72

République Islamique de Mauritanie Ministère de l'Education Nationale Direction des Examens et de l'Evaluation SERVICE DES EXAMENS	**Baccalauréat** **2018** **Session Complémentaire**	Honneur – Fraternité – Justice Série : Sciences de la Nature Epreuve : MATHEMATIQUES Durée : 4 heures Coefficient : 6

Exercice 1 (3 points)

Soit (u_n) et (v_n) les suites numériques définies par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + n + 2 \end{cases}$ et $v_n = u_n - 2n$.

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est correcte.

1° (v_n) est une suite

A : arithmétique	B : géométrique	C : ni arithmétique et ni géométrique	(0,5pt)

2° L'expression de v_n en fonction de n est

A : $v_n = 2^n + 2n$	B : $v_n = 2 + \frac{1}{2}n$	C : $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$	(0,5pt)

3° Si (w_n) est la suite définie par $w_n = \ln(v_n)$ alors

A : $w_n = -(\ln 2)^n$	B : $w_n = -n\ln 2$	C : $w_n = 1 - 2\ln n$	(0,5pt)

4° La suite (w_n) est

A : bornée	B : convergente	C : divergente	(0,5pt)

5° La somme $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + ... + w_n$ est égale à

A : $\frac{-(n^2+n)\ln 2}{2}$	B : $\frac{(n+1)(1-2\ln n)}{2}$	C : $\frac{1-(\ln 2)^{n+1}}{1-\ln 2}$	(0,5pt)

6° Le produit $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_n$ est égal à

A : $e^{\frac{-(n^2+n)\ln 2}{2}}$	B : $e^{\frac{(n+1)(1-2\ln n)}{2}}$	C : $e^{\frac{1-(\ln 2)^{n+1}}{1-\ln 2}}$	(0,5pt)

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1° a) Calculer $(4-2i)^2$. (0,5pt)

b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $z^2 + (2-4i)z - 6 = 0$. (0,75pt)

2° Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1+i$, $z_B = -3+3i$ et $z_C = \frac{(z_B)^3}{(z_A)^5}$.

a) Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres z_A, z_B puis en déduire celle de z_C. (0,75pt)

b) Placer les points A et B dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$. (0,5pt)

c) Ecrire sous forme algébrique le nombre $\frac{z_B}{z_A}$ puis interpréter géométriquement. (0,5pt)

3° Pour tout nombre complexe $z \neq 1+i$; on pose : $f(z) = \frac{z+3-3i}{z-1-i}$.

a) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $f(z) = i$. Interpréter géométriquement. (0,5pt)

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. (0,5pt)

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que f(z) soit imaginaire pur ou nul. (0,5pt)

d) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1| = \sqrt{5}$. (0,5pt)

73 BCAABCC

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x+2-e^x$ et soit Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ et calculer $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement. (0,75pt)

b) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x+2)\right)$. En déduire que Γ admet une asymptote oblique D dont on donnera une équation. (0,75pt)

c) Etudier la position relative entre Γ et D. (0,25pt)

2° a) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. (0,5pt)

b) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions α et β, $(\alpha<\beta)$, et que $-1.9<\alpha<-1.8$; $1.1<\beta<1.2$. (0,5pt)

c) Montrer que : $\alpha+f'(\alpha)=\beta+f'(\beta)$. (0,25pt)

3° Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I=]-\infty;0]$.

a) Montrer que h admet une réciproque, notée h^{-1}. (0,5pt)

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}. (0,25pt)

c) Montrer que $\left(h^{-1}\right)'(0)=\frac{-1}{1+\alpha}$. (0,25pt)

4° a) Déterminer le point A de la courbe Γ auquel la tangente T est perpendiculaire à D. Donner une équation de T. (0,5pt)

b) Tracer D , T , Γ et Γ' dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, où Γ' est la courbe de h^{-1} dans ce repère. (0,5pt)

Exercice 4 (7 points)

Partie A :

On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=-x+3-2\ln x$.

1° a) Calculer $\lim_{x\to0^+} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. (0,5pt)

b) Calculer $g'(x)$ où g' est la dérivée de g, puis dresser le tableau de variation de g. (0,5pt)

2° a) Montrer que g réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera. (0,5pt)

b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution λ et que $1.8\le\lambda\le1.9$. (0,5pt)

c) En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0,+\infty[$. (0,5pt)

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $I=]0,+\infty[$ par : $f(x)=\frac{x-1+\ln x}{x^2}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Montrer que $\lim_{x\to0^+} f(x)=-\infty$ et interpréter graphiquement. (0,5pt)

b) Montrer que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ et interpréter graphiquement. (0,5pt)

2°a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de I on a : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$. (0,5pt)

b) Montrer que $f(\lambda)=\frac{\lambda+1}{2\lambda^2}$ et donner une valeur approchée de $f(\lambda)$ à 10^{-1} près. (0,5pt)

c) Dresser le tableau de variation de f. (0,5pt)

3° a) Donner une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse $x_0=1$ (0,5pt)

b) Tracer (C) et T dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. (0,5pt)

c) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation : $\ln x=1-x+2x^3+mx^2$. (0,5pt)

4° a) A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale $J=\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}dx$. (0,25pt)

b) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$. (0,25pt)

Fin.