Direction de l'Enseignement Secondaire
Service des Examens

Baccalauréat 2000
Session Normale

Série Mathématique
Sujet : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 9

Exercice 1 (5pts).

On pose, pour tout nombre complexe z :

$$f(z) = z^4 + 4z^3 + 6z^2 + (6-2i)z + 3 - 2i$$

1°) Montrer que le polynôme $f(z)$ possède une, et une seule, racine réelle z_0 que l'on déterminera. En déduire une factorisation de $f(z)$ sous la forme $(z-z_0)Q(z)$, où $Q(z)$ est un polynôme du 3è degré que l'on précisera.

2°) Vérifier que $Q(i) = 0$; en déduire les solutions de l'équation $f(z) = 0$.

3°) On note $\mathcal{P}$ un plan affine euclidien orienté muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. z_1, z_2, z_3 désignant les solutions de l'équation $Q(z) = 0$, on appelle M_0, M_1, M_2, M_3 les points de $\mathcal{P}$ d'affixes respectives z_0, z_1, z_2, z_3. Montrer que (M_1, M_2, M_3) est un triangle équilatéral dont le centre de gravité est M_0 et faire la figure correspondante.

Exercice 2 (5pts)

Soit $\mathcal{E}$ l'espace muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et f l'application affine de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$ qui au point M de coordonnées (x, y, z) fait correspondre le point M' de coordonnées (x', y', z') tel que

1/3

Soit f_n la fonction définie par :

$$f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{1 + e^{-x}}$$

A 1.a) Etudier les variations de la fonction f_0.

b) Construire la courbe $(\mathcal{C}_0)$ de f_0 dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$; unité graphique 4cm.
Montrer que $(\mathcal{C}_0)$ admet un centre de symétrie.
Comparer $f_1(x)$ et $f_0(-x)$ et construire $(\mathcal{C}_1)$ dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

2) On pose : $U_n = \int_n^1 f_n(x)dx$

a) Vérifier que : $f_0(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$, puis vérifier que :
$U_0 + U_1 = 1$.

b) Montrer que $\forall n \geq 2$ $U_n + U_{n-1} = \frac{1 - e^{1-n}}{n - 1}$.

c) calculer U_1 et U_2.

d) Montrer que (U_n) est convergente et calculer sa limite.

- 2/3 -