 100 \cdot 0,5 = 50 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I = 300 \cdot 0,5 = 150 \text{ V}$$

Pour le conducteur ohmique de résistance R_1 , son point de fonctionnement est :

$$U_1 = 150 \text{ V} \quad I = 0,5 \text{ A}$$

Pour le conducteur ohmique de résistance R_2 , son point de fonctionnement est :

$$U_2 = 50 \text{ V} \quad I = 0,5 \text{ A}$$

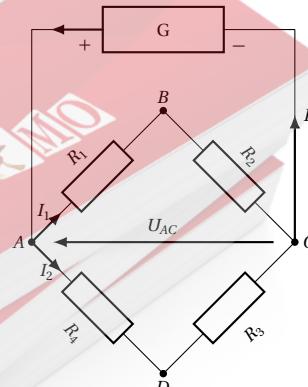
Les puissances électriques absorbées sont donc :

$$(P_{el})_1 = U \cdot I_1 = 50 \times 0,5 = 25 \text{ W}$$

$$(P_{el})_2 = U \cdot I_2 = 150 \times 0,5 = 75 \text{ W.}$$

Solution 4. (p. 101)

4.1. Pôle du générateur et sens des courants électriques dans les branches du circuit :



La tension $U_{AC} = V_A - V_C$ est positive; donc : $V_A > V_C$.
A et C étant directement connectés aux bornes du gé-

nérateur, nous concluons que le pôle du générateur connecté au point A est la borne (+), l'autre étant la borne (-).

Etant donné que le courant continu sort du générateur par sa borne (+), on peut ainsi suivre ce courant dans les différentes branches du circuit; d'où la figure suivante :

4.2. Déterminons les points de fonctionnement de chaque dipôle :

Pour calculer l'intensité du courant I_1 , appliquons la loi d'Ohm au dipôle (ABC) après avoir calculé la résistance équivalente à ce dipôle :

$$R_{ABC} = R_1 + R_2 = 10 + 20 = 30\Omega$$

$$U_{AC} = R_{ABC} \cdot I_1 \rightarrow I_1 = \frac{U_{AC}}{R_{ABC}}$$

$$I_1 = \frac{24}{30} = 0,8\text{A}$$

En procédant de la même manière pour le dipôle ADC, on a :

$$R_{ADC} = R_4 + R_3 = 30 + 30 = 60\Omega$$

$$U_{AC} = R_{ADC} \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{U_{AC}}{R_{ADC}}$$

$$I_2 = \frac{24}{60} = 0,4\text{A}$$

Connaissant l'intensité du courant qui traverse chaque conducteur ohmique, nous pouvons calculer la tension à ses bornes en appliquant la loi d'Ohm. Ainsi, on a :

$$U_{AB} = R_1 \cdot I_1 = 10 \times 0,8 = 8\text{V}$$

$$U_{BC} = R_2 \cdot I_1 = 20 \times 0,8 = 16\text{V}$$

$$U_{AD} = R_4 \cdot I_2 = 30 \times 0,4 = 12\text{V}$$

$$U_{DC} = R_3 \cdot I_2 = 30 \times 0,4 = 12\text{V}$$

D'où le tableau des points de fonctionnement.

Dipôle	AB	BC	AD	DC
Intensité (A)	0,8	0,8	0,4	0,4
Tension (V)	8	16	12	12

4.3. Durée de fonctionnement :

Exprimons d'abord la puissance électrique absorbée par le dipôle AC.

$$P_{el} = U_{AC} \cdot I$$

avec $I = I_1 + I_2$

$$P_{el} = U_{AC} \cdot (I_1 + I_2)$$

Exprimons ensuite le travail électrique W_{el} correspondant à cette puissance.

$$W_{el} = P_{el} \cdot t = U_{AC} \cdot (I_1 + I_2) \cdot t$$

D'où l'on tire :

$$t = \frac{W_{el}}{U_{AC}(I_1 + I_2)} = \frac{1440}{24(0,8 + 0,4)} = 50\text{s}$$

Autre méthode de Résolution.

On peut remarquer que la puissance électrique totale consommée par le dipôle AC est :

$$P_{el} = P_{el}(AB) + P_{el}(BC) + P_{el}(AD) + P_{el}(DC)$$

$$= U_{AB} \cdot I_1 + U_{BC} \cdot I_1 + U_{AD} \cdot I_2 + U_{DC} \cdot I_2$$

A l'aide du tableau ci-dessus, nous pouvons calculer P_{el} .

$$\begin{aligned} P_{el} &= 8 \times 0,8 + 16 \times 0,8 + 12 \times 0,4 + 12 \times 0,4 \\ &= 28,8\text{W} \end{aligned}$$

$$W_{el} = P_{el} \cdot t \rightarrow t = \frac{W_{el}}{P_{el}} = \frac{1440}{28,8} = 50\text{s}$$

$$4.4. \text{ Rapport } \chi = \frac{W_1}{W_{el}}$$

$$\begin{aligned} W_1 &= P_{el}(DC) \cdot t = U_{DC} \cdot I_2 \cdot t \\ &= 12 \times 0,4 \times 50 = 240\text{J} \end{aligned}$$

Le rapport est donc :

$$\chi = \frac{W_1}{W_{el}} = \frac{240}{1440} = 0,167$$

Solution 5. (p. 101)

5.1. Quantité de chaleur Q_e reçue par l'eau.

$$Q_e = m \cdot C_e \cdot \Delta\theta$$

Où $m = \rho \cdot V$ = masse de l'eau. $C_e = 4185 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ est la chaleur massique de l'eau.

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ est l'élévation de température. Donc :

$$Q_e = \mu \cdot V \cdot C_e (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\text{A.N. } \mu = 1 \text{ kg L}^{-1}; C_e = 4185 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1};$$

$$V = 300 \text{ L}; \theta_1 = 10^\circ\text{C}; \theta_2 = 80^\circ\text{C}$$

$$Q_e = 87885 \cdot 10^3 \text{ J}$$

5.2. Calcul de Q_J .

Soit Q_p , la quantité de chaleur perdue.

$Q_J = Q_e + Q_p$ Où Q_J est la quantité de chaleur fournie par effet Joule par le conducteur ohmique.

$$\text{Or } Q_p = \frac{30}{100} \cdot Q_J$$

$$Q_J = Q_e + \frac{30}{100} Q_J \rightarrow Q_e = \frac{70}{100} \cdot Q_J$$

d'où l'on tire :

$$Q_J = \frac{100}{70} \cdot Q_e$$

$$\text{A.N. } Q_e = 87885 \times 10^3 \text{ J}; Q_J = 12555 \times 10^4 \text{ J}$$

5.3. Énergie électrique W_{el} absorbée par le conducteur ohmique.

Cette énergie électrique est égale à la quantité de chaleur totale fournie par le conducteur ohmique.

5.3.1. en joule :

$$W_{el} = Q_J = 12555 \cdot 10^4 \text{ J}$$

5.3.2. en kWh :

$$W_{el} = \frac{12555 \cdot 10^4}{3600} = 34,9 \text{ kWh}$$

Puissance électrique P_{el} correspondante :

$$P_{el} = P_{el} \cdot t \rightarrow P_{el} = \frac{W_{el}}{t}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N. } W_{el} &= 12555 \times 10^4 \text{ J}; t = 6 \text{ h} = 6 \times 3600 = 21600 \text{ s}; \\ P_{el} &= 5812,5 \text{ W}. \end{aligned}$$

6.8. Solutions des exercices et problèmes

5.4. Valeur de la résistance R .

$$P_{el} = U I = \frac{U^2}{R} \rightarrow R = \frac{U^2}{P_{el}}$$

$$R = \frac{220^2}{5812,5} = 8,3 \Omega$$

5.5. Coût du chauffage :

Soit c ce coût et p le prix unitaire du kWh.
 $c = W_{el} \cdot p = 34,9 \cdot 50 = 1745$ francs

Solution 6. (p. 102)

6.1. Valeur de E' .

Appliquons la loi d'ohm au borne de l'électrolyseur :

$$U_{AB} = E' + rI \rightarrow E' = U_{AB} - r \cdot I$$

D'après le tableau, pour $U_{AB} = 25\text{V}$, $I = 2\text{A}$. Donc

$$E' = 25 - 0,5 \times 2 = 24\text{V}$$

Complétons les valeurs manquantes du tableau.

- Pour $U_{AB} = 27\text{V}$, calculons I .

D'après la loi d'Ohm appliquée à l'électrolyseur,

$$I = \frac{U_{AB} - E'}{r'} = \frac{27 - 24}{0,5} = 6\text{A}$$

- Pour $I = 4\text{A}$,

$$U_{AB} = 24 + 0,5 \times 4 = 26\text{V}$$

- Pour $U_{AB} = 10\text{V}$, U_{AB} est inférieur à E' ($= 24\text{V}$). Dans ces conditions, aucun courant ne traverse l'électrolyseur $I = 0$.

I (A)	2	6	4	0
U_{AB} (V)	25	27	26	10

Solution 7. (p. 102)

7.1. Tension électrique U_{AB} aux bornes du moteur :



La puissance électrique reçue par le moteur a pour expression :

$$P_{el} = U_{AB} \cdot I \rightarrow U_{AB} = \frac{P_{el}}{I}$$

$$\text{A.N. } U_{AB} = \frac{540}{10} = 54\text{V.}$$

7.2. Force contre électromotrice E' .

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes du moteur :

$$U_{AB} = E' + r'I \rightarrow E' = U_{AB} - r'I$$

$$\text{A.N. } E' = 54 - 4 \cdot 10 = 14\text{V.}$$

7.3. Durée de fonctionnement du moteur pour qu'il effectue un travail utile $W_u = 10^4\text{J}$.

$W_u = P_u \cdot t$ avec $P_u = E'I$ pour un moteur. Donc

$$W_u = E' \cdot I \cdot t \rightarrow t = \frac{W_u}{E' \cdot I}$$

$$\text{A.N. } t = \frac{10^4}{14 \times 10} = 71,4\text{s.}$$

Solution 8. (p. 102)

8.1. Puissance utile P_u du moteur.

$$W_m = P_u \cdot t \rightarrow P_u = \frac{W_m}{t}$$

$$\text{A.N. } W_u = 271,4\text{ kJ} = 271,4 \times 10^4\text{ J}; t = 3\text{ min} = 180\text{ s};$$

$$P_u = 1508\text{W}$$

8.2. Puissance électrique absorbée par le moteur.

$$\frac{P_u}{P_{el}} \rightarrow P_{el} = \frac{100 \cdot P_u}{89}$$

$$\text{A.N. } P_u = 1508\text{W}; P_{el} = 1694,4\text{W.}$$

8.3. Valeur de r' et de r .

$$P_u = E' \cdot I \rightarrow E' = \frac{P_u}{I}$$

$$\text{A.N. } P_u = 1508\text{W}; I = 30\text{A}; E' = 50,3\text{V.}$$

Valeur de r' .

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes du moteur.

$$U_{AB} = E' + r'I \rightarrow r' = \frac{U_{AB} - E'}{I}$$

U_{AB} est liée à la puissance P_{el} par la relation :

$$P_{el} = U_{AB} \cdot I$$

$$\rightarrow U_{AB} = \frac{P_{el}}{I}$$

$$U_{AB} = \frac{1694,4}{30} = 56,5\text{V}$$

$$r' = \frac{56,5 - 50,3}{30} = 0,20\Omega$$

Solution 9. (p. 102)

9.1. Valeur de l'intensité I du courant :

Les indications 220V et 1320W signifie que le moteur électrique consomme une puissance électrique $P_{el} = 1320\text{W}$ lorsqu'on applique à ses bornes une tension $U_{AB} = 220\text{V}$.

Or

$$P_{el} = U_{AB} \cdot I \rightarrow I = \frac{P_{el}}{U_{AB}}$$

$$\text{A.N. } P_{el} = 1320\text{W}; U_{AB} = 220\text{V.}$$

$$I = 6\text{A}$$

9.2. Puissance dissipée par effet Joule.

$$P_J = r' \cdot I^2$$

$$\text{A.N. } P_J = 2 \times 6 \times 6 = 72\text{W.}$$

9.3. Quantité de chaleur dissipée par effet Joule.

$$Q_0 = P_J \cdot t$$

$$\text{A.N. } P_J = 72\text{W}; t = 1\text{ min} = 60\text{s};$$

$$Q_0 = 72 \times 60 = 4320\text{J}$$

9.4. Nouvelle valeur de l'intensité I' du courant dans le circuit.

Lorsque le moteur est bloqué, $E' = 0$ le moteur se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r' .

Appliquons la loi d'Ohm au moteur bloqué.

$$U_{AB} = r' I' \rightarrow I' = \frac{U_{AB}}{r'}$$

$$\text{A.N. } I' = \frac{220}{2} = 110\text{ A}$$

Puissance dissipée par effet Joule dans le moteur bloqué :

$$P_J' = r' \cdot I'^2$$

A.N. $P_J' = 2 \times 110^2 = 24200\text{ W}$. Déterminons le rapport

$$\chi = \frac{Q_J}{Q_0}$$

Calculons d'abord la quantité de chaleur Q_J dissipée en une minute de moteur bloqué

$$Q_J = P_J' \cdot t = 24200 \times 60 = 1452000\text{ J}$$

Déterminons alors le rapport :

$$\frac{Q_J}{Q_0} = \frac{1452000}{4300} = 336,11$$

Conclusion : Dans le moteur électrique bloqué parcouru par un courant, la quantité de chaleur dissipée par effet Joule est beaucoup plus importante que celle dissipée lorsque le moteur fonctionne normalement. Le moteur bloqué parcouru par un courant s'échauffe alors de manière importante et est rapidement endommagé.

Solution 10. (p. 102)

10.1. Tension U_{PN} .

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes de la pile.

$$U_{PN} = E - r \cdot I$$

$$\text{A.N. } E = 4,5\text{ V}; r = 4\Omega; I = 0,5\text{ A}$$

$$U_{PN} = 2,5\text{ V}$$

10.2. Puissance électrique transférée au reste du circuit :

$$P_{el} = U_{PN} \cdot I = 2,5 \times 0,5 = 1,25\text{ W}$$

10.3. Energie chimique convertie par le générateur en une durée de $t = 5\text{ min}$.

$$W_g = P_g \cdot t = E \cdot I \cdot t$$

$$\text{A.N. } E = 4,5\text{ V}; I = 0,5\text{ A};$$

$$t = 5\text{ min} = 5 \times 60 = 300\text{ s} \rightarrow W_g = 675\text{ J}$$

Solution 11. (p. 102)

11.1. La batterie fonctionne en générateur ou en récepteur ?

Quand la batterie fonctionne en générateur, la flèche-tension positive et le courant ont le même sens.

De plus, le courant sort d'un générateur par sa borne (+). Or sur le circuit ci-dessus, on constate que le courant sort de la batterie par la borne (-) et que la flèche-tension positive et le courant ont des sens opposés.

Donc dans le circuit ci-dessus, la batterie fonctionne en récepteur.

11.2. Durée t nécessaire pour transférer une énergie W_{el}

Lorsque la batterie fonctionne en récepteur, on a :

$$P_{el} = U \cdot I \rightarrow W_{el} = P_{el} \cdot t = U \cdot I \cdot t$$

$$t = \frac{W_{el}}{U \cdot I} = \frac{9680}{24,2 \times 0,2} = 2000\text{ s} = 33\text{ min } 20\text{ s}$$

11.3. Bilan des échanges d'énergie effectués par la batterie :

■ La batterie reçoit une énergie électrique :

$$W_{el} = 9680\text{ J}$$

Elle dissipe par effet Joule une partie décette énergie :

$$W_J = r \cdot I^2 \cdot t = 0,1 \times 0,2^2 \times 2000 = 8\text{ J}$$

■ Le reste de l'énergie reçue est transféré en travail utile (sous forme chimique).

$$W_u = W_{el} - W_J = 9680 - 8 = 9672\text{ J}$$

11.4. Variation du stock d'énergie chimique :

Le stock d'énergie chimique dans la batterie varie de la même quantité que le travail utile ci-dessus.

$$\Delta E_{\text{chimique}} = 9672\text{ J}$$

Il y a augmentation de ce stock

11.5. Quantité d'électricité (en Ah) ayant circulé pendant la durée t .

$$Q = I \cdot t = 0,2 \times 2000 = 400\text{ C}$$

$$\text{Sachant que } 1\text{ Ah} = 3600\text{ C}, Q = \frac{400}{3600} = 0,11\text{ Ah.}$$

Solution 12. (p. 102)

12.1. Valeurs de I_1 et I_2 à priori possibles :

La puissance électrique transférée au circuit par le générateur est : $P_{el} = U_{PN} \cdot I$ avec $U_{PN} = E - rI$, donc :

$$P_{el} = (E - rI) \cdot I = EI - rI^2$$

En remplaçant chaque grandeur connue par sa valeur numérique, nous avons :

$$12 = 6I - 0,2I^2 \quad (\text{S6.1})$$

(S6.1) est une équation du second degré à une inconnue I , dont la résolution donne pour solutions :

$$I_1 = 27,84\text{ A}$$

$$I_2 = 2,15\text{ A}$$

Déterminons pour chaque cas le rendement de la batterie.

$$\eta = \frac{P_{el}}{P_g} = \frac{U_{PN} \cdot I}{E \cdot I} = \frac{U_{PN}}{E}$$

Calculons alors U_{PN} dans chaque cas.

$$(U_{PN})_1 = E - r \cdot I_1$$

$$(U_{PN})_1 = 6 - 0,2 \times 27,84 = 0,432\text{ V}$$

$$(U_{PN})_2 = E - r \cdot I_2$$

$$(U_{PN})_2 = 6 - 0,2 \times 2,15 = 5,57\text{ V}$$

Pour $I = I_1$:

$$\eta_1 = \frac{(U_{PN})_1}{E} = \frac{0,432}{6} = 7,2\%$$

Pour $I = I_2$:

$$\eta_2 = \frac{(U_{PN})_2}{E} = \frac{5,57}{6} = 92,8\%$$

6.8. Solutions des exercices et problèmes

12.2. L'intensité du courant pour laquelle le rendement du générateur est maximal est :

$$I = I_2 = 2,15 \text{ A}$$

Le rendement de batterie est alors :

$$\eta_2 = 0,928$$

Bilan d'énergie de la batterie lorsqu'elle fonctionne pendant une durée $t = 1 \text{ h}$.

- L'énergie générée par la batterie est :

$$W_g = P_g \cdot t = E \cdot I_2 \cdot t$$

$$W_g = 6 \times 2,15 \times 3600 = 46440 \text{ J}$$

- La partie de cette énergie convertie en énergie utile est :

$$W_{el} = P_{el} = U_{PN} \cdot I_2 \cdot t$$

$$W_{el} = 5,57 \times 2,15 \times 3600 = 4311,8 \text{ J}$$

- Le reste de l'énergie générée est dissipé par effet Joule dans le générateur :

$$W_J = r \cdot I_2^2 \cdot t$$

$$W_J = 0,2 \times (2,15)^2 \times 3600 = 3328,2 \text{ J}$$

Ainsi, nous constatons que :

$$W_g = W_{el} + W_J$$

Solution 13. (p. 103)

13.1. D_1 et D_2 fonctionnent en générateur ou récepteur?

Suivant le sens du courant,

- D_1 est récepteur;
- D_2 est générateur.

13.2. Déterminons les tensions U_{AB} ; U_{BC} ; U_{CD} ; U_{DE} .

Appliquons la loi d'Ohm successivement aux dipôle D_1 , D_2 , D_3 et D_4

$$D_1 : U_{AB} = E_1 + r_1 \cdot I = 6 + 2 \times 2 = 10 \text{ V}$$

$$D_2 : U_{BC} = E_2 + r_2 \cdot I = 2 + 3 \times 2 = 8 \text{ V}$$

$$D_3 : U_{DC} = E_3 - r_3 \cdot I = 10 + 1 \times 2 = 8 \text{ V}$$

$$U_{DC} = 8 \text{ V} \rightarrow U_{CD} = -8 \text{ V}$$

$$D_4 : U_{DE} = R \cdot I = 10 \times 2$$

13.3. Puissance électrique absorbée par D_1 est :

$$P_{el} = U_{AB} \cdot I = 10 \times 2 = 20 \text{ W}$$

13.4. La tension U_{AE} :

D'après la loi d'additivité des tensions,

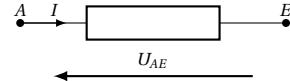
$$U_{AE} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE}$$

$$U_{AE} = 10 + 8 - 8 + 20 = 30 \text{ V}$$

Puissance électrique globalement transférée au dipôle $\{AE\}$.

$$P_{el} = U_{AE} \cdot I = 30 \cdot 2 = 60 \text{ W}$$

Le dipôle $\{AE\}$ est-il globalement générateur ou récepteur?



$$U_{AE} = 30 \text{ V} > 0 \rightarrow V_A - V_E > 0 \rightarrow V_A > V_E$$

Par ailleurs nous constatons que le courant sort de ce dipôle par le pôle ayant le potentiel le plus-bas. Or nous savons que pour un dipôle générateur, le courant sort par sa borne (+) c'est-à-dire le pôle ayant le potentiel le plus élevé. Donc globalement, le dipôle $\{AE\}$ se comporte comme un récepteur.

Solution 14. (p. 103)

14.1. Intensité I du courant en fonction de x :

Appliquons la loi de Pouillet à ce circuit

$$I = \frac{E}{r+x}$$

Application numérique : $E = 12 \text{ V}$; $r = 4 \Omega$;

$$I = \frac{12}{4+x}$$

14.2. La puissance électrique P_{el} transférée par le générateur au reste du circuit :

$$P_{el} = U_{PN} \cdot I \text{ avec } U_{PN} = E - rI = xI$$

Donc :

$$P_{el} = xI^2 = x \left(\frac{12}{x+4} \right)^2 = \frac{144}{(x+4)^2}$$

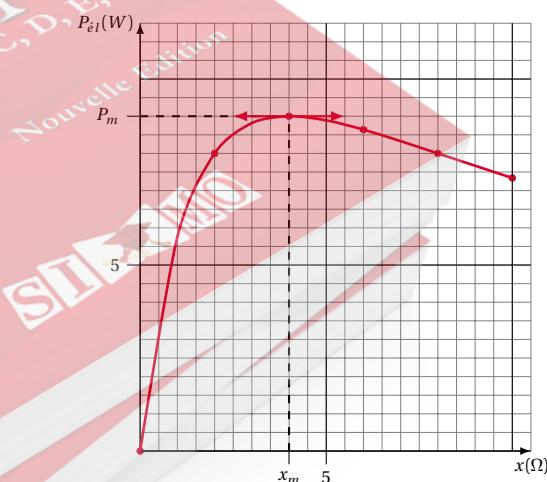
$$P_{el} = \frac{144}{(x+4)^2}$$

14.3. Complétons la tableau :

$X (\Omega)$	0	2	4	6	8	10
$P_{el} (\text{W})$	0	8	9	8,64	8	7,34

14.4. Courbe $P_{el} = f(x)$:

Voir courbe ci-dessous.



14.5. Existence d'un maximum de P_{el} :

La courbe $P_{el} = f(x)$ montre un maximum à

$$x = x_m = 4\Omega.$$

La puissance maximale P_m transférée est alors : $P_m = 9W$.

14.6. Généralisation du résultat obtenu graphiquement :

La puissance électrique transférée P_{el} est une fonction de x .

$$P_{el} = f(x) = \frac{144x}{(x+4)^2}$$

Calculons la fonction dérivée $f'(x)$:

$$f'(x) = \frac{144(x+4)^2 - 144 \cdot 2 \cdot (x+4)}{(x+4)^4}$$

$$f'(x) = \frac{144(x+4)(4-x)}{(x+4)^2}$$

En admettant qu'au maximum de la fonction $P_{el} = f(x)$, sa dérivée $f'(x)$ s'annule, nous avons donc :

$$x+4=0 \rightarrow x=x_m=-4$$

$$\text{ou } 4-x=0 \rightarrow x=x_m=4$$

Des deux valeurs de $x_m = \pm 4$, nous retenons la valeur positive $x_m = 4\Omega$.

Calculons alors P_m :

$$P_m = \frac{144x_m}{(x_m+4)^2} = 9W$$

Pour obtenir $f'(x)=0$, nous savons que :

$$x=r=4$$

Donc x_m dépend de r et pas de E .

Pour $x=x_m$, faisons la bilan de puissance du générateur.

$$\text{Pour } x=x_m, I = \frac{E}{r+x_m} = \frac{12}{4+4} = 1,5A.$$

■ La puissance générée par le générateur est :

$$P_g = E \cdot I = 12 \times 1,5 = 18W$$

■ La puissance dissipée par effet Joule est :

$$P_j = rI^2 = 4 \cdot 1,5^2 = 9W$$

■ La puissance utile fournie au reste du circuit est :

$$P_u = U_{PN} \cdot I \text{ avec } U_{PN} = E - rI = 12 - 4 \cdot 1,5 = 6V$$

Donc $P_u = 6 \cdot 1,5 = 9W$. Le rendement du générateur est donc :

$$\eta = \frac{P_u}{P_g} = \frac{9}{18} = 0,5 = 50\%$$

Calculons le rendement du générateur pour $x = \frac{x_m}{2}$.

$$\text{Pour } x = \frac{x_m}{2} = 2\Omega, I = I' = \frac{12}{4+2} = 2A.$$

$$P'_g = E \cdot I'$$

$$P'_g = 12 \times 2 = 24W$$

$$P'_j = r \cdot I'^2 = 4 \times 2^2 = 16W$$

$$P'_u = U'_{PN} \cdot I' \text{ avec }$$

$$U'_{PN} = E - r \cdot I' = 12 - 4 \cdot 2 = 4V$$

$$P'_u = 4 \cdot 2 = 8W$$

Le rendement du générateur devient alors :

$$\eta' = \frac{P'_u}{P'_j} = \frac{8}{24} = 0,33 = 33,3\%$$

Solution 15. (p. 103)

15.1. Tension U_{CD} .

Le branchement des dipôles est tel que les points P, A et C ont le même potentiel :

$$V_P = V_A = V_C$$

De même les points N, B et D ont le même potentiel :

$$V_N = V_B = V_D$$

$$\text{Ainsi, } V_C - V_D = V_A - V_B = V_P - V_N.$$

Donc :

$$U_{CD} = E' + r'I_2 \quad (\text{S6.1})$$

$$U_{CD} = U_{AB} = RI_1 \quad (\text{S6.2})$$

$$U_{CD} = U_{PN} = E - RI \quad (\text{S6.3})$$

Calcul des intensités I, I_1 et I_2 .

Des relations (S6.1), (S6.2) et (S6.3), nous avons :

$$E' + r'I_2 = RI_1 \quad (\text{S6.4})$$

$$E + rI = RI_1 \quad (\text{S6.5})$$

(S6.4) et (S6.5) constituent un système de deux équations à 3 inconnues. Nous allons y adjoindre une troisième équation contenant les 3 inconnues en écrivant la loi des noeuds au point A . Ainsi,

$$I = I_1 + I_2 \quad (\text{S6.6})$$

Réécrivons le système d'équations en remplaçant les grandeurs connues par leurs valeurs numériques :

$$\begin{cases} 12 + 0,2I_2 = 14I_1 \\ 18 - 4I = 14I_1 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équation par la méthode de substitution donne :

$$I_1 = 0,866A;$$

$$I_2 = 0,603A;$$

$$I = 1,47A$$

Calcul de U_{CD} :

En utilisant (au choix) l'une des relations (S6.1), (S6.2) ou (S6.3) ci dessus, nous avons :

$$U_{CD} = 12,1V$$

15.2. Durée de fonctionnement si on veut communiquer à la batterie une charge de 10Ah.

$$Q = I_2 \cdot t \rightarrow t = \frac{Q}{I_2}$$

A.N. : Pour $Q = 10Ah; I_2 = 0,603A$;

$$t = 16,58h \approx 995 \text{ min}$$

15.3. Rendement énergétique de cette charge.

6.8. Solutions des exercices et problèmes

Par définition (voir énoncé) de ce rendement,

$$\eta = \frac{W_u(\text{batterie})}{W_{el}(\text{générateur})}$$

or $W_u = E' \cdot I_2 \cdot t$ et $W_{el} = U_{PN} \cdot I \cdot t$
Donc :

$$\eta = \frac{E' \cdot I_2}{U_{PN} \cdot I}$$

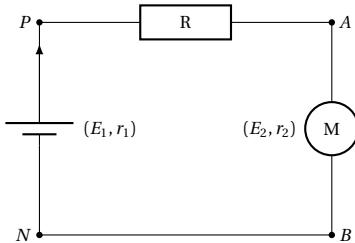
A.N. : $E' = 12\text{V}$; $I_2 = 0,603\text{A}$;

$U_{PN} = U_{CD} = 12,1\text{V}$; $I = 1,47\text{A}$.

$$\eta = 0,407 = 40,7\%$$

Solution 16. (p. 103)

Schéma du circuit :



16.1.

16.1.1. Puissance mécanique utile du moteur :

En tournant, le moteur effectue un travail utile :

$$W_u = mg h$$

Qui correspond à l'opposé du travail de la masse au cours de la montée la puissance utile du moteur vaut alors :

$$P_u = \frac{W_u}{t} = \frac{mg h}{t}$$

A.N. $P_u = 90\text{W}$.

16.1.2. Puissance absorbée par le moteur :

D'après la définition du rendement du moteur,

$$\eta = \frac{P_u}{P_{el}} \rightarrow P_{el} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{90}{0,9} = 100\text{W}$$

$$P_{el} = 100\text{W}$$

16.1.3. Tension U_{AB} aux bornes du moteur :

$$P_{el} = U_{AB} \cdot I \rightarrow U_{AB} = \frac{P_{el}}{I}$$

Déterminons alors I à partir de la puissance consommée par le conducteur ohmique :

$$P_R = RI_2$$

$$\rightarrow I_2 = \frac{P_R}{R} = \frac{40}{10} = 4$$

$$\rightarrow I = 2\text{A}$$

Calcul de U_{AB} :

$$P_{el} = 100\text{W}$$

$$I = 2\text{A}$$

$$U_{AB} = \frac{100}{2} = 50\text{V}$$

16.1.4. Calcul de E_2 et r_2 :

$$P_u = E_2 \cdot I$$

$$\rightarrow E_2 = \frac{P_u}{I} = \frac{90}{2} = 45\text{V}$$

$$E_2 = 45\text{V}$$

$$U_{AB} = E_2 + r_2 I \rightarrow r_2 = \frac{U_{AB} - E_2}{I}$$

A.N. $r_2 = 2,5\Omega$.

16.1.5. Tension aux bornes du générateur :

$$U_{PN} = U_{PA} + U_{AB}$$

$$= U_R + U_{AB} = RI + U_{AB}$$

A.N. $U_{PN} = 70\text{V}$.

16.2. Le moteur est bloqué :

16.2.1. Nouvelle tension aux bornes du générateur :

$$U'_{PN} = U'_{PA} + U'_{AB}$$

avec $U'_{PA} = RI'$ (nouvelle tension aux bornes du conducteur ohmique).

$U'_{AB} = E'_2 + r_2 I'$ où $E'_2 = 0$ est la nouvelle tension aux bornes du moteur bloqué.

Donc :

$$U'_{PN} = RI' + r_2 I' = (R + r_2)I'$$

A.N. : $U'_{PN} = 50\text{V}$.

16.2.2. E_1 et r_1 .

Considérons les deux états du circuit où le moteur fonctionne et où il est bloqué. Appliquons la loi d'Ohm aux bornes du générateur dans les deux états :

Etat 1 :

$$U_{PN} = E_1 - r_1 I \rightarrow 70 = E_1 - 2r_1 \quad (\text{S6.1})$$

Etat 2 :

$$U'_{PN} = E_1 - r_1 I' \rightarrow 50 = E_1 - 4r_1 \quad (\text{S6.2})$$

(S6.1) et (S6.2) constituent un système de 2 équations à 2 inconnues (E_1 et r_1).

La résolution de ce système d'équation nous donne : $r_1 = 10\Omega$ et $E_1 = 90\text{V}$.

16.3. Le moteur tourne à nouveau; $I' = 1,5\text{A}$.

16.3.1. Valeur de R' :

$$U_{PN} = E_1 - r_1 \cdot I'$$

$$U_{PN} = U'_{PA} = R' \cdot I' + E_2 + r_2 \cdot I'$$

Donc :

$$E_1 - r_1 I' = R' I' + E_2 + r_2 I'$$

$$\rightarrow E_1 - E_2 = (R' + r_1 + r_2)I'$$

$$\rightarrow R' + r_1 + r_2 = \frac{E_1 - E_2}{I'}$$

Donc :

$$R' = \frac{E_1 - E_2}{I'} - r_1 - r_2$$

A.N. : $R' = 17,5\Omega$.

16.3.2. Nouvelle tension aux bornes du moteur :

$$U'_{AB} = E_2 + r_2 \cdot I' = 45 + 2,5 \times 1,5 = 48,75\text{V}$$

16.3.3. Puissance totale perdue par effet joule dans le cir-

cuit :

$$\begin{aligned} P_J &= P_J(\text{générateur}) + P_J(R) + P_J(\text{moteur}) \\ &= r_1 I'^2 + R'^2 + r_2 I'^2 \\ &= (r_1 + R' + r_2) I'^2 \end{aligned}$$

A.N. : $P_J = 67,5 \text{ W}$.

Solution 17. (p. 104)

17.1. Intensité du courant dans le moteur :

Pour un moteur, la puissance consommée est

$$P_{el} = U \cdot I \rightarrow I = \frac{P_{el}}{U}$$

Pour $P_{el} = P_N$; $U = U_N$; $I_N = \frac{P_N}{U_N}$.

A.N. $P_N = 18 \text{ W}$; $U_N = 6 \text{ V}$; $I_N = 3 \text{ A}$.

17.2. Nouvelle intensité du courant dans le moteur :

Le générateur et le moteur sont parcourus par la même intensité du courant I' aux bornes du moteur :

$$U_{PN} = e - rI' \rightarrow I = \frac{e - U_{PN}}{r}$$

A.N. : $e = 7,5 \text{ V}$; $U_{PN} = 6,5 \text{ V}$; $r = 0,2 \Omega$; $I' = 5 \text{ A}$.

Dans ce cas $I' > I_N$. Le moteur est traversé par un courant d'intensité supérieure à l'intensité nominale; il chauffe anormalement.

17.3. Valeur de R :

$$U_{PN} = U_{PA} + U_{AB} + U_{BN} \quad (\text{S6.1})$$

avec $U_N = 0$, $U_{PA} = R \cdot I_N$ et $U_{AB} = U_N$, pour $I = I_N$ ou $U_{PN} = e - rI_N$ (S6.1) devient :

$$e - rI_N = RI_N + U_N \rightarrow R = \frac{e - rI_N - U_N}{I_N}$$

A.N. $R = 0,3 \Omega$.

17.4. Calcul de r' et e' :

Lorsque le moteur est bloqué, il se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r' . La loi de Pouillet nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} I &= \frac{e}{\Sigma R} = \frac{e}{r + R + r'} \\ \rightarrow e &= (r + R)I + r'I \\ \rightarrow r' &= \frac{e}{I} - (r + R) \end{aligned}$$

A.N. $r' = 0,25 \Omega$.

Calcul de e' :

$$U_{PN} = e' + r'I_N \rightarrow e' = U_N - r'I_N$$

A.N. $e' = 5,25 \text{ V}$.

17.5. Rendement du moteur :

$$\eta = \frac{P_u}{P_{el}} = \frac{e'I_N}{U_N I_N} = \frac{e'}{U_N} = \frac{5,25}{6} = 0,875$$

$\eta = 0,875 = 87,5\%$

Solution 18. (p. 104)

18.1. Elévation de température $\Delta\theta$ dans le calorimètre :
L'énergie calorifique libérée par le conducteur ohmique (C) lorsqu'il est traversé par le courant d'intensité I_1 est absorbée par l'ensemble { calorimètre + pétrole }.

Donc :

$$\begin{aligned} RI_1^2 \cdot t &= (mc + m'c')\Delta\theta \\ \rightarrow \Delta\theta &= \frac{RI_1^2}{(mc + m'c')} \end{aligned}$$

A.N. $\Delta\theta = 4,4^\circ\text{C}$ (ou K).

18.2. Intensité I débité par le générateur :

$U_{PN} = E - rI$ (tension aux bornes du générateur).
Cette tension est la même que U_{QS} . Or $U_{QS} = RI_1$.

$$\text{On a donc : } E - rI = RI_1 \rightarrow I = \frac{E - RI_1}{r}$$

A.N. $I = 3,75 \text{ A}$.

18.3. Puissance électrique consommée par l'électrolyseur :

Cette puissance a pour expression :

$$P_{el} = U_{QS} \cdot I_2 \text{ où } U_{QS} = RI_1$$

Donc $P_{el} = R \cdot I_1 \cdot I_2$. Déterminons I_2 :

Au noeud Q,

$$I = I_1 + I_2 \rightarrow I_2 = I - I_1$$

A.N. $I_2 = 3,75 - 2,25 = 1,5 \text{ A}$.

$$P_{el} = 2 \times 2,25 \times 1,5 = 6,75 \text{ W}$$

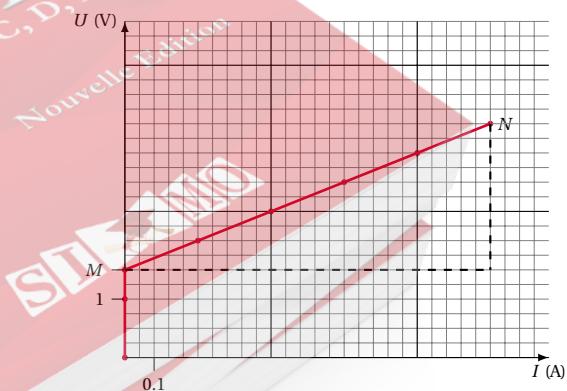
18.4. Caractéristique $U(i)$: voir dessous

Valeur de e' et r' :

La tension U aux bornes de l'électrolyseur est une fonction affine de I de pente positive; elle peut donc s'écrire : $U = r'I + e'$. Où r' est la pente de la droite et e' est la valeur (la plus élevée) de U pour $I = 0$.

Sur la courbe, nous avons $e' = 1,5 \text{ V}$:

$$\begin{aligned} r' &= \frac{U_N - U_M}{I_N - I_M} = \frac{4 - 1,5}{1,25 - 0} = 2 \Omega \\ r' &= 2 \Omega \end{aligned}$$



Propagation de la lumière

7.1	La lumière et la vision	114
7.2	Les sources de lumière	114
7.3	Les récepteurs de lumière	114
7.4	Transmission de la lumière	114
7.5	Le mode de propagation de la lumière	115
7.6	Rayon lumineux – Faisceau lumineux	115
7.6.1	Rayon lumineux	115
7.6.2	Le faisceau lumineux	115
7.7	Le phénomène de diffraction	115
7.8	Les applications de la propagation rectiligne de la lumière	116
7.8.1	Les alignements optiques (ou “visées”)	116
7.8.2	L’ombre et la pénombre	116
7.9	Enoncé des exercices et problèmes	117
7.10	Solutions des exercices et problèmes	118



7.1 La lumière et la vision

Observation

Imaginons-nous dans une pièce parfaitement obscure : nous n'apercevons rien de ce qui nous entoure.

Allumons une lampe : aussitôt, nous voyons non seulement la lampe, mais aussi tous les objets se trouvant dans la pièce.

Interprétation

Un objet n'est visible que si de la lumière provenant de cet objet parvient jusqu'à l'œil de l'observateur.

La lampe (allumée) est une source de lumière. Elle éclaire les objets situés autour d'elle. Ceux-ci renvoient de la lumière jusqu'à l'œil : ces objets (éclairés) sont aussi des sources de lumière.

7.2 Les sources de lumière

Il existe deux types de source de lumière :

1. Les sources primaires de lumière. Elles produisent elles-mêmes de la lumière.

Citons quelques sources primaires de la lumière :

- Sources de lumière naturelles : le soleil, les étoiles, la luciole, le lampyre (appelé aussi ver luisant).
- Sources de lumière artificielles : tous nos divers dispositifs d'éclairage (flamme, lampe à incandescence...), le laser.

2. Les sources secondaires de lumière. Ce sont des objets dont la surface éclairée renvoie, dans toutes les directions une partie de la lumière qu'elle reçoit. Donc ces corps ne deviennent lumineux qu'en présence d'une autre source de lumière : d'où l'appellation sources secondaires.

Dans cette catégorie d'objet lumineux, citons la lune, les personnes, la plupart des objets qui nous entourent.

Remarque.

Une source de lumière peut être :

- **ponctuelle**, si ses dimensions sont très faibles par rapport à la distance de la source à l'observateur.
- **étendue** dans le cas contraire.

Expérimentalement, on peut réaliser une source ponctuelle en plaçant devant une source étendue un écran percé d'un petit trou.

7.3 Les récepteurs de lumière

Les récepteurs de lumière sont des dispositifs sensibles à la lumière.

Ils convertissent les signaux lumineux en signaux d'une autre nature : physiologique, photochimique, électrique.

Exemples.

1. Récepteurs physiologiques. La rétine de l'œil comporte des cellules particulières appelées cônes et bâtonnets qui sont sensibles à la lumière.

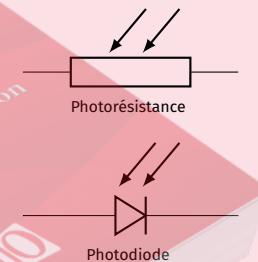
2. Récepteurs photochimiques :

- les pellicules photographiques contiennent des halogénures d'argent qui noircissent à la lumière;
- les végétaux chlorophylliens, sous l'action de la lumière, réalisent la synthèse chlorophyllienne.

3. Récepteur électrique :

- les photopiles transforment l'énergie lumineuse en énergie électrique;
- les photo-résistances (LDR) sont des conducteurs ohmiques dont la résistance diminue avec l'éclairage;
- les photodiodes, branchés en inverse, ne laissent pas passer le courant lorsqu'elles sont dans l'obscurité; en revanche, elles laissent passer un courant lorsqu'elles sont éclairées.

Figure 7.1



7.4 Transmission de la lumière

Tous les matériaux ne se comportent pas de la même façon quand ils sont interposés entre l'œil et une source de lumière, qu'elle soit primaire ou secondaire.

7.5. Le mode de propagation de la lumière

Exemples.

1. L'air, l'eau et le verre se laisse parfaitement traverser par la lumière. L'œil perçoit alors complètement la source. Ces substances sont dites transparentes.
2. Certaines substances interceptent totalement la lumière; ces substances sont dites opaques c'est le cas du bois, des métaux...
3. D'autres substances, comme le papier huilé, le verre dépoli, la porcelaine mince, laissent passer la lumière sans permettre à l'œil d'identifier l'objet lumineux qui l'émet. On dit que ces substances sont translucides.

7.5 Le mode de propagation de la lumière

L'expérience montre que dans tout milieu transparent et homogène, la lumière se propage en ligne droite. On parle de propagation rectiligne de la lumière.

Dans un milieu non homogène, la lumière ne se propage pas en ligne droite.

La vitesse de propagation (encore appelée célérité) de la lumière dépend du milieu traversé :

- dans le vide et dans l'air :

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

- Dans les autres milieux transparents, la vitesse de la lumière est de l'ordre de $1 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

7.6 Rayon lumineux – Faisceau lumineux

7.6.1 Rayon lumineux

Source lumineuse Recepteur

Figure 7.2

Le principe de la propagation rectiligne a amené les physiciens à représenter la lumière se propageant depuis une source sous forme de fins traits rectilignes de lumière, appelés rayons lumineux.

On indique le sens de propagation sur le rayon lumineux par une flèche.

7.6.2 Le faisceau lumineux

On appelle faisceau lumineux un ensemble de rayons lumineux issus d'une même source. Un pinceau lumineux est un faisceau cylindrique étroit.

Selon la disposition des rayons dans le faisceau, on distingue :

- les **faisceaux convergents**, dont tous les rayons aboutissent à un même point;

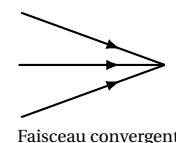


Figure 7.3

- les **faisceaux divergents** dont tous les rayons partent d'un même point;

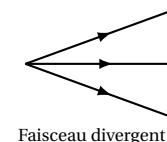


Figure 7.4

- les **faisceaux cylindriques** ou parallèles dont tous les rayons sont parallèles.

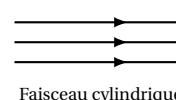


Figure 7.5

7.7 Le phénomène de diffraction

Dirigeons un faisceau laser sur un écran percé d'un trou d'épingle. Nous constatons que le faisceau laser, au lieu d'être réduit (à un rayon lumineux!), s'élargit lorsqu'il traverse une ouverture étroite : c'est le phénomène de diffraction.

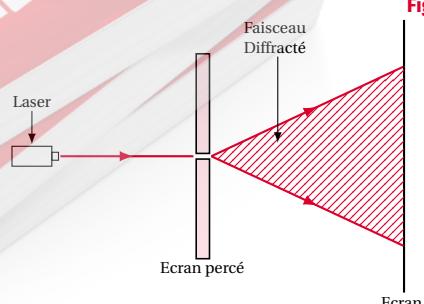


Figure 7.6

Cette expérience montre qu'on ne peut pas isoler un rayon lumineux (qui n'est qu'une représentation géométrique qui matérialise la propagation rectiligne de la lumière).

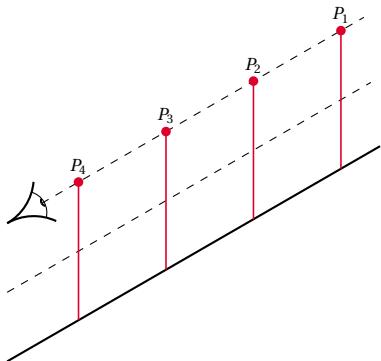


Figure 7.7

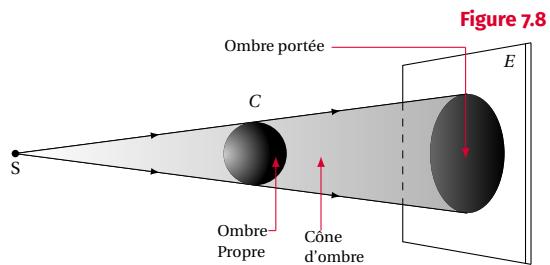


Figure 7.8

Conformément au principe de propagation rectiligne de la lumière, nous observons :

- Sur le corps opaque C :
 - une région éclairée qui reçoit les rayons lumineux issus de S ;
 - une région obscure, qu'aucun rayon issu de S n'atteint : c'est l'ombre propre.
- Derrière le corps C , un espace qui ne reçoit aucun rayon lumineux venu de S . Ce volume est limité par un tronc de cône. On l'appelle cône d'ombre. L'œil ne distingue pas cette zone de celle traversée par la lumière. Seul le déplacement de l'écran permet de la visualiser.
- Sur l'écran E :
 - une région éclairée qui reçoit directement la lumière de la source S ;
 - une région obscure qui fait partie de cône d'ombre de C . C'est l'ombre portée par C sur l'écran E ; ses contours sont nets.

7.8 Les applications de la propagation rectiligne de la lumière

7.8.1 Les alignements optiques (ou "visées")

Pour aligner des piquets on les place de telle sorte que chacun cache celui qui le précède. La lumière émise en direction de l'œil par chaque piquet est alors arrêtée par les piquets suivants.

Ceci est aussi le principe de la visée sur les armes à feu.

Par cette méthode on vérifie si une règle est bien droite.

Cas d'une source lumineuse étendue

Soit une source lumineuse étendue S' , éclairant le corps opaque C , interposé entre elle et l'écran E .

L'objet comporte toujours une zone d'ombre : aucun rayon lumineux ne parvient derrière l'objet. Sur l'écran, l'ombre portée a un contour flou.

De plus elle est entourée d'une zone moins sombre appelée pénombre.

7.8.2 L'ombre et la pénombre

Cas d'une source lumineuse ponctuelle

Entre une source ponctuelle S et un écran d'observation E , interposons un corps opaque C , par exemple une boule métallique.

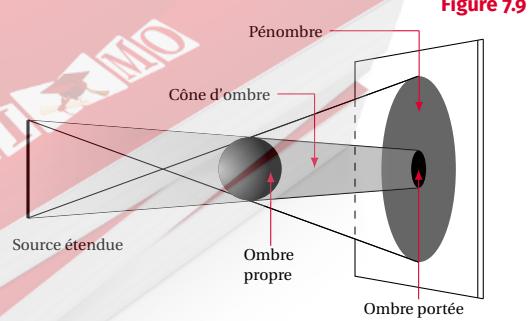


Figure 7.9

7.9. Enoncé des exercices et problèmes

Le diamètre apparent d'un objet

Le diamètre apparent d'un objet observé d'un point O est l'angle alpha sous lequel on voit la source depuis ce point.

Soit h la hauteur de l'objet AB et d sa distance à l'oeil. Lorsque h est petit devant d ,

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{h}{d}$$

(α en rad).

Par exemple, le diamètre apparent du soleil est de $32'$ ($1' = 3 \times 10^{-4}$ rad).

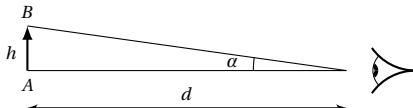


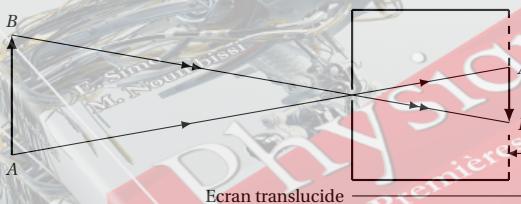
Figure 7.10

La chambre noire

Une chambre noire est constituée par une boîte à parois minces dont l'une des faces est percée d'une petite ouverture (pas trop petite cependant, sinon il y a diffraction de la lumière), la face opposée étant un écran translucide.

Un tel dispositif donne d'un objet lumineux AB une image A' , B' réduite et renversée.

Figure 7.11



Le phénomène d'éclipse du soleil

La lune est un corps opaque. Lorsqu'elle est éclairée par le soleil, il se forme un cône d'ombre. Si la Terre s'y trouve, on observe une éclipse de soleil :

- l'éclipse est totale pour les points de la Terre situés dans l'ombre portée;
- l'éclipse est partielle pour ceux situés dans la pénombre portée.

7.9 Enoncé des exercices et problèmes

Exercice 1.

Entre une source lumineuse ponctuelle et un écran, on place une plaque rectangulaire de 5 cm de largeur et 10 cm de longueur. La plaque est équidistante de la source et de l'écran. Quelles sont les dimensions de l'ombre portée de la plaque sur l'écran?

NB: la plaque et l'écran sont parallèles.

Exercice 2.

Une source ponctuelle et un écran sont séparés par une distance fixe F . Entre la source et l'écran, on place parallèlement à l'écran un disque de rayon R . Préciser la position du disque qui permet d'obtenir sur l'écran une ombre d'aire quatre fois plus grande que celle du disque.

Exercice 3.

L'année-lumière (a.l) est une unité de distance astronomique. Elle est la distance parcourue, dans le vide, par la lumière en une année.

3.1. A quelle distance (en m puis en km) une a.l correspond-elle?

3.2. La distance du centre du soleil au centre de la terre est de $1,5 \times 10^8$ km. Exprimer cette distance en a.l :

3.3. L'étoile la plus proche de la Terre est Proxima. Elle est située dans la constellation du Centaure, à une distance de $4,07 \times 10^{13}$ km. Calculer la durée mise par la lumière émise de Proxima pour parvenir à la Terre.

Donnée : 1 année = 365,25 d.

Exercice 4.

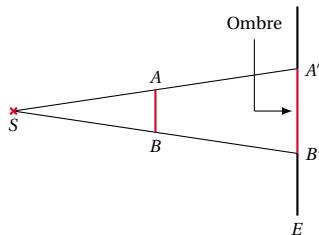
Calculer, à un moment de la journée où les rayons du Soleil sont inclinés de 30° sur l'horizontale :

4.1. la longueur de l'ombre portée sur le sol d'un homme de 1,80 m;

4.2. la hauteur d'un arbre dont l'ombre portée sur le sol mesure 8 m.

7.10 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 117)



Représentons le faisceau issu de S et s'appuyant sur la dimension AB de la plaque. Il délimite sur l'écran une ombre de diamètre $A'B'$.

Calculons la dimension de l'ombre portée $A'B'$ à l'écran. Comme la plaque AB et l'écran E sont parallèles, nous pouvons utiliser le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{SA}{SA'} \rightarrow A'B' = AB \cdot \frac{SA'}{SA}$$

La plaque étant équidistante de la source et de l'écran, nous pouvons écrire :

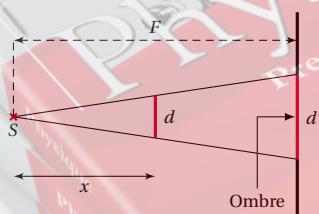
$$SA' = 2 \cdot SA \rightarrow A'B' = AB \cdot \frac{2SA}{SA} = 2AB$$

Si L est la longueur de la plaque, la longueur de l'ombre portée sur l'écran est :

$$L' = 2L = 2 \cdot 10 = 20 \text{ cm}$$

Si l est la longueur de la plaque, la largeur l' de l'ombre est : $l' = 2l = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}$.

Solution 2. (p. 117)



Soit d le diamètre du disque et d' le diamètre de son ombre sur l'écran.

L'aire du disque est : $S = \pi \frac{d^2}{4}$.

Celui de l'ombre sur l'écran est : $S' = \pi \cdot \frac{d'^2}{4}$.

Si l'aire de l'ombre est quatre fois plus grande que l'aire du disque, on peut écrire :

$$S' = 4 \cdot S \leftrightarrow \pi \cdot \frac{d'^2}{4} = 4 \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

$$\rightarrow d'^2 = 4 \cdot d^2 \rightarrow d' = 2d$$

Le disque et l'écran étant parallèles, le théorème de Thalès nous permet d'écrire :

$$\frac{d}{d'} = \frac{x}{F} \rightarrow \frac{d}{2d} = \frac{x}{F} \rightarrow x = \frac{F}{2}$$

En plaçant le disque à mi-chemin entre la source et l'écran, on obtient à l'écran une ombre d'aire quatre fois plus grande que celle du disque.

Solution 3. (p. 117)

3.1. Calculons la distance d parcourue par la lumière se propageant à la vitesse c pendant une année :

$$d = c \cdot t$$

$$d = 3 \cdot 10^8 (365,25 \cdot 24 \cdot 3600) = 9,47 \times 10^{15} \text{ m}$$

Donc :

$$1a \cdot l = 9,47 \cdot 10^{15} \text{ m} = 9,47 \times 10^{12} \text{ km}$$

3.2. Exprimons la distance Terre-soleil en ly : soit $d' = n$ ly, avec $1 \text{ ly} = 9,47 \times 10^{12} \text{ km}$. Donc

$$d' = n \cdot 9,47 \cdot 10^{12} \rightarrow n = \frac{d'}{9,47 \cdot 10^{12}}$$

$$n = \frac{1,5 \cdot 10^8}{9,47 \cdot 10^{12}} = 1,58 \cdot 10^{-5}$$

Donc $d' = 1,58 \times 10^{-5} \text{ ly}$

3.3. Durée mise par la lumière émise par Proxima pour parvenir à la Terre :

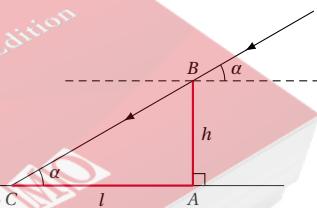
$$d = c \cdot t \rightarrow t = \frac{d}{c}$$

$$t = \frac{4,07 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^8} = 1,356 \times 10^8 \text{ s}$$

$$t = 37\,685,18 \text{ h} = 1570,2 \text{ d} = 4,3 \text{ ly}$$

Solution 4. (p. 117)

4.1. Longueur de l'ombre de l'homme.



Représentons la taille de l'homme par la hauteur $h = AB$. La longueur de son ombre sur le sol est : $AC = l$. Dans le triangle BAC rectangle A , on a :

$$\tan \alpha = \frac{h}{l} \rightarrow l = \frac{h}{\tan \alpha} = \frac{1,80}{\tan 30^\circ} = 3,12 \text{ m}$$

4.2. Hauteur de l'arbre.

Soient h' la hauteur de l'arbre et l' la longueur de son ombre portée sur le sol.

Comme ci-dessus,

$$\tan \alpha = \frac{h'}{l'} \rightarrow h' = l' \tan \alpha = 8 \cdot \tan 30^\circ = 4,62 \text{ m}$$

La réflexion de la lumière

8.1	Introduction	120
8.2	Généralités et définitions	120
8.3	Les lois de la réflexion ou lois de Descartes pour la réflexion	120
8.4	La loi de retour inverse de la lumière	120
8.5	Le miroir plan	120
8.5.1	Définition et représentation	120
8.5.2	L'image d'un objet dans un miroir	121
8.6	Enoncés des exercices et problèmes	123
8.7	Solutions des exercices et problèmes	124



8.1 Introduction

Que se passe-t-il, lorsque la lumière en se propageant, rencontre un corps opaque ?

- Une partie de la lumière est absorbée par le corps. Si la totalité de la lumière est absorbée, le corps opaque paraît noir.
- Une autre partie est renvoyée. Dans ce cas, deux phénomènes sont observés :
 - La lumière peut être renvoyée dans toutes les directions ; c'est le phénomène de la diffusion.
 - La lumière peut être renvoyée dans une direction bien déterminée. C'est le phénomène de la réflexion, observée lorsque la lumière rencontre une surface plane et polie comme celle d'un miroir.

L'étude de ce phénomène constitue l'objet de ce chapitre.

point I ;

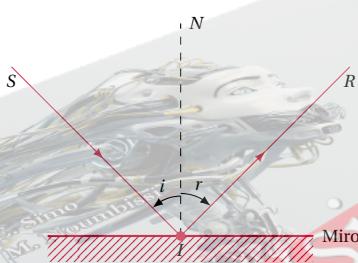
- l'angle i formé par la normale IN et le rayon incident SI est l'angle d'incidence ;
- l'angle r formé par la normale IN et le rayon réfléchi IR est l'angle de réflexion ;
- le plan formé par le rayon incident SI et la normale IN est le plan d'incidence.

Les faits observés

- Le rayon incident SI , le rayon réfléchi IR et la normale IN sont dans un même plan.
- Quel que soit le rayon incident, les angles d'incidence et de réflexion sont égaux. En particulier, si le rayon incident SI est confondu avec la normale IN , il est renvoyé dans la même direction. Autrement dit, si $i = 0, r = 0$.
- Le rayon réfléchi IR est moins intense que le rayon incident SI , ce qui prouve que le miroir absorbe une partie de l'énergie lumineuse.

8.2 Généralités et définitions

Figure 8.1



Soit un rayon lumineux SI issu de la source ponctuelle S et qui rencontre en I la surface du miroir. Le rayon SI est renvoyé dans une direction différente de celle d'arrivée. La trace du rayon renvoyé est représentée par IR .

Ce phénomène de renvoi de la lumière par une surface plane et polie (qu'on appelle miroir) dans une direction privilégiée s'appelle réflexion de la lumière.

Définition.

- le rayon SI issu de la source est le rayon incident ;
- le rayon IR renvoyé, est le rayon réfléchi ;
- IN est la normale à la surface réfléchissante au

8.3 Les lois de la réflexion ou lois de Descartes pour la réflexion

Ces lois sont les suivantes :

- le rayon réfléchi est contenu dans le plan d'incidence ;
- l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion

$$i = r$$

8.4 La loi de retour inverse de la lumière

Cette loi est une conséquence des lois de la réflexion. Elle s'énonce : *Le trajet suivi par la lumière n'est pas modifié quand le sens de propagation est inversé.*

8.5. Le miroir plan

8.5.1 Définition et représentation

On appelle miroir plan toute surface plane réfléchissante. Une vitre bien plane, la surface d'un liquide au repos, une plaque de métal poli constituent des miroirs plans.

On représente un miroir plan comme l'indique la Figure 8.2 :

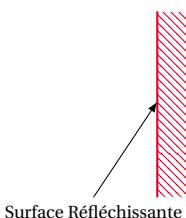


Figure 8.2

Remarque.

Le pouvoir réflecteur d'un miroir est sa capacité à renvoyer totalement ou partiellement la lumière qu'il reçoit.

Pour augmenter le pouvoir réflecteur des vitres, on met sur l'une des faces une fine couche d'argent ou d'étain.

8.5.2 L'image d'un objet dans un miroir

Quand on place un objet devant un miroir, on voit son image à travers le miroir. Précisons la nature et la position de cette image.

Définition: Le point objet

Le point objet pour un instrument d'optique est le point d'intersection des rayons incidents (rayons qui arrivent sur l'instrument d'optique).

- Si le faisceau incident est divergent, les rayons incidents partent effectivement du point objet : On dit que le point objet est réel.
- Si le faisceau incident est convergent, le point objet se trouve à l'endroit où irait converger les rayons s'ils n'étaient pas interceptés par l'instrument. Le point objet est alors dit virtuel.

Définition: Le point image

On appelle image pour un instrument d'optique le point d'intersection des rayons émergents (qui sortent de l'instrument d'optique).

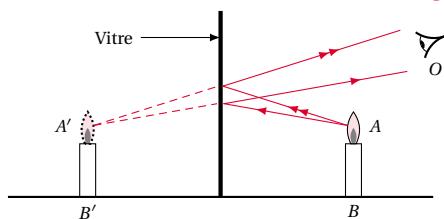
- Si le faisceau émergent est convergent, les rayons émergents arrivent effectivement au point image, qui est dit réel. Une image réelle peut être recueillie sur un écran.
- Si le faisceau émergent est divergent, les rayons émergents semblent provenir du point image qui est alors dit virtuel.

L'image d'un objet réel dans un miroir

Expérience

Deux bougies identiques, B allumée et B' non allumée, sont placées symétriquement par rapport au plan d'une vitre verticale.

Figure 8.3



L'observateur O placé du côté de la bougie allumée, qui regarde à travers la vitre a l'impression que la bougie B' est allumée, alors qu'en réalité elle ne l'est pas. Cette illusion vient du fait que l'image de la bougie allumée coïncide avec la bougie non allumée.

Expliquons la formation de l'image

Considérons un pinceau lumineux issu d'un point A quelconque de la flamme et arrivant à l'oeil de l'observateur après s'être réfléchi sur la vitre. Pour l'oeil, le faisceau réfléchi semble provenir d'un point A' image de A à travers la vitre. Comme ce point A' n'existe pas (en réalité), on dit que A' est l'image virtuelle du point objet réel A .

A chaque point de l'objet, le miroir fait ainsi correspondre un point image virtuel et l'ensemble de ces points images constitue l'image de l'objet.

Conclusion: Un miroir plan donne d'un objet réel une image virtuelle symétrique de l'objet par rapport au plan du miroir.

Signalons aussi que dans un miroir de faible épaisseur, dont la surface est bien plane et régulière, l'image d'un objet a les mêmes dimensions que l'objet.

L'image d'un objet virtuel

Expérience

A l'aide d'un système optique (Σ), formons sur un écran E l'image S_1 d'un point lumineux S (Figure 8.4).

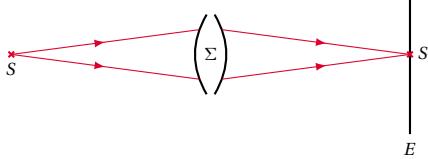


Figure 8.4

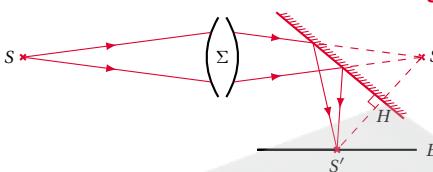


Figure 8.5

Interposons entre le système optique (Σ) et l'écran E un miroir plan. (Figure 8.5). S_1 cesse d'exister puisque les rayons lumineux ne peuvent pas traverser le miroir.

Disposons un écran E' dans une position symétrique de l'écran E par rapport au miroir plan. Nous observons sur cet écran E' un point lumineux S' qui est l'image définitive de S . Cette image est réelle, car les rayons lumineux, après réflexion sur le miroir, convergent en S' . Le point S' est symétrique de S_1 par rapport au miroir. Donc, pour ce miroir, S_1 joue le rôle d'un objet virtuel.

Conclusion: Un miroir plan donne d'un objet virtuel une image réelle, symétrique de l'objet par rapport au plan du miroir.

Le champ d'un miroir plan

Le champ d'un miroir plan pour une position donnée de l'oeil de l'observateur est la portion d'espace vue dans ce miroir.

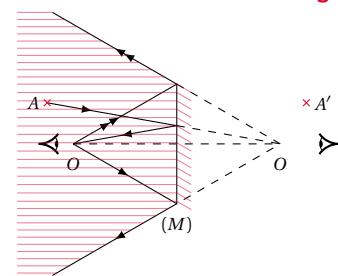


Figure 8.6

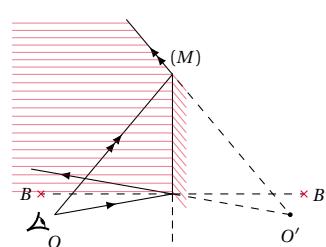


Figure 8.7

Le champ d'un miroir dépend à la fois :

- de la position de l'oeil de l'observateur par rapport au miroir (Figure 8.6 et 8.7 ci-dessus).
- Des dimensions du miroir.

L'oeil de l'observateur étant au point O , considérons un faisceau lumineux divergent issu de O et s'appuyant sur le contour du miroir M .

Ce faisceau est réfléchi comme s'il venait de O' , symétrique de O par rapport au miroir.

D'après la loi du retour inverse de la lumière, tout point objet A situé dans la zone hachurée est vu par réflexion par l'observateur. Figure 8.6.

La zone hachurée représente le champ du miroir pour la position O de l'oeil de l'observateur.

L'oeil ne verra pas l'image B' de B (Figure 8.8) car B n'est pas dans le champ du miroir.

La rotation d'un miroir plan

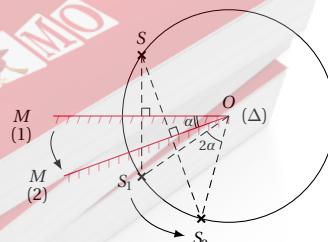


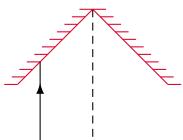
Figure 8.8

Lorsqu'on fait tourner un miroir d'un angle α autour d'un axe situé dans son plan, l'image d'un point objet fixe tourne d'un angle 2α autour du même axe dans le même sens.

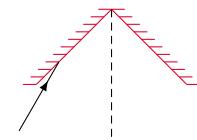
8.6 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Deux miroirs sont placés à angle droit. Dans l'expérience 1, un rayon de lumière tombe sur ce système parallèlement à la bissectrice alors que dans l'expérience 2 le rayon incident n'est plus parallèle à cette bissectrice.

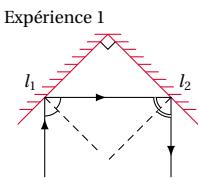


Expérience 1

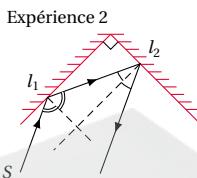


Expérience 2

- 1.1. Construire avec soin la marche du rayon incident dans les deux cas.
- 1.2. Démontrer, en raisonnant sur la figure de l'expérience 2, que le rayon qui émerge après deux réflexions est parallèle au rayon incident.

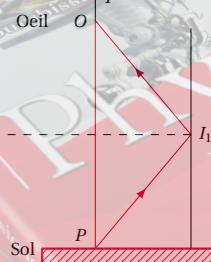


Expérience 1



Expérience 2

Exercice 2.

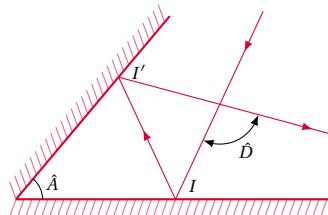


On souhaite placer un miroir sur une porte d'armoire afin de pouvoir s'y voir des pieds P à la tête T tout juste.

- 2.1. Représenter l'image P' des pieds.
- 2.2. D'où semble provenir le rayon issu de P qui frappe le bas I_1 du miroir?
- 2.3. Déterminer par construction le haut I_2 du miroir.
- 2.4. Démontrer qu'il faut fixer le bas du miroir à une distance $I_1 H$ du sol égale à $\frac{OP}{2}$.
- 2.5. Quelle doit être la hauteur du miroir?
- A.N. $PT = 1,80 \text{ m}$; $PO = 1,70 \text{ m}$.
- 2.6. Que se passe-t-il si on recule?

Exercice 3.

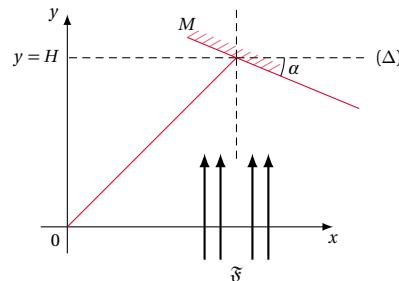
Deux miroirs plans constituent un dièdre d'angle \hat{A} . Un rayon incident se réfléchit en I sur le premier miroir, puis en I' sur le second.



Trouver la relation existante entre \hat{A} et \hat{D} déviation totale du rayon lumineux.

Exercice 4.

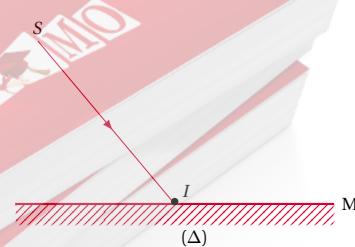
On considère un faisceau lumineux F dont les rayons se propagent parallèlement à l'axe Oy d'un repère ortho-normé xOy .



Soit un miroir plan (M), de très petites dimensions, dont le centre C est astreint à se déplacer le long d'un axe (Δ), parallèle à Ox , à une distance H de celui-ci. On repérera la position du miroir par l'abscisse x de son centre C . Quelle inclinaison α faut-il donner au miroir (M) pour que le pinceau lumineux qu'il intercepte se réfléchisse en passant par le point O ?

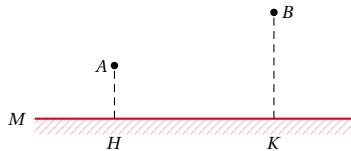
A.N. Calculer α pour les valeurs suivantes de x : $x = 0$; $x = H$; $x = +\infty$.

Exercice 5.



Un rayon lumineux SI tombe sur un miroir plan M . On fait tourner le miroir d'un angle α autour de l'axe (Δ) perpendiculaire au plan de la figure en I .

De combien et dans quel sens tourne le rayon réfléchi? On envisagera les deux sens possibles de rotation du miroir.

Exercice 6.

On dispose d'une source lumineuse émettant un pinceau lumineux très étroit. En quel point I du miroir M doit tomber le pinceau lumineux pour que, passant par A , il se réfléchisse en passant par B ?

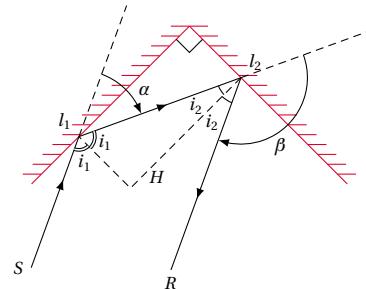
On donne : $AH = 10 \text{ cm}$; $BK = 20 \text{ cm}$; $HK = 30 \text{ cm}$.

8.7 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 123)

1.1. On construit la marche des rayons lumineux en respectant l'égalité entre les angles d'incidence et de réflexion.

1.2. Montrons que le rayon incident est parallèle au rayon émergent :



À la réflexion en I_1 , le rayon incident SI_1 subit une première déviation d'un angle.

$$\alpha = 180^\circ - (i_1 + i'_1) \text{ Avec } i_1 = i'_1 \text{ (loi de Descartes).}$$

$$\text{On a } \alpha = 180^\circ - 2i'_1.$$

À la réflexion en I_2 , se produit une seconde déviation d'un angle $\beta = 180^\circ - (i_2 + i'_2) = 180^\circ - 2i_2$ car $i_2 = i'_2$.

Au total, le rayon incident a été dévié de $\alpha + \beta = 360^\circ - 2(i'_1 + i_2)$.

Dans le triangle $I_1 H I_2$ rectangle en H , $i'_1 + i_2 = 90^\circ$.

$$\text{Donc } \alpha + \beta = 360^\circ - 2 \times 90^\circ = 180^\circ.$$

Le rayon incident SI_1 a donc été dévié de 180° ; le rayon $I_2 R$ qui émerge est donc parallèle à SI_1 .

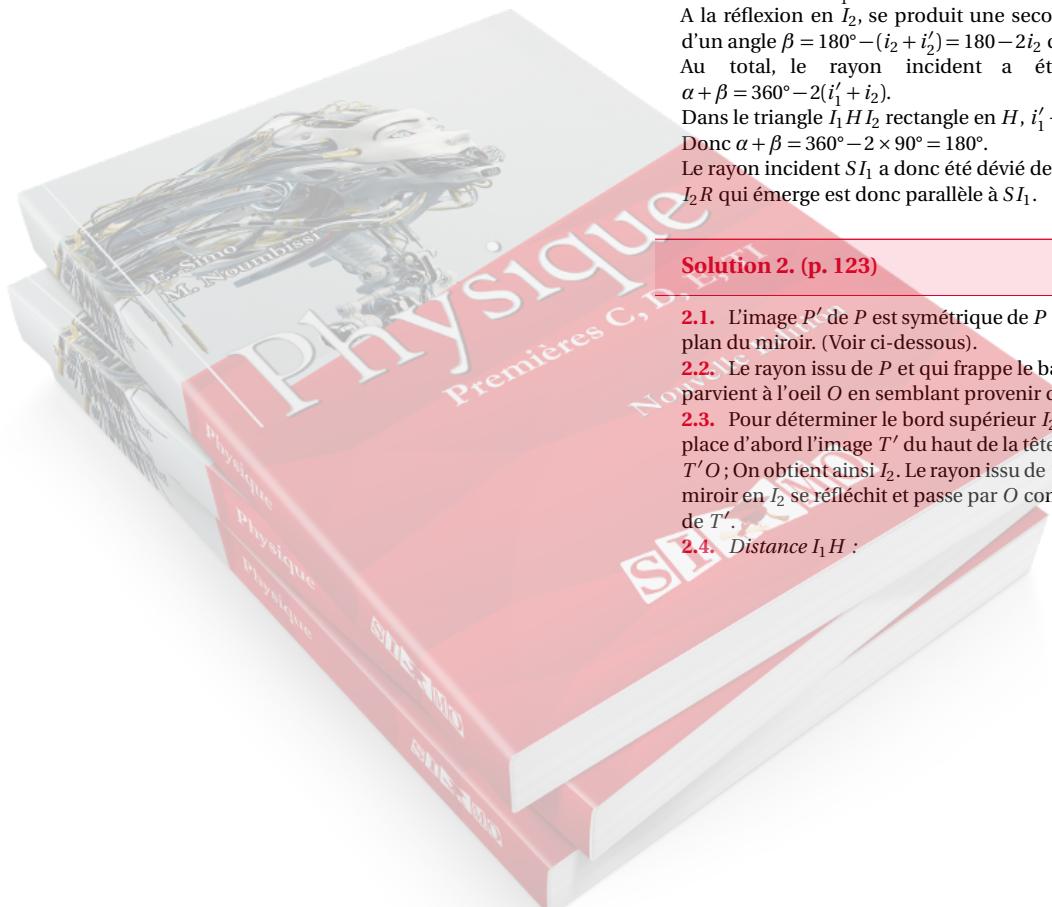
Solution 2. (p. 123)

2.1. L'image P' de P est symétrique de P par rapport au plan du miroir. (Voir ci-dessous).

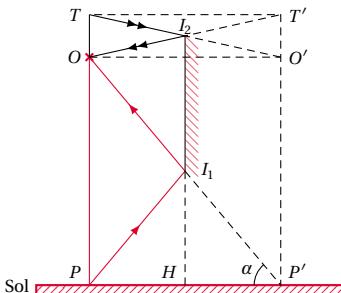
2.2. Le rayon issu de P et qui frappe le bas I_1 du miroir parvient à l'œil O en semblant provenir de l'image P' .

2.3. Pour déterminer le bord supérieur I_2 du miroir, on place d'abord l'image T' du haut de la tête, puis on trace $T' O$; On obtient ainsi I_2 . Le rayon issu de T qui frappe le miroir en I_2 se réfléchit et passe par O comme s'il venait de T' .

2.4. Distance $I_1 H$:



8.7. Solutions des exercices et problèmes



Considérons les triangles rectangles OPP' et I_1HP' . L'angle α étant commun à ces deux triangles, on a :

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{OP}{PP'} = \frac{I_1H}{HP'} \\ \rightarrow I_1H &= HP' \cdot \frac{OP}{PP'} \end{aligned} \quad (\text{S8.1})$$

P' étant symétrique de P par rapport au plan du miroir passant par H ,

$$HP' = \frac{PP'}{2} \quad (\text{S8.2})$$

(S8.1) dans (S8.2).

$$\begin{aligned} \Rightarrow I_1H &= \frac{PP'}{2} \cdot \frac{OP}{PP'} \\ &= \frac{OP}{2} \Rightarrow I_1H = \frac{OP}{2} \end{aligned}$$

2.5. Calculons la hauteur I_1I_2 du miroir :

Soit O' l'image de l'œil, symétrique de O par rapport au miroir.

Dans le rectangle $OO'T'T'$, les diagonales sont égales et se coupent en leurs milieux I_2 .

I_2 appartient donc à la médiatrice de OT donc :

$$I_2J = \frac{OT}{2}$$

Le même raisonnement dans le rectangle $OO'P'P$ conduit à :

$$I_1J = \frac{OP}{2}$$

$$\text{Or } I_1I_2 = I_1J + I_2J$$

$$\text{donc } I_1I_2 = \frac{OP}{2} + \frac{OT}{2}$$

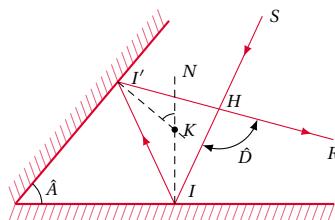
$$\Rightarrow I_1I_2 = \frac{PT}{2}$$

2.6. Ce qui se passe si on recule :

A aucun moment, la distance au miroir n'intervient dans les calculs, on peut donc reculer (ou avancer), cela ne change rien aux résultats précédents.

Solution 3. (p. 123)

Relation entre \hat{A} et \hat{D} .



Considérons le triangle $II'H$. L'angle extérieur \hat{D} du triangle $II'H$ est égal à la somme des angles qui ne lui sont pas adjacents.
Donc :

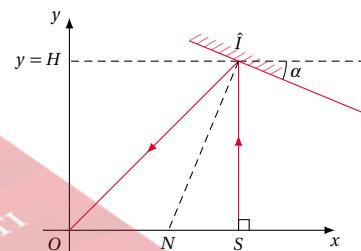
$$\hat{D} = \hat{I}' + \hat{I}$$

L'angle extérieur $I'KN$ du triangle $I'KI$ est égal à \hat{A} (angles à côtés respectivement perpendiculaires), or

$$\begin{aligned} \hat{A} &= I'KN = \frac{\hat{I}'}{2} + \frac{\hat{I}}{2} = \frac{\hat{I}' + \hat{I}}{2} = \frac{\hat{D}}{2} \\ \Rightarrow \hat{D} &= 2\hat{A} \end{aligned}$$

La déviation \hat{D} est égal à deux fois l'angle plan du dièdre, quelque soit le rayon choisi.

Solution 4. (p. 123)



Calculons l'angle α pour que le rayon réfléchi passe par O .

Au point I , l'angle d'incidence SIN est égal à l'angle de réflexion NIO .

$$SIN = NIO$$

Par ailleurs, $SIN = \alpha$ (angles à côtés respectivement perpendiculaires).

Dans le triangle OSI rectangle en S ,

$$SIO = SIN + NIO = 2 \cdot SIN = 2\alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{OS}{SI} = \frac{x}{y}$$

$$\text{Donc } \tan 2\alpha = \frac{x}{y} = \frac{x}{H}.$$

■ Pour $x = 0$

$$\tan 2\alpha = 0 \rightarrow 2\alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0$$

■ Pour $x = H$

$$\tan 2\alpha = \frac{H}{H} = 1 \rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{4}$$

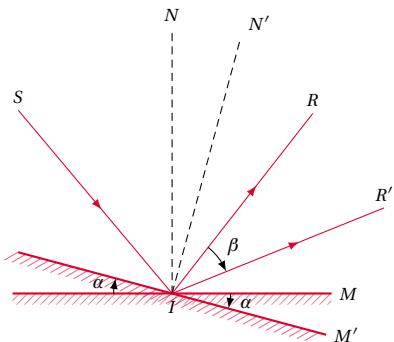
$$\rightarrow \alpha = \frac{\pi}{8} = 22,5^\circ$$

■ Pour $x = \infty$

$$\tan 2\alpha = \frac{x}{H} = \infty \rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

Solution 5. (p. 123)



Sens de rotation du rayon réfléchi :

Soit M la position initiale du miroir.

Dans cette position, le miroir donne du rayon incident SI , un rayon réfléchi IR .

Après une rotation d'angle α , le miroir se trouve dans la position M' et donne du rayon incident SI un rayon réfléchi $I'R'$. La représentation montre que le rayon réfléchi tourne dans le même sens que le miroir.

Valeur de la rotation β du rayon réfléchi :

$$\beta = \hat{SIR}' - \hat{SIR}$$

où $\hat{SIR} = 2\hat{SIN}$ et $\hat{SIR}' = 2\hat{SIN}'$

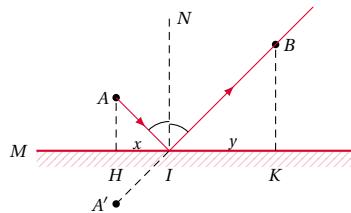
Donc

$$\begin{aligned} \beta &= 2\hat{SIN}' - 2\hat{SIN} = 2(\hat{SIN}' - \hat{SIN}) \\ &= 2N\hat{IN}' \end{aligned}$$

Or $N\hat{IN}' = \alpha$ (angles à côtés respectivement perpendiculaires) donc $\beta = 2\alpha$.

Solution 6. (p. 124)

Détermination de la position du point I :



Le rayon incident AI réfléchit sur le miroir comme s'il était issu de A' , symétrique de A par rapport au miroir. Comme ce rayon réfléchi passe aussi par B , on détermine aisément le point I sur le miroir en joignant B et A' .

Distance HI :

$A\hat{I}N = N\hat{I}B$ (Loi de Descartes) Il s'en suit que :

$A\hat{I}H = B\hat{I}K$ (angles complémentaires des angles égaux).

Posons $\alpha = A\hat{I}K = B\hat{I}K$ et $HI = x$; $IK = y$.

Dans les triangles AHI rectangle en H et BKI rectangle en K , on a :

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{AH}{HI} = \frac{AH}{x} \\ \text{et } \tan \alpha &= \frac{BK}{IK} = \frac{BK}{y} \\ \rightarrow \frac{AH}{x} &= \frac{BK}{y} \\ \rightarrow \frac{x}{y} &= \frac{AH}{BK} \end{aligned} \quad (\text{S8.1})$$

Par ailleurs :

$$x + y = HK \quad (\text{S8.2})$$

(S8.1) et (S8.2) constituent un système de 2 équations à 2 inconnues x et y .

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \\ x + y = 30 \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations donne $x = 10$ cm et $y = 20$ cm.

La réfraction de la lumière

9.1	Introduction	128
9.2	Les lois de la réfraction	128
9.2.1	Les lois de la réfraction	128
9.3	La notion d'indice de réfraction	128
9.3.1	Indice absolu	128
9.3.2	Une autre expression de la deuxième loi de Descartes de la réfraction	129
9.4	Conséquence de la deuxième loi de la réfraction	129
9.4.1	Notion de réfringence	129
9.4.2	Passage de la lumière d'un milieu transparent à un autre milieu transparent plus réfringent ($N_1 < N_2$) :	129
9.4.3	Passage de la lumière d'un milieu transparent à un autre milieu transparent moins réfringent : Réflexion totale	130
9.5	Enoncés des exercices et problèmes	132
9.6	Solutions des exercices et problèmes	134



9.1 Introduction

Lorsqu'un rayon lumineux incident SI arrive au point d'incidence I de la surface de séparation (Σ) de deux milieux transparents (1) et (2) (par exemple air-eau) :

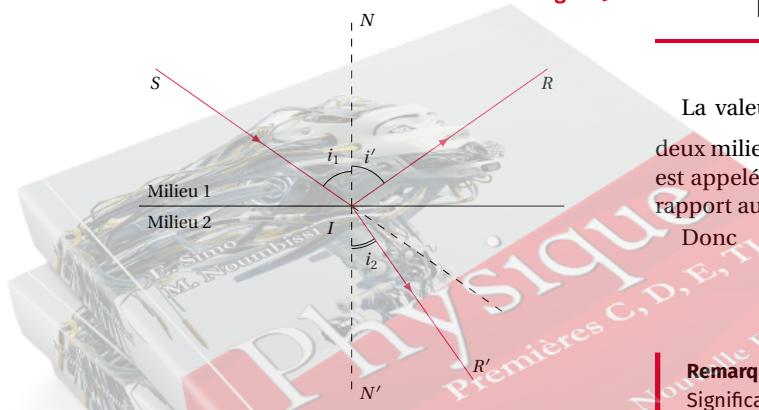
- une partie du rayon incident est réfléchie. On parle de réflexion partielle;
- l'autre partie (la plus importante) pénètre dans le second milieu, mais avec un brusque changement de direction : c'est le phénomène de la réfraction, sujet d'étude de ce chapitre.

9.2 Les lois de la réfraction

Définition.

La réfraction est le brusque changement de direction que subit la lumière quand elle traverse la surface de séparation de deux milieux transparents.

Figure 9.1



9.2.1 Les lois de la réfraction

L'expérience mettant en évidence le phénomène de la réfraction peut être schématisée comme l'indique la Figure 9.1 :

- Le rayon incident SI au point I de la surface de séparation donne naissance à un rayon réfléchi IR et à un rayon réfracté IR' .
- $N'IN$ est la normale à la surface de séparation au point I .
- Le plan défini par la normale et le rayon incident est appelé plan d'incidence.
- L'angle i_1 entre le rayon incident et la normale est appelé angle d'incidence.

- L'angle i' entre le rayon réfléchi et la normale est appelé angle de réflexion.
- L'angle i_2 entre le rayon réfracté et la normale est appelé angle de réfraction.

Les lois de la réfraction ou lois de Descartes pour la réfraction :

1ere loi

Le rayon réfracté est contenu dans le plan d'incidence.

2eme loi

Pour deux milieux transparents donnés, le rapport du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de réfraction est constant :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \text{constante}$$

9.3 La notion d'indice de réfraction

La valeur constante du rapport $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ dépend des deux milieux dans lesquels se propage la lumière. Elle est appelée indice de réfraction du second milieu par rapport au premier, noté $n_{2/1}$.

Donc

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{2/1}$$

Remarque.

Signification physique de l'indice de réfraction.

Le changement de direction à la surface de séparation de deux milieux transparents est dû à l'inégalité des célerités v_1 et v_2 de la lumière dans les milieux (1) et (2).

L'expérience a montré que :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

et par suite

$$n_{2/1} = \frac{v_1}{v_2}$$

9.4. Conséquence de la deuxième loi de la réfraction

9.3.1 Indice absolu

L'indice de réfraction absolu (ou indice absolu) N d'un milieu transparent est son indice de réfraction par rapport au vide.

Cet indice absolu est donné par :

$$N = \frac{c}{v}$$

où $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; c est la célérité de la lumière dans le vide et v la célérité de la lumière dans le milieu transparent considéré.

La célérité de la lumière est pratiquement la même dans l'air et dans le vide. Il s'en suit que l'indice d'un milieu par rapport à l'air est pratiquement égal à son indice absolu.

Les tableaux ci-dessous donnent les indices absolus de quelques substances transparentes :

Solide	N
Verre ordinaire	1,5
Cristal	1,7
Plexiglas	1,49
Corindon	1,76
Diamant	2,42

Liquide	N
Eau	1,33
Alcool	1,35
Benzène	1,50
Sulfure de carbone	1,63
Tétrachlorure de carbone	1,46

Gaz	N
Air	1,000
Hydrogène	1,70
Sulfure de carbone	1,49

NB: Les gaz sont pris dans les conditions normales de température et de pression.

Indice relatif

L'indice relatif du milieu 2 par rapport au milieu 1 est le rapport $\frac{N_2}{N_1}$, N_2 étant l'indice absolu du milieu 2 et N_1 l'indice absolu du milieu 1. Or

$$N_2 = \frac{c}{v_2}$$

$$\text{et } N_1 = \frac{c}{v_1}$$

Par suite,

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{c}{v_2} \cdot \frac{v_1}{c} = \frac{v_1}{v_2} = n_{2/1}$$

donc

$$n_{2/1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Remarque.

Quand on parle simplement d'indice de réfraction n d'un milieu transparent, on sous-entend l'indice par rapport à l'air.

9.3.2 Une autre expression de la deuxième loi de Descartes de la réfraction

Lorsque la lumière passe d'un milieu d'indice absolu N_1 à un milieu d'indice absolu N_2 , la deuxième loi de la réfraction s'écrit :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{2/1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Soit

$$N_1 \cdot \sin i_1 = N_2 \cdot \sin i_2$$

C'est la **formule de Descartes**.

Cette formule symétrique illustre bien la loi de retour inverse de la lumière.

9.4 Conséquence de la deuxième loi de la réfaction

9.4.1 Notion de réfringence

La réfringence d'un milieu transparent dépend de son indice absolu.

Ainsi, le milieu 2 d'indice absolu N_2 est plus réfringent que le milieu 1 d'indice absolu N_1 si $N_2 > N_1$.

9.4.2 Passage de la lumière d'un milieu transparent à un autre milieu transparent plus réfringent ($N_1 < N_2$):

Réfraction limite.

D'après la formule de Descartes,

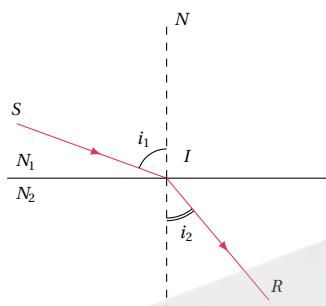
$$N_1 \cdot \sin i_1 = N_2 \cdot \sin i_2 \rightarrow \sin i_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot \sin i_1 \quad (9.1)$$

Par ailleurs, $N_1 < N_2 \rightarrow \frac{N_1}{N_2} < 1$. Pour que l'égalité (9.1) soit vérifiée, il faut que $\sin i_2$ soit inférieur à $\sin i_1$.

$$\sin i_2 < \sin i_1 \rightarrow i_2 < i_1$$

Donc pour $N_1 < N_2$, la réfraction rapproche le rayon lumineux de la normale.

Figure 9.2



La formule $\sin i_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot \sin i_1$ montre que si i_1 augmente, i_2 augmente aussi.

i_1 (fixé par l'expérimentateur) varie de 0° à 90° ; i_2 varie de 0° à une valeur θ ($\theta < 90^\circ$).

Cas particuliers

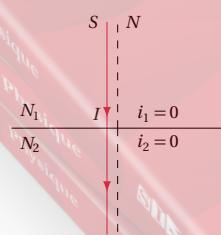


Figure 9.3

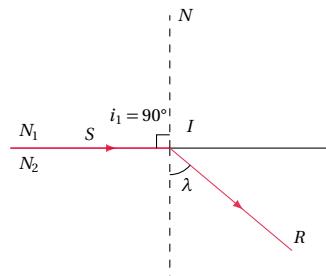
1. Lorsque $i_1 = 0$ (indice normal), l'égalité (9.1) donne :

$$\sin i_2 = 0 \rightarrow i_2 = 0$$

Donc un rayon normal à une surface réfringente traverse cette surface sans déviation

2. Lorsque $i_1 = 90^\circ$ (à cette valeur maximale de i_1 , on parle d'incidence rasante), i_2 prend sa plus grande valeur que l'on appelle angle de réfraction limite noté γ .

Figure 9.4



Calcul de γ :

L'égalité (9.1) donne :

$$\sin \gamma = \frac{N_1}{N_2} \cdot \sin 90^\circ$$

avec $\sin 90^\circ = 1$, donc

$$\sin \gamma = \frac{N_1}{N_2}$$

γ ne dépend que du couple (milieu 1, milieu 2).

Exercice

Calculons l'angle de réfraction limite pour les systèmes milieu 1/milieu 2 suivants :

1. air/verre;
2. air/eau;
3. eau/verre.

Solution

En consultant le tableau des indices de réfraction,

$$1. \sin \theta = \frac{N_1}{N_2} = \frac{N_{\text{air}}}{N_{\text{verre}}} = \frac{1}{1,5} = 0,666 \\ \rightarrow \theta = 41,8^\circ;$$

$$2. \sin \theta = \frac{N_1}{N_2} = \frac{N_{\text{air}}}{N_{\text{eau}}} = \frac{1}{1,33} = 0,752 \\ \rightarrow \theta = 48,75^\circ;$$

$$3. \sin \theta = \frac{N_1}{N_2} = \frac{N_{\text{eau}}}{N_{\text{verre}}} = \frac{1,33}{1,5} = 0,886 \\ \rightarrow \theta = 62,45^\circ.$$

9.4. Conséquence de la deuxième loi de la réfraction

9.4.3 Passage de la lumière d'un milieu transparent à un autre milieu transparent moins réfringent : Réflexion totale

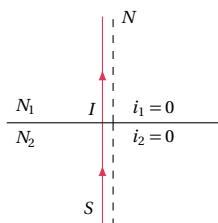


Figure 9.5

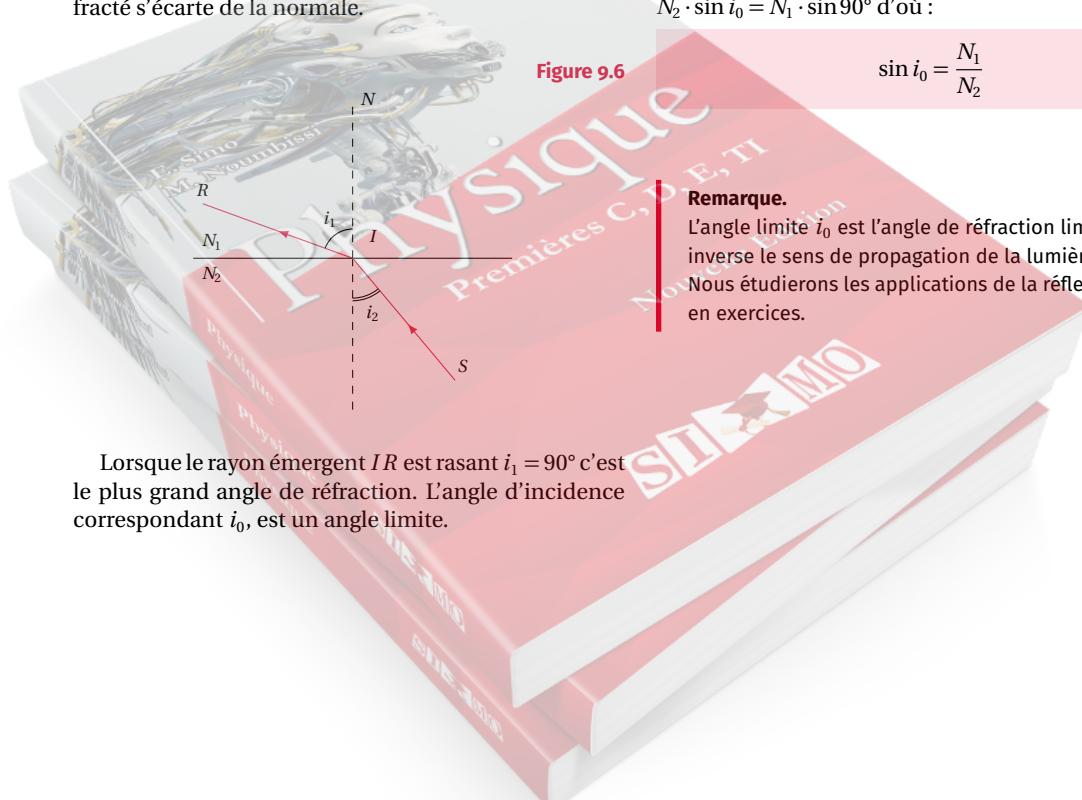
Supposons maintenant que la lumière passe du milieu d'indice N_2 au milieu d'indice N_1 , avec $N_2 < N_1$.

D'après la loi du retour inverse de la lumière, pour un angle d'incidence i_2 , l'angle de réfraction sera i_1 tel que :

$$N_2 \cdot \sin i_2 = N_1 \cdot \sin i_1 \rightarrow \sin i_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot \sin i_2 \quad (9.2)$$

Le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ étant supérieur à 1, on déduit de l'égalité (9.2) que $\sin i_1 > \sin i_2 \rightarrow i_1 > i_2$.

On peut conclure que, lorsque la lumière passe d'un milieu à un autre milieu moins réfringent, le rayon réfracté s'écarte de la normale.



Lorsque le rayon émergent IR est rasant $i_1 = 90^\circ$ c'est le plus grand angle de réfraction. L'angle d'incidence correspondant i_0 , est un angle limite.

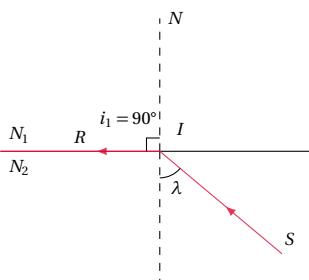


Figure 9.7

En effet, pour tout angle d'incidence i supérieur à i_0 , le rayon réfracté IR ne pénètre plus dans le second milieu. Il se réfléchit à la surface de séparation des deux milieux comme s'il y avait un miroir. On dit qu'il y a **réflexion totale**.

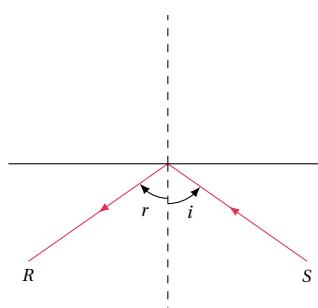


Figure 9.8

L'angle limite i_0 est défini par la relation $N_2 \cdot \sin i_0 = N_1 \cdot \sin 90^\circ$ d'où :

$$\sin i_0 = \frac{N_1}{N_2}$$

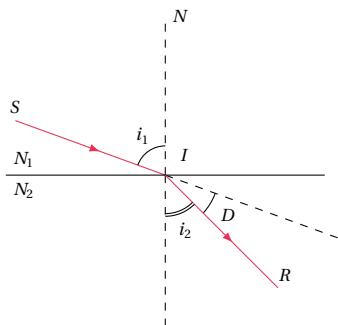
Remarque.

L'angle limite i_0 est l'angle de réfraction limite γ si on inverse le sens de propagation de la lumière.
Nous étudierons les applications de la réflexion totale en exercices.

9.5 Enoncés des exercices et problèmes

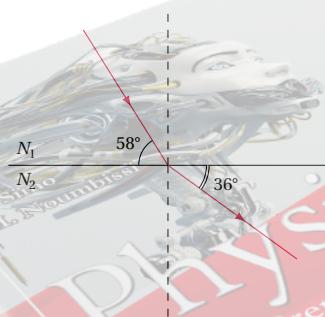
Exercice 1.

Un rayon lumineux tombe sur la surface d'un étang sous une incidence de 70° . Le rayon réfracté est dévié de sa trajectoire de 25° . Calculer la vitesse de propagation de la lumière dans l'eau.



Exercice 2.

2.1. Reproduire le schéma ci-dessous et placer l'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 .



2.2. Donner les valeurs de i_1 et i_2 .

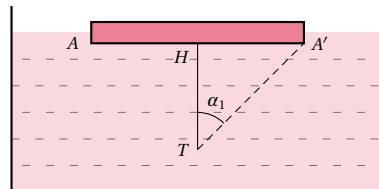
2.3. Calculer le rapport $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$.

2.4. Donner la relation existante entre $\sin i_1$, $\sin i_2$ et les indices N_1 et N_2 .

2.5. Sachant que le milieu d'indice N_2 est de l'air, calculer l'indice N_1 .

Exercice 3.

Un bouchon de liège de diamètre $A'A = 10\text{ cm}$, flotte sur l'eau. On enfonce verticalement une épingle HT au centre du bouchon. L'épingle est immergée dans l'eau. On donne $HT = 5\text{ cm}$.



3.1. Calculer l'angle $\alpha_1 = H \hat{T} A$.

3.2. La tête T de l'épingle diffuse de la lumière dans toutes les directions. Les rayons lumineux émis par la tête T de l'épingle font un angle α avec HT . Montrer que les rayons émis par T et sortant de l'eau sont tels que α appartient au domaine $[\alpha_1, \alpha_2]$. Calculer α_2 .

3.3. Tracer le rayon lumineux émis par T et sortant de l'eau.

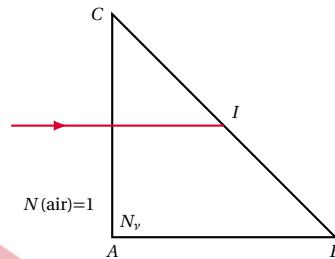
On donne : indice de l'eau $N = 1,33$.

3.4. On enfonce l'épingle dans le bouchon de liège. La distance HT est égale à 4 cm . Peut-on voir la tête de l'épingle en étant placé au-dessus de la surface libre de l'eau?

Etudier la marche d'un rayon lumineux issu de T .

Exercice 4.

Un prisme à réflexion totale est un prisme droit en verre, dont la section droite est un triangle rectangle isocèle.

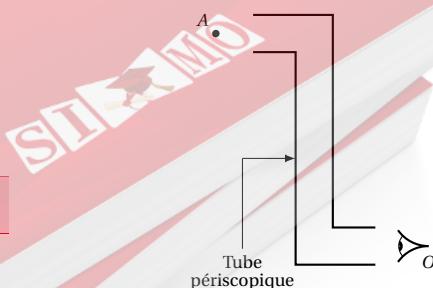


4.1. Un rayon lumineux arrive perpendiculairement au côté AC de la section triangulaire d'un prisme à réflexion totale dont le verre a pour indice $N_v = 1,5$.

4.1.1. Pourquoi ce rayon pénètre-t-il sans être dévié?

4.1.2. Quelle est la valeur de l'angle d'incidence au point I ?

4.1.3. Quelle est la valeur de l'angle limite au-dessus de laquelle se produit la réflexion totale sur la face CB . Conclusion?



4.1.4. Représenter la marche du rayon à travers le prisme.

4.2. Un périscope est un tube équipé de deux prismes à

9.5. Enoncé des exercices et problèmes

réflexion totale qui permet de voir par dessus un obstacle. (On l'appelle périscope de tranchée.)

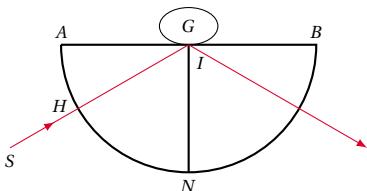
4.2.1. Placer deux prismes triangulaires isocèles dans le tube périscopique afin que l'objet A puisse être vu par l'œil situé en O .

Représenter la marche d'un rayon issu de A .

4.2.2. Peut-on remplacer les prismes par des miroirs? Comment faut-il les placer.

Exercice 5.

On désire mesurer l'indice absolu de réfraction n d'un liquide. Pour cela, on utilise le dispositif représenté par le schéma ci-dessous.



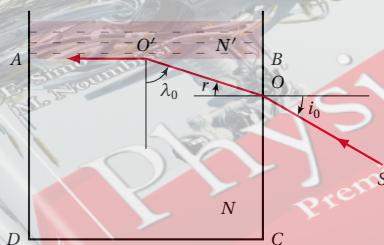
(A, N, B) est un demi-cylindre en verre d'indice absolu $n' = 1,71$. G est une goutte du liquide étudié. Un rayon incident SHI pénètre dans le cylindre en H et tombe sur le dioptre plan verre-liquide en I , milieu de AB . Il subit la réflexion totale pour une incidence supérieure à la valeur limite $\gamma = 60^\circ$.

5.1. Pourquoi n'y a-t-il pas de déviation en H ?

5.2. Quel est l'indice n du liquide?

Exercice 6.

Un cube de verre d'indice N et de plan de section principale $ABCD$ est surmonté d'une cuve contenant un liquide d'indice N' , ($N > N'$).



Un rayon IO tombant sur la face BC se réfracte en O sur le diopitre BC . Le rayon réfracté OO' tombant sur la face AB peut soit subir une nouvelle réfraction, soit être totalement réfléchi.

6.1. A partir de quelle valeur γ_0 observe-t-on le phénomène de réflexion totale?

6.2. A cette valeur γ_0 correspond un angle d'incidence i_0 ? Exprimer i_0 en fonction de N et γ_0 .

6.3. Démontrer que ce dispositif permet, connaissant i_0 et N , de calculer N' . Exprimer N' en fonction de N et i_0 .

A.N. $N = 1,51$; $i_0 = 30^\circ$.

Exercice 7.

Dans une expérience sur la réfraction, la lumière passe de l'air dans un milieu d'indice absolu N . En désignant par i_1 et i_2 respectivement l'angle d'incidence et l'angle de réfraction, on a obtenu le tableau de mesures ci-dessous.

i_1	0°	10°	20°	30°	40°
i_2	0°	$7,5^\circ$	15°	22°	29°
$\sin i_1$					
$\sin i_2$					
i_1	50°	60°	70°	80°	90°
i_2	35°	$40,5^\circ$	45°	48°	49°
$\sin i_1$					
$\sin i_2$					

7.1. Compléter ce tableau avec les valeurs de $\sin i_1$ et $\sin i_2$.

7.2. Dans un repère orthonormé, représenter les couples $(\sin i_2, \sin i_1)$, $\sin i_2$ étant en abscisses et $\sin i_1$ en ordonnées.

7.3. Quelle est la nature de la courbe obtenue? En déduire une relation entre $\sin i_1$ et $\sin i_2$.

7.4. Quel est l'indice N du second milieu?

9.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 132)

Calculons d'abord l'angle de réfraction i_2 :

$$i_1 = i_2 + D \rightarrow i_2 = i_1 - D$$

$$i_2 = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ$$

Calculons ensuite l'indice de réfraction N_2 de l'eau.

La formule de Descartes nous permet d'écrire :

$$N_1 \cdot \sin i_1 = N_2 \cdot \sin i_2 \rightarrow N_2 = N_1 \cdot \frac{\sin i_1}{\sin i_2}$$

A.N.

$$N_2 = 1 \cdot \frac{\sin 70^\circ}{\sin 45^\circ} = 1,33$$

Calculons enfin la vitesse de propagation de la lumière dans l'eau.

Nous savons que :

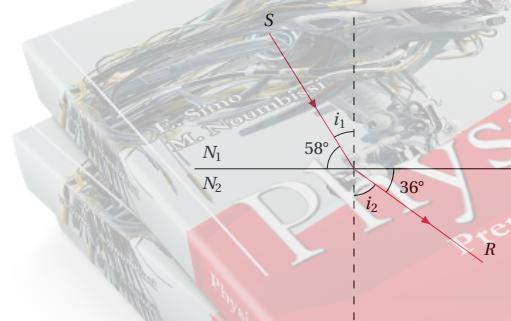
$$N = \frac{c}{v} \rightarrow N_1 = \frac{c}{v_1} \rightarrow v_1 = \frac{c}{N_1}$$

A.N.

$$v_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,25 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

Solution 2. (p. 132)

2.1. Plaçons sur le schéma les angles i_1 et i_2 .



Les angles d'incidence et de réfraction sont définis à partir de la normale à la surface de séparation.

2.2. Valeurs des angles i_1 et i_2 :

$$i_1 = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ;$$

$$i_2 = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

2.3. Calculons le rapport $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$.

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\sin 32^\circ}{\sin 54^\circ} = 0,655$$

2.4. Donnons la relation existante entre $\sin i_1$, $\sin i_2$ et les indices N_1 et N_2 .

D'après la formule de Descartes, on a :

$$N_1 \cdot \sin i_1 = N_2 \cdot \sin i_2$$

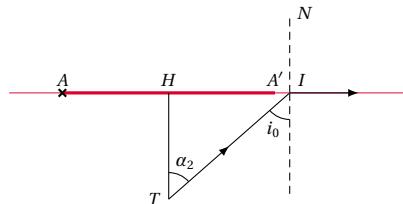
2.5. Calculons l'indice N_1 :

$$N_1 \cdot \sin i_1 = N_2 \cdot \sin i_2 \rightarrow N_1 = N_2 \cdot \frac{\sin i_2}{\sin i_1}$$

$$N_2 = N_{air} = 1, N_1 = 1 \cdot \frac{1}{0,655} = 1,53$$

Solution 3. (p. 132)

3.1. Calcul de α_1 .



Dans le triangle THA rectangle en H ,

$$\begin{aligned} \tan \alpha_1 &= \frac{HA}{HT} = \frac{A'A}{2HT} \\ &= \frac{10}{2 \times 5} = 1 \rightarrow \alpha_1 = 45^\circ \end{aligned}$$

3.2. Conditions sur l'angle α pour qu'un rayon lumineux émis par T sorte de l'eau.

Pour que le rayon émis par T sorte de l'eau, il faut :

3.2.1. Que ce rayon ne soit pas arrêté par le bouchon de liège. Donc α doit être supérieure à α_1 .

3.2.2. Le rayon lumineux doit passer d'un milieu transparent à un autre milieu moins réfringent.

L'angle d'incidence est égal à l'angle α (angles alternes-internes définis par les droites parallèles HT et IN et la sécante TI).

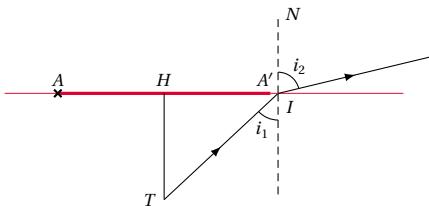
L'angle d'incidence limite i_0 au-delà duquel il y a réflexion totale est tel que :

$$\begin{aligned} \sin i_0 &= \frac{N_{air}}{N_{eau}} \\ &= \frac{1}{1,33} = 0,7518 \rightarrow i_0 = 48,7^\circ \end{aligned}$$

Cet angle i_0 est égal à l'angle α_2 , valeur maximale de α pour laquelle le rayon issu de T émerge de l'eau. Donc pour que le rayon issu de T sorte de l'eau, il faut que :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &\leq \alpha \leq \alpha_2 \\ \text{avec } \alpha_1 &= 45^\circ \\ \text{et } \alpha_2 &= 48,7^\circ \end{aligned}$$

9.6. Solutions des exercices et problèmes



3.3. Marche d'un rayon lumineux issu de T et sortant de l'eau.

Considérons un rayon lumineux issu de T et arrivant à la surface de l'eau sous incidence i_1 .

D'après la formule de Descartes, on a :

- $N_1 \cdot \sin(i_1) = N_2 \cdot \sin(i_2)$;
- N_1 est l'indice de l'eau; $N_1 = 1,33$;
- N_2 est l'indice de l'air; $N_2 = 1$;
- i_2 est l'angle de réfraction

$$N_1 \cdot \sin(i_1) = N_2 \cdot \sin(i_2).$$

$$\rightarrow \sin(i_2) = \frac{N_1}{N_2} \cdot \sin(i_1)$$

$$= 1,33 \cdot \sin(i_1)$$

Sachant que :

$$\sin i_2 < 1$$

$$\rightarrow 1,33 \sin i_1 < 1$$

$$\text{on a : } \sin i_1 < \frac{1}{1,33} = 0,7518$$

$$\rightarrow i_1 < 48,75^\circ$$

Le schéma ci-dessus a été fait en prenant

$$i_1 = 47^\circ \rightarrow i_2 = 76,5^\circ$$

3.4. Pour $HT' = 4\text{ cm}$, peut-on voir la tête de l'épingle ? Calculons la plus petite valeur de l'angle d'incidence pour laquelle un rayon issu de T émerge de l'eau.

Cet angle d'incidence est égal à α_3 tel que :

$$\tan \alpha_3 = \frac{HT'}{HA'} = \frac{AA'}{2HA'}$$

$$= \frac{10}{2 \times 4} = 1,25 \rightarrow \alpha_3 = 51,3^\circ$$

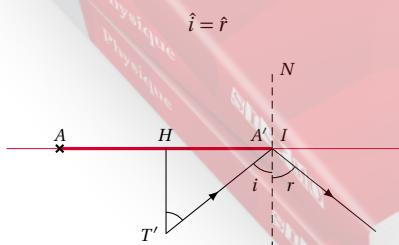
Donc

$$i_{\min} = \alpha_3 = 51,3^\circ > i_0 = 48,7^\circ$$

Aucun rayon issu de T' ne peut émerger de l'eau. La tête T' est invisible.

Marche d'un rayon lumineux issu de T' .

Aucun rayon issu de T' n'émerge de l'eau. Tous les rayons se réfléchissent à la surface de l'eau, selon les lois de la réflexion :



Solution 4. (p. 132)

4.1. Le rayon arrive sur la face AC en étant confondu avec la normale à cette face. L'angle d'incidence est alors nul.

D'après la loi de réfraction,

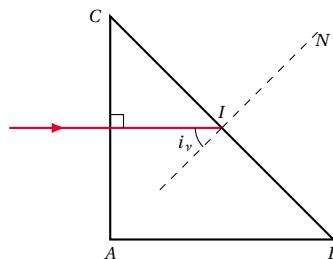
$$N_{\text{air}} \cdot \sin i_1 = N_v \cdot \sin i_2$$

$$\rightarrow \sin i_2 = \frac{N_a i_r}{v} \cdot \sin i_1$$

Pour $i_1 = 0$, nous avons,

$$\sin i_2 = 0 \rightarrow i_2 = 0$$

Donc l'angle compris entre le rayon réfracté et la normale est nul. Le rayon réfracté est donc normal à la face AC du prisme. Il n'est pas dévié.



4.1.1. Valeur de l'incidence au point I .

La section du prisme étant un triangle rectangle isocèle, les angles \hat{C} et \hat{B} valent 45° .

L'angle d'incidence i_v en I ayant ses côtés respectivement perpendiculaires à ceux de l'angle \hat{C} , ces deux angles ont même valeur.

Donc $i_v = \hat{C} = 45^\circ$.

4.1.2. Angle limite au-dessus duquel il se produit la réflexion totale sur la face CB .

D'après la loi de la réfraction, $N_v \cdot \sin i_v = N_a \cdot \sin i_a$. Or $N_v > N_a$; pour que l'égalité soit vérifiée, il faut que $i_v < i_a$.

Quand i_v atteint la valeur limite i_l , i_a atteint la valeur 90° .

En reportant ces valeurs dans la loi de la réfraction, on a : $N_v \cdot \sin i_l = N_a \cdot \sin 90^\circ$. Comme $\sin 90^\circ = 1$, on a

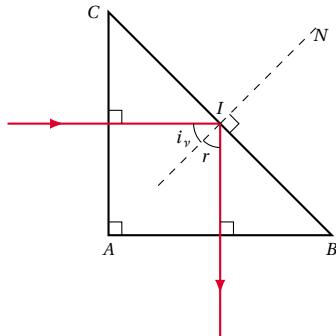
$$\sin i_l = \frac{N_a}{N_v}.$$

A.N. $N_a = 1$; $N_v = 1,5$;

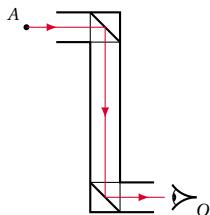
$$\sin i_l = \frac{1}{1,5} = 0,667 \rightarrow i_l = 41,8^\circ$$

Conclusion : L'angle ($i_v = 45^\circ$) $>$ ($i_l = 41,8^\circ$), il y a réflexion totale sur la face CB .

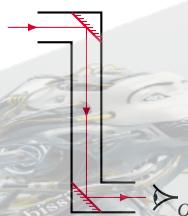
4.1.3. Marche du rayon lumineux à travers le prisme.

**4.2.**

4.2.1. Plaçons correctement deux prismes à réflexion totale dans le tube périscopique et représentons la marche du rayon issu de A (Voir figure ci-dessous).

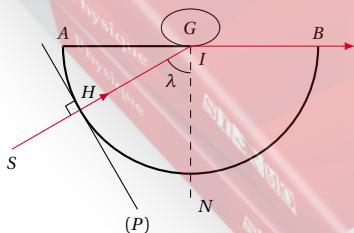


4.2.2. Peut-on remplacer les prismes par des miroirs ? Lorsqu'il y a réflexion totale, la surface réfringente se comporte comme un miroir. On peut donc remplacer les prismes ci-dessus par des miroirs placés comme l'indique la figure ci-contre.

**Solution 5. (p. 133)**

5.1. Le rayon lumineux SHI passe par le centre du cercle. Ce cercle lumineux a pour support un rayon du cercle. Il est donc perpendiculaire au plan tangent (P) au cercle en H .

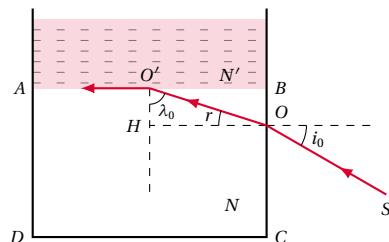
L'angle d'incidence en H est donc nul. Le rayon traverse le cylindre sans être dévié.

**5.2. Calcul de n .**

Le rayon tombant sous incidence λ ressort rasant.

D'après les lois de la réfraction,

$$\begin{aligned} n' \cdot \sin \lambda &= n \sin 90^\circ \\ \rightarrow n &= n' \frac{\sin \lambda}{\sin 90^\circ} \\ \leftrightarrow n &= 1,71 \cdot \frac{\sin 60}{1} = 1,48 \end{aligned}$$

Solution 6. (p. 133)

6.1. Valeur λ_0 pour laquelle on observe la réflexion totale sur la surface de séparation AB .

Ecrivons la loi de réfraction au point O' :

$$\begin{aligned} n' \cdot \sin 90^\circ &= N \sin \lambda_0 \\ \Rightarrow \sin \lambda_0 &= \frac{n'}{N} \cdot \sin 90^\circ \leftrightarrow \sin \lambda_0 = \frac{n'}{N} \end{aligned}$$

6.2. Exprimons i_0 en fonction de N et λ_0 .

Ecrivons la loi de réfraction au point O :

$N_a \sin i_0 = N \cdot \sin r$ où $N_a = 1$ est l'indice de réfraction de l'air.

Donc

$$\sin i_0 = N \sin r \quad (\text{S9.1})$$

Dans le triangle OHO' rectangle en H ,

$$\lambda_0 + r = \frac{\pi}{2} \rightarrow r = \frac{\pi}{2} - \lambda_0$$

$$(\text{S9.1}) \Rightarrow \sin i_0 = N \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \lambda_0 \right)$$

En utilisant la relation trigonométrique : $\sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \cos x$, on peut écrire :

$$\sin i_0 = N \cdot \cos \lambda_0 \quad (\text{S9.2})$$

6.3. Comment à partir de i_0 et de N on peut déterminer N' ?

Connaissant i_0 et N , on peut calculer λ_0 de l'expression (S9.2).

Connaissant λ_0 , l'expression (S9.1) nous permet de calculer N' . En effet, $N' = N \cdot \sin \lambda_0$. Expression de N' en fonction de N et i_0 :

$$\sin i_0 = N \cdot \cos \lambda_0 \rightarrow \cos \lambda_0 = \frac{\sin i_0}{N} \quad (\text{S9.3})$$

$$\sin^2 \lambda_0 + \cos^2 \lambda_0 = 1 \rightarrow \sin^2 \lambda_0 = 1 - \cos^2 \lambda_0$$

En tenant compte de (S9.3), on a :

$$\sin^2 \lambda_0 = 1 - \frac{\sin^2 i_0}{N^2}$$

9.6. Solutions des exercices et problèmes

$$N' = N \cdot \sin \lambda_0 = N \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i_0}{N^2}}$$

$$\leftrightarrow N' = \sqrt{N^2 - \sin^2 i_0}$$

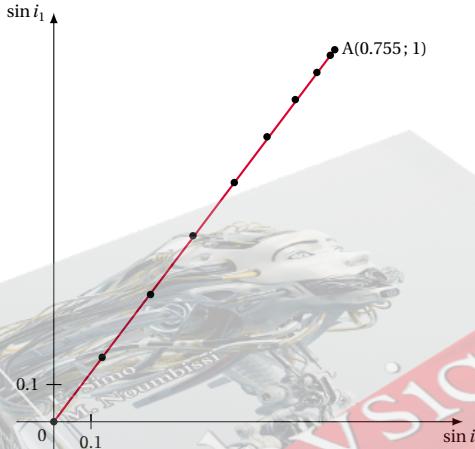
A.N. $N = 1,51$; $i_0 = 30^\circ$; $N' = \sqrt{1,51^2 - \sin^2 30} = 1,42$.

Solution 7. (p. 133)

7.1. Compléter ce tableau avec les valeurs de $\sin i_1$ et $\sin i_2$.

i_1	0°	10°	20°	30°	40°
i_2	0°	$7,5^\circ$	15°	22°	29°
$\sin i_1$	0	0,173	0,342	0,5	0,643
$\sin i_2$	0	0,130	0,260	0,374	0,485
i_1	50°	60°	70°	80°	90°
i_2	35°	$40,5^\circ$	45°	48°	49°
$\sin i_1$	0,766	0,866	0,939	0,985	1
$\sin i_2$	0,573	0,649	0,707	0,743	0,755

7.2. Représentons la courbe $\sin i_1 = f(\sin i_2)$.



7.3. Nature de la courbe.

Les points de la courbes sont pratiquement alignés. Cette courbe est une droite qui, de plus passe par l'origine des axes (0,0) relation entre $\sin i_1$ et $\sin i_2$.

La fonction $\sin i_1 = f(\sin i_2)$ est une fonction linéaire. La relation entre $\sin i_1$ et $\sin i_2$ est de la forme :

$$\sin i_1 = K \cdot \sin i_2$$

où K est la pente de la droite.

Déterminons K :

Plaçons-nous entre deux points de la courbe $O(0; 0)$ et $A(0,755; 1)$.

$$\text{pente} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{1 - 0}{0,755 - 0} = 1,32$$

La relation entre $\sin i_1$ et $\sin i_2$ est donc :

$$\sin i_1 = 1,32 \cdot \sin i_2 \quad (\text{S9.1})$$

7.4. Indice N du second milieu.

La loi de la réfraction nous permet d'écrire :

$$N_1 \cdot \sin i_1 = N \cdot \sin i_2 \rightarrow N = N_1 \cdot \frac{\sin i_1}{\sin i_2}$$

où $N_1 = 1$ est l'indice de l'air, et N l'indice du second milieu.

$$N = \frac{\sin i_1}{\sin i_2}$$

$$\text{avec } \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = 1,32$$

d'où $N = 1,32$



Le prisme

10.1	Introduction	140
10.2	Expérience	140
10.2.1	Etude du prisme en milieu monochromatique	140
10.3	Enoncés des exercices et problèmes	141
10.4	Solutions des exercices et problèmes	141



10.1 Introduction

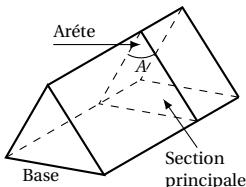


Figure 10.1

- Un prisme est un milieu transparent limité par deux plans non parallèles appelés faces du prisme.
- L'intersection des faces est l'arête du prisme.
- On appelle section principale toute section perpendiculaire à l'arête.
- L'angle A formé par les deux faces est appelé angle du prisme.

10.2 Expérience

Faisons arriver sur un prisme, un faisceau parallèle de lumière blanche. Nous observons deux phénomènes distincts :

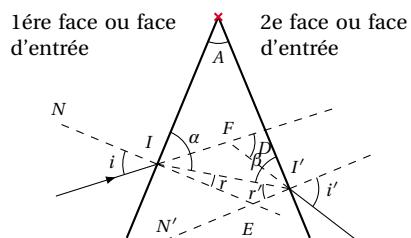
1. Le faisceau qui traverse le prisme subit une déviation vers la base du prisme.
2. La trace de ce faisceau sur un écran E est un rectangle qui s'élargit à mesure que l'on recule l'écran et qui présente les couleurs de l'arc-en-ciel (du rouge au violet dans le sens des déviations croissantes) ; c'est le phénomène de la dispersion de la lumière blanche ; on dit que le prisme décompose la lumière blanche.

Si le faisceau incident au lieu d'être de la lumière blanche est de la lumière jaune émise par une lampe à vapeur de sodium, le phénomène de dispersion disparaît : le faisceau dévié demeure un faisceau parallèle de teinte uniforme ; c'est la preuve que la lumière jaune du sodium, indécomposable par le prisme est une lumière simple ou monochromatique.

10.2.1 Etude du prisme en milieu monochromatique

Un rayon lumineux incident SI arrive sur la première face du prisme sous incidence i . Il se réfracte au point I . Si N est l'indice du prisme, on a : $\sin i = N \cdot \sin r$ où r est l'angle de réfraction.

Figure 10.2



Le rayon réfracté sur la première face aborde la seconde face en I' sous l'angle d'incidence r' , si r' est inférieur à l'angle de réfraction limite, le rayon $I'R$ émerge du prisme sous l'angle i' tel que : $\sin i' = N \cdot \sin r'$. Etablissons les relations entre les différents angles du dispositif.

$$\begin{aligned} r &= 90^\circ - \alpha \\ \text{et } r' &= 90^\circ - \beta \\ r + r' &= (90^\circ - \alpha) + (90^\circ - \beta) \end{aligned}$$

Dans le triangle $AI'I'$,

$$A + \alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow 180^\circ - (\alpha + \beta) = A$$

$$\text{Donc } r + r' = A.$$

Calculons la déviation D subie par le rayon lumineux à la traversée du prisme :

Considérons le triangle FII' . L'angle D est extérieur à ce triangle. $F\hat{I}I' = i - r$ et $F\hat{I}'I = i' - r'$.

$$\begin{aligned} D &= F\hat{I}I' + F\hat{I}'I = (i - r) + (i' - r') \\ D &= i + i' = (r + r') \\ D &= i + i' - A \end{aligned}$$

Les relations que nous venons d'établir constituent les formules du prisme :

$$\begin{cases} \sin i = N \cdot \sin r \\ \sin i' = N \cdot \sin r' \\ r + r' = A \\ D = i + i' - A \end{cases}$$

Remarque.

Dans le cas d'un prisme de petit angle utilisé sous faible incidence,

$\sin i \approx i$; $\sin r \approx r$; $\sin i' \approx i'$; $\sin r' \approx r'$; et les formules du prisme deviennent : $i = N \cdot r$; $i' = N \cdot r'$; $r + r' = A$;

$$\begin{aligned} D &= i + i' - A \\ &= N(r + r') - A = N \cdot A - A = (N - 1) \cdot A \end{aligned}$$

L'expérience montre que :

1. la déviation D augmente avec l'angle A du prisme;
2. la déviation D augmente avec l'indice du prisme;
3. lorsque l'angle d'incidence varie, la déviation passe par un minimum lorsque $i = i'$.

10.3 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

1.1. Un prisme d'angle 60° et d'indice 1,5 reçoit un rayon lumineux sous une incidence de 30° . Calculer l'angle d'émergence i' et la déviation D .

1.2. Répondre aux mêmes questions ci-dessus lorsque le prisme est entièrement plongé dans l'eau d'indice $\frac{4}{3}$.

Exercice 2.

Un prisme d'angle A et d'indice 1,5 reçoit de la lumière sous une incidence de 45° .

2.1. Tracer la marche d'un rayon lumineux dans les deux cas suivants : $A = 60^\circ$; $A = 90^\circ$.

2.2. Montrer, dans le cas général, que le rayon ne sortira du prisme que si $A \leq 2\gamma$, γ étant l'angle de réfraction limite.

Exercice 3.

Un prisme d'indice n et d'angle $A < 2\gamma$ reçoit un rayon lumineux sous l'incidence i . A quelle condition doit satisfaire i pour que le rayon sorte du prisme ?

Exercice 4.

On rappelle que le minimum de déviation pour un prisme est obtenu pour $i = i'$.

4.1. Calculer la déviation minimale pour un prisme d'angle 60° et d'indice 1,5.

4.2. Trouver la relation qui lie, en général, l'indice d'un prisme, son angle et la déviation minimale.

10.4 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 141)

1.1. Calcul de i' .

Rappelons les formules du prisme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin i = N \cdot \sin r \\ \sin i' = N \cdot \sin r' \end{array} \right. \quad (\text{S10.1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r + r' = A \\ D = i + i' - A \end{array} \right. \quad (\text{S10.3})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin i = N \cdot \sin r \\ \sin i' = N \cdot \sin r' \\ r + r' = A \\ D = i + i' - A \end{array} \right. \quad (\text{S10.4})$$

De (S10.1) on a :

$$\sin r = \frac{\sin i}{N} = \frac{\sin 30^\circ}{1,5} = 0,333 \rightarrow r = 19,5^\circ$$

De (S10.3) on a :

$$r' = A - r \leftrightarrow r' = 60^\circ - 19,5^\circ = 40,5^\circ$$

de (S10.2) on a :

$$\sin i' = N \cdot \sin r' \quad 1,5 \cdot \sin 40,5^\circ = 0,974 \rightarrow i' = 77^\circ$$

$$r' = A - r \leftrightarrow r' = 60^\circ - 19,5^\circ = 40,5^\circ$$

1.1.1. Calcul de D

de (S10.4) on a :

$$D = i + i' - A \leftrightarrow D = 30 + 77 - 60 = 47^\circ$$

1.2. Lorsque le prisme est entièrement plongé dans l'eau d'indice $N_e = \frac{4}{3}$. Les formules du prisme deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_e \cdot \sin i = N \cdot \sin r \\ N_e \cdot \sin i' = N \cdot \sin r' \end{array} \right. \quad (\text{S10.5})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r + r' = A \\ D = i + i' - A \end{array} \right. \quad (\text{S10.6})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_e \cdot \sin i = N \cdot \sin r \\ N_e \cdot \sin i' = N \cdot \sin r' \\ r + r' = A \\ D = i + i' - A \end{array} \right. \quad (\text{S10.7})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_e \cdot \sin i = N \cdot \sin r \\ N_e \cdot \sin i' = N \cdot \sin r' \\ r + r' = A \\ D = i + i' - A \end{array} \right. \quad (\text{S10.8})$$

Calcul de i' :

De (S10.5) on a :

$$\sin r = \frac{\sin N_e}{N} \cdot \sin i = \frac{4}{3 \cdot 1,5} \cdot \sin 30^\circ = 0,444 \rightarrow r = 26,4^\circ$$

De (S10.7) on a :

$$r' = A - r \leftrightarrow r' = 60^\circ - 26,4^\circ = 33,6^\circ$$

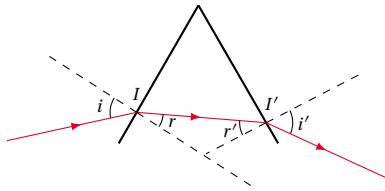
de (S10.6) on a :

$$\sin i' = \frac{N}{N_e} \cdot \sin r' = \frac{1,5}{\frac{4}{3}} \cdot \sin 33,6^\circ = 0,622 \rightarrow i' = 38,5^\circ$$

1.2.1. Calcul de D

de (S10.8) on a :

$$D = i + i' - A \leftrightarrow D = 30 + 38,5 - 60 = 8,5^\circ$$

Solution 2. (p. 141)

2.1. Marche d'un rayon lumineux lorsque $A = 60^\circ$.

Calculons les valeurs de r , r' et i' .

A partir des formules du prisme, nous avons :

$$\sin i' = N \cdot \sin r$$

$$\rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{N} = \frac{1}{1,5} \sin 45^\circ = 0,471 \rightarrow r = 28,1^\circ$$

Calculons alors la valeur de r' .

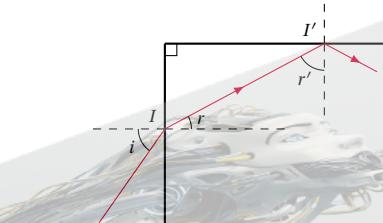
$$A = r + r'$$

$$\Rightarrow r' = A - r = 60 - 28,1 = 31,9^\circ$$

Comparons r' à l'angle limite de réfraction γ afin d'étudier l'émergence du rayon du prisme.

Calculons γ :

$$\begin{aligned} N \cdot \sin \gamma &= \sin 90^\circ \rightarrow \sin \gamma = \frac{\sin 90^\circ}{N} \\ &= \frac{1}{1,5} = 0,6667 \rightarrow \gamma = 41,8^\circ \end{aligned}$$



Pour $r' = 31,9^\circ < \gamma \Rightarrow$ le rayon émerge du prisme sous un angle i' tel que :

$$\begin{aligned} N \cdot \sin r' &= \sin i' \rightarrow \sin i' \\ &= 1,5 \cdot \sin 31,9^\circ = 0,7926 \rightarrow i' = 52,4^\circ \end{aligned}$$

2.1.1. Lorsque $A = 90^\circ$.

Sur la première face, l'angle de réfraction au point I n'a pas changé. $r = 28,1^\circ$.

Calculons la valeur de r' :

$$A = r + r' \Rightarrow r' = A - r = 90 - 28,1 = 61,9^\circ$$

Au point I' l'angle d'incidence r' est supérieur à γ , angle limite de réfraction. Il y a réflexion totale au point I' .

2.2. Montrons que pour que le rayon émerge du prisme, il faut que :

$$A \leq 2\gamma$$

■ Au point I , $N_1 < N_2$, l'angle de réfraction r est inférieur ou égal à γ .

Donc

$$r \leq \gamma \quad (\text{S10.1})$$

Au point I' , pour qu'il y ait émergence, il faut que :

$$r' \leq \gamma \quad (\text{S10.2})$$

(S10.1) + (S10.1) membre à membre $\Rightarrow r + r' = 2\gamma$.

Or $r + r' = A$. Donc pour qu'il y ait émergence du prisme, il faut que $A \leq 2\gamma$.

Solution 3. (p. 141)

Condition que doit satisfaire l'angle d'incidence i pour que le rayon émerge du prisme.

Pour la deuxième face du prisme, l'angle d'incidence est r' .

Pour que le rayon sorte du prisme, il faut que $r' \leq \gamma$.

$$\text{Or } r + r' = A \Rightarrow r' = A - r.$$

Donc il faut que :

$$A - r \leq \gamma \rightarrow r \geq A - \gamma$$

si

$$r \geq A - \gamma \Rightarrow \sin r \geq \sin(A - \gamma)$$

ou encore

$$N \sin r \geq N \sin(A - \gamma) \quad (\text{S10.1})$$

Sur la première face du prisme, $\sin i = N \sin r$.

D'après la relation (S10.1), on peut aussi écrire :

$$\sin i = \sin(A - \gamma)$$

C'est la condition que doit satisfaire i .

Solution 4. (p. 141)

4.1. Calcul de la déviation minimale pour un prisme de caractéristiques $A = 60^\circ$, $N = 1,5$.

Rappelons les formules du prisme :

$$\sin i = N \cdot \sin r \quad (\text{S10.1})$$

$$\sin i' = N \cdot \sin r' \quad (\text{S10.2})$$

$$r + r' = A \quad (\text{S10.3})$$

$$D = i + i' - A \quad (\text{S10.4})$$

Lorsque le prisme est au minimum de la déviation, $i = i'$.

(S10.1) et (S10.2) $\Rightarrow \sin r = \sin r'$ donc $r = r'$.

$$(S10.3) \Rightarrow r = \frac{A}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ.$$

$$(S10.1) \Rightarrow \sin i = N \cdot \sin r$$

$$= 1,5 \cdot \sin 30^\circ = 0,75 \rightarrow i = 48,6^\circ$$

$$D = D_m = 2i - A = 2 \cdot 48,6 - 60 = 37,2^\circ$$

4.2. Relation liant N , A et D_m .

Nous venons d'établir ci-dessus, qu'à la déviation minimale, $D_m = 2i - A$.

Ce qui implique que : $i = \frac{D_m - A}{2}$.

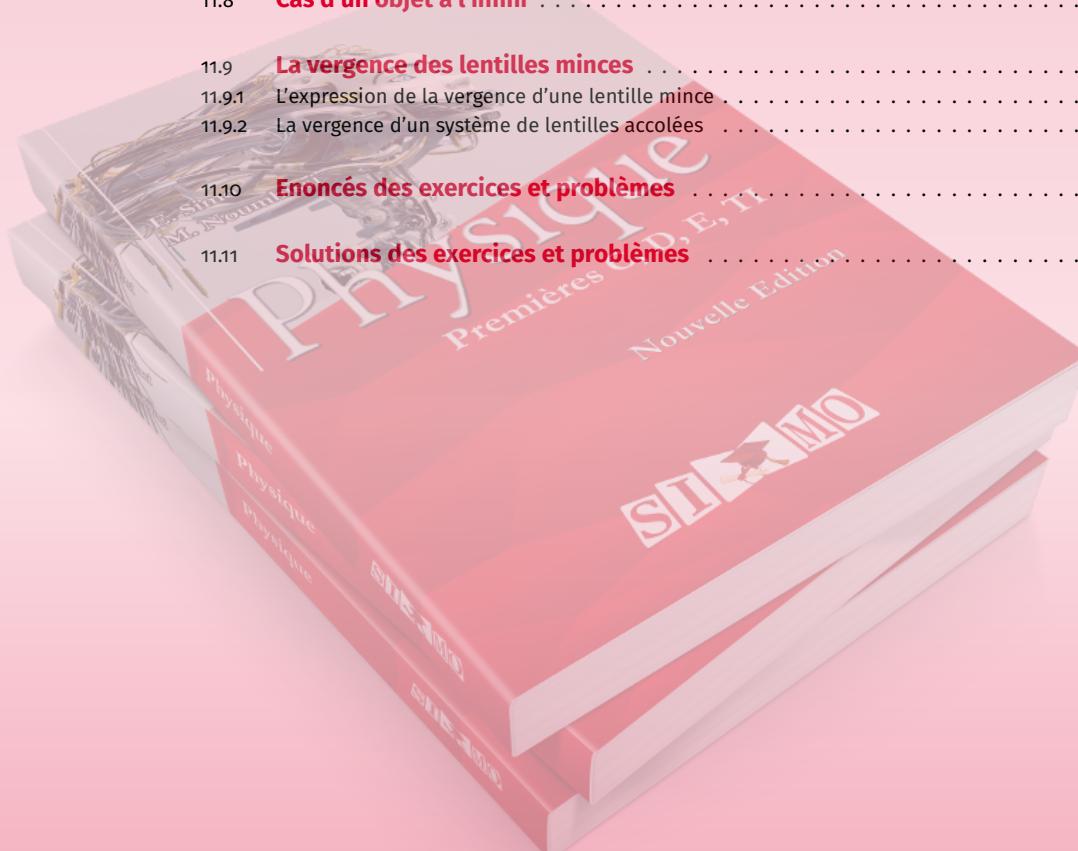
Par ailleurs, lorsque $D = D_m$, $r = \frac{A}{2}$.

Or d'après la relation (S10.1) ci-dessus, $\sin i = \sin r$ avec $i = \frac{D_m - A}{2}$ et $r = \frac{A}{2}$. On peut écrire :

$$\sin\left(\frac{D_m - A}{2}\right) = N \cdot \sin \frac{A}{2} \text{ qui est la relation donnant la déviation minimale } D_m, \text{ en fonction de } N \text{ et de } A.$$

Les lentilles sphériques minces

11.1	Introduction	144
11.2	Classification	144
11.3	Les conditions d'obtention d'images nettes : conditions de Gauss	144
11.4	Les foyers – Les plans focaux	145
11.4.1	Les foyers principaux	145
11.4.2	La distance focale	145
11.4.3	Les foyers secondaires. Les plans focaux	145
11.5	La marche d'un rayon lumineux à travers une lentille	146
11.5.1	Cas d'une lentille convergente	146
11.5.2	Cas d'une lentille divergente	147
11.6	La construction de l'image d'un objet	147
11.6.1	Cas d'une lentille convergente	147
11.6.2	Cas d'une lentille divergente	148
11.7	Les formules des lentilles minces (Formules de Descartes)	148
11.7.1	La formule de position (ou de conjugaison)	149
11.7.2	La formule de grandissement	149
11.8	Cas d'un objet à l'infini	149
11.9	La vergence des lentilles minces	149
11.9.1	L'expression de la vergence d'une lentille mince	150
11.9.2	La vergence d'un système de lentilles accolées	150
11.10	Enoncé des exercices et problèmes	151
11.11	Solutions des exercices et problèmes	154



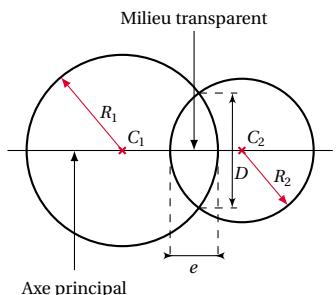
11.1 Introduction

Définition.

On appelle lentille sphérique tout milieu transparent limité par deux surfaces sphériques ou par une surface sphérique et une surface plane.

Les figures ci-dessous montrent deux exemples de lentilles.

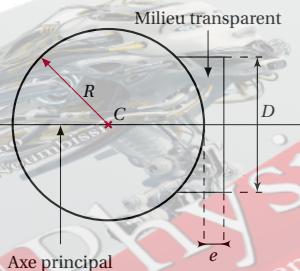
Figure 11.1



Les éléments géométriques d'une lentille sont :

- Les rayons de courbure de la lentille : ce sont les rayons R_1 et R_2 des sphères. Dans le cas où une des faces est plane, (Figure 11.2), le rayon de courbure est infini.

Figure 11.2



- Axe principal de la lentille : c'est la droite qui passe par les centres des sphères ou qui passe par le centre de la sphère et qui est perpendiculaire à la face plane.
- L'épaisseur e de la lentille est toujours comptée sur l'axe principal.
- Lorsque l'épaisseur e de la lentille est négligeable devant les rayons de courbure de ses faces, la lentille est dite mince.
- D est le diamètre d'ouverture de la lentille.
- On appelle centre optique (noté O) d'une lentille mince, le point où l'axe principal traverse la lentille.

Propriété du centre optique

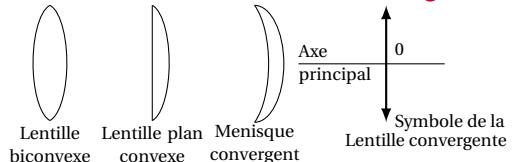
Tout rayon qui frappe la lentille à son centre optique la traverse sans être dévié.

11.2 Classification

On classe les lentilles en deux catégories :

1. Les **lentilles à bords minces**. Elles ont trois formes représentées sur la Figure 11.3.

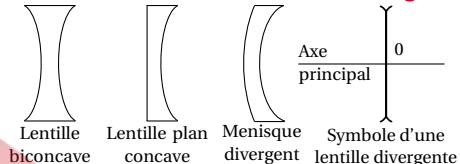
Figure 11.3



Toutes ces lentilles à bords minces donnent d'un faisceau incident parallèle un faisceau émergent convergent. Ce sont des lentilles convergentes.

2. Les **lentilles à bords épais**. Elles se présentent sous trois formes :

Figure 11.4



Toutes ces lentilles à bords épais donnent d'un faisceau incident parallèle un faisceau émergent divergent : ce sont des lentilles divergentes.

11.3 Les conditions d'obtention d'images nettes : conditions de Gauss

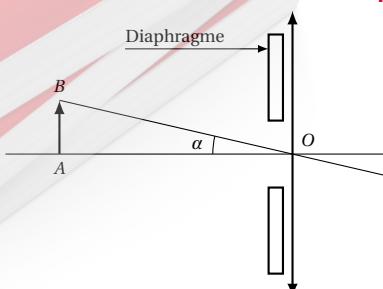


Figure 11.5

11.4. Les foyers – Les plans focaux

On peut montrer expérimentalement qu'une lentille convergente mince donne d'un objet *AB* une bonne image si seulement si deux conditions sont réalisées :

1. L'objet est petit et situé au voisinage de l'axe principal. En pratique, cela signifie que l'objet *AB* est vu du centre optique sous un petit angle.
2. La lentille est diaphragmée ; il faut réduire le diamètre d'ouverture *D* de la lentille.

11.4 Les foyers – Les plans focaux

11.4.1 Les foyers principaux

Le foyer principal image

Figure 11.6

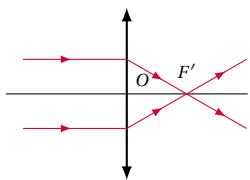
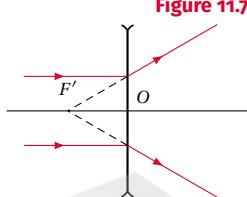


Figure 11.7



Envoyons sur une lentille un faisceau parallèle à l'axe principal.

- Dans le cas d'une lentille convergente (Figure 11.6) le faisceau converge en un point *F'* de l'axe principal.
- Dans le cas d'une lentille divergente (Figure 11.7) le faisceau diverge en semblant provenir d'un point *F'* de l'axe principal. Dans les deux cas, *F'* est appelé **foyer principal image** de la lentille.

Ce foyer principal est :

- réel pour une lentille convergente;
- virtuel pour une lentille divergente.

Le foyer principal objet

Figure 11.8

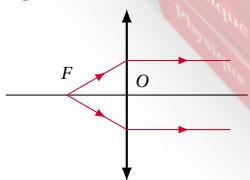
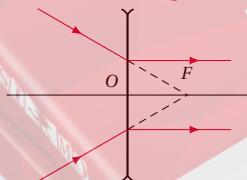


Figure 11.9



Cherchons à obtenir à la sortie d'une lentille un faisceau parallèle à l'axe principal.

- Dans le cas d'une lentille convergente (Figure 11.8),

on déplace une source ponctuelle sur l'axe principal jusqu'à l'obtention d'un faisceau émergent parallèle à l'axe principal. La source ponctuelle est alors en *F*, appelé **foyer principal objet** de la lentille. Ce foyer est **réel**.

- Dans le cas d'une lentille divergente, (Figure 11.9) on part d'un faisceau convergent en un point de l'axe principal de la lentille. En déplaçant la lentille, on trouve le point *F* de l'axe principal tel que le faisceau émergent soit parallèle. *F* est le **foyer principal objet** de la lentille. Il est **virtuel**.

Remarque.

Pour chaque lentille, *F* et *F'* sont symétriques par rapport au centre optique *O*.

Le plan perpendiculaire à l'axe principal en *F'* est appelé **plan focal image**.

Figure 11.10

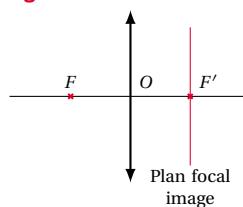
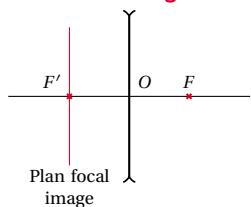


Figure 11.11



11.4.2 La distance focale

Adoptons un sens positif sur l'axe principal; nous choisirons toujours (par convention) le sens de propagation de la lumière.

Le centre optique *O* de la lentille étant pris comme origine, la mesure algébrique $\overline{OF'}$ est appelée **distance focale de la lentille** :

$$\overline{OF'} = -\overline{OF'}$$

Il ressort de cette définition que la distance focale est :

- **positive** pour une lentille convergente;
- **négative** pour une lentille divergente.

11.4.3 Les foyers secondaires. Les plans focaux

Envoyons sur une lentille un faisceau parallèle, mais non parallèle à l'axe principal.

Figure 11.12 : dans le cas d'une lentille convergente, on constate qu'après la traversée de la lentille, le fais-

ceau converge en un point F'_1 du plan focal image. F'_1 est appelé **foyer secondaire image**.

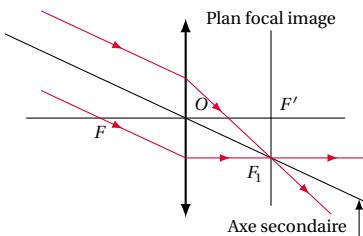


Figure 11.12

Figure 11.13 : Dans le cas d'une lentille divergente, le faisceau émerge de la lentille divergente en semblant provenir d'un point F'_1 du plan focal image. F'_1 est un **foyer secondaire image**.

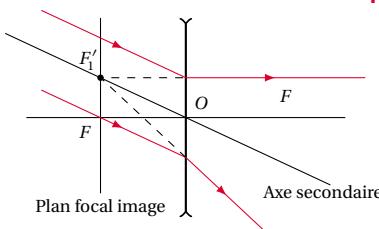


Figure 11.13

Pour trouver la position de F'_1 , il suffit de tracer le rayon incident passant par O et appartenant au faisceau. Il n'est pas dévié et rencontre le plan focal objet en F'_1 . Le support de ce rayon est appelé **axe secondaire de la lentille**.

On définit de la même manière le plan focal objet et le foyer secondaire objet.

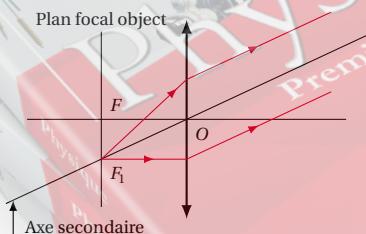


Figure 11.14

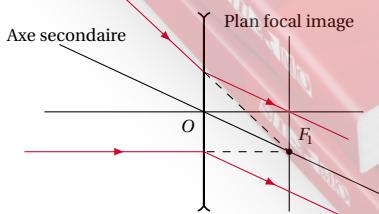


Figure 11.15

11.5 La marche d'un rayon lumineux à travers une lentille

Il existe deux méthodes pour trouver la marche d'un rayon lumineux à travers une lentille.

11.5.1 Cas d'une lentille convergente

Soit à déterminer la marche du rayon SI à la sortie d'une lentille convergente.

Première méthode

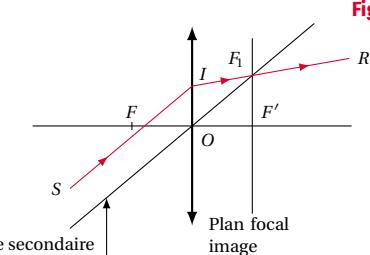


Figure 11.16

On trace l'axe secondaire parallèle au rayon SI . Cet axe coupe le plan focal image en F'_1 (foyer secondaire image). Le rayon SI (parallèle à l'axe secondaire) émerge de la lentille en passant par le foyer secondaire image F'_1 .

Deuxième méthode

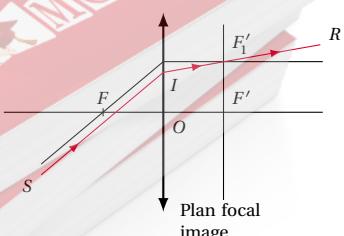


Figure 11.17

On trace le rayon incident passant par F (foyer principal objet) et parallèle à SI . Il émerge de la lentille parallèlement à l'axe principale. Il coupe alors le plan focal au foyer secondaire image F'_1 . Le rayon SI (parallèle au

11.6. La construction de l'image d'un objet

rayon passant par F) émerge de la lentille en passant aussi par F'_1 .

11.5.2 Cas d'une lentille divergente

La méthode est la même.

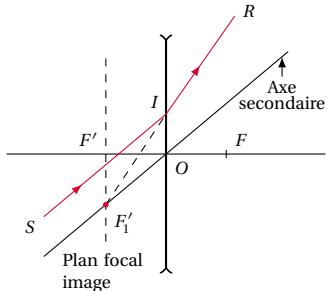


Figure 11.18

Il faut cependant remarquer que le foyer secondaire F'_1 est virtuel, et c'est le prolongement de IR qui passe par F'_1 .

11.6 La construction de l'image d'un objet

Soit à construire l'image $A'B'$ donnée par une lentille d'un objet AB situé dans un plan de front. A est sur l'axe principal.

L'image $A'B'$ est aussi dans un plan de front. A' est sur l'axe principal. Il suffit donc de construire B' . A' est la projection orthogonale de B' sur l'axe principal.

Pour déterminer B' , il suffit de tracer deux rayons. On pourra choisir parmi les trois rayons particuliers dont nous connaissons la marche :

- Un rayon (1) issu de B , parallèle à l'axe principal, émerge de la lentille en passant par le foyer principal image F' .
- Un rayon (2) issu de B , passant par le centre optique O , traverse la lentille sans être dévié.
- Un rayon issu de B , passant par le foyer principal objet F émerge de la lentille parallèlement à l'axe principal.

11.6.1 Cas d'une lentille convergente

Image d'un objet réel situé en avant de F

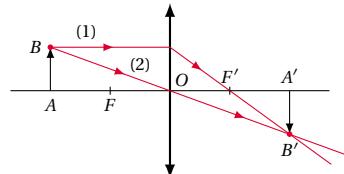


Figure 11.19

Nous constatons que l'image est :

- réelle;
- renversée;
- plus grande ou plus petite que l'objet suivant la position de l'objet par rapport à la lentille.

Image d'un objet réel situé entre O et F

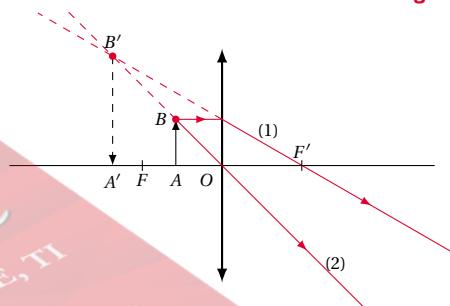


Figure 11.20

Dans ce cas, l'image est :

- virtuelle;
- droite (non renversée);
- plus grande que l'objet.

Image d'un objet virtuel

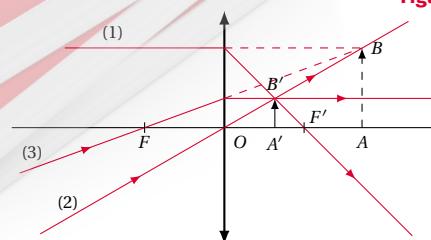


Figure 11.21

L'objet AB est maintenant "derrière" la lentille. Cela signifie que ce sont les prolongements des rayons (1) et (3) qui passent par B .

On peut dire aussi que l'on considère le rayon (1) parallèle à l'axe principal qui irait passer par B et le rayon (3) passant par F qui irait passer par B .

Les trois rayons (1), (2) et (3) se coupent réellement en B' . $A'B'$ est donc une image réelle.

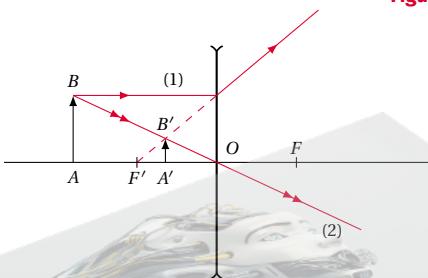
L'image d'un objet virtuel dans une lentille convergente est :

- réelle;
- droite (non renversée);
- plus petite que l'objet.

11.6.2 Cas d'une lentille divergente

Image d'un objet réel

Figure 11.22

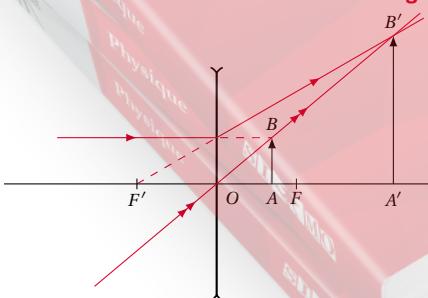


Nous constatons que l'image est :

- réelle;
- droite (non renversée);
- plus petite que l'objet.

Image d'un objet virtuel situé entre O et F

Figure 11.23



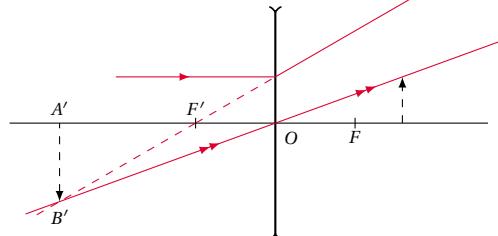
Dans ce cas, l'image est :

- réelle;

- droite;
- plus grande que l'objet.

Image d'un objet virtuel situé au delà de F

Figure 11.24

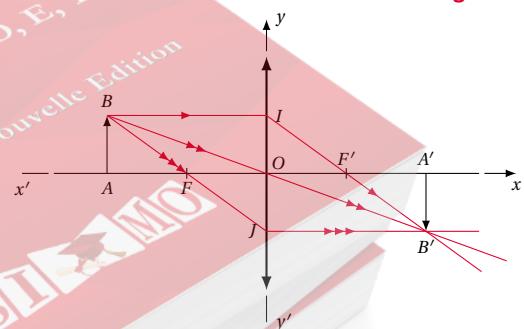


Nous constatons d'après la construction que l'image est :

- virtuelle;
- renversée;
- plus grande ou plus petite que l'objet suivant la position de l'objet.

11.7 Les formules des lentilles minces (Formules de Descartes)

Figure 11.25



Ces formules permettent de déterminer :

- la position de l'image, connaissant la position de l'objet pour une lentille donnée;
- la grandeur de l'image, connaissant la grandeur de l'objet;
- pour que les résultats obtenus s'appliquent à tous les cas (lentilles convergente ou divergente, objets réel ou virtuel,...) il faut opérer de façon algébrique.

11.8. Cas d'un objet à l'infini

A cet effet, on définit deux sens positifs :

- horizontalement, c'est le sens de la lumière;
- verticalement, nous avons choisi le sens de AB .

3. ■ $\overline{OA'} > 0$ si l'image est réelle.
- $\overline{OA'} < 0$ si l'image est virtuelle.

11.7.1 La formule de position (ou de conjugaison)

Considérons les triangles IOF' et IJB' . Ces triangles sont homothétiques. On peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{OF'}}{\overline{JB'}} &= \frac{\overline{OI}}{\overline{JI}} \\ \text{or } \overline{JB'} &= \overline{OA'} \\ \text{donc } \frac{\overline{OF'}}{\overline{OA'}} &= \frac{\overline{OI}}{\overline{JI}} \end{aligned} \quad (11.1)$$

Considérons aussi les triangles homothétiques OJF et IJB . On peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{OF'}}{\overline{IB'}} &= \frac{\overline{JO}}{\overline{JI}} \\ \text{or } \overline{IB'} &= \overline{OA} \\ \text{et } \overline{OF} &= -\overline{OF'} \\ \text{donc } -\frac{\overline{OF'}}{\overline{OA}} &= \frac{\overline{JO}}{\overline{JI}} \end{aligned} \quad (11.2)$$

En additionnant membre à membre les relations (11.1) et (11.2), nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{OF'}}{\overline{OA'}} - \frac{\overline{OF'}}{\overline{OA}} &= \frac{\overline{OI}}{\overline{JI}} + \frac{\overline{JO}}{\overline{JI}} \\ \text{soit } \overline{OF'}. \left(\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \right) &= \frac{\overline{JO} + \overline{OI}}{\overline{JI}} = \frac{\overline{JI}}{\overline{JI}} = 1 \end{aligned}$$

On tire alors :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

C'est la formule de position ou formule de conjugaison.

Rappelons que cette relation est générale et s'applique quelles que soient :

- la nature de la lentille (convergente ou divergente);
- la position de l'objet;
- la nature (réel ou virtuel) de l'objet.

Remarque.

En tenant compte de nos conventions d'orientation,

1. ■ $\overline{OF'} > 0$ pour une lentille convergente.
- $\overline{OF'} < 0$ pour une lentille divergente.
2. ■ $\overline{OA} < 0$ si l'objet est réel.
- $\overline{OA} > 0$ si l'objet est virtuel.

11.7.2 La formule de grandissement

Le grandissement est défini par le rapport

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

On calcule le grandissement grâce au théorème de Thalès (sur la Figure 11.25); les parallèles AB et $A'B'$ coupées par les sécantes AA' et BB' .

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

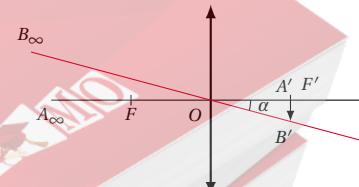
Remarque.

Le grandissement γ est algébrique :

- si $\gamma > 0$, l'image a le même sens que l'objet. On dit qu'elle est droite;
- si $\gamma < 0$, l'image est renversée par rapport à l'objet;
- si $|\gamma| > 1$, l'image est plus grande que l'objet;
- si $|\gamma| < 1$, l'image est plus petite que l'objet.

11.8 Cas d'un objet à l'infini

Figure 11.26



Considérons un objet très éloigné d'une lentille. Il est considéré comme étant à l'infini. Chaque point de l'objet envoie sur la lentille un faisceau cylindrique. L'image de l'objet se forme donc dans le plan focal image.

L'image $A'B'$ est réelle et renversée. Elle a pour grandeur :

$$A'B' = OF' \cdot \tan \alpha$$

Où α est appelé diamètre apparent de l'objet.

11.9 La vergence des lentilles minces

Définition.

La vergence C d'une lentille mince est l'inverse de sa distance focale image.

$$C = \frac{1}{OF'}$$

Remarque.

Le symbole C utilisé pour la vergence vient du fait que cette grandeur s'est longtemps appelée convergence. Dans la pratique, les distances focales s'expriment en mètres et les vergences sont alors en m^{-1} , unité qui a reçu le nom de dioptrie (symbole δ).

En tenant compte de nos conventions d'orientation :

- C est positive pour une lentille convergente;
- C est négative pour une lentille divergente.

11.9.1 L'expression de la vergence d'une lentille mince

La vergence d'une lentille mince est donnée par l'expression :

$$C = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Dans laquelle n est l'indice de la substance dont est faite la lentille, R_1 et R_2 les rayons de courbure de ses faces.

R_1 et R_2 , exprimés en mètre sont comptés :

- positivement si la face est convexe (bombée);
- négativement si la face est concave (creuse);
- pour une face plane, $R = \infty$.

11.9.2 La vergence d'un système de lentilles accolées

Plaçons les unes contre les autres plusieurs lentilles minces, de façon que leurs axes principaux soient confondus. Les lentilles étant minces, nous considérons que leurs centres optiques sont confondus.

Trouvons la vergence de la lentille unique équivalente au système.

Considérons un objet AB .

- La première lentille en donne une image A_1B_1 dont la position est donnée par :

$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA_1} + \frac{1}{OF'_1} = C_1 \quad (11.3)$$

- L'image A_1B_1 sert d'objet (virtuel pour la seconde lentille qui en donne une image A_2B_2). Donc

$$-\frac{1}{OA_1} + \frac{1}{OA_2} + \frac{1}{OF'_2} = C_2 \quad (11.4)$$

- L'image A_2B_2 sert d'objet (virtuel pour la troisième lentille qui en donne une image A_3B_3). Donc

$$-\frac{1}{OA_2} + \frac{1}{OA_3} + \frac{1}{OF'_3} = C_3 \quad (11.5)$$

Et ainsi de suite...

Additionnons membre à membre les relations précédentes. Nous avons :

$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA_3} = \frac{1}{OF'_1} + \frac{1}{OF'_2} + \frac{1}{OF'_3} = C_1 + C_2 + C_3$$

Une lentille unique aurait donné de l'objet AB une image A_3B_3 telle :

$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA_3} = \frac{1}{OF'} = C$$

Donc $C = C_1 + C_2 + C_3$.

Ce résultat est connu sous le nom de théorème des vergences :

Plusieurs lentilles minces accolées équivalent à une lentille unique dont la vergence est égale à la somme algébrique des vergences de chaque lentille.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

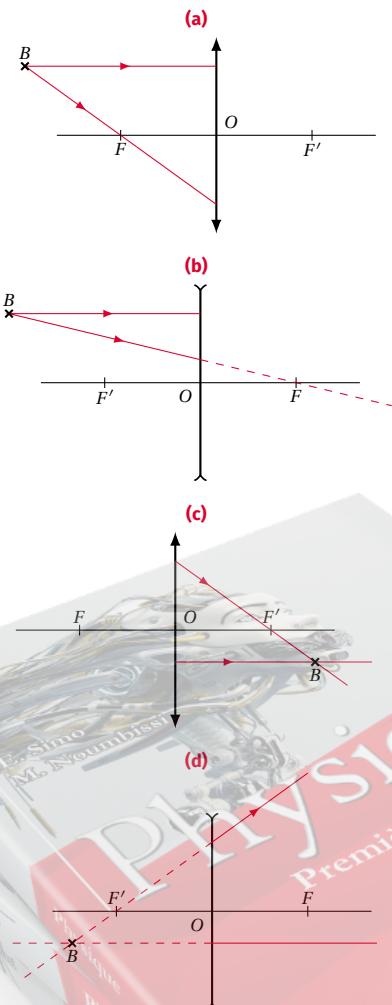
Ce théorème est indépendant de la nature de la lentille.

11.10. Enoncé des exercices et problèmes

11.10 Enoncé des exercices et problèmes

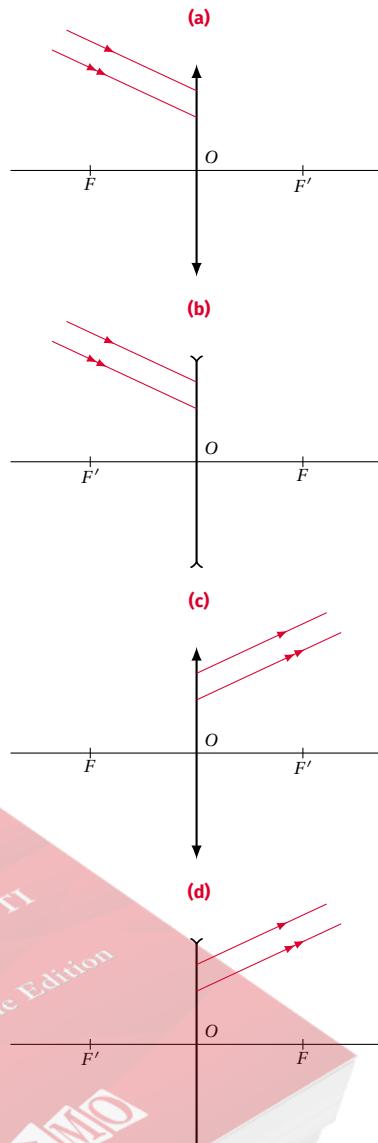
Exercice 1.

Tracer, dans les différents cas représentés sur la figure ci-dessous, le faisceau émergent ou le faisceau incident.



Exercice 2.

On se propose, dans les différents cas représentés sur la figure ci-dessous, de tracer le faisceau émergent ou le faisceau incident.



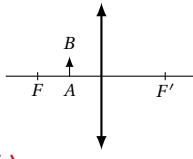
- 2.1. Tracer le rayon lumineux du faisceau émergent ou du faisceau incident passant par le centre optique.
- 2.2. En déduire les positions des foyers secondaires objet ou image.
- 2.3. Tracer alors le faisceau émergent ou le faisceau incident.

Exercice 3.

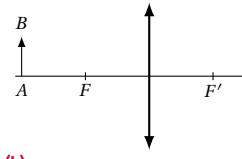
Reproduire les schémas suivants et les compléter :

- en construisant les images de l'objet AB ;
- en traçant la marche d'un faisceau issu de A .

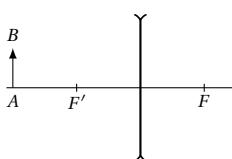
Préciser dans chaque cas la nature de l'image.



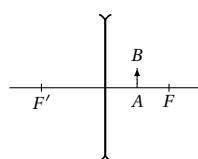
(a)



(b)



(c)



(d)

Exercice 4.

Les points A et A' de la figure ci-contre sont conjugués dans une lentille mince d'axe xx' .



Déterminer graphiquement :

- la position de la lentille;
- la position de ses foyers principaux F et F' ;
- sa nature (convergente ou divergente) et sa distance focale.

Exercice 5.

Un objet virtuel que l'on représentera par un segment AB perpendiculaire à l'axe principal se trouve à 10 cm derrière une lentille L de vergence $C = -5,0\delta$. AB mesure 2,0 cm; A est sur l'axe principal.

5.1. Trouver graphiquement l'image $A'B'$ de cet objet dans L . Tracer la marche d'un faisceau lumineux allant de B en B' . (La figure sera faite à l'échelle 1/2 pour l'objet et l'image et à l'échelle 1/4 pour les distances.)

5.2. Calculer les caractéristiques (nature, position, grandeur) de $A'B'$.

5.3. Quelle lentille faut-il lui accoler pour obtenir une vergence nulle? Que signifie cette expression?

Exercice 6.

Deux lentilles L_1 et L_2 sont telles que :

- les distances focales valent respectivement $f'_1 = 10\text{ cm}$ et $f'_2 = 20\text{ cm}$.

■ la distance des centres optiques est : $\overline{O_1 O_2} = 30\text{ cm}$.

6.1. Construire la figure et placer les foyers principaux.

Prendre l'échelle $\frac{1}{4}$.

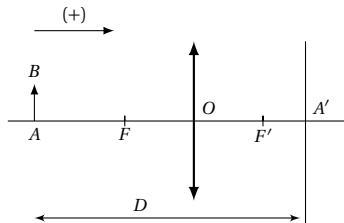
6.2. Déterminer, dans le système optique (L_1, L_2) les caractéristiques de l'image d'un objet AB de hauteur 1 cm placé à 20 cm devant la lentille L_1 .

6.3. On note γ_1 et γ_2 le grandissement des lentilles L_1 et L_2 dans la situation considérée.

Quel est le grandissement γ du système (L_1, L_2)?

Exercice 7.

On se propose de déterminer la distance focale f d'une lentille convergente L .



7.1. On dispose d'un objet lumineux AB et d'un écran d'observation séparés par une distance fixe D . En déplaçant entre eux la lentille L , on constate qu'il y a deux positions O_1 et O_2 de la lentille pour lesquelles on a, de l'objet AB , une image nette sur l'écran. Exprimer la distance focale f de la lentille en fonction de D et d (distance O_1, O_2). Calculer numériquement f si $D = 1,5\text{ m}$ et $d = 64,8\text{ cm}$.

7.2. Pour vérifier le résultat précédent, on réalise l'expérience suivante : on envoie sur L un faisceau lumineux divergent issu d'une source ponctuelle située sur l'axe principal de la lentille à 61 cm de celle-ci. Le faisceau lumineux sortant de L traverse ensuite une lentille divergente L' , de vergence $C' = -5$ dioptries, située à 41 cm de L . Les axes principaux des deux lentilles sont confondus. On constate que le faisceau sortant de L' est un faisceau parallèle. En déduire la distance focale f de la lentille L .

Exercice 8.

8.1. Construire (en respectant une échelle que vous choisirez) l'image d'un objet virtuel situé à 15 cm d'une lentille divergente dont la vergence est -5 dioptries. Donner la nature de l'image produite.

8.2. Une lentille donne d'un objet réel placé à 20 cm en avant de celle-ci une image réelle deux fois plus grande que l'objet.

8.2.1. Calculer la vergence de cette lentille et préciser sa nature.

8.2.2. Sans rien changer au dispositif précédent, on ajoute une lentille divergente, de vergence -5 dioptries, à 25 cm en arrière de la lentille précédente. On demande

11.10. Enoncés des exercices et problèmes

la position et la nature de l'image donnée par le système des deux lentilles.

Exercice 9.

Une lentille biconvexe L_1 , dont les faces ont le même rayon de courbure $R = 5\text{ cm}$, est faite d'un verre d'indice 1,5.

9.1. Calculer la vergence et la distance focale de cette lentille.

9.2. L_1 donne d'un objet réel, situé à 10 cm de son centre optique, une image réelle située à 20 cm de l'objet. Vérifier les résultats de la question précédente.

9.3. On accolé à L_1 une lentille divergente L_2 , de vergence -20 dioptries. Tracer la marche à travers le système des deux lentilles d'un faisceau lumineux parallèle à leur axe principal.

9.4. On utilise L_1 , seule, pour observer des objets très petits. L'oeil de l'observateur, placé au foyer principal image, observe, en fait, l'image de l'objet dans la lentille.

9.4.1. Déterminer la position, la nature et la grandeur de l'image $A'B'$ d'un objet réel AB , perpendiculaire à l'axe principal, de hauteur 1 mm, situé à 4 cm de la lentille. A quelle distance l'image se trouve-t-elle de l'oeil?

9.4.2. Construire l'image de l'objet AB dans la lentille et faire apparaître sur le schéma, l'angle α' sous lequel l'observateur voit $A'B'$. (Échelles : pour les positions : 1 cm pour 2 cm.) ; pour la grandeur de l'objet : 1 cm pour 2 mm.

9.4.3. Comparer α' à l'angle α sous lequel l'observateur verrait à l'oeil nu l'objet AB placé à 25 cm de l'oeil. Quel avantage présente l'utilisation de la lentille ?

Exercice 10.

Un objet lumineux, que l'on représentera par un segment de droite AB perpendiculaire à l'axe principal, a une hauteur de 5 mm. Il est placé à 30 cm d'une lentille L convergente, de vergence $C = +5,0$ dioptries.

10.1. Tracer la marche d'un faisceau lumineux issu de B (A est sur l'axe) et aboutissant en B' , l'image de B par rapport à L .

10.2. Donner les caractéristiques (nature, position, grandeur) de l'image $A'B'$ de AB .

10.3. A 40 cm du centre optique, du côté opposé à AB , on place un miroir incliné de 45° sur l'axe de la lentille, de façon qu'il coupe le faisceau émergent de la lentille. Soit $A''B''$ l'image finale. Tracer la marche du faisceau lumineux allant de B en B'' . Quelle est la nature de l'image $A''B''$? Quelle est sa position ?

Exercice 11.

On réalise un appareil photographique avec une boîte percée d'un trou devant lequel peut coulisser une lentille mince convergente, de vergence 20 dioptries. Lorsque la mise au point est convenable, l'image se trouve dans le plan du film.

11.1. On photographie un objet situé à l'infini : (en pratique cela signifie qu'il se trouve au-delà de 60 cm de l'appareil). Quelle est la distance entre la lentille et le plan

du film pour avoir une photographie nette ?

11.2. On veut photographier un objet placé à 1 m de la lentille.

11.2.1. Faire un schéma montrant la formation de l'image et calculer la position de celle-ci par rapport à la lentille.

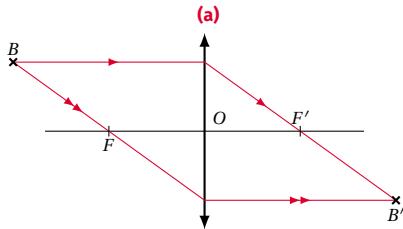
11.2.2. Pour que la photographie soit nette, il faut avancer la lentille d'une longueur x . Déterminer la valeur de x .

11.2.3. Jusqu'à quelle distance minimale peut-on prendre des photographies nettes si la lentille peut coulisser au maximum de 6 mm ?

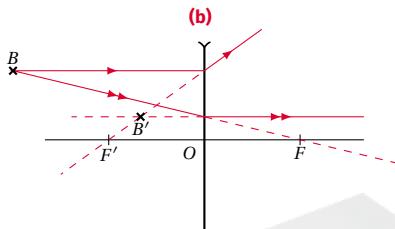
11.3. On photographie maintenant une personne de 1,80 m placée à 2 m de la lentille. Quelle est la taille de cette personne sur la photographie ?

11.11 Solutions des exercices et problèmes

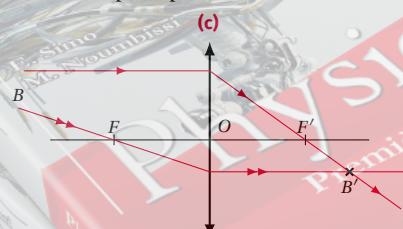
Solution 1. (p. 151)



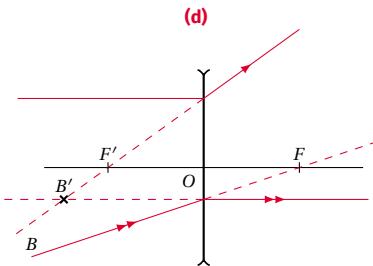
- Le rayon incident parallèle à l'axe principal émerge de la lentille en passant par le foyer principal image.
- Le rayon incident passant par le foyer principal objet émerge de la lentille parallèlement à l'axe principal.



- Le rayon incident parallèle à l'axe principal, émerge de la lentille comme s'il provenait du foyer principal image F' .
- Le rayon incident dont le prolongement passe par le foyer principal objet F , émerge de la lentille parallèlement à l'axe principal.



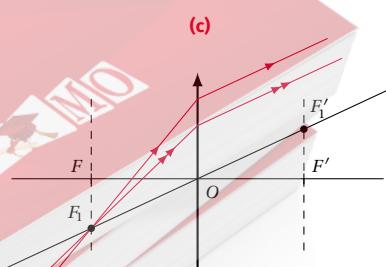
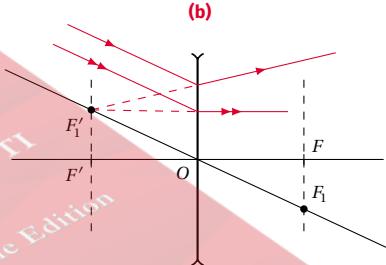
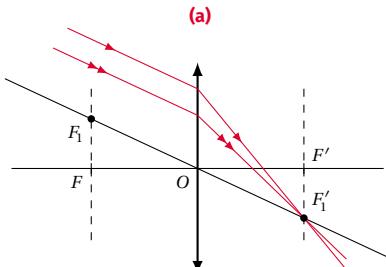
- Un rayon émergent passant par le foyer principal image, correspond un rayon incident parallèle à l'axe principal.
- Un rayon émergent parallèle à l'axe principal, correspond un rayon incident passant par le foyer principal objet.



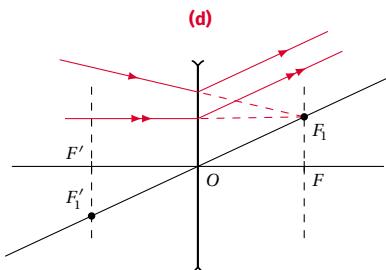
- A un rayon émergent dont le prolongement passe par le foyer principal image, correspond un rayon incident parallèle à l'axe principal.
- A un rayon émergent parallèle à l'axe principal, correspond un rayon incident dont le prolongement passerait par le foyer principal objet.

Nous pouvons alors représenter pour chaque cas le faisceau émergent ((a) et (b)) ou le faisceau incident ((c) et (d)) (voir figures ci-dessus).

Solution 2. (p. 151)



11.11. Solutions des exercices et problèmes



2.1. Le rayon passant par le centre optique de la lentille (convergente ou divergente) ne subit aucune déviation.

2.2. Le foyer secondaire est situé à l'intersection du plan focal et du rayon parallèle au faisceau et passant par le centre optique.

2.3.

2.3.1. Tous les rayons du faisceau émergent convergent au foyer secondaire image F'_1 .

2.3.2. Tous les rayons du faisceau émergent divergent comme s'ils venaient du foyer secondaire image F'_1 .

2.3.3. Tous les rayons incidents passent par le foyer secondaire objet F_1 .

2.3.4. Tous les rayons du faisceau incident irait converger au foyer secondaire objet F_1 .

Nous avons pour représentation : (voir figure (a), (b), (c), et (d) ci-dessus).

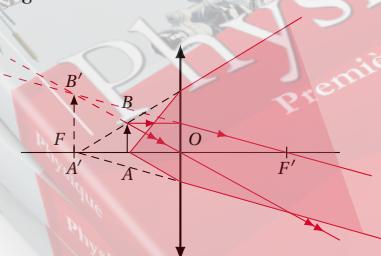
Solution 3. (p. 152)

■ Pour construire l'image $A'B'$ de AB , on utilise deux des trois rayons issus de B , dont la marche est connue. On détermine ainsi l'image B' de B . A' (image du point A) est la projection orthogonale de B' sur l'axe principal.

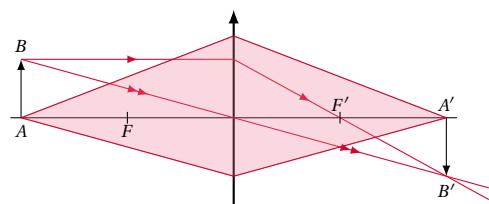
■ Pour tracer la marche d'un faisceau issu de A , nous considérons que tout rayon de A , émerge de la lentille soit en passant par A' (cas d'une image réelle) soit comme s'il provenait de A' (cas d'une image virtuelle).

Nous avons donc les représentations suivantes :

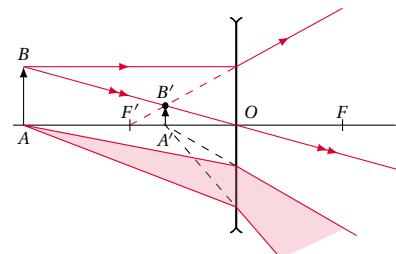
3.1. l'image est virtuelle et droite :



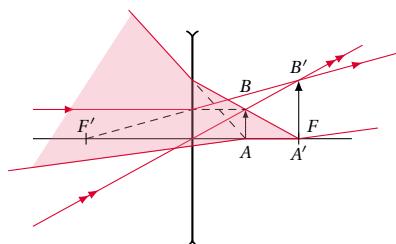
3.2. l'image est réelle et renversée :



3.3. l'image est virtuelle et droite :

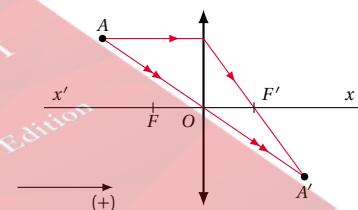


3.4. l'image est réelle et droite :



Solution 4. (p. 152)

■ **Position de la lentille.**



Le rayon lumineux issu de A , qui arrive à A' sans subir de déviation passe par le centre optique de la lentille, ce centre optique étant situé sur l'axe principal.

■ **Position des foyers principaux de la lentille.**

Considérons un rayon issu de A et parallèle à l'axe principal. Ce rayon émerge de la lentille en passant par le foyer principal image F' et par le point A' .

F' et F étant symétriques par rapport à O , on peut écrire $OF' = -OF$.

■ **Nature de la lentille.**

En tenant compte du sens positif (sens de la lumière) de l'axe principal, $OF' > 0$. La distance focale OF' est positive. Il s'agit donc d'une lentille convergente.

En tenant compte de l'échelle, la distance focale est :

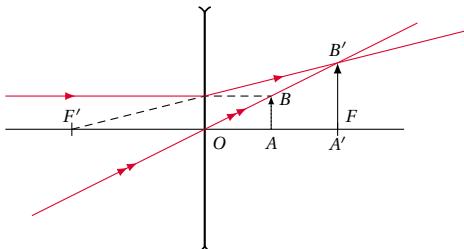
$$f = \overline{OF'} = 1 \cdot 10 = 10 \text{ cm}$$

Solution 5. (p. 152)**5.1. Construction de l'image $A'B'$.**

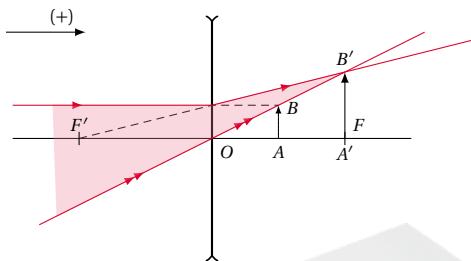
Calculons la distance focale de la lentille :

$$\frac{1}{OF'} = \frac{1}{C} = -\frac{1}{5,0} = -0,2 \text{ m}$$

Il s'agit d'une lentille divergente. En tenant compte de l'échelle $\left(\frac{1}{4}\right)$.



Marche d'un faisceau allant de B en B' .

**5.2. Caractéristique de l'image $A'B'$.**

Graphiquement, nous constatons que $A'B'$ est réelle, droite, deux fois plus grande que l'objet et située au foyer principal objet F .

Vérifions ces caractéristiques par calcul.

Position de l'image $A'B'$: D'après la formule de conjugaison,

$$-\frac{1}{OA'} + \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} \rightarrow \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} + \frac{1}{OA}$$

On en déduit,

$$\begin{aligned} \frac{1}{OA'} &= \frac{\overline{OF} \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} + \overline{OF'}} = \frac{-0,2 \cdot 0,1}{0,1 + 0,2} = 0,2 \text{ m} \\ OA' &= 0,2 \text{ m} = \overline{OF} \end{aligned}$$

Donc l'image se forme au foyer principal objet.

Nature de l'image

$OA' > 0$ signifie que l'image est réelle.

Grandeur de l'image

D'après la formule du grandissement,

$$-\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{0,2}{0,1} = 2 \rightarrow \overline{A'B'} = 2 \cdot \overline{AB}$$

Donc l'image est deux fois plus grande que l'objet.

$$\overline{A'B'} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

5.3. Nature de la lentille qu'il faut lui accoler pour obtenir une vergence nulle :

En lui accolant une lentille L' de vergence C' , la vergence

du système est : $C + C'$.

Si la vergence du système est nulle, on a :

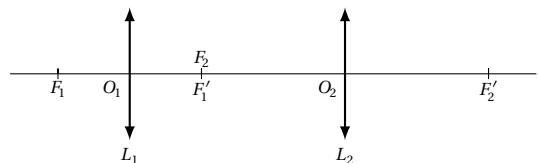
$$C + C' = 0 \rightarrow C' = -C = 5\delta$$

Il faudra accoler à la lentille L une lentille convergente ($C > 0$) de vergence $C = +5\delta$.

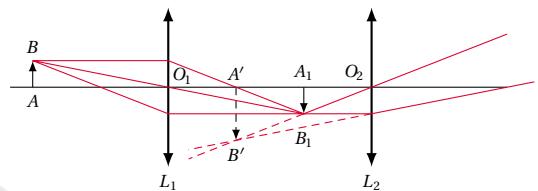
Signification de cette expression.

Lorsque la vergence d'un système de lentilles est nulle, cela signifie que ce système n'est ni convergent, ni divergent.

Un faisceau parallèle à l'axe principal émerge du système parallèlement à l'axe principal.

Solution 6. (p. 152)**6.1. Construction de la figure**

f_1 et f_2 étant positives, L_1 et L_2 sont des lentilles convergentes.

6.2. Caractéristiques de l'image $A'B'$ de AB 

L_1 donne de AB , une image A_1B_1 réelle et renversée. A_1B_1 est symétrique de AB par rapport à O_1 . Puis L_2 donne de A_1B_1 une image $A'B'$.

D'après la construction, $A'B'$, est virtuelle, renversée, deux fois plus grande que l'objet AB .

Vérifions cela par le calcul.

Position de A_1B_1 .

$$-\frac{1}{O_1A} + \frac{1}{O_1A_1} = \frac{1}{O_1F_1}$$

$$\rightarrow \frac{1}{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A} \cdot \overline{O_1F_1}}{\overline{O_1A} + \overline{O_1F_1}}$$

$$= \frac{-20 \cdot 10}{-20 + 10} = 20 \text{ cm}$$

Grandeur de A_1B_1 :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{20}{-20} = -1$$

$$\gamma_1 = -1 \rightarrow A_1B_1$$

est renversée et à la même grandeur que AB .

Position de A_1B_1 , par rapport à L_2 .

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1A_1} + \overline{A_1O_2}$$

$$\rightarrow \overline{A_1O_2} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_1A_1}$$

11.11. Solutions des exercices et problèmes

$$\begin{aligned}\overline{A_1 O_2} &= 30 - 20 = 10 \\ \rightarrow \overline{O_2 A_1} &= -10 \text{ cm}\end{aligned}$$

Position de $A'B'$ par rapport à L_2 .

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\overline{O_2 A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2 A'_1}} &= \frac{1}{\overline{O_2 F'_2}} \\ \rightarrow \overline{O_2 A'} &= \frac{\overline{O_2 F'_2} \cdot \overline{O_2 A_1}}{\overline{O_2 F'_2} + \overline{O_2 A_1}} \\ &= \frac{-20 \cdot (-10)}{20 + 10} = 20 \text{ cm} = \overline{O_2 F'_2}\end{aligned}$$

Donc l'image finale $A'B'$ se forme au foyer principal objet de L_2 .

Grandeur de $A'B'$

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1 B_1}} = \frac{\overline{O_2 A'}}{\overline{O_2 A_1}} = \frac{-20}{-10} = +2$$

$\gamma_2 > 0 \rightarrow A'B'$ a le même sens que $A_1 B_1$.

$\gamma_2 = 2 \rightarrow A'B'$ est deux fois plus grande que $A_1 B_1$.

En résumé, le système optique (L_1, L_2) donne de AB une image $A'B'$:

- virtuelle;
- renversée;
- deux fois plus grande que AB .

6.3. Exprimons le grossissement γ en fonction de γ_1 et γ_2 :

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} \\ \gamma_2 &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1 B_1}} \\ \gamma &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \\ &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1 B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} \\ &= \gamma_2 \cdot \gamma_1 \\ \gamma &= \gamma_1 \cdot \gamma_2 = (-1) \cdot (2) = -2\end{aligned}$$

Solution 7. (p. 152)

7.1. Calcul de la distance focale de la lentille.

Exprimons la distance focale f en fonction de D et $d = \overline{O_1 O_2}$.

Soit O une position de la lentille pour laquelle on obtient de l'objet AB une image nette $A'B'$ sur l'écran.

La formule de position s'écrit :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Or $\overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'}$ relation de Chasles. Donc :

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA} + \overline{AA'}} &= \frac{1}{\overline{OF'}} \\ \leftrightarrow \frac{-\overline{(OA)} + \overline{AA'}}{\overline{OA} \cdot (\overline{OA} + \overline{AA'})} &= \frac{1}{\overline{OF'}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\leftrightarrow -\overline{(OA + AA')} \cdot \overline{OF'} + \overline{OA} \cdot \overline{OF'} \\ -\overline{OA}(\overline{OA} + \overline{AA'}) &= 0\end{aligned}$$

avec $AA' = D$. posons $\overline{OF'} = f$. On obtient :

$$\overline{OA}^2 + \overline{AA'} \cdot \overline{OF'} - \overline{OA} \cdot \overline{AA'} = 0 \quad (S11.1)$$

(S11.1) est une équation du second degré dont l'inconnue est OA .

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = D^2 - 4f \cdot f.$$

L'équation (S11.1) n'admet deux solutions (donc deux positions de la lentille) que si :

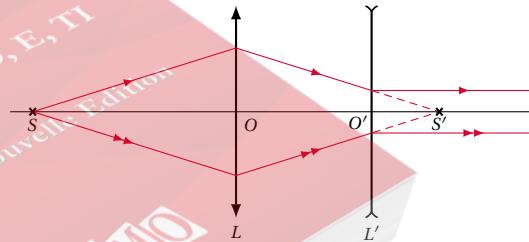
$$D^2 - 4f \cdot f > 0 \text{ donc si } D > 4f.$$

Pour $D > 4f$, l'équation (S11.1) admet deux solutions correspondant à deux positions de O , puisque A est fixe :

$$\begin{aligned}\overline{OA} &= \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4f \cdot f}}{2} \\ \text{et } \overline{O_2 A} &= \frac{-D - \sqrt{D^2 - 4f \cdot f}}{2} \\ \overline{O_1 O_2} &= d = \overline{O_1 A} + \overline{AO_2} = \overline{O_1 A} - \overline{O_2 A} \\ &= -\frac{D}{2} + \frac{\sqrt{D^2 - 4f \cdot f}}{2} \\ &\quad - \left(-\frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D^2 - 4f \cdot f}}{2} \right) \\ \overline{O_1 O_2} &= \sqrt{D^2 - 4f \cdot f} \\ \rightarrow d &= \sqrt{D^2 - 4f \cdot f} \\ \rightarrow d^2 &= D^2 - 4f \cdot f \\ \rightarrow f &= \frac{D^2 - d^2}{4D}\end{aligned}$$

$$\text{A.N. } \frac{D}{f} = \frac{1,5^2 - 0,648^2}{4 \cdot 1,5} = 0,305 \text{ m} = 30,5 \text{ cm.}$$

7.2. Vérification du résultat.



S' image de S dans la lentille convergente sert d'objet pour la lentille divergente. Le faisceau émergent étant parallèle à l'axe, S' se trouve au foyer objet de L' soit à la distance $\overline{O'S'} = \overline{O'F'} = \left| \frac{1}{C} \right| = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$.

$$OS' = O O' + O' S' = 41 + 20 = 61 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{OS} + \frac{1}{OS'} = \frac{1}{O'F'} \rightarrow \overline{O'F'} = \frac{\overline{OS} \cdot \overline{OS'}}{\overline{OS} - \overline{OS'}}$$

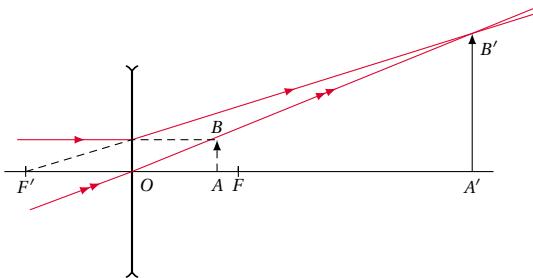
$$\text{avec } \overline{OS} = -61; \overline{OS'} = +61; \overline{O'F'} = 30 \text{ cm.}$$

Solution 8. (p. 152)**8.1. Construction de l'image $A'B'$ de AB .**

Calculons la distance focale $\overline{OF'}$ de la lentille :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{C} = -\frac{1}{5} = -0,2 \text{ m} = -20 \text{ cm}$$

Prenons pour échelle 1 cm pour 5 cm. (schéma voir ci-dessous)



Remarque: On peut vérifier cette construction par le calcul.

De la formule de conjugaison

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} &= \frac{1}{\overline{OF'}} \\ \rightarrow \overline{OA'} &= \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}} \end{aligned}$$

avec $\overline{OA} = 15 \text{ cm}$ et $\overline{OF'} = -20 \text{ cm}$,

$$\overline{OA'} = \frac{(+15) \cdot (-20)}{(+15) + (-20)} = 60 \text{ cm}$$

$\overline{OA'} > 0 \Rightarrow$ l'image est réelle.

8.2. Vergence et nature de la lentille.

D'après la relation de position, la vergence C est :

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}}$$

L'image étant deux fois plus grande que l'objet,

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -2 \quad (\text{car } \overline{OA'} > 0 \text{ et } \overline{OA} < 0)$$

$$C = -\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{2\overline{OA}} = -\frac{3}{2\overline{OA}}$$

avec $\overline{OA} = -20 \text{ cm} = -0,2 \text{ m}$

$$C = -\frac{3}{2 \cdot (-0,2)} = 7,5 \delta$$

La vergence étant positive, la lentille est convergente.

8.3. Position et nature de l'image donnée par le système des deux lentilles.

L'image donnée par la lentille convergente est située à $2 \times 20 = 40 \text{ cm}$ de son centre optique, donc à $40 - 25 = 15 \text{ cm}$ en arrière du centre optique de la lentille divergente pour laquelle elle est objet virtuel.

On se trouve donc ramené au cas de la première question.

L'image définitive est donc réelle et située à 60 cm de la lentille divergente.

Solution 9. (p. 153)**9.1. Vergence et distance focale de la lentille.**

La vergence de la lentille est donnée par la relation :

$$C_1 = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_1} \right) \text{ avec } R_1 = R'_1 = R = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

et $n = 1,5$,

$$C_1 = (n - 1) \frac{2}{R} = (1,5 - 1) \frac{2}{5 \cdot 10^{-2}} = 20 \delta$$

La distance focale est l'inverse de la vergence.

$$f_1 = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm.}$$

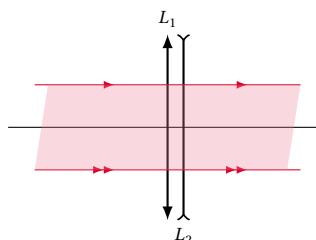
9.2. Orientons l'axe principal de la lentille dans le sens de propagation de la lumière.

Si A est le point de l'objet situé sur l'axe principal et A' son image, on a, d'après la formule de position :

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}}$$

Avec $\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{-10 \text{ cm}}{-10 + 20} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$ et

$$C = -\frac{1}{-0,1} + \frac{1}{0,1} = +20 \delta.$$

9.3. Marche d'un faisceau à travers le système des deux lentilles.

La vergence du système des deux lentilles est donnée par le théorème des vergences.

$$C = C_1 + C_2 = +20 - 20 = 0$$

La vergence du système est nulle. Le système n'est ni convergent, ni divergent.

Le faisceau parallèle à l'axe principal émerge du système parallèlement à l'axe principal.

9.4. Caractéristiques de l'image $A'B'$:

D'après la formule de position,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\overline{OF'}} &= -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} \\ \Rightarrow \overline{OA'} &= \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}} \end{aligned}$$

$$\text{A.N. } \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{(-4) \cdot (+5)}{(-4) + (+5)} = -20 \text{ cm.}$$

$\overline{OA'} < 0 \rightarrow A'B'$ est une image virtuelle.

Elle est située à 20 cm en avant de la lentille et à $20 + 5 = 25 \text{ cm}$ de l'œil.

Grandeur de l'image.

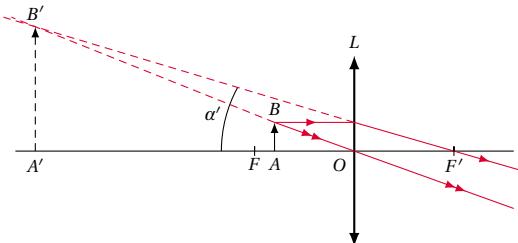
D'après la formule de grandissement,

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{-20}{-4} = +5$$

11.11. Solutions des exercices et problèmes

$\gamma < 0 \Rightarrow$ l'image $A'B'$ a le même sens que l'objet AB .
De plus $\overline{A'B'} = 5\overline{AB} = 5 \cdot 1 = 5$ mm.

9.5. Construction de l'image $A'B'$.



L'angle α' sous lequel l'observateur (placer en F') voit $A'B'$ est :

$$\alpha' = B'F'A'$$

9.6. Comparons α' et α :

$$\tan \alpha' = \frac{A'B'}{d} \text{ avec } d = A'F' = 25 \text{ cm.}$$

A l'œil nu, placé à $d = 25$ cm de l'objet, $\tan \alpha = \frac{AB}{d}$.

Les angles étant petits, $\alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{A'B'}{d}$ et $\alpha \approx \tan \alpha = \frac{AB}{d}$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{5}{1} = 5 \rightarrow \alpha' = 5 \cdot \alpha$$

Donc la lentille dans ces conditions permet de voir les objets 5 fois plus gros.

Solution 10. (p. 153)

10.1. Marche d'un faisceau lumineux issu de B et aboutissant en B' .

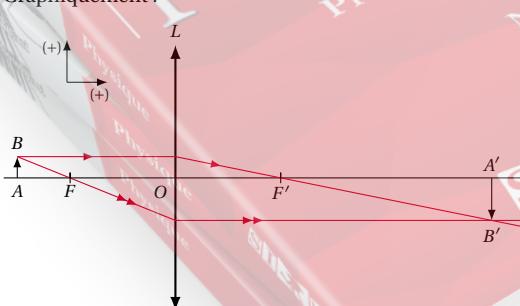
Calculons la distance focale de la lentille.

$$\overline{OF'} = \frac{1}{C} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

Prenons pour échelle 1/5 pour la position et 1 pour la grandeur de l'objet et de l'image. Schéma voir ci-dessous).

10.2. Caractéristique de l'image $A'B'$.

- Graphiquement :



- Nature : $A'B'$ est une image réelle.
- Position : en tenant compte de l'échelle, $A'B' = -10$ mm, $A'B'$ est renversé par rapport

à AB .

Vérifions ces résultats par le calcul.

Ecrivons la formule de position :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

A.N. $\overline{OF'} = 20$ cm; $\overline{OA} = -30$ cm; $\overline{OA'} = 60$ cm.

$\overline{OA'} > 0 \rightarrow A'B'$ est une image réelle.

D'après la formule de grandissement,

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \rightarrow \overline{A'B'} = \overline{AB} \cdot \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

A.N. $\overline{AB} = 5$ mm; $\overline{OA} = -30$ cm; $\overline{OA'} = 60$ cm; $\overline{A'B'} = -10$ mm.

$A'B' < 0 \rightarrow A'B'$ est renversée par rapport à l'objet AB . Ces résultats sont conformes à la construction graphique.

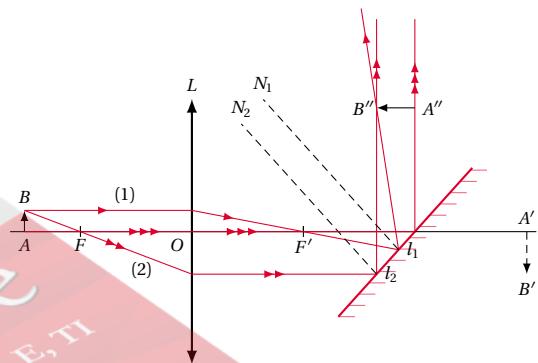
10.3. Construction de l'image $A''B''$ de AB à travers le système (lentille L - miroir).

Le rayon (1) issu de B rencontre le miroir en I_1 et est réfléchi selon les lois de la réflexion.

Il en est de même du rayon (2) qui est réfléchi en I_2 .

Les deux rayons réfléchis se rencontrent en B'' , formant ainsi l'image de B .

L'image A'' de A se forme sur le rayon réfléchi issu de A , telle que l'image $A''B''$ de AB est perpendiculaire à ce rayon.



Nature de l'image $A''B''$. Le faisceau émergent du système optique étant convergent, l'image $A''B''$ est une image réelle.

Position de l'image $A''B''$.

$A''B''$ est au-dessus de l'axe principal et est parallèle à cet axe.

Solution 11. (p. 153)

11.1. Distance entre la lentille et le plan du film pour qu'on ait une image nette.

Pour avoir une image nette, il faut que le film se trouve exactement à l'endroit où se forme l'image. Or pour un objet situé à l'infini, l'image se forme dans le plan focal image de la lentille.

Donc la distance entre la lentille et le plan du film est :

$$d = \overline{OF'} = \frac{1}{C} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

11.2. Schéma montrant la formation de l'image.

Déterminons la position de l'image par rapport à la lentille.

D'après la formule de position,

$$\frac{1}{OF'} = -\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

A.N. $\overline{OF'} = 0,05\text{ m} = 5\text{ cm}$; $\overline{OA} = -1\text{ m}$;
 $\overline{OA'} = 0,0526\text{ m} = 5,26\text{ cm}$.

11.3. Pour $OA = 1\text{ m} = 100\text{ cm}$, on peut considérer que l'objet est très éloigné de la lentille c'est-à-dire qu'il est à l'infini. Donc son image se forme dans le plan focal image de la lentille. Pour que cette image soit nette, il faut que le plan du film soit confondu au plan focal image. Pour cela, il faut que $\overline{OA'} = \overline{OF'}$ où O' est la position du centre optique pour laquelle l'image est nette.

$\overline{OO'} + \overline{O'A} = \overline{OA} \rightarrow \overline{OO'} = \overline{OA} - \overline{O'A}$ avec $\overline{OO'} = x$ et
 $\overline{O'A} = \overline{O'F'}$.

on a : $x = \overline{OA} - \overline{O'F'} = 5,26 - 5 = 0,26\text{ cm}$

11.4. Distance minimale en dessous de laquelle on ne peut photographier :

D'après la formule de position,

$$\frac{1}{OF'} = -\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'}$$

Lorsque l'objet est à l'infini, on peut écrire $\overline{OA'} = -\infty$ et la formule de conjugaison devient :

$$\frac{1}{OF'} = -\frac{1}{-\infty} + \frac{1}{O'A'_1} \text{ où } A'_1 \text{ est l'image de } A \text{ lorsque } A$$

est à l'infini.

On en déduit $\frac{1}{OF'} = \frac{1}{O'A'_1} \rightarrow A'_1 \text{ est confondu à } F'$.

Plaçons-nous à la position limite où A est A_2 et son image est A'_2

$$\overline{OA'_2} = \overline{OA'_1} + \Delta x = 5 + 0,6 = 5,6\text{ cm}$$

D'après la formule de position,

$$\frac{1}{OF'} = -\frac{1}{OA_2} + \frac{1}{OA'_2} \Rightarrow \overline{OA_2} = \frac{\overline{OA'_2} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA'_2}}$$

A.N. $\overline{OA'_2} = 5,6\text{ cm}$; $\overline{OF'} = -5\text{ cm}$;
 $\overline{OA_2} = \frac{(5,6 \cdot 5)}{5 - 5,6} = -46,67\text{ cm}$.

11.5. Taille de la personne sur le film.

Calculons d'abord la distance OA' . D'après la formule de position,

$$\frac{1}{OF'} = -\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} \rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} - \overline{OF'}}$$

A.N. $\overline{OA} = 2\text{ m}$; $\overline{OF'} = 5\text{ cm} = 0,05\text{ m}$;
 $\overline{OA'} = 0,0513\text{ m} = 5,13\text{ cm}$.

Taille de l'image.

D'après la formule de grandissement,

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \rightarrow \overline{A'B'} = \overline{AB} \cdot \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

A.N. $\overline{AB} = 1,8\text{ m}$; $\overline{OA'} = 0,0513\text{ m}$; $\overline{OA} = 2\text{ m}$;
 $= \overline{A'B'} = 0,046\text{ m} = 4,6\text{ cm}$.

L'oeil réduit

12.1	Définition	162
12.2	L'oeil réduit	162
12.3	L'accommodation	162
12.4	Acuité visuelle	162
12.5	Les défaut de l'accommodation	162
12.5.1	L'oeil myope	163
12.5.2	L'oeil hypermétrope	163
12.5.3	L'oeil presbyte	163
12.6	Enoncés des exercices et problèmes	163
12.7	Solutions des exercices et problèmes	164



12.1 Définition

Le globe oculaire a sensiblement la forme d'une sphère de 2 cm de diamètre.

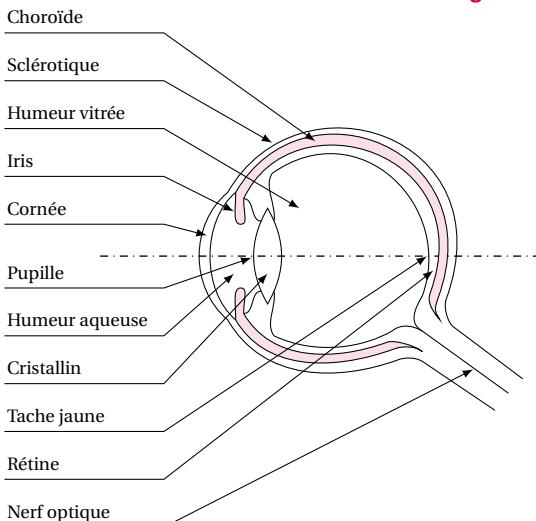


Figure 12.1

D'avant en arrière, on rencontre :

- la cornée transparente;
- l'humeur aqueuse;
- l'iris, qui sert de diaphragme à l'œil; son ouverture appelée pupille est variable;
- le cristallin, lentille biconvexe;
- la rétine, sensible dans une toute petite région située au voisinage de l'axe optique appelée tâche jaune;
- le nerf optique transmet les sensations au cerveau.

12.2 L'œil réduit

L'œil constitue un système optique compliqué donnant d'un objet une image réelle renversée qui doit se former sur la rétine.

On peut simplifier ce système optique en le remplaçant par une lentille convergente diaphragmée située à 15 mm de la rétine.

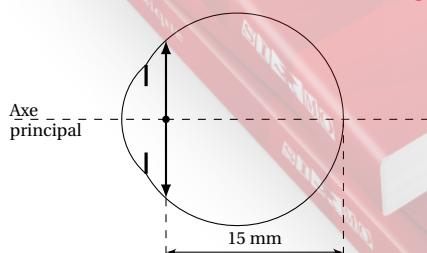


Figure 12.2

L'ensemble formé par la lentille et la partie sensible de la rétine constitue l'**œil réduit**.

12.3 L'accommodation

Pour que l'œil voit nettement un objet AB , il faut que l'image $A'B'$ de cet objet se forme sur la rétine. Or la distance de la rétine à la lentille de l'œil est constante (\overline{OA}' constante).

Un œil voit les objets à différentes distances (\overline{OA} = est variable).

D'après la relation de position :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA}'} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

si \overline{OA}' est constante et \overline{OA} variable, il faut nécessairement que $\overline{OF'}$ varie. Sous l'action des muscles, la face antérieure du cristallin se bombe plus ou moins, ce qui provoque une variation de sa vergence : c'est l'accommodation.

- lorsque les muscles sont relâchés (l'œil n'accommode pas), l'œil voit nettement à une distance maximale D . Le point de l'axe optique que l'œil voit nettement sans accommoder est appelé **punctum remotum (PR)**. Pour un œil normal, le punctum remotum est à l'infini.
- lorsque les muscles sont contractés au maximum (accommodation maximale), l'œil voit à une distance minimale d . Le point de l'axe optique que l'œil voit nettement en accommodant au maximum est appelé **punctum proximum (PP)**.

12.4 Acuité visuelle

On appelle pouvoir séparateur de l'œil ou acuité visuelle ϵ , la plus petite distance angulaire de deux points A et B vus séparément.



Figure 12.3

Si D_m est la distance maximale de l'œil aux deux points vus séparément, on a :

$$\epsilon \approx \frac{e}{D_m}$$

Pour un œil normal, jeune, dans de bonnes conditions d'éclairage $\epsilon \approx 1' = 3 \times 10^{-4}$ rad.

12.5 Les défaut de l'accommodation

12.5.1 L'oeil myope

Pour un oeil normal, son punctum remotum est à l'infini, et son punctum proximum est situé entre 15 cm et 25 cm. Mais très souvent, les yeux ont des défauts d'accommodation.

12.5.2 L'oeil hypermétrope

Un oeil myope est trop convergent; l'image d'un objet situé à l'infini se forme en avant de la rétine. Un oeil myope ne peut pas voir nettement les objets éloignés.

Pour corriger la myopie, il faut placer devant l'oeil une lentille divergente.

Remarque.

Le verre correcteur éloigne le punctum proximum. Un myope doit donc retirer ses lunettes pour voir de très près.

12.5.3 L'oeil presbyte

La presbytie est une diminution de la faculté d'accommodation due à la vieillesse, les muscles commandant la courbure du cristallin ayant perdu leur force. Dans ce cas, le punctum remotum reste fixe, le punctum proximum s'éloigne.

La presbytie s'ajoute au défaut primitif de l'oeil : oeil myope presbyte, oeil hypermétrope presbyte.

Un oeil normal devenu presbyte doit s'adjointre un verre convergent pour voir de près.

12.6 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Un oeil normal a son punctum proximum à 20 cm. Entre quelles limites varie la vergence de son cristallin? Distance entre le centre optique de la lentille de l'oeil et la rétine : 15 mm.

Exercice 2.

Un oeil a son punctum remotum à 100 cm, et son punctum proximum à 10 cm.

2.1. Définir les mots punctum remotum et punctum proximum.

2.2. Quel est le défaut de cet oeil? Justifiez votre réponse.

2.3. Quelles doivent être la nature et la vergence de la lentille qu'il faut lui accoler pour ramener le punctum remotum à l'infini?

Exercice 3.

Un oeil myope a, comme limites de vision distincte, 10 cm et 1 m.

3.1. Quelle est la vergence du verre correcteur à placer à 2 cm de l'oeil, pour qu'il voie nettement un objet à l'infini?

3.2. Où est le punctum proximum de l'oeil ainsi corrigé?

Exercice 4.

Un oeil presbyte ne voit nettement les objets qu'à 1,20 m.

4.1. Quelle est la distance focale du verre qu'il doit utiliser pour amener son punctum proximum à 30 cm? On négligera la distance de la lentille à l'oeil.

4.2. Cet oeil, par ailleurs normal, verra-t-il les objets éloignés avec le verre correcteur?

Ce presbyte ne dispose que de lentille de 36 cm de distance focale.

4.1. Où devra-t-il placer le livre pour voir le mieux possible? On néglige encore la distance de la lentille à l'oeil.

4.2. A quelle distance de l'oeil devra-t-il placer la lentille s'il veut laisser le livre à 30 cm?

Exercice 5.

Un myope devenu presbyte a des limites de vision distincte comprises entre 40 cm et 1 m.

5.1. Quelle lentille L_1 faut-il placer devant son oeil pour qu'il puisse voir nettement à l'infini?

5.2. Pour qu'il puisse voir les objets rapprochés, on accolera au verre précédent une lentille convergente de façon que le punctum proximum soit ramené à 20 cm. Quelle est la vergence de cette lentille L_2 ? N.B. : on négligera la distance oeil - lentille.

5.3. La lentille L_2 est biconvexe et ses faces ont même rayon de courbure R . Calculer R sachant que l'indice du verre est $n = 1,5$.

12.7 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 163)

Calculons les valeurs limites de la vergence du cristallin de l'œil normal :

Lorsque cet œil voit un objet AB , l'image $A'B'$ de AB se forme sur la rétine.

D'après la formule de position,

$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'}$$

Envisageons les deux cas limites suivants :

Pour $OA = \infty$ (l'objet est à l'infini) $\frac{1}{OA} = 0$ et la relation de conjugaison devient :

$$\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'_1}$$

$$\rightarrow \overline{OF'_1} = \overline{OA'} = 0,015 \text{ m}$$

$$\rightarrow C_1 = \frac{1}{OF'_1} = \frac{1}{0,015} = 66,7\delta$$

Pour $OA = \text{P.P.} = 0,20 \text{ m}$,

$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'_2} = \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$$

$$\overline{OF'_2} = \frac{(0,015) \cdot (-0,20)}{-0,20 - 0,015} = 0,0139 \text{ m}$$

$$\rightarrow C_2 = \frac{1}{OF'_2} = \frac{1}{0,0139} = 72\delta$$

La vergence d'un œil normale varie entre 66,7 dioptries et 72 dioptries

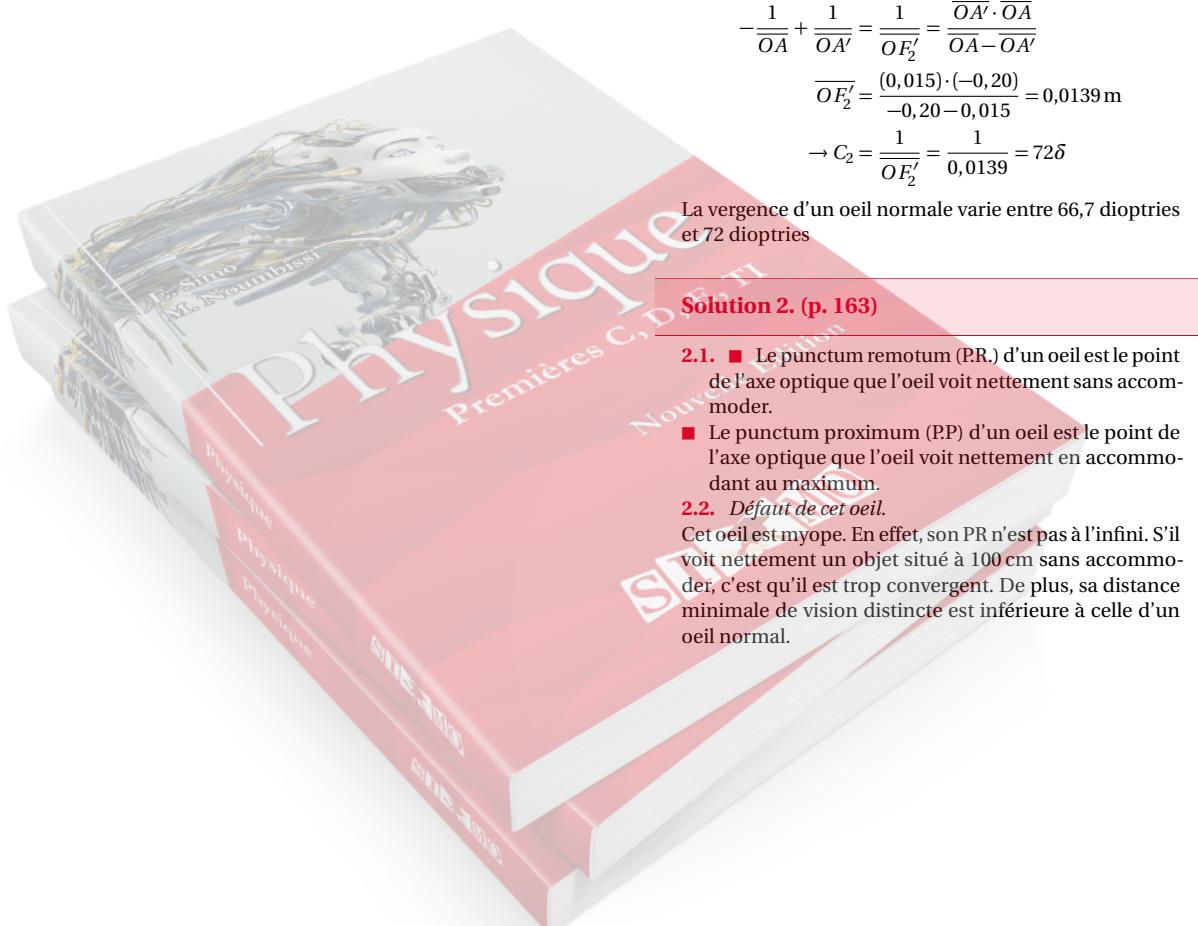
Solution 2. (p. 163)

2.1. ■ Le punctum remotum (PR.) d'un œil est le point de l'axe optique que l'œil voit nettement sans accomoder.

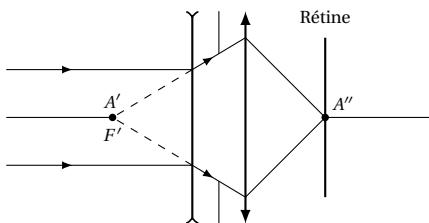
■ Le punctum proximum (PP) d'un œil est le point de l'axe optique que l'œil voit nettement en accommodant au maximum.

2.2. Défaut de cet œil.

Cet œil est myope. En effet, son PR n'est pas à l'infini. S'il voit nettement un objet situé à 100 cm sans accomoder, c'est qu'il est trop convergent. De plus, sa distance minimale de vision distincte est inférieure à celle d'un œil normal.



12.7. Solutions des exercices et problèmes



2.3. Nature et Vergence de la lentille nécessaire pour corriger cet oeil.

Lorsqu'on accolé une lentille à l'oeil, l'oeil voit non plus l'objet, mais l'image de l'objet dans la lentille. Cette image doit se former en avant de la lentille, donc être virtuelle.

Pour que l'oeil voie un objet à l'infini, il faut que la lentille donne de cet objet une image au PR c'est-à-dire à 100 cm en avant de la lentille.

Si on oriente l'axe principal dans le sens de propagation de la lumière :

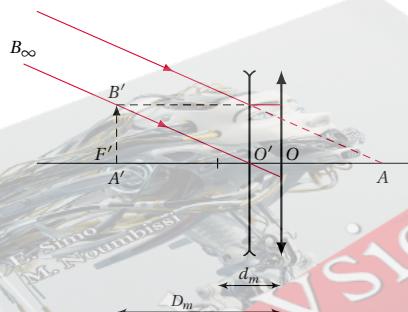
$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'}$$

Pour $OA = \infty$, $\overline{OA'} = -100 \text{ cm} = -1 \text{ m}$

$$\frac{1}{OF'} = -\frac{1}{1} = -1 \Rightarrow C = -1\delta$$

La lentille est donc divergente, de vergence -1δ .

Solution 3. (p. 163)



3.1. Vergence de la lentille correctrice.

Pour que l'oeil corrigé puisse voir un objet, il faut que l'image de cet objet donnée par la lentille correctrice se forme dans les limites de vision distincte de l'oeil.

La lentille doit donc donner d'un objet à l'infini une image située à la distance $D_m = 1 \text{ m}$ en avant de l'oeil. L'image doit donc être virtuelle.

D'après la relation de position

$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'}$$

Pour $OA = \infty$,

$$\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} \rightarrow \overline{OF'} = \overline{OA'}$$

Or $\overline{OA'} = \overline{OO'} + \overline{O'A'} = 2 - 100 = -98 \text{ cm}$.

La vergence de la lentille est : $C = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{-0,98} = 1,02\delta$.

3.2. Valeur du punctum proximum de l'oeil ainsi corrigé.

L'objet est visible jusqu'à ce que son image vienne en A' situé à $d_m = 10 \text{ cm}$ de l'oeil. A ce moment, l'objet est en A_1 , donné par la formule de position.

$$-\frac{1}{OA_1} + \frac{1}{OA'_1} = \frac{1}{OF'} \rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OF'} \cdot \overline{OA'_1}}{\overline{OF'} - \overline{OA'_1}}$$

Application numérique. A partir du schéma ci-dessus, $OF' = 98 \text{ cm}$,

$$\overline{OA'_1} = O'A'_1 - O'O = d_m - O'O = 10 - 2 = 8 \text{ cm}$$

En tenant compte de l'orientation de l'axe principal,

$$\overline{OF'} = -0,98 \text{ m}$$

$$\overline{OA'_1} = -0,08 \text{ m}$$

$$\rightarrow \overline{OA_1} = -0,087 \text{ m} = -8,7 \text{ cm}$$

La distance minimale de vision distincte étant définie par rapport à l'oeil,

$$\overline{d_m}' = OA'_1 = O'O + OA_1 = 2 + 8,7 = 10,7 \text{ cm}$$

Solution 4. (p. 163)

4.1. Distance focale de la lentille correctrice.

La lentille correctrice L doit donner de l'objet AB (situé à $OA = d_m = 0,3 \text{ m}$) une image $A'B'$ située à $d'_m = OA' = 1,2 \text{ m}$ devant la lentille. Cette image est donc virtuelle.

D'après la relation de position,

$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'}$$

A.N. En orientant l'axe principal dans le sens de propagation de la lumière,

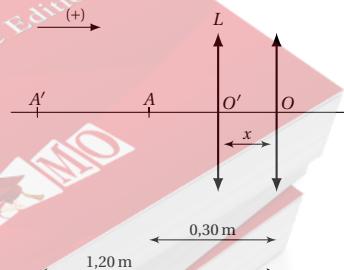
$$\overline{OA} = -d_m = -0,3 \text{ m}$$

$$\overline{OA'} = -d'_m = -1,2 \text{ m}$$

$$-\frac{1}{OF'} = -\frac{1}{-0,3} + \frac{1}{-1,20} = 2,55$$

$$\rightarrow \overline{OF'} = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

La lentille correctrice L est une lentille convergente.



4.2. L'oeil étant normal, son punctum remotum reste fixe. Cependant la lentille correctrice le rend plus convergent et l'image d'un objet à l'infini se formera en avant de la rétine. Cet objet vu par l'oeil corrigé sera flou. Le livre sera placé à la distance x de l'oeil, et la lentille correctrice en fournira une image au punctum proximum de l'oeil ($OA' = 1,20 \text{ m}$).

D'après la formule de position,

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

avec $\overline{OA} = -x$, $\overline{OA'} = -1,2 \text{ m}$; $\overline{OF'} = 0,36 \text{ m}$. On a donc :

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{\overline{OA'}} &= \frac{1}{\overline{OF'}} \\ \rightarrow x &= \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA'} - \overline{OF'}} \\ &= 0,277 \text{ m} = 27,7 \text{ cm} \end{aligned}$$

4.3. Distance x de l'œil à la lentille.

La lentille L donne de A une image A' (située au P.P. de l'œil). D'après la relation de position,

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

En orientant l'axe principal dans le sens de propagation de la lumière, $\overline{OA} = -(0,30 - x)$; $\overline{OA'} = -(1,20 - x)$.

La relation de position devient :

$$-\frac{1}{0,3-x} - \frac{1}{1,2-x} = \frac{1}{0,36} \rightarrow x^2 - 1,5x + 0,036 = 0$$

Cette équation du second degré en x admet deux solutions qui sont :

$x_1 = 1,47 \text{ m}$ et $x_2 = 0,024 \text{ m} = 2,4 \text{ cm}$.

La solution $x_1 = 1,47 \text{ m}$ n'a pas de sens physique car la lentille ne saurait être placée au delà du punctum proximum.

Par contre la solution $x_2 = 2,4 \text{ cm}$ est logique et nous la retenons.

Solution 5. (p. 163)

5.1. Caractéristique de la lentille L_1 .

Pour que l'œil défaillant puisse voir nettement un objet à l'infini, le verre correcteur doit donner de l'objet une image située au punctum remotum de l'œil (donc devant la lentille).

D'après la relation de position,

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

En orientant l'axe principal dans le sens de propagation de la lumière,

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= -\infty \rightarrow \frac{1}{\overline{OA}} = 0 \\ \overline{OA'} &= -1 \text{ m} \end{aligned}$$

La relation de position devient :

$$-\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \rightarrow \overline{OF'} = \overline{OA'} = -1 \text{ m}$$

Donc L_1 est une lentille divergente de vergence $C_1 = -1\delta$.

5.2. Distance focale de la lentille L_2 .

Pour voir nettement un objet situé à 20 cm, le système de lentilles (L_1 , L_2) doit donner de cet objet une image située à 40 cm.

D'après la relation de position, $-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = C$

où C est la vergence du système de lentilles.

Application numérique : $\overline{OA} = -0,2 \text{ m}$; $\overline{OA'} = -0,4 \text{ m}$;

$$C = -\frac{1}{0,2} + \frac{1}{-0,4} = 2,5\delta.$$

D'après le théorème des vergences, $C = C_1 + C_2 \rightarrow C_2 = C - C_1 = 2,5 - (-1) = 3,5$ d'où $C_2 = 3,5\delta$.

5.3. Rayon de courbure de L_2 .

L'expression de la vergence est donnée par :

$$C = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

avec $R_1 = R_2 = R$,

$$C_2 = (n-1) \left(\frac{2}{R} \right) \rightarrow R = \frac{2(n-1)}{C_2}$$

A.N. $n = 1,5$; $C_2 = 3,5\delta$; $R = 0,286 \text{ m} = 28,6 \text{ cm}$.

Etude de quelques instruments d'optique

13.1	Généralités	168
13.1.1	Rôle d'un instrument d'optique	168
13.1.2	La mise au point	168
13.1.3	La puissance d'un instrument d'optique	168
13.1.4	Grossissement d'un instrument d'optique	168
13.2	La Loupe	168
13.2.1	Le principe	168
13.2.2	La mise au point	168
13.2.3	Le grossissement	168
13.3	Le microscope	169
13.3.1	Le principe	169
13.3.2	La mise au point	169
13.3.3	La puissance	169
13.3.4	Le grossissement	169
13.4	La lunette astronomique	170
13.4.1	La mise au point	170
13.4.2	Le grossissement	170
13.5	Enoncés des exercices et problèmes	170
13.6	Solutions des exercices et problèmes	172



13.1 Généralités

13.1.1 Rôle d'un instrument d'optique

Un instrument d'optique permet d'observer des objets sous un angle supérieur à l'acuité visuelle. On classe les instruments d'optique en deux catégories :

- les instruments destinés à observer les objets rapprochés; exemples : la loupe, le microscope;
- les instruments destinés à observer les objets éloignés; par exemple la lunette astronomique.

13.1.2 La mise au point

Mettre au point un instrument d'optique, c'est amener l'image entre le punctum proximum et le punctum remotum de l'observateur.

La latitude de mise au point est la distance des positions extrêmes entre lesquelles doit se trouver l'objet pour que l'image soit vue par l'observateur.

13.1.3 La puissance d'un instrument d'optique

On appelle puissance d'un instrument d'optique le rapport de l'angle α' sous lequel on voit l'image (diamètre apparent de l'image) à la longueur de l'objet.

$$P = \frac{\alpha'}{AB}$$

où α' est en radians(rad); AB en mètres (m) et P en dioptrie (δ)

13.1.4 Grossissement d'un instrument d'optique

On appelle grossissement d'un instrument d'optique, le rapport du diamètre apparent α' de l'image au diamètre apparent α de l'objet observé à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

G n'a pas d'unité car c'est un quotient de deux grandeurs de même nature.

13.2 La Loupe

13.2.1 Le principe

La loupe est une lentille convergente de faible distance focale (de l'ordre de quelques centimètres).

Pour que la loupe donne une image virtuelle agrandie, il faut que l'objet soit placé entre le plan focal objet et la lentille.

L'œil est placé derrière la loupe, au voisinage du foyer principal image.

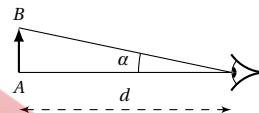
13.2.2 La mise au point

La mise au point se fait en modifiant la distance de l'objet à la loupe. La latitude de mise au point est de l'ordre de quelques millimètres.

Lorsque l'œil observe une image à l'infini ou lorsqu'il est placé au foyer image de la loupe, la puissance de la loupe est égale à sa vergence. C'est la **puissance intrinsèque** P_i .

$$P_i = \frac{1}{OF'}$$

Figure 13.1



13.2.3 Le grossissement

d étant la distance minimale de vision distincte, on démontre que le grossissement de la loupe est :

$$G = p \cdot d$$

où P en dioptrie (δ) est la puissance de la loupe; d en mètre et G est sans unité.

Puisque d dépend de l'observateur, pour cataloguer les loupes du point de vue commercial, on prend une distance d conventionnelle de 25 cm = $\frac{1}{4}$ m et la puissance intrinsèque P_i .

On obtient le grossissement commercial :

$$G_c = \frac{P_i}{4}$$

13.3. Le microscope

13.3.1 Le principe

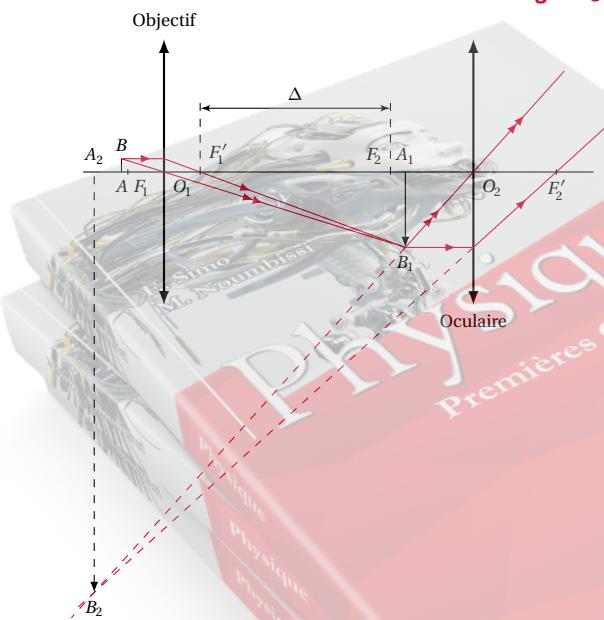
Le microscope est composé de deux systèmes optiques convergents :

- un objectif, système très convergent (quelques millimètres de distance focale) qui donne de l'objet AB à observer une image réelle A_1B_1 plus grande que l'objet;
- un oculaire, fonctionnant comme une loupe, permettant à l'œil d'observer l'image A_1B_1 ; A_1B_1 doit donc se former entre le plan focal objet et l'oculaire.

Les axes principaux de l'objectif et de l'oculaire sont confondus. Ils constituent l'axe optique de l'instrument.

L'objectif et l'oculaire sont situés aux extrémités d'un tube appelé statif. Leur centres optiques sont donc à une distance invariable l'un de l'autre (de 15 à 20 cm selon les microscopes).

Figure 13.2



L'image virtuelle définitive A_2B_2 est droite par rapport à A_1B_1 , mais renversée par rapport à l'objet AB .

13.3.2 La mise au point

La mise au point du microscope se fait en déplaçant l'objet par rapport à l'ensemble objectif-oculaire. La latitude de mise au point est très petite, de l'ordre du centième de mm.

La mise au point se fait de façon très précise à l'aide d'une vis micrométrique.

13.3.3 La puissance

On démontre à partir de la définition que la puissance d'un microscope est égale au produit de la puissance de l'oculaire par la valeur arithmétique du grossissement de l'objectif.

$$P = P_2 \cdot \gamma_1$$

où P_2 = puissance de l'oculaire et γ_1 = grossissement de l'objectif.

Cas particulier où l'image définitive A_2B_2 se forme à l'infini

Dans ce cas, l'image A_1B_1 donnée par l'objectif se forme dans le plan focal objet de l'oculaire.

$F'_1F'_2$ est la distance invariable entre le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire. Cette distance est appelée intervalle optique, noté Δ .

La puissance intrinsèque du microscope est donc :

$$P_i = \frac{\Delta}{OF'_1 \cdot OF'_2}$$

Δ , OF'_1 , OF'_2 en mètres (m) et P_i en dioptrie (δ).

13.3.4 Le grossissement

Comme pour la loupe, le grossissement du microscope peut s'écrire en fonction de la puissance et de la distance minimale de vision distincte.

$$G = P \cdot d$$

où P en dioptries (δ) est la puissance de la loupe; d en mètre et G est sans unité.

De même, le grossissement commercial est :

$$G_c = \frac{P_i}{4}$$

13.4 La lunette astronomique

Une lunette astronomique est composée de deux systèmes optiques assimilables à des lentilles minces :

- l'objectif est une lentille convergente de grande distance focale, pouvant varier suivant les lunettes, de 1 m à 20 m; il donne d'un objet AB situé à l'infini une image A_1B_1 dans son plan focal image;
- l'oculaire est une lentille convergente de quelques centimètres de distance focale; il sert de loupe pour observer l'image A_1B_1 .

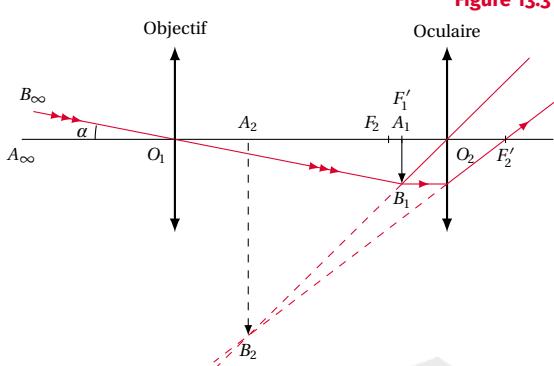


Figure 13.3

13.4.1 La mise au point

La mise au point de la lunette s'effectue en déplaçant l'oculaire par rapport à l'objectif.

La latitude de mise au point est de l'ordre de quelques mm.

Si la lunette est réglée pour la vision à l'infini, il faut que A_1B_1 se forme dans le plan focal objet de l'oculaire. Dans ce cas, le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire. On dit que la lunette est afocale car elle transforme un faisceau parallèle en un autre faisceau parallèle.

13.4.2 Le grossissement

On montre que le grossissement d'une lunette est $G = P_2 \cdot O_1 F'_1$ où P_2 en dioptrie (δ) est la puissance de l'oculaire et $O_1 F'_1$ en mètres (m) la distance focale de l'objectif.

Dans le cas d'une lunette afocale,

$$G = \frac{O_1 F'_1}{O_2 F'_2}$$

le grossissement est donc égal au rapport des distances focales.

13.5 Enoncé des exercices et problèmes

Exercice 1.

On veut utiliser une lentille convergente comme loupe. L'observateur a une distance minimale de vision distincte $d_m = 0,25$ m et voit distinctement jusqu'à l'infini. Il place l'œil au foyer de la lentille.

1.1. Quelle doit être la distance focale maximale f' de la lentille pour que le rapport $\frac{a'}{a} = G$ (Grossissement) de l'angle a' sous lequel on voit l'image sans accomoder, c'est-à-dire à l'infini, à l'angle a sous lequel on voit l'objet, à la distance d_m , soit supérieur à l'unité?

1.2. Le grossissement de la loupe est 5. Quelle est sa distance focale?

1.3. De combien peut-on déplacer l'objet observé par rapport à la loupe, pour que l'image se déplace entre d_m et l'infini (punctum remotum de l'œil normal), la distance focale étant celle calculée à la question 2?

Exercice 2.

Une lentille convergente L , de centre optique O , donne d'un objet réel situé à 10 cm de O une image réelle également située à 10 cm de O .

2.1. Calculer la distance focale de cette lentille.

2.2. L est utilisée comme loupe par un observateur plaçant le centre optique de son œil au foyer image de la lentille. Sa vue est normale, sa distance minimale de vision distincte, δ est 20 cm.

Où faut-il placer un objet AB pour qu'il soit vu à travers la lentille :

2.2.1. sans accommodation?

2.2.2. avec une accommodation maximale?

Tracer dans chacun des cas la marche d'un pinceau de rayons lumineux pénétrant dans l'œil. Quelle est la latitude de mise au point de la loupe L ?

2.3. Montrer que la valeur de la puissance de la loupe L est la même dans les cas a) et b). Calculer cette valeur.

2.4. Calculer le grossissement G de la loupe L ainsi que son grossissement commercial G_c .

On admettra que l'on peut confondre la valeur de la tangente avec celle de l'arc exprimée en radians.

2.5. L'observateur est myope, son punctum remotum est 65 cm, son punctum proximum 10 cm.

Calculer la nouvelle latitude de mise au point de la loupe pour cet observateur; la mise au point est-elle aussi aisée pour l'observateur myope que pour l'observateur à vue normale?

Exercice 3.

3.1. Un objet que l'on représentera par un vecteur \overrightarrow{AB} est placé légèrement en avant du plan focal objet de l'objectif d'un microscope. A est sur l'axe principal, \overrightarrow{AB} est

13.5. Enoncés des exercices et problèmes

perpendiculaire à cet axe.

Construire l'image de \overline{AB} vu dans le microscope. Tracer sur la même figure la marche d'un faisceau lumineux issu de B .

3.2. Définir la puissance du microscope et déterminer son expression en fonction du grandissement de l'objectif et de la puissance de l'oculaire.

Donner (sans démonstration) l'expression de cette puissance pour la vision à l'infini (puissance intrinsèque).

Exercice 4.

Un microscope se compose de deux lentilles convergentes, l'une servant d'objectif et ayant une distance focale $O_1 F'_1 = 1\text{ cm}$, l'autre d'oculaire et de distance focale $O_2 F'_2 = 5\text{ cm}$. La distance séparant les deux centres optiques est $O_1 O_2 = 18\text{ cm}$ et elle reste constante. La mise au point est réalisée lorsque l'image $A_1 B_1$ de l'objet AB à travers l'objectif est dans le plan focal objet de l'oculaire. L'objet observé a une longueur $AB = 10^{-5}\text{ m}$.

4.1. Représenter le système optique et la marche des rayons lumineux.

4.2. Quelle doit être la distance entre l'objet et le centre optique O_1 de l'objectif?

4.3. Calculer la puissance optique P du microscope sachant que cette puissance optique est le rapport du diamètre apparent de l'image, α' , par la longueur de l'objet.

4.4. Le grossissement est le rapport des diamètres apparents d'un objet vu à travers le microscope, α' , et vu à l'oeil nu, α . Le grossissement appelé commercial suppose l'image définitive à l'infini et l'objet observé à une distance $d = 25\text{ cm}$ de l'oeil. Calculer ce grossissement G .

Quelle relation existe-t-il entre le grossissement commercial G et la puissance optique P du microscope?

Exercice 5.

5.1. On considère une lentille mince biconvexe L_1 , de centre optique O_1 , faite d'un verre d'indice $n = 1,5$, de vergence $C_1 = 100$ dioptries.

5.1.1. Déterminer les rayons de courbure des faces de cette lentille sachant qu'ils sont égaux.

5.1.2. On dispose d'un objet de grandeur $2,0\text{ cm}$ situé à $1,5\text{ cm}$ du centre optique de cette lentille dans un plan de front devant la lentille.

Déterminer la position, la nature, le sens et la grandeur de l'image donnée par L_1 (A étant sur l'axe principal).

Tracer la marche d'un faisceau lumineux issu de B et traversant le système.

5.2. On considère à présent une autre lentille mince L_2 , de centre optique O_2 de vergence $C_2 = 50$ dioptries. Un observateur myope veut s'en servir comme loupe. Il place dans ce cas son œil au foyer principal image. Son punctum proximum est à $8,0\text{ cm}$ et son punctum remorum à $40,0\text{ cm}$.

5.2.1. Calculer la latitude de mise au point

5.2.2. Pour corriger sa myopie, quelles sont la nature et la vergence de la lentille qu'il doit associer à son œil?

5.3. La lentille L_1 sert d'objectif à un microscope et la lentille L_2 d'oculaire. Les deux systèmes sont alors dis-

tants de $O_1 O_2 = 23\text{ cm}$.

5.3.1. Calculer la puissance intrinsèque et le grossissement commercial du microscope ainsi formé.

5.3.2. A quel distance de O_1 doit se trouver un objet AB perpendiculaire à l'axe principal pour que l'image finale se trouve à l'infini dans le cas d'une observation avec un œil normal?

Exercice 6.

6.1. On rappelle les relations suivantes, valables pour une lentille mince :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

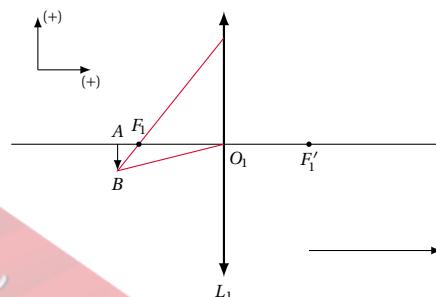
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Que représentent les grandeurs \overline{OA} , $\overline{OA'}$, $\overline{OF'}$, \overline{AB} , $\overline{A'B'}$ et γ ?

Rappeler les conventions de signe utilisées.

6.2. Soit une lentille mince convergente de centre optique O_1 et de distance focale image $O_1 F'_1 = 16\text{ mm}$ (Voir document ci-dessous à compléter).

Un objet AB de 5 mm de longueur est placé comme l'indique le dessin ($AB = 5\text{ mm}$) à une distance $O_1 A = -20\text{ mm}$ par rapport au centre optique de la lentille.



6.2.1. Calculer :

- La position de l'image $A'B'$ de AB à travers la lentille L_1 ;
- la dimension algébrique de l'image $A'B'$;
- Le grandissement de la lentille L_1 dans ces conditions.

6.2.2. L'image $A'B'$ est-elle réelle ou virtuelle, droite ou renversée par rapport à AB ? Justifier les réponses.

6.2.3. Confirmer la position de l'image par une construction géométrique à l'échelle 1.

3. 6.2.1. On vient alors placer une seconde lentille mince convergente L_2 , de distance focale image $O_2 F'_2 = 50\text{ mm}$, de telle façon que $\overline{O_2 A} = -40\text{ mm}$. Les deux axes optiques sont confondus.

Représenter le dispositif comprenant L_1 et L_2 et l'objet AB dans sa position ci-dessus (échelle 1).

6.2.2. L'image $A'B'$ joue le rôle d'objet réel pour la lentille L_2 .

6.2.3. Calculer la position et la dimension de l'image $A''B''$ de $A'B'$ à travers la lentille L_2 . En déduire dans ces conditions le grandissement de la lentille L_2 et le grandissement du système optique (L_1 , L_2).

6.2.4. L'image $A''B''$ est-elle réelle ou virtuelle? Justifier la réponse.

6.2.5. Représenter l'image $A''B''$ sur une construction. Confirmer sa position en traçant la marche du faisceau lumineux issu de B , limité au départ par les rayons BO_1 et BI , passant par B' et se propageant vers L_2 et au delà de L_2 .

De quel instrument rapprochez-vous ce système?

Exercice 7.

On utilise une lunette astronomique, dont l'objectif est une lentille de distance focale $O_1F'_1 = 0,90\text{ m}$, et l'oculaire une lentille de distance focale $O_2F'_2 = 0,02\text{ m}$.

7.1. L'œil observe la lune au travers de la lunette, sans accommoder (l'image définitive est donc à l'infini).

Quel est dans ce cas, le rapport $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de l'angle α' sous lequel on voit l'image de la lune à travers la lunette à l'angle α sous lequel la lune est vue à l'œil nu?

Application numérique $\alpha = 0,5^\circ$. Calculer α'

7.2. Pour observer le soleil, on éloigne légèrement l'oculaire de l'objectif. Montrer que l'on obtient une image définitive réelle.

De combien doit-on éloigner l'oculaire pour obtenir, sur un écran placé perpendiculairement à l'axes optique, une image du soleil ayant 5 cm de diamètre? Où doit-on placer l'écran? (Diamètre apparent du soleil : $0,5^\circ$)

13.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 170)

1.1. Dans les conditions de l'expérience, l'œil observe sans accommoder. L'image $A'B'$ de AB donnée par la loupe doit donc être située à l'infini, ce qui correspond à un objet situé au plan focal objet de la lentille.

L'angle α' , sous lequel les rayons provenant du point B' coupent l'axe est donné par :

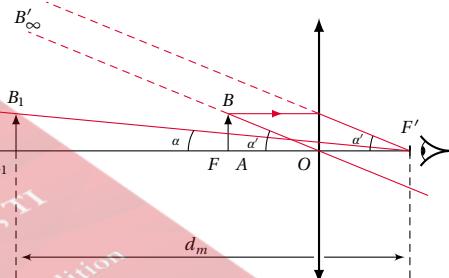
$$\tan \alpha' = \frac{AB}{FO} = \frac{AB}{f'} \approx \alpha' \text{ car } \alpha' \text{ appartient au domaine des petits angles pour lesquels } \tan \alpha \approx \alpha.$$

L'objet observé à l'œil nu dans les meilleures conditions est dans la position A_1B_1 avec $A_1B_1 = d_m = 0,25\text{ m}$.

Il est vu sous un angle α donné par : $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{A_1F'} = \frac{AB}{d_m} \approx \alpha$ car α appartient au domaine des petits angles. Le grossissement est donc :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{AB}{f'}}{\frac{AB}{d_m}} \Rightarrow G = \frac{d_m}{f'}$$

Pour que $G > 1$, il faut que $\frac{d_m}{f'} > 1 \Rightarrow f' < d_m$. Donc la distance focale maximale est : $f_{M'} = d_m = 0,25\text{ m}$



1.2. Distance focale de la lentille.

De la relation $G = \frac{d_m}{f'}$ nous tirons : $f' = \frac{d_m}{G}$.

$$\text{A.N. } d_m = 0,25\text{ m}; G = 5; f' = \frac{0,25}{5} = 0,05\text{ m.}$$

1.3. Nous venons de voir que l'objet placé dans le plan focal donne une image à l'infini.

Si l'objet se rapproche de la lentille, l'image se rapproche également. Lorsque l'image est à la distance d_m de l'œil, elle est à $x = d_m - f'$ de la lentille. (L'œil est toujours en F').

La position de l'objet AB correspondante est donnée par la formule de position :

$$-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} \Rightarrow \frac{1}{OA} = \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OF'}$$

avec $\frac{1}{OA'} = -x = -(0,25 - 0,05) = -0,20\text{ m}$ et

13.6. Solutions des exercices et problèmes

$$\overline{OF'} = 0,05 \text{ m}$$

$$\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{-0,20} - \left(\frac{1}{0,05} \right) = -25 \Rightarrow \overline{OA} = -0,04 \text{ m}$$

Donc l'objet est à 4 cm en avant de la lentille. On peut donc le déplacer de 1 cm, sans sortir des limites d'accommodation de l'œil.

Solution 2. (p. 170)

2.1. Distance focale f de la lentille L .

L'objet et l'image sont réels et situés à la même distance d de la lentille. D'après la relation de position :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

avec $\overline{OA} = -d$ et $\overline{OA'} = +d$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{1}{\overline{OF'}} &= \frac{1}{d} + \frac{1}{d} = \frac{2}{d} \\ \rightarrow \overline{OF'} &= \frac{d}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

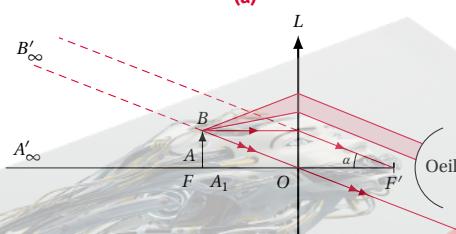
2.2.

2.2.1. L'œil n'accorde pas.

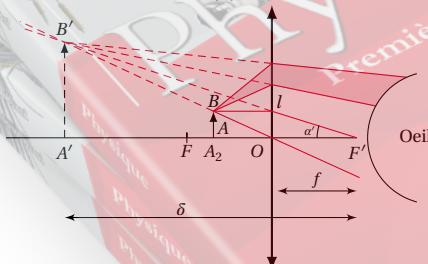
Il voit l'image virtuelle $A'B'$ de l'objet AB au punctum remotum, c'est-à-dire à l'infini.

L'objet est alors dans le plan focal objet de la lentille et son pied se trouve en A_1 à la distance $\overline{OA}_1 = -\overline{OF'} = -5 \text{ cm}$ du centre optique.

(a)



(b)



2.2.2. L'œil accorde au maximum :

Il voit au punctum proximum, c'est-à-dire à la distance minimale de vision distincte, δ , de l'œil. Le pied de l'image est en A' à une distance du centre optique de la lentille égale à $\delta - f$ en valeur absolue.

Le pied de l'objet est en A_2 à une distance OA_2 que nous

allons déterminer par la formule de position :

$$-\frac{1}{\overline{OA}_2} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \rightarrow \overline{OA}_2 = \frac{\overline{OA}' \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA}'}$$

Avec $\overline{OA'} = -(\delta - f)$ et $\overline{OF'} = f$

$$\overline{OA}_2 = \frac{-(\delta - f) \cdot f}{f + \delta - f} = -\frac{(\delta - f) \cdot f}{\delta}$$

A.N. $\delta = 20 \text{ cm}$; $f = 5 \text{ cm}$; $\overline{OA}_2 = -3,75 \text{ cm}$.

Calculons la latitude de mise au point 1 de la loupe L :
La latitude de mise au point de la loupe est le déplacement que l'on peut donner à cet instrument, par rapport à l'objet, pour que l'image reste dans le champ de vision distincte. Elle est égale à la distance comprise entre les positions A_1 et A_2 .

$$l = A_1 A_2 = |\overline{OA}_1| - |\overline{OA}_2| = 5 - 3,75 = 1,25 \text{ cm}$$

Nous avons représenté sur les figures ci-dessus, la marche d'un pinceau lumineux issu de B (zone hachurée).

2.3.

2.3.1. Calcul de la puissance.

La puissance P de la loupe est, par définition, le rapport du diamètre apparent a' de l'image à la grandeur AB de l'objet.

$p = \frac{a'}{AB}$ pour a' petit, on peut confondre a' et $\tan a'$.

■ sur la figure (a), $\tan a'_1 = \frac{AB}{OA_1} = \frac{AB}{OF} = \frac{AB}{f}$ or pour

a'_1 petit, $\tan a'_1 \approx a'_1$ d'où $a'_1 = \frac{AB}{f}$.

La puissance de la loupe dans ce cas est :

$$P_1 = \frac{a'_1}{AB} = \frac{\frac{AB}{f}}{AB} \rightarrow P_1 = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,05} = 20\delta$$

■ sur la figure (b)

$$\tan a'_2 = \frac{A'B'}{A'F'} = \frac{OI}{OF'} = \frac{AB}{f} = a'$$

La puissance de la loupe dans ce cas est :

$$P_2 = \frac{a'_2}{AB} = \frac{\frac{AB}{f}}{AB} \rightarrow P_2 = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,05} = 20\delta$$

La puissance est la même dans les deux cas et égal à la vergence de la lentille.

2.3.2. Calcul du grossissement G de la loupe L.

Le grossissement de la loupe est, par définition, le rapport du diamètre apparent a' , de l'image au diamètre apparent, a , de l'objet, vu à l'œil nu dans les meilleures conditions (objet au punctum proximum) $G = \frac{a'}{a}$.

Le diamètre apparent a de l'objet est, dans ces conditions : $\tan \alpha \approx a = \frac{AB}{\delta}$

D'où l'expression suivante du grossissement :

$$G = \frac{a'}{AB} = \frac{a'}{AB} \cdot \delta \rightarrow G = P \cdot \delta$$

A.N. $P = 20\delta$; $\delta = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$; $G = 4$.

Grossissement commercial G_c de la loupe.

Par définition, le grossissement commercial, G_c est calculé en prenant pour P la puissance intrinsèque, P_i , et pour δ la distance $\delta = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$.

$$G_c = P_i \cdot 0,25 = \frac{P_i}{4}$$

$$\text{A.N. } P_i = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,05} = 20\delta \rightarrow G = \frac{20}{4} = 5.$$

2.4. Calculons la latitude de mise au point lorsque la loupe L est utilisée par un œil myope. Voir 2.2..

2.4.1. Lorsque l'œil n'accorde pas.

L'image $A'B'$ se trouve au punctum remotum situé à la distance $\Delta = 65 \text{ cm}$ de l'œil.

L'objet se trouve en A_1 tel que :

$$-\frac{1}{OA_1} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} \rightarrow \frac{1}{OA_1} = \frac{\overline{OF'} - \overline{OA'}}{\overline{OA'} \cdot \overline{OF'}}$$

En orientant l'axe principal dans le sens de propagation de la lumière,

$$\overline{OF'} = f = 5 \text{ cm}$$

$$\overline{OA'} = -(\Delta - f)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \overline{OA_1} &= \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA'}} \\ &= -\frac{(\Delta - f) \cdot f}{f + (\Delta - f)} = -\frac{(\Delta - f) \cdot f}{\Delta} \end{aligned}$$

$$\text{A.N. } \Delta = 65 \text{ cm}; f = 5 \text{ cm}; \overline{OA_1} = -4,6 \text{ cm.}$$

2.4.2. Lorsque l'œil accorde au maximum.

L'image $A'B'$ se forme au punctum proximum situé à la distance $\delta = 10 \text{ cm}$ de l'œil.

L'objet se trouve alors en A_2 tel que :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{OA_2} + \frac{1}{OA'} &= \frac{1}{OF'} \\ \rightarrow \frac{1}{OA_2} &= \frac{\overline{OF'} - \overline{OA'}}{\overline{OA'} \cdot \overline{OF'}} \end{aligned}$$

$$\text{avec } \overline{OF'} = f$$

$$\overline{OA'} = -(\delta - f)$$

Donc :

$$\frac{1}{OA_2} = -\frac{(\delta - f) \cdot f}{\delta}$$

$$\text{A.N. } \delta = 10 \text{ cm}; f = 5 \text{ cm}; \overline{OA_2} = -2,5 \text{ cm.}$$

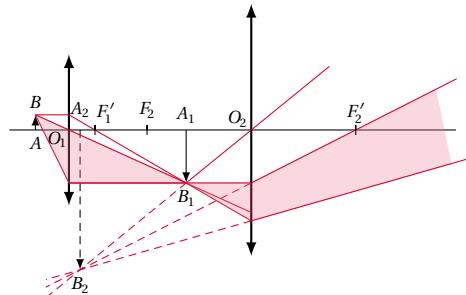
Comme ci-dessus (Voir 2.2.), nous pouvons alors calculer la latitude de mise au point :

$$l' = A_1 A_2 = |\overline{OA_1}| - |\overline{OA_2}| = 4,6 - 2,5 = 2,1 \text{ cm}$$

En comparant l' à l ($l' > l$), nous constatons que, placés dans les mêmes conditions (au foyer image), un œil myope dispose d'une plus grande distance pour effectuer la mise au point. Donc la mise au point sera plus aisée pour l'observateur myope que pour l'observateur à vue normale.

Solution 3. (p. 170)

3.1. Construction de l'image d'un objet vue au microscope.



L'objectif donne de l'objet AB une image réelle et renversée $A_1 B_1$ qui sert d'objet réel pour l'oculaire. L'oculaire en donne une image virtuelle $A_2 B_2$, agrandie, droite par rapport à $A_1 B_1$, mais renversée par rapport à AB .

C'est cette image $A_2 B_2$ que l'œil observe.

Le faisceau lumineux issu de B est hachuré.

3.2. Définition et expression de la puissance du microscope.

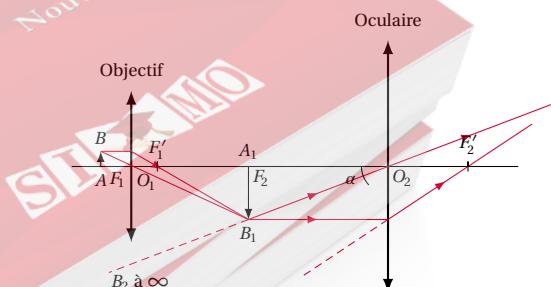
La puissance du microscope est le rapport du diamètre apparent de l'image finale (angle sous lequel on voit cette image) à la longueur de l'objet : $P = \frac{\alpha'}{AB}$. P peut encore s'écrire : $P = \frac{\alpha'}{A_1 B_1} \cdot \frac{A_1 B_1}{AB}$ où $\frac{\alpha'}{A_1 B_1}$ représente la puissance P_2 de l'oculaire et $\left(\frac{A_1 B_1}{AB} = \gamma_1 \right)$ représente le grossissement de l'objectif.

Donc : $P = P_2 \cdot \gamma_1$.

La puissance intrinsèque vaut : $P_i = \frac{\Delta}{O_1 F'_1 \cdot O_2 F'_2}$ où $\Delta = \text{distance } F'_1 F'_2$, $\overline{O_1 F'_1} = \text{distance focale de l'objectif}$ et $\overline{O_2 F'_2} = \text{distance focale de l'oculaire}$.

Solution 4. (p. 171)

4.1. Représentation du système optique et marche des rayons lumineux.



4.2. Distance $O_1 A$.

Si l'image $A_1 B_1$ de l'objet AB a travers l'objectif est dans le plan focal objet de l'oculaire, on a :

$$\overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2} \quad (\text{Relation de Chasles})$$

13.6. Solutions des exercices et problèmes

Or

$$\overline{O_2 F_2} = -\overline{O_2 F'_2} \rightarrow \overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} - \overline{O_2 F'_2} \quad (\text{S13.1})$$

Appliquons la relation de conjugaison à l'objectif.

$$-\frac{1}{\overline{O_1 A}} + \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1 F'_1}} \rightarrow \overline{O_1 A} = \frac{\overline{O_1 A_1} \cdot \overline{O_1 F'_1}}{\overline{O_1 F'_1} - \overline{O_1 A_1}}$$

En remplaçant $\overline{O_1 A_1}$ par sa valeur trouvée en (S13.1), on a :

$$\overline{O_1 A} = \frac{(\overline{O_1 O_2} - \overline{O_2 F'_2}) \cdot \overline{O_1 F'_1}}{\overline{O_1 F'_1} - \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F'_2}}$$

A.N. $\overline{O_1 O_2} = 18 \text{ cm}$; $\overline{O_2 F'_2} = 5 \text{ cm}$; $\overline{O_1 F'_1} = 1 \text{ cm}$.

$\overline{O_1 A} = -1,08 \text{ cm}$. ($\overline{O_1 A}$ est négatif; l'objet AB est bien réel)

4.3. Calcul de la puissance optique P du microscope.

$$P \text{ (en dioptrie)} = \frac{\alpha'}{AB \text{ (en mètre)}}$$

Considérons le triangle rectangle $B_1 A_1 O_2$ on a :

$$\tan \alpha' = \frac{A_1 B_1}{O_2 A_1} \approx \alpha' \quad (\text{S13.2})$$

car α' est petit. Les triangles $O_1 AB$ et $O_1 A_1 B_1$ sont homothétiques et on a :

$$\frac{A_1 B_1}{AB} = \frac{O_1 A_1}{O_1 A} \rightarrow A_1 B_1 = \frac{O_1 A_1}{O_1 A} \cdot AB$$

La relation (S13.2) devient :

$$\alpha' = \frac{AB}{O_2 A_1} \cdot \frac{O_1 A_1}{O_1 A} \quad (\text{S13.3})$$

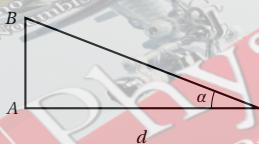
La puissance P est alors :

$$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{O_1 A_1}{O_2 A_1 \cdot O_1 A} \quad (\text{Les distances étant en m}) \text{ A.N.}$$

$$O_1 A_1 = \overline{O_1 O_2} - \overline{O_2 F'_2} = 18 - 5 = 13 \text{ cm} = 0,13 \text{ m}$$

$$A_1 O_2 = F_2 O_2 = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m};$$

$$O_1 A = 1,08 \text{ cm} = 0,0108 \text{ m}; P = 240 \delta.$$



4.4. Calcul du grossissement G :

$$\tan \alpha = \frac{AB}{d} \approx \alpha \text{ (car } \alpha \text{ est petit.)}$$

En utilisant les relations (S13.2) et (S13.3), le grossissement commercial G s'écrit :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1 B_1 / O_2 A_1}{AB / d} = \frac{AB \cdot O_1 A_1}{A_1 O_2 \cdot O_1 A} \cdot \frac{d}{AB} = \frac{O_1 A_1 \cdot d}{A_1 O_2 \cdot O_1 A}$$

A.N. $d = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$; $O_1 A_1 = 13 \text{ cm} = 0,13 \text{ m}$; $A_1 O_2 = 0,05 \text{ m}$; $O_1 A = 0,0108 \text{ m}$; $G = 60$. Relation entre P et G .

En comparant les expressions de P et de G , on constate que :

$$G = \frac{O_1 A_1}{A_1 O_2 \cdot O_1 A} \cdot d = P \cdot d \rightarrow G = P \cdot d$$

Solution 5. (p. 171)

5.1. Rayon de courbure des faces de la lentille.

La vergence d'une lentille est donnée par l'expression :

$$C = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

avec $R_1 = R_2 = +R$ (les deux faces étant convexes)

$$C_1 = (n-1) \frac{2}{R} \rightarrow R = \frac{2(n-1)}{C_1}$$

$$\text{A.N. } n = 1,5; C_1 = 100 \delta; R = \frac{2(1,5-1)}{100} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm.}$$

5.2.

5.2.1. Position de l'image $A_1 B_1$ de l'objet AB :

En orientant l'axe principal dans le sens de propagation de la lumière, la formule de position s'écrit :

$$-\frac{1}{\overline{O_1 A}} + \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1 F'_1}} \rightarrow \overline{O_1 A_1} = \frac{\overline{O_1 A} \cdot \overline{O_1 F'_1}}{\overline{O_1 A} + \overline{O_1 F'_1}}$$

$$\text{A.N. } \overline{O_1 A} = -1,5 \text{ cm}; \overline{O_1 F'_1} = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm}; \\ \overline{O_1 A_1} = 3 \text{ cm.}$$

5.2.2. Nature de l'image $A_1 B_1$:

$\overline{O_1 A'_1} > 0 \rightarrow$ l'image est réelle.

5.2.3. Sens et grandeur de l'image.

D'après la formule de grandissement, on a :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1 A_1}}{\overline{O_1 A}}$$

$$\text{A.N. } \overline{O_1 A_1} = 3 \text{ cm}; \overline{O_1 A} = -1,5 \text{ cm}; \gamma_1 = \frac{+3}{-1,5} = -2. \\ \gamma_1 < 0 \rightarrow \text{L'image est renversée par rapport à l'objet.}$$

$$|\gamma_1| = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} \rightarrow A_1 B_1 = |\gamma_1| \cdot AB = 2,2 = 4 \text{ cm}$$

Construisons la marche d'un faisceau issu de B .

5.3.

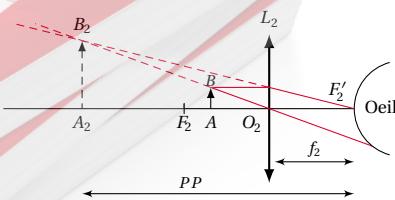
5.3.1. Calculons la latitude de mise au point.

$$C_2 = 50 \delta \rightarrow \overline{O_2 F'_2} = \frac{1}{C_2} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

La latitude de mise au point est la distance des positions extrêmes entre lesquelles doit se trouver l'objet pour que l'image reste dans le champ de vision distincte de l'œil de l'observateur.

■ Vision au punctum proximum.

L'image se trouve au punctum proximum c'est-à-dire à 8 cm de l'œil soit à $8 - 2 = 6 \text{ cm}$ du centre optique O_2 de L_2 . L'objet se trouve alors à une position A donnée par la formule de position :



$$-\frac{1}{O_2 A} + \frac{1}{O_2 A_2} = \frac{1}{O_2 F'_2} \rightarrow \overline{O_2 A} = \frac{\overline{O_2 A_2} \cdot \overline{O_2 F'_2}}{\overline{O_2 F'_2} - \overline{O_2 A_2}}$$

A.N. $\overline{O_2 A_2} = -(P_R - f_2) = -(8 - 2) = -6 \text{ cm}$;
 $\overline{O_2 F'_2} = 2 \text{ cm}; \overline{O_2 A} = \frac{-6 \cdot 2}{2 + 6} = -1,5 \text{ cm}$.

Vision au punctum remotum.

L'image se trouve au punctum remotum c'est-à-dire à $P_R = 40 \text{ cm}$ de l'oeil soit à $(P_R - f_2) = 40 - 2 = 38 \text{ cm}$ du centre optique O_2 de L_2 . L'objet se trouve alors à une position A' qu'on détermine par un calcul analogue au précédent :

$$\overline{O_2 A'} = \frac{\overline{O_2 A_2} \cdot \overline{O_2 F'_2}}{\overline{O_2 F'_2} - \overline{O_2 A_2}}$$

A.N. $\overline{O_2 A_2} = -(P_R - f_2) = (-40 - 2) = -38 \text{ cm}$;
 $\overline{O_2 F'_2} = 2 \text{ cm}; \overline{O_2 A'} = -1,9 \text{ cm}$. Pour que l'image reste dans le champ de vision distincte de l'oeil, l'objet doit se trouver entre un point situé à $1,9 \text{ cm}$ de la lentille et un point situé à $1,5 \text{ cm}$ de la lentille.

La latitude de mise au point est donc :

$$l = AA' = O_2 A' - O_2 A = 1,9 - 1,5 = 0,4 \text{ cm}$$

5.3.2. Correction de la myopie

La lentille correctrice doit permettre à l'oeil de voir les objets à l'infini. Elle doit donc donner d'un objet à l'infini une image située au punctum remotum, donc à 40 cm en avant de l'oeil.

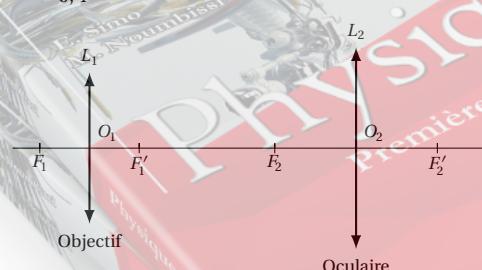
Or une lentille donne, d'un objet situé à l'infini une image située dans son plan focal image.

Donc le foyer image de la lentille correctrice se trouve au punctum remotum de l'oeil.

En supposant que le centre optique de la lentille correctrice est confondu au centre optique de l'oeil, la distance focale de la lentille est : $\overline{O F'} = -P_R = -40 \text{ cm}$.

C'est une lentille divergente de vergence :

$$C = \frac{1}{-0,4} = -2,5 \text{ D}$$



5.4.

5.4.1. Puissance intrinsèque du microscope

La puissance intrinsèque du microscope est donnée par la relation :

$$P_i = \frac{\Delta}{O_1 F'_1 \cdot O_2 F'_2}$$

avec $\Delta = F'_1 F'_2$

$$\begin{aligned} \Delta &= F'_1 F'_2 = O_1 O_2 - O_1 F'_1 - O_2 F'_2 \\ &= 23 - 1 - 2 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \end{aligned}$$

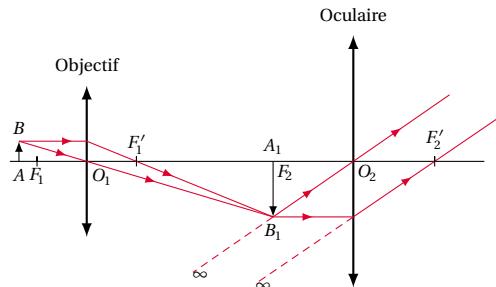
Pour $O_1 F'_1 = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$; $O_2 F'_2 = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$;

$$P_i = \frac{0,2}{0,01 \cdot 0,02} = 1000\delta.$$

Le grossissement commercial est :

$$G_c = \frac{P_i}{4} = \frac{1000}{4} = 250.$$

5.4.2. L'image finale étant à l'infini, l'image intermédiaire $A_1 B_1$ se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire.



On a donc

$$\overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 F'_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F'_1} = 23 - 2 = 21 \text{ cm}$$

D'après la formule de position,

$$-\frac{1}{\overline{O_1 A}} + \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1 F'_1}} \rightarrow \overline{O_1 A} = \frac{\overline{O_1 A_1} \cdot \overline{O_1 F'_1}}{\overline{O_1 F'_1} - \overline{O_1 A_1}}$$

A.N. $\overline{O_1 A_1} = 21 \text{ cm}$; $\overline{O_1 F'_1} = 1 \text{ cm}$; $\overline{O_1 A} = -1,05 \text{ cm}$. Donc l'objet se trouve à $1,05 \text{ cm}$ en avant de l'objectif.

Solution 6. (p. 171)

6.1. Le sens de déplacement de la lumière est pris comme sens positif.

■ \overline{OA} représente la position de l'objet A sur l'axe optique :

- si $\overline{OA} < 0$ l'objet est réel;
- si $\overline{OA} > 0$ l'objet est virtuel;

■ $\overline{O A'}$ représente la position de l'image A' sur l'axe optique :

- si $\overline{O A'} > 0$ l'image est réelle;
- si $\overline{O A'} < 0$ l'image est virtuelle;

■ $\overline{O F'}$ représente la distance focale image de la lentille :

- $\overline{O F'} > 0$ pour une lentille convergente;
- $\overline{O F'} < 0$ pour une lentille divergente;

■ \overline{AB} représente la grandeur de l'objet, $\overline{A' B'}$ représente la grandeur de l'image :

- si \overline{AB} et $\overline{A' B'}$ ont même signe, l'image est droite;
- si \overline{AB} et $\overline{A' B'}$ ont des signes opposés, l'image est renversée;

■ $\gamma = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O A'}}{\overline{O A}}$ représente le grossissement :

- si $\gamma > 0$, l'image est droite;
- si $\gamma < 0$, l'image est renversée;
- si $|\gamma| < 1$, l'image est plus petite que l'objet;
- si $|\gamma| > 1$, l'image est plus grande que l'objet.

6.2.

6.2.1.

■ Position de l'image $A' B'$:

13.6. Solutions des exercices et problèmes

Nous allons déterminer $\overline{O_1 A'}$.

D'après la formule de conjugaison, on a :

$$-\frac{1}{\overline{O_1 A}} + \frac{1}{\overline{O_1 A'}} = \frac{1}{\overline{O_1 F'_1}} \rightarrow \overline{O_1 A'} = \frac{\overline{O_1 A} \cdot \overline{O_1 F'_1}}{\overline{O_1 F'_1} + \overline{O_1 A}}$$

A.N. $\overline{O_1 A} = -20 \text{ mm}$; $\overline{O_1 F'_1} = 16 \text{ mm}$; $\overline{O_1 A'} = +80 \text{ mm}$.

■ Dimension algébrique de $A' B'$: $A' B'$.

D'après la formule de grandissement, on a :

$$\frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1 A'}}{\overline{O_1 A}} \rightarrow \overline{A' B'} = \overline{AB} \cdot \frac{\overline{O_1 A'}}{\overline{O_1 A}} \quad (\text{S13.1})$$

A.N. En tenant compte des sens positifs choisis, on a : $\overline{O_1 A} = -20 \text{ mm}$; $\overline{O_1 A'} = 80 \text{ mm}$; $\overline{AB} = -5 \text{ mm}$; $\overline{A' B'} = 20 \text{ mm}$.

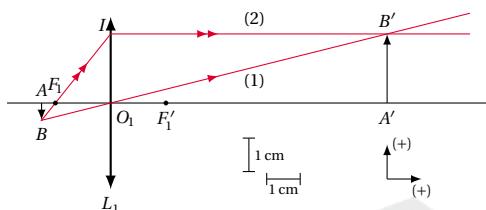
■ Le grandissement γ_1 de la lentille L_1 dans ces conditions est :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} = \frac{+20}{-5} = -4$$

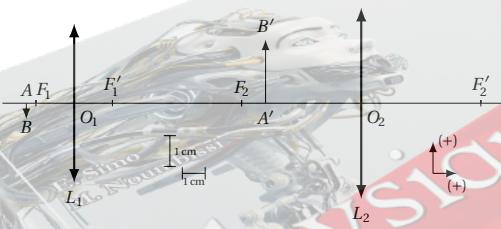
6.2.2. Caractéristique de l'image $A' B'$:

$O_1 A' > 0 \rightarrow$ l'image $A' B'$ est réelle.

$\gamma_1 < 0 \rightarrow$ l'image $A' B'$ est renversée par rapport à AB .



6.2.3. Construction géométrique de l'image $A' B'$ à l'échelle 1.



6.3.

6.3.1. Schéma du dispositif.

$$\begin{aligned} \overline{O_1 O_2} &= \overline{O_1 A'} + \overline{A' O_2} = \overline{O_1 A'} - \overline{O_2 A'} \\ &= +80 - (-40) = 120 \text{ mm} \end{aligned}$$

6.3.2. Position de l'image $A'' B''$.

Déterminons la position $A'' B''$ par rapport à L_2 en calculant $\overline{O_2 A''}$.

D'après la relation de position, on a :

$$-\frac{1}{\overline{O_2 A'}} + \frac{1}{\overline{O_2 A''}} = \frac{1}{\overline{O_2 F'_2}} \rightarrow \overline{O_2 A''} = \frac{\overline{O_2 A'} \cdot \overline{O_2 F'_2}}{\overline{O_2 F'_2} + \overline{O_2 A'}}$$

A.N. $\overline{O_2 A'} = -40 \text{ mm}$; $\overline{O_2 F'_2} = 50 \text{ mm}$; $\overline{O_2 A''} = -200 \text{ mm}$

■ Dimension algébrique de $A'' B''$: $A'' B''$.

D'après la formule de grandissement, on a (voir rela-

tion 1) :

$$\overline{A'' B''} = \overline{A' B'} \cdot \frac{\overline{O_2 A''}}{\overline{O_2 A'}}$$

A.N. En tenant compte des sens positifs choisis, on a : $\overline{O_2 A'} = -40 \text{ mm}$; $\overline{O_2 A''} = -200 \text{ mm}$; $\overline{A' B'} = 20 \text{ mm}$; $\overline{A'' B''} = 100 \text{ mm}$.

■ Le grandissement γ_2 de la lentille L_2 dans ces conditions est :

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'' B''}}{\overline{A' B'}} = \frac{+100}{20} = +5$$

Grandissement du système optique (L_1, L_2) dans ces conditions :

$$\gamma = \frac{\overline{A'' B''}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'' B''}}{\overline{A' B'}} \cdot \frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} = \gamma_2 \cdot \gamma_1 = (5) \cdot (-4) = -20$$

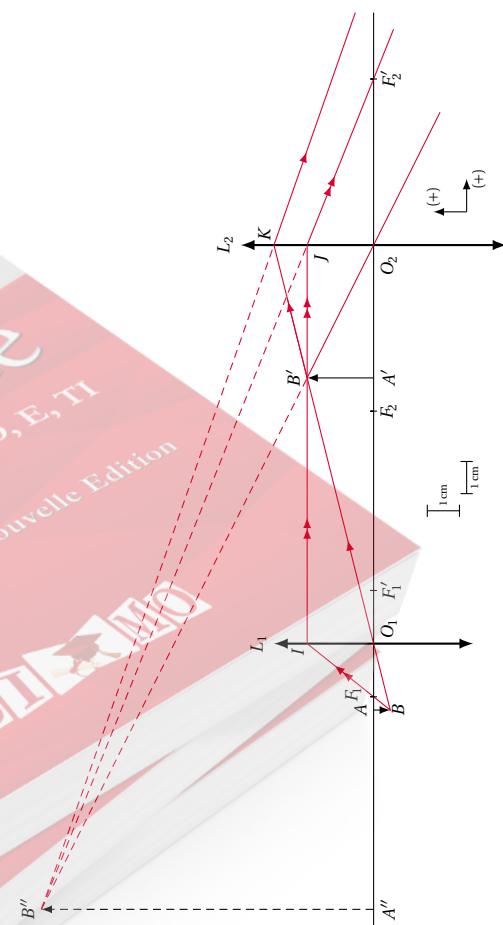
6.3.3. Caractéristique de l'image $A'' B''$:

$\overline{O_2 A''} = -200 \text{ mm}$ donc $\overline{O_2 A''} < 0 \rightarrow$ l'image $A'' B''$ est virtuelle.

6.3.4. Construction géométrique de l'image $A'' B''$ à l'échelle 1.

Voir figure ci-dessous.

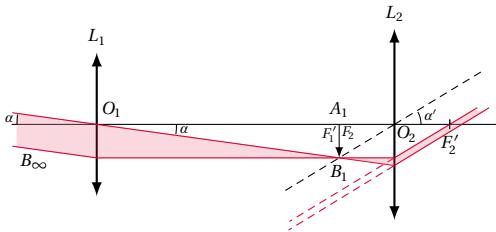
Le système optique se rapproche d'un microscope : image virtuelle très agrandie.



Solution 7. (p. 172)

7.1. L'image définitive donnée par la lunette se forme à l'infini (voir énoncé).

L'image A_1B_1 donnée par l'objectif d'un objet lointain AB est dans le plan focal image de l'objectif.



Pour avoir une image définitive à l'infini, il faut que A_1B_1 se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire (voir figure ci-dessus). La lunette est dite afocale. Les foyers F'_1 de l'objectif et F'_2 de l'oculaire sont donc confondus.

Dans ces conditions, l'angle sous lequel on voit la lune est α tel que :

$$\tan(\alpha) = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} \approx \alpha \text{ car } \alpha \text{ est petit.}$$

A_1 et F'_1 étant confondus, on a :

$$\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1}$$

L'angle α' sous lequel on voit l'image définitive est l'angle que font tous les rayons issus de B_1 avec l'axe du système, après passage à travers l'oculaire. Donc : $\tan(\alpha') = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} \approx \alpha'$ car α' est petit.

A_1 et F'_2 étant confondus, on a :

$$\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F'_2}$$

Le rapport G peut alors s'écrire :

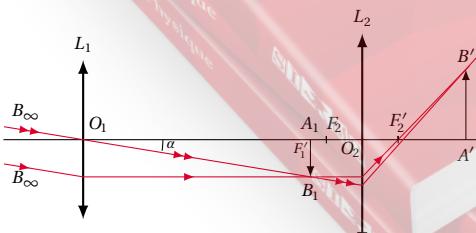
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{A_1B_1}{O_2F'_2}}{\frac{A_1B_1}{O_1F'_1}} = \frac{O_1F'_1}{O_2F'_2}$$

A.N. $O_1F'_1 = 0,90 \text{ m}$; $O_2F'_2 = 0,02 \text{ m}$; $G = 45$.

Calculons α' connaissant α

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \rightarrow \alpha' = G \cdot \alpha = 45 \times 0,5^\circ = 22,5^\circ$$

7.2. Si l'on recule l'oculaire, à partir de la position précédente, l'image A_1B_1 , qui joue le rôle d'objet pour l'oculaire, est en avant du plan focal objet. L'oculaire en donnera une image réelle.



D'après la formule de position,

$$-\frac{1}{O_2A_1} + \frac{1}{O_2A'} = \frac{1}{O_2F'_2} \rightarrow \frac{1}{O_2A'} = \frac{1}{O_2F'_2} + \frac{1}{O_2A_1}$$

Or $\frac{1}{O_2A'} > 0$.

Ceci entraîne que $\frac{1}{O_2F'_2} + \frac{1}{O_2A_1} > 0$ ou $\frac{1}{O_2F'_2} > -\frac{1}{O_2A_1}$, ce qui est vérifié ici.

Calculons maintenant le diamètre de l'image A_1B_1 . Comme à la question (1), nous pouvons écrire :

$$\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1} \rightarrow A_1B_1 = O_1F'_1 \cdot \alpha$$

avec α en radians.

A.N. $O_1F'_1 = 0,90 \text{ m}$; $\alpha = 0,5^\circ = 0,5 \times \frac{3,14}{180} \text{ rad}$; $A_1B_1 = 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Nous voulons une image de 5 cm de diamètre soit un grossissement de l'oculaire égal en valeur absolue à :

$$|\gamma| = \frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{7,85 \cdot 10^{-3}} = 6,37$$

Dans les conditions de l'expérience, $A'B'$ est renversé par rapport à A_1B_1 d'où $\gamma = -6,37$.

D'après la formule du grossissement,

$$\gamma = \frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = -6,37 \rightarrow \overline{O_2A'} = -6,37 \cdot \overline{O_2A_1}$$

Portons cette valeur dans la formule de conjugaison :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{-6,37 \cdot \overline{O_2A_1}} &= \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} \\ \rightarrow -\frac{1}{\overline{O_2A_1}} \left(1 + \frac{1}{6,37} \right) &= \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} \\ \rightarrow \overline{O_2A_1} &= -\overline{O_2F'_2} \left(1 + \frac{1}{6,37} \right) \end{aligned}$$

A.N. $\overline{O_2F'_2} = 0,02 \rightarrow \overline{O_2A_1} = -0,0231 \text{ m} = -23,1 \text{ mm}$.

Par rapport à la question (1), on doit reculer l'oculaire de $(23,1 - 20) = 3,1 \text{ mm}$.

Position de l'écran.

L'écran est alors à la distance C_2A' de la lentille oculaire, soit :

$$\overline{O_2A'} = -6,37 \cdot \overline{O_2A_1} = -6,37(-0,0231)$$

$$\overline{O_2A'} = 0,147 \text{ m}$$

L'écran est donc à 147 mm derrière l'oculaire.

Sujets d'examen – Probatoire Physique – Séries C, E

14.1	Enoncé des sujets d'examen	180
14.1.1	Enoncé – Probatoire 2012	180
14.1.2	Enoncé – Probatoire 2013	181
14.1.3	Enoncé – Probatoire 2014	182
14.1.4	Enoncé – Probatoire 2015	184
14.1.5	Enoncé – Probatoire 2016	185
14.1.6	Enoncé – Probatoire 2017	186
14.2	Solution des sujets d'examen	187
14.2.1	Solution – Probatoire 2012	187
14.2.2	Solution – Probatoire 2013	188
14.2.3	Solution – Probatoire 2014	191
14.2.4	Solution – Probatoire 2015	193
14.2.5	Solution – Probatoire 2016	196
14.2.6	Solution – Probatoire 2017	198



14.1 Enoncé des sujets d'examen

14.1.1 Enoncé – Probatoire 2012

Examen:	Probatoire	Séries:	C, E
Session:	2012	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	3

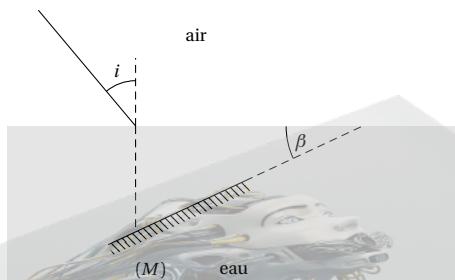
Exercice 1.

Optique géométrique

1.1. Réflexion et réfraction de la lumière

Dans un vase contenant de l'eau, on introduit un miroir-pian (M) dont la surface réfléchissante est inclinée d'un angle β inconnu sur la surface libre que l'on admettra horizontale.

Un rayon lumineux tombe sur la surface de l'eau sous une incidence $i = 30^\circ$. Après réfraction dans l'eau, il arrive perpendiculairement sur la surface réfléchissante du miroir. La figure ci-dessous traduit la situation.



1.1.1. Tracer la marche du rayon lumineux à travers le système optique.

1.1.2. Calculer l'angle de réfraction r du rayon lumineux dans l'eau.

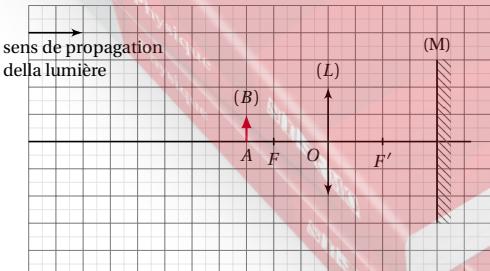
1.1.3. En déduire la valeur de l'angle d'inclinaison β du miroir sur la surface libre de l'eau.

On prendra l'indice de réfraction de l'eau :

$$n = 4/3.$$

1.2. Lentilles

1.2.1. Construire graphiquement l'image définitive $A''B''$ de l'objet AB que donne le système lentille (L)-miroir-plan (M) représenté sur la figure ci-dessous.



1.2.2. Donner les caractéristiques de cette image définitive (Nature, sens, hauteur et position par rapport à la lentille).

Exercice 2.

Instruments d'optique

2.1. L'œil

Recopier puis compléter le tableau suivant portant sur les anomalies de l'œil et leurs modes de corrections.

Anomalies	Manifestations chez le patient	Type lentilles de correction
Presbytie		
Myopie		
Hypermétropie		

2.2. Étude du microscope

2.2.1. Décrire sommairement le principe du microscope.

2.2.2. Définir l'intervalle optique Δ d'un microscope.

2.2.3. L'intervalle optique Δ d'un microscope vaut 10 cm. Son oculaire et son objectif ont respectivement pour distances focales $f_1 = 2 \text{ cm}$ et $f_2 = 2 \text{ mm}$.

Calculer sa puissance intrinsèque P .

Exercice 3.

Énergie électrique

3.1. Échanges d'énergie dans un circuit électrique

Un générateur ($E = 20,00 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$) est monté aux bornes d'une portion de circuit comprenant :

- un résistor de résistance $R = 20 \Omega$;
 - un moteur l'électrique de f.c.é.m. $E' = 12 \text{ V}$ et de résistance interne $r' = 2 \Omega$.
- et montés en parallèle

3.1.1. Faire le schéma du circuit.

3.1.2. L'intensité I du courant produit par le générateur vaut 3,2 V. Calculer :

3.1.2.1. Les intensités I_1 et I_2 des courants respectivement dans le moteur et dans le résistor R .

3.1.2.2. Le rendement ρ du moteur.

3.1.3. Établir le diagramme des échanges d'énergie entre les dipôles du circuit ci-dessus lorsque le générateur fonctionne.

3.2. Étude d'un alternateur

3.2.1. Énoncer la loi de Lenz.

3.2.2. Établir la liste des éléments principaux d'un alternateur et donner le rôle de chacun.

3.2.3. Expliquer sommairement le fonctionnement d'un alternateur.

Exercice 4.

Énergie mécanique

Une voiture de masse $m = 1000 \text{ kg}$ en mouvement, aborde une cote qu'on assimile à un plan incliné dans le sens de la montée, avec une vitesse $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$, la ligne de plus grande pente du plan est inclinée d'un angle α

14.1. Enoncé des sujets d'examen

sur l'horizontale. Elle se déplace sous l'action d'une force motrice d'intensité constante \vec{F} et parallèle à la route. Après avoir parcouru une distance $d = 80\text{ m}$, sa vitesse ne vaut plus que 18 m s^{-1} . Les forces de frottement sur la route sont équivalentes à une force unique d'intensité constante $f = 200\text{ N}$.

4.1. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer l'intensité de la force motrice lors du parcours ci-dessus.

4.2. Le niveau de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur du système {voiture-Terre} est pris à l'horizontale du point de la route où commence la montée. Calculer, à la fin du parcours ci-dessus :

4.2.1. L'énergie cinétique E_C de la voiture.

4.2.2. L'énergie potentielle E_P du système {voiture-Terre}.

4.2.3. L'énergie mécanique E du système {voiture-Terre}.

Prendre $\sin \alpha = 0,04$ et $g = 10\text{ N kg}^{-1}$.

14.1.2 Enoncé – Probatoire 2013

Examen:	Probatoire	Séries:	C, E
Session:	2013	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	3

Exercice 5.

Énergie mécanique

5.1. Solide suspendu à un fil vertical.

On constitue un pendule en suspendant une petite sphère métallique assimilable à un point matériel de masse $m = 0,2\text{ kg}$ à un fil sans masse de longueur $L = 90\text{ cm}$. Lorsque le système est à l'équilibre, on admet que son énergie potentielle de pesanteur est nulle. On prend $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$.

5.1.1. Définir : énergie potentielle de pesanteur.

5.1.2. On écarte le système de sa position d'équilibre jusqu'à ce que le fil restant toujours tendu fasse un angle $\alpha = 30^\circ$ avec la verticale.

5.1.2.1. Calculer l'énergie potentielle de pesanteur du système [Terre - pendule].

5.1.2.2. On abandonne ensuite le système à lui-même (pas de vitesse initiale).

Calculer la vitesse v de la sphère au passage par la verticale.

5.2. Solide accroché à un ressort horizontal.

Un ressort à spires non-jointives de longueur à vide $\ell_0 = 15\text{ cm}$ et de raideur $k = 0,5\text{ N cm}^{-1}$ est disposé horizontalement. Une de ses extrémités est attachée à un support fixe ; à son autre extrémité, on accroche un petit solide pouvant se déplacer sans frottement sur un guide rectiligne et horizontal. Lorsque l'ensemble est à l'équilibre, le ressort n'est ni tendu, ni compressé. On admet alors que son énergie potentielle élastique est nulle.

5.2.1. On écarte le système de sa position d'équilibre en déplaçant le solide de 4 cm de façon à compresser le

ressort. Calculer, l'intensité F de la force que le ressort exerce sur le solide.

5.2.2. On lâche le solide et le ressort se détend, entraînant le solide qui part du repos.

5.2.2.1. Définir : énergie mécanique.

5.2.2.2. Exprimer, l'énergie mécanique du système {ressort - solide} à une position quelconque du solide.

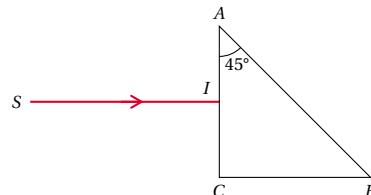
5.2.2.3. En admettant que l'énergie mécanique du système se conserve, déterminer à quelle distance d de son point de départ la vitesse du solide s'annule.

Exercice 6.

Optique géométrique

6.1. Le prisme

Un rayon SI arrive sous incidence, normale sur la face AC d'un prisme en verre d'indice $n = 1,5$ et dont la section principale à la forme d'un triangle rectangle isocèle (voir figure ci-dessous).



Document 1 : Marche d'un rayon lumineux à travers un prisme.

6.1.1. Calculer la valeur de l'angle d'incidence r' du rayon transmis sur la face AB du prisme ?

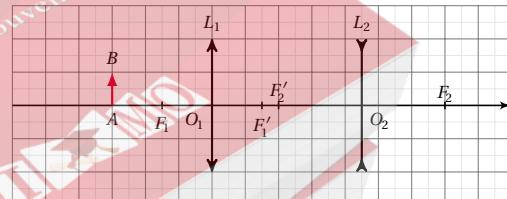
6.1.2. Calculer la valeur de l'angle de réfraction limite λ , du dioptre air-verre et la comparer à celle de l'angle d'incidence r' sur la face AB du prisme. Conclure.

6.1.3. Tracer la marche du rayon lumineux à travers le prisme.

6.1.4. Déterminer la déviation D subie par le rayon lumineux.

6.2. Les lentilles minces

6.2.1. Construire l'image $\overrightarrow{A''B''}$ de l'objet \overrightarrow{AB} donnée par le système de lentille L_1 et L_2 sur la figure ci-dessous. On a orienté l'axe optique commun des deux lentilles dans le sens de propagation de la lumière.



6.2.2. À partir du graphique, vérifier que la position de l'image intermédiaire $\overrightarrow{A'B'}$ obéit, à la relation de conjugaison.

Exercice 7.**L'œil et les instruments optique****7.1. L'œil****7.1.1. Définir : Punctum proximum.**

7.1.2. Un œil a son punctum remotum à 100 cm, son punctum proximum à 10 cm. Quel(s) est/sont le(s) défaut(s) d'accommodation de cet œil ? Justifier la réponse.

7.1.3. Quelles doivent être la nature et la vergence de la lentille qu'il faut accoler à cet œil pour envoyer son punctum remotum à l'infini ?

7.2. La lunette astronomique

Une lunette astronomique est constituée d'un oculaire de distance focale $f_1 = 3 \text{ cm}$ et d'un objectif de distance focale $f_2 = 300 \text{ cm}$.

7.2.1. Expliquer l'expression « lorsque la lunette est afocale ».

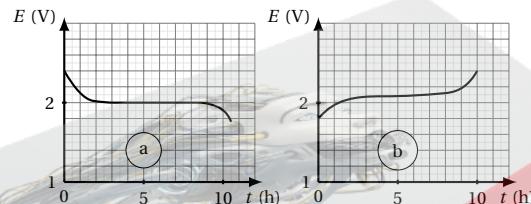
7.2.2. Lorsque la lunette est afocale, calculer :

7.2.2.1. La distance entre les centres optiques de l'oculaire et de l'objectif.

7.2.2.2. Le grossissement G de la lunette.

Exercice 8.**Énergie électrique****8.1. Accumulateur au plomb.**

La figure ci-dessous donne les courbes représentatives des variations de la f.e.m. d'un élément d'accumulateur plomb – acide sulfurique pendant la charge et pendant la décharge.



8.1.1. Attribuer à chaque courbe, le fonctionnement correspondant. On justifiera la réponse.

8.1.2. Décrire un élément de batterie plomb – acide sulfurique. On donnera la nature des deux électrodes et on précisera celle qui est la borne positive.

8.1.3. A quel risque expose-t-on une cellule de batterie plomb – acide sulfurique si la f.e.m. de décharge devient inférieure à 1,6 V ?

8.1.4. Citez un avantage des accumulateurs plomb – acide sulfurique.

8.2. Caractéristiques d'un groupe électrogène.

La figure ci-dessous donne les caractéristiques d'un groupe électrogène.

8.2.1. Sur le document que signifie (AC) ?

8.2.2. Conversions de formes d'énergie dans le groupe électrogène

8.2.2.1. Quelle est la source d'énergie utilisée par le groupe électrogène.

8.2.2.2. Quelle forme d'énergie l'alternateur transforme-t-il en énergie électrique ?

8.2.2.3. À l'aide d'un diagramme, indiquer les conversions de formes d'énergie opérées au cours du fonction-

nement du groupe électrogène.

8.2.3. Quelle information apporte l'indication : Facteur de puissance = 1 ?

8.2.4. Calculer le rendement électrique de l'alternateur lorsqu'il fournit à une installation (puissance nominale à charge) une tension alternative.

Caractéristiques d'un groupe électrogène**EF11000iS – Un portable d'appoint léger et efficace.**

Le plus léger du marché : 13 kg, compact et silencieux, ce groupe électrogène offre la qualité d'une prise de courant domestique, la mobilité en plus I.

Ce générateur possède un tableau de bord complet du mode, économique, une sécurité d'huile et dispose d'un coupe-circuit et d'une prise chargeur batterie.

Points forts

- 230 V–1000 VA
- Très facile à transporter avec ses 13 kg, le générateur le plus léger du marché
- Couple-circuit d'urgence intégré
- Grande qualité de courant (compatible informatique)

Caractéristiques électriques

Alternateur	Type "Inverter-Silent"
Fréquence	50 Hz
Puissance nominale à charge (AC)	900 VA
Puissance maxl. (AC)	1000 VA
Sortie (AC)	230 V
Intensité nominale	3,9 A
Tension (DC)	12 V/9 A
Facteur du puissance	1
Nb de phases	Simple
Starter	Direct
Autonomie	4 h
	12 h mode éco

Caractéristiques moteur

Type	Quatre temps QHV – Refroidissement par air
Cylindrée	50 cm ³
Puissance	1,61 kW (2 ch)
	à 6500 / min
Carburant	Essence sans plomb
Capacité du réservoir d'essence	2,5 L
Capacité du réservoir d'huile	0,32 L
Mise en route	Lanceur

Caractéristiques générales

Dimensions ($l \times p \times h$)	450 × 235 × 380 mm
Poids à sec	13 kg
Niveau sonore (LWA)	88 dB (A)
Niveau sonore à 7 m	57 dB (A)
	47 dB (A) mode éco

14.1. Enoncé des sujets d'examen

14.1.3 Enoncé – Probatoire 2014

Examen:	Probatoire	Séries:	C, E
Session:	2014	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	3

Exercice 9.

Optique géométrique

9.1. Les lentilles

Une lentille convergente de vergence $C = 10\text{ D}$ donne d'un objet réel $AB = 5\text{ cm}$ normal à l'axe principal une image virtuelle 5 fois plus grande.

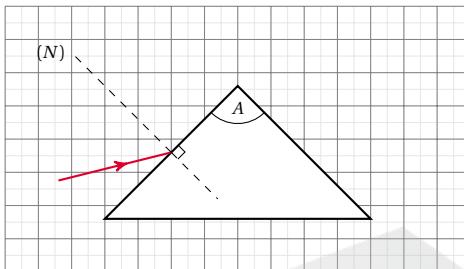
9.1.1. Déterminer par calcul les positions de :

9.1.1.1. l'objet;

9.1.1.2. l'image.

9.1.2. A l'échelle $E = 1/5$, construire l'objet et de l'image.

9.2. Étude d'un prisme.



Un rayon lumineux attaque l'une des faces d'un prisme d'indice $n = 3/2$ sous une incidence i_1 . On prendra : A = angle du prisme; n = indice du prisme à déterminer; r = angle de réfraction sur la première face; r' = angle d'incidence sur la deuxième face; i_2 = angle d'émergence du rayon lumineux du prisme plongé dans l'air.

9.2.1. Tracer la marche du rayon lumineux à travers le prisme.

9.2.2. Représenter l'angle de déviation D du rayon à travers le prisme.

9.2.3. Rappeler les 4 formules principales du prisme.

9.2.4. L'angle de déviation D varie avec l'incidence et passe par une valeur minimale D_m pour $i_1 = i_2$. Montrer qu'on peut écrire la relation :

$$\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right).$$

Pour $D_m = 27^\circ$ et $A = 46^\circ$, calculer la valeur n de l'indice du prisme.

Exercice 10.

Instruments d'optique

10.1. L'œil réduit

Pour un œil normal, la distance d séparant le cristallin de la rétine vaut 17 mm. (Un enfant regarde une statue de hauteur $h = 1,75\text{ m}$ située à la distance $D = 15\text{ m}$.

10.1.1. Calculer la hauteur h' de l'image sur la rétine.

10.1.2. Donner puis justifier le sens de variations de

cette hauteur quand l'enfant s'éloigne de la statue.

10.2. Instruments d'optique

10.2.1. A l'aide d'un schéma, donner le principe de formation et la nature de l'image obtenue par un microscope d'un petit objet placé avant le foyer objet de l'objectif.

10.2.2. Un microscope possède les caractéristiques suivantes :

Intervalle optique : $\Delta = 16\text{ cm}$;
distance focale de l'objectif : $f_1 = 5\text{ mm}$;
distance focale de l'oculaire : $f_2 = 5\text{ cm}$.

A travers cet appareil, on observe l'image d'un objet AB situé à la distance $d = 5,15\text{ mm}$ devant l'objectif. Déterminer la position p' par rapport à l'objectif de l'image définitive.

Exercice 11.

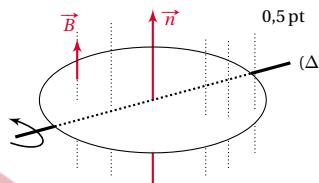
Énergie électrique

11.1. Définir la capacité d'un accumulateur.

11.2. Étude de la production d'un courant alternatif.

11.2.1. Énoncer la loi de Lenz.

11.2.2. Une bobine circulaire comportant $N = 2000$ spires de rayon moyen $r = 15\text{ cm}$ chacune tourne à la vitesse angulaire $\omega = 20\pi\text{ rad s}^{-1}$ autour d'un axe de rotation vertical (Δ). Elle est plongée dans un champ magnétique vertical et uniforme de module $B = 0,1\text{ T}$ et dont les lignes de champ, à l'instant $t = 0$, font un angle $\varphi = 0$ avec la normale à la bobine. Le schéma ci-dessous présente la situation.



11.2.2.1. Donner l'expression de l'angle $\theta(t)$ entre la normale et le vecteur champ magnétique à un instant t quelconque en fonction de la vitesse angulaire et du temps.

11.2.2.2. Exprimer le flux $\varphi(t)$ du champ magnétique à travers la bobine à un instant t quelconque en fonction de N , B , r , t et ω .

11.2.2.3. Aux bornes de la bobine, on branche un ampèremètre à zéro.

Montrer qu'il naît un courant alternatif dans le circuit ci-dessus.

11.2.2.4. La résistance totale R du circuit vaut 2000Ω , calculer la valeur I_m maximale du courant qui apparaît.

Exercice 12.

Énergie mécanique

Un cycliste de masse $m = 90\text{ kg}$ (vélo compris) partant du repos, descend une piste inclinée d'un angle $\beta = 30^\circ$ sur l'horizontale du lieu. Les forces de frottements sont équivalentes à une force unique \vec{f} d'intensité $f = 135\text{ N}$, colinéaire et de sens contraire à la vitesse. La longueur L de la piste inclinée vaut 120 m . Prendre $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$.

12.1. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la valeur v de la vitesse du cycliste après un parcours rectiligne de longueur $\ell = 100$ m sur le plan incliné.

12.2. L'énergie potentielle de pesanteur est prise égale à zéro au sol horizontal. Calculer, à la fin du trajet ci-dessus, la valeur de l'énergie mécanique E du système {Terre-cycliste}.

12.3. En réalité, pour éviter certains obstacles, le cycliste fait des zigzags qui triplent la distance à parcourir entre les mêmes points de départ et d'arrivée ci-dessus.

Calculer la nouvelle vitesse v' acquise dans ce cas au bout de ce parcours.

12.4. En déduire la nouvelle énergie mécanique E' du système {Terre-cycliste}.

Exercice 14.

Étude de quelques instruments d'optique

14.1. L'œil

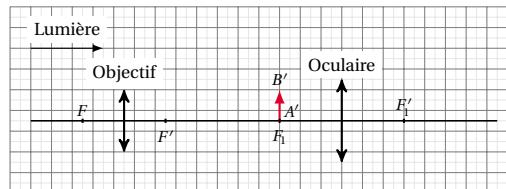
Recopier puis compléter le tableau suivant dressant les défauts de l'œil, leurs conséquences et leurs modes de correction :

Défauts	Position de l'image d'un objet à l'infini par rapport à la rétine	Mode de correction
Hypermétropie		
Myopie		

14.2. Le microscope

14.2.1. Donner le principe de fonctionnement d'un microscope.

14.2.2. Connaissant la position de l'image intermédiaire $A'B'$, compléter sur le document à remettre avec la copie, la construction de l'objet AB et de l'image $A''B''$ donnée par un microscope.



14.1.4 Enoncé – Probatoire 2015

Examen:	Probatoire	Séries:	C, E
Session:	2015	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	3

Exercice 13.

Optique géométrique

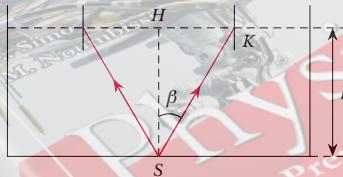
13.1. Réfraction de la lumière

13.1.1. Calculer l'angle de réfraction limite α d'un dioptre air-eau.

On donne (indice de réfraction de l'eau) = $4/3$.

13.1.2. Dans un vase, on introduit de l'eau jusqu'à une hauteur $h = 0,25$ m. Au fond du récipient, on place une source lumineuse ponctuelle S qui émet un cône de lumière d'angle au sommet $\alpha = 50^\circ$.

Le schéma ci-dessous traduit la situation :



13.1.2.1. Reproduire la figure ci-contre puis schématiser la marche du rayon lumineux issu de S .

13.1.2.2. Calculer l'aire A du disque lumineux qu'un œil, symétrique de la source S par rapport à la surface libre, peut voir dans l'eau.

13.2. Les lentilles

À la distance $d = 12$ cm en avant d'une lentille convergente de vergence $C = 10$ D, on place un objet lumineux $AB = 3$ cm.

13.2.1. Déterminer les caractéristiques de son image $A'B'$ (position, nature et taille).

13.2.2. Énoncer le théorème des vergences.

13.2.3. A la lentille ci-dessus, on accolé une autre lentille et l'image $A'B'$ se rapproche de la lentille équivalente de 3 cm. Déterminer la nature et la distance focale de la lentille ajoutée.

Exercice 15.

Énergie électrique

15.1. Production de l'énergie électrique

15.1.1. Donner le principe de fonctionnement d'un alternateur.

15.1.2. Préciser une formule générale et les caractéristiques du courant produit par un alternateur.

15.2. Bilan énergétique dans un circuit électrique

On dispose d'une batterie de f.e.m. $E = 12$ V et de résistance interne $r = 0,6\Omega$. Sa capacité Q vaut 60 Ah.

15.2.1. Définir la capacité Q d'un accumulateur.

15.2.2. Calculer la quantité d'électricité Q_E qu'elle peut produire.

15.2.3. Déterminer la puissance électrique P_e engendrée si la batterie est mise en court-circuit?

15.2.4. La batterie est montée aux bornes d'un électrolyseur de f.cém $E' = 6$ V et de résistance interne $r' = 4\Omega$. Calculer l'énergie chimique E_{ch} disponible dans l'électrolyseur après 10 min de fonctionnement.

Exercice 16.

Énergie mécanique

On prendra $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$

16.1. Étude du mouvement d'une balle

A partir du sol, une balle de masse $m = 70$ g est lancée verticalement vers le haut avec une vitesse $v = 10 \text{ m s}^{-1}$.

14.1. Enoncé des sujets d'examen

16.1.1. En négligeant la résistance de l'air, calculer la hauteur h qu'elle pourra atteindre.

16.1.2. En réalité, la hauteur atteinte est $h' = 4,75 \text{ m}$. Calculer l'intensité f de la résultante des forces de frottements de l'air.

16.1.3. En redescendant, la force de frottement de l'air a une intensité $f' = 3,7 \times 10^{-2} \text{ N}$. Calculer la vitesse v de la balle à l'arrivée au sol.

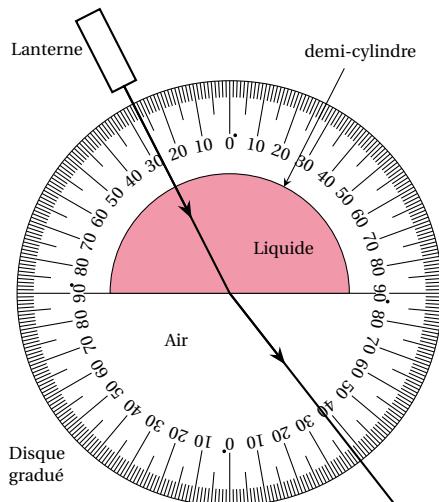
16.2. Mouvement d'un pendule

Une bille ponctuelle de masse $m = 50 \text{ g}$ suspendue à un fil rigide de longueur $\ell = 30 \text{ cm}$ est écartée d'un angle $\theta = 60^\circ$ de la verticale. On l'abandonne sans vitesse initiale. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur égale à zéro sur le sol horizontal situé à 30 cm du point de suspension de la bille.

Au passage par la position $\theta = 45^\circ$, calculer :

16.2.1. La vitesse v de la bille.

16.2.2. La valeur de l'énergie potentielle de pesanteur E_P .



Mesure de l'indice de réfraction d'un liquide

14.1.5 Enoncé – Probatoire 2016

Examen:	Probatoire	Séries:	C, E
Session:	2016	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	3

Exercice 17.

Optique géométrique

17.1. Réfraction de la lumière

Monsieur Lobé se propose, avec ses élèves de première C, d'identifier un liquide transparent par la mesure de son indice de réfraction. Pour cela, ils disposent de la table ci-dessous comportant les indices de réfraction de quelques liquides transparents pour une radiation de longueur d'onde $\lambda = 580 \text{ nm}$:

Liquide	Méthanol	Acétone	Butanol
Indice de réfraction	1,326	1,363	1,393

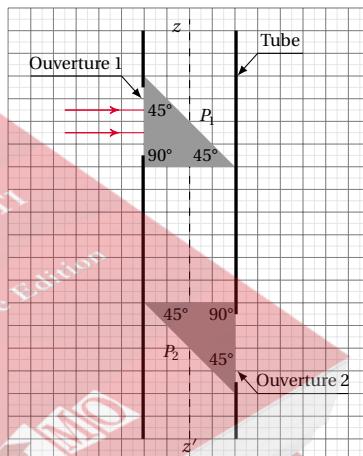
17.1.1. Compléter le schéma en matérialisant les angles d'incidence et de réfraction.

17.1.2. Déterminer les valeurs de ces angles; puis déterminer l'indice de réfraction n du liquide placé dans la cuve.

17.1.3. En déduire lequel des liquides a été placé dans la cuve.

17.2. Le prisme

Le dispositif représenté sur la figure 2 de l'annexe à remettre avec la copie comporte deux prismes disposés à l'intérieur d'un tube opaque muni de deux ouvertures.



17.2.1. Représenter en le justifiant sur cette figure, le trajet de deux rayons lumineux parallèles entre eux arrivant sur le prisme P_1 perpendiculairement à l'axe $z'z$.

17.2.2. Un observateur caché derrière un mur utilise ce dispositif pour observer les passants dans la rue sans être vu, en visant à travers l'ouverture 2. Voit-il les gens marcher la tête en bas?

On donne l'angle limite de réfraction du dioptrre verre-air pour le verre qui constitue le prisme : $\lambda = 41,8^\circ$

17.3. Les lentilles minces

On modélise l'objectif d'un appareil photographique

par une lentille mince convergente de distance focale $f = 50,0 \text{ mm}$.

17.3.1. Calculer la vergence de la lentille et donner son unité.

17.3.2. On photographie à l'aide de cet objectif un personnage situé à 2,00 m en avant de celui-ci.

17.3.2.1. Déterminer la position à donner à la pellicule par rapport à l'objectif pour avoir une image nette.

17.3.2.2. Le personnage mesurant 1,80 m et les dimensions utiles de la pellicule étant $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$, peut-on obtenir l'image entière du sujet photographié? On fera les calculs nécessaires.

Exercice 18.

Quelques instruments d'optique

Une petite lunette astronomique afocale est constituée :

- d'un objectif L_1 assimilé à une lentille mince, convergente, de distance focale $\overline{OF'_1} = 320 \text{ mm}$;
- d'un oculaire L_2 assimilé à une lentille mince, convergente, de distance focale $\overline{OF'_2} = 40 \text{ mm}$.

18.1. Un observateur emmétrope (ayant un œil normal visant à l'infini sans accommoder et donc sans fatigue) observe avec la lunette une étoile E supposée ponctuelle dans une direction qui n'est pas celle de l'axe optique.

18.1.1. Définir le terme afocal en parlant d'une lunette astronomique.

18.1.2. Sur un papier millimétré, tracer, sans soucis de l'échelle, mais en respectant les cas particuliers, la marche à travers la lunette de deux rayons issus de E (On indiquera les foyers et les centres optiques des deux lentilles).

18.1.3. Définir le grossissement de la lunette et établir la formule donnant ce grossissement à l'aide de ce schéma, puis calculer sa valeur numérique.

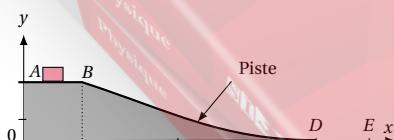
18.2. L'observateur est myope et ne peut voir sans se fatiguer que des objets situés à 96 cm au plus de son œil. Il règle donc la lunette en conséquence pour une observation sans fatigue et place son œil au voisinage du foyer image de l'oculaire.

Déterminer la position de l'image E_1 donnée par L_1 de E par rapport à O_2 .

Exercice 19.

Énergie mécanique dans un entrepôt

Dans un entrepôt, on a installé une unité de transfert de colis de masse $m = 800 \text{ kg}$ représenté par le schéma ci-dessous. Les colis peuvent ainsi passer de la position A à la position E .



19.1. La piste est constituée de rouleaux pouvant tourner sur leur axe sans frottement. Ces rouleaux sont assimilables à des cylindres de rayon $R = 4 \text{ cm}$ et de moment d'inertie par rapport à leur axe de rotation $I_\Delta = 64 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$. On donne $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$.

19.1.1. Le passage des caisses à la vitesse de $v = 5,7 \text{ m s}^{-1}$ provoque la rotation des rouleaux. Calculer la vitesse angulaire des rouleaux.

19.1.2. Calculer l'énergie cinétique d'un rouleau.

19.1.3. Sans effectuer de calcul, expliquer pourquoi les colis peuvent être convoyés à vitesse constante de B à D .

19.2. En E , les colis sont chargés dans des camions grâce à un chariot élévateur qui les monte à une hauteur de 1,50 m en 6,0 s.

19.2.1. Calculer l'énergie nécessaire à l'élévation d'un colis.

19.2.2. En déduire la puissance mécanique développée par le chariot élévateur.

Exercice 20.

Énergie électrique mise en œuvre dans un moteur

On associe en série une batterie d'accumulateurs de f.é.m. $E = 18 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 1,2 \Omega$, une résistance de valeur $R = 4,8 \Omega$, un moteur de f.é.m. E' et de résistance interne r' et un ampèremètre de résistance négligeable.

20.1. On empêche le moteur de tourner. L'intensité du courant dans le circuit vaut alors $I_1 = 2,0 \text{ A}$. Calculer la résistance r' du moteur.

20.2. Lorsque le moteur tourne avec une vitesse angulaire ω , l'intensité du courant vaut $I_2 = 1,2 \text{ A}$.

20.2.1. Montrer que l'expression littérale de l'intensité du courant est : $I_2 = \frac{E - E'}{r + r' + R}$

20.2.2. Calculer E' .

20.2.3. Calculer la puissance consommée par chacun des récepteurs.

20.2.4. Déterminer le rendement du circuit; c'est-à-dire le rapport de la puissance utile (a priori transformable en puissance mécanique) à la puissance électrique engendrée par les accumulateurs?

14.1.6 Enoncé – Probatoire 2017

Examen:	Probatoire	Séries:	C, E
Session:	2017	Durée:	2 heures
Épreuve:	Chimie	Coef.:	3

L'enoncé de ce sujet peut être gratuitement téléchargé sur :

www.simo.education

14.2 Solution des sujets d'examen

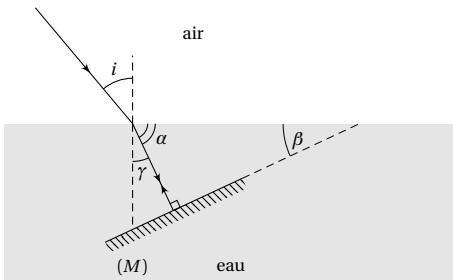
14.2.1 Solution – Probatoire 2012

Solution 1. (p. 180)

Optique géométrique

1.1. Réflexion et réfraction de la lumière.

1.1.1. Tracé de la marche du rayon lumineux :



1.1.2. Angle de réfraction r :

D'après la deuxième loi de Descartes relative à la réfraction :

$$\sin i = n \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}$$

A.N. : $\sin r = 0,375 \Rightarrow r = 22,02^\circ \simeq 22^\circ$

1.1.3. Valeur de l'angle d'inclinaison β du miroir :

Suivant le schéma de la figure ci-dessus :

$$\alpha + 90^\circ + \beta = 180^\circ \quad (14.1)$$

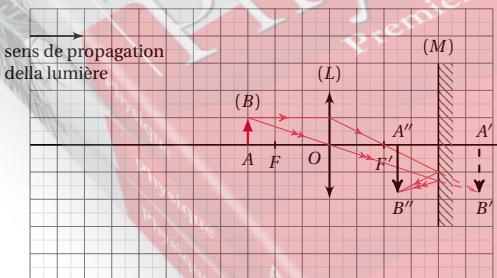
$$\text{or } \alpha = 90^\circ - r \quad (14.2)$$

$$\Rightarrow 180^\circ - r + \beta = 180^\circ \quad (14.3)$$

d'où $\beta = r = 22,02^\circ \simeq 22^\circ$.

1.2. Les lentilles :

1.2.1. Construction de l'image définitive $A''B''$:



1.2.2. Caractéristiques de $A''B''$:

- Nature : Image réelle.
- Sens : Image renversée par rapport à l'objet AB.
- Hauteur :

En considérant une échelle vraie grandeur :

$$A''B'' = 1,75 \text{ cm}$$

■ Position par rapport la lentille :

En considérant toujours une échelle vraie grandeur :

$$\overrightarrow{OA''} = 1,5 \text{ cm}$$

l'image définitive est à 2,5 cm derrière la lentille.

Solution 2. (p. 180)

Instruments d'optique

2.1. L'œil

Anomalies	Manifestations chez le patient	Lentilles de corrections
Presbytie	Vision floue des objets rapprochés	Lentille convergente
Myopie	Vision floue des objets éloignés	Lentille divergente
Hypermétropie	Vision floue des objets rapprochées Vision floue des objets à l'infini	Lentille convergente

2.2.

2.2.1.

2.2.2.

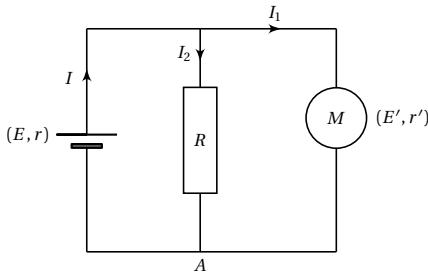
2.2.3.

Solution 3. (p. 180)

Énergie électrique

3.1. Échanges d'énergie dans un circuit électrique :

3.1.1. Schéma du circuit



3.1.2.

3.1.2.1. Intensités I_1 et I_2 de courants :

D'après la loi d'Ohm aux bornes des dipôles, on a :

$$U_{AB} = E - rI$$

$$U_{AB} = RI_2$$

$$U_{AB} = E' + r'I_1$$

on peut donc écrire :

$$RI_2 = E - rI \Rightarrow I_2 = \frac{E - rI}{R}$$

$$\text{A.N. : } I_2 = 0,84\text{ A}$$

D'après la loi des nœuds,

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_1 = I - I_2$$

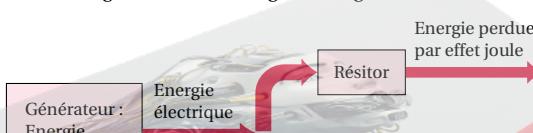
$$\text{A.N. : } I_1 = 2,36\text{ A}$$

3.1.2.2. Rendement du moteur.

$$\rho = \frac{E'}{U_{AB}} = \frac{E'}{E' + r'I_1}$$

$$\text{A.N. : } \rho = 0,7177 \approx 0,72 = 72\%$$

3.1.3. Diagramme des échanges d'énergie.



3.2. Étude d'un alternateur :

3.2.1. Énoncé de la loi Lenz :

Le sens du courant induit est tel que, par ses effets électromagnétiques il s'oppose toujours à la cause qui lui a donné naissance.

3.2.2. Éléments principaux d'un alternateur et leur rôle.

Éléments	Rôle
Rotor	Fait varier le flux magnétique dans le stator (inducteur)
Stator	Siège de la f.e.m. induite (induit)

3.2.3. Fonctionnement d'un alternateur

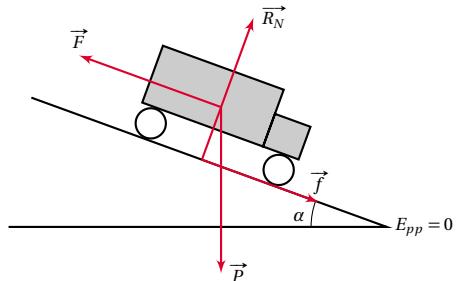
La rotation d'un rotor devant un stator entraîne la variation du flux magnétique qui entraîne la naissance une f.e.m. induite alternative.

Solution 4. (p. 180)

Énergie mécanique

4.1. Intensité de la force motrice \vec{F} :

Le bilan des forces extérieures appliquées à la voiture étant : Force s'exerçant sur la voiture :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la voiture, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_e \cdot \vec{x})$$

$$\Leftrightarrow E_{C_f} - E_{C_0} = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) \\ + W(\vec{R}_N) + W(\vec{F})$$

or : $W(\vec{R}_N) = 0$ car $\vec{R}_N \perp \vec{d}$

$$\Rightarrow E_{C_f} - E_{C_0} = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgd \sin \alpha + fd + Fd$$

$$\Rightarrow F = \frac{m}{2d} (v^2 - v_0^2) + mg \sin \alpha + f$$

$$\text{A.N. : } F = 125\text{ N}$$

4.2.

4.2.1. Énergie cinétique de la voiture :

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{A.N. : } E_C = 162\ 000\text{ J}$$

4.2.2. Énergie potentielle du système (voiture-Terre) :

$$E_P = mgh \text{ or : } h = d \sin \alpha$$

$$\Rightarrow E_P = mgd \sin \alpha.$$

$$\text{A.N. } E_P = 32\ 000\text{ J}$$

4.2.3. Énergie mécanique E du système (voiture-Terre) :

$$E = E_C + E_P$$

$$\text{A.N. } E = 194\ 000\text{ J}$$

14.2.2 Solution – Probatoire 2013

Solution 5. (p. 181)

Énergie mécanique

5.1. Solide suspendu à un fil vertical.

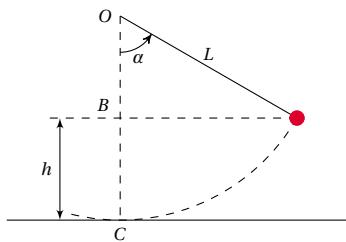
5.1.1. Définition.

14.2. Solution des sujets d'examen

Énergie potentielle de pesanteur est l'énergie que possède un système du fait de la position de son centre d'inertie par rapport à la Terre.

5.1.2.

5.1.2.1. Énergie potentielle de pesanteur du système :



$$E_p = mg h,$$

$$\text{avec } h = BC = OC - OB$$

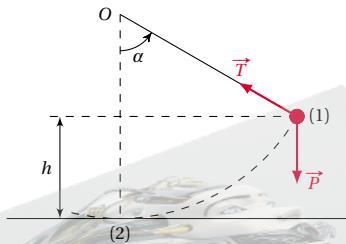
$$= L - L \cos \alpha = L(1 - \cos \alpha)$$

Soit :

$$E_p = mg L(1 - \cos \alpha)$$

A.N. : $E_p = 0,236\text{J}$

5.1.2.2. Vitesse de la sphère au passage par la verticale :
Le bilan des forces extérieures appliquées à la sphère étant :



En appliquant le principe de l'énergie cinétique à la sphère entre les positions (1) et (2), on a : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ex})$

$$\Leftrightarrow E_{C_2} - E_{C_1} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\text{or: } \begin{cases} E_{C_1} = 0 \text{ car } v_1 = 0 \\ W(\vec{T}) = 0, \text{ car tangente à la trajectoire.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_{C_2} = W(\vec{P})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgL(1 - \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow v = [2gL(1 - \cos \alpha)]^{1/2}$$

A.N. : $v = 1,537 \text{ m s}^{-1} \simeq 1,57 \text{ m s}^{-1}$

5.2. Solide accroché à un ressort horizontal.

5.2.1. Force exercée par le ressort sur le solide.

$$F = k\Delta\ell$$

A.N. : $\Delta\ell = 4 \text{ cm}$; $F = 2 \text{ N}$

5.2.2.

5.2.2.1. Définition.

L'énergie mécanique d'un système est la somme de son énergie cinétique et son énergie potentielle.

5.2.2.2. Expression de l'énergie mécanique du système

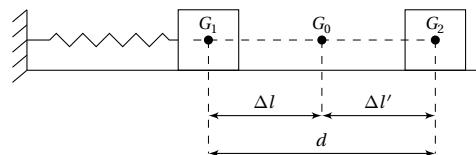
(ressort solide) à une position quelconque du solide :

$$E_m = E_c + E_p$$

$$\text{or } E_c = \frac{1}{2}mv^2 \text{ et } E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\text{Soit } E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

5.2.2.3. Distance d de son point de départ à laquelle la vitesse du solide s'annule :



G_0 est position d'équilibre du solide;

G_1 et G_2 sont les positions extrêmes du solide.

G_1 et G_2 étant les positions extrêmes du solide, la vitesse à ces positions est nulle.

Les forces de frottement étant nulles, le système est conservatif, soit

$$E_m = \text{cte} \Leftrightarrow E_{m_1} = E_{m_2}$$

$$\text{or: } \begin{cases} E_{m_1} = E_{p_{e1}} = \frac{1}{2}k\Delta\ell \\ E_{m_2} = E_{p_{e2}} = \frac{1}{2}k\Delta\ell' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}k\Delta\ell = \frac{1}{2}k\Delta\ell' \Rightarrow \Delta\ell = \Delta\ell'$$

Soit :

$$d = G_1 G_2 = \Delta\ell + \Delta\ell' = 2\Delta\ell$$

$$d = 2\Delta\ell$$

A.N. : $d = 8 \text{ cm}$.

Solution 6. (p. 181)

Optique géométrique

6.1. Le prisme.

6.1.1. Angle d'incidence r' du rayon transmis sur la face AB :

On a : $A = r + r'$, or $i = r = 0$

$$\Rightarrow r' = A = 45^\circ$$

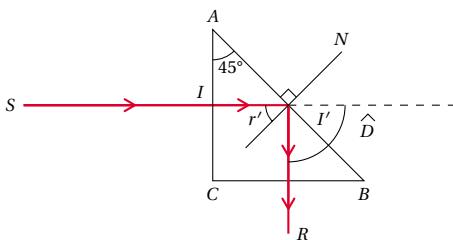
6.1.2. Angle de réfraction limite λ du dioptre air-verre :

$$\text{on a : } \sin \lambda = \frac{1}{n}$$

A.N. : $\sin \lambda = 0,6666 \simeq 0,67 \Rightarrow \lambda = 41,81^\circ$.

6.1.3. Tracé de la marche du rayon lumineux à travers le prisme :

Aucune marque distinctive n'est admise

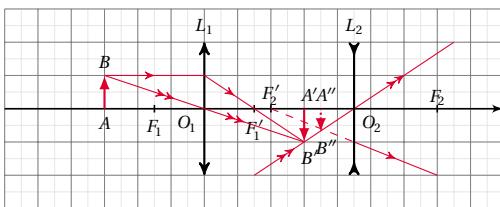


6.1.4. Déviation D subie par le rayon lumineux :

$$D = 90^\circ$$

6.2. Les lentilles minces.

6.2.1. Construction de l'image $\overline{A''B''}$ de l'objet \overline{AB} donnée par le système de lentille L_1 et L_2



6.2.2. Vérification de la position de l'image intermédiaire $\overline{A'B'}$ obéit à la relation de conjugaison :

D'après la relation de conjugaison,

$$\frac{1}{O_1 A'} - \frac{1}{O_1 A} = \frac{1}{O_1 F_1},$$

donc :

$$\frac{1}{O_1 A'} = \frac{O_1 F_1' \cdot O_1 A}{O_1 F_1' + O_1 A}.$$

En prenant pour échelle : 1 cm \leftrightarrow 1 division.

$$\text{A.N. : } O_1 F_1' = 1,5 \text{ cm; } O_1 A = 3 \text{ cm; } O_1 A' = 3 \text{ cm}$$

Solution 7. (p. 182)

Oeil et les instruments d'optique

7.1. L'œil.

7.1.1. *Définition* : Le punctum proximum est le point de l'axe optique le plus rapproché que l'œil peut voir nettement en accommodant au maximum.

7.1.2. Le défaut d'accommodation de cet l'œil est la myopie.

Justification : Son punctum remotum est inférieur à celui d'un œil normal (ou son punctum proximum est inférieur à celui d'un œil normal).

7.1.3. *Nature et vergence des lentilles de correction :*

■ Nature : lentille divergente.

■ Vergence :

$$C = \frac{1}{OF'}$$

$$\text{or : } OF' = -D_m \Rightarrow C = -\frac{1}{D_m}$$

$$\text{A.N. : } D_m = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m; } C = -1 \text{ D}$$

7.2. La lunette astronomique.

7.2.1. *Explication de l'expression « lorsque la lunette est afocale »*

Cela signifie que le foyer principal image de l'objectif et le foyer principal objet de l'oculaire sont confondus.

7.2.2.

7.2.2.1. *Distance entre les centres optiques de l'objectif et de l'oculaire :*

$$\text{on a : } \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{O_2 F'_2}$$

$$\text{A.N. : } \overline{O_1 O_2} = 303 \text{ cm}$$

7.2.2.2. *Grossissement G de la lunette.*

$$\text{on a : } G = \frac{\overline{O_2 F'_2}}{\overline{O_1 F'_1}}$$

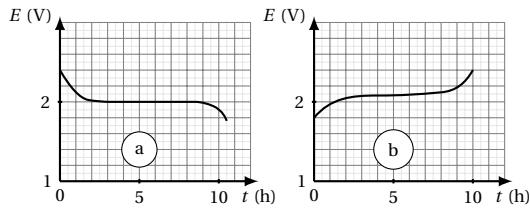
$$\text{A.N. : } G = 100.$$

Solution 8. (p. 182)

Énergie électrique

8.1. Accumulateur au plomb.

8.1.1. *Identification des courbes et justification :*



■ Courbe de décharge de l'accumulateur, car la f.e.m. diminue au cours du temps.

■ Courbe de charge de accumulateur, car la f.e.m. augmente au cours du temps.

8.1.2. *Description d'un élément de batterie plomb-acide sulfurique :*

■ Électrode positive : plaque de plomb dans laquelle est inséré le dioxyde de plomb (PbO_2);

■ Électrode négative : plaque de plomb dans laquelle est inséré le plomb spongieux (Pb).

■ Électrolyte : solution d'acide sulfurique.

8.1.3. Si la f.e.m. de décharge devient inférieure à 1,6 V pour une cellule de batterie plomb-acide sulfurique, il y a risque de sulfatation ; c'est-à-dire la saturation de la solution en sulfate de plomb. Ce qui conduit à la détérioration de batterie.

8.1.4. *Avantages des accumulateurs plomb-acide sulfurique :*

■ Ils fournissent une énergie électrique importante;

■ Ils ne polluent pas lorsque le recyclage est bien suivi.

8.2. Caractéristiques d'un groupe électrogène.

8.2.1. AC signifie alternative current (ou courant alternatif).

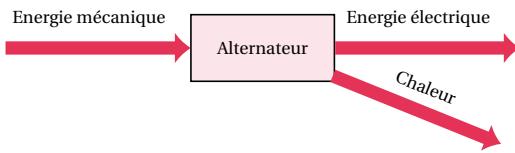
8.2.2.

8.2.2.1. Source d'énergie utilisée par le groupe électrogène : Le carburant.

8.2.2.2. Forme d'énergie transformée par l'alternateur en énergie électrique : L'énergie mécanique.

8.2.2.3. *Diagramme des conversions des formes d'énergie.*

14.2. Solution des sujets d'examen



8.3. Information apportée par l'indication « Facteur de puissance = 1 ».

Conducteur ohmique (ou que la puissance moyenne est) maximale.

8.4. Rendement électrique de l'alternateur :

$$\text{on a : } \rho = \frac{P_e}{P_m}$$

où P_e : puissance nominale à charge; P_m : puissance maximale.

A.N. : $P_e = 900\text{VA}$; $P_m = 1000\text{VA}$;

$$\rho = 0,9 = 90\%.$$

14.2.3 Solution – Probatoire 2014

Solution 9. (p. 183)

Optique géométrique

9.1. Les lentilles

9.1.1. Détermination par calcul :

9.1.1.1. De la position de l'objet :
D'après la formule de conjugaison,

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = C$$

$$\text{or : } \overline{A'B'} = 5\overline{AB} \Leftrightarrow \overline{OA'} = 5\overline{OA}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = C \Leftrightarrow -\frac{4}{5\cdot \overline{OA}} = C$$

$$\Rightarrow \overline{OA} = -\frac{4}{5C}$$

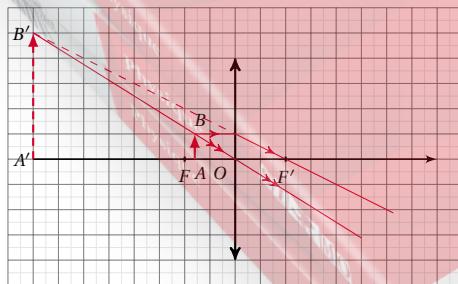
$$\text{A.N. : } \overline{OA} = -0,08\text{ m} = -8\text{ cm}$$

9.1.1.2. De la position de l'image :

$$\overline{OA'} = 5\overline{OA}$$

$$\text{A.N. : } \overline{OA'} = -0,4\text{ m} = -40\text{ cm}$$

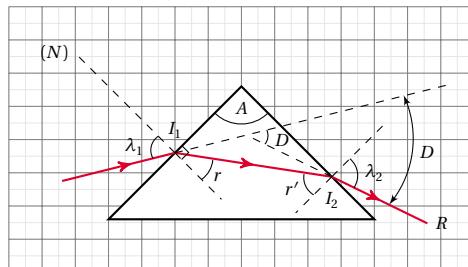
9.1.2. Construction de l'objet et de l'image :



$$\overline{OF'} = \frac{1}{C} = \frac{1}{10} = 0,1\text{ m} = 10\text{ cm}$$

9.2. Étude d'un prisme.

9.2.1. Marche du rayon lumineux à travers le prisme :



9.2.2. Représentation de l'angle de déviation D : Voir Schéma ci-dessous

9.2.3. Rappel des quatre formules principales du prisme :

$$\begin{cases} \sin i_1 = n \sin r \\ \sin i_2 = n \sin r' \end{cases} \quad \begin{cases} A = r + r' \\ D = i_1 + i_2 - A \end{cases}$$

9.2.4. Montrons qu'on peut écrire

$$\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right) = n \sin\frac{A}{2}.$$

pour la déviation maximale, on a : $i_1 = i_2$

$$i_1 = i_2 \Rightarrow r = r'$$

$$\text{or : } A = r + r' = 2r$$

$$\Rightarrow r = \frac{A}{2} \quad (14.1)$$

$$\text{et } D_m = i_1 + i_2 - A \Leftrightarrow D_m = 2i_1 - A$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{D_m + A}{2} \quad (14.2)$$

D'après la deuxième loi de Descartes relative à la réfraction

$$\sin i_1 = n \sin r \quad (14.3)$$

(14.1) et (14.2) dans (14.3)

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n \sin\frac{A}{2} \quad (14.4)$$

La relation (14.4) permet d'avoir :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$$

$$\text{A.N. : } n = 1,52$$

Solution 10. (p. 183)

Instruments d'optique

10.1. L'œil réduit.

10.1.1. Calcul de la hauteur h' de l'image sur la rétine :
d'après la formule de grandissement,

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \\ &\Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB} \end{aligned}$$

A.N. : $\overline{OA'} = d = 17 \text{ mm}$, $\overline{OA} = -D = -15 \text{ m}$, $\overline{AB} = h = 1,75 \text{ m}$, $\overline{A'B'} = -0,00198 \text{ m} = 1,98 \text{ mm}$

Donc la hauteur de l'image est $h' = 1,98 \text{ m}$

10.1.2. Sens de variation de h' :

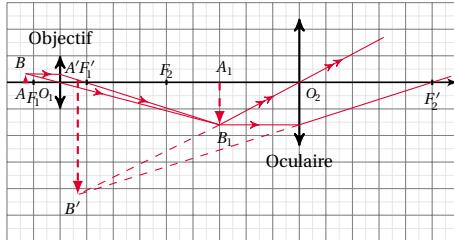
on a :

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB} \Rightarrow h' = \overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB}$$

Quand l'enfant s'éloigne, OA augmente, OA' et AB ne varient pas, $A'B'$ diminue; donc h' diminue.

10.2. Instruments d'optique.

10.2.1. Schéma de principe d'un microscope :



Nature de l'image : Image virtuelle.

10.2.2. Position de l'image définitive par rapport à l'objectif :

Position de l'image intermédiaire par rapport à l'objectif :

Position de l'image intermédiaire par rapport à l'objectif :

$$\begin{aligned} \text{on a : } & \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{\overline{O_1 F'_1}} \\ & \Rightarrow \overline{O_1 A_1} = \frac{\overline{O_1 A} \cdot \overline{O_1 F'_1}}{\overline{O_1 A} + \overline{O_1 F'_1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N. : } & \overline{O_1 A} = -5,15 \text{ mm}, \quad \overline{O_1 F'_1} = 5 \text{ mm}, \\ & \overline{O_1 A_1} = 171,666 \text{ mm} \end{aligned}$$

Position de l'image intermédiaire par rapport à l'oculaire :

$$\begin{aligned} \text{on a : } & \overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A_1} \\ & \Rightarrow \overline{O_2 A_1} = \overline{O_1 A_1} - \overline{O_1 O_2} \end{aligned} \quad (14.1)$$

$$\begin{aligned} \text{or : } & \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F'_1 O_2} \\ & = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F'_1 F_2} + \overline{F_2 O_2} \\ & \text{et } \overline{F'_1 F_2} = \Delta \\ & \Rightarrow \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \Delta + \overline{F_2 O_2} \end{aligned} \quad (14.2)$$

(14.2) dans (14.1)

$$\Rightarrow \overline{O_2 A_1} = \overline{O_1 A_1} - (\overline{O_1 F'_1} + \Delta + \overline{F_2 O_2})$$

$$\text{A.N. : } \overline{F_2 O_2} = \overline{O_2 F'_2} = 5 \text{ cm} = 50 \text{ mm}$$

$$\Delta = 16 \text{ cm} = 160 \text{ mm}$$

$$\overline{O_2 A_1} = -43,334 \text{ mm}$$

Position de l'image définitive par rapport à l'oculaire :

$$\begin{aligned} \text{on a : } & \frac{1}{\overline{O_2 A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2 A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2 F'_2}} \\ & \Rightarrow \overline{O_2 A_2} = \frac{\overline{O_2 A_1} \cdot \overline{O_2 F'_2}}{\overline{O_2 A_1} + \overline{O_2 F'_2}} \end{aligned}$$

$$\text{A.N. : } \overline{O_2 A_2} = -325,037 \text{ mm}$$

Position de l'image définitive par rapport à l'objectif :

$$\text{on a : } \overline{O_2 A_2} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_2}$$

$$\Rightarrow \overline{O_1 A_2} = \overline{O_2 A_2} - \overline{O_2 O_1} = \overline{O_2 A_2} + \overline{O_1 O_2}$$

$$\text{car : } \overline{O_1 O_2} = -\overline{O_2 O_1}$$

et d'après la relation (14.2),

$$\overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \Delta + \overline{F_2 O_2}$$

Soit :

$$\begin{aligned} \overline{O_1 A_2} &= \overline{O_2 A_2} + \overline{O_1 F'_1} + \Delta + \overline{F_2 O_2} \\ &= \overline{O_2 A_2} + \overline{O_1 F'_1} + \Delta + \overline{O_2 F'_2} \end{aligned}$$

A.N. :

$$\overline{O_1 A_2} = -110,037 \text{ mm} \simeq -110 \text{ mm} = -11 \text{ cm}$$

Donc l'image définitive est à 11 cm en avant de l'objectif.

Solution 11. (p. 183)

Énergie électrique

11.1. Définition :

La capacité d'un accumulateur est la quantité d'électricité que peut fournir cet accumulateur à la décharge.

11.2.

11.2.1. Énoncé de la loi de Lenz :

Le sens du courant induit est tel que par ses effets électromagnétiques, il s'oppose toujours à la cause qui lui a donné naissance.

11.2.2.

11.2.2.1. Expression de $\theta(t)$:

$$\theta(t) = \omega t$$

ω en rad s^{-1} , t en s et θ en rad.

11.2.2.2. Expression du flux $\varphi(t)$:

$$\varphi(t) = NBS \cos \theta \text{ or : } S = \pi r^2, \theta = \omega t$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = \pi r^2 N B \cos \omega t$$

11.2.2.3. Montrons qu'il naît un courant alternatif dans le circuit.

φ étant une fonction sinusoïdale du temps, varie. De plus la fonction sinusoïdale est alternative; ce qui provoque la naissance d'un courant induit alternatif sinusoïdal, qui se manifeste par le déplacement de l'aiguille de l'ampèremètre autour de zéro entre deux positions externes.

11.2.2.4. Valeur maximale de l'intensité du courant :

D'après la loi de Pouillet, on a :

$$I_m = \frac{E_m}{R}$$

$$\text{or : } e = -\frac{d\phi}{dt} = \pi r^2 N B \omega \sin \omega t$$

$$\text{d'où } E_m = \pi r^2 N B \omega$$

Soit

$$I_m = \frac{E_m}{R} = \frac{\pi r^2 N B \omega}{R}$$

$$\text{A.N. : } I_m = 0,4436 \text{ A} \simeq 0,44 \text{ A.}$$

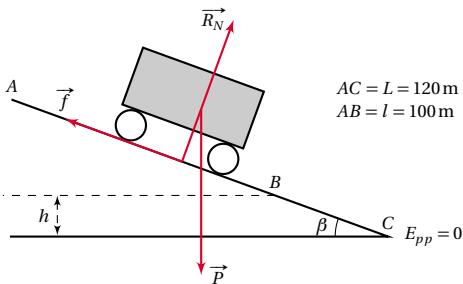
14.2. Solution des sujets d'examen

Solution 12. (p. 183)

Énergie mécanique

12.1. Calcul de la vitesse v :

Le bilan des forces extérieures appliquées au cycliste étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au cycliste, on a :

$$\begin{aligned} \Delta E_C &= \sum W(\vec{F}_{ex}) \\ \Leftrightarrow E_{C_B} - E_{C_A} &= W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f}) \\ \text{or : } &\left| \begin{array}{l} E_{C_A} = 0 \text{ car } v_A = 0 \\ W(\vec{R}_N) = 0 \text{ car } \vec{R}_N \perp \vec{l} \end{array} \right. \end{aligned}$$

d'où $E_{C_B} = W(\vec{P}) + W(\vec{f})$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 &= mg\ell \sin \beta - f\ell \\ \Rightarrow v &= \left[\frac{2\ell}{m}(mg \sin \beta - f) \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

A.N. : $v = 26,077 \text{ ms}^{-1} \simeq 26,08 \text{ ms}^{-1}$

12.2. Énergie mécanique à la fin du trajet :

$$E = E_B = E_{C_B} + E_{P_B}$$

$$\text{or : } E_{C_B} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{P_B} = mg h = mg t(L - l) \sin \beta$$

$$\text{d'où } E = \frac{1}{2}mv^2 + mg(L - l)\sin \beta$$

A.N. : $E = 39427,488 \text{ J}$

12.3. Calcul la vitesse v' acquise :

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\begin{aligned} \Delta E_C &= \sum W(\vec{F}_{ex}) \\ \Leftrightarrow E'_{C_B} - E_{C_A} &= W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f}) \\ \text{or : } &\left| \begin{array}{l} E_{C_A} = 0 \text{ car } v_A = 0 \\ W(\vec{R}_N) = 0 \text{ car } \vec{R}_N \perp \vec{l} \end{array} \right. \end{aligned}$$

d'où $E'_{C_B} = W(\vec{P}) + W(\vec{f})$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv'^2 = mg\ell \sin \beta - 3\ell \cdot f$$

$$\Rightarrow v' = \left(2g\ell \sin \beta - \frac{6\ell}{m}f \right)^{\frac{1}{2}}$$

A.N. : $v' = 8,94 \text{ ms}^{-1}$

12.4. Nouvelle énergie mécanique du système :

$$\begin{aligned} E' &= E'_B = E'_{C_B} + E'_{P_B} \\ &= \frac{1}{2}mv'^2 + mg(L - l)\sin \beta \end{aligned}$$

$$E' = \frac{1}{2}mv'^2 + mg(L - l)\sin \beta$$

A.N. : $E = 12419,78 \text{ J} = 1,242 \times 10^4 \text{ J}$

14.2.4 Solution – Probatoire 2015

Solution 13. (p. 184)

Optique géométrique

13.1. Réfraction de la lumière :

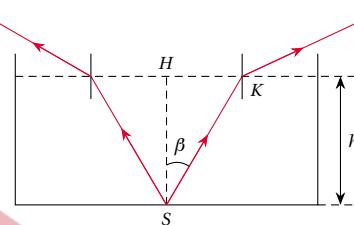
13.1.1. Calcul de l'angle de réfraction limite (α) :

$$\sin \alpha = \frac{n_{air}}{n_{eau}}$$

$$\text{A.N. } \sin \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 48,59^\circ \simeq 48,6^\circ$$

13.1.2.

13.1.2.1. Tracée de la marche des rayons lumineux issus de S :



13.1.2.2. Calcul de l'aire du disque :

on pose : $R = HK \Rightarrow A = \pi r^2$

$$\text{et } \tan \beta = \frac{R}{h} \Rightarrow R = h \tan \beta$$

$$\Rightarrow A = \pi(h \tan \beta)^2 = \pi \left(h \tan \frac{\alpha}{2} \right)^2$$

$$A = \pi \left(h \tan \frac{\alpha}{2} \right)^2$$

A.N. $A = 0,0426 \text{ m}^2 = 4,26 \times 10^{-2} \text{ m}^2$

13.2. Les lentilles :

13.2.1. Caractéristiques de l'image $A'B'$:

■ Position : D'après la formule de conjugaison :

$$\begin{aligned} \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} &= C \\ \Rightarrow \overline{OA'} &= \frac{\overline{OA}}{1 + C \cdot \overline{OA}} \end{aligned}$$

A.N. $\overline{OA'} = 0,6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$

Donc l'image est à 60 cm derrière la lentille.

■ Nature : l'image est réelle car $\overline{OA'} > 0$.

- Taille : D'après la formule de grandissement :

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

$$\Rightarrow A'B' = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \cdot AB$$

A.N. $\overline{A'B'} = -0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$

Donc la taille de l'image est $A'B' = 15 \text{ cm}$

13.2.2. Énoncé du théorème des vergences :

Plusieurs lentilles accolées équivalent à une lentille unique dont la vergence est égale à la somme algébrique des vergences de chaque lentille :

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

13.2.3. Nature et distance focale de la lentille ajoutée :

$$\overline{OA'} = 60 - 3 = 57 \text{ cm},$$

$$C = 10 \text{ D},$$

$$\overline{OA} = -12 \text{ cm} = -0,12 \text{ m}$$

D'après la formule de conjugaison :

$$C = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$\Rightarrow C' = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

A.N. $C = 10,0877 \text{ D}$

or : $C = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2 = C - C_1$

A.N. : $C_2 = 0,0877 \text{ D}$

$$\text{et } \overline{O_2 F'_2} = \frac{1}{C_2}$$

A.N. $\overline{O_2 F'_2} = 11,4 \text{ m}$

Nature : Lentille convergente car $\overline{O_2 F'_2} > 0$.

Solution 14. (p. 184)

Étude de quelques instruments d'optique

14.1. L'œil :

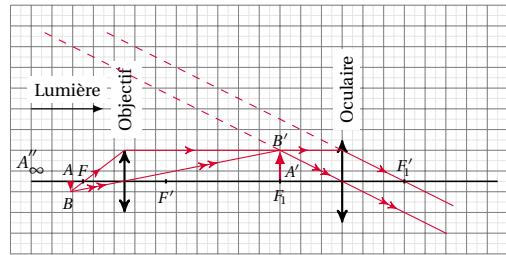
Tableau complété :

Défauts	Position de l'image d'un objet à l'infini par rapport à la rétine	Mode de correction
Hypermétropie	Derrière la rétine	Porter des lentilles convergentes
Myopie	Devant la rétine	Porter des lentilles divergentes

14.2.

14.2.1.

- 14.2.2. Complétons de l'objet AB et de l'image définitive A''B'' :



Solution 15. (p. 184)

Énergie électrique

15.1. Production de l'énergie électrique :

15.1.1. Principe de fonctionnement d'un alternateur : La rotation d'un rotor devant un stator entraîne la variation du flux magnétique dans le circuit fermé de la bobine, ce qui provoque la naissance d'une force électromotrice induite alternative et donc l'apparition d'un courant induit alternatif.

15.1.2. Formule générale et caractéristiques du courant produit par un alternateur :

Formule générale :

$$i = I_{max} \cos(\omega t + \varphi)$$

Caractéristiques du courant produit par un alternateur : I_{max} : intensité maximale; ω : pulsation; φ : phase initiale

15.2. Bilan énergétique dans un circuit électrique :

15.2.1. Définition : La capacité d'un accumulateur est la quantité d'électricité qu'il peut fournir à la décharge.

15.2.2. Quantité d'électricité Q_E qu'elle peut produire :

$$Q_E = Q = 60 \text{ Ah} = 2,16 \times 10^5 \text{ C}$$

15.2.3. Puissance électrique P_e engendrée si la batterie est mise en court-circuit :

$$P_e = EI_{CC}$$

où I_{CC} est l'intensité du courant de court-circuit or :

$$I_{CC} = \frac{E}{r}$$

$$\text{d'où : } \Rightarrow P_e = \frac{E^2}{r}$$

A.N. $P_e = 240 \text{ W}$

15.2.4. Énergie chimique disponible dans l'électrolyte :

$$E_{ch} = E' \cdot It$$

$$\text{or : } I = \frac{E - E'}{r + r'}$$

$$\Rightarrow E_{ch} = E' \left(\frac{E - E'}{r + r'} \right) t$$

A.N. $E_{ch} = 4695,65 \text{ J} \simeq 4,7 \times 10^3 \text{ J}$.

14.2. Solution des sujets d'examen

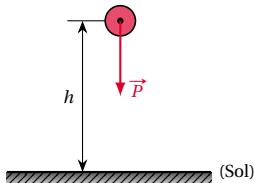
Solution 16. (p. 184)

Énergie mécanique

16.1. Etude du mouvement d'une balle :

16.1.1. Hauteur h atteinte :

Le bilan des forces extérieures appliquées à balle étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la balle, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ex}) \Leftrightarrow E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{P})$$

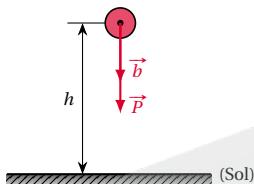
or : $E_{C_p} = 0$, car $v_f = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}mv^2 = -mgh \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g}$$

A.N. $h = 5 \text{ m}$.

16.1.2. Intensité f de la résultante des forces de frottements de l'air :

Le bilan des forces extérieures appliqués à la balle étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la balle, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ex}) \Leftrightarrow E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{P}) + W(\vec{f})$$

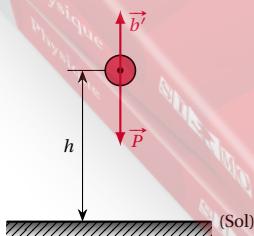
or : $E_{C_f} = 0$ car $v_f = 0$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow -E_{C_i} = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{2}mv^2 = -mgh' - fh' \\ &\Rightarrow f = \frac{mv^2}{2h'} - mg \end{aligned}$$

A.N. $f = 0,368 \text{ N} \simeq 3,7 \times 10^{-2} \text{ N}$.

16.1.3. Vitesse v de la balle à l'arrivée au sol :

Le bilan des forces extérieures appliquées à la balle étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la

balle, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ex})$$

$$\Leftrightarrow E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{P}) + W(\vec{f}')$$

or : $E_C = 0$ car $v_i = 0$ et v_f

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh' - fh'$$

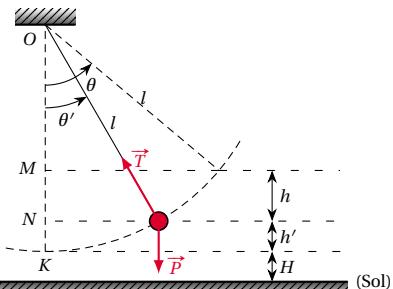
$$\Rightarrow v = \left[\frac{2h'}{m} (mg - f') \right]^{\frac{1}{2}}$$

A.N. $f = 9,48 \text{ m s}^{-1} \simeq 9,5 \text{ m s}^{-1}$

16.2. Mouvement d'un pendule

16.2.1. Vitesse v de la bille :

Le bilan des forces extérieures appliquées à la bille étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la bille, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ex})$$

$$\Leftrightarrow E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

or : $E_{C_i} = 0$, car $v_i = 0$, $W(\vec{T}) = 0$, car \vec{T} perpendiculaire à la tangente à la trajectoire.

$$\Rightarrow E_{C_f} = W(\vec{P})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Leftrightarrow v^2 = 2gh$$

or : $h = ON - OM = l \cos \theta' - l \cos \theta = l(\cos \theta' - \cos \theta)$

$$\Rightarrow v^2 = 2gl(\cos \theta' - \cos \theta)$$

$$\text{d'où } v = \sqrt{2gl(\cos \theta' - \cos \theta)}$$

A.N. $v = 1,11 \text{ m/sec.}$

16.2.2. Énergie potentielle de pesanteur :

$$E_P = mg(h' + H)$$

$$\text{or : } h' = NK = OK - ON$$

$$= l - l \cos \theta' = l(1 - \cos \theta')$$

$$\Rightarrow E_P = mg[H + l(1 - \cos \theta')]$$

A.N. $E_P = 0,1939 \text{ J} \simeq 0,194 \text{ J}$

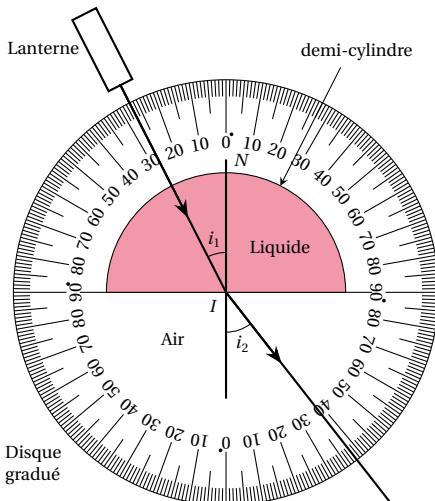
14.2.5 Solution – Probatoire 2016

Solution 17. (p. 185)

Optique géométrique

17.1. Réfraction de la lumière

17.1.1. Schéma complété :



Mesure de l'indice de réfraction d'un liquide

17.1.2. Valeurs des angles d'incidence et de réfraction :

- Angle incidence : $i_1 = 27^\circ$.
- Angle de réfraction : $i_2 = 38^\circ$.

17.1.3. Liquide placé dans la cuve :

D'après la deuxième loi de Descartes relative à la réfraction :

$$n \sin i_1 = \sin i_2 \Rightarrow n = \frac{\sin i_2}{\sin i_1}$$

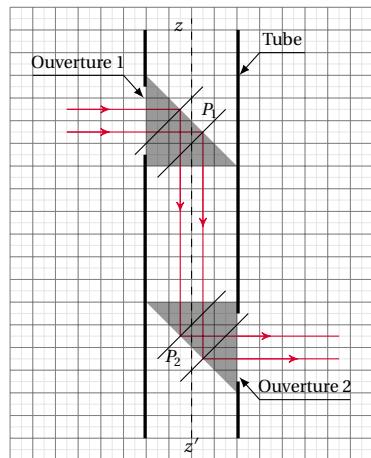
$$\text{A.N. : } n = 1,356$$

Donc le liquide placé dans la cuve est l'acétone.

17.2. Le prisme

17.2.1. Représentation du trajet de deux rayons lumineux parallèles :

Sur l'hypoténuse de chacun des prismes, l'angle d'incidence est $i = 41,8^\circ$; cet angle est supérieur à l'angle de réfraction limite $\lambda = 41,8^\circ$; Donc il y a réflexion totale. D'où la représentation du trajet des deux rayons lumineux :



17.2.2. Non! Cet observateur ne voit pas les gens marchés la tête en bas, mais il les voit la tête en haut.

17.3. Les lentilles minces

17.3.1. Calcul de la vergence :

$$C = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f}$$

$$\text{A.N. : } C = 20 \text{ D}$$

17.3.2. 17.3.2.1. Position de la pellicule :

D'après la formule de conjugaison :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$$

$$\text{A.N. : } \overline{OA} = -2,00 \text{ m}$$

$$\overline{OA'} = 0,05128 \text{ m} = 51,28 \text{ mm}$$

Donc la pellicule doit être à 51,3 mm derrière l'objectif.

17.3.2.2. Taille de l'image du personnage :

D'après la formule du grandissement, on a :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB}$$

$$\text{A.N. : } \overline{AB} = 1,80 \text{ m}, \overline{OA} = -2,00 \text{ m},$$

$$\overline{A'B'} = 46,152 \text{ mm} \simeq 0,046 \text{ m}$$

La taille de l'image est supérieure aux dimensions utiles de la pellicules; Donc on ne peut pas obtenir l'image entière du personnage photographié.

Solution 18. (p. 186)

Quelques instruments d'optique

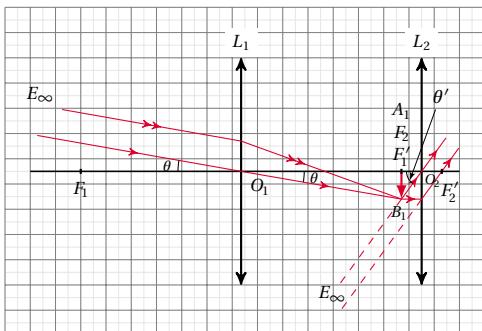
18.1.

18.1.1. Définition :

Une lunette astronomique est dite afocale lorsque le foyer principal image de l'objectif est coufondue au foyer principal objet de l'oculaire.

18.1.2. Trace de la marche à travers la lunette de deux rayons issus de E .

14.2. Solution des sujets d'examen



18.1.3. Définition :

Le grossissement de la lunette est le rapport du diamètre apparent O' de l'image vue à travers la lunette au diamètre apparent O de l'objet vu à l'œil nu et à la distance minimale de vision distance.

Formule donnant le grossissement.

Sa valeur :

$$\text{on a : } G = \frac{\theta'}{\theta}$$

$$\begin{aligned} \text{Les angles étant petits } \tan \theta &\simeq \theta = \frac{A_1 B_1}{O_1 F'_1}, \\ \tan \theta' &\simeq \theta' = \frac{A_1 B_1}{O_2 F'_2} \\ \Rightarrow G &= \frac{O_1 F'_1}{O_2 F'_2} \end{aligned}$$

A.N. : $G = 8$

18.2. Position de image intermédiaire E_1 :

D'après la formule de conjugaison appliquée à l'oculaire,

$$\begin{aligned} \frac{1}{O_2 A'} - \frac{1}{O_2 A_1} &= \frac{1}{O_2 F'_2} \\ \Rightarrow \overline{O_2 A_1} &= \frac{\overline{O_2 F'_2} \cdot \overline{O_2 A'}}{\overline{O_2 F'_2} - \overline{O_2 A'}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N. } \overline{O_2 A'} &= \overline{O_2 F'_2} + \overline{F'_2 A'} = 40 - 960 = -920 \text{ mm;} \\ \overline{O_2 F'_2} &= 40 \text{ mm;} \quad \overline{O_2 A_1} = -38,33 \text{ mm} \end{aligned}$$

Solution 19. (p. 186)

Énergie mécanique dans un entrepôt

19.1.

19.1.1. Calcul de la vitesse angulaire des rouleaux.

$$v = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

$$\text{A.N. : } \omega = 142,5 \text{ rad s}^{-1}$$

19.1.2. Énergie cinétique d'un rouleau :

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$$

$$\text{A.N. : } E_c = 649,8 \text{ J}$$

19.1.3. Les colis peuvent être convoyés à vitesse constante de B à D , car il y a les frottements.

19.2.

19.2.1. Calcul de l'énergie nécessaire à l'élévation d'un

colis :

$$E = mg h$$

$$\text{A.N. : } E = 12000 \text{ J} = 1,2 \times 10^4 \text{ J}$$

19.2.2. Puissance mécanique développée par le chariot élévateur :

$$P = \frac{E}{\lambda}$$

$$\text{A.N. : } P = 2000 \text{ W}$$

Solution 20. (p. 186)

Énergie électrique mise en œuvre dans un moteur

20.1. Calcul la résistance :

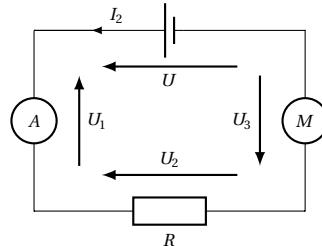
D'après la loi de Pouillet

$$I_1 = \frac{E}{R + r + r'} \Rightarrow r' = \frac{E}{I_1} - (R + r)$$

$$\text{A.N. : } r' = 3,0 \Omega$$

20.2.

20.2.1. Montrons que $I_2 = \frac{E - E'}{r + r' + R}$



D'après la loi des tensions :

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

or : $U_1 = 0$ car la résistance de l'ampèremètre est négligeable :

$$U = E - r I_2; \quad U_2 = R I_2; \quad U_3 = E' + r' I_2$$

$$\Rightarrow E - r I_2 = R I_2 + E' + r' I_2$$

$$\Leftrightarrow E - E' = (r + r' + R) I_2$$

$$\text{d'où } I_2 = \frac{E - E'}{r + r' + R}$$

20.2.2. Calcul de E' :

$$I_2 = \frac{E - E'}{r + r' + R} \Rightarrow E' = E - (r + r' + R) I_2$$

$$\text{A.N. : } E' = 7,2 \text{ V}$$

20.2.3. Puissance consommée par chacun des récepteurs :

■ par le moteur :

$$P_m = U_3 I_2 = (E' + r' I_2) I_2$$

$$\text{A.N. : } P_m = 12,96 \text{ W}$$

■ par le resistor :

$$P_r = U_2 I_2 = R I_2^2$$

$$\text{A.N. : } P_r = 6,91 \text{ W} \simeq 6,9 \text{ W}$$

20.2.4. Rendement du circuit :

$$\rho = \frac{P_U}{P_f} = \frac{E'I_2}{EI_2} = \frac{E'}{E}$$

$$\rho = \frac{E'}{E}$$

A.N. : $\rho = 0,4 = 40\%$

14.2.6 Solution – Probatoire 2017

La solution de ce sujet peut être gratuitement téléchargée sur :

www.simo.education



Sujets d'examen – Probatoire Physique – Séries D, TI

15.1	Enoncé des sujets d'examen	200
15.1.1	Enoncé – Probatoire 2012	200
15.1.2	Enoncé – Probatoire 2013	200
15.1.3	Enoncé – Probatoire 2014	201
15.1.4	Enoncé – Probatoire 2015	202
15.1.5	Enoncé – Probatoire 2016	203
15.1.6	Enoncé – Probatoire 2017	204
15.2	Solution des sujets d'examen	204
15.2.1	Solution – Probatoire 2012	204
15.2.2	Solution – Probatoire 2013	206
15.2.3	Solution – Probatoire 2014	208
15.2.4	Solution – Probatoire 2015	210
15.2.5	Solution – Probatoire 2016	211
15.2.6	Solution – Probatoire 2017	214



15.1 Enoncé des sujets d'examen

15.1.1 Enoncé – Probatoire 2012

Examen:	Probatoire	Séries:	D, TI
Session:	2012	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	2

Exercice 1.

Lentilles minces et Instruments d'optique

1.1. Lentilles minces

Un objet réel \overrightarrow{AB} lumineux de hauteur $H = 5\text{ cm}$ est placé devant une lentille de vergence $C = -4$ dioptres.

1.1.1. Donner la nature de la lentille.

1.1.2. On veut que le grandissement de l'image soit de 0,5. Déterminer la position de l'objet par rapport à l'image.

1.1.3. Construire l'image $\overrightarrow{A'B'}$ à l'échelle $E = 1/5$ sur les deux axes dans le document à remettre avec la copie.

1.2. L'œil réduit

1.2.1. Faire un schéma de l'œil réduit.

1.2.2. Donner la manifestation de la myopie et son mode de correction.

1.3. La loupe.

1.3.1. Faire une description brève de la loupe et de son mode d'utilisation.

1.3.2. Une loupe de vergence $C = 20$ dioptres permet de voir l'image d'un objet rejetée à l'infini. Calculer la puissance P de cette loupe.

Exercice 2.

Énergie électrique

2.1. Production d'un courant continu

2.1.1. Écrire les équations des réactions aux électrodes de la pile Daniell en fonctionnement.

2.1.2. La pile fonctionne pendant 2 heures en produisant un courant $I = 15\text{ mA}$. Calculer la masse m de cuivre déposée à la cathode.

On donne $M_{\text{Cu}} = 63,5\text{ g mol}^{-1}$. La charge Q équivalente au passage d'une mole d'électrons vaut $96\,500\text{ C}$.

2.2. Production d'un courant alternatif

2.2.1. Donner le principe de fonctionnement d'un alternateur.

2.2.2. Le flux d'un champ magnétique à travers un circuit à un instant quelconque est de la forme : $\varphi(t) = 2\cos(62,8t)$ webers.

2.2.2.1. Donner l'expression de la f.e.m. induite e en fonction du temps.

Rappel : $(\cos(at))' = -a\sin(at)$.

2.2.2.2. Calculer E , valeur maximale de la f.e.m. induite dans la spire.

2.3. Énergie électrique consommée dans une portion de circuit

Un générateur de f.e.m. $E = 22\text{ V}$ et de résistance interne $r = 2\Omega$ est monté aux bornes d'une dérivation de deux résistors identiques de résistance $R_1 = R_2 = 18\Omega$.

2.3.1. En utilisant la loi de Pouillet, vérifier que l'intensité I_0 du courant dans chacun des résistors vaut 1 A.

2.3.2. Calculer le rendement énergétique ρ du générateur.

2.3.3. Construire le diagramme d'échanges des énergies dans ce circuit.

Exercice 3.

Énergie mécanique

Prendre $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$

3.1. Travail d'une force constante

Dans un atelier de construction mécanique, une barre métallique homogène de masse $m = 400\text{ kg}$ et de longueur $L = 5\text{ m}$ repose horizontalement sur un sol aussi horizontal. A l'aide d'une grue, on l'incline d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale en la soulevant par l'une de ses extrémités.

3.1.1. Calculer le travail W fourni par la grue.

3.1.2. Calculer la durée t de l'opération si la grue soulève la barre à la vitesse constante $v = 1\text{ ms}^{-1}$.

3.2. Théorème de l'énergie cinétique

3.2.1. Énoncer le théorème ci-dessus.

3.2.2. Application : Une petite caisse de masse $m = 500\text{ g}$ est lancée sur un sol horizontal avec une vitesse initiale $v_0 = 3\text{ m s}^{-1}$. Après un déplacement sur une distance $d = 10\text{ m}$, elle s'arrête. Calculer l'intensité f de la force de frottements supposée constante exercée par la piste sur la caisse.

3.3. Énergie mécanique d'un ballon

3.3.1. Définir les termes suivants :

- l'énergie mécanique d'un système;
- un système isolé.

3.3.2. Un enfant maintient à une hauteur $h = 1\text{ m}$ au-dessus du sol son ballon de masse $m = 100\text{ g}$. Il le laisse tomber verticalement sans vitesse initiale.

On admet que le système {Terre-ballon} est isolé. Son énergie potentielle de pesanteur est prise égale à zéro au niveau du sol.

Calculer la valeur de la vitesse v_1 du ballon quand il touche le sol pour la première fois.

15.1.2 Enoncé – Probatoire 2013

Examen:	Probatoire	Séries:	D, TI
Session:	2013	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	2

Exercice 4.

Optique et instruments d'optique

4.1. Lentilles sphériques minces

Une flèche lumineuse \overrightarrow{AB} de 5 mm de hauteur est pla-

15.1. Enoncé des sujets d'examen

cée à 2 cm en avant d'une lentille convergente (L) de distance focale $f = 5$ cm. L'objet \vec{AB} est perpendiculaire à l'axe principal de la lentille, A étant sur l'axe.

4.1.1. En utilisant une échelle que vous indiquerez, construire l'image $\vec{A}'\vec{B}'$ donnée de \vec{AB} par la lentille (L).

4.1.2. Déterminer par le calcul la position et la nature de l'image $\vec{A}'\vec{B}'$.

4.2. Défauts de l'œil

4.2.1. Définir pour un œil les termes : Punctum proximum (PP) ; Punctum remotum (PR).

4.2.2. Citer les défauts d'accommodation de l'œil.

4.2.3. Après consultation et examen d'un œil, l'ophtalmologue fournit les informations suivantes au patient :

- votre œil est trop convergent;
- votre distance maximale de vision distincte est $D = 2$ m.

Les informations données ci-dessus montrent que cet œil est myope. Donner la distance focale d'une lentille correctrice que le patient peut coller à son œil pour ramener son (PR) à l'infini.

4.3. Lunette astronomique

L'objectif et l'oculaire d'une lunette astronomique ont respectivement pour vergence : $C_1 = 20$ D et $C_2 = 50$ D.

4.3.1. Calculer la distance focale de chacune de ces deux lentilles.

4.3.2. Cette lunette est utilisée pour observer un objet très éloigné. L'observateur effectue une mise au point de telle sorte que la distance $O_1 O_2$ entre les centres optiques de l'objectif et de l'oculaire soit égale à 7 cm.

Tracer jusqu'à son émergence, la marche d'un rayon lumineux incident qui arrive sur l'objectif parallèlement à l'axe optique du système.

Exercice 5.

Energie électrique

5.1. Production d'une tension alternative

5.1.1. Déplacement d'un aimant devant une bobine

On considère un circuit fermé, constitué d'une bobine et d'un galvanomètre. Lorsqu'on approche le pôle sud d'un aimant droit de la bobine suivant l'axe de celle-ci, l'aiguille du galvanomètre dévie.

5.1.1.1. Comment appelle-t-on le phénomène physique ainsi mis en évidence ?

5.1.1.2. Quelle en est la cause ?

5.1.1.3. Préciser l'inducteur et l'induit.

5.1.1.4. Faire un schéma de l'expérience et y indiquer le sens du courant induit dans la bobine.

5.1.2. L'alternateur

5.1.2.1. Un alternateur comprend deux parties principales. Quel nom donne-t-on :

5.1.2.1.1. à la partie mobile ?

5.1.2.1.2. à la partie fixe ?

5.1.2.2. Un aimant droit constituant la partie mobile d'un alternateur, tourne avec une vitesse angulaire constante $\omega = 125 \text{ rad s}^{-1}$. Son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation est $J = 5,12 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$. En admettant que le transfert de l'énergie mécanique en énergie électrique dans cet alternateur s'effectue avec un rendement de 75 %, déterminer l'énergie électrique que peut fournir cet alternateur.

5.2. Production du courant continu

5.2.1. Une pile et un accumulateur permettent tous deux de produire du courant électrique continu. Quelle différence fondamentale y a-t-il entre une pile et un accumulateur ?

5.2.2. Un générateur (G) de f.e.m. $E = 3$ V et de résistance interne $r = 3,2 \Omega$ alimente le moteur d'un jouet, de f.c.e.m. $E' = 2$ V et de résistance interne $r' = 1,8 \Omega$. Déterminer :

5.2.2.1. l'intensité I du courant qui traverse le moteur du jouet;

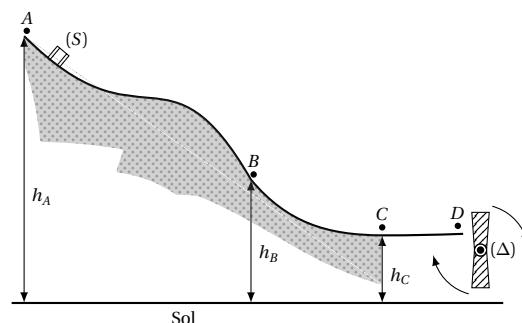
5.2.2.2. la puissance électrique totale fournie par le générateur (G);

5.2.2.3. la puissance électrique transférée au moteur;

5.2.2.4. le rendement énergétique du générateur.

Exercice 6.

Énergie mécanique



Un petit solide (S) de masse $m = 250$ g, peut glisser sans frottements sur une piste dont le profil est donné ci-dessus. Le solide est abandonné sur la piste sans vitesse initiale en A situé à l'altitude $h_A = 85$ cm du sol. Soient B et C deux points de la trajectoire suivie par le solide, tels que $h_B = 42$ cm, et $h_C = 25$ cm. On prend le plan horizontal passant par C comme niveau de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

6.1. Faire le bilan des forces extérieures qui s'appliquent sur le solide en un point quelconque de la piste.

6.2. Calculer :

6.2.1. le travail $W(\vec{P})$ effectué par le poids du solide entre A et B ;

6.2.2. l'énergie mécanique du système {solide-Terre} lorsque le solide est en A ;

6.2.3. l'énergie cinétique du solide en C .

6.3. Montrer que l'énergie cinétique du solide lorsqu'il arrive à l'extrémité D de la piste, est égale à celle en C (la portion CD de la piste est horizontale).

6.4. En quittant la piste en D , le solide heurte l'extrémité d'une règle, mobile autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son centre de gravité et de moment d'inertie $J = 6,1 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$. La règle initialement immobile se met en rotation. On admet que le solide transfère au cours du choc, les 4/5 de son énergie cinétique à la règle.

6.4.1. Calculer la vitesse initiale de rotation ω_0 de la règle.

6.4.2. Cette vitesse décroît régulièrement jusqu'à s'anuler. Interpréter, en faisant un inventaire des forces qui s'appliquent sur la règle.

On prendra $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$.

15.1.3 Enoncé – Probatoire 2014

Examen:	Probatoire	Séries:	D, TI
Session:	2014	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	2

Exercice 7.

Optique géométrique et instruments d'optique

7.1. Lentilles minces

7.1.1. Énoncer le théorème des vergences.

7.1.2. A une lentille (L_1) de distance focale $f_1 = 10\text{ cm}$, on accole une lentille (L_2) de vergence $C_2 = -20$ dioptries. Déterminer la vergence C de la lentille équivalente.

7.1.3. Devant une lentille (L_3) de vergence $C_3 = -10$ dioptries et à 15 cm de son centre optique, on place un objet AB de hauteur $h = 10\text{ cm}$.

7.1.3.1. Déterminer les caractéristiques de l'image $A'B'$ de l'objet.

7.1.3.2. Faire une construction graphique de l'image à l'échelle $E = 1/5$.

7.2. Instruments d'optique

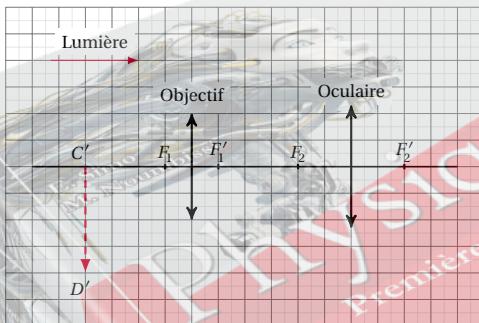
7.2.1. Œil réduit

7.2.1.1. Faire le schéma annoté de l'œil réduit.

7.2.1.2. Citer deux défauts d'accommodation de l'œil puis donner pour chacun, son mode de correction.

7.2.2. Le microscope.

Sur la figure ci-dessous, l'image virtuelle $C'D'$ d'un petit objet CD par un microscope est donnée sur le schéma. Reconstruire l'objet CD .



Exercice 8.

Énergie électrique

8.1. Production d'un courant électrique

8.1.1. Courant continu

Faire un schéma annoté de la pile Daniell puis écrire les équations aux électrodes.

8.1.2. Courant alternatif

8.1.2.1. Définir un courant alternatif.

8.1.2.2. Donner une allure graphique du courant ci-dessus défini en fonction du temps. On montrera sur la courbe la période et l'amplitude du courant.

8.2. Énergie électrique dans une portion de circuit

Un circuit électrique comporte, Montés en série les ap-

pareils suivants :

■ Un générateur ($E = 12\text{ V}$; $r = 0,5\Omega$).

■ Un moteur électrique ($E' = 4,5\text{ V}$; $r' = 1\Omega$).

■ Un résistor de résistance $R = 13,5\Omega$.

8.2.1. Faire un schéma du circuit.

8.2.2. Calculer l'intensité I du courant dans le circuit.

8.2.3. Déterminer le rendement ρ du moteur.

8.2.4. Calculer l'énergie W consommée par effet Joule pendant 1 h 15 min dans le circuit en kilojoules.

8.2.5. Établir le diagramme des échanges des énergies dans le moteur.

Exercice 9.

Énergie mécanique

9.1. Travail d'une force en rotation

Pour écraser les arachides, une dame utilise une meule manuelle dont le bras de manivelle mesure $\ell = 40\text{ cm}$. Elle produit une énergie $W = 490$ joules pour effectuer les 80 tours nécessaires à sa tâche.

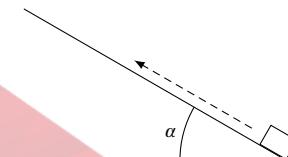
9.1.1. Calculer l'intensité F de la force perpendiculaire à la manivelle et développée par son bras si on néglige les pertes d'énergie.

9.1.2. Préciser le phénomène qui permet d'admettre l'existence des pertes que l'on néglige.

9.2. Théorème de l'énergie cinétique et énergie mécanique

9.2.1. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

9.2.2. Une caisse de masse $m = 2\text{ kg}$ que l'on suppose ponctuelle est lancée à partir du bas sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ sur l'horizontale. Elle parcourt une distance $d = 15\text{ m}$ avant de s'arrêter et de redescendre. On néglige les forces de frottements. La figure ci-dessous illustre la situation.



9.2.2.1. Calculer sa vitesse initiale v .

9.2.2.2. Lors de la descente, calculer la valeur de son énergie mécanique E à mi-parcours. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur égale à zéro sur le sol horizontal.

Prendre $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$

15.1.4 Enoncé – Probatoire 2015

Examen:	Probatoire	Séries:	D, TI
Session:	2015	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	2

15.1. Enoncé des sujets d'examen

Exercice 10.

Lentilles minces et Instruments d'optique

10.1. Lentilles minces

À la distance $d = 30\text{ cm}$ d'une lentille mince de vergence $C = 5$ dioptres, on place un objet lumineux de hauteur $AB = 10\text{ cm}$ perpendiculairement à l'axe principal. L'extrémité A est située sur cet axe.

10.1.1. Faire une construction graphique de l'image $A'B'$. Échelle : $E = 1/10$ sur les axes.

10.1.2. Donner la nature de $A'B'$.

10.1.3. Mesurer sur le graphique la hauteur h de cette image puis vérifier le résultat par calcul.

10.2. L'œil réduit

10.2.1. Donner les manifestations de la myopie.

10.2.2. La distance d séparant la rétine du cristallin d'un œil vaut $17,5\text{ mm}$. Cet œil voit nettement un objet lumineux situé à la distance $D = 10\text{ m}$. Déterminer la vergence C de cet œil au repos.

10.3. La lunette astronomique

10.3.1. Donner le principe de fonctionnement de la lunette astronomique.

10.3.2. Le grossissement G d'une lunette afocale vaut 1000. L'oculaire a une distance focale $f = 2\text{ cm}$. Calculer la vergence C de l'objectif.

Calculer la valeur de M .

12.2. Énergie mécanique d'une mangue

On prendra $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$.

Une mangue de masse $m = 100\text{ g}$ est suspendue à la branche d'un manguier située à la hauteur $d = 4\text{ m}$ au-dessus du sol.

12.2.1. L'énergie potentielle de pesanteur est prise égale à zéro au sol. Calculer l'énergie mécanique E de cette mangue.

12.2.2. La mangue tombe sans vitesse initiale.

Calculer la valeur de sa vitesse v à l'arrivée au sol.

12.2.3. On admet que si la vitesse calculée est supérieure à 10 m s^{-1} , la mangue va s'effriter au contact avec le sol. Cet enfant pourra-t-il sucer sa mangue

15.1.5 Enoncé – Probatoire 2016

Examen:	Probatoire	Séries:	D, TI
Session:	2016	Durée:	2 heures
Épreuve:	Physique	Coef.:	2

Exercice 13.

Énergie électrique

11.1. Production du courant alternatif

11.1.1. Citer et donner le rôle de chacune des parties d'un alternateur.

11.1.2. Le flux instantané $\varphi(t)$ d'un champ magnétique à travers un circuit admet une expression de la forme : $\varphi(t) = 4 \sin(31,4t)$ en webers.

11.1.2.1. Énoncer la loi de Lens.

11.1.2.2. Calculer E , valeur de la f.e.m. induite maximale qui va naître.

Rappel : $[\sin(At)]' = A\cos(At)$.

11.2. Énergie électrique dans une portion de circuit

Une portion de circuit comprend un générateur ($E = 19\text{ V}$; $r = 1,5\Omega$) monté en série avec un moteur électrique ($E' = 12\text{ V}$; $r' = 2\Omega$) et un résistor de résistance $R = 10,5\Omega$:

11.2.1. Calculer l'intensité I du courant dans le circuit.

11.2.2. Déterminer le rendement ρ du générateur.

11.2.3. Construire le diagramme des échanges des énergies du moteur.

Énergie mécanique et théorème de l'énergie cinétique

On considère la piste (ABCD) ci-dessous : On donne : $\alpha = 12^\circ$; $\beta = 15^\circ$; $g = 9,8\text{ N kg}^{-1}$. Une caisseste de masse $m = 2\text{ kg}$ que l'on supposera ponctuelle est lâchée sans vitesse initiale à partir du point A. Les forces de frottement sur les tronçons AB et CD et la résistance de l'air sont négligeables.



13.1. A l'arrivée en B , la vitesse de la caisseste est $v_B = 6\text{ m s}^{-1}$. Calculer la distance AB .

13.2. Sur le tronçon BC = 8,83 m, la force de frottement a une intensité $f = 2\text{ N}$. Calculer la valeur de la vitesse v_C de la caisseste au point C.

13.3. La caisseste aborde la pente CD. Calculer la distance d qu'elle va parcourir sur le plan.

13.4. Déterminer le module v'_B de la vitesse de la caisseste au retour en B.

Exercice 12.

Énergie mécanique

12.1. Théorème de l'énergie cinétique

12.1.1. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

12.1.2. Application :

Une roue de moment d'inertie $J = 20 \times 10^{-2}\text{ kg m}^2$ tourne à la vitesse angulaire $\omega = 10\text{ rad s}^{-1}$. On lui applique un couple de freinage de moment M inconnu.

12.1.2.1. Écrire le théorème de l'énergie cinétique appliquée au mouvement de la roue ci-dessus.

12.1.2.2. La roue effectue 14 tours avant l'arrêt complet.

Exercice 14.

Lentilles minces et instruments d'optique

14.1. Lentilles minces

Un objet réel AB de hauteur $h = 2\text{ cm}$, est placé à 24 cm devant une lentille divergente de vergence $C = -8,33$ dioptres, perpendiculaire à l'axe principal.

14.1.1. Déterminer les caractéristiques de son image $A'B'$ (nature, position, sens et taille)

14.1.2. Faire sur un papier millimétré la construction graphique de $A'B'$.

Échelle : 1 cm sur le papier équivaut à 3 cm de distance

sur l'axe principal et 1 cm équivaut à 1 cm sur l'axe perpendiculaire à l'axe principal.

14.2. Instruments d'optique

14.2.1. L'œil réduit

14.2.1.1. Faire un schéma annoté de l'œil réduit.

14.2.1.2. Donner les manifestations de l'hypermétropie et son mode de correction d'image.

14.2.2. La loupe

Une lentille convergente de vergence $C = 20\text{D}$ faisant office de loupe est placée à 4 cm devant un objet réel lumineux de hauteur $h = 5\text{mm}$.

14.2.2.1. Déterminer la position et la grandeur de l'image.

14.2.2.2. Calculer le diamètre apparent de l'image observée par un œil placé contre la lentille.

Exercice 15.

Énergie électrique

15.1. Production du courant continu

15.1.1. Faire un schéma annoté de la pile Daniell. On présentera sa polarité.

15.1.2. Écrire les réactions aux électrodes.

15.1.3. Calculer la masse m de métal déposée à la cathode après une heure lorsque la pile débite un courant d'intensité $I = 0,25\text{A}$.

On donne : $F = 96500\text{C mol}^{-1}$;

$M_{\text{Cu}} = 63,5\text{ g mol}^{-1}$

15.2. Bilan énergétique dans un circuit électrique

Aux bornes d'un circuit en série comportant :

- Un résistor de résistance $R = 10\Omega$;
- Un électrolyseur ($E' = 10\text{V}$; $r' = 1,5\Omega$);
- Un ampèremètre de résistance interne $a = 0,5\Omega$.

On branche un générateur (E inconnu; $r = 0,5\Omega$). L'ampermètre indique le passage d'un courant d'intensité $I = 0,5\text{A}$.

15.2.1. Calculer E .

15.2.2. Déterminer le pourcentage de pertes d'énergie par effet Joule dans ce circuit.

15.2.3. Établir le diagramme d'échanges d'énergie dans l'électrolyseur et dans le générateur.

15.1.6 Enoncé – Probatoire 2017

Examen:	Probatoire	Séries:	D, TI
Session:	2017	Durée:	3 heures
Épreuve:	Chimie	Coef.:	2

L'énoncé de ce sujet peut être gratuitement téléchargé sur :

15.2 Solution des sujets d'examen

15.2.1 Solution – Probatoire 2012

Solution 1. (p. 200)

Lentille minces et instruments d'optiques

1.1. Lentilles minces.

1.1.1. Nature de la lentille :

Lentille divergente car $C < 0$

1.1.2. Position de l'objet par rapport à l'image :

D'après la formule de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = C$$

D'après la formule du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = C \\ \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \gamma \end{cases} \quad (15.1)$$

$$(15.2) \Rightarrow \overline{OA'} = \gamma \cdot \overline{OA} \quad (15.3)$$

(15.3) dans (15.1)

$$\Rightarrow \frac{1}{\gamma \cdot \overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = C \Rightarrow \overline{OA} = \frac{1-\gamma}{\gamma \cdot C}$$

$$\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{OA'} - \overline{OA}$$

$$\overline{AA'} = \overline{OA'} - \overline{OA}$$

A.N. : $\overline{OA} = -0,25\text{m}$, $\overline{OA'} = -0,125\text{m}$

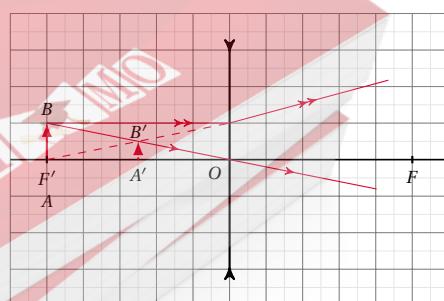
$\overline{AA'} = 0,125\text{m} = 12,5\text{cm}$

Donc l'objet est à 12,5 cm au avant de l'image.

1.1.3. Construction de l'image $A'B'$.

$$\overline{OF'} = \frac{1}{C} = \frac{1}{-4} = -0,25\text{m} = -25\text{cm}$$

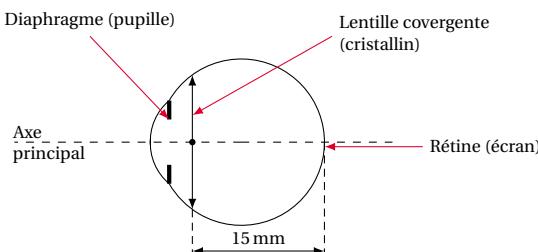
$$\overline{OA} = -0,25\text{m} = -25\text{cm}$$



1.2. L'œil réduit :

1.2.1. Schéma annoté de l'œil réduit :

15.2. Solution des sujets d'examen



1.2.2. Manifestation de la myopie : Un œil myope voit floue les objets éloignés.

Mode de correction : porter des lentilles divergentes.

1.3. La loupe :

1.3.1. Description de la loupe :

La loupe est une lentille convergente, de courte distance focale (de l'ordre de quelques cm).

Mode d'utilisation : l'objet doit être placé entre le centre optique et le foyer principal objet de la lentille. L'œil étant placé au voisinage du foyer principal image, on observe l'image virtuelle agrandie.

1.3.2. Puissance de la loupe :

$$P = \frac{1}{OF'} = C$$

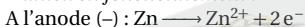
A.N. $P = 20\delta$

Solution 2. (p. 200)

Énergie électrique

2.1. Production d'un courant continu :

2.1.1. Équation des réactions aux électrodes de la pile Daniell en fonctionnement :



2.1.2. Masse de cuivre déposée à la cathode :

$$n = \frac{m}{M} = \frac{It}{2F} \Rightarrow m = \frac{ItM}{2F}$$

A.N. : $m = 3,55 \times 10^{-2} \text{ g}$

2.2. Production d'un courant alternatif :

2.2.1. Principe de fonctionnement d'un alternateur :

La rotation uniforme du rotor devant le stator entraîne la variation du flux magnétique dans le circuit fermé de la bobine, ce qui provoque la naissance d'une force électromotrice induite alternative et donc l'apparition d'un courant induit alternatif.

2.2.2.

2.2.2.1. Expression de la f.e.m. induite :

on a :

$$\begin{aligned} e &= -\frac{d\varphi}{dt} = 2 \times 62,8 \sin(62,8t) \\ &= 125,6 \sin(62,8t) \\ e &= 125,6 \sin(62,8t) \end{aligned}$$

A.N. $e = 125,6 \sin(62,8t)$

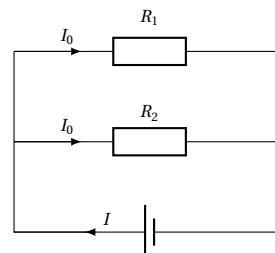
2.2.2.2. Valeur maximale E de la f.e.m.

$$\text{on a : } \begin{cases} e = E_{\max} \sin(\omega_0 t), \text{ par définition} \\ e = 125,6 \sin(62,8t) \end{cases}$$

par identification, $E_{\max} = E = 125,6 \text{ V}$

2.3. Énergie électrique consommée dans une portion de circuit :

2.3.1. Vérifions que $I_0 = 1 \text{ A}$:



D'après la loi de Pouillet :

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{R_e + r} \text{ et } \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \\ R_1 = R_2 &\Rightarrow \frac{1}{r_e} = \frac{2}{R_1} \Rightarrow R_e = \frac{R_1}{2} \\ \text{d'où } I &= \frac{E}{\frac{R_1}{2} + r} = \frac{2E}{R_1 + 2r} \\ I = 2I_0 &\Rightarrow I_0 = \frac{I}{2} = \frac{E}{R_1 + 2r} \\ I_0 &= \frac{E}{R_1 + 2r} \end{aligned}$$

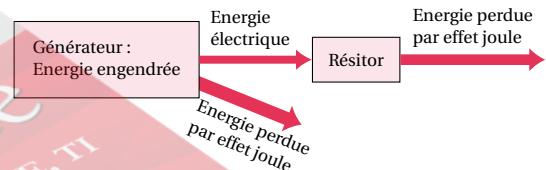
A.N. : $I_0 = 1 \text{ A}$

2.3.2. Rendement énergétique du générateur :

$$\rho = \frac{U}{E} = \frac{E - rI}{E}$$

A.N. : $\rho = 0,818 = 81,8\%$

2.3.3. Diagramme des échanges d'énergie dans le circuit :

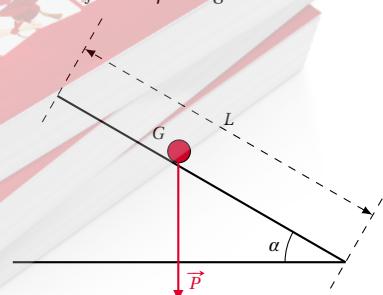


Solution 3. (p. 200)

Énergie mécanique

3.1. Travail d'une force constante :

3.1.1. Travail fourni par la grue :



on a :

$$W = -W(\vec{P}) = -mg h \text{ or } h = \frac{1}{2} \sin \alpha$$

$$\text{d'où } W = \frac{1}{2} mg l \sin \alpha$$

$$\text{A.N. : } W = 4,9 \times 10^3 \text{ J}$$

3.1.2. Durée de l'opération :

$$\alpha = \omega t$$

$$\text{or : } \omega = \frac{v}{R} = \frac{v}{L}$$

$$\text{soit } \alpha = \frac{v}{L} t \Rightarrow t = \frac{\alpha L}{v}$$

$$\text{A.N. } \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad; } t = 2,61 \text{ s}$$

3.2. Théorème de l'énergie cinétique :

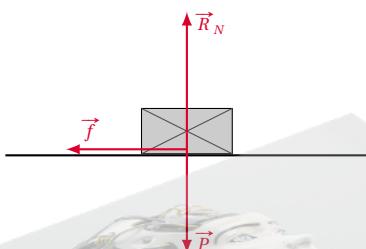
3.2.1. Énoncé :

La variation de l'énergie cinétique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique de toutes les forces extérieures appliquées au système entre ces instants.

$$\Delta E_C = \sum(\vec{F})$$

3.2.2. Application : Intensité de la force de frottement.

Le bilan des forces extérieures appliquées à la caisse étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la caisse, on a :

$$\Delta E_C = \sum(\vec{F}_{ex}) \Leftrightarrow E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{f}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{P})$$

or :

$$\begin{cases} W(\vec{R}_N) = W(\vec{P}) = 0 \text{ car } \vec{R}_N \perp \vec{d} \text{ et } \vec{P} \perp \vec{d} \\ E_{C_f} = 0 \text{ car } v_f = 0 \end{cases}$$

Soit :

$$-E_{C_i} = W(\vec{f})$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} m v_0^2 = -f d \Rightarrow f = \frac{m v_0^2}{2d}$$

$$\text{A.N. : } f = 0,225 \text{ N}$$

3.3. Énergie mécanique d'un ballon :

3.3.1. Définition :

■ L'énergie mécanique d'un système : C'est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle du système.

■ Système isolé : C'est un système qui n'est soumis à aucune force extérieure.

3.3.2. Vitesse du ballon quand il touche le sol pour la première fois :

Le système (Terre-ballon) étant isolé, est conservatif.
Alors :

$$E_{m_1} = E_{m_2} \Leftrightarrow E_{C_1} + E_{P_1} = E_{C_2} + E_{P_2}$$

$$\text{or : } \begin{cases} E_{C_1} = 0 \\ E_{P_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow E_{P_1} = E_{C_2}$$

$$\Leftrightarrow mg h = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$\text{A.N. : } v = 4,427 \text{ ms}^{-1} \simeq 4,43 \text{ ms}^{-1}$$

15.2.2 Solution – Probatoire 2013

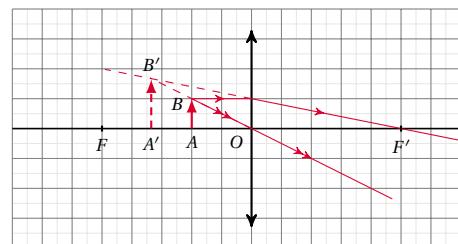
Solution 4. (p. 200)

Optique et instruments d'optique

4.1. Lentilles sphériques minces.

4.1.1. Construction de l'image $\overrightarrow{A'B'}$.

Échelle : horizontale : 1 cm pour 1 cm;
Verticale : 1 cm pour 5 cm



4.1.2. Position et nature de l'image $\overrightarrow{A'B'}$.

■ position :

D'après la formule de conjugaison :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'},$$

$$\text{or : } \frac{1}{OF'} = f \Rightarrow \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f}{\overline{OA} + f}$$

$$\text{A.N. : } \overline{OA} = -2 \text{ cm} = -0,02 \text{ m}$$

$$\overline{OA'} = -0,0333 \text{ m} = -3,33 \text{ cm}$$

Donc l'image $\overrightarrow{A'B'}$ est à 3,33 cm en avant de la lentille.

■ Nature :

l'image $\overrightarrow{A'B'}$ est virtuelle car $\overline{OA'} < 0$.

4.2. Défaut de l'œil.

4.2.1. Définition :

■ punctum proximum : C'est le point de l'axe optique le plus rapproché que l'œil voit nettement en accommodant au maximum.

■ punctum Remotum : C'est le point de l'axe optique le plus éloigné que l'œil voit nettement sans accomoder.

4.2.2. Les défauts d'accommodation de l'œil :

La myopie; l'hypermétropie; la presbytie :

15.2. Solution des sujets d'examen

4.2.3. Distance focale de la lentille correctrice :

$$\overline{OF'} = -Dm = -2m$$

4.3. Lunette astronomique :

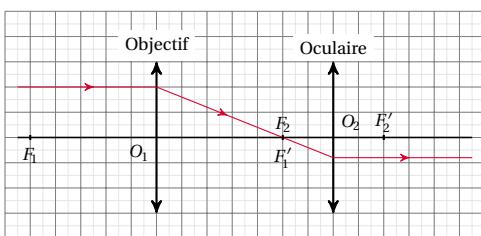
4.3.1. Calcul de la distance focale des lentilles :

on a : $\overline{OF'} = \frac{1}{C}$

A.N. : $\overline{O_1 F'_1} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$

$O_2 F'_2 = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$

4.3.2. Tracé de la marche d'un rayon lumineux incident qui arrive sur l'objectif parallèlement à l'axe optiques.



Solution 5. (p. 201)

Énergie électrique

5.1.

5.1.1. Déplacement d'un aimant devant une bobine.

5.1.1.1. Le phénomène physique ainsi mis en évidence est le phénomène d'induction électromagnétique.

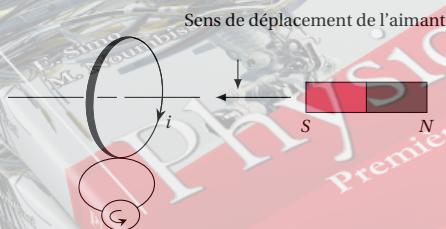
5.1.1.2. Sa cause :

La cause est la variation du flux du champ magnétique à travers la bobine.

5.1.1.3. Inducteur et induit :

- L'inducteur et l'aimant.
- L'induit est la bobine.

5.1.1.4. Schéma de l'expérience et sens du courant induit :



5.1.2. L'alternateur :

5.1.2.1. Nom donné aux parties principales d'un alternateur :

Partie	Nom
Partie mobile	Rotor
Partie fixe	Stator

5.1.2.2. Énergie électrique que peut fournir l'alternateur :

on a : $E_m = E_C = \frac{1}{2} J \omega^2$

énergie mécanique transformée en énergie électrique.

Si E_e est l'énergie électrique produite par l'alternateur,

on a : $\eta = \frac{E_e}{E_m} \Rightarrow E_e = \eta E_m = \eta \frac{1}{2} J \omega^2$

A.N. : $E_e = 3 \text{ J}$

5.2. Production du courant continu :

5.2.1. La différence fondamentale entre une pile et un accumulateur est que :

L'accumulateur est rechargeable alors que la pile n'est pas rechargeable.

5.2.1.1. Intensité du courant qui traverse le moteur :

D'après la loi de Pouillet :

$$I = \frac{E - E'}{r + r'}$$

A.N. : $I = 0,2 \text{ A}$

5.2.1.2. Puissance électrique totale fournie par le générateur :

$P_f = EI$

A.N. : $P_f = 0,6 \text{ W}$

5.2.1.3. Puissance électrique transférée au moteur :

$$P = UI = (E - rI)I$$

A.N. : $P = 0,472 \text{ W}$

5.2.1.4. Rendement énergétique du générateur :

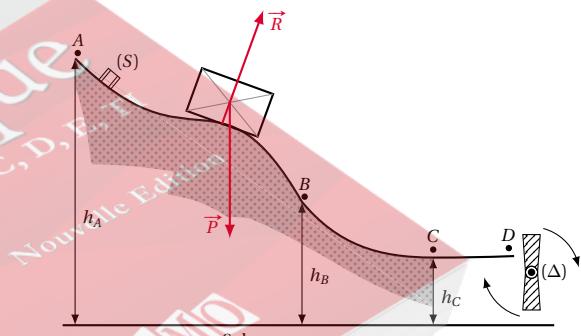
$$\eta = \frac{P}{P_f}$$

A.N. : $\eta = 0,786 = 78,6\%$

Solution 6. (p. 201)

Énergie mécanique

6.1. Bilan des forces extérieures sur le solide en un point de la piste :



6.2.

6.2.1. Travail du poids du solide entre A et B :

$$W_{AB}(\vec{P}) = -mg(h_A - h_B)$$

AN. $W_{AB}(\vec{P}) = 1,075 \text{ J}$.

6.2.2. Énergie mécanique du système (solide-Terre) en A :

$$E(A) = mg(h_A - h_C)$$

AN. $E(A) = 1,5 \text{ J}$.

6.2.3. L'énergie cinétique du solide en C :

Les frottements étant négligeables, le système est conservatif soit :

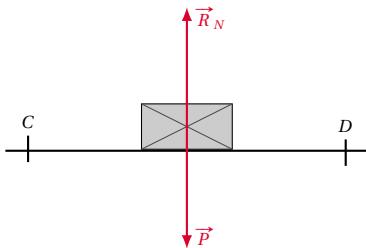
$$E(A) = E(C)$$

$$\Leftrightarrow E(A) = E_C(C) + E_P(C) \text{ or } : E_P(C) = 0$$

$$\Rightarrow E(A) = E_C(C) \Leftrightarrow E_C(C) = E(A) = 1,5J$$

6.3. Montrons que $E_C(A) = E_C(C)$:

La bilan des forces extérieures appliquées au solide sur la portion CD étant :



D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = \sum(\vec{F}_{ex})$$

$$\Leftrightarrow E_C(D) - E_C(C) = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

or : $W(\vec{P}) = W(\vec{R}) = 0$, car $\vec{P} \perp \overrightarrow{CD}$ et $\vec{R} \perp \overrightarrow{CD}$

$$\Rightarrow E_C(D) - E_C(C) = 0 \Leftrightarrow E_C(D) = E_C(C)$$

6.4.

6.4.1. Vitesse initiale de rotation ω_0 de la règle :

$$\text{on a : } \begin{cases} E_{C_0} = \frac{1}{2} J \omega_0^2 \\ E_{C_0} = \frac{4}{5} E_C(D) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} J \omega_0^2 = \frac{4}{5} E_C(D)$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \left(\frac{8}{5} \frac{E_C(D)}{J} \right)^{1/2} \text{ et } E_C(D) = E_C(C)$$

$$\text{d'où } \omega_0 = \left(\frac{8}{5} \frac{E_C(D)}{J} \right)^{1/2}$$

$$\text{A.N. : } \omega_0 = 19,83 \text{ rad s}^{-1}$$

6.4.2. Interprétation :

Si la vitesse de la règle décroît régulièrement jusqu'à s'annuler, cela signifie qu'il existe un couple de forces résistantes qui s'oppose au sens de rotation de la règle.

Inventaire des forces :

- Le poids de la règle.
- La réaction de l'axe.
- Le couple de forces résistantes.

15.2.3 Solution – Probatoire 2014

Solution 7. (p. 202)

Optique géométrique et instruments d'optique

7.1. Lentilles minces

7.1.1. Énoncer du théorème des vergences :

Plusieurs lentilles minces accolées équivalent à une lentille unique dont la vergence est égale à la somme algébrique des vergences de chaque lentille.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

7.1.2. Vergence de la lentille équivalente :

$$C = C_1 + C_2 \text{ or } C_1 = \frac{1}{f_1} \Rightarrow C = \frac{1}{f_1} + C_2$$

A.N. $C = -10 \text{ D}$.

7.1.3. 7.1.3.1. Caractéristiques de l'image $A'B'$:

Position :

D'après la formule de conjugaison,

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = C_3$$

$$\Rightarrow OA' = \frac{\overline{OA}}{1 + C_3 \cdot \overline{OA}}$$

A.N. : $\overline{OA} = -15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$

Donc l'image est à 60 m devant la lentille.

Nature : l'image est virtuelle car $\overline{OA'} < 0$.

Taille : D'après la formule du grandissement :

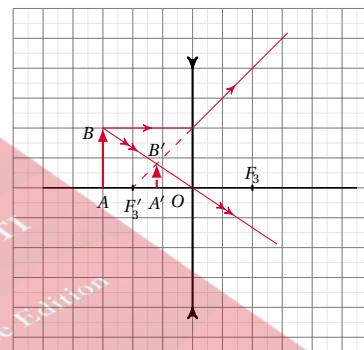
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB}$$

A.N. : $\overline{AB} = h = 10 \text{ cm}$;

$h' = \overline{A'B'} = A'B' = 4 \text{ cm}$

7.1.3.2. Construction de l'image :

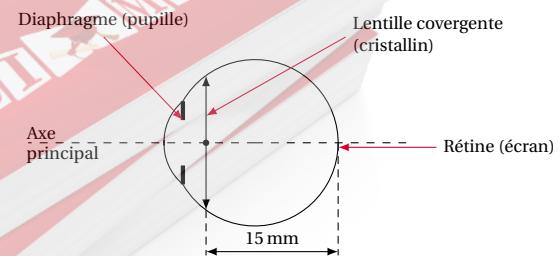
$$\overline{OF_3} = \frac{1}{C_3} = -\frac{1}{10} = -0,1 \text{ m} = -10 \text{ cm}$$



7.2. Instruments d'optique

7.2.1. L'œil réduit

7.2.1.1. Schéma annoté de l'œil réduit :

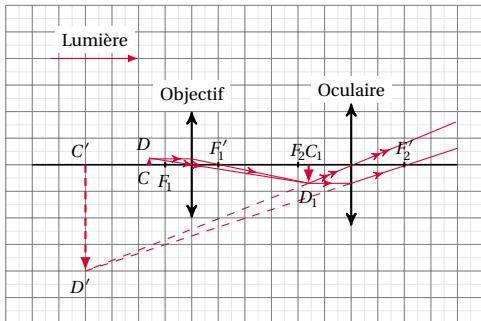


7.2.1.2. Défauts d'accommodation de l'œil et mode de correction :

15.2. Solution des sujets d'examen

Défauts	Mode de correctrice
Myopie	lentille divergente
Hypermétropie	lentille convergente
Presbytie	lentille convergente

7.2.2. Le microscope



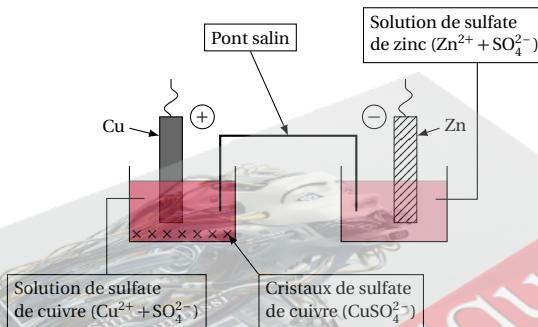
Solution 8. (p. 202)

Énergie électrique

8.1. Production d'un courant électrique

8.1.1. Courant continu :

Schéma annoté de la pile Daniell



Équation des réactions aux électrodes :

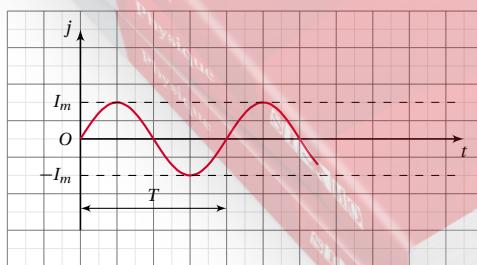
- A l'anode (-) : $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$
- A la cathode (+) : $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

8.1.2. Courant alternatif

8.1.2.1. Définition :

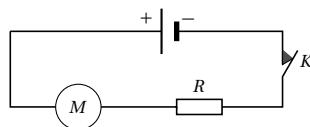
Un courant alternatif est un courant dont les valeurs sont alternativement positive et négative.

8.1.2.2. Allure graphique d'un courant alternatif



8.2. Énergie électrique dans une portion de circuit :

8.2.1. Schéma du circuit



8.2.2. Intensité du courant dans le circuit

D'après la loi de Pouillet :

$$I = \frac{E - E'}{r + r' + R}$$

$$I = 0,5A$$

8.2.3. Rendement du moteur :

$$\rho = \frac{E'}{E' + r'I}$$

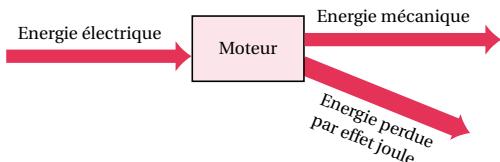
$$A.N. \rho = 0,9 = 90\%$$

8.2.4. Énergie consommée par effet Joule dans le circuit :

$$W = (R + r + r')I^2 t$$

$$A.N. W = 1,215 \times 10^7 J = 12,150 \text{ kJ}$$

8.2.5. Diagramme des échanges d'énergie dans le moteur :



Solution 9. (p. 202)

Énergie mécanique

9.1. Travail d'une force en rotation

9.1.1. Calcul de l'intensité de la force F :

On a :

$$AN. F = 2,438 N \approx 2,4 N$$

$$W = M \cdot \theta = F \cdot \ell \cdot 2\pi\eta \Rightarrow F = \frac{W}{2\pi\eta\ell}$$

Le couple de forces résistantes qui fait chauffer la meule.

9.2. Théorème de l'énergie cinétique et énergie mécanique :

9.2.1. Énoncé du théorème de l'énergie cinétique :

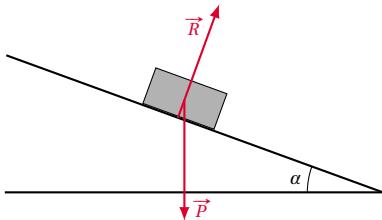
La variation de l'énergie cinétique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces agissant sur le système entre ces instants.

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F})$$

9.2.2.

9.2.2.1. Calcul de la vitesse initiale v :

Le bilan des forces extérieures appliquées à la caissette étant :



D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = W(\vec{F}_{ex})$$

$$\Leftrightarrow E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

or : $\begin{cases} W(\vec{R}) = 0, \text{ car } \vec{R} \perp \vec{d} \\ E_{C_f} = 0, \text{ car } v_f = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}mv^2 = mgd \sin \alpha$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gd \sin \alpha}$$

A.N. : $v = 10,027 \text{ m s}^{-1} \approx 10 \text{ m s}^{-1}$

9.2.2. Énergie mécanique E à mi-parcours :

Les forces de frottement étant négligées, le système peut être considéré comme conservatif d'où

$$E_m = \text{cte} \Rightarrow E = E_{m_1} = E_{m_2}$$

or : $\begin{cases} E_{m_1} = E_{C_1} + E_{P_1} \text{ et } E_{P_1} = 0 \\ E_{m_2} = E_{C_2} + E_{P_2} \text{ et } E_{C_2} = 0 \end{cases}$ soit

$$E = E_{C_1} = \frac{1}{2}mv^2 \text{ ou } E = E_{P_2} = mgd \sin \alpha$$

AN. $E = 100,54 \text{ J}$

15.2.4 Solution – Probatoire 2015

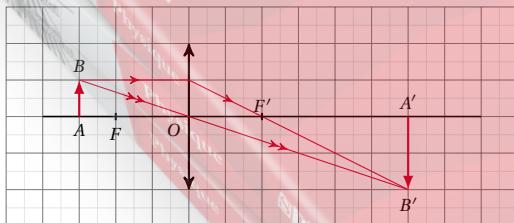
Solution 10. (p. 203)

Lentilles minces et instruments d'optique

10.1. Lentilles minces :

10.1.1. Construction de l'image $\overrightarrow{A'B'}$:

$$\frac{1}{OF'} = \frac{1}{C} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$



10.1.2. Nature de $\overrightarrow{A'B'}$: $\overrightarrow{A'B'}$ est une image réelle

10.1.3. Mesure de la hauteur h de l'image :

$$\begin{aligned} h &= A'B' = 2 \times 10 \\ &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

Vérification du résultat par calcul :
D'après la formule de grandissement :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \\ \Rightarrow \overline{A'B'} &= \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \cdot \overline{AB} \end{aligned} \quad (15.1)$$

or, d'après la formule de conjugaison :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} &= C \\ \Rightarrow \overline{OA'} &= \frac{\overline{OA}}{1 + C \cdot \overline{OA}} \end{aligned} \quad (15.2)$$

(15.2) dans (15.1) $\Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{AB}}{1 + C \cdot \overline{OA}}$
d'où $h = A'B' = \left| \frac{\overline{AB}}{1 + c \cdot \overline{OA}} \right|$

A.N. : $\overline{OA} = -30 \text{ cm} = -0,3 \text{ m}$

$\overline{AB} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

$h = A'B' = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$

10.2. L'œil réduit

10.2.1. Les manifestations de la myopie :

- vision floue des objets éloignés;
- vision claire des objets très rapprochés.

10.2.2. Vergence C de l'œil au repos :

D'après la formule de conjugaison :

$$C = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

A.N. : $\overline{OA} = -D = -10 \text{ m}; \overline{OA'} = 17,5 \text{ mm} = 0,0175 \text{ m};$

$C = 57,24 \text{ D}$

10.3. La lunette astronomique :

10.3.1. Principe de fonctionnement de la lunette astronomique :

L'objectif donne d'un objet très éloigné, une image réelle qui se forme dans son plan focal image. L'oculaire donne de cette image intermédiaire une image définitive virtuelle et plus grande.

10.3.2. Calcul de la vergence C' de l'objectif :

$$\text{on a : } G = \frac{\overline{O_1 F'_1}}{\overline{O_2 F'_2}} \Rightarrow \overline{O_1 F'_1} = G \cdot \overline{O_2 F'_2}$$

$$\Rightarrow C' = \frac{1}{\overline{O_1 F'_1}} = \frac{1}{G \cdot \overline{O_2 F'_2}}$$

$$C' = \frac{1}{G \cdot \overline{O_2 F'_2}}$$

A.N. : $G = 1000; \overline{O_2 F'_2} = f = 2 \text{ cm} = 0,002 \text{ m}; C' = 0,05 \text{ D}$

Solution 11. (p. 203)

Énergie électrique

11.1. Production du courant alternatif :

11.1.1. Les parties d'un alternateur et leur rôle :

Rotor

Fait varier le flux magnétique dans le stator (inducteur)

Stator

Siège de la lame induite

15.2. Solution des sujets d'examen

11.1.2.

11.1.2.1. Énoncé de la loi de Lenz.

Le sens du courant induit est tel que par ses effets électromagnétiques, il s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.

11.1.2.2. Calcul de la valeur de la f.e.m. induite maximale :

$$\begin{aligned} \text{on a : } e &= -\frac{d\varphi}{dt} = -4 \times 31,4 \cos(31,4t) \\ &= -125,6 \cos(31,4t) \\ &= -E_{max} \cos(31,4t) \end{aligned}$$

d'où $E_{max} = E = 125,6$

11.2. Énergie électrique dans une portion de circuit :

11.2.1. Intensité du courant dans le circuit :

D'après la loi de Pouillet :

$$I = \frac{E - E'}{R + r + r'}$$

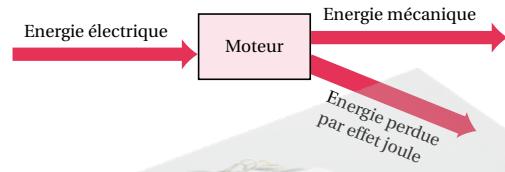
A.N. $I = 0,5A$

11.2.2. Rendement du générateur :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{U}{E} = \frac{E - rI}{E} \\ \rho &= \frac{E - rI}{E} \end{aligned}$$

A.N. $\rho = 0,96 = 96\%$

11.2.3. Diagramme des échanges d'énergie du moteur.



Solution 12. (p. 203)

Énergie mécanique

12.1. Théorème de l'énergie cinétique :

12.1.1. Énoncé du théorème de l'énergie cinétique.

La variation de l'énergie cinétique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces qui s'exercent sur le système entre ces instants :

$$\Delta E_C = \sum (\vec{F})$$

12.1.2.

12.1.2.1. Théorème de l'énergie cinétique appliquée à la roue :

$$\text{on a : } \Delta E_C = \sum W(\vec{F}) \Leftrightarrow E_{Cf} - E_{Ci} = W_C$$

$W_C = M \cdot \theta$ où θ est l'angle balayé; W_C le travail du couple de freinage.

$$\begin{aligned} &\Rightarrow E_{Cf} - E_{Ci} = M \cdot \theta \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} J \omega_f^2 - \frac{1}{2} J \omega_i^2 = M \cdot \theta \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} J (\omega_f^2 - \omega_i^2) = M \cdot \theta \end{aligned}$$

12.1.2.2. Valeur de M :

on a $\omega_i = \omega$ et à l'arrêt $\omega_f = 0$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow -\frac{1}{2} J \omega^2 = M \theta \text{ et } \theta = 2\pi n \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{2} J \omega^2 = 2\pi n M \\ &\Rightarrow M = -\frac{J \omega^2}{4\pi n} \end{aligned}$$

A.N. : $M = -0,114 \text{ N m}$

12.2. Énergie mécanique d'une mangue :

12.2.1. Énergie mécanique de cette mangue :

$$E = E_{PP} + E_C$$

or : $E_{PP} = mgd$; $E_C = 0$

$$\Rightarrow E = mgd$$

A.N. : $E = 3,92J$

12.2.2. Calcul de la vitesse de la mangue à l'arrivée au sol :

En assimilant le système (mangue) à un système conservatif, on a :

$$E_m = \text{cte} \Leftrightarrow E = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = \left(\frac{2E}{m} \right)^{1/2}$$

A.N. : $v = 8,85 \text{ ms}^{-1}$

12.2.3. Oui! Cet enfant pourra sucer sa mangue car $8,85 \text{ ms}^{-1} < 10 \text{ ms}^{-1}$

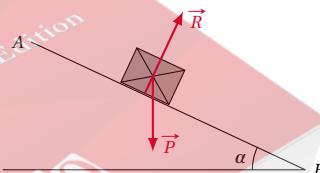
15.2.5 Solution – Probatoire 2016

Solution 13. (p. 203)

Énergie mécanique et Théorème de l'énergie cinétique

13.1. Calcul de la distance AB :

Le bilan des forces extérieures appliquées à la caisse sur le tronçon AB étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la caisse, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ex})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

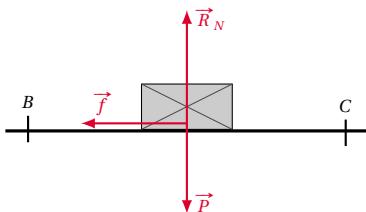
$$\text{or : } \begin{cases} W(\vec{R}) = 0 \text{ car } \vec{R} \perp \overrightarrow{AB} \\ v_A = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = mg AB \sin \alpha$$

$$\Rightarrow AB = \frac{v_B^2}{2g \sin \alpha}$$

A.N. : $AB = 8,83 \text{ m}$

13.2. Calcul de la vitesse v_C de la caisse sur le point C :
Le bilan des forces extérieures appliquées à la caisse sur le tronçon BC étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la caisse, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

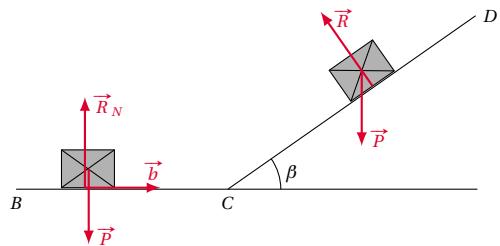
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = W(\vec{R}_N) + W(\vec{P}) + W(\vec{f})$$

or : $W(\vec{R}_N) = W(\vec{P}) = 0$ car $\vec{R}_N \perp \vec{BC}$, $\vec{P} \perp \vec{BC}$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = -f \cdot BC \\ &\Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 - \frac{2f \cdot BC}{m}} \end{aligned}$$

A.N. : $v_C = 4,28 \text{ m}$

13.3. Calcul de la distance parcourue sur le tronçon BC :
Le bilan des forces extérieures appliquées à la caisse sur le tronçon CD étant :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la caisse sur les tronçons CD et CB, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

$$\Leftrightarrow E'_{CB} - E_{Ci} = W_{CD}(\vec{R}) + W_{CD}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R}_N) + W_{BC}(\vec{f}) + W_{BC}(\vec{P})$$

or : $W_{CD}(\vec{R}) = W_{BC}(\vec{R}_N) = W_{BC}(\vec{P}) = 0$

car : $\vec{R} \perp \vec{DC}$, $\vec{R}_N \perp \vec{CB}$, $\vec{P} \perp \vec{CB}$

$E_{Ci} = 0$ car $v_i = 0$

$$\Rightarrow E'_{CB} = W_{CD}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{f})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v'_B^2 = mg d \sin \beta - f \cdot BC$$

$$\Rightarrow v'_B = \left[2gd \sin \beta - \frac{2f \cdot BC}{m} \right]^{1/2}$$

A.N. : $v'_B = 0,81 \text{ m s}^{-1}$

Solution 14. (p. 203)

Lentilles minces et instruments d'optique

14.1. Lentilles minces

14.1.1. Caractéristiques de l'image $A'B'$ de AB :
Position de $A'B'$:

$$C = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA}}{1 + C \cdot \overline{OA}}$$

A.N. : $\overline{OA} = -24 \text{ cm} = -0,24 \text{ m}$; $C = -8,33 \text{ D}$;
 $\overline{OA'} = -0,08 \text{ m} = -8 \text{ cm}$

Nature de $A'B'$:

image virtuelle car $\overline{OA'} < 0$

Taille de $A'B'$:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB}$$

A.N. : $\overline{AB} = h = 2 \text{ cm}$; $\overline{A'B'} = 0,67 \text{ cm}$

Sens de l'image $A'B'$:

$A'B'$ est droite car $\overline{A'B'} > 0$.

14.1.2. Construction graphique de $A'B'$:

$$\overline{OF'} = \frac{1}{C} = \frac{1}{-8,33} = -0,12 \text{ m} = -12 \text{ cm}$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la caisse, on a :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

La vitesse enfin de parcours étant nulle, on a :

$$-\frac{1}{2} m v_C^2 = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$$

or : $W(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R} \perp \vec{CD}$

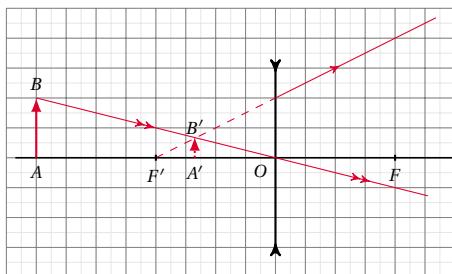
$$\Rightarrow -\frac{1}{2} m v_C^2 = -mg d \sin \beta$$

$$\Rightarrow d = \frac{v_C^2}{2g \sin \beta}$$

A.N. : $d = 3,61 \text{ m}$

13.4. Module v'_B de la vitesse de caisse au retour B :
Le bilan des forces extérieures appliquées à la caisse sur les tronçons CD et CB :

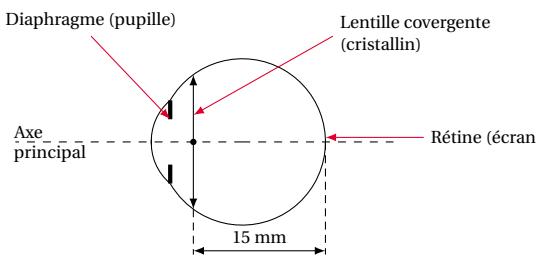
15.2. Solution des sujets d'examen



14.2. Instruments d'optique

14.2.1. L'œil réduit

14.2.1.1. Schéma annoté de l'œil réduit :



14.2.1.2. Manifestation de l'hypermétropie :

- vision floue des objets rapprochés;
- vision floue des objets à l'infinie.

Mode de correction de l'image : porter les lentilles convergentes.

14.2.2. La loupe

14.2.2.1. Position et grandeur de l'image :

position de l'image :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA}}{1 + C \cdot \overline{OA}}$$

A.N. : $\overline{OA} = -4 \text{ cm} = -0,04 \text{ m}$; $C = 20 \text{ D}$;
 $\overline{OA'} = -0,2 \text{ m} = -20 \text{ cm}$

Grandeur de l'image :

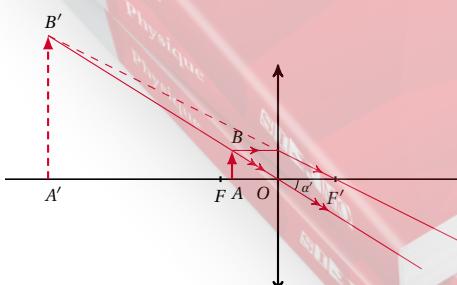
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB}$$

A.N. : $\overline{AB} = 5 \text{ mm}$; $\overline{A'B'} = 25 \text{ mm}$

14.2.2.2. Diamètre apparent de l'image :

$$\overline{OF'} = \frac{1}{C} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

$\overline{OF'} = 5 \text{ cm}$ et $\overline{OA} = -4 \text{ cm} \Rightarrow OA = 4 \text{ cm}$; donc l'objet est situé entre le centre optique de la loupe et son foyer objet. D'où la construction de l'image :



$$\alpha' \text{ étant petit, } \tan \alpha \simeq \alpha' = \frac{A'B'}{OA'}$$

$$\alpha' = \frac{A'B'}{OA'}$$

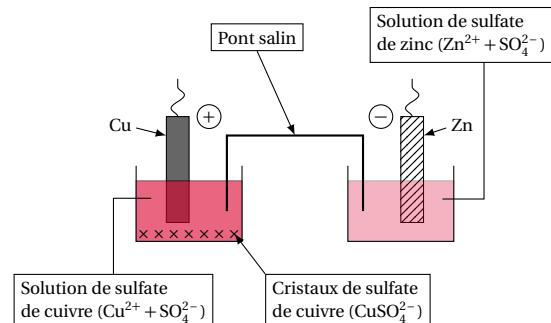
A.N. : $A'B' = 25 \text{ mm}$; $OA' = 20 \text{ cm} = 200 \text{ mm}$
 $\alpha' = 0,125 \text{ rad}$

Solution 15. (p. 204)

Énergie électrique

15.1. Production du courant continu :

15.1.1. Schéma annoté de la pile Daniell :



15.1.2. Équation des réactions aux électrodes :

- A l'anode (-) : $\text{Zn} \longrightarrow \text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^-$
- A la cathode (+) : $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Cu}$

15.1.3. Masse de cuivre déposée à la cathode :

$$m_{\text{Cu}} = \frac{It}{2F} \Leftrightarrow \frac{m_{\text{Cu}}}{M_{\text{Cu}}} = \frac{It}{2F} \Rightarrow m_{\text{Cu}} = \frac{It}{2F} M_{\text{Cu}}$$

A.N. $T = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$;

$m_{\text{Cu}} = 0,296 \text{ g} \simeq 0,3 \text{ g}$

15.2. Bilan énergétique dans un circuit électrique :

15.2.1. Calcul de E :

D'après la loi de Pouillet :

$$I = \frac{E - E'}{R + r + r'} \Rightarrow E = E' + (R + r + r')I$$

A.N. : $E = 16,25 \text{ V}$

15.2.2. Pourcentage de pertes d'énergie par effet Joule dans le circuit :

Soit x ce pourcentage :

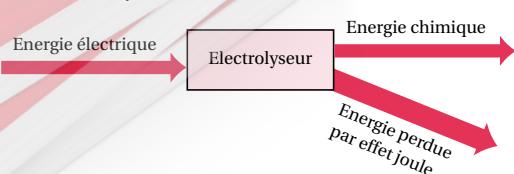
$$x = \frac{\text{Énergie dissipée par effet Joule}}{\text{Énergie produite par le générateur}} \times 100$$

$$x = \frac{(R + r + r')I}{E} \times 100$$

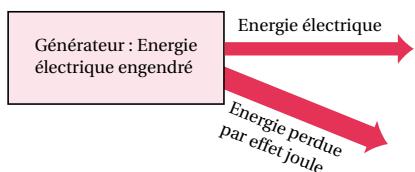
A.N. : $x = 38,46 \% \simeq 38,5 \%$

15.2.3. Diagramme des échanges d'énergie :

Dans l'électrolyseur :



Dans le générateur :



15.2.6 Solution – Probatoire 2017

La solution de ce sujet peut être gratuitement téléchargée sur :

www.simo.education

