République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et de l'Evaluation
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2017
Session Complémentaire

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1 (3 points)

On définit les suites numériques (u_n), (v_n) et (w_n) pour tout $n \geq 1$ par $u_n = 2^n - 2n$, $v_n = 1 + \frac{u_n}{2n}$ et $w_n = \ln(nv_n)$. Soit $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n$ la somme des n premiers termes de la suite (u_n).

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	Le terme général de (v_n) est	$v_n = 1$	$v_n = 2^n$	$v_n = \frac{2^{n-1}}{n}$	(0,5pt)
2	La suite (u_n) est	croissante	décroissante	constante	(0,5pt)
3	La valeur de S_n est	$S_n = 2^{n+1} - n^2 - n - 2$	$S_n = 2^n - n^2 - n - 2$	$S_n = 2^{n+1} - n^2 - n + 2$	(0,5pt)
4	La suite (v_n) est	convergente	divergente	constante	(0,5pt)
5	La suite (w_n) est	arithmétique	géométrique	convergente	(0,5pt)
6	Si $e^{\ln 1 + \ln 2 + \ln 3 + ... + \ln n} = 120$ alors la valeur de n est	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1) Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z) = z^3 - 4\sqrt{2}z^2 + 12z - 8\sqrt{2}$

a) Calculer $P(2\sqrt{2})$. (0,5pt)

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a: $P(z) = (z - 2\sqrt{2})(z^2 + az + b)$ (0,5pt)

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$ (0,5pt)

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$, $z_B = 2\sqrt{2}$ et $z_C = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$ (0,5pt)

b) Déterminer la nature du triangle ABC et celle du quadrilatère OABC (0,5pt)

3) Pour tout nombre $z \neq \sqrt{2} - i\sqrt{2}$; on pose : $f(z) = \frac{z - \sqrt{2} - i\sqrt{2}}{z - \sqrt{2} + i\sqrt{2}}$.

a) Vérifier que $f(z_B) = -i$ et interpréter graphiquement. (0,5pt)

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. (0,5pt)

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que f(z) soit imaginaire pur. (0,5pt)

d) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z) - 1| = 2$. (0,5pt)

e) Vérifier que les trois ensembles Γ_1 , Γ_2 et Γ_3 passent par les points O et B. (0,5pt)

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)(1+e^{-x})$ et soit Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et que $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement. (0;5pt)

91

Scanned with CamScanner

b) Montrer que $f(x)=x+2+\frac{x}{e^x}+\frac{2}{e^x}$, puis calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x+2)\right)$. (0,5pt)

c) En déduire que Γ admet une asymptote oblique D dont on donnera une équation. (0,25pt)

d) Etudier la position relative entre Γ et D. (0,25pt)

2° a) Montrer que $f'(x)=1-(x+1)e^{-x}$ où f' est la dérivée première de f (0,5pt)

b) Etudier les variations de f' et en déduire le signe de $f'(x)$. (0,5pt)

c) Dresser le tableau de variation de f. (0,25pt)

3° a) Déterminer le point A de Γ où la tangente T à la courbe Γ est parallèle à l'asymptote D. Donner une équation de T. (0,5pt)

b) Déterminer les points d'intersection de Γ avec les axes de coordonnées (0,25pt)

c) Tracer D, T et Γ dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. (0,5pt)

4° a) calculer l'intégrale $I=\int_{-2}^{0} 2e^{-x}dx$ (0,25pt)

b) A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale $J=\int_{-2}^{0} xe^{-x}dx$. (0,25pt)

c) En déduire l'aire du domaine délimité par l'asymptote D, la courbe Γ et les droites d'équations $x=-2$ et $x=0$ (0,25pt)

5° Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $x+2=(m-2)e^x$ (0,25pt)

Exercice 4 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $D_f=]0,1[\cup]1,+\infty[$ par : $f(x)=\frac{2x-1+\ln x}{x-1}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° On considère la fonction u définie sur $]0,+\infty[$ par : $u(x)=1+x\ln x$.

a) Calculer $\lim_{x\to0^+} u(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} u(x)$ (0,5pt)

b) Calculer $u'(x)$ où u' est la dérivée de u, puis dresser le tableau de variation de u (0,75pt)

c) Montrer que $\forall x>0$ on a $u(x)\geq 1-\frac{1}{e}$. En déduire le signe de $u(x)$ (0,5pt)

2° a) Montrer que $\lim_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ et interpréter graphiquement (0,5pt)

b) Calculer et interpréter les limites $\lim_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim_{x\to1^+} f(x)$ (0,5pt)

3° a) Monter que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x)=2+\frac{1}{x-1}+\frac{\ln x}{x-1}$ (0,5pt)

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et en déduire que la courbe (C) admet une asymptote horizontale (Δ) dont on donnera une équation. (0,5pt)

c) Etudier la position relative de (C) et (Δ). (0,5pt)

4° a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de D_f on a : $f'(x)=\frac{-u(x)}{x(x-1)^2}$. (0,5pt)

b) Dresser le tableau de variation de f. (0,5pt)

5° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]0,1[$

a) Montrer que g est une bijection de $]0,1[$ sur un intervalle I que l'on précisera. (0,5pt)

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}, où g^{-1} est la réciproque de g. (0,5pt)

6° a) Montrer que la courbe (C) coupe (Ox) en un unique point A d'abscisse α avec $0.6<\alpha<0.8$ (0,25pt)

b) Tracer (Δ); (C) et (C') dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. où (C') est la courbe de g^{-1} (0,5pt)

Fin.

92

Scanned with CamScanner