

CORRECTION DU SUJET DE RÉVISION

Exercice 01

Q	1	2	3	4	5	6
R	C	A	A	B	C	B

Exercice 02

B : l'enfant boit un boisson sucré ou plus par jour

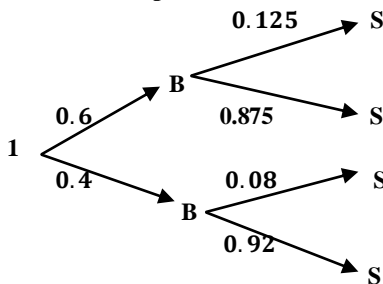
S : l'enfant est un surpoids

D'après les données de l'exercice on a $P(B) = 60\% = 0.6$

$P_B(S) = \frac{1}{8}$ et $P_{\bar{B}}(S) = 8\% = 0.08$

1) $P_B(S) = \frac{1}{8} = 0.125$

2) L'arbre pondéré



3) Calculons $P(S \cap B)$ puis interprétons les résultats

$$P(S \cap B) = P(B) \times P_B(S) = 0.125 \times 0.6 = 0.075$$

$P(S \cap B)$ Représente la probabilité qu'on choisie un enfant boit une boisson sucré ou plus par jour et surpoids

4) Déterminons la probabilité que l'enfant est un surpoids

$$P(S) = P(S \cap B) + P(S \cap \bar{B}) = P(S \cap B) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(S) = 0.075 + 0.4 \times 0.08 = 0.107$$

5) On a choisie un enfant en surpoids. Calculons la probabilité de qu'il boive une boisson sucré ou plus par jour

$$P_S(B) = \frac{P(S \cap B)}{P(S)} = \frac{0.075}{0.107} = \frac{75}{107}$$

6) Comme $P(B) \times P(S) = 0.6 \times 0.107 = 0.0642 \neq$

$P(S \cap B)$ Alors B et S sont indépendants

Exercice 03

1) $P(z) = z^3 + 2z^2 + (4 + 5i)z + 3 - 15i$

a) Déterminer les racines carrées du nombre $z = 15 - 8i$

Soit $d = x + iy$ tel que $d^2 = 15 - 8i$ alors

$$x^2 + y^2 = \sqrt{(15)^2 + (-8)^2} = 17$$

$$x^2 - y^2 = 15$$

$$2xy = -8$$

$$2x^2 = 32 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -4$$

$$\text{Si } x = 4 \text{ alors } 8y = -8 \Leftrightarrow y = -1$$

Donc les racines carrées du nombre $z = 15 - 8i$ sont

$$4 - i \text{ et } -4 + i$$

b) Calculons $P(-3i)$.

$$P(-3i) = (-3i)^3 + 2(-3i)^2 + (4 + 5i)(-3i) + 3 - 15i = 27i - 18 + 15 - 12i + 3 - 15i = 0.$$

Donc $P(-3i) = 0$

Déterminons les nombres a et b tel que

$$P(z) = (z + 3i)(z^2 + az + b).$$

	1	2	4 + 5i	3 - 15i
-3i	↓	-3i	-9 - 6i	3 + 15i
	1	2 - 3i	-5 - i	00
		a	b	

Donc : $P(z) = (z + 3i)(z^2 + (2 - 3i)z - 5 - i)$.

a) $P(z) = 0 \Leftrightarrow (z + 3i)(z^2 + (2 - 3i)z - 5 - i) = 0.$

Soit $z + 3i = 0$ ou $z^2 + (2 - 3i)z - 5 - i = 0$

$$z_0 = -3i \quad \Delta = (2 - 3i)^2 - 4 \times 1(-5 - i)$$

$$= 15 - 8i$$

Une racine carrée du Δ est $4 - i$

$$z_1 = \frac{-2+3i+4-i}{2 \times 1} = 1 + i$$

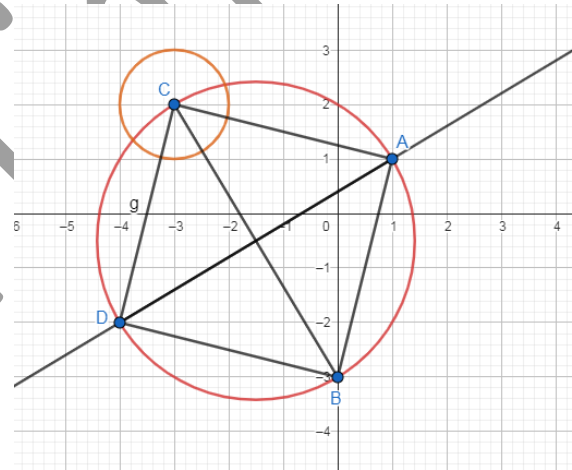
$$z_2 = \frac{-2+3i-4+i}{2 \times 1} = -3 + 2i$$

Donc $S = \{-3i; 1 + i; -3 + 2i\}$

2) $z_A = 1 + i; z_B = -3i$ et $z_C = -3 + 2i$

a) Placement de points A, B et C

$$A(1; 1); B(0; -3); C(-3; 2)$$



Déterminons la nature du triangle ABC

$$\text{Soit } K = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{-3i - (1+i)}{-3+2i - (1+i)} = \frac{-1-4i}{-4+i} = \frac{i(4+i)}{-4+i} = i$$

Comme $K = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -i$ Alors le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A

b) Donnons la forme trigonométrique de chacun des nombres z_A et z_B

$$\bullet |z_A| = |1 + i| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \text{ et}$$

$$\text{Arg } z_A = \text{Arg}(1 + i) = \frac{\pi}{4}$$

Donc la forme trigonométrique du nombre z_A est

$$z_A = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\bullet |z_B| = |-3i| = \sqrt{0+9} = 3 \text{ et } \text{Arg } z_B = \text{Arg}(-3i) = -\frac{\pi}{2}$$

Donc la forme trigonométrique du nombre z_B est

$$z_B = 3 \left(\cos -\frac{\pi}{2} + i \sin -\frac{\pi}{2} \right)$$

c) ACDB soit un parallélogramme alors

$$z_A + z_D = z_C + z_B \Leftrightarrow z_D = z_C + z_B - z_A = -3 + 2i - 3i - 1 - i$$

$$\text{Donc } z_D = -4 - 2i \text{ alors } D(-4; -2)$$

PROF : AHMED LIMAM ABDELGHAFAR

3) Pour tout nombre complexe $z \neq -3 + 2i$; on pose $f(z) = \frac{z+3i}{z+3-2i}$

a) I milieu du segment $[BC]$ alors $z_I = \frac{z_B+z_C}{2} = \frac{-3i-3+2i}{2} = -1.5 - 0.5i$

b) $f(z) = -i \Leftrightarrow \frac{z+3i}{z+3-2i} = -i \Leftrightarrow z+3i = -iz-3i-2$
 $\Leftrightarrow (1+i)z = -2-6i \Leftrightarrow$

$$z = \frac{-2-6i}{1+i} = -4-2i = z_D$$

Interprétation Le triangle ABD est un triangle rectangle isocèle en D

c) $M \in \Gamma_1 \Leftrightarrow |f(z)| = 1 \Leftrightarrow \left| \frac{z+3i}{z+3-2i} \right| = 1$

$$\Leftrightarrow |z+3i| = |z+3-2i|$$

$$\Leftrightarrow |z_M - z_B| = |z_M - z_C| \Leftrightarrow MB = MC$$

Alors Γ_1 est la médiatrice du segment $[BC]$.

c) $M \in \Gamma_2 \Leftrightarrow \text{Arg} \left(\frac{z+3i}{z+3-2i} \right) = \frac{\pi}{2} [\pi] \Leftrightarrow \text{Arg} \left(\frac{z_M - z_B}{z_M - z_C} \right) = \frac{\pi}{2} [\pi] \Leftrightarrow$

$$(\overrightarrow{MC}; \overrightarrow{MA}) = \frac{\pi}{2} [\pi]$$

Alors Γ_2 est le cercle de diamètre $[BC]$ privé de B et C

d) $M \in \Gamma_3 \Leftrightarrow |f(z) - 1| = \sqrt{34} \Leftrightarrow \left| \frac{z+3i}{z+3-2i} - 1 \right| = \sqrt{34} \Leftrightarrow$

$$\left| \frac{z+3i-z-3+2i}{z+3-2i} \right| = \sqrt{34} \Leftrightarrow \left| \frac{-3+5i}{z+3-2i} \right| = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{34}}{MC} = \sqrt{34} \Leftrightarrow$$

$$MC = 1$$

Alors Γ_3 est le cercle de centre C et de rayon 1

d) Justifie que Γ_1 et Γ_2 passent le point D

Comme $|f(z_D)| = |-i| = 1$ Alors Γ_1 passe par D

Comme $\text{Arg}(f(z_D)) = \text{Arg}(-i) = \frac{\pi}{2} [\pi]$ Alors Γ_2 passe par D

Exercice 04

I. $g(x) = -2x + 4x \ln x$

1) a) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (-2x + 4x \ln x) = -2 \times 0 + 4 \times 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 4x \ln x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x(-2 + 4 \ln x) = +\infty(-2 + \infty) = +\infty$$

b) Calculons $g'(x)$ puis Dressons le tableau de variations de g

$$g'(x) = -2 + 4 \ln x + \frac{1}{x} \times 4x = -2 + 4 \ln x + 4 = 2 + \ln x$$

$$2 + \ln x = 0 \text{ Alors } x = e^{-2}$$

x	0	e^{-2}	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	0		$+\infty$

$$g(e^{-2}) \approx -2.42$$

2) a) sur l'intervalle $[e^{-2}; +\infty[$ g est continue et strictement croissante et change son signe alors $g(x) = 0$ admet une unique solution α et Sur l'intervalle $]0; e^{-2}]$ g ne change pas son signe alors $g(x) = 0$ n'admet aucune solution dans cet intervalle

Et comme $g(1.6) \approx 0$ et $g(1.7) \approx 0$ alors $1.6 < \alpha < 1.7$

b) D'après les variations de g on a

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

II. $f(0) = 1$ et $f(x) = 1 - 2x^2 + 2x^2 \ln x$

1) a) Calculons la limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis interprétons le résultat

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - 2x^2 + 2x^2 \ln x) = 1 - 0 + 0 = 1$$

Comme $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 = f(0)$ Alors f est continue à droite de 0

b) Etudions la dérivabilité de f à droite de 0 puis interprétons graphiquement le résultat

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - 2x^2 + 2x^2 \ln x - 1}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} -2x + 2x \ln x = -0 + 0 = 0$$

Alors f est dérivable à droite de 0 et sa courbe admet une demi-tangente horizontale d'équation $y = f(0) = 1$

c) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - 2x^2 + 2x^2 \ln x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{1}{x^2} - 2 + 2 \ln x \right) = +\infty(0 - 2 + \infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(\frac{1}{x^2} - 2 + 2 \ln x \right)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{1}{x^2} - 2 + 2 \ln x \right)$$

$$= +\infty(0 - 2 + \infty) = +\infty$$

Donc C admet une branche parabolique suivant (oy) en $-\infty$

2) a) Calculer $f'(x)$ la dérivée de f puis donner son signe

$$f'(x) = 0 - 4x + 4x \ln x + \frac{1}{x} \times 2x^2 = -4x + 4x \ln x + 2x$$

$$= -2x + 4x \ln x = g(x)$$

Donc le signe $f'(x)$ est celui de $g(x)$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

b) Dressons le tableau de variations de f

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	1	$f(\alpha)$	$+\infty$

c) Donnons une équation de la tangente au point d'abscisse 1

$$T: y = f'(1)(x - 1) + f(1) = -2(x - 1) - 1 = -2x + 1$$

d) sur chacun des intervalles $]0; \alpha]$ et $[\alpha; +\infty[$ f est continue et strictement monotone et change de signe alors l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions β et λ

Donc C coupe (ox) en deux points d'abscisse β et λ et que $-1.8 < \beta < -1.7$ et $0.8 < \lambda < 0.9$

3) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $]0; \alpha]$

Le tableau de variations de h

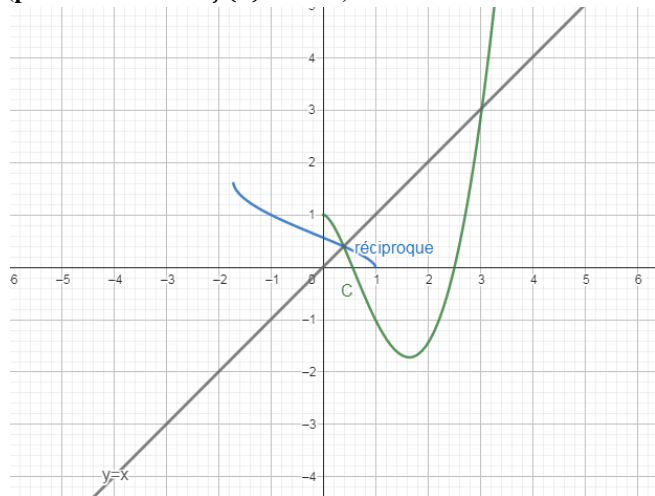
x	0	α
$f'(x)$	-	0
$f(x)$	1	$f(\alpha)$

a) h est continue et strictement décroissante alors elle réalise une bijection de $]0; \alpha]$ vers $j = [f(\alpha); 1]$

$$b) \quad (h^{-1})'_{(-1)} = \frac{1}{h'(h^{-1}(-1))}$$

$$h(1) = -1 \Leftrightarrow h^{-1}(-1) = 1 \text{ Alors } (h^{-1})'_{(-1)} = \frac{1}{h'(1)} = \frac{-1}{2}$$

c) Construire la courbe C et $C_{h^{-1}}$ ($C_{h^{-1}}$ est la courbe de h^{-1}) (prenons $\alpha = 1.6$ et $f(\alpha) = -1.7$)



4) a) Déterminons les réels a et b tel que la fonction $F(x) = ax^3 + bx + cx^3 \ln x$ est une primitive de f

$$F(x) = ax^3 + bx + cx^3 \ln x$$

$$F'(x) = 3ax^2 + b + 3cx^2 \ln x + \frac{1}{x} \times cx^3$$

$$= b + 3ax^2 + 3cx^2 \ln x + cx^2$$

$$= b + (3a+c)x^2 + 3cx^2 \ln x = f(x) = 1 - 2x^2 + 2x^2 \ln x$$

Donc par identification on a

$$b = 1$$

$$3c = 2 \Leftrightarrow c = \frac{2}{3}$$

$$3a + c = -2 \Leftrightarrow a = \frac{-2-c}{3} = \frac{-8}{9}$$

$$\text{Donc } F(x) = \frac{-8}{9}x^3 + x + \frac{2}{3}x^3 \ln x$$

b) En déduire que la valeur de l'intégrale $\int_1^e f(x) dx$ est $\frac{-2e^3+9e-1}{9}$

$$\int_1^e f(x) dx = [F(x)]_1^e = F(e) - F(1)$$

$$= \frac{-8}{9}e^3 + e + \frac{2}{3}e^3 \ln e - \left(\frac{-8}{9}1^3 + 1 + \frac{2}{3}1^3 \ln 1 \right)$$

$$= \frac{-8}{9}e^3 + e + \frac{2}{3}e^3 - \frac{1}{9} = \frac{-8}{9}e^3 + \frac{9e}{9} + \frac{6}{9}e^3 - \frac{1}{9} = \frac{-2e^3+9e-1}{9}$$

$$\text{Donc } \int_1^e f(x) dx = \frac{-2e^3+9e-1}{9}$$

Exercice 05

I.(E): $y'' + 4y' + 4y = 8x - 4$

1) Trouver les réels a et b tel que $u(x) = ax + b$ soit une solution de l'équation de (E):

$$u(x) = ax + b$$

$$u'(x) = a$$

$$u''(x) = 0$$

$$u'' + 4u' + 4u = 8x - 4$$

$$0 + 4a + 4(ax + b) = 8x - 4$$

$$4a + 4ax + 4b = 8x - 4$$

Par identification

$$4a = 8 \Leftrightarrow a = 2$$

$$4a + 4b = -4 \Leftrightarrow 4b = -4 - 4a = -12 \Leftrightarrow b = -3$$

$$\text{Donc } u(x) = 2x - 3$$

2) Donnons la solution générale de l'équation

$$y'' + 4y' + 4y = 0$$

$$y'' + 4y' + 4y = 0$$

$$r^2 + 4r + 4 = 0$$

$$\Delta = 16 - 16 = 0$$

$$r_0 = \frac{-4}{2 \times 1} = -2$$

Donc la solution générale de l'équation est :

$$y(x) = (Ax + B)e^{-2x} \text{ Avec } A \text{ et } B \text{ sont des réels}$$

3) Déduisons la solution générale de l'équation (E)

La solution générale de l'équation (E) est

$$(Ax + B)e^{-2x} + 2x - 3 \text{ Avec } A \text{ et } B \text{ sont des réels}$$

4) Donner la solution h de (E) dont la courbe passe par l'origine du repère et coupe l'axe des abscisses au point $A(\frac{3}{2}; 0)$

$$h(x) = (Ax + B)e^{-2x} + 2x - 3$$

$$h(0) = 0 \text{ et } h(\frac{3}{2}) = 0$$

$$h(0) = 0 \Leftrightarrow (A \times 0 + B)e^{-0} + 2 \times 0 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow B - 3 = 0 \Leftrightarrow B = 3$$

$$h(\frac{3}{2}) = 0 \Leftrightarrow (A \times \frac{3}{2} + B)e^{-2 \times \frac{3}{2}} + 2 \times \frac{3}{2} - 3 = 0$$

$$(A \times \frac{3}{2} + B)e^{-3} = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}A + B = 0 \Leftrightarrow A = \frac{-B}{3/2} = \frac{-3}{3/2} = -2$$

$$\text{Donc } h(x) = (-2x + 3)e^{-2x} + 2x - 3 = (2x - 3)(1 - e^{-2x})$$

$$\text{II. } f(x) = (2x - 3)(1 - e^{-2x})$$

$$1) g(x) = 2 + (4x - 8)e^{-2x}$$

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{(4x-8)}{e^{2x}} \right) = 2 + \frac{(-\infty-8)}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{4x}{e^{2x}} - \frac{2}{e^{2x}} \right) = 2 + 0 - 0 = 2$$

$$g'(x) = 4e^{-2x} - 2e^{-2x}(4x - 8) = (-8x + 16 + 4)e^{-x} = (-8x + 20)e^{-x}$$

Le signe de $g'(x)$ est celui de $-8x + 20$

$$-8x + 20 = 0 \Leftrightarrow x = 2.5$$

x	$-\infty$	2.5	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$g(2) \approx 2.1$	2

b) sur l'intervalle $]-\infty; 2.5]$ g est continue et strictement croissante et change son signe alors $g(x) = 0$ admet une unique solution α et Sur l'intervalle $]2.5; +\infty]$ g ne change pas son signe alors $g(x) = 0$ n'admet aucune solution dans cet intervalle

Et comme $g(0.5) \approx < 0$ et $g(0.6) \approx > 0$ alors $0.5 < \alpha < 0.6$

c) D'après les variations de g on a

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 3)(1 - e^{-2x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 3) \left(1 - \frac{1}{e^{2x}} \right) = (-\infty - 3)(1 - 0) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{x} \left(1 - \frac{1}{e^{2x}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{3}{x} \right) \left(1 - \frac{1}{e^{2x}} \right)$$

$$= (2 - 0)(1 - 0) = 2$$

Comme $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ alors C admet une branche parabolique suivant (Oy) en $-\infty$

b) Calculons $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Puis montrons que la droite D d'équation $y = 2x - 3$ est une asymptote de C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 3) \left(1 - \frac{1}{e^{2x}}\right) = (+\infty - 3)(1 - 0) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x - 3) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left((2x - 3) \left(1 - \frac{1}{e^{2x}}\right) - (2x - 3) \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - 3 - \frac{2x}{e^{2x}} + \frac{3}{e^{2x}} - 2x + 3 \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2x}{e^{2x}} + \frac{3}{e^{2x}} \right) = -0 + 0 = 0$$

Donc C admet une asymptote oblique d'équation $y = 2x - 3$

c) Etudier les positions relatives de C avec son asymptote D

$$f(x) - y = f - \frac{2x}{e^{2x}} + \frac{3}{e^{2x}} = \frac{-2x+3}{e^{2x}}$$

Le signe de $f(x) - y$ est celui de $-2x + 3$

$$-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1.5$$

x	$-\infty$	1.5	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	+
Position relative	D/C	C/D	C/D

3) a) Calculer $f'(x)$ la dérivée de f. Puis donner son signe

$$f'(x) = 2(1 - e^{-2x}) + 2e^{-2x}(2x - 3) = 2 - 2e^{-2x} + 4xe^{-2x} - 6e^{-2x} = 2 + (4x - 8)e^{-2x} = g(x)$$

Donc le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

b) Dressons le tableau de variations de f

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

c) Montrons que C admet un point d'inflexion que l'on déterminera

$$f''(x) = g'(x) = (-8x + 20)e^{-x}$$

x	$-\infty$	2.5	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

f'' s'annule et change de signe en 2.5 alors C admet un point d'inflexion A(2.5; $f(2.5)$) or $f(2.5) = 2 - 2e^{-5}$

d) Déterminons le point A où la tangente T est parallèle à la droite D puis donnons une équation de T

$$T \text{ parallèle à } D : y = 2x - 3 \text{ alors } f'(x) = 2$$

$$\Leftrightarrow 2 + (4x - 8)e^{-2x} = 2 \Leftrightarrow (4x - 8)e^{-2x} = 0 \Leftrightarrow 4x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ Donc } T \text{ parallèle à } D \text{ au point } B(2; f(2))$$

$$\text{Or } f(2) = 1 - e^{-4}$$

Une équation de T

$$T : y = f'(2)(x - 2) + f(2)$$

$$= 2(x - 2) + 1 - e^{-4} = 2x - 3 + e^{-4}$$

e) Montrons que $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-3)^2}{2\alpha-4}$

$$f(\alpha) = (2\alpha - 3)(1 - e^{-2\alpha})$$

$$g(\alpha) = 2 + (4\alpha - 8)e^{-2\alpha} = 0 \Leftrightarrow e^{-2\alpha} = \frac{-2}{4\alpha - 8} = \frac{-1}{2\alpha - 4}$$

$$f(\alpha) = (2\alpha - 3) \left(1 + \frac{1}{2\alpha - 4}\right) = (2\alpha - 3) \left(\frac{2\alpha - 4 + 1}{2\alpha - 4}\right) = (2\alpha - 3) \frac{(2\alpha - 3)^2}{2\alpha - 4} = \frac{(2\alpha - 3)^2}{2\alpha - 4}$$

$$\text{Donc } f(\alpha) = \frac{(2\alpha - 3)^2}{2\alpha - 4}$$

4) a) Déterminons les intersections de C avec l'axe des ordonnées

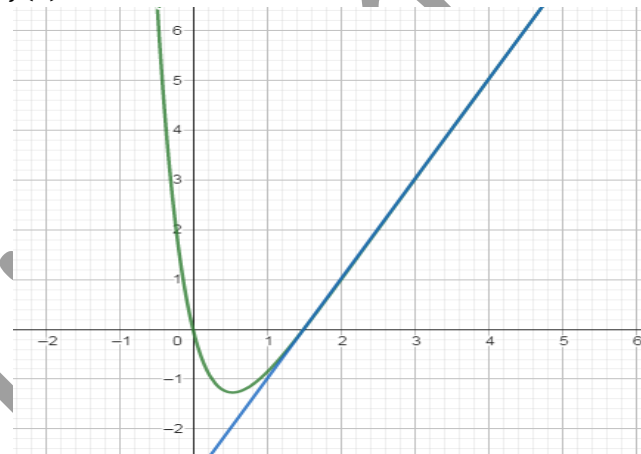
$$C \cap (Ox) \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(1 - e^{-2x}) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$1 - e^{-2x} = 0 \Leftrightarrow e^{-2x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Donc C coupe (Ox) aux points $(\frac{3}{2}; 0)$ et $(0; 0)$

b) Traçons la courbe de f et la droite D. On prend $\alpha = 0.5$ et $f(\alpha) = -1.2$



c) Discutons graphiquement suivant le paramètre m le nombre des solutions de l'équation $3 - 2x = (-2x + 3 + m)e^{2x}$

$$3 - 2x = (-2x + 3 + m)e^{2x} \Leftrightarrow (3 - 2x)e^{-2x} = -2x + 3 + m \Leftrightarrow 2x - 3 + (3 - 2x)e^{-2x} = m \Leftrightarrow (2x - 3)(1 - e^{-2x}) = m \Leftrightarrow f(x) = m$$

Donc les nombres des solutions de l'équation

$3 - 2x = (-2x + 3 + m)e^{2x}$ est celui des intersections de C avec la droite $D_m: y = m$

Si $m < f'(\alpha) \Leftrightarrow$ l'équation n'admet aucune solution

Si $m = f'(\alpha) \Leftrightarrow$ l'équation admet une unique solution

Si $m > f'(\alpha) \Leftrightarrow$ l'équation admet deux solutions

5) a) Calculer en utilisant une intégration par partie

$$I = \int_0^1 (2x - 3)e^{-2x} dx$$

$$\text{Posons } u(x) = 2x - 3 \quad \Leftrightarrow u'(x) = 2 \\ v'(x) = e^{-2x} \quad \Leftrightarrow v(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}$$

$$\text{Donc } I = \left[-\frac{1}{2}(2x - 3)e^{-2x} \right]_0^1 - \int_0^1 -e^{-2x} dx$$

$$= \frac{1}{2}e^{-2} - \frac{3}{2} - \left[\frac{1}{2}e^{-2x} \right]_0^1 = \frac{1}{2}e^{-2} - \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{2}e^{-2} - \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2}e^{-2} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}e^{-2} + \frac{1}{2} = -1 \text{ Donc } I = -1$$

b) En déduire l'aire A de la partie du plan délimitée par la courbe C l'axe des abscisses et les deux droites $x = 0$ et $x = 1$

$$A = -\int_0^1 f(x) dx \text{ Car } \frac{(Ox)}{C} \text{ dans l'intervalle } [0; 1]$$

$$A = -\int_0^1 ((2x - 3)(1 - e^{-2x})) dx$$

$$= -\int_0^1 (2x - 3) dx + \int_0^1 (2x - 3)e^{-2x} dx$$

Ahmed Limam