

האוניברסיטה העברית
הפקולטה למדעי הטבע
המחלקה לפיזיקה

שם הניסוי:

מעגלים

מאת:

ניר גבריאלוב

הדר שרביט

מדריכת המעבדה:

תמר פארן

תאריך הגשה:

29/03/2019

מבוא

1. תקציר הניסוי:

נתאר ניסוי זה בעזרת חלוקה ל-4 פרקים כמעט נפרדים לחלוטין, אשר כל פרק מהווה תת-ניסוי בפני עצמו, פרק 1 ידון במעגלים חשמליים פשוטים וחוק אוהם, פרק 2 במדידת התנגדות פנימית של מחולל אותות, פרק 3 במעגלי RC ופרק 4 במעגלי RLC.

2. חישוב שגיאות מדידה כללי:

עבור המדידה ה- i (A_i), כאשר N הוא מספר המדידות

2.1. חישוב ממוצע המדידות $\hat{\mu}$:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i \quad (A2.1)$$

2.2. חישוב סטיית תקן $\hat{\sigma}$:

$$\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (A_i - \hat{\mu})^2} \quad (A2.2)$$

2.3. שגיאה סטטיסטית:

$$\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} \quad (A2.3)$$

2.4. התקדמות שגיאות

$$\Delta f(\Delta \vec{x}) = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (A2.4)$$

פרק 1- מעגלים חשמליים בסיסיים

1. תקציר הניסוי

החלק הראשון של הניסוי יעסוק בחקר ואפיון התנהגות מעגלים חשמליים בסיסיים, תוך שימוש בדרכי מדידה שונות ולמידה עליהם. נמצא אופיין של נגד פשוט, נבחן חיבור נגדים בטור ובמקביל ונמדוד התנהגות מכשירי המדידה "בגבול היכולת" שלהם. תוצאות הניסוי תאמו במידה גבוהה את החוקים הבסיסיים המתארים התנהגות מעגלים חשמליים, הם חוק אוהם וחוקי קירכהוף.

2. רקע תיאורטי

2.1. חוק אוהם

חוק המציג קשר בסיסי ולינארי בין מתח, זרם והתנגדות חשמלית. קשר זה קושר בין ההתנגדות החשמלית ובין היחס בין המתח לזרם ומגדיר כי מנה זו היא גודל קבוע:

$$R = \frac{V}{I} \quad (B2.1)$$

2.2. חוקי קירכהוף:

2.2.1. חוק הזרמים

בכל "צומת" במעגל חשמלי סכום הזרם הנכנס שווה לסכום הזרם היוצא

$$\sum I_{in} = \sum I_{out} \quad (B2.2)$$

2.2.2. חוק המתחים

בכל מסלול סגור C במעגל סכום המתחים שווה ל-0

$$\sum_{V_i \in C} V_i = 0 \quad (B2.3)$$

2.3. חיבור נגדים

את ההתנגדות הכוללת שיוצרים נגדים שמחוברים בטור או במקביל חישבנו בהתאם לקשרים המתוארים במשוואות (2) ו (3)

2.3.1. בטור

$$R_{series} = \sum_i^n R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (B2.4)$$

2.3.2. במקביל

$$\frac{1}{R_{par}} = \sum_i^n \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (B2.5)$$

3. תיאור המערכת

3.1 מכשירים

3.1.1 מקור מתח

מקור המתח במערכת מפיק מתחים בעוצמה משתנה של 2.5 וולט או של 9 וולט בהתאם לצורך והיווה את מקור המתח היחיד במערכת.

3.1.2 רב מודד (M890G)

איתו מדדנו מתח חשמלי והתנגדות (פירוט שגיאותיו בנספחים)

3.1.3 אמפרמטר BECKMAN

איתו מדדנו זרם חשמלי (פירוט שגיאות בנספחים)

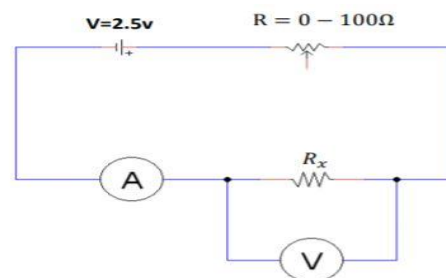
3.1.4 פוטנציומטר 0-100Ω

3.2 המעגלים החשמליים

משום שהמערכת מורכבת ממעגל חשמלי משתנה, נתאר להלן את המעגל החשמלי בכל שלבי הניסוי:

3.2.1 חלק א

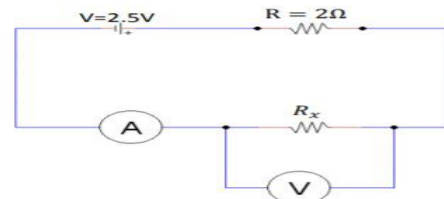
ספק DC במתח 2.5V מחובר ל-2 נגדים קבועים (R_x, R_y לא בתרשים, יחובר בטור ובמקביל ל R_x) , לנגד 100Ω (בטור לפוטנציומטר - לא בתרשים), לנגד פוטנציומטר בעל התנגדות משתנה 0 – 100Ω, לאמפרמטר ול-וולטמטר



תרשים 1 – מעגל חשמלי (חלק א)

3.2.2 חלק ג

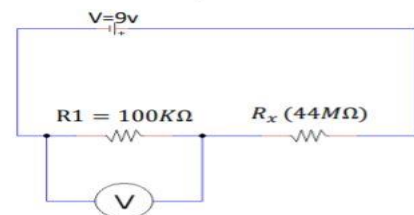
ספק DC במתח 2.5V המחובר לנגד R_x שישתנה בין נגד של 0.1Ω, לחוט "בונה" או לשני חוטי "בונה". נגד 100Ω (לא בתרשים), נגד 2Ω, אמפרמטר ו-וולטמטר.



תרשים 2 – מעגל חשמלי (חלק ג)

3.2.3 חלק ד'

ספק DC במתח 2.5V מחובר לנגדים $R_1 = 100K\Omega, R_x = 44M\Omega$ ול-וולטמטר



תרשים 3: חיבור המעגל חלק ד'

4. מהלך הניסוי

4.1. אופיין של נגד

1. חיברנו את המעגל שמתואר בתרשים 1, שינינו את התנגדות הפוטנציומטר ומדדנו את המתח שנופל על הנגד R_x ואת הזרם במעגל. בשלב בוא הגענו להתנגדות המקסימלית בפוטנציומטר $R_x = 100\Omega$ הוספנו נגד של 100Ω בטור לפוטנציומטר וביצענו את המדידות של המתח והזרם שנית.
2. חזרנו על המדידה בשינוי הקוטביות של ספק המתח, כלומר החלפנו בין הצד החיובי לשלילי
3. שרטטנו גרף $I(V)$, דהיינו, גרף שמציג את הזרם דרך הנגד כפונקציה של המתח הנופל עליו
4. חישבנו את ההתנגדות שהתקבלה מנתוני הגרף והשווינו אותה לזו שהתקבלה באמצעות ה-אוהממטר (במדידה הראשונית)

4.2. נגדים בטור ובמקביל

1. מדדנו בעזרת ה-אוהממטר את ההתנגדות של הנגד R_y
2. מדדנו את ההתנגדות של שני הנגדים R_x & R_y כאשר הם חוברים בטור ובמקביל והשווינו תוצאות אלה לתוצאות התיאוריה אליהן ציפינו בהתאם לנוסחאות (2) ו (3) המפורטות בסעיף 2.2

4.3. מדידת התנגדות נמוכה

1. כיוונו את מקור המתח ל-2.5 וולט ואת האמפרמטר למצב של זרם גבוה
2. מדדנו את ההתנגדות של חוט ה"בננה" בעזרת ה-אוהממטר
3. מדדנו את ההתנגדות של שני חוטי "בננה" המחוברים בטור
4. חיברנו את המעגל המתואר בתרשים 3 וביצענו מדידות של הזרם והמתח עבור נגד R_x שהשתנה בין נגד של 0.1Ω , חוט בננה ושני חוטי בננה מחוברים בטור

4.4. מדידת התנגדות גבוהה

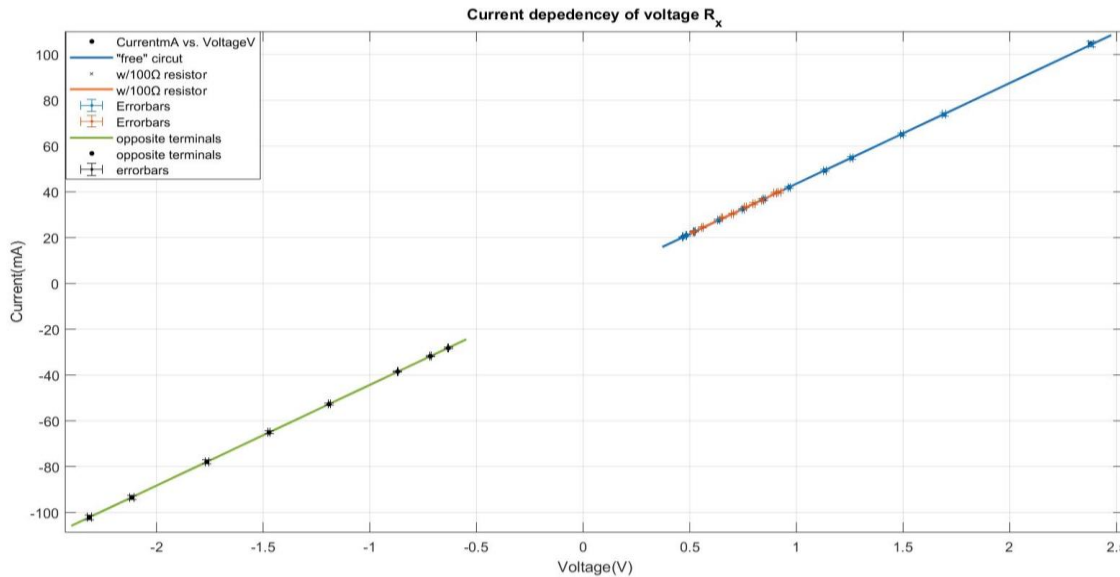
1. כיוונו את מקור המתח ל-9 וולט
2. מדדנו את ההתנגדות של נגד ה- $22M\Omega$ באמצעות ה-אוהממטר וחזרנו על המדידה עם שני נגדים המחוברים בטור
3. חיברנו את המעגל שמתואר בתרשים 3 ומדדנו את המתח הנופל על הנגד $R_1 = 100\Omega$ כאשר שני הנגדים בעלי התנגדות $22M\Omega$ מחוברים בטור ובמקביל
4. חיברנו מד מתח נוסף לנגד R_x ומדדנו את המתח הנופל על הנגד R_1

5. תוצאות הניסוי

5.1. אפיון של נגד –

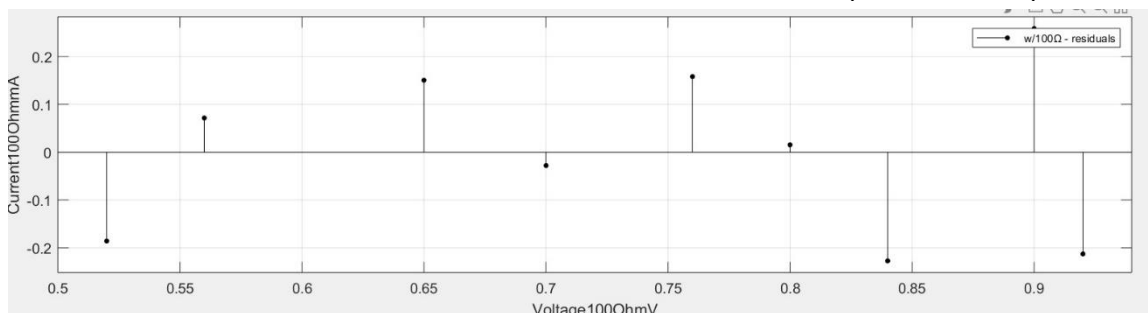
בחלק זה חיברנו נגד במעגל עם פוטנציומטר כפי שמתואר בתרשים 1 ומדדנו את הזרם העובר דרכו כתלות במתח הנופל עליו, כאשר שינינו נתונים אלו בעזרת הנגד המשתנה.

לפי **חוק אוהם** נצפה להתאמה לינארית $I = \frac{1}{R} V$. הגרף שהתקבל:



תרשים 4: זרם על R_x כתלות במתח בכחול כנגד היחיד במעגל, בכתום עם חיבור בטור לנגד 100Ω , בירוק אחרי היפוך הדקים

בגרף תלות פונקציונלית של הזרם העובר דרך הנגד R_x כתלות במתח הנופל עליו (משוואות ההתאמה בנספחים). בגרף יש שילוב של תוצאות מדידה מכמה "תתי ניסויים" שונים, אשר לכל אחד מהם ביצענו התאמה לינארית. הגרף בכחול מתאר מדידות שהתקבלו כאשר לא היה התנגדות נוספת במעגל, הגרף בכתום מתאר מדידות כאשר חובר בטור נגד נוסף של 100Ω והגרף בירוק מתאר את התוצאות לאחר היפוך הדקי מקור המתח. בתרשים 4 מתואר גרף השארים של ההתאמה השנייה (בכתום) לתוצאות עם הנגד הנוסף, ניתן לראות כי פיזור השגיאות אקראי והן קטנות ביחס לגדלי התוצאות (כ-2 סדרי גודל).



תרשים 4א: גרף שארים להתאמה של המדידות עם הנגד 100Ω

כזכור, ציפינו להתאמה לינארית לתוצאות אלו, בנוסף, כיוון ששיפוע הגרף תלוי

בהתנגדות R_x בלבד, עליו להיות זהה בכל קונפיגורציית מעגל. ניתן לראות בצורה איכותית מהגרף כי שני תנאים אלו מתקיימים. כעת, כדי לאמת בצורה נוספת את

התוצאות שהתקבלו נחלץ את ההתנגדות שהתקבלה לפי הגרפים ונשווה אותה לזו שנמדדה על הנגד באמצעות האוהמטר:

$$R_x(\text{Ohmmeter}) = 22.9 \pm 0.5 \Omega$$

$$\frac{1}{R} = \text{slope} \Leftrightarrow R_x(\text{blue}) = 22.75 \pm 0.05 \Omega,$$

$$R_x(\text{orange}) = 22.95 \pm 0.29 \Omega, \quad R_x(\text{green}) = 22.72 \pm 0.02 \Omega$$

נשקלל את שלושת התוצאות ונקבל:

$$R_x = 22.81 \pm 0.01 \Omega$$

כעת נשווה אותה לנתון שנמדד ע"י האוהמטר ונקבל התאמה של:

$$N\sigma = \frac{|22.81 - 22.9|}{\sqrt{(0.5)^2 + (0.01)^2}} \cong 0.18$$

מה שאכן מעיד על התאמה גבוהה מאוד בין הנתונים.

לסיכום, בחלק זה של הניסוי ביצענו מס' ניסויים ומדידות במעגל חשמלי בכדי לאפיין נגד לא ידוע. מיקמנו אותו ב-3 תנאים שונים במעגל ושינינו את תנאי המתח והזרם הנופלים עליו. בעזרת היחס בין שני גדלים בסיסיים אלו ובעזרת חוק אוהם $V = IR$ ידענו לבצע התאמה לינארית לתוצאות, שאכן התבררה כמדויקת, וחישבנו את התנגדות הרכיב. התוצאות שהתקבלו משלושת המעגלים השונים היו מאוד דומות, נסיק כי אין חשיבות גבוהה לתנאי המעגל בו ממוקם הרכיב אלא ליחס בין המתח והזרם מקומית על הנגד בלבד. בנוסף, לאחר השוואה לגודל ההתנגדות הידוע הנמדד בעזרת מכשיר האוהמטר קיבלנו התאמה טובה מאוד בין שתי התוצאות, כלומר שיטת מדידה זו היא מדויקת ואיכותית.

5.2. נגדים בטור ובמקביל –

בחלק זה אנו משתמשים בשני נגדים ידועים ומוודדים את התאמת התנגדותם הכוללת (בטור ובמקביל) למצופה מהחישובים התיאורטיים:

$$R_{\text{series}} = \sum_i R_i, \quad R_{\text{parallel}} = \left(\sum_i \frac{1}{R_i} \right)^{-1}$$

ראשית, ההתנגדות של הנגד הנוסף כפי שנמדדה באוהמטר היא:

$$R_y = 22.5 \pm 0.5 \Omega$$

התוצאות שהתקבלו הן:

כאשר חיברנו את שני הנגדים בטור מדדנו התנגדות $R_{\text{series}} = 45.2 \pm 0.7 \Omega$ לפי התיאוריה:

$$R_{\text{series}} = R_x + R_y = (22.9 \pm 0.5) + (22.5 \pm 0.5) = 45.4 \pm 1.0 \Omega$$

מידת ההתאמה בין הנתונים היא:

$$N\sigma = \frac{|45.2 - 45.4|}{\sqrt{(0.5)^2 + (1)^2}} \cong 0.18$$

כאשר חיברנו אותם במקביל ההתנגדות שנמדדה הייתה $R_{parallel} = 11.5 \pm 0.4 \Omega$

$$R_{parallel} = \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \right)^{-1} = 11.4 \pm 0.2 \Omega \text{ התיאוריה צופה:}$$

ומידת ההתאמה בין הנתונים שמתקבלת (בדומה לחישובים קודמים) היא 0.22.

בחלק זה, ציפינו לראות אימות ממשי בעזרת מכשירי המדידה לקשרים המתארים חיבור נגדים במעגל חשמלי. קשרים אלו, בסיסם בחוקי הפיזיקה המתארים מטען, שדה ופוטנציאל חשמלי, וחוקי קירכהוף הנובעים מהם. ביצענו מס' מדידות של התנגדות רכיב (בעזרת האוהמטר) כאשר שני הזנגדים הידועים מחוברים בטור ובמקביל. חישובנו את הגודל לו אנו מצפים לפי נוסחאות החיבור והשוונו לגודל שנמדד דה פקטו של הרכיב המשוקלל בעזרת האוהמטר. ואכן התוצאות שנמדדו היו התאימו בצורה איכותית (סטייה קטנה לפי החישוב) לקשר התיאורטי שהוצג המתאר תופעות אלו.

5.3. מדידת התנגדות נמוכה –

התנגדות חוט ה"בננה" הראשון כפי שנמדדה ב-אוהמטר היא

$$R_{b1} = 0.3 \Omega$$

התנגדות חוט ה"בננה" השני כפי שנמדדה ב-אוהמטר היא

$$R_{b2} = 1.0 \Omega$$

התנגדות שני חוטי ה"בננה" כאשר הם מחוברים בטור כפי שנמדדה ב-אוהמטר היא

$$R_{series} = 0.5 \Omega$$

נשים לי כי יש הבדל משמעותי בין תוצאות המדידה שהתקבלו לבין הקשר התיאורטי לו ציפינו. על פי התיאוריה ולפי נוסחה (2) ההתנגדות המצופה היא

$$R_{series} = R_{b1} + R_{b2} = 0.3 + 1.0 = 1.3 \Omega$$

בפועל, ההתנגדות קטנה ב- 260%. הסיבה לסטייה הגדולה היא ששגיאות המדידה במכשירים גדולות בהרבה מהערכים הנמדדים. בסעיף 4 תואר כי הסקאלה המינימאלית של מכשיר המדידה בו השתמשנו ($M890G$) היא 200Ω , ועל כן סביר שעבור התנגדויות קטנות מ- 200Ω (ובטח שעבור מדידות הקטנות ב 2 סדרי גודל מכך) יתקבלו אי דיוקים משמעותיים, כך שלמעשה אין משמעות למדידה.

להלן תוצאות מדידות המתח והזרם עבור נגד R_x משתנה

R_x	$V(mV)$	$I(mA)$
0.1Ω	95 ± 0.475	9 ± 0.090
Banana	160 ± 0.800	8.7 ± 0.087
2 Bananas	16.6 ± 0.083	8.3 ± 0.083

על ידי שימוש בחוק אוהם נוכל להגיע להתנגדות של R_x

$$0.1\Omega \rightarrow R_{measured} = \frac{95 \pm 0.475}{9 \pm 0.090} = 10.557 \pm 0.053\Omega$$

$$Banana \rightarrow R_{measured} = \frac{160 \pm 0.800}{8.7 \pm 0.087} = 18.392 \pm 0.092\Omega$$

$$2 Bananas \rightarrow R_{measured} = \frac{16.6 \pm 0.083}{8.3 \pm 0.083} = 2.000 \pm 0.010\Omega$$

לשם השלמות נפרט את מדדי N_σ , אם כי ברור שהמדדות סוטות לחלוטין (בסדר גודל) מהגדלים הרשומים על הנגדים ומהגדלים שנמדדו בעזרת ה-אוהממטר. סטייה זו מחזקת את הטענה שתוארה לעיל ואכן מבהירה עד כמה המדידות לא מדויקות. להלן מדידות N_σ בהשוואה למדידת ה-אוהממטר או להתנגדות הרשומה על הנגד:

$$0.1\Omega \rightarrow N_\sigma = \frac{|a - b|}{\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}} = \frac{|10.557 - 0.1|}{0.053} = 197.302 \gg 3$$

$$Banana \rightarrow N_\sigma = \dots = 196.585 \gg 3$$

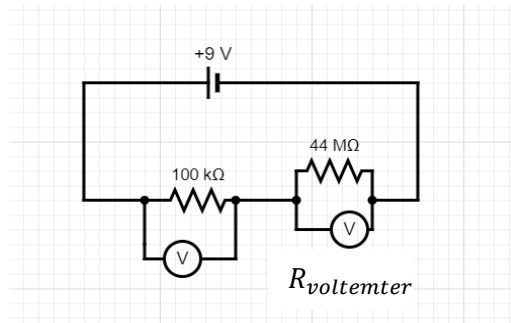
$$2 Bananas \rightarrow N_\sigma = \dots = 90.951 \gg 3$$

5.4. מדידת התנגדות גבוהה

בשלב זה של הניסוי חיברנו מעגל חשמלי במספר תצורות שונות הכולל נגדים בעל התנגדות גדולה, מיליוני אוהם, במעגל. ראשית ניסינו למדוד את התנגדות הנגדים האלו בעזרת מכשיר האוהמטר שברשותנו, אך בחיבור ישיר למכשיר הוא נכשל בלתת תוצאה להתנגדות נגד זה. ניסינו מספר שיטות, ביניהן לחבר לנגד נגדים ידועים אחרים במקביל אך גם בדרך זו לא הצלחנו להגיע לתוצאות חד משמעיות. התוצאה הקרובה ביותר התקבלה כאשר חיברנו את 2 נגדים של $22M\Omega$ במקביל אחד לשני (והנחנו שהתנגדותם אכן זהה) המכשיר הראה קריאה של $23.3M\Omega$. כיוון שחיבור בטור מעלה את ההתנגדות הכוללת לא הצלחנו למדוד את ההתנגדות בטור של שני הנגדים. אנו משערים, שבהינתן שאין מכשיר מדידה מדויק יותר, יש לחבר נגד זה במעגל, עם ספק מתח גדול ככל האפשר ולמדוד את ההתנגדות בעזרת חוק אוהם כפי שעשינו בחלק 1.

בשלב הבא חיברנו את המעגל כפי שמתואר בתרשים ומדדנו את המתח הנופל על הנגד R_1 . עבור כל אחד מהנגדים קיבלנו מתח דומה וכאשר חיברנו את שניהם בטור קיבלנו כי המתח הוא כמחצית מאשר כל אחד בנפרד (תוצאות מספריות בנספחים). זוהי תוצאה הגיונית כיוון שהגדלנו את ההתנגדות, ובכך את המתח הנופל על R_x , פי 2, לכן המתח הנופל על R_1 המחובר אליו בטור יקטן פי 2. אח"כ חיברנו וולטמטר נוסף במקביל לנגד R_x כפי שמתואר במעגל האפקטיבי בתרשים 6. כתוצאה מכך, כל מדידות המתח על הנגד R_1 גדלו משמעותית (פי 5 בערך) מאשר אלו שהיו לפני כן. התנגדותו של וולטמטר היא גדולה מאוד, אך סופית, וכאשר חיברנו אותו במקביל לנגד עם ההתנגדות הגבוהה, אפקטבית גרמנו להקטנת ההתנגדות בחלק זה מכך שכעת יש חיבור נגדים במקביל, מה שראינו כי מקטין את ההתנגדות הכוללת. התנגדותו של הנגד R_x הינה גבוהה מספיק בכדי לגרום לכך שחלק מהזרם במעגל יעבור דרך הוולטמטר ובכך לשנות את נפילת המתח עליו.

ובכך גרמנו בעצם למעגל להיראות אפקטיבית כמו בתרשים 6 כאשר הוולטמטר מתפקד כמו נגד נוסף המחובר במקביל ל R_x



תרשים 5: מעגל אפקטיבי לאחר חיבור הוולטמטר

בחלק זה הראינו כי יכולת המדידה של המכשירים הינה סופית, כלומר הם אינם יכולים למדוד כל רכיב. גבול יכולתם נקבע בעיקר ע"י התנגדותם הפנימית המכריעה עד כמה מינימלית השפעתם על מעגלים תהיה.

6. דיון ומסקנות

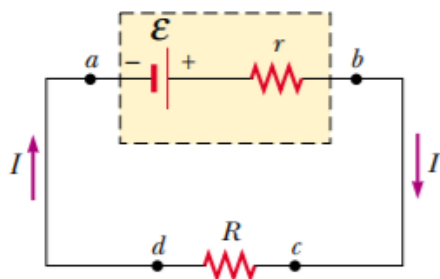
הקשר הבסיסי, חוק אוהם (2.1), תאם היטב את תוצאות המדידה אשר התקבלו בניסוי. תוצאות אפיון הנגד הראו כי אכן התלות בין המתח לזרם עליו הינה ליניארית, ותלויה אך ורק בהתנגדותו. גם כאשר הוספנו רכיבים למעגל, או הפכנו את הדקי מקור המתח עדיין הקשר נותר אותו ישר לינארי בשיפוע הופכי להתנגדותו. חיבור נגדים תאם כמעט לחלוטין את המצופה מהתיאוריה עם הפרש קטן מאוד (לפי N_σ) בין החישובים הנובעים מהתיאוריה לבין התוצאות שהתקבלו. עבור החלקים של התנגדות נמוכה מאוד וגבוהה מאוד, ראינו כי לא הצלחנו להגיע למדידות רלוונטיות בסדרי גודל אלה עם מכשירי המדידה בהם השתמשנו. התוצאות שהתקבלו רחוקות מאוד מהחישוב הרלוונטי ואין להן משמעות כלל.

פרק 2 – התנגדות פנימית של מחולל

1. תקציר הניסוי

בפרק זה של הניסוי נרצה לברר התנהגות המתח היוצא מהמחולל במצבים שונים. בחלק הראשון הנחנו כי ספק המתח הינו אידיאלי, כלומר ללא התנגדות פנימית כלל, ואכן הגענו לתוצאות איכותיות. בחלק זה, אנו משתמשים במחולל אותות כספק מתח, ונרצה לבדוק כיצד הוא מתנהג ככזה במעגל זרם ישר. התוצאות מעידות כי התייחסות אליו כספק אידיאלי תביא אותנו לסתירה לרקע התיאורטי ולתוצאות פרק 1 בניסוי ומצאנו את ההתנגדות הפנימית של המחולל אשר "מתקנת" את הנתונים.

2. רקע תיאורטי



תרשים 6: כא"מ במעגל חשמלי

נתבסס שוב על חוק אוהם, אך נבין כי לכל מכשיר היוצר פוטנציאל חשמלי במעגל קיימת התנגדות פנימית כלשהי, כך שהוא מתפקד במעגל כמקור מתח המחובר בטור לנגד, המייצג את ההתנגדות הפנימית, כפי שמתואר בתרשים 6. כתוצאה מכך הפרש המתחים אשר המכשיר מספק שווה לכוח האלקטרו מניע (זה שיוצר את השדה החשמלי) פחות המתח הנופל על ה"נגד הפנימי". כלומר, לפי חוק אוהם

$$\Delta V = V_0 - IR_{source} \quad (C2.1)$$

3. תיאור המערכת

3.1 מכשירים

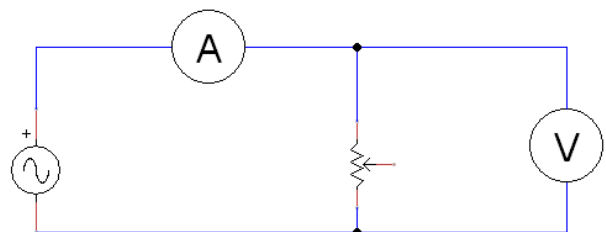
3.1.1 מחולל אותות.

ע"י הוספת ערך קבוע הגדול בהרבה ממשרעת גל הסינוס תפקד כמקור מתח ישר במעגל.

3.1.2 מכשירי מדידה ופוטנציומטר זהים לפרק 1

3.2 תיאור המעגל

מחולל אותו AC מחובר בטור לנגד משתנה 0-100Ω, וולטמטר ואמפרמטר במעגל.



תרשים 7: תצורת המעגל

4. מהלך הניסוי

- 4.1. חיברנו את המחולל למעגל כפי שמתואר בתרשים 7. בעזרת הנחתת משרעת זרם החילופין והוספת ערך קבוע גרמנו למחולל לתפקד אפקטיבית כמקור זרם ישר.
- 4.2. שינינו את התנגדות הנגד המשתנה, מדדנו התנגדותנו בעזרת אוהםמטר חיצוני ואז מדדנו את המתח והזרם במעגל.
- 4.3. חזרנו על שלב 2 מספר פעמים
- 4.4. מדדנו את המתח שמוציא המחולל באופן ישיר ללא חיבור למעגל

5. תוצאות הניסוי

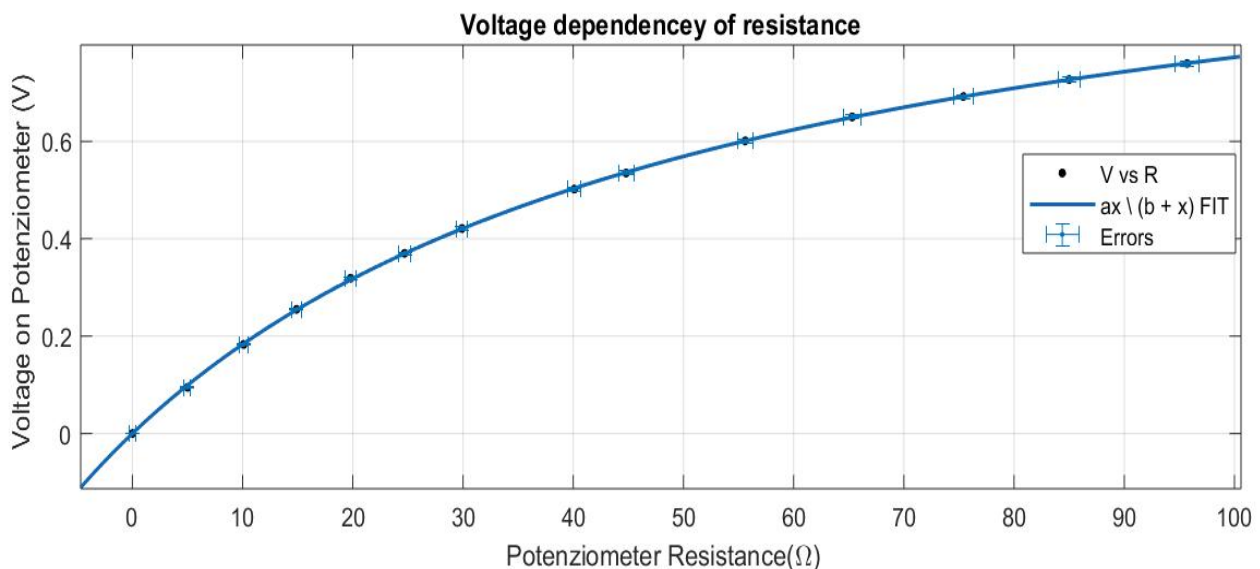
חיברנו מעגל חשמלי עם מחולל ונגד משתנה כפי שמתואר בתרשים 4. לכאורה, נצפה כי המחולל, מקור המתח היחיד במעגל, מוציא מתח קבוע כך שהמתח על הנגד אינו משתנה כתלות בהתנגדות (חוק אוהם). אבל, לכל מקור מתח קיימת התנגדות פנימית כלשהי, כך שאפקטיבית נוצר מעגל בו יש הפרש פוטנציאלים V_0 ו "נגד" פנימי המחובר בטור לפוטנציומטר. כלומר לפי חוק אוהם:

$$V_0 = IR_{tot} = I(R_{poten} + R_{gen}) \Rightarrow IR_{poten} = V_{poten} = \frac{V_0 R_{poten}}{R_{poten} + R_{gen}} \quad (C5.1)$$

כאשר R_{gen} ההתנגדות הפנימית ו- R_{poten} התנגדות הנגד המשתנה. בנוסף נובע מקשר זה כי בגבול בו ההתנגדות החיצונית גדולה משמעותית מהתנגדות המחולל, כלומר $\frac{R_{gen}}{R_{poten}} \rightarrow 0$

$$V_{poten} = V_0$$

מתקיים $V_{poten} = V_0$ מתח על הפוטנציומטר במעגל כתלות בהתנגדות:

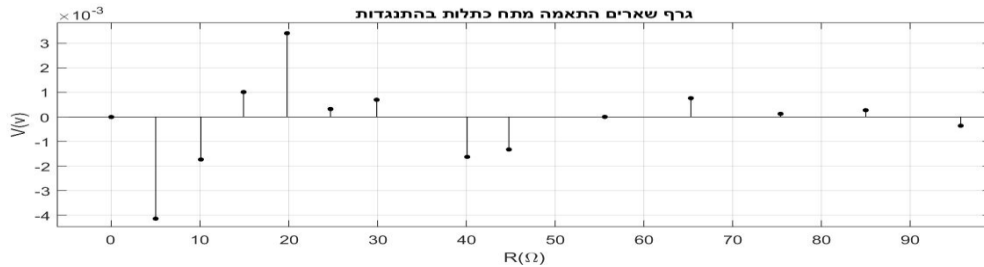


תרשים 8: גרף מתח על הפוטנציומטר כתלות בהתנגדות

בגרף מתואר הקשר בין המתח הנופל על פוטנציומטר כתלות בהתנגדות שלו, כאשר מדדנו דגימות שונות של המתח במעגל עבור התנגדויות שונות. לתוצאות שהתקבלו ביצענו את ההתאמה הבאה:

$$f(x) = \frac{ax}{b+x} \quad a = 1.202 \pm 0.005 \text{ V}, b = 55.64 \pm 0.5 \Omega$$

כפי שמתואר בגרף השארים (תרשים 9) ההתאמה מתארת היטב את הקשר בין התוצאות, כאשר השארים אקראיים וקטנים בכ-2 סדרי גודל מהתוצאות, אינדקציה נוספת היא פרמטר $R\text{-square} = 0.995$.



תרשים 9: גרף שארים להתאמה שבגרף תרשים 8

כעת לפי משוואה C5.1 נוכל לחלץ מתוצאות ההתאמה את הקבועים במערכת:

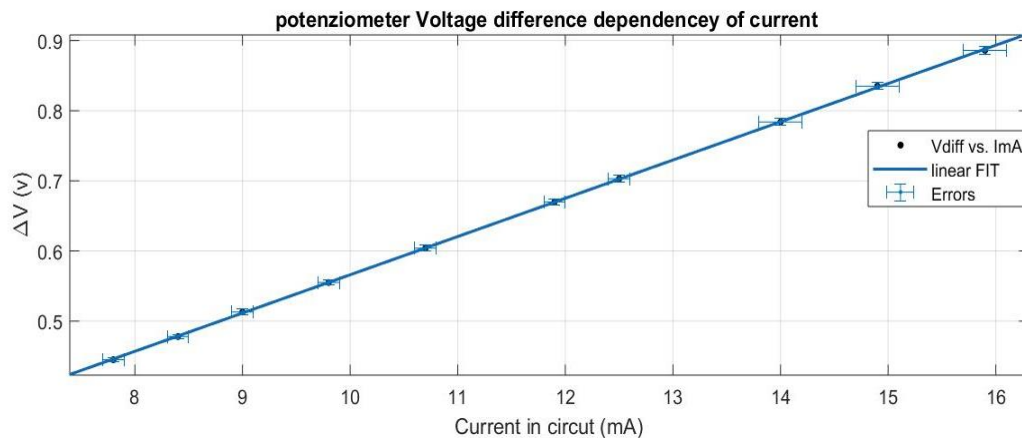
$$V_0 = a = 1.202 \pm 0.005 \text{ V}, R_{gen} = b = 55.64 \pm 0.50 \Omega$$

בנוסף, ניתן לראות כי ככל שמגדילים את ההתנגדות החיצונית המתח מתקרב לערך קבוע והתנגדות המחולל פחות משפיעה כמצופה. מדדנו בעזרת וולטמטר את המתח היוצא ישירות מהמחולל V_0 . כיוון שהתנגדות הוולטמטר גדולה משמעותית מההתנגדות הפנימית ($\sim 10^7 \Omega$), לפי נתוני יצרן, לעומת $\sim 10^2 \Omega$) בעת חיבור הוולטמטר ישירות מתקיים הגבול המתואר ואפקטיבית נמדד המתח ללא התחשבות בהתנגדות המחולל. לפי מדידה זו התקבל $V_0 = 1.205 \pm 0.007$, המרחק בין התוצאות שחולצו מהגרף לגודל זה הוא 0.35 לפי מדד N_σ , מה שמהווה חיזוק נוסף להתאמה שביצענו.

את ערך ההתנגדות הפנימית בדקנו בצורה נוספת. קשר נוסף אליו ניתן להגיע ממשוואה C5.1 הוא

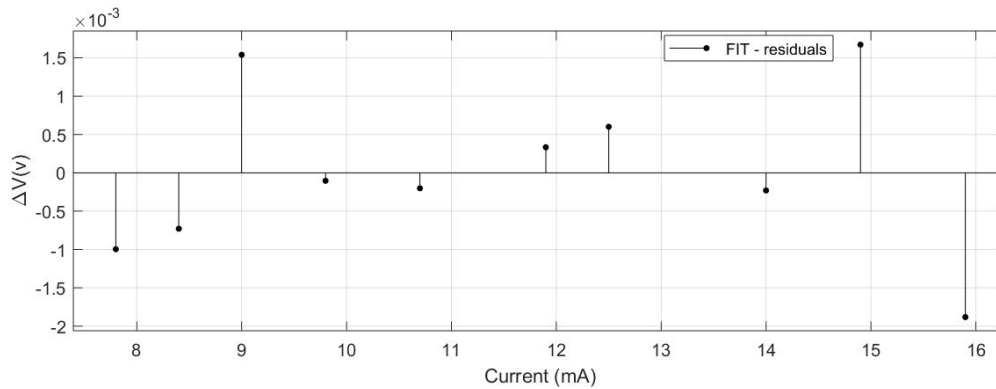
$$V_0 - IR_{poten} = IR_{gen} \Rightarrow \Delta V = IR_{gen} \quad (C5.2)$$

מדדנו את המתח והזרם על הפוטנציומטר במס' דגימות בהן הייתה התנגדות שונה של הפוטנציומטר, החסרנו תוצאות המתח ממתח המקור V_0 כפי שחושב. התוצאות שהתקבלו מתוארות בגרף הבא:



תרשים 10: הפרש בין מתח על הפוטנציומטר למתח מקור כתלות בזרם

בתרשים מתואר הפרש המתחים בין מתח המקור למתח על הפוטנציומטר כתלות בזרם העובר בו. ביצענו התאמה לינארית לתוצאות (כפי שציפינו לפי משוואה 5.2) ואכן התקבלה התאמה איכותית, לפי גרף השארים שבתרשים 11 ונתון $R\text{-square} = 0.999$.



תרשים 11: גרף שארים להתאמה $\Delta V = IR_{gen}$

משוואת ההתאמה שהתקבלה

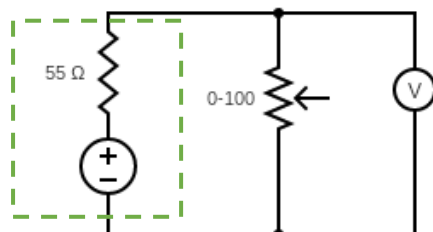
$$\Delta V = aI + b, a = 54.55 \pm 0.22\Omega, b = 0.020 \pm 0.002V$$

כלומר, כתוצאה ממשוואה C5.2, לפי תוצאות אלו $R_{gen} = 54.55 \pm 0.22\Omega$, גודל זה מתאים במידה סבירה לגודל ההתנגדות שנמדד לפי השיטה הראשונה בפרק זה, שכן מתקבל שהמרחק ביניהם הוא $N_\sigma = 1.99$.

6. דיון ומסקנות

בחלק זה, קיבלנו בתחילה תוצאות שנראו מחזרות, כלומר, איך יכול להיות שמתח על נגד משתנה כתלות בהתנגדותו? זוהי תוצאה שהרי מנוגדת לחוק אוהם, אותו גם ראינו "בפעולה" בפרק 1 של הניסוי. אך כאשר חקרנו לעומק, הבנו כי ישנו עוד משתנה בבעיה חוץ ממקור מתח אידיאלי ונגד משתנה, זוהי ההתנגדות הפנימית של המחולל. כפי שראינו בתוצאות, כאשר התחשבנו גם בהתנגדות זו, ושינינו את ההתאמה לה אנחנו מצפים, אכן קיבלנו תוצאות שמניחות את הדעת. אפקטיבית, כפי שראינו ברקע התיאורטי, למתח היוצא מהמחולל ישנה תופעת לוואי של התנגדות פנימית, אשר ניתן לתאר כנגד המחובר בטור למעגל. בתרשים 12 תיארנו את המעגל

האפקטיבי שנוצר בניסוי, על גדליו ומרכיביו, כאשר המחולל מיוצג ע"י מקור מתח ונגד, בתוך הקו המקווקו.



תרשים 12: מעגל אפקטיבי, המחולל תחום בקו המקווקו

1. תקציר

בחלק זה של הניסוי נחקור את התנהגותו של מעגל RC – נבדוק מה הם קבועי הזמן של מעגל עבור טעינה ופריקה של קבל בעזרת הסקופ ומחולל האותות. התוצאות תאמו במידה רבה את המודל התיאורטי הכללי, המתאר מד"ר על המתח במעגל, אשר תוצאתו האינטואיטיבית היא דעיכה אקספוננציאלית של המתח במעגל, כתוצאה מפריקת הקבל על הנגד.

2. רקע תיאורטי

המתח על הקבל נתון על ידי $V_c = \frac{Q}{C}$. מחוקי קירכהוף נקבל את הקשר הבא:

$$V = V_r + V_c = IR + \frac{Q}{C} \quad (D2.1)$$

כמו כן ידוע הקשר בין הזרם למטען על הקבל:

$$I = \dot{Q} \quad (D2.2)$$

על ידי הצבה של (2) ב (1) נקבל את המשוואה הדיפרנציאלית:

$$\dot{Q} + \frac{1}{RC}Q - \frac{V}{R} = 0 \quad (D2.3)$$

קיבלנו מד"ר לינארית אשר פתרונה הוא:

$$Q(t) = C_1 + C_2 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (D2.4)$$

בהינתן תנאי התחלה על סך המטען שאינו אפסי

$$t_0 = 0, \quad Q(t_0) = Q(0) = Q_0 \quad (D2.5)$$

או בהינתן תנאי התחלה אפסי

$$t_0 = 0, \quad Q(t_0) = Q(0) = 0 \quad (D2.6)$$

נקבל לבסוף את הקשר (בהתאמה עבור תנאי התחלה 5.1 ו 5.2)

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (D2.7)$$

$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (D2.8)$$

בגלל שהמתח והמטען פרופורציוניים, הקשרים עבור המטען נכונים עבור המתח, כך שלבסוף נקבל:

$$V_R(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (D2.9)$$

$$V_C(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (D2.10)$$

נציין כי נוסחה (7.1) מייצגת את המתח על הנגד בזמן טעינת הקבל ואילו נוסחה (7.2) מייצגת את המתח על הקבל בזמן טעינתו, ומכאן הסימונים V_R , V_C . באופן שקול, נוסחה (7.1) מייצגת פריקה של קבל ונוסחה (7.2) מייצגת טעינה של קבל

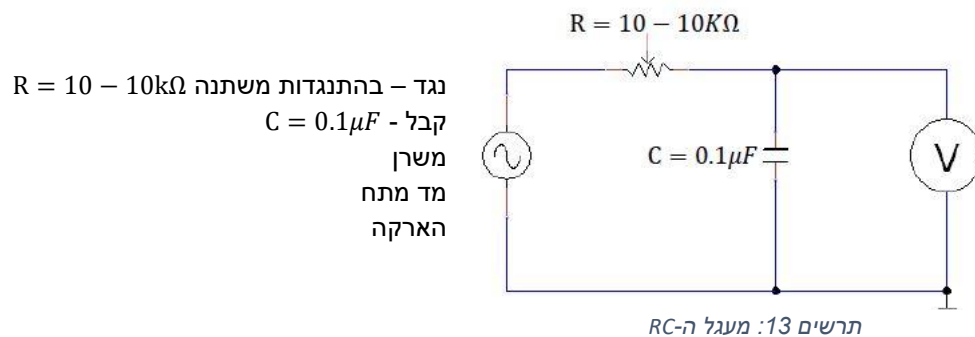
3. תיאור המערכת

3.1 מכשירים

ELC-133A : שימש למדידות הקבל

Range	200pF~10mF
Accuracy	100\120\1 KHz: $\pm 0.7\%rdg + 3dgt$ 10KHz: $1.5\%rdg + 5dgt$
Resolution	0.01pF – 0.01mF

3.2 תיאור המעגל



3.3. מהלך הניסוי

חיברנו מעגל כמתואר בתרשים והשתמשנו במחולל האותות בתצורה של גל ריבועי (על מנת שהקבל יטען ויפרק באופן מחזורי). לאחר שמדדנו את התנגדות הנגד על ידי אוהם-מטר, כיוונו את תדר המחולל לתצוגת הסקופ עד שראינו פריקה על המסך. על מדידה זו חזרנו מספר פעמים עבור ערכים שונים של התנגדות בטווחים שבין $1k\Omega - 10k\Omega$, במטרה לאפיין את ההשפעה של התנגדות המערכת על זמן הפריקה\טעינה של הקבל.

4. תוצאות הניסוי

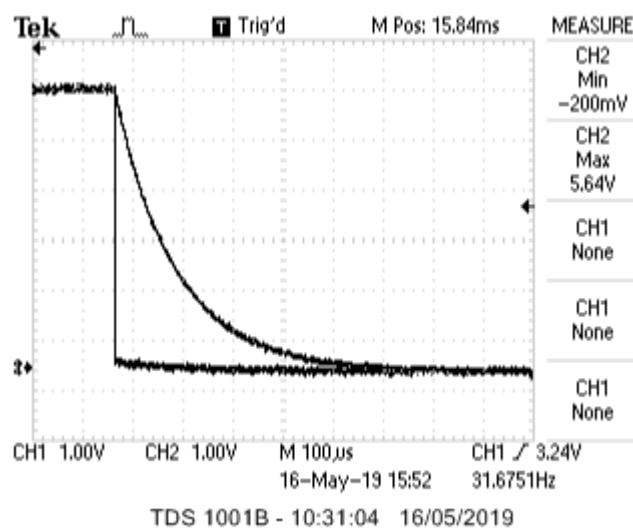
הרכבנו את המעגל המתואר בתרשים כאשר נתוני המערכת הם:

*שגיאות מדידה בהתאם להוראות יצרן

קבל	$0.089 \pm 6.26 \cdot 10^{-3} \mu F$
נגד משתנה	$\sim 1k\Omega - \sim 10k\Omega$
התנגדות מחולל	$55 \pm 1\Omega$

מתוך הקשר שהתקבל בנוסחה (7.1), נצפה לגרף דעיכה לוגריתמי עם פקטור דעיכה $-\frac{1}{RC}$. לאחר ניתוח המדידות, אכן התגלה הקשר הלוגריתמי הנ"ל. נציג מדידה עבור התנגדות $R = 1.23k\Omega$.

כאשר התמקדנו בפריקת הקבל, הוצג על מסך הסקופ התרשים הבא:

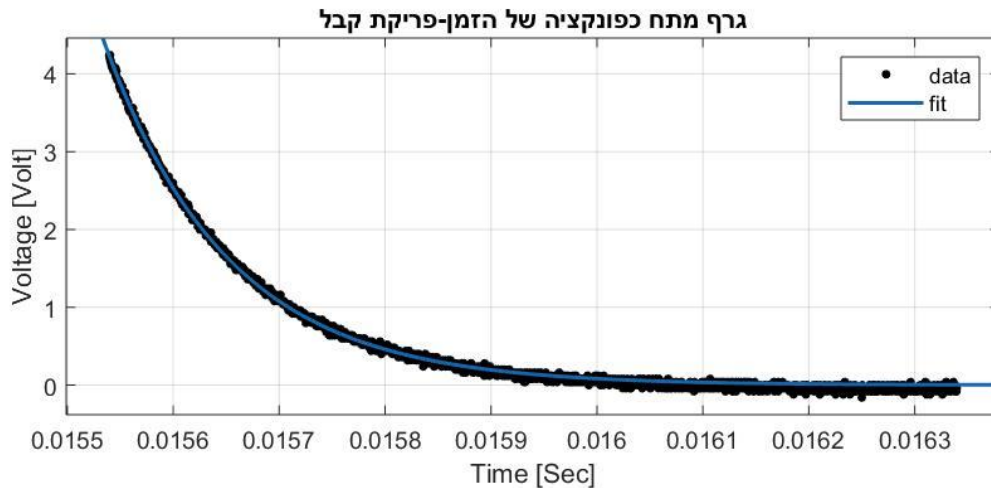


תרשים 14: תצוגת הסקופ עבור פריקת קבל

גרף המדרגות מציג את המתח שיוצא מערוץ 2 של הסקופ. זהו מתח שיוצא מן הסקופ ולא עובר ישירות דרך המעגל. משום שכיוונו את המתח להיות בתדר ריבועי, נצפות הקפיצות שנראות

בבירור בתרשים. הגרף השני מציג את המתח שיוצא מערוץ 1 של הסקופ. זהו מתח שעובר דרך המערכת ועל כן דועך בצורה שהתבררה כ-מעריכית בהגיעו לקבל. בחלק זה של הניסוי חקרנו את אופי הדעיכה של גרף זה. לאחר שייצאנו את המידע שהוצג על הצג, קיבלנו גרף המתאר את הקשר -

להלן גרף המתח כפונקציה של הזמן במעגל RC עבור מדידה מסוימת - נגד $R = 1.23k\Omega$



תרשים 15: גרף פריקת קבל $V(t)$

התייחסות לשגיאות המדידה נובעת מחישוב הרעש במדידות, כלומר, קפיצות ה"מדרגה" בין מדידה למדידה, אשר נשמרו אחידות וגילמו למעשה את שגיאת הסקופ. שגיאות אלה מגדירות את טווחי ה error bars. הלכה למעשה, טווחי השגיאה התבררו כקטנים מאוד ביחס לתוצאות במדידה (בסדרי גודל) ועל כן לא ניתן היה להציגם בגרף המתואר לעיל בצורה אינפורמטיבית. עם זאת, נציין את שגיאות המדידה כפי שנמדדו:

$\Delta t \cong \pm 4 \cdot 10^{-7} [Sec]$	שגיאה במדידת זמן
$\Delta V \cong \pm 4 \cdot 10^{-2} [Volt]$	שגיאה במדידת המתח

התלות הפונקציונלית של הדעיכה מתאימה לתלות אקפוננציאלית מהצורה ae^{bx} כך ש $a > 0$, $b < 0$

מההתאמה שהתקבלה ב MATLAB אכן התגלה הקשר הנ"ל כמתאים זאת עבור הקבועים:

$$a = 6.695 \cdot 10^{57} \pm 1.202 \cdot 10^{56} [Volt], b = -8476 \pm 11.5 \left[\frac{1}{\Omega Farad} = s^{-1} \right]$$

נשים לב שתלות זו מתאימה, כפי שצפינו, לתלות המתוארת במשוואה (7.1). כעת נוכל לדון בטיב ההתאמה על ידי השוואה בין הגדלים כפי שהם נמדדו מראש וכפי שהם התגלו מתוך התלות הניסיונית. נחשב אם כך מדד N_σ עבור הגודל RC

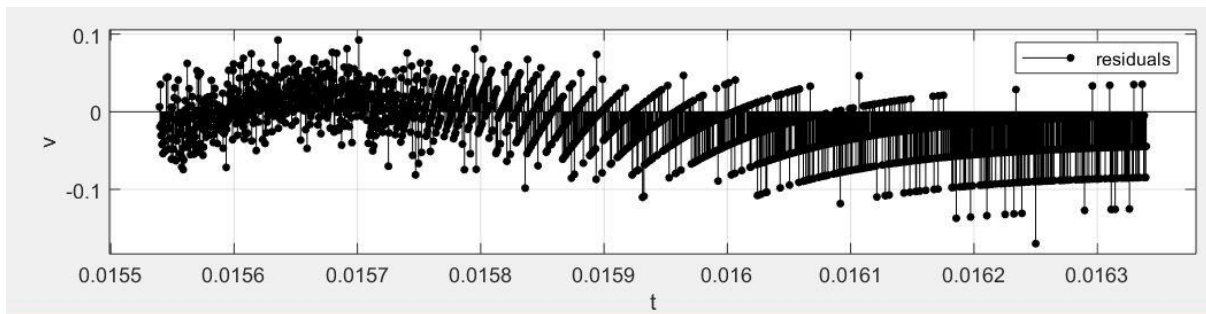
$$-\frac{1}{RC} = b \Rightarrow RC = -\frac{1}{b} \Rightarrow RC = -\frac{1}{-8476 \pm 11.5} \\ \cong 1.1798 \cdot 10^{-4} \pm 3.201 \cdot 10^{-7} [\Omega Farad = sec]$$

במקביל, נוכל לחשב את RC ישירות מן נתוני המערכת ולקבל

$$RC = (1230 \pm 9.225) [\Omega] \cdot (0.089 \cdot 10^{-6} \pm 6.26 \cdot 10^{-9}) [Farad] \cong 1.0947 \cdot 10^{-4} \pm 8.524 \cdot 10^{-6} [sec]$$

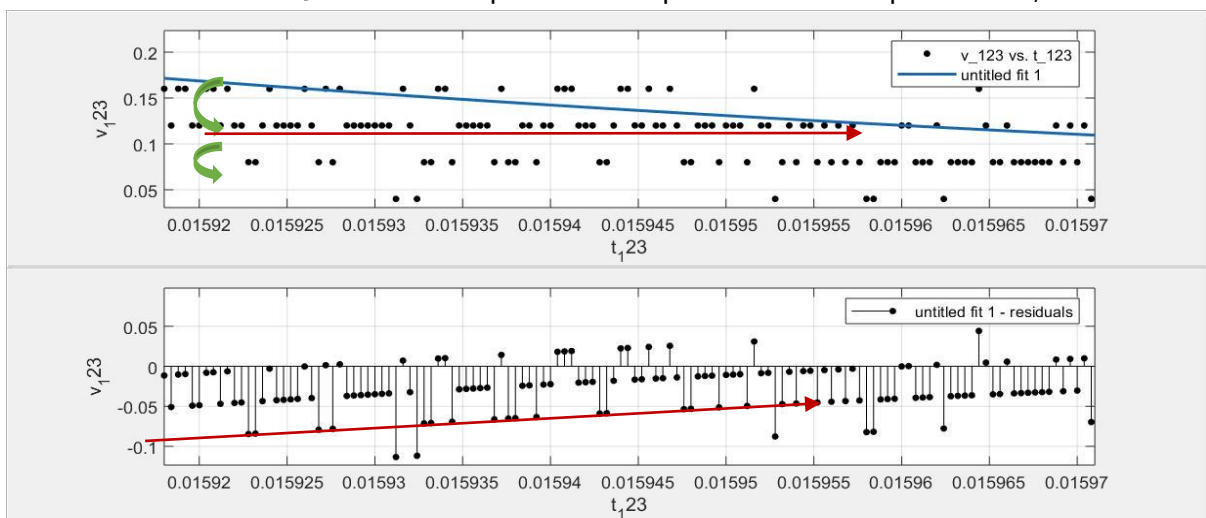
כך מתקבל $N_\sigma \cong 0.997$ משמע הדיוק שהתקבל מתאים בצורה טובה לתיאוריה.

בנוסף למדד N_σ , נציג גרף שארים המתאר את סטיית המדידות מההתאמה



תרשים 16: גרף שארים לפריקת קבל $V(t)$

נשים לב לאקראיות המדידות – באופן כללי, לא נצפית מגמה ספציפית המתארת את התפלגות המדידות ואת המרחק של כל מדידה מן התיאוריה עבור כל הזמנים שקודמים ל $t = 0.0159s$ עם זאת, נראית מגמת עלייה\ירידה הדרגתית עבור מדידות שלאחר $t = 0.0159s$. ההסבר לכך הוא בשגיאת המכשיר – כאשר מסתכלים בקירוב על כל המדידות שבטווחים אלה, ניתן לראות שהמדידה מעוגלת כלפי מעלה או מטה באופן כזה שיוצר קפיצה בין המדידות שעוגלו מעלה לבין אלה שעוגלו מטה. קפיצה זו יוצרת את השגיאה ההדרגתית שנצפית בגרף השארים. נמחיש זאת בתרשים הבא, בו מוצג גרף השארים לצד גרף המדידות בקירוב באזור "בעייתי" מסוים:

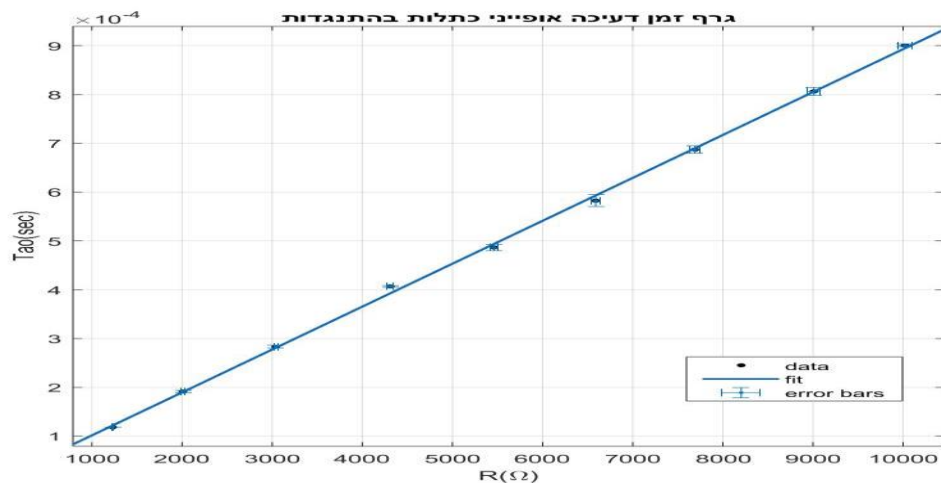


תרשים 17: גרף שארים בקירוב להבנת השגיאה

נשים לב לקפיצות המדידה האחידות (מסומנות בחץ ירוק). גודלן, כאמור, הוא 0.04 Volt וכל מדידה שבטווח הזה ממופה לערכה המעוגל מעלה או מטה. במילים אחרות, מדידות שונות שבטווח הזה מעוגלות כך שהן נצפות כזהות מבחינת המחשב. החץ האדום ממחיש את המגמה הזו בגרף הנתונים של המדידות שעוגלו לאותו ערך (בגרף המדידות) ואת המגמה ההולכת וקטנה מבחינת מרחק המדידה מה FIT שמוצג ב MATLAB. השגיאה ההולכת וקטנה היא שממחישה את תופעת ה"מסרק" שנצפית בגרף השארים המלא, הנגרמת מעיגול המדידה ואי דיוק המכשיר

חזרנו על מדידה זו עם התנגדות שונה, ובכל מדידה חילצנו גרף המקשר בין זמן הדעיכה τ לבין התנגדות המערכת R . מהתיאוריה, צפינו לראות קשר לינארי כך ששיפוע גרף הנתונים ייצג את הגודל C . זאת משום שזמן הדעיכה הוגדר כמכפלת ההתנגדות במערכת עם הקבל $\tau = RC$

להלן גרף זמן הדעיכה (פריקת קבל) האופייני כתלות בהתנגדות המערכת

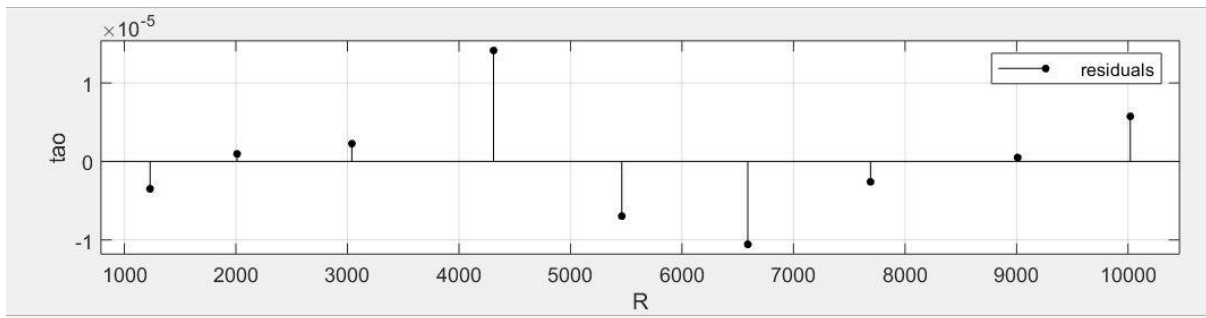


תרשים 18: גרף דעיכה אופיינית כתלות בהתנגדות

התוצאות מעידות על קשר לינארי – כמו שצפינו. לפי התאמת MATLAB אכן אומת הקשר על ידי ישר ששיפועו $C = 8.793 \cdot 10^{-8} \pm 1.045 \cdot 10^{-9} [\text{Farad}]$

נדון כעת בטיב ההתאמות – מדד ההתאמה המתקבל כאשר משווים בין גודל הקבל C כפי שהוא נמדד מראש, לגודל כפי שהוא התגלה מתוצאות הניסוי הוא $N_\sigma = 0.169$. כלומר, תוצאות המדידה מייצגות את התיאוריה בצורה מהימנה.

נצרף את גרף השארים עבור המדידה:



תרשים 19: גרף שארים לזמן אופייני לפריקה כפונקציה של ההתנגדות

נשים לב שסטיית המדידות מן התיאוריה הן בסדר גודל של 10^{-5} , אך המדידות שנלקחו הן בסדר גודל של 10^{-4} . כלומר הסטייה מן התיאוריה קטנה בסדר גודל מתוצאות המדידה. בנוסף, אקראיות המדידות נראית בגרף השארים בבירור ואין קו מגמתי המשתמע מהמדידות.

5. מסקנות

בניסוי הנידון בדקנו כיצד מתנהגת פריקה וטעינה של קבל המחובר לנגד במעגל RC.

גילינו שבהתאם לתיאוריה, המתח במעגל RC דועך בצורה אקספוננציאלית כתלות בזמן, ובאופן

שדומה למשוואה הדיפרנציאלית שפתרונה מציג את הקשר $V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$. תוצאות המדידה הציגו קשר בין גדלי המערכת לאופי הדעיכה – הגדרנו את קבוע הדעיכה והראינו שהוא מתנהג כמו RC בקירוב טוב. במטרה להבין את הקשר בין קבוע הדעיכה להתנגדות המערכת, חזרנו על הניסוי מספר פעמים ועבור התנגדות שונה. גילינו את התלות הקיימת בין זמן הדעיכה של הקבל לבין ההתנגדות - הקשר התגלה כלינארי וזאת כפי שצפינו ובהתאם לקשר $\tau = \frac{1}{C} \cdot R$.

1. תקציר הניסוי

בפרק זה של הניסוי נחקור מעגלי RLC, אלו מעגלים המורכבים מנגד, קבל ומשרן (סליל). ניתן לחבר אותם בכמה תצורות שונות אך לצרכי ניסוי זה חיברנו את כל רכיבי המעגל בטור. בדקנו את תגובת המעגל לשינוי מהיר במתח (נפילה או עלייה "פתאומית"), ולאחר מכן את היגב המעגל למתח מאלץ מחזורי בתדרים שונים. כפי שמוסבר בפירוט ברקע התיאורטי חיבור כזה של רכיבים במעגל גורם למתח ולזרם במעגל לבצע תנודות בדומה לאוסליטור הרמוני. ראינו את דעיכת משרעת התנודות כאשר המתח נותק במהירות, ובחלק השני את היגב המעגל למתח מאלץ חיצוני מחזורי. תוצאות הניסוי הצביעו על כך שלמרות שהמודל הפיזיקלי הצליח לתאר את התנהגות מעגל RLC, יש צורך להתחשב גם בגורמים נוספים (כבלי ה-BNC) כדי להגיע לתוצאות מדויקות.

2. רקע תיאורטי

2.1. תנודה מרוסנת

הבסיס להבנת המשרן נתון בתופעות הנגזרות מחוק פאראדיי עבור שדה חשמלי מושרה:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (E2.1)$$

תוצאה חשובה של משוואה זו היא שכתוצאה משינוי השטף המגנטי דרך מסגרת מוליכה נוצרת תנועת מטענים במוליך שזו בתורה גורמת להפרש פוטנציאלי הנקרא **כוח אלקטרו מניע** (כא"מ). גודלו נובע מחוק פאראדיי והוא נתון ע"י

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (E2.2)$$

השראות היא דרך נוחה למדל את אותו כוח אלקטרומניע, עבור מס' לולאות זרם המשפיעות אחת על השנייה, כאשר שינוי בשטף דרך לולאה אחת הינו לינארי לשינוי בזרם דרך לולאות אחרות, כך שניתן להגדיר כא"מ שנוצר בלולאה i כתוצאה משינוי בזרם בלולאה j

$$\mathcal{E}_{ij} = -M_{ij} \frac{dI_j}{dt} \quad (E2.3)$$

כאשר הגודל M נקרא השראות ויחידותיו $\frac{V \cdot s}{A}$ H_{Henry} במערכת הניסוי שלנו ישנו משרן, שהוא רכיב חשמלי המורכב מסליל לולאות זרם רבות, עבור רכיבים כאלה נוח להגדיר **השראות עצמית** L המקיים

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \quad (E2.4)$$

כאשר L הוא הזרם העובר במשרן, ו- L היא תכונה שלו הנובעת מתכונות המשרן (מס' כריכות וצפיפותן, רדיוס ואורך הסליל). כעת נעבור לנתח את המעגל RLC כמתואר בתרשים 13. נזכור כי גודל ההתנגדות במעגל כולל את הנגד ואת ההתנגדות הפנימית של המחולל (לפי פרק 3 בניסוי) שהיא $R_{\text{gen}} \cong 55 \pm 1 \Omega$. לפי חוק קירכהוף למתחים (B2.3) מתקיימת במעגל המשוואה הבאה:

$$V_{\text{inductor}} + V_{\text{capacitor}} + V_{\text{resistor}} = V_{\text{in}}$$

$$\begin{aligned} L\ddot{Q} + \frac{Q}{C} + \dot{Q}R &= V_{\text{in}} \\ \ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC}Q &= 0 \end{aligned} \quad (E2.5)$$

אחרי סידור אלגברי (כרגע $V_{in} = 0$) קיבלנו משוואה דיפרנציאלית המתארת תנודות מרוסנות (של המטען ולכן גם של הזרם והמתח), מצב המתאים לחלק א' בו השתמשנו בגל ריבועי מהמחולל כדי לכבות בפתאומיות את המתח במעגל, בכך הייתה בו אנרגיה שדעכה בתנודות מרוסנות. פתרונה הכללי זהה לזו של אוסליטור מרוסן:

$$V(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \quad (E2.6)$$

כאשר עם קבועי הריסון והתדירות העצמית $\alpha = \frac{R}{2L}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ והפתרונות

$$\lambda_{1,2} = -\alpha \pm i\omega, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (E2.6a)$$

כעת, התנהגות המערכת תהיה תלויה ביחס בין הריסון לתנודות:

1) **ריסון חלש** בו $\omega_0 > \alpha$ נקבל תנודות דועכות עפ"י הפתרון

$$V(t) = V_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \phi) \quad (E2.7)$$

כלומר גל סינוידיאלי דועך, עם קבוע דעיכה $\tau = \frac{1}{\alpha}$.

2) **ריסון קריטי**, בו $\omega_0 = \alpha$ כלומר $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, לא יהיו תנודות תהיה דעיכה

אקספוננציאלית מהירה לפי

$$V(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t} \quad (E2.8)$$

זהו המצב בו איבוד האנרגיה והדעיכה תהיה המהירה ביותר (גם יותר מריסון חזק)

3) **ריסון חזק**, בו $\omega_0 < \alpha$ דעיכה אקספוננציאלית בשני קבועים ממשיים (כי השורש קטן מ-0) לפי פתרונות (E2.6a).

$$V(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} \quad (E2.9)$$

2.2. תנודות מאולצות מרוסנות במעגל RLC

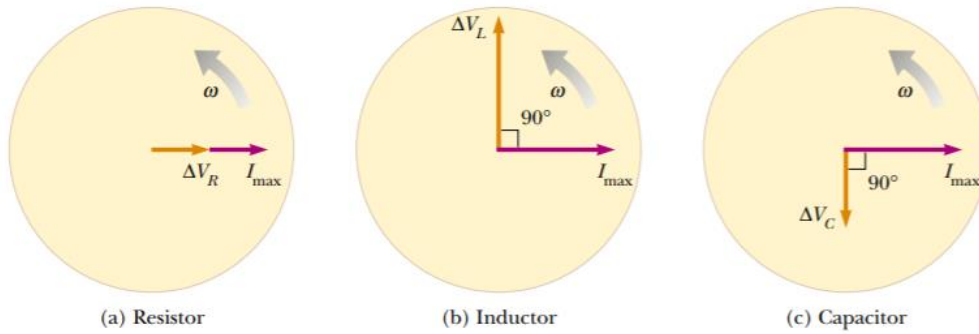
כאשר נפעיל בעזרת המחולל אילוף חיצוני סינוידיאלי על המעגל יש לנתח את המערכת בצורה שונה. המחולל מפעיל מתח

$$V_{in} = V_0 \cos(\omega t)$$

במעגל, RLC, כאשר נעבוד עם מתח מאלץ בתדירות קבועה, לרכיבים במעגל (לקבל ולסליל) יכולות להיות פאזה ואמפליטודה שונה משל מקור המתח. לכל רכיב במעגל ניתן להתאים עכבה (היחס בין המתח לזרם שעליו) באופן הבא:

$$X_R(\omega) = R \quad X_C(\omega) = -i \frac{1}{\omega C}, \quad X_L(\omega) = i\omega L$$

זאת נובע מכך שבמעגל זרם חילופין הזרם דרך סליל וקבל מפגר ומקדים בהפרש $\frac{\pi}{2}$ ($\pm i$ במישור המרוכב) מתדר המקור בהתאמה, כפי שמתואר בתרשים 20 המתאר את הפאזורים (תרשים גודל ופאזה) של העכבות.



תרשים 20: פאזורים של הרכיבים

העכבה היא גודל מרוכב, אשר גודלו משמש אפקטיבית כהתנגדות הרכיב. נוכל להשתמש בעכבות ולחשב את הזרם והמתח על כל רכיב במעגל. במעגלים האלו נסתכל על היחס בין מתח המוצא של המעגל (אותו נמדוד על הרכיב הרלוונטי – הקבל) לבין מתח הכניסה (היוצא מהמחולל), לכן נגדיר פונקציית התמסורת של המעגל:

$$H(\omega) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}$$

כאשר לכל ערך של ω נקבל מספר מרוכב, שחלקו הממשי הוא היחס בין האמפליטודות של מתח היציאה והכניסה, וחלקו המדומה הוא יחס הפאזה בין שני המתחים. כך נוכל להסתכל על פונקציית התמסורת כפונקציה של המהירות הזוויתית, ואלו הם גרפי הבודה בהם נשתמש להצגת הנתונים. את החלק הממשי של פונקציה זו נמדוד בדציבלים, ולכן נסתכל על הערך $20 \log|H(\omega)|$

במעגל RLC טורי כמו בניסוי זה (המתואר בתרשים 13), מתח היציאה הוא המתח על הקבל, ומתח הכניסה הוא המתח המגיע מהמחולל כלומר המתח על כלל הרכיבים, כלומר בעזרת שימוש בעכבות:

$$V_{OUT} = IX_C, V_{IN} = I(R + X_C + X_L)$$

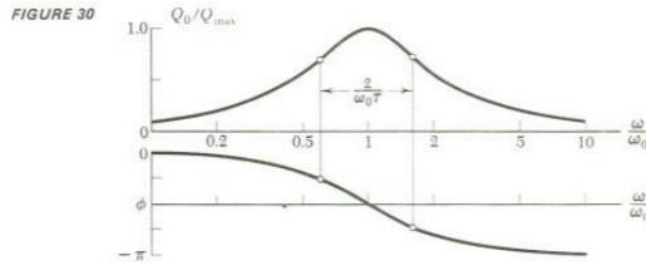
מכאן נקבל כי פונקציית התמסורת מקיימת

$$H(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2i\alpha\omega - \omega^2} \quad (E2.10)$$

כאשר התדירות העצמית וקבוע הריסון הם כפי שהוגדרו לאחר משוואה E2.6, מכאן נסיק את יחסי הפאזה והאמפליטודה בהם אנו מתעניינים:

$$|H(\omega)| = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\alpha^2}}, \quad \angle H(\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \quad (E2.11)$$

את הפונקציות המתקבלות ממשוואות אלה ניתן לייצג ע"י גרף בודה (היגב ופאזה) כפי שמתואר בתרשים 21:



תרשים 21: גרף בודה מעגל RLC

ממשוואת אלה נקבל כי גודל פונקציית הטרנספורמציה, המייצג את עוצמת ההיגב יהיה מקסימלי כאשר $\omega = \omega_0$, תדר התנודות העצמי של המעגל ובמצב זה יהיה הפרש פאזה של $-\frac{\pi}{2}$ בין התדרים. באופן כללי נשים לב כי תגובת המעגל תהיה:

הפרש פאזה $\angle H(\omega)$	היענות המעגל $ H(\omega) $	
0	1	$\omega \ll \omega_0$
$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\omega_0}{2\alpha} = \sqrt{\frac{L}{RC^2}}$	$\omega = \omega_0$
$-\pi$	$\frac{1}{\omega^2 LC}$	$\omega \gg \omega_0$

כיוון שהגרף הרלוונטי הינו לוגריתם של גודל הפונקצייה עבור ערכי תדירות קטנים נקבל היענות 0 ועבור ערכים גדולים נקבל $-40 \log(\omega LC) = 20 \log\left(\frac{1}{\omega^2 LC}\right)$ כלומר גרף לינארי.

מקדם איכות - כמו ברזוננס מכני, חשוב לנו להבין באיזה טווח תדרים $\Delta\omega$ נקבל היגב משמעותי. הגודל הרלוונטי הוא טווח התדרים בו היענות המעגל גדולה מ- $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ממשרעת הרזוננס. לכן מקדם האיכות מוגדר להיות

$$Q \equiv \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \stackrel{RLC \text{ circuit}}{=} \frac{\omega_0 L}{R} \quad (E2.12)$$

3. תיאור המערכת

3.1. מכשירים

3.1.1. מחולל אותות. בחלק א' השתמשנו בו כדי להוציא מתח בגל ריבועי מחזורי למעגל, ובכך יצרנו שינויים מהירים במתח. בחלק ב' הוצאנו גל סינוידיאלי מחזורי. מכיוון שמחולל האותות לא התייצב לחלוטין על תדר מסוים, אלא ביצע שינויים קטנים בתדרים תוך כדי פעולה, הערכנו את שגיאתו בקביעת התדר ב 0.1 מהסקאלה בה אנו עובדים (בקירוב הטווח בו התדר "התנדנד"), כלומר בסקאלה הרלוונטית לנו $\pm 100 \text{ kHz}$.

3.1.2. אוסילסקופ איתו אספנו נתוני מתח כתלות בזמן. בסקאלת המתח איתה עבדנו שגיאת האוסילסקופ היא $\pm 0.04\%$ (לפי גודל השנתות) לכן השגיאה בגודל ה gain- (לפי התקדמות שגיאות):

$$\Delta 20 \log\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right) = \sqrt{\left(\frac{20}{V_{out} \ln(10)}\right)^2 (0.04)^2 + \left(-\frac{20}{V_{in} \ln(10)}\right)^2 (0.04)^2}$$

$$\frac{0.8}{\ln 10} \sqrt{\left(\frac{1}{V_{out}}\right)^2 + \left(\frac{1}{V_{in}}\right)^2} \quad (E3.1)$$

3.1.3. נגד משתנה $10\Omega - 10k\Omega$, נגד קבוע 10Ω

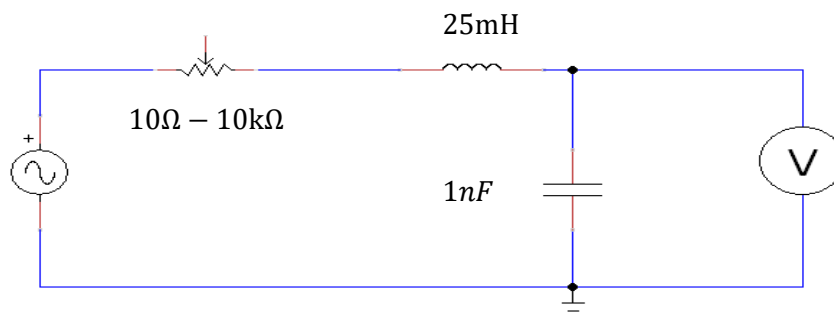
קבל $960.3 \pm 6.7 \cdot pF$

וסליל $25.50 \pm 1.7 mH$

אותם הערכנו בעזרת רב מודד $ELC-133A$ (פירוט בנספח א')

3.2. תיאור המעגל

כפי שמתואר בתרשים 22, חיברנו אל מחולל האותות סליל, קבל ונגד משתנה בטור. אל הדקי הקבל חיברנו במקביל את האוסליסקופ אשר דגם את המתח והעביר את הנתונים



תרשים 22: חיבור המעגל החשמלי

לצג.

4. מהלך הניסוי

4.1. חלק א' – תגובת מעגל RLC לשינוי מהיר במתח

4.1.1. חיברנו את המעגל החשמלי כפי שמתואר בתרשים 22

4.1.2. הפעלנו את מחולל האותות במצב גל ריבועי בתדר המאפשר טעינה ופריקה מלאים של הקבל

4.1.3. שינינו את ההתנגדות ומדדנו פעם אחת מצב של תת ריסון ואח"כ מצב של ריסון יתר

4.1.4. מדדנו בהתנגדויות שונות, קרוב ככל האפשר להתנגדות הקריטית וניסינו לחלץ הערכה להתנגדות ריסון קריטי

4.2. חלק ב' – תגובת מעגל RLC כתלות בתדר

4.2.1. החלפנו את הנגד המשתנה בנגד 10Ω

4.2.2. ביצענו סריקה גסה של תדירויות סביב $\sim 33kHz$ (איזור התדירות בו צפינו היגב משמעותי) בכדי להתקרב לתדירות התהודה

4.2.3. מדדנו היגב המעגל בתדירויות שונות בקרבת תדר הרזוננס

4.2.4. מתוך תוצאות מתח כתלות בזמן שהתקבלו באוסליסקופ, השתמשנו בפונקציית התמרת פורייה של מאטלאב בכדי לחלץ את יחס המתחים והפרש הפאזות בין מתח הכניסה והיציאה (script בנספח ה')

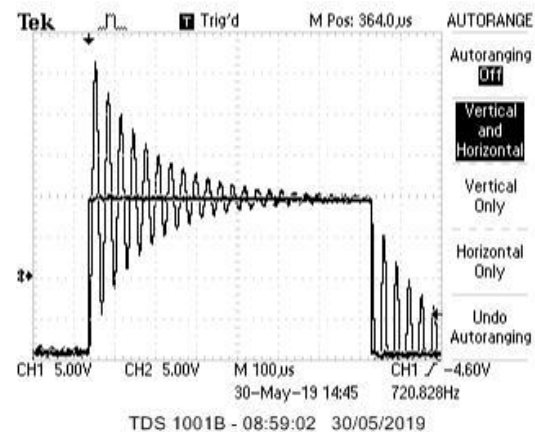
5. תוצאות הניסוי

5.1. חלק א'

5.1.1. תת ריסון

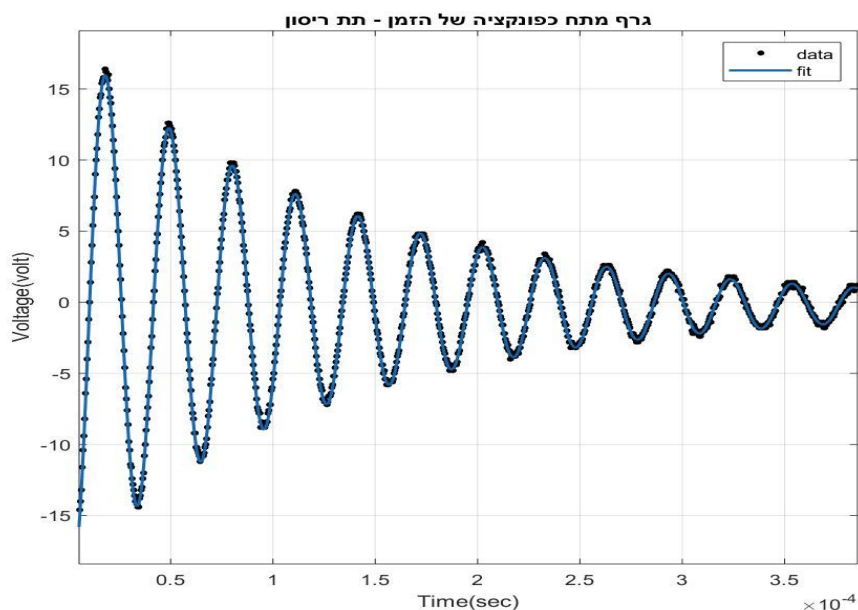
בשלב הראשון בדקנו מהי התנהגות המערכת כאשר התנגדות הנגד נמוכה מהערך הקריטי, על כן תיאמנו את ההתנגדות למינימום האפשרי - $R = 10\Omega$. לפי התיאוריה ובהתאם לנוסחה (E.2.7) ציפינו שהמתח במערכת ידעך בדומה לסינוס דועך אקספוננציאלית. תוצאות המדידות אכן איששו את הקשר הנ"ל, אך לא במדויק - על כך נפרט בהמשך

תצוגת הסקופ:



תרשים 23: תצוגת הסקופ במצב של תת-ריסון

גרף המדרגות מציג את המתח שיוצא מערוץ 2 של הסקופ. כאמור, זהו מתח שיוצא מן הסקופ ולא עובר ישירות דרך המעגל. משום שכיוונו את המתח להיות בתדר ריבועי, נצפות הקפיצות שנראות בבירור בתרשים. הגרף השני מציג את המתח שיוצא מערוץ 1 של הסקופ. זהו מתח שעובר דרך המערכת ועל כן דועך בצורה שהתבררה כמחזורית בהתאם לתיאוריה. בחלק זה של הניסוי חקרנו את אופי הדעיכה של גרף זה. לאחר שייצאנו את המידע שהוצג על הצג, קיבלנו גרף המתאר את המדידות להלן גרף המתח כפונקציה של הזמן במעגל RLC עבור התנגדות $R = 10\Omega$:

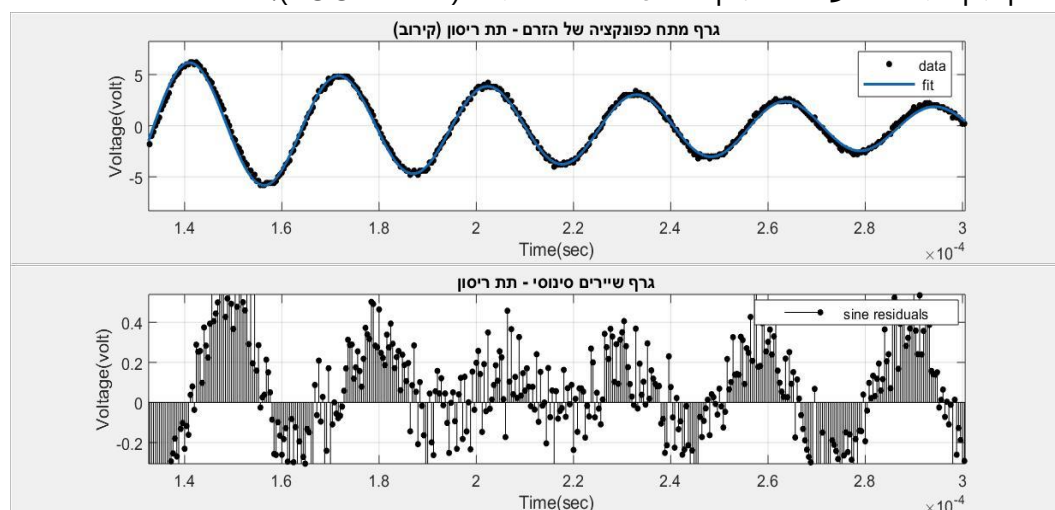


תרשים 24: גרף מתח כפונקציה של הזמן במצב של תת ריסון

כפי שתואר בחלק 2, גם כאן השגיאות הקובעות את ה-error bars נקבעו בהתאם לרעש המייצג את אי דיוק הסקופ. נזכיר את אי דיוק המדידה בטבלה הבאה:

$\Delta t \cong \pm 4 \cdot 10^{-7} [Sec]$	שגיאה במדידת זמן
$\Delta V \cong \pm 4 \cdot 10^{-2} [Volt]$	שגיאה במדידת המתח

בתחילה, ההתאמה נעשתה לפי התיאוריה ובהתאם לקשר $V(t) = A_1 e^{-\alpha t} \cdot \sin(A_2 t + \phi) + A_3$. עם זאת, התאמה זו הציגה גרף שארים סינוסי באופן מובהק, דבר שהעלה ספק באשר לדיוק הניסוי להלן גרף שארים עבור ניסיון ההתאמה הראשוני (ב-ZOOM IN):



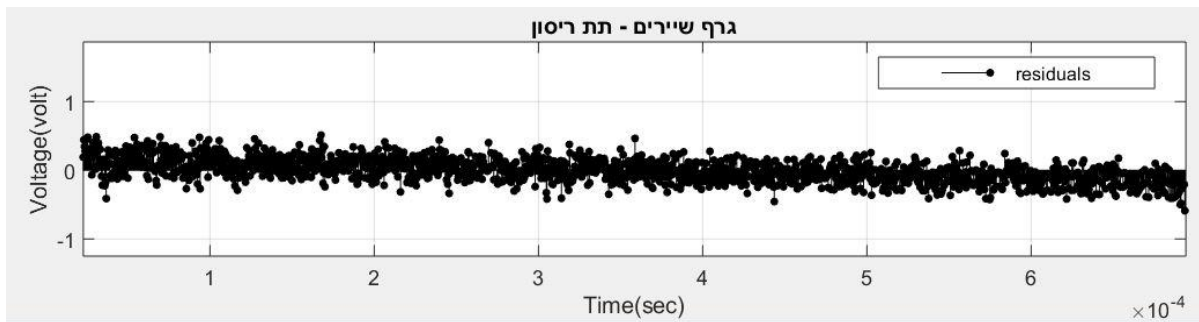
תרשים 25: גרף שארים למצב תת ריסון ב-ZOOM

לאחר בדיקה ממושכת, התברר לנו כי על גל הסינוס העיקרי "רוכב" גל סינוס משני –

דבר המעורר סתירה, לכאורה, עם התיאוריה אשר צפינו. לפי דעתנו, הסיבה לתופעה זה היא אפקטים הנוצרים כתוצאה מכבל ה-BNC. ייתכן כי כבל זה, המחובר לפוטנציומטר במקביל, מתנהג כמעגל RLC בפני עצמו וניתן להניח שחלק מהזרם יעבור דרכו. במילים אחרות, הקבל עצמו גורם להיווצרות מעגל RLC נוסף אשר זרם העובר דרכו איננו עובר דרך הפוטנציומטר. אם בקבל זה התנגדות נמוכה מההתנגדות הקריטית, מעגל RLC משני זה נמצא במצב תת ריסון תמידי. אם כך, ייתכן שמדידת הסקופ מכילה למעשה שתי מדידות – מדידות המעגל הראשי יחד עם מדידת תת המעגל הנ"ל. עדות נוספת לאפקט זה תתגלה לנו בהמשך כאשר נראה אפקט סינסידיאלי לא קשור, לכאורה, לאופי התנהגות המערכת במקרים של ריסון קריטי וריסון יתר (אשר לא מאופיינות במחזוריות סינוסית כלשהי). בניסיון שני לייצר התאמה, הוספנו ביטוי סינוסי דועך זהה לביטוי הקודם, המשמש כמעין תוספת המעגל שנוצר על ידי כבל ה-BNC –

$$V(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} \cdot \sin(A_2 t + \phi_1) + B_1 e^{-\alpha_2 t} \sin(B_2 t + \phi_2) + A_3$$

התוצאות התבררו כמדויקות יותר. גרף שארים יצא שרירותי ובלי מגמה מחזורית נראית לעין. כמו כן התגלה כי מרחק המדידות מהשגיאה נמצא בטווח אי דיוק המדידה (שהוא, כאמור 0.04V) כ



תרשים 26: גרף שארים לאחר הוספת התיקון במצב של תת ריסון

הגרף החדש הפיק מידע לגבי קבועי המערכת, לכן נוכל להשוות כפי שעשינו בשלבים קודמים את הגדלים שנמדדו לפני תחילת הניסוי עם הגדלים המתקבלים כתוצאה מהביטוי המתמטי המתאר את המתח במערכת כפונקציה של הזמן.

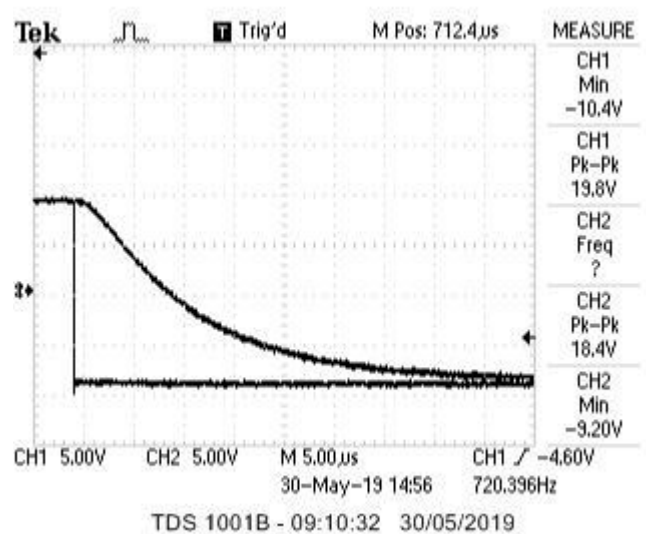
להלן טבלת נתוני המערכת כפי שהם נמדדו מראש וכפי שהם התבררו לאחר עריכת ההתאמה, כמו כן מצורף מדד N_σ לתיאור טיב התוצאות וקירוב ההתאמה לתיאוריה

גודל מדוד	גודל כפי שהתברר מההתאמה	מדד N_σ
$\alpha = \frac{R + R_{\text{generator}}}{2L}$ $= \frac{10 \pm 0.08 + 55 \pm 1}{2 \cdot 2.55 \cdot 10^{-2} \pm 1.786 \cdot 10^{-4}}$ $= 1274.525 \pm 21.176 [s^{-1}]$	$\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) =$ $= 1261.121$ $\pm 7.562 [s^{-1}]$	0.596
$f = 720.85 \pm 0.03 [Hz]$	$\frac{A_2}{2\pi}$ $= 717.23$ $\pm 6.61 [Hz]$	0.548

5.1.2. ריסון יתר

לאחר מדידת תת הריסון, שינינו את ההתנגדות למקסימום האפשרי $R = 10.5k\Omega$. כך התאפשר לראות בתצוגת הסקופ מצב של ריסון יתר בו אין תנודות כלל. לפי התיאוריה ובהתאם לנוסחה (E.2.6a) ציפינו שהמתח במערכת ידעך בדומה לאקספוננט. תוצאות המדידות אכן איששו את הקשר הנ"ל והמתח נצפה דועך אקספוננציאלית עד לאפס.

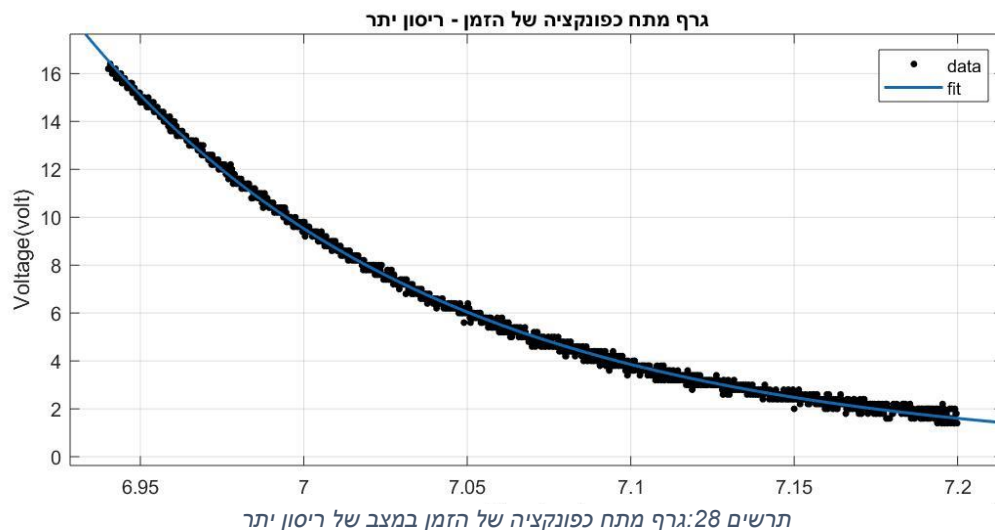
תצוגת הסקופ



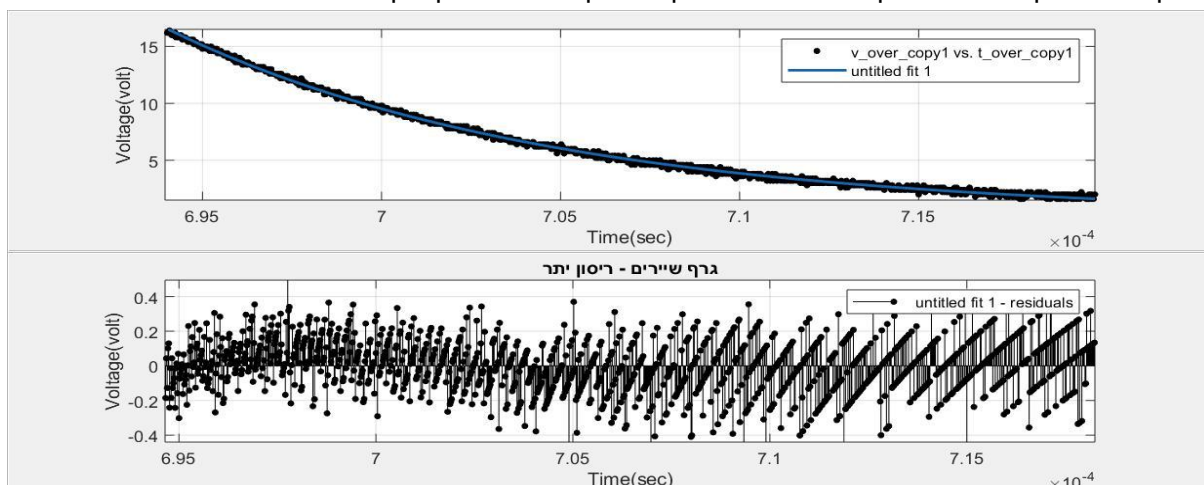
תרשים 27: תצוגת הסקופ במצב של ריסון יתר

בתחילה, ניסינו להתאים את תוצאות המדידה ישירות עם הקשר התיאורטי. ההתאמה הראשונית שנוסחה הייתה $V(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t}$. עם זאת, ובהתאם לנאמר עבור תת ריסון, חשדנו שייתכן האפקט ה-סינוסידיאלי שיוצר כבל ה-BNC יפגע באיכות המדידה ויביא לגרף שארים מחזורי. בפועל אכן התגלה החשש ואולצנו לתת התאמה מדויקת יותר, הלוקחת בחשבון אפקט זה.

ההתאמה שהגענו אליה היא $V(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + \sin(A_3 t + \phi) \cdot A_2 e^{-\alpha_2 t}$. כך יצרנו את גרף המתח כפונקציה של הזמן עבור ריסון יתר ובהתחשב השפעת המעגל שיוצר כבל ה-BLC:



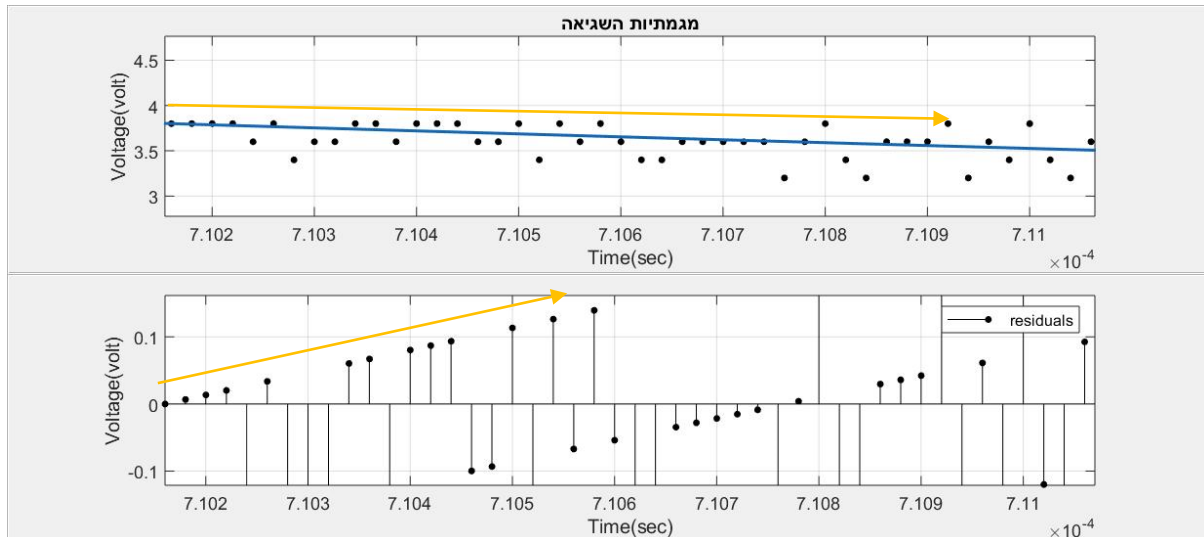
לאחר התיקון הדיוק השתפר והצליח לבטל את אפקט הסינוס שנראה בגרף השארים. עם זאת, ראינו תופעה אשר הופיעה כבר בחלק השני של הדוח – קפיצות המדידה עבור מדידות מתח ששונות בפחות מ-0.04V. אחת מן השנייה החנו כמדידות זהות. עניין זה יצר בשנית את אפקט המסרק שתואר בגרף השארים בחלקים הקודמים. להלן גרף השארים עבור המדידה:



נציין כי מבחינת מרחק הנקודות מן התיאוריה – ברור כי הן קטנות משגיאות המדידה. כמו כן – במבט מקרוב, ההסבר לתופעה מתגלה כמתאים שהרי קפיצות המדידה ממחישות בדיוק את המרחק ההולך וגדל לינארית של המדידות ממגמת ה-FIT. להלן גרף שארים ב-ZOOM כך

שמתאפשר לראות את קפיצות המדידה ואת הקשר שלהם לאפקט ה"מסרק" שנצפה בגרף שארים

אם כך, המסקנה המתבקשת היא (כפי שכבר הראינו בחלקים קודמים של הניסוי) – שגיאת הסקופ היא שגורמת למחזוריות הנצפית בגרף השארים.



תרשים 30: גרף שארים במצב של ריסון יתר ב-ZOOM

כעת, על מנת להראות שתוצאות הניסוי אכן מאששות את הקשר התיאורטי – נדון בטיבן של התוצאות וקירובן על ידי מדד ההשוואה N_σ , זאת עבור פקטור הדעיכה α כפי שעשינו עד כה:

$$\alpha_{measured} = \frac{R + R_{מחולל}}{2L} \cong \frac{(1.05 \cdot 10^4 \pm 87)}{2 \cdot 2.55 \cdot 10^{-2} \pm 1.786 \cdot 10^{-4}} \\ \cong 2.059 \cdot 10^5 \pm 1.705 \cdot 10^3 [s^{-1}]$$

$$|\alpha_{data}| = \left| \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right| = \frac{1.976 \cdot 10^5 \pm 9.175 \cdot 10^3 + 1.991 \cdot 10^5 \pm 8.716 \cdot 10^3}{2} \\ = 1.984 \cdot 10^5 \pm 1.789 \cdot 10^4$$

$$\Rightarrow N_\sigma = 0.417$$

5.1.3. ריסון קריטי

ברור כי הריסון הקריטי יתקבל עבור התנגדות הנמצאת בטווח שבין תת ריסון לריסון יתר. במונחי הניסוי שלנו, מדובר בטווחי ההתנגדות $10\Omega < R < 10.5k\Omega$. עם זאת, על מנת לחסוך זמן ומדידות השתמשנו ישירות בתיאוריה על מנת לקבל סביבה מדויקת יותר להתנגדות הצפויה R_{critic} . גילינו לפי הקשר התיאורטי שמתקיים

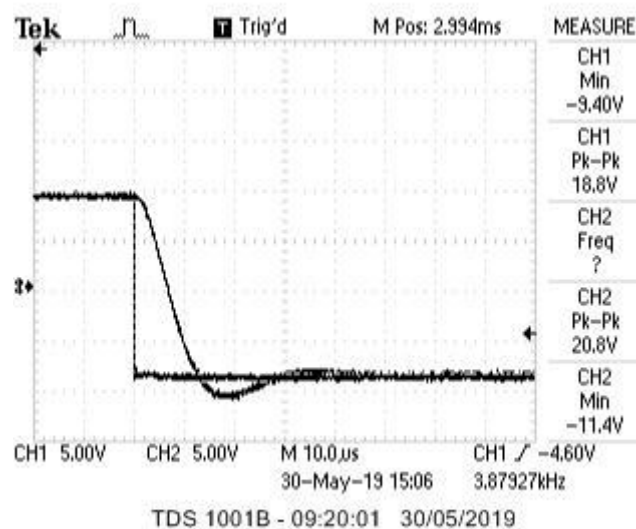
$$R_{critic} = \sqrt{\frac{4L}{C}} \cong 9.263k\Omega$$

בפועל, ההתנגדות עבורה התקבל הריסון הקריטי המדויק ביותר שהצלחנו להפיק הייתה בקירוב $R \cong 8.8k\Omega$

מהקשר התיאורטי, הסקנו כי גרף ההתאמה האופטימלי יהיה מהצורה:

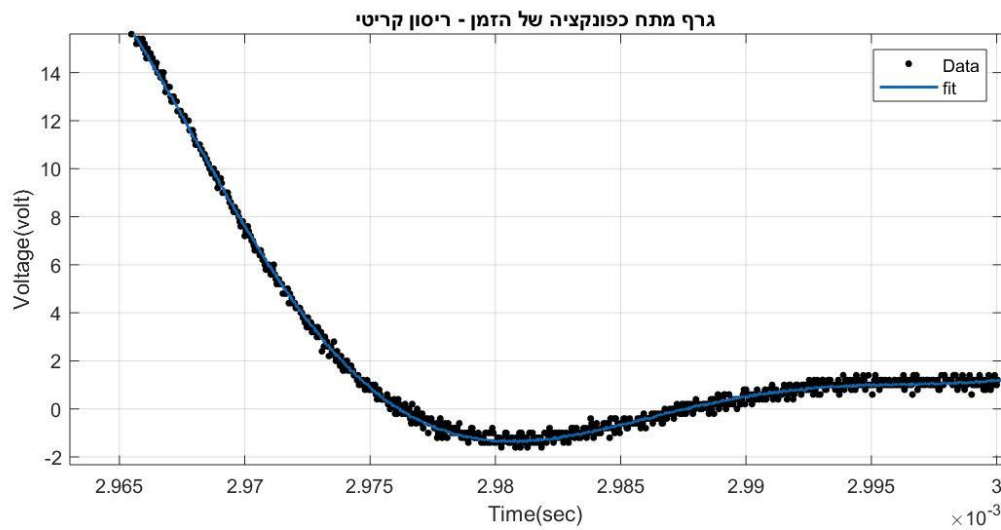
$$V(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-\alpha t}$$

תצוגת הסקופ אכן איששה את הקשר התיאורטי כגרף אקספוננט דועך שמקבל מינימום ומתייצב על האפס. להלן תצוגת הסקופ:



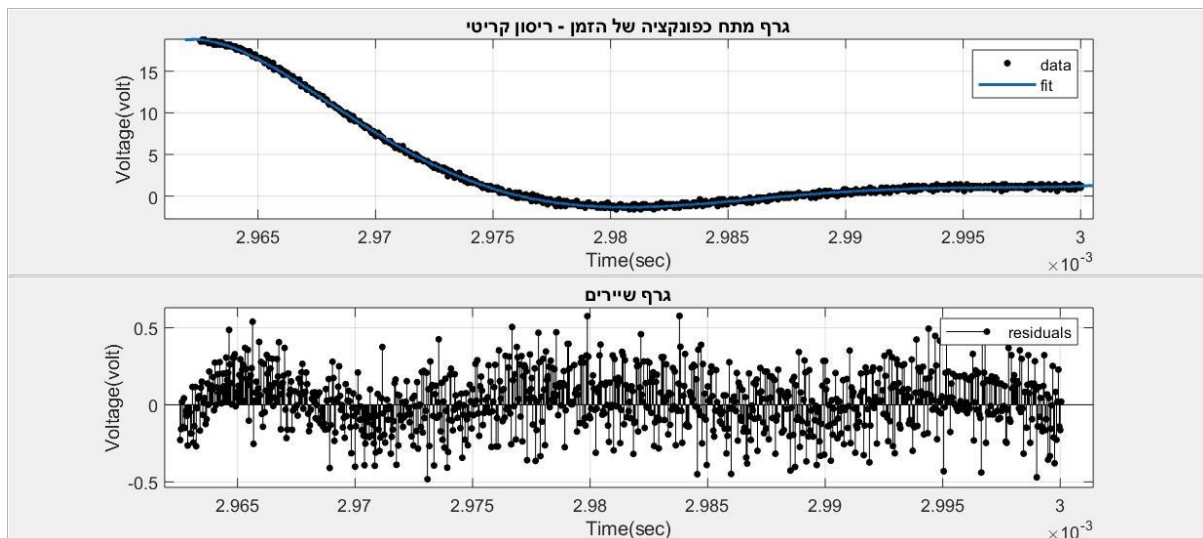
תרשים 31: תצוגת הסקופ במצב של ריסון קריטי

ייצאנו את המידע שהוצג על הצג ויחד עם הקשר שתואר לעיל קיבלנו את הגרף הבא המייצג את המתח כפונקציה של הזמן עבור התנגדות ריסון קריטי ($R \cong 8.8k\Omega$).
*נציין שוב שהשגיאות בגרף זה זהות לשגיאות עבור הגרפים הקודמים שהוצגו ניסויים הקודמים עבור תת ריסון וריסון יתר.



תרשים 32: מתח כפונקציה של הזמן בריסון קריטי

גרף השארים היה בעיקרו שרירותי והרוב המוחלט של המדידות לא חרגו משגיאת המתח, עם זאת – ניתן לראות בו מגמה מחזורית מסוימת. אנו סבורים שמגמה זו קשורה לקיבול של כבל ה-BNC עליו דיברנו בחלקים הקודמים. אמנם, עבור תת ריסון וריסון יתר הצלחנו לתת קירוב משוואתי לתופעה ובכך להביא לדיוק FIT גדול יותר, אך במקרה זה לא הצלחנו לבצע התאמה טובה שתתאר את התופעה כנדרש.



תרשים 33: גרף שארים במצב של ריסון קריטי

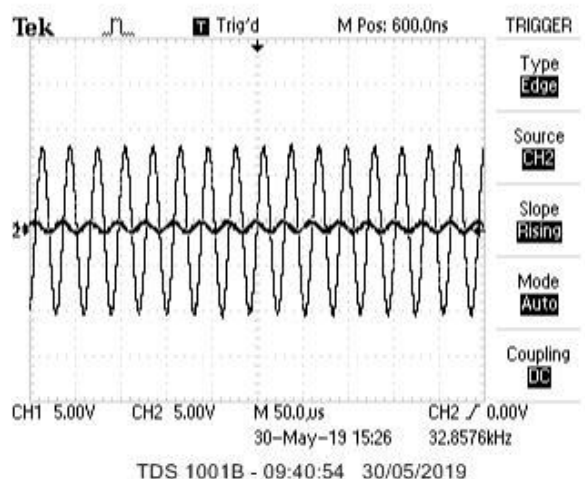
בכל זאת, ניסינו לתת מדד לדיוק המדידה באמצעות N_σ ולהשוות את פקטור הדעיכה α שהתקבל מתלות ה-FIT אותה הכנסנו לMATLAB.

מקדם הדעיכה שהתקבל הוא $\alpha = 2.077 \cdot 10^5 \pm 1.11 \cdot 10^4 [s^{-1}]$

מקדם הדעיכה הנובע מגדלי המערכת הוא $\alpha = \frac{R}{2L} = \dots = 1.726 \cdot 10^5 \pm 1.213 \cdot 10^3 [s^{-1}]$

אם כך, מתקבל מדד $N_\sigma = 3.143$. משמע תוצאות הניסוי לא תואמות בצורה חד משמעית לתיאוריה. ההשערה שלנו היא שאפקט ה-משרנות של כבל ה-BNC, אליו לא התייחסנו במציאת ה-FIT, גרם לכך שמקדם הדעיכה האופייני האמיתי שונה מזה שהתקבל בניסוי שלנו, דבר שפגע באיכות המדידה ובדיוק הניסוי.

5.1.4 חלק ב'



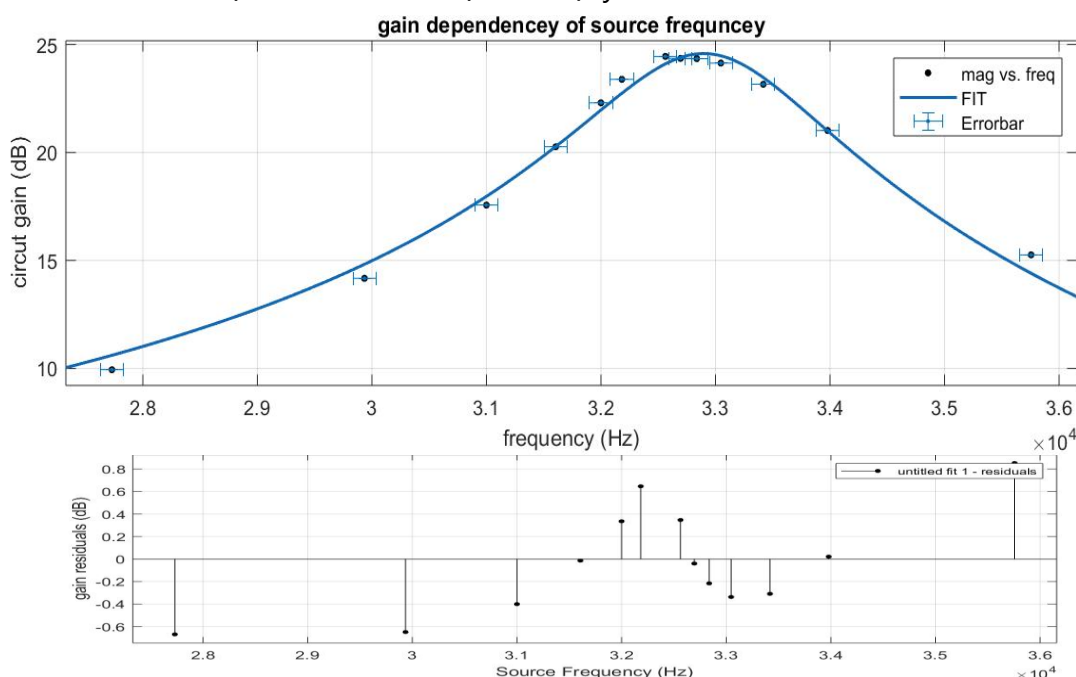
תרשים 34: היגב המערכת באוסילסקופ

נתחיל מדוגמה באחת הדגימות באיזור הרזוננס $(32.837 \pm 0.1 \text{ kHz})$ של הגל הנכנס מול הגל היוצא כפי שנראה בסקופ (תרשים 34). בתרשים 2 אותות נפרדים, אשר מייצגים את מתח הכניסה והיציאה מהמעגל (מתח היציאה בעל האמפליטודה הגדולה). ניתן לראות את ההיגב המשמעותי שמתקבל כתוצאה ממעגל התהודה. נציג את גרפי ההיגב והפאזה שהתקבלו. לגרף ההיגב ביצענו התאמה (לפי משוואה E2.11):

$$f(x) = 20 \log_{10} \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - x^2)^2 + 4x^2\alpha^2}}$$

גרף השאררים שלה מצורף. נציין כי לא הצלחנו לבצע התאמה לגרף הפאזה ומופיעות רק נק' הדגימה: (זהו מעשית "גרף בודה" של המערכת, היגב ופאזה כתלות בתדר)

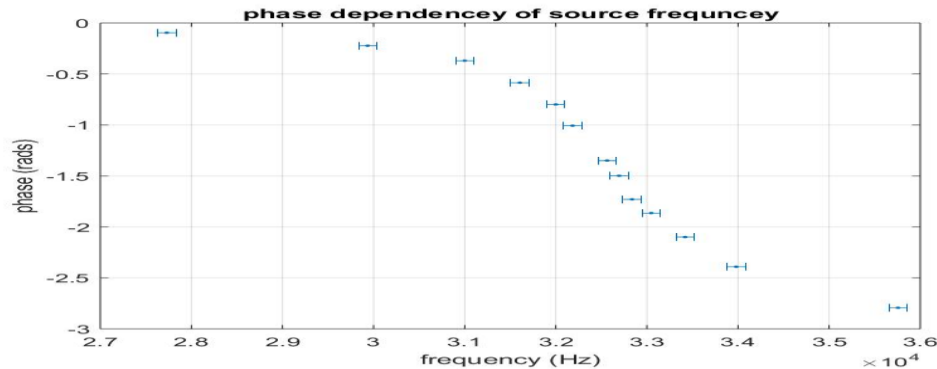
*בשני הגרפים השגיאה שחושבה בציר y קטנה ולכן אינה מופיעה בגרף



תרשים 35: היענות המעגל כתלות בתדר המחולל וגרף שאררים

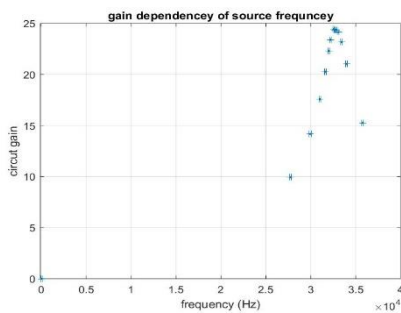
מההתאמה נחלץ :

$$\omega_0 = 32.93 \pm 0.04 \text{ kHz}, \quad \alpha = 972.2 \pm 26.5 \left[\frac{1}{s} \right]$$



תרשים 36: פאזה בין המתחים כתלות בתדר המקור

בגרף ההיגב ניתן לראות היגב משמעותי באיזור צר של תדרים (תרשים 37 המתאר את התוצאות בסקאלה רחבה יותר מציג זאת),



תרשים 37: היגב בסקאלה רחבה

זהו איזור הרזוננס. בגרף הפאזה, רואים את איזור הרזוננס, שהוא המשמעותי בו יש שינוי בפאזה, בו היא יורד בחדות מ-0 למינוס פאי. כאשר באיזורים מרוחקים יותר, לפי התיאוריה, הפאזה היא בקירוב קבועה (על 0 בתדירויות קטנות ומינוס פאי בגדולות). נראה כי הצלחנו לבצע התאמה סבירה לגרף היענות המעגל, גרף השארים יחסית רנדומי והתקבל נתון R-square = 0.9899. "צורת" הגרפים שהתקבלה מתאימה

לצפי הכללי לפי תרשים 21. ניתן לראות (בגלל שאין התאמה לגרף הפאזה ויזואלית בלבד איזור פאזה $-1.6 \approx -\frac{\pi}{2}$...) כי שני הגרפים הניבו ערך דומה לתדר רזוננס. מצד שני, בהתחשב בכך שהשגיאה כפי שחושבה (E3.1) קטנה ביחס לנתונים, היינו מצפים לשארים קטנים יותר להתאמה. שגיאה זו התקבלה בעיקר בנק' הרחוקות יותר מתדר התהודה, מה שמעיד שהיה עלינו לקחת יותר מדידות באיזורים אלו. סיבה נוספת לכך היא שהגרף נופל מחוץ לטווח השגיאה באיזורים אלו. בנוסף, לא לקחנו מספיק מדידות בתדרים גבוהים בכדי לבדוק את ההשערה כי באיזור זה היחס לינארי. לפי החישוב התיאורטי הערך של ω_0 נתון ע"י :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2.023 \cdot 10^5 \pm 0.004 \cdot 10^5 \left[\frac{1}{s} \right]$$

נשווה אותו לתוצאה שחילצנו מההתאמה (כפול פקטור 2 פאי כדי להמיר יחידות):

$$N_\sigma = 8.14$$

החישוב התאורטי לגודל קבוע הריסון הוא :

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 1274 \pm 85 \left[\frac{1}{s} \right]$$

כאן נקבל שגיאה קטנה יותר מאשר בגודל התדר אך עדיין משמעותית, $N_\sigma = 3.4$.

מקדם האיכות

נרצה לברר עד כמה התגובה חדה, כלומר לאיזה טווח תדרים נקבל תגובה משמעותית. לפי הפירוט התיאורטי, טווח בו גודל האמפליטודה גדול מ- $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ממשרעת הרזוננס מהווה אינדקציה טובה. בתוצאות שהתקבלו גודל זה יתקבל כאשר ההיגב הוא 17.38db בקירוב, לכן $\Delta\omega \approx 4.1 \pm 0.2 \text{ kHz}$ (מצאנו את שתי הנק' מצדי הפיק בהן ערך זה וחישבנו ההפרש, השגיאה נובעת משגיאה הכללית בציר התדר)

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = 8.03 \pm 1.2$$

כאשר כאן הערך התיאורטי הינו

$$Q_{theoretical} = \frac{\omega_0 L}{R} = 12.61 \pm 0.7$$

הפרש זה יכול לנבוע מאפקט סקין¹, אשר גורם לכך שבמעגלי AC מתפתחת התנגדות במוליכים, מה שמגדיל את ההתנגדות במעגל.

נראה כי למרות התאמה של "צורת" הגרפים לפונקציות, והתאמה יחסית ביניהם לגדלי המערכת, גדלים אלה אינם מתאימים לגדלים המצופים לפי התייחסות לרכיבים המתוארים בלבד. נובע כי ישנם גורמים אחרים המשפיעים על הקיבול, המשרנות ועכבה במעגל, אנו משערים שזהו כבל ה-BNC, נדון בכך במסקנות.

6. דיון ומסקנות

6.1. חלק א'

הבדלנו בין שלושה סוגים של ריסון

- תת ריסון: התברר כי המתח מאופיין על ידי דעיכה סינוסואלית כפונקציה של הזמן. המשמעות היא שלדעיכת המתח ניתן לאפיין פקטור דעיכה, אותו סימנו ב- α . יתרה מכך, הדעיכה מחזורית כמו פונקציית סינוס ועל כן, ניתן לאפיין אותה על ידי זמן מחזורי קבוע.
- ריסון יתר: במצב ריסון יתר, גילינו כי המתח דועך כמו סכום של שתי אקספוננטים כפונקציה של הזמן. בגלל ההתנגדות הגדולה במערכת, המתח לא מבצע אוסילציות כלל וצונח אקספוננציאלית ישירות ל-0. אפיון דעיכה זו סומן גם ב- α והתברר שדעיכה כללית זו של המתח נתונה על ידי ממוצע הדעיכות של כל חלק המרכיב את פונקציית המתח.
- ריסון קריטי: עבור ריסון קריטי המתח מתנהג כמו סכום אקספוננטים דועכים, כאשר אחד מהם תלוי לינארית בזמן. מקרה זה מייצג למעשה את זמן הדעיכה המקסימלי כך שלא יתרחשו אוסילציות כלל. בפועל, לא הגענו במדויק לריסון הקריטי אלא רק לנקודה המהווה קירוב שלו.

¹ https://en.wikipedia.org/wiki/Skin_effect

בכל אחד מהמקרים גילינו תופעה שחזרה על עצמה – במקביל לאפיון המתח כפונקציה של הזמן כתלות בהתנגדות המערכת, גילינו גל מחזורי ש"רוכב" על הפונקציה הראשית. הסקנו מכך שיש גורם שלא נלקח בחשבון שיוצר גם הוא שינויים קלים אך מהותיים במתח. ההשערה שהעלנו היא שכבל ה-BNC עצמו הוא זה שגורם לשינויי מתח אלה, ועל מנת לאפיין את המתח במדויק אנו מחויבים להתייחס לתופעה זו. עניין זה הוביל לכך שדיוק המדידה הראשוני שלנו היה לא מוצלח. גרפי השארים הציגו מחזוריות סינוסואלית וזו תוקנה רק לאחר הוספת פקטור הדעיכה ה-סינוסואלית המשני אותו ייחסנו לכבל ה-BNC המתנהג כמעגל משל עצמו. עבור ריסון יתר ותת ריסון הצלחנו במתן FIT מדויק יותר ואכן המדידות בחלקי ניסוי אלה התגלו כמדויקים יותר ואמינים יותר. עם זאת, במקרה של ריסון קריטי לא הצלחנו להגיע לדיוק התאמה גבוה, מה שהשפיע בתורו על מדדי ההתאמה שהתקבלו.

6.2. חלק ב'

בניסוי זה בחנו התנהגות מעגלי RLC כתלות בתדר. מהתוצאות ניכר כי התיאוריה תואמת במידה טובה את התנהגות המעגל, כאשר ישנו תדר תהודה הגורם להיגב משמעותי והיסט פאזה של 90- מעלות. בתדר זה נוצרת תהודה לאות החשמלי במעגל ככה שעוצמת האות היוצא גבוהה משמעותית מזו הנכנס. ישנו מרחב תדרים צר יחסית (כ-4 kHz לפי התוצאות) בו ההיגב משמעותי, ומחוץ לטווח זה המעגל מנחית את עוצמת האות הנכנס. כמובן שזוהי תופעה אופיינית למערכת אוסליטור מאולצת, כאשר התדר החיצוני גורם להיגב משמעותי כאשר גודלו מתקרב לתדר התנודות החופשיות של המערכת. אולם, מהתוצאות ניכר כי ישנם השפעות על המעגל החשמלי בהן לא התחשבנו בעת מדידת הנתונים. השפעות אלו ניכרו בכך שהקבועים אותם חישובנו בניתוח התוצאות שונים מהקבועים להם היינו מצפים תיאורטית. אנו משערים, שההשפעה המשמעותית ביותר בה לא התחשבנו היא כבל ה-BNC ובפרט הקיבול שלו. לפי מקורות באינטרנט² הקיבול הוא בסדרי גודל של עשרות pF למטר, קטן בסדר גודל אחד בלבד מהקיבול בו התעסקנו, ולכן, כנראה, השפעתו ניכרה. לכבל ישנן גם השפעות משרניות³ בסדרי גודל של nH, כך שפחות סביר שהשפיעו על התוצאות (עבדנו עם משרן ~mH). ניתן לראות מהתוצאות כי בגודל התדרות העצמית, שתלוי גם בקיבול, נפלה שגיאה גדולה יותר מאשר בגודל הריסון, שתלוי בהתנגדות ובמשרנות. כמו כן, לכבל בהגדרה ישנה עכבה, אנו עבדנו עם כבלי 50Ω. עכבה זו הכניסה שגיאה בחישובי ההתנגדות במעגל ולכן כנראה גרמה גם היא לשגיאות. במעגל שחיברנו היו 2 כבלים, המחוברים בחלקים שונים במעגל, כך שבלתי אפשרי לבודד השפעות מסוימות ולהצביע בדיוק על גודל ההשפעה. בכדי לברר תופעות אלו לעומק, ולהגיע לגדלים התיאורטיים הנכונים היה נדרש לבדוק מראש את גדלי הקיבול וכו' של הכבלים לפני התחלת העבודה איתם, למדל מעגל אפקטיבי המתחשב בהשפעות אלו, ולחשב את הגדלים במעגל זה.

² <https://www.quabbin.com/tech-briefs/why-cable-capacitance-important-electronic-applications> כבלים שונים

וקיבולם

³ http://www.emo.org.tr/ekler/ae6b5d089d0b287_ek.pdf

נספחים

נספח א' – שגיאות מכשירים

אוהממטר, וולטמטר (M890G)

באמצעות הוולטמטר נמדדו המתחים וההתנגדויות במערכת. לוולטמטר מסוג זה טווחים משתנים: $200mV$, $2V$, $20V$, $200V$, $1000V$ (עבור מתח DC) והתנגדויות בטווחים והשימוש בטווח כזה או אחר נקבע בהתאם לרמת הדיוק שהמכשיר סיפק ובהתאם לאופי המערכת ברגע נתון. כלומר, הטווח בו נעשה שימוש הוא הטווח שסיפק את תוצאת המדידה המדויקת ביותר עבור כל מדידה ספציפית.

להלן חישוב השגיאות במכשיר בהתאם להוראות היצרן (עבור הסקאלות הרלוונטיות) מתח:

Range	Resolution	Accuracy
200mV	0.1mV	$\pm 0.5 \text{ of rdg} \pm -1 \text{ digit}$
2V	1mV	$\pm 0.5 \text{ of rdg} \pm 1 \text{ digit}$
20V	10mV	$\pm 0.5 \text{ of rdg} \pm 1 \text{ digit}$

התנגדות:

Range	Resolution	Accuracy
200 Ω	0.1 Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 3 \text{ digits}$
2k Ω	1 Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 1 \text{ digits}$
20k Ω	10 Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 1 \text{ digits}$
200k Ω	100 Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 1 \text{ digits}$
2M Ω	10K Ω	$\pm 0.8\% \text{ of rdg} \pm 1 \text{ digits}$
20M Ω	100K Ω	$\pm 1\% \text{ of rdg} \pm 2 \text{ digits}$

אמפרמטר (BECKMAN)

הזרם במערכת נמדד על ידי מכשיר BACKMAN בעל הטווחים:

זרם (DC) - $200\mu A$, $2mA$, $20mA$, $200mA$, $2A$, $10A$

בדומה לאמפרמטר, השימוש בטווח כזה או אחר נקבע בהתאם לרמת הדיוק שהמכשיר סיפק ובהתאם לאופי המערכת ברגע נתון.

להלן חישוב השגיאות במכשיר בהתאם להוראות היצרן:

<i>Range</i>	<i>Resolution</i>	<i>Accuracy</i>
200μA	100nA	1.0% of rdg ± 1 digit
2mA	1μA	1.0% of rdg ± 1 digit
20mA	10μA	1.0% of rdg ± 1 digit
200mA	100μA	1.0% of rdg ± 1 digit

נספח ב' – תוצאות פרק 2

חלק א'

<i>R_x Only</i>		<u>100Ω resistor added</u>	
<u>Voltage(V)</u>	<u>Current (mA)</u>	<u>Voltage(V)</u>	<u>Current (mA)</u>
0.467 ± 0.003	20.3 ± 0.2	0.520 ± 0.003	22.5 ± 0.2
0.484 ± 0.003	21.0 ± 0.2	0.560 ± 0.003	24.5 ± 0.3
0.522 ± 0.004	22.7 ± 0.2	0.650 ± 0.004	28.5 ± 0.3
0.635 ± 0.004	27.6 ± 0.3	0.700 ± 0.004	30.5 ± 0.3
0.749 ± 0.005	32.5 ± 0.3	0.760 ± 0.005	33.3 ± 0.3
0.847 ± 0.005	36.8 ± 0.4	0.800 ± 0.005	34.9 ± 0.4
0.966 ± 0.006	42 ± 0.4	0.840 ± 0.006	36.4 ± 0.4
1.134 ± 0.007	49.3 ± 0.5	0.900 ± 0.007	39.5 ± 0.4
1.258 ± 0.007	54.8 ± 0.6	0.920 ± 0.007	39.9 ± 0.4
1.494 ± 0.008	65.1 ± 0.7	<u>הדקים הפוכים</u>	
1.692 ± 0.009	73.8 ± 0.7	<u>Voltage(V)</u>	<u>Current (mA)</u>
2.380 ± 0.013	104.6 ± 1.1	−0.632 ± 0.003	−28.2 ± 0.3
		−0.716 ± 0.005	−31.8 ± 0.3
		−0.869 ± 0.005	−38.5 ± 0.4
		−1.191 ± 0.007	−52.7 ± 0.5
		−1.472 ± 0.008	−65.1 ± 0.7
		−1.764 ± 0.009	−77.9 ± 0.8

	-2.115 ± 0.011	-93.4 ± 1.0
	-2.315 ± 0.013	-102.2 ± 1.1

משוואות תרשים 4:

בכחול: $I(V) = aV + b$, $a = 43.96 \pm 0.10 \frac{mA}{V}$, $b = -0.39 \pm 0.12 mA$

בכתום: $I(V) = aV + b$, $a = 43.57 \pm 0.56 \frac{mA}{V}$, $b = 0.03 \pm 0.42 mA$

בירוק: $I(V) = aV + b$, $a = 44.01 \pm 0.22 \frac{mA}{V}$, $b = -0.31 \pm 0.38 mA$

חלק ד'

	R_x only $V(mV)$	w/ voltmeter $V(mV)$
1st 22Ω resistor	38.6 ± 0.2	127.5 ± 0.6
2nd 22Ω resistor	37.8 ± 0.2	126.6 ± 0.6
parallel connected	19.1 ± 0.2	108.3 ± 0.5

נספח ג' – תוצאות פרק 3

<i>Current(mA)</i>	<i>Voltage(v)</i>	<i>Resistance (Ω)</i>
	0.095 ± 0.001	5.0 ± 0.3
	0.183 ± 0.002	10.1 ± 0.4
	0.255 ± 0.002	14.9 ± 0.4
15.9 ± 0.2	0.319 ± 0.003	19.8 ± 0.5
14.9 ± 0.2	0.370 ± 0.003	24.7 ± 0.5
14.0 ± 0.2	0.421 ± 0.003	29.9 ± 0.5
12.5 ± 0.1	0.502 ± 0.003	40.1 ± 0.6
11.9 ± 0.1	0.535 ± 0.004	44.8 ± 0.7
10.7 ± 0.1	0.601 ± 0.004	55.6 ± 0.7
9.8 ± 0.1	0.650 ± 0.004	65.3 ± 0.8
9.0 ± 0.1	0.692 ± 0.004	75.4 ± 0.9
8.4 ± 0.1	0.727 ± 0.004	85.0 ± 1
7.8 ± 0.1	0.760 ± 0.005	95.7 ± 1.1

נספח ד' – תוצאות פרק 4

$R[k\Omega]$	$\tau[sec]$
1.23	0.000118385
2.01	0.000191424
3.04	0.000283286
4.31	0.000406835
5.46	0.000486835
6.59	0.000582594
7.69	0.000687285
9.01	0.000806452
10.02	0.000928505

נספח ה' – תוצאות פרק 5
חלק ב'

Frequency (Hz)	Gain (db)	Phase lag (rads)
27730	9.93614835990374	-0.09551
29935	14.1722138614003	-0.22324
31000	17.5630971767954	-0.36999
31606	20.2628649411456	-0.5855
32000	22.2972587868108	-0.79836
32183	23.3875714045284	-1.00736
32563	24.4474031797576	-1.34862
32695	24.3569997393421	-1.49848
32837	24.3466259171701	-1.72932
33047	24.1387324124059	-1.86383
33418	23.1575281095939	-2.0991
33980	21.0176442021957	-2.38998
35756	15.2580200845476	-2.79253

נספח ו' – סקריפט לחישוב gain ופאזה משני וקטורי גל מתח

```
function data = findRatio (Vin, Vout)
    Vin = fft(Vin);
    Vout = fft(Vout);
    Vin = Vin(1:length(Vin)/2);
    Vout = Vout(1:length(Vout)/2);
    [mag_x, idx_x] = max(abs(Vin));
    [mag_y, idx_y] = max(abs(Vout));
    px = angle(Vin(idx_x));
    py = angle(Vout(idx_y));
    data = [mag_y / mag_x , py - px];
end
```