Теорема Гаусса. Поля и потенциалы систем, обладающих симметрией: заряженной сферы, однородного шара, прямой, плоскости, пары плоскостей.

Поток напряжённости через поверхность = $\sum E_n\Delta S$, где ΔS – маленький элемент площади, E_n – проекция электрического поля на направление, перпендикулярное ему. Теорема Гаусса: поток напряжённости электрического поля через любую замкнутую поверхность равен $4\pi kq = q/\varepsilon_0$, где q – суммарный заряд внутри этой поверхности.

На расстоянии r от точечного заряда q поле = kq/r^2, поток через сферу на этом расстоянии = x. В таком случае, раз поле симметрично, поле = $x/(4\pi r^2) = kq/r^2 \Rightarrow x = 4\pi kq$. Силовые линии непрерывны, => через другие поверхности поток тот же. Если зарядов несколько, поля от них складываются, а значит, и поток тоже.

Поле равномерно заряженной сферы снаружи равно полю от точечного заряда такой же величины. Сфера симметрична относительно центра, => поле тоже симметрично, как и от точечного заряда той же величины. Поле внутри сферы нулевое, т.к. в любой поверхности внутри неё зарядов нет, => и поток тоже нулевой.

С равномерно заряженным шаром, если смотреть поле снаружи, ситуация та же самая. Теперь рассмотрим поверхность внутри шара с радиусом r, меньшим радиуса шара R. Внутри этой поверхности содержится заряд qr^3/R^3, => поле = $(4\pi kqr^3/R^3):4\pi r^2 = kqr/R^3$.

Равномерно заряженная прямая симметрична относительно себя, => поле также симметрично, а значит, оно перпендикулярно прямой. Если описать вокруг прямой цилиндр радиуса r и длины l, поток будет = $2\pi rlE = 4\pi kl\sigma$, где σ – линейная плотность заряда прямой, => $E = 2\sigma k/r$.

Из соображений симметрии поле равномерно заряженной плоскости перпендикулярно ей. Опишем цилиндр высоты r, радиуса R, и поле будет пересекать только его «торцы»; тогда $2\pi ER^2 = 4\pi k{*}\sigma\pi R^2$ (σ – опять же, заряд на единицу площади), => $E = 2\pi k\sigma$.

В случае с двумя разноимённо заряженными плоскостями на расстоянии l друг от друга поле также перпендикулярно плоскостям. Если рассмотреть пространство снаружи, то, раз поле не зависит от расстояния, поля от двух пластин компенсируют друг друга, т.к. равны и направлены в противоположные стороны. Внутри же поля направлены в одну сторону, а значит, поле равно сумме полей от двух плоскостей, то есть $4\pi k\sigma$.