51

République Islamique de Mauritanie
Ministère d'Etat à l'Education Nationale, à l'Enseignement Supérieur et à la Recherche Scientifique
Direction des Examens et de l'Evaluation
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2012

Session Complémentaire

رمضان 1433 هـ

Séries : Science de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1(3 points)

Soit (U_n) la suite numérique définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 3U_n - 2 \end{cases}$$

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte.

1) La suite (V_n) définie par : $V_n = U_n - 1$ est une suite

A : géométrique	B : arithmétique	C : ni géométrique et ni arithmétique	(0,5 pt)

2) La suite (T_n) définie par : $T_n = \ln(V_n)$ est une suite

A : géométrique	B : arithmétique	C : bornée	(0,5 pt)

3) La suite (W_n) définie par : $W_n = U_{n+1} - U_n$ est une suite

A : croissante	B : décroissante	C : non monotone	(0,5 pt)

4) Le terme général de la suite (U_n) est

A : $U_n = 1 + 3^n$	B : $U_n = 2\times 3^n$	C : $U_n = 2n+1$	(0,5 pt)

5) La somme $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$ est égale à

A : $S_n = \frac{1+3^{n+1}}{2}$	B : $S_n = n + \frac{1}{2} + \frac{3^{n+1}}{2}$	C : $S_n = \frac{1-3^n}{2}$	(0,5 pt)

6) La limite de la suite (U_n) est

A : $-\infty$	B : 0	C : $+\infty$	(0,5 pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse	B	A	A	C	A	C

Exercice 2(5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Pour tout nombre complexe z tel que $z \neq -3-2i$ on pose : $f(z) = \dfrac{z-2-i}{z+3+2i}$.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 5 = 0$. (1 pt)

2) Calculer le nombre $p = f(1-2i)$ puis l'écrire sous forme algébrique. (1 pt)

3) On considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_A = 2+i$, $z_B = -3-2i$ et $z_C = 1+2i$.

a) Placer les points A , B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$. (1 pt)

b) Ecrire le nombre $q = f(z_C)$ sous forme trigonométrique. En déduire la nature du triangle ABC. (0,5 pt)

c) Déterminer et représenter dans le même repère les ensembles des points M du plan d'affixe z dans chacun des cas suivants :

- Γ_1 tel que $|f(z)| = 1$. (0,5 pt)
- Γ_2 tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. (0,5 pt)
- Γ_3 tel que $|f(z)-1| = 2\sqrt{34}$. (0,5 pt)

59

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x-2-2\ln x$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} (f(x)-x)$ et interpréter graphiquement.

2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f .

3. Donner l'équation de la tangente T à (C) au point A d'abscisse $x_0 = 1$.

4. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions α et β et que $0,4<\alpha<0,5$; $5,3<\beta<5,4$. Démontrer que $\alpha^2 e^{\beta} = \beta^2 e^{\alpha}$.

5. Soit g la restriction de f sur $I=]0;2[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Calculer $(g^{-1})'(-1)$, (On pourra utiliser la question 3)

6.a) Tracer les courbes (C) et (C') respectivement des fonctions f et g^{-1} dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

b) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation $2x-2-m-2\ln x=0$.

7.a) En utilisant une intégration par parties, calculer $\int_1^2 \ln x dx$.

b) Calculer l'aire du domine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

Exercice 4 (6 points)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=xe^x-1$.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$.

b) Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

2.a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α .Vérifier que $0,5<\alpha<0,6$.

b) Justifier que : si $x\leq\alpha$ alors $g(x)\leq 0$ et si $x\geq\alpha$ alors $g(x)\geq 0$.

3. Soit f la fonction définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{e^x-x}{x+1}$.

a) Justifier et interpréter les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$.

b) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Vérifier que $f(\alpha)=\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2+\alpha}$ et donner une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-1} près.

4. Tracer la courbe (C) de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Fin.