

Группа M3114 К работе допущен _____

Студент Джахан Исрат Работа выполнена _____

Преподаватель Егоров М.Ю. Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.04

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОУСКОРЕННОГО
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

1. Цель работы.

- Проверка основного закона динамики вращения.
- Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- Подтверждение основного закона динамики вращения.
- Нахождение зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

3. Объект исследования.

- Основной закон динамики вращения.

4. Метод экспериментального исследования.

Лабораторный

5. Рабочие формулы и исходные данные.

- Масса каретки: $(47,0 \pm 0,5)$ г
- Масса шайбы каретки: $(220,0 \pm 0,5)$ г
- Диаметр ступицы: $(46,0 \pm 0,5)$ мм
- Расстояние между рисками на спицах: $(57,0 \pm 0,5)$ мм
- Расстояние от центра до первой риски: $(25,0 \pm 0,2)$ мм
- Длина груза вдоль спицы: $(40,0 \pm 0,5)$ мм
- Масса грузов на крестовине: $(408,0 \pm 0,5)$ г
- Высота падения груза: $h = (700 \pm 0,5)$ мм
- Высота груза на крестовине: $(40,0 \pm 0,5)$ мм
- Ускорение свободного падения: $g = (9,82 \pm 0,05)$ м/с²
- Второй закон Ньютона для груза: $ma = mg - T$

- Ускорение груза: $a = \frac{2h}{t^2}$
- Угловое ускорение крестовины: $\varepsilon = \frac{2a}{d}$ (d – диаметр ступицы)
- Сила натяжения нити из II закона Ньютона: $T = m(g - a)$
- Момент силы натяжения нити: $M = \frac{md}{2}(g - a)$
- Основной закон динамики для крестовины: $I\varepsilon = M - M_{\text{пр}}$ (I – момент инерции крестовины с утяжелителями)
- По теореме Штейнера: $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$ (I_0 – сумма момента инерции крестовины без утяжелителей и собственных центральных моментов утяжелителей)

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Линейка		1000мм	0,5мм
2	Цифровой секундомер		99,99с	

7. Схема установки(перечень схем, которые составляют Приложение1).

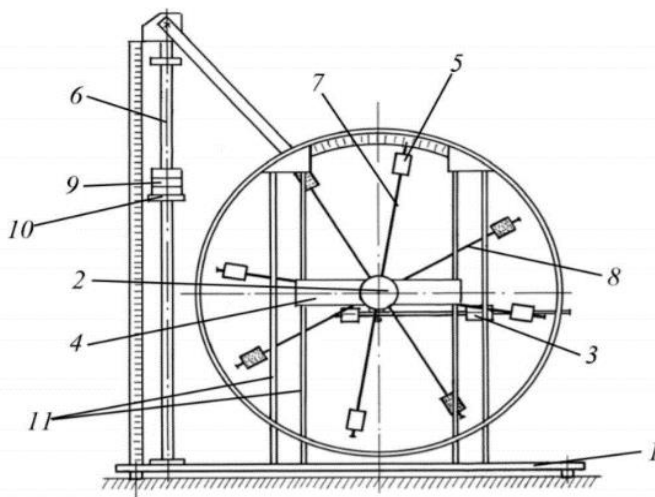
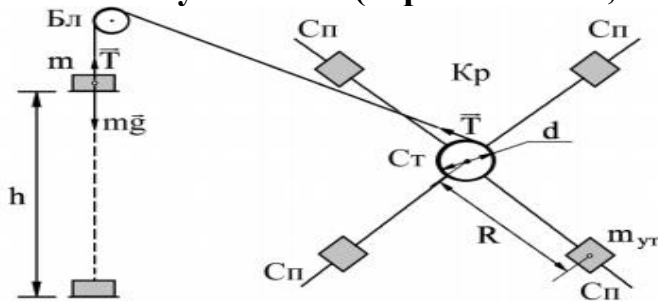


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид):

1 – основание; 2 – рукоятка сцепления крестовин; 3 – устройство принудительного трения; 4 – поперечина; 5 – груз крестовины; 6 – трубчатая направляющая; 7 – передняя крестовина; 8 – задняя крестовина; 9 – шайбы каретки; 10 – каретка; 11 – система передних стоек.

8. Результаты прямых измерений и их обработки(таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1

Масса груза, г	Положение утяжелителей					
	1.риска, с	2. риска, с	3. риска, с	4. риска, с	5. риска, с	6. риска, с
m₁ = 267	4,79	5,53	6,53	7,46	8,81	9,56
	4,74	5,55	6,25	7,53	8,97	9,57
	4,72	5,35	6,50	7,56	8,96	9,47
	4,75	5,48	6,43	7,52	8,91	9,53
m₂ = 487	3,32	3,96	4,65	5,38	6,16	6,78
	3,32	3,97	4,66	5,41	6,06	6,90
	3,37	3,94	4,57	5,46	6,19	6,84
	3,34	3,96	4,63	5,42	6,14	6,84
m₃ = 707	2,72	3,25	3,78	4,28	4,94	5,66
	2,75	3,22	3,76	4,31	5,04	5,47
	2,72	3,19	3,85	4,40	4,91	5,66
	2,73	3,22	3,80	4,33	4,96	5,60
m₄ = 927	2,34	2,60	3,28	3,72	4,31	4,84
	2,28	2,66	3,31	3,75	4,29	4,82
	2,28	2,75	3,28	3,84	4,19	4,85
	2,30	2,67	3,29	3,77	4,26	4,84

Цифры, выделенные жирным шрифтом в таблице, представляют собой средние значения: t_{cp}

9. Расчет результатов косвенных измерений(таблицы, примеры расчетов).

- Таблица ускорений:

Масса груза, г	1.риска, м/с ²	2.риска, м/с ²	3.риска, м/с ²	4.риска, м/с ²	5.риска, м/с ²	6.риска, м/с ²
m₁ = 267	0,062	0,047	0,034	0,025	0,018	0,015
m₂ = 487	0,126	0,089	0,065	0,048	0,037	0,030
m₃ = 707	0,188	0,135	0,097	0,075	0,057	0,045
m₄ = 927	0,265	0,196	0,129	0,099	0,077	0,060

Ускорение груза: $a = \frac{2h}{(t_{cp})^2}$ (где, h = 0,7 [м])

- Таблица угловых ускорений:

Масса груза, г	1.риска, рад/с ²	2.риска, рад/с ²	3.риска, рад/с ²	4.риска, рад/с ²	5.риска, рад/с ²	6.риска, рад/с ²
m₁ = 267	2,698	2,029	1,474	1,077	0,766	0,670
m₂ = 487	5,467	3,888	2,844	2,075	1,616	1,301

m₃ = 707	8,167	5,871	4,223	3,247	2,471	1,943
m₄ = 927	11,507	8,538	5,624	4,283	3,349	2,602

Угловое ускорение крестовины: $\varepsilon = \frac{2a}{d}$ (d = 0,046 [м] – диаметр ступицы)

- Таблица моментов сил:

Масса груза, г	1.риска, Н.м	2.риска, Н.м	3.риска, Н.м	4.риска, Н.м	5.риска, Н.м	6.риска, Н.м
m₁ = 267	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060
m₂ = 487	0,109	0,109	0,109	0,109	0,110	0,110
m₃ = 707	0,157	0,157	0,158	0,158	0,159	0,159
m₄ = 927	0,204	0,205	0,207	0,207	0,208	0,208

Момент силы натяжения нити: $M = \frac{md}{2}(g - a)$

Где, m ...[кг], d = 0,046 [м], g = 9,82 [$\frac{м}{с^2}$]

- Таблица расстояний и моментов инерции и момент силы трения:

п риски	R, м	R ² , м ²	I(метод наименьших квадратов), кг*м ²	M _{тр} (метод наименьших квадратов)Н.м
1	0,077	0,006	0,016	0,018
2	0,102	0,010	0,022	0,020
3	0,127	0,016	0,035	0,008
4	0,152	0,023	0,045	0,013
5	0,177	0,031	0,057	0,017
6	0,202	0,041	0,077	0,010

$$R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{1}{2}b$$

Где, l₁ = 57[мм] – расстояние первой риски от ось, l₀ = 25[мм] – расстояние между рисками, b = 40[мм] - размер утяжелителя вдоль спицы.

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

- Погрешность времени:

$$S_t = \sqrt{\frac{(t_1 - t_{cp})^2 + (t_2 - t_{cp})^2 + (t_3 - t_{cp})^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{(4.79 - 4.75)^2 + (4.74 - 4.75)^2 + (4.72 - 4.75)^2}{3.2}} \approx 0,021 (с)$$

$$\Delta t_1 = t_{\alpha,3} \cdot S_t = 4,30 * 0,021 \approx 0,090 (с)$$

$$\Delta t = \sqrt{(\Delta t_1)^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta t_{np}\right)^2} \approx 0,090 (с)$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{t_{cp}} * 100\% \approx 1,89\%$$

- Погрешность ускорения:

$$\begin{aligned} \circ \Delta a_1 &= \sqrt{\left(\frac{\delta a_{11}}{\delta h} * \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\delta a_{11}}{\delta t} * \Delta t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} * \Delta h\right)^2 + \left(\frac{(-2)*2*h*\Delta t}{t^3}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{2}{4.75^2} * 0.0005\right)^2 + \left(\frac{(-2)*2*0.7*0.09}{4.75^3}\right)^2} \approx 2.35 * 10^{-3} \text{ (м/с}^2\text{)} \\ \circ \varepsilon_a &= \frac{\Delta a}{a} * 100\% = \frac{2.35*10^{-3}}{0.062} * 100\% \approx 3.79\% \end{aligned}$$

• Погрешность углового ускорения: $\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{2*2h}{dt^2}$

$$\begin{aligned} \circ \Delta \varepsilon_1 &= \sqrt{\left(\frac{\delta \varepsilon_1}{\delta h} * \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\delta \varepsilon_1}{\delta d} * \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\delta \varepsilon_1}{\delta t} * \Delta t\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{4}{dt^2} * \Delta h\right)^2 + \left(\frac{4h*(-1)}{d^2 t^2} * \Delta d\right)^2 + \left(\frac{4*(-2)*h}{dt^3} * \Delta t\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{4}{0.046*4.75^2} * 0.0005\right)^2 + \left(\frac{-4*0.7}{0.046^2*4.75^2} * 0.0005\right)^2 + \left(\frac{4*(-2)*0.7}{0.046*4.75^3} * 0.09\right)^2} \\ &\approx 0.106 \text{ (рад/с}^2\text{)} \end{aligned}$$

• Относительная погрешность углового ускорения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \varepsilon_1}{\varepsilon_1} * 100\% = \frac{0.106}{2.698} * 100\% \approx 3.94\%$$

• Погрешность момента силы

$$\circ M = \frac{md}{2} (g - a) = \frac{md}{2} \left(g - \frac{2h}{t^2}\right); m = m_1 = 267 \text{ (г)}$$

$$\circ \Delta M_1 =$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{\left(\frac{\delta M_1}{\delta m} * \Delta m\right)^2 + \left(\frac{\delta M_1}{\delta h} * \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\delta M_1}{\delta g} * \Delta g\right)^2 + \left(\frac{\delta M_1}{\delta d} * \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\delta M_1}{\delta t} * \Delta t\right)^2} = \\ &\sqrt{\left(\left(\frac{-md}{t^2}\right) * \Delta h\right)^2 + \left(\left(\frac{md}{2}\right) * \Delta g\right)^2 + \left(\left(\frac{mg}{2} - \frac{mh}{t^2}\right) * \Delta d\right)^2 + \left(\left(\frac{(-2)dh}{t^3}\right) * \Delta t\right)^2 + \left(\frac{d}{2} \left(g - \frac{2h}{t^2}\right)\right)^2} \\ &\approx 0.000731 \text{ (Н * м)} \end{aligned}$$

$$\circ \varepsilon_M = \frac{\Delta M_1}{M} * 100\% = \frac{0.000731}{0.060} \approx 1.22\%$$

• Погрешности ΔI_0 и m_{ym} по методу наименьших квадратов на основе экспериментальных значений I и R^2

○ Найти средние значения всех экспериментальных точек:

$$\underline{R^2} = 0.021 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$\underline{I} = 0.042 \text{ (кг * м}^2\text{)}$$

○ Найти коэффициенты прямой по следующим формулам:

$$b = 4m_{yt} = \frac{\sum (R_i^2 - \underline{R^2})(I_i - \underline{I})}{\sum (R_i^2 - \underline{R^2})^2} = 1.703$$

$$a = I_0 = \underline{I} - b\underline{R^2} = 0.006$$

○ Рассчитать параметры D, d_i : $d_i = I_i - (a + b * R_i^2)$

$$\sum d_i^2 = 1.14 * 10^{-5}$$

$$D = \sum (R_i^2 - \underline{R^2})^2 = 8,66 * 10^{-4}$$

- Определить СКО коэффициентов a и b :

$$S_b^2 = \frac{1}{D} * \frac{\sum d_i^2}{n-2} = 0,0033(\text{кг}^2)$$

$$\rightarrow S_b = 0,0574 (\text{кг}) \rightarrow S_{m_{ym}} = \frac{S_b}{4} = 0.014$$

$$S_a^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\overline{R^2}}{D} \right) * \frac{\sum d_i^2}{n-2} = 5,125 * 10^{-7} (\text{кг}^2 * \text{м}^4)$$

$$\rightarrow S_a = 7 * 10^{-4} (\text{кг} * \text{м}^2)$$

- Для доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ находим границы доверительных интервалов коэффициентов по формуле :

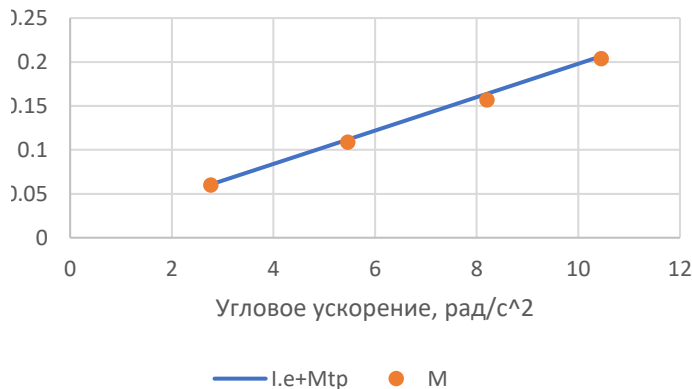
$$\Delta a = \Delta I_0 = 2S_a = 1.4 * 10^{-3}$$

$$\Delta m_{ym} = 2S_{m_{ym}} = 0.028$$

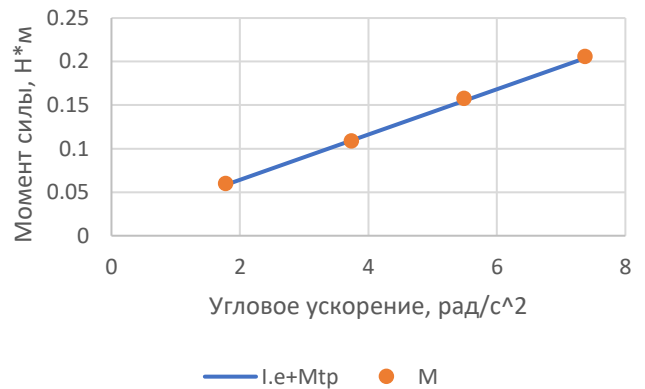
11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

$$M = I\varepsilon + M_{mp}$$

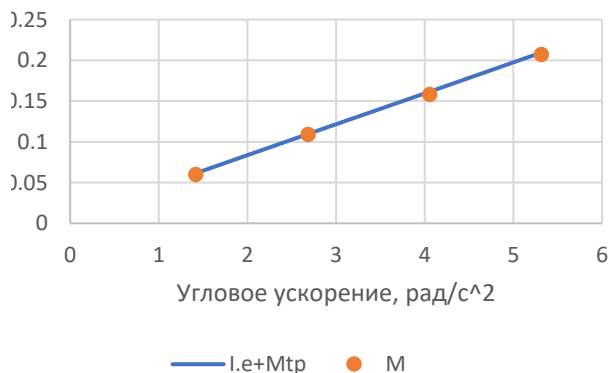
1.риска



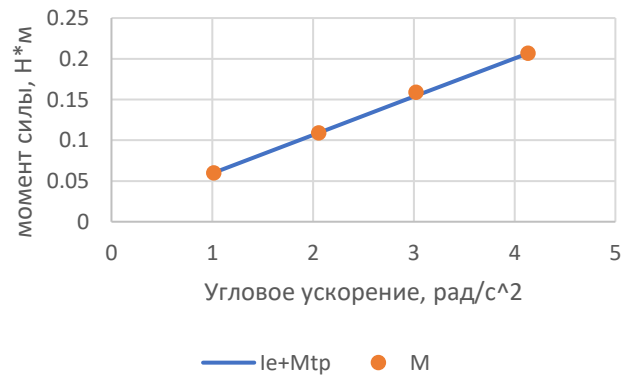
2.риска



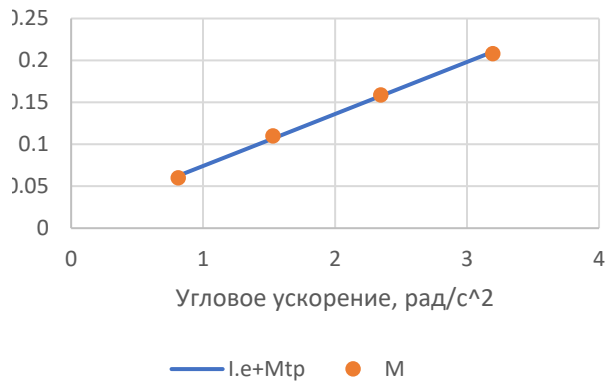
3.риска



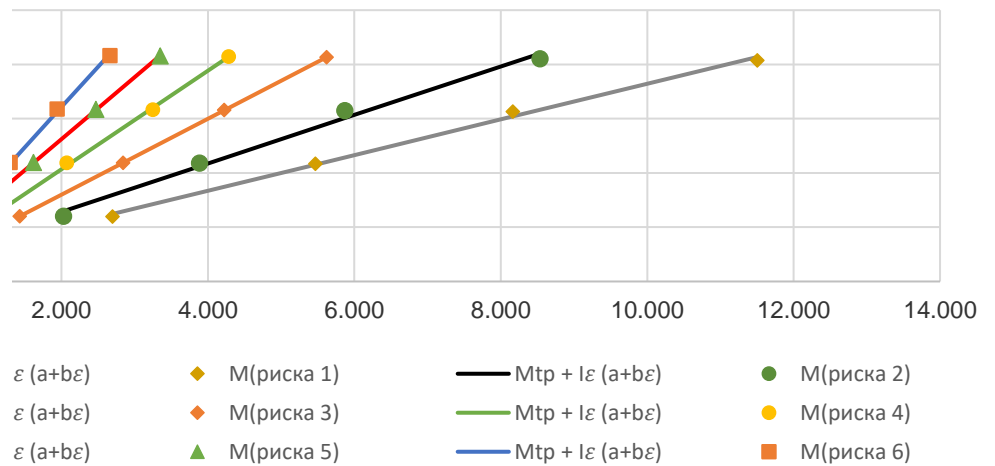
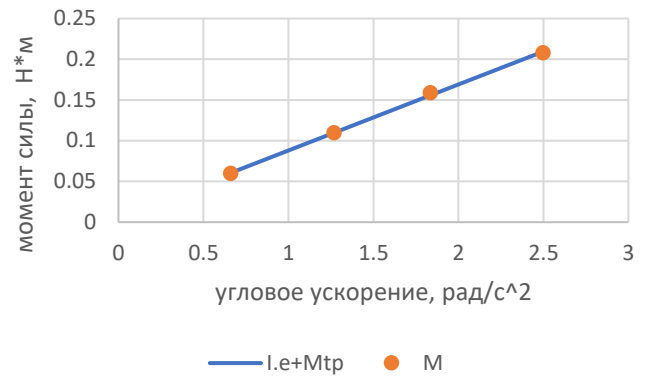
4.риска



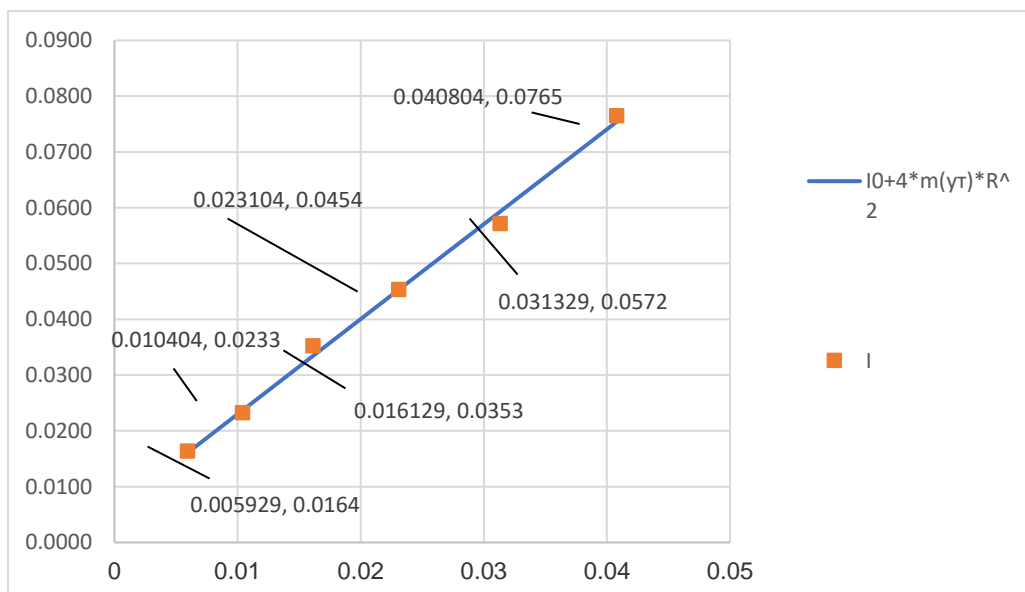
5.риска



6.риска



$$I = I_0 + 4m_{ym}R^2$$



12. Окончательные результаты.

$$m_{ym} = (425,75 \pm 28,7) \text{ (г)} ; \varepsilon_{m_{ym}} = 6.74\% ; \alpha = 0,95$$

$$I_0 = (0,006 \pm 0,0014) \text{ (кг * м}^2\text{)}; \varepsilon_{I_0} = 23.33 \% ; \alpha = 0,95$$

13. Выводы и анализ результатов работы

1) Основной закон динамики вращательного движения состоит в том, что момент силы равен произведению углового ускорения на момент инерции. Графики из п.11 демонстрируют линейную зависимость момента силы от углового ускорения, где коэффициентом наклона является момент инерции. Таким образом мы экспериментально подтвердили основной закон динамики вращательного движения.

2) Также мы подтвердили зависимость момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Последний график из п.11 показывает линейную зависимость момента инерции от квадрата расстояния от оси вращения до положения масс.