ECOLES PRIVEES ELMAARIF- ERRAIA

الرجاء والمعارف الحرة

Bac Blanc Epreuve de Mathématiques Classes:7D

26/12/2013

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie du candidat.

Exercice 1 (3 points); A ou B au choix

Dans chacun des énoncés suivants : A (nombres complexes) et B (fonctions), six affirmations sont proposées. Pour chacune d'elles, répondre par VRAI ou FAUX. On ne demande pas de justifications.

<u>Barème</u>: Bonne réponse (+0,5) point. Mauvaise réponse (-0,25) point. Pas de réponse (0) point. Toute réponse ambiguë sera considérée comme une absence de réponse. Un éventuel total négatif est ramené à 0.

A. Soit z un nombre complexe non nul.

1. Si
$$|z| = 1$$
, alors $z = \bar{z}$.

2. Si
$$z = \overline{z}$$
, alors z est réel.

3. Si
$$|z| = 1$$
, alors $z = \frac{1}{z}$.

4. Si arg
$$z = \pm \frac{\pi}{2}$$
, alors z est réel.

5. Si z est imaginaire pur, alors z² est réel/

6. Si
$$z + z = 0$$
, alors z^2 est réel négatif.

B. Pour toute function f continue sur [0;1], \hat{a} valeurs dans \mathbb{R} , on a:

1. Si f(0) = -1 et f(1) = 1 alors l'équation f(x) = 0 admet une unique solution $x_0 \in [0,1]$.

2. Si f est croissante sur [0;1], alors f réalise une bijection de [0,1] sur son image.

3. Si f(0) = 2 et f(1) = 1 alors l'équation f(x) = 0 n'admet pas de solution dans [0, 1].

4. Si f est dérivable sur [0;1] avec f(x)>0, alors f réalise une bijection de [0,1] sur son image..

5. Si f(0) = -1 et f(1) = 2 alors il existe $\alpha \in [0; 1]$ tel que $f(\alpha) = \alpha$.

6. Si $x_0 \in [0,1]$, alors f est dérivable en x_0

Exercice 2 (5 points)

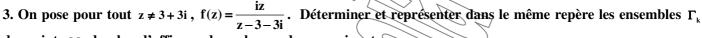
- $P(z) = z^3 8z^2 + 30z 36$ 1. On pose
- où z est un nombre complexe.

Mathématiques

- a) Calculer P(2).
- b) Déterminer a et b tels que pour tout z de \mathbb{C} on a: $P(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$.
- c) Résoudre dans C, l'équation : P(z) = 0.
- 2. On considère le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(0; \vec{u}, \vec{v})$.

Soient les points A, B et Cd'affixes respectives : $z_1 = 2$, $z_2 = 3 + 3i$ et $z_3 = 3 - 3i$.

- a) Calculer le module et un argument de chacun des nombres z_1 , z_2 et z_3 .
- b) Placer les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
- c) Ecrire le nombre $\frac{z_2}{z_1}$ sous forme algébrique. En déduire la nature du triangle OBC.



des points M du plan d'affixe z dans chacun des cas suivants ?

a)
$$\Gamma_1$$
 tel que $|f(z)| = 1$.

b)
$$\Gamma_2$$
 tel que $f(z)$ soit imaginaire pur.

c)
$$\Gamma_3$$
 tel que $f(z)$ soit réel.

d)
$$\Gamma_4$$
 tel que $|f(z)-i|=\sqrt{2}$.

Exercice 3 (6 points)

On considère les suites numériques (U_n) et (V_n) définies pour tout n de IN* par:

$$\begin{cases} U_{1} = 1 \\ U_{n+1} = \frac{n+1}{5n} U_{n} \end{cases} et \qquad V_{n} = \frac{1}{n} U_{n}.$$

1.a) Calculer
$$U_2$$
, U_3 , V_1 , V_2

3.a) Calculer en fonction de n la somme :
$$S_n = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{1 + 2 + 3} + \dots + \frac{U_n}{n}$$

b) Soit
$$P_n = V_1 \times V_2 \times V_3 \times ... \times V_n$$
. Montrer que $P_n \neq \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

c) Soit
$$Q_n = U_1 \times U_2 \times U_3 \times ... \times U_n$$
. Calculer Q_n en fonction de n.

Exercice 4 (6 points)

1) On pose pour tout nombre complexe
$$z \neq -6$$
, $f(z) = \frac{8z+3}{z+6}$.

a) Donner la forme algébrique des nombres :
$$z_1 = f(2i)$$
, $z_2 = f(3-2i)$, $z_3 = f(\frac{1}{2})$

b) Résoudre l'équation
$$f(z) = \bar{z}$$

2) On donne la suite
$$(u_n)$$
 définie par $: u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{8u_n + 3}{u_n + 6}$.

a) Calculer les valeurs exactes des termes
$$\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$$
 et \mathbf{u}_3 .

b) Montrer par récurrence que pour tout entier n non nul ,
$$1 < u_n < 3$$
 .

3) On définit pour tout
$$n \in \mathbb{N}$$
 la suite (v_n) par : $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$.

a) Montrer que
$$(v_n)$$
 est une suite géométrique dont précisera la raison et le premier terme v_0 .

b) Exprimer
$$v_n$$
 en fonction de n.

d) Déterminer la limite de la suite
$$(u_n)$$
.

Fin.

Mathématiques