שאלה 4

א. פונקציית המסור ניתנת לתיאור על ידי $f(t) = A \cdot \frac{t}{T},\ \ 0 \le t < T$ כאשר A היא האמפליטודה וזמן המחזור הוא T. במקרה שלנו $A = 1$ ולכן $f(t) = \frac{t}{T}$. כמו כן, לכל $t = T$ מתקיים $f(t) = 0$
אם כך נוכל לסמן:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{T}, & 0 \le t < T \\ 0, & t = T \end{cases}$$

כעת נחשב את הקבועים בטור פורייה:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T}\frac{t}{T}dt = \frac{1}{T^2}\cdot\left[\frac{t^2}{2}\right]_{-T}^{T} = 0$$

$$a_n = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T}\frac{t}{T}\cos\frac{n\pi t}{T}dt \overset{int\ by\ parts}{=} \ldots = \left[\frac{\pi nt sin\left(\frac{\pi nt}{T}\right) + tcos\left(\frac{\pi nt}{T}\right)}{(\pi n)^2}\right]_{-T}^{T} = 0$$

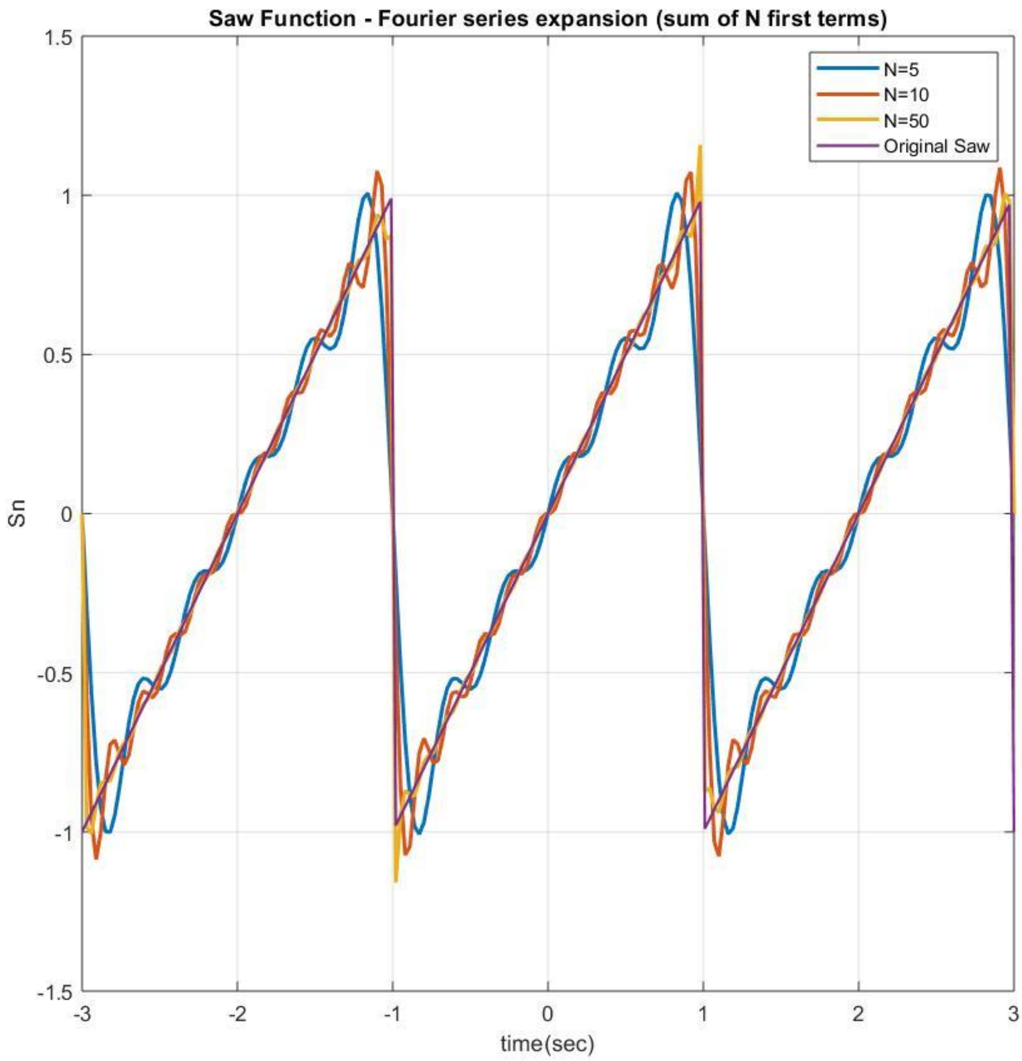
$$b_n = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T}\frac{t}{T}\sin\frac{n\pi t}{T}dt \overset{int\ by\ parts}{\overbrace{t}} = \cdots = \left[\frac{sin\left(\frac{\pi nt}{T}\right) + \frac{1}{T}\cdot\pi nt cos\left(\frac{\pi nt}{T}\right)}{(\pi n)^2}\right]_{-T}^{T}$$

$$= \frac{-2\pi n cos(2\pi n) + \sin(2\pi n)}{(\pi n)^2} = -(-1)^n\frac{2}{\pi n}$$

כעת נציב ונקבל:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} -(-1)^n\frac{2}{\pi n}\sin\left(\frac{n\pi t}{T}\right)$$

ב. בסעיף זה הכנתי קוד MATLAB המציג את פונקציית המסור המקורית, יחד עם סכום N איברי טור פורייה לפונקציה זו. זאת עבור $N = 5,10,50$
עבור פונקציית המסור, השתמשתי בפונקצית mod המתאפסת בחלוקה ל2 ומוזזת ב1.


Saw Function - Fourier series expansion (sum of N first terms)
N=5
N=10
N=50
Original Saw
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
Sn
-3
-2
-1
0
1
2
3
time(sec)

קוד:

```
%%
%constants
const=-2/pi;
t=linspace(-3,3,200);
Sn = 0; % initial sum we iterate on

%%
%calculating the series and plotting
for n = 1 : 50
    const=-const; % each iteration the sign changes just
like (-1)^n
    Sn=Sn+((const/n)*sin(n*pi*t)); %summing S_(n-1)+S_n
    if n == 5 || n==10 || n==50 % we need to print in
these cases only
        plot(t,Sn,'LineWidth',1.8)
        hold on
    end
end

%%
%plotting the original saw function;
y = mod(t+1,2)-1; %when ever t+1%2 is zero we will start
over
plot(t,y,'LineWidth',1.3)
hold off
%%
%decoration
grid on
xlabel('time(sec)')
ylabel('Sn')
title('Saw Function - Fourier series expansion (sum of N
first terms)')
legend('N=5','N=10','N=50','Original Saw')
```