RÉPUBLIQUE ISLAMIQUE DE MAURITANIE
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
DIRECTION DES EXAMENS ET DE L'ÉVALUATION
SERVICE DES EXAMENS

Série : Sciences de la nature
Épreuve : Mathématiques
Durée : 4heures
Coefficient : 6

Baccalauréat 2013 session Normale

Exercice 1 (3points)

Une urne contient 4boules blanches et 2boules noires indiscernables au toucher.
On effectue au hasard un tirage de 2 boules simultanément de l'urne.
On note A_0l'événement « on a obtenu aucune boule noire »
On note A_1l'événement « on a obtenu une seule boule noire »
On note A_2l'événement « on a obtenu deux boules noires »
Soit x la variable aléatoire qui, associe le nombre de boules noires tirées.
Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Le nombre de tirages possibles est :	C_6^2	A_6^2	6^2
2	La probabilité p (A_0)est :	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{15}$	$\left(\frac{4}{6}\right)^2$
3	La probabilité p (A_1)est :	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$
4	La probabilité p (A_2)est :	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{1}{15}$
5	L'espérance mathématique de X est :	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{15}$	4

Recopie et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.
Aucune justification n'est demandée :

Question	1	2	3	4	5
Réponse					

Exercice2 (5points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé$(O;\vec{u},\vec{v})$.
1.a) Résoudre dans$\mathbb{C}$ l'équation : (E_1) $z^2+2z+10=0$
On notez$z_1$et $z_2$ses solutions avec $I_m(z_2)\leq 0$
b) Résoudre dans$\mathbb{C}$ l'équation : (E_2) $z^2-4z+20=0$
On notez$z_3$et $z_4$ses solutions avec $I_m(z_4)\leq 0$
2) on considère les points A, B, K, L et E d'affixes respectives :
$z_A=z_1$; $z_B=z_2$, $z_K=z_3$, $z_L=z_4$et $z_E=z_3-2i$
a) Placer les points A, B, K, L et E dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.
b) Écrire $z_E=z_3-2i$ sous forme algébrique et trigonométrique.
c) Déterminer la nature du quadrilatère ABLE et du triangle AKE.
3) Pour tout nombre complexe z tel que $z\neq -1+3i$ on pose : $f(z)=\frac{z-2-4i}{z+1-3i}$
Déterminer et représenter dans le même repère les ensembles des points M du plan d'affixe z dans chacun des cas suivants :
* Γ_1 tel que $|f(z)|=1$
* Γ_2 tel que $|f(z)-1|=\sqrt{10}$

Exercice3 (4points)

On considère la suite numérique (u_n)définie par $u_0=6$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$,
$U_{n+1}=3U_n+10n-13$
1a) Calculer u_1, $u_2$et vérifier que $U_3=43$
b) Justifier que la suite numérique(u_n)n'est ni géométrique ni arithmétique.
2) On définit la suite numérique(v_n) par : pour tout entier $n\in\mathbb{N}$, $V_n=U_n+5n-4$
a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.Exprimer v_n en fonction de n.
b) A partir de quel terme a-t-on $V_n\geq 2013$
c) En déduire que, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\mathrm{U_n}=2\times 3^{\mathrm{n}}-5\mathrm{n}+4$
3) Pour tout entier naturel n, on pose$S_n=U_0+U_1+\cdots\ldots+U_n$.
Déterminer l'expression de$S_n$en fonction de n.

Exercice 4 (8points)

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 3 + 2\ln x$

1a) Calculer $\lim_{x\to 0^+} g(x)$, $\lim_{x\to +\infty} g(x)$

b) Calculer la dérivée $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

2a) Montrer que g réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α.

Vérifier que $1,34 \leq \alpha \leq 1,35$.

c) En déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x - 2 + \frac{1-\ln x}{x^2}$

On note Γ sa courbe représentative dans le plan, muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé

1a) Démontre que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to +\infty} (f(x) - (x-2)) = 0$

b) Interpréter graphiquement les limites précédentes

c) Étudier le signe de $d(x) = f(x) - (x-2)$, Résumer dans un tableau et interpréter graphiquement.

2a) Calculer $f'(x)$ et justifier que $f'(x)$ a même signe que $g(x)$

b) Montrer que $f(\alpha) = \frac{3\alpha^3 - 4\alpha^2 - 1}{2\alpha^2}$ et donner une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-1} prés

c) En déduire le tableau de variation de f

3a) Donner l'équation de la tangente T à Γ au point A d'abscisse $x_0 = 1$

b) Montrer que la courbe Γ coupe l'axe des abscisses en un deuxième point autre que A d'abscisse β telle que $1,9 \leq \beta \leq 2$

c) Tracer l'allure de la courbe dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$

4) Soit n un entier naturel $n \geq 3$, on considère l'aire du domaine E du plan compris entre la courbe et les droites d'équations respectives $y = x - 2$, $x = 3$ et $x = n$

a) Justifier que cette aire, exprimé en cm^2, est donnée par : $I_n = \int_3^n \frac{-1+\ln x}{x^2}\,dx$

b) Calculer $J_0 = \int_3^n \frac{\ln x}{x^2}\,dx$ à l'aide d'une intégration par parties. En déduire I_n en fonction de n

c) Calculer la limite de l'aire I_n du domaine E quand n tend vers $+\infty$