République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale, de la Formation Technique et de la Reforme
Direction des Examens et des Concours

BACCALAUREAT 2020
Session Complémentaire
Epreuve : MATHEMATIQUES

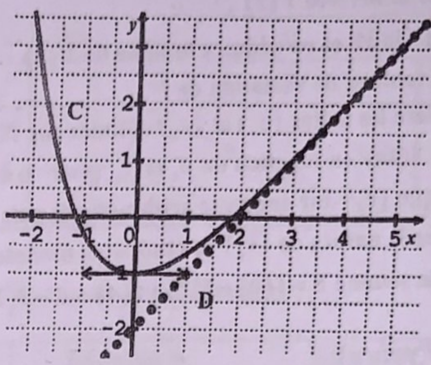
Série : Sciences de la Nature
Coefficient : 6
Durée : 4h

Exercice 1 : (3 points)

La figure ci-contre représente la courbe (C) d'une fonction f, dans un repère orthonormé, et son asymptote D d'équation $y = x - 2$.

(C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction (Oy).

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est correcte



N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C		
1	Sur $[0,+\infty[$, la fonction f est	croissante	décroissante	non monotone	0.5pt	1pt
2	$f(0) =$	1,8	-1	-2	0.5pt	
3	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) =$	$-\infty$	0	$+\infty$	0.5pt	1pt
4	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} =$	0	1	$+\infty$	0.5pt	
5	L'équation $f(x) - x + 3 = 0$ admet	0 solution	1 solution	2 solutions	0.5pt	1pt
6	Une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 0 est	$y = x - 1$	$y = 0$	$y = -1$	0.5pt	

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse	A	B	A	C	A	C

Exercice 2 (6 points)

3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1° a) Calculer $(2+3i)^2$. **0.5 pt**

b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - (4-i)z + 5 - 5i = 0$. **1 pt**

2° On pose : $P(z) = z^3 - (4+2i)z^2 + (8+7i)z - 15 - 15i$, où z est un nombre complexe.

a) Calculer $P(3i)$ et déterminer les complexes a et b tels que pour tout z de $\mathbb{C}$:
$P(z) = (z-3i)(z^2 + az + b)$. **0.5 pt**

b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. **0.5 pt**

3° Soient A, B, et C les points d'affixes respectives $3i$, $3+i$ et $1-2i$.

a) Placer les points A, B, et C et déterminer la nature du triangle ABC. **1.25 pt**

b) Calculer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme. Placer le point D. **0.5 pt**

c) Vérifier que le point I d'affixe $z_I = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ est le centre du parallélogramme ABCD. **0.5 pt**

4° Soit $\alpha = 2z_I = 1 + i$. Pour tout entier naturel n, on pose $z_n = \alpha^n$ et $V_n = |z_n|$.

a) Ecrire α sous forme exponentielle. **0.25 pt**

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme. **0.5 pt**

c) Déterminer le plus petit entier naturel p vérifiant $V_p \geq 2020$ et vérifier que z_p est imaginaire pur. **0.5 pt**

Vp 7/2020

$\lim_{x \to +\infty} f(x)$

$-3-\infty+2+e^{\infty}$

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-3x+2+e^x$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-3x+2)\right)$. Interpréter graphiquement. — 0,75 pt

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement — 0,5 pt

$(f(x-(-3x+2))$

$-3x+2+e^x$

2° a) Calculer la dérivée $f'(x)$. — 0,5 pt

b) Calculer $f'(\ln 3)$ et en déduire le signe de $f'(x)$ — 0,25 pt

c) Dresser le tableau de variation de f . — 0.25 pt

3° On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par : $u_n=6n-2$ et $v_n=e^{2n}$

a) Exprimer $f(2n)$ en fonction de u_n et v_n pour $n\in\mathbb{N}$ — 0.25 pt

b) Montrer que (u_n) est une suite arithmétique puis calculer sa limite — 0,5 pt

c) Déterminer la nature de (v_n) et étudier sa monotonie — 0,5 pt

d) Calculer la somme $S=f(0)+f(2)+f(4)+...+f(2020)$ — 0,5 pt

Exercice 4 (7 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,2[\cup]2,+\infty[$ par $f(x)=\frac{\ln x}{(x-2)^2}$, et on note (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1° Soit $g(x)=x-2-2x\ln x$.

a) Calculer $\lim_{x\to0^+} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. — 0.5 pt

b) Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=0$. — 0.75 pt

c) Montrer que $g\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=\frac{2}{\sqrt{e}}-2$ et dresser le tableau de variation de g. — 0.5 pt

d) En déduire le signe de $g(x)$. — 0.25 pt

2° a) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition D_f. — 1 pt

b) Justifier que la courbe (Γ) admet trois asymptotes que l'on déterminera. — 0.75 pt

3° a) Calculer la dérivée f' de f et vérifier que $\forall x\in D_f,\ f'(x)=\frac{g(x)}{x(x-2)^3}$ — 0.5 pt

b) Vérifier que f' est positive sur $]0,2[$ et négative sur $]2,+\infty[$ puis dresser le tableau de variation de f — 0.5 pt

4° a) Ecrire l'équation réduite de la tangente T à (Γ) au point A d'abscisse 1. — 0.5 pt

b) Tracer la courbe (Γ), la tangente T et les asymptotes. — 0.5 pt

5° Soit S l'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=3$ et $x=4$.

a) Vérifier que $S=\int_3^4 f(x)dx$ — 0.25 pt

b) En remarquant que $\forall x\in D_f,\ f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}\ln x$ et en utilisant une intégration par parties, montrer que $S=\left[\frac{-\ln x}{x-2}\right]_3^4+\int_3^4\frac{1}{x(x-2)}dx$ — 0.25 pt

c) Montrer que $\forall x\in D_f,\ \frac{1}{x(x-2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x}\right)$ puis vérifier que $\int_3^4\frac{1}{x(x-2)}dx=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$ — 0.5 pt

d) En déduire la valeur de S. — 0.25 pt

Fin.