

## Baccalauréat 2010 session Complémentaire

### Exercice 1 (3 points)

pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	$(U_n)$ est une suite arithmétique de raison $r = 3$ et telle que $U_5 = 17$ alors :	$U_{10} = 34$	$U_{10} = 32$	$U_{10} = 85$
2	$(U_n)$ est une suite arithmétique de raison $r = 10$ et de premier terme $U_0 = \frac{11}{2}$ si $U_0 + U_1 + \dots + U_n = 2010$ alors :	$n = 19$	$n = 20$	$n = 21$
3	Si $S_n = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n$ alors :	$s_n = 1 - 2^n$	$s_n = 2^{n+1} - 1$	$s_n = 2^n - 1$
4	La suite de terme général $U_n = \frac{(-1)^n}{(-1)^n + n^2}$	Converge vers 1	Ne converge pas	Converge vers 0
5	La suite de terme général $U_n = \frac{10^n}{n!}$	Croissante	Décroissante	Non monotone
6	Soient $(U_n)$ et $(V_n)$ deux suite numériques telles que $U_n \leq V_n$ . Si $(U_n)$ est croissante	$(U_n)$ est bornée	$(V_n)$ est bornée	$(V_n)$ est divergente

Recopie sur la feuille et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.

Question	1	2	3	4	5	6
Réponse						

### Exercice 2 (4 points)

1. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'ensemble des nombres complexes l'équation :  $z^2 - 4z + 13 = 0$  et soient  $z_1$  et  $z_2$  ses solutions telles que  $\text{Im}(z_1) > 0$ .

2. On considère dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives :

$$z_A = 1 + z_1 \text{ et } z_B = i + z_2$$

a) Écrire les nombres  $z_A$  et  $z_B$  sous forme algébrique et trigonométrique

b) Représenter dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , les points A et B. Déterminer la nature du triangle OAB.

c) Déterminer et placer le point C tel que le quadrilatère OACB soit un parallélogramme.

d) Déterminer et construire l'ensemble  $\Gamma$  des points M du plan d'affixe  $z$  tel que le complexe  $\frac{z-2+2i}{z-3-3i}$  soit imaginaire.

### Exercice 3 (6 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1cm.

1a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et interpréter graphiquement

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x)$  et interpréter graphiquement

- 2a) Calculer  $f'(x)$  où  $f'$  est la dérivée de la fonction  $f$   
 b) Dresser le tableau de variation de  $f$   
 3a) Dresser le tableau de variation de  $\ln : (x \rightarrow \ln x)$   
 b) Tracer les courbes  $(C)$  et  $\Gamma$  représentative de  $f$  et  $\ln$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$   
 4. Soit  $h$  la restriction de  $f$  sur  $I = ]1, +\infty[$   
 a) Montrer que  $h$  réalise une bijection de  $I$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera.  
 b) Soit  $C'$  la courbe de représentative de  $h^{-1}$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . Étudier la position de  $(C')$  avec sa tangente au point d'abscisse  $x_0 = 1$   
 c) Construire  $(C')$  repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$   
 5a) Calculer  $A = \int_1^e \ln x dx$  (on pourra utiliser une intégration par parties)  
 b) En déduire l'aire  $S$  du domaine plan limité par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives  $x = 1$  et  $x = e$

#### Exercice 4 (7 points)

On considère la fonction numérique  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$ . Soit  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1cm

- 1a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   
 b) En déduire que la courbe  $(C)$  possède trois asymptotes dont on donnera des équations  
 2a) Calculer la dérivée de la fonction  $f$  et vérifier que pour tout  $x$  non nul :  $f'(x) = -\frac{f(x)}{e^x - 1}$   
 b) Dresser le tableau de variation de  $f$   
 3a) Montrer que la fonction  $g$  restriction de  $f$  sur  $I = ]0, +\infty[$  réalise une bijection de  $I$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera.  
 b) Déterminer l'expression de la réciproque  $g^{-1}$  de  $g$   
 4a) Montrer que la courbe  $(C)$  possède le point  $\Omega(0, \frac{1}{2})$  comme centre de symétrie  
 b) Construire les courbes  $(C)$  et  $(C')$  représentatives des fonctions  $f$  et  $g^{-1}$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$   
 5a) Déterminer une primitive  $F$  de  $f$  sur  $I = ]0, +\infty[$   
 b) Soit  $n$  un entier naturel,  $n \geq 1$ ,  $U_n$  l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives  $x = \frac{1}{n}$  et  $x = 1$  calculer  $U_n$  en fonction de  $n$   
 c) Calculer et interpréter graphiquement  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

**Fin**