

## ВОПРОС №23

# ЯВЛЕНИЕ САМОИНДУКЦИИ. ИНДУКТИВНОСТЬ. ИНДУКТИВНОСТЬ СОЛЕНОИДА. ЗАКОН ОМА С УЧЁТОМ ЭФФЕКТА САМОИНДУКЦИИ.

### Явление самоиндукции

**Самоиндукция** — это явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении протекающего через контур тока. (Wikipedia)

При протекании электрического тока через контур создается магнитное поле, направленное перпендикулярно контуру и радиус-вектору (как их векторное произведение) к точке, в которой мы его исследуем. Если это магнитное поле влияет на суммарный магнитный поток (интеграл по площади по магнитному полю) в этом контуре, то по закону Фарадея в контуре изменение магнитного поля вызывает изменение тока, причем направленное в сторону уменьшения изменения (если бы это было бы наоборот, то это бы противоречило закону сохранения энергии, так как тогда мы получаем безграничный усилитель). Таким образом, самоиндукция "замедляет" изменение тока в системе. В аналогии с классической механикой самоиндукцию принято сравнивать с инерцией тел, где вместо тока — скорость, вместо индуктивности — масса.

### ИНДУКТИВНОСТЬ

**Индуктивность** (или **коэффициент самоиндукции**) — коэффициент пропорциональности между электрическим **током**, текущим в каком-либо замкнутом контуре, и полным **магнитным потоком**, называемым также **потокосцеплением**, создаваемым этим током через поверхность, краем которой является этот контур. (Wikipedia)

Индуктивность — численная характеристика самоиндукции, отношение полного магнитного потока (оно же потокосцепление), создаваемого током в контуре к силе этого тока. Т.о.

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (1)$$

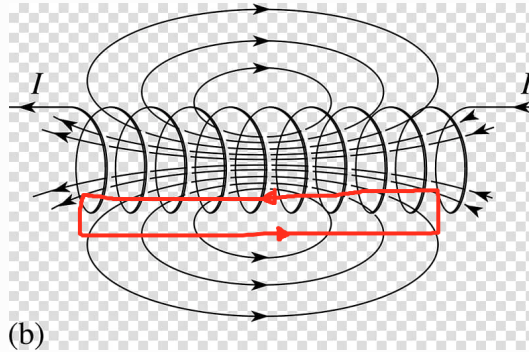
Возьмем произвольный контур с самоиндукцией. По закону Био-Савара-Лапласа создаваемое магнитное поле в любой точке будет прямо пропорционально протекающему через него току, и зависеть только от него и "геометрии" контура. Тогда и полный магнитный поток также прямо пропорционален току, и зависит только от параметров контура, что позволяет нам ввести коэффициент пропорциональности, постоянный для одного контура.

Несложно заметить, что индуктивность не может быть отрицательной, что прямо следует из закона сохранения энергии (см. объяснение выше).

Из закона Фарадея напрямую следует ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dI}{dt} \quad (2)$$

## Индуктивность соленоида



В первом приближении магнитное поле во всей катушке постоянно. Пусть оно равно  $E$ . Пусть катушка имеет длину  $l$ , кол-во витков на единицу длины —  $n$ , все витки —  $N = n \cdot l$ , площадь сечения —  $S$ . Возьмем прямоугольный контур вдоль края. По теореме о циркуляции:

$$\begin{aligned} \int B \, dl &= \mu_0 \sum I \\ lB &= \mu_0 \cdot NI = \mu_0 \cdot (nl)I \\ B &= n\mu_0 I \end{aligned} \quad (3)$$

По определению индукции:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{NBS}{I} = \mu_0 n^2 l S = \mu_0 n^2 V = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} \quad (4)$$

Если же у нас катушка заполнена диамагнетиком с магнитной проницаемостью  $\mu$ , то  $B$  изменится в  $\mu$  раз, и итоговая формула будет:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l} \quad (5)$$

## Закон Ома с учётом эффекта самоиндукции

Понятно, что в случае постоянного тока в простых схемах ток через небольшое время устанавливается в равновесие, и катушки практически не влияют на остальную схему, за исключением их паразитных сопротивлений. Таким образом, в первую очередь нас интересует переменный ток. Рассмотрим синусоидальное напряжение на катушке. Пусть у нас напряжение записывается в виде  $\vec{U} = U_0 e^{-i\omega t} = U_0 \cos(\omega t) + U_0 \sin(\omega t)$ . По формуле (2):

$$\begin{aligned} \varepsilon &= L \frac{dI}{dt} \\ U_0 e^{i\omega t} &= L \frac{dI}{dt} \\ \vec{I} &= \int \frac{U_0 e^{i\omega t}}{L} dt = \frac{U_0}{i\omega L} \cdot e^{i\omega t} = \frac{\vec{U}}{i\omega L} \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, импеданс катушки равен  $i\omega L$ . Импедансы могут также складываться, так что для, например, схемы с катушкой, сопротивлением и синусоидальным источником закон Ома может записываться как:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{R + i\omega L} = \frac{U_0 e^{-i\omega t}}{R + i\omega L} \quad (7)$$

, где  $R$  — суммарное сопротивление схемы. Реальным током будет вещественная часть