

Analyse Factorielle des Correspondances Multiples AFCM

Prof. Mustapha RACHDI

Université Grenoble Alpes
UFR SHS, BP. 47
38040 Grenoble cedex 09
France

Bureau : C08 au Bât. Michel Dubois
e-mail : mustapha.rachdi@univ-grenoble-alpes.fr



Introduction et principe

- L'analyse factorielle des correspondances multiples (AFCM) est la généralisation de l'AFC à plus de deux tableaux constitués par les indicatrices d'une variable qualitative.
- L'AFCM utilise la généralisation de l'AC, c'est-à-dire de l'ACG.
- L'AFCM est donc à une constante $\frac{1}{V}$ près, l'ACG de V tableaux constitués chacun par les indicatrices d'une variable qualitative (cf. Chapitre 3).
- L'AFCM peut aussi s'écrire comme l'AFC d'un tableau particulier (cf. paragraphes suivants).
- Les règles d'interprétation des résultats de l'AFC peuvent donc encore s'appliquer lorsqu'on dispose de plus de deux variables qualitatives.

- Le but de l'Analyse Factorielle des Correspondances Multiple (AFCM), comme celui de l'AFC, est de détecter des liens entre variables qualitatives, et de positionner les individus par rapport à ces liens.
- La méthode AFC vue dans le chapitre précédent ne traite formellement que du lien entre 2 variables.
- La méthode AFCM permet de généraliser cette étude à autant de variables qualitatives que l'on souhaite.

Précautions avant de passer de 2 à plus de deux variables

- Cette généralisation ne se fait pas sans un minimum de précautions, en raison,
 - d'une part, du fait que dès que l'on a plus de deux variables, on est confronté aux problèmes d'interactions entre ces variables,
 - et, d'autre part, de la non possibilité de généralisation de tous les aspects de l'interprétation d'une AFC.
- Nous allons illustrer les problèmes d'interaction avec la présentation du paradoxe de Simpson.

Le paradoxe de Simpson

Exemple 1 : Barouf à Bombach

- Au cours d'un débat télévisé sur "la femme et les études scientifiques", on aborde la question de la réussite au bac S au cours de l'année précédente.
- Un premier participant fait état d'un dossier qui fournit les statistiques ville par ville. A propos de la ville de Bombach, on y trouve les résultats suivants :

| | Résultats au bac S | | |
|---------|--------------------|-----------|-------|
| | + (succès) | - (échec) | Total |
| Garçons | 24 | 36 | 60 |
| Filles | 36 | 24 | 60 |

- Conclusion : les filles réussissent mieux que les garçons : la différence est de 20 points en faveur des filles.

Le paradoxe de Simpson

Exemple 1 : Barouf à Bombach

- De ce tableau, on déduit les proportions de réussite pour les garçons et pour les filles : Garçons : $24/60 = 40\%$, Filles : $36/60 = 60\%$. Mais un deuxième participant fait état d'un dossier plus détaillé, qui fournit les résultats lycée par lycée.
- Dans la ville de Bombach, les lycéens sont répartis en deux lycées : Anastase et Bénédicte, et les statistiques relatives à chacun de ces deux lycées figurent ci-dessous.

| | Anastase | | |
|---------|--------------------|-----------|-------|
| | Résultats au bac S | | |
| | + (succès) | - (échec) | Total |
| Garçons | 15 | 35 | 50 |
| Filles | 1 | 9 | 10 |

| | Bénédicte | | |
|---------|--------------------|-----------|-------|
| | Résultats au bac S | | |
| | + (succès) | - (échec) | Total |
| Garçons | 9 | 1 | 10 |
| Filles | 35 | 15 | 50 |

- Notons que bien entendu, en ajoutant case à case les deux tableaux, on retrouvera le tableau précédent. Or, de chacun de ces deux tableaux, on déduit les proportions de réussite suivantes :
Anastase : Garçons : $15/50 = 30\%$, Filles : $1/10 = 10\%$;
Bénédicte : Garçons : $9/10 = 90\%$, Filles : $35/50 = 70\%$.

Le paradoxe de Simpson

Exemple 1 : Barouf à Bombach

- **Conclusion** : à l'intérieur de chaque lycée, les garçons réussissent mieux que les filles, la différence des pourcentages est la même dans les deux lycées : 20 points en faveur des garçons (donc valeur opposée à la valeur globale obtenue plus haut).¹.

1. Cet exercice sur les proportions est extrait du polycopié "Documents de cours de statistique. Procédures statistiques fondamentales". Enseignement de statistique de H. Rouanet pour le C1 de psychologie générale, licence de psychologie, Université Paris V.

Le paradoxe de Simpson

Exemple 2 : la criminalité en Floride

- Il s'agit de 4764 homicides jugés en Floride de 1973 à 1979. Ces données ont été publiées dans le New-York Times du 11 mars 1979. Elles ont été maintes fois utilisées par les statisticiens (cf site internet <http://www.cict.fr/personnel/stpierre/expose-16-01-98/expose.html>).
- On dispose des données sous forme de tableau de contingence complète.

| | | sentence | |
|-----------|---------|---------------|-------------|
| | | peine de mort | autre peine |
| meurtrier | victime | | |
| | blanc | 72 | 2074 |
| | noir | 0 | 111 |
| noir | blanc | 48 | 239 |
| | noir | 11 | 2209 |

- Calculer les pourcentages de peine de mort chez les meurtriers blancs et chez les meurtriers noirs, toutes victimes confondues, puis en distinguant les victimes noires et les victimes blanches. Conclure.

Le tableau des données brutes

- Le premier tableau qui vient à l'idée est celui des données brutes, indiquant pour chaque individu les valeurs des variables qualitatives.
- Exemple d'un tel tableau : une enquête commandée par une cave coopérative auprès de viticulteurs de la région Languedoc-Roussillon a été menée dans le but de mieux connaître les attentes de ces derniers du point de vue des services de cette coopérative.
- Nous sélectionnons un sous-échantillon de 154 viticulteurs de telle manière qu'il n'y ait pas de données manquantes. Le tableau suivant rassemble les variables :
 - région : région de production du vin
 - statut : statut juridique (EARL, EI=exploitation individuelle, GAEC, SCEA)
 - adhérent : A=adhérent à la cave coopérative, P=prospect, c'est-à-dire non adhérent
 - valorisation : circuit de distribution de la production
 - vin : principale catégorie de vin produit.

Le tableau des données brutes : Dans la première colonne figure un numéro du viticulteur (identificateur)

| no | region | statut | adhérent | valorisation | kin |
|-----|--------------------|--------|----------|--------------------|---------|
| 97 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | P | Cave cooperative | AOC |
| 97 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 97 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 98 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | P | Cave cooperative | AOC |
| 98 | MINERVOS-CORBIÈRES | GAEC | A | Cave cooperative | AOC |
| 101 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 102 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 103 | MINERVOS-CORBIÈRES | EAPL | A | Cave participative | AOC |
| 104 | MINERVOS-CORBIÈRES | GAEC | A | Cave cooperative | AOC |
| 105 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 105 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 107 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 108 | NARBONNE-HERAULT | EAPL | A | Cave cooperative | AOC |
| 109 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 110 | MINERVOS-CORBIÈRES | GAEC | A | Cave participative | AOC |
| 110 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 113 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 114 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 115 | NARBONNE-HERAULT | EI | P | Cave cooperative | VDP |
| 116 | NARBONNE-HERAULT | EI | P | Cave cooperative | VDP |
| 117 | NARBONNE-HERAULT | GAEC | A | Cave cooperative | VDP |
| 118 | NARBONNE-HERAULT | GAEC | A | Cave participative | AOC |
| 119 | NARBONNE-HERAULT | EI | P | Cave cooperative | VDP |
| 120 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 124 | NARBONNE-HERAULT | GAEC | A | Cave participative | AOC |
| 125 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 126 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 127 | NARBONNE-HERAULT | EI | P | Cave participative | VDP |
| 128 | NARBONNE-HERAULT | EI | P | Cave cooperative | VDP |
| 130 | NARBONNE-HERAULT | EI | P | Cave participative | AOC |
| 131 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 132 | CARCASSONNE | EAPL | A | Cave cooperative | VDP |
| 133 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AO VDQS |
| 137 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AO VDQS |
| 138 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AO VDQS |
| 139 | BRAM | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 140 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AO VDQS |
| 142 | CARCASSONNE | EI | Mixte | Cave cooperative | AOC |
| 143 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 144 | CARCASSONNE | EI | A | Cave participative | AOC |
| 145 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 147 | CARCASSONNE | GAEC | A | Cave cooperative | VDP |
| 148 | CARCASSONNE | GAEC | A | Cave cooperative | VDP |
| 150 | CARCASSONNE | EI | P | Cave cooperative | VDP |
| 151 | CARCASSONNE | EI | P | Cave cooperative | AOC |
| 153 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 153 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 154 | CARCASSONNE | EI | A | Cave participative | VDP |
| 156 | CARCASSONNE | EI | A | Cave participative | AO VDQS |
| 157 | CARCASSONNE | EAPL | A | Mixte | VDP |
| 158 | BRAM | EAPL | A | Cave cooperative | AOC |
| 160 | BRAM | EAPL | A | Cave cooperative | AO VDQS |
| 161 | BRAM | EI | A | Cave cooperative | AO VDQS |
| 162 | BRAM | EI | A | Mixte | AO VDQS |
| 163 | BRAM | GAEC | A | Cave cooperative | VDP |
| 164 | BRAM | EAPL | A | Cave participative | AOC |
| 165 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 166 | NARBONNE-HERAULT | GAEC | A | Cave cooperative | VDP |
| 167 | CARCASSONNE | EI | A | Cave participative | VDP |
| 168 | NARBONNE-HERAULT | GAEC | A | Cave cooperative | VDP |
| 169 | NARBONNE-HERAULT | GAEC | P | Cave participative | AOC |
| 170 | NARBONNE-HERAULT | EAPL | A | Cave participative | AOC |
| 171 | NARBONNE-HERAULT | GAEC | P | Cave cooperative | VDP |
| 172 | NARBONNE-HERAULT | EAPL | A | Cave participative | AOC |
| 173 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 174 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | P | Cave participative | AOC |
| 175 | BRAM | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 176 | BRAM | GAEC | A | Cave cooperative | VDP |
| 177 | BRAM | EI | A | Cave cooperative | VDP |
| 178 | BRAM | EAPL | A | Cave cooperative | AO VDQS |
| 179 | BRAM | GAEC | A | Cave cooperative | VDP |
| 180 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | P | Cave cooperative | AOC |
| 181 | MINERVOS-CORBIÈRES | EI | A | Cave cooperative | AOC |
| 183 | MINERVOS-CORBIÈRES | GAEC | A | Mixte cooperative | AOC |
| 184 | MINERVOS-CORBIÈRES | EAPL | A | Cave cooperative | AOC |
| 185 | CARCASSONNE | EI | A | Cave cooperative | AOC |

Les différents types de tableaux

Le tableau de données brut

- Un extrait du tableau précédent est le suivant :

| no | région | statut | adhérent | valorisation | vin |
|----|---------------------|--------|----------|------------------|-----|
| 1 | MINERVOIS-CORBIERES | EI | A | Cave coopérative | AOC |
| 2 | MINERVOIS-CORBIERES | EI | A | Cave coopérative | AOC |
| 3 | MINERVOIS-CORBIERES | EI | A | Cave coopérative | AOC |
| 5 | MINERVOIS-CORBIERES | GAEC | A | Cave coopérative | AOC |
| 7 | MINERVOIS-CORBIERES | EARL | A | Mixte | AOC |
| 8 | CARCASSONNE | EARL | A | Cave coopérative | VDP |
| 9 | CARCASSONNE | EI | A | Cave coopérative | VDP |
| 10 | CARCASSONNE | GAEC | A | Cave coopérative | VDP |
| 11 | CARCASSONNE | SCEA | A | Cave coopérative | AOC |
| 12 | CARCASSONNE | EI | P | Cave coopérative | VDP |
| 15 | MINERVOIS-CORBIERES | GAEC | A | Cave coopérative | VDP |
| 16 | MINERVOIS-CORBIERES | EI | A | Cave coopérative | AOC |
| 17 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave coopérative | VDP |
| 18 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave coopérative | VDP |
| 19 | NARBONNE-HERAULT | EI | A | Cave coopérative | VDP |
| 21 | NARBONNE-HERAULT | GAEC | P | Cave coopérative | VDP |
| 22 | MINERVOIS-CORBIERES | SCEA | A | Cave coopérative | AOC |
| 25 | NARBONNE-HERAULT | EARL | A | Cave coopérative | AOC |

Les différents types de tableaux

Le tableau disjonctif complet

- C'est un tableau dans lequel chaque ligne correspond à un individu, et chaque colonne à une modalité. Les cases du tableau contiennent 1 si l'individu de la ligne prend la modalité de la colonne, et 0 sinon.
- Un extrait du tableau disjonctif complet issu du tableau de données précédent est le suivant :

| no | BRAM | CARC | MC | NH | EARL | EI | GAEC | SCEA | A | P | Mixte | Coop | Part | VDQS | AO-VDQS | AOC | VDP |
|-----|------|------|----|----|------|----|------|------|---|---|-------|------|------|------|---------|-----|-----|
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 185 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

- Ces deux tableaux contiennent l'information la plus complète qui soit (information par individu). Le second est une " quantification " du premier, c'est l'avantage qu'il présente. On remarquera qu'il occupe plus de place que le précédent.
- Exercice : quelles valeurs ont les sommes des lignes ? Des colonnes ?

Le tableau des données groupées

- Quand l'identité des individus n'est pas d'intérêt, ou quand on n'aura pas besoin d'identifier les individus par la suite, on peut simplifier le tableau en comptant le nombre d'individus correspondant à chaque profil. Le tableau précédent peut ainsi être simplifié comme ci-dessous.

| région | statut | adhérent | valorisation | vin | Effectif |
|--------|--------|----------|--------------|---------|----------|
| BRAM | EARL | A | coop | AO-VDQS | 3 |
| BRAM | EARL | A | coop | AOC | 1 |
| BRAM | EARL | A | part | AOC | 1 |
| BRAM | EI | A | mixte | AO-VDQS | 1 |
| BRAM | EI | A | coop | AO-VDQS | 1 |
| BRAM | EI | A | coop | VDP | 3 |
| BRAM | GAEC | A | coop | AOC | 1 |
| BRAM | GAEC | A | coop | VDP | 3 |
| CARC | EARL | A | mixte | AOC | 1 |
| CARC | EARL | A | mixte | VDP | 1 |
| CARC | EARL | A | coop | VDP | 3 |
| CARC | EARL | P | mixte | VDP | 1 |
| CARC | EI | A | coop | VDQS | 4 |
| CARC | EI | A | coop | AOC | 3 |
| CARC | EI | A | coop | VDP | 4 |
| CARC | EI | A | part | AO-VDQS | 1 |
| CARC | EI | A | part | AOC | 2 |
| CARC | EI | P | coop | AOC | 3 |
| CARC | EI | P | coop | VDP | 3 |
| CARC | EI | P | part | VDP | 2 |
| CARC | GAEC | A | coop | VDP | 2 |
| CARC | SCEA | A | coop | AOC | 1 |
| CARC | SCEA | P | part | VDP | 1 |
| MC | EARL | A | mixte | AOC | 1 |
| MC | EARL | A | coop | AOC | 2 |

Le tableau des données groupées

- Mais sa présentation peut être optimisée, en créant un tableau dans lequel les noms des modalités des variables ne sont pas répétés. C'est ce que l'on fait dans le paragraphe qui suit.

| | | | | | |
|----|------|---|-------|-----|----|
| MC | EARL | P | part | AOC | 2 |
| MC | EI | A | mixte | AOC | 2 |
| MC | EI | A | mixte | VDP | 1 |
| MC | EI | A | coop | AOC | 18 |
| MC | EI | A | coop | VDP | 4 |
| MC | EI | P | coop | AOC | 11 |
| MC | EI | P | part | AOC | 2 |
| MC | GAEC | A | coop | AOC | 5 |
| MC | GAEC | A | coop | VDP | 3 |
| MC | GAEC | A | part | AOC | 1 |
| MC | SCEA | A | coop | AOC | 3 |
| MC | SCEA | A | part | AOC | 4 |
| MC | SCEA | P | coop | AOC | 1 |
| NH | EARL | A | coop | AOC | 2 |
| NH | EARL | A | part | AOC | 1 |
| NH | EI | A | coop | AOC | 1 |
| NH | EI | A | coop | VDP | 15 |
| NH | EI | A | part | AOC | 1 |
| NH | EI | P | coop | AOC | 1 |
| NH | EI | P | coop | VDP | 6 |
| NH | EI | P | part | VDP | 2 |
| NH | GAEC | A | coop | VDP | 4 |
| NH | GAEC | P | coop | VDP | 2 |
| NH | GAEC | P | part | AOC | 1 |
| NH | GAEC | P | part | VDP | 2 |
| NH | SCEA | A | coop | VDP | 2 |
| NH | SCEA | A | part | AOC | 1 |
| NH | SCEA | A | part | VDP | 1 |
| NH | SCEA | P | part | AOC | 2 |
| NH | SCEA | P | part | VDP | 1 |

Le tableau de contingence complète

- Ce tableau contient les mêmes informations qu'un tableau de données groupées, mais dans une présentation plus synthétique.

| | | A | | | | | | | | | P | | | | | |
|------|------|---------|-----|-----|---------|-----|-----|---------|-----|-----|-------|-----|------|-----|------|-----|
| | | mixte | | | Coop | | | part | | | mixte | | coop | | part | |
| | | AO-VDQS | AOC | VDP | AO-VDQS | AOC | VDP | AO-VDQS | AOC | VDP | AOC | VDP | AOC | VDP | AOC | VDP |
| BRAM | EARL | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | EI | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | GAEC | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | SCEA | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| CARC | EARL | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | EI | 0 | 0 | 0 | 4 | 3 | 4 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 0 | 2 |
| | GAEC | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | SCEA | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| MC | EARL | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 |
| | EI | 0 | 2 | 1 | 0 | 18 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 2 | 0 |
| | GAEC | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | SCEA | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| NH | EARL | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | EI | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 15 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 0 | 2 |
| | GAEC | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 2 |
| | SCEA | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 |

- que valent les sommes des lignes ? des colonnes ?
- Remarque 1 : quand il n'y a pas beaucoup d'individus et beaucoup de modalités de variables, ce tableau risque d'être plus volumineux que celui des données groupées, voire celui des données brutes.

Le tableau de contingence complète

- Remarque 2 : parfois, les données se présentent uniquement sous forme de données groupées ou de tableau de contingence complète. C'est le cas lorsqu'elles ont été recueillies par estimation. Par exemple, le tableau suivant restitue le tonnage transporté par bateaux selon les types de bateaux. Les données n'ont jamais été recueillies tonne par tonne, mais des estimations ont été faites pour arriver à ces valeurs. Elles concernent le trafic annuel par bateaux.

| typenavire | pétrolier | | | | Vraquier | | | | classique | | | | porte-conteneur | | | | autre | | | |
|------------|-----------|-----------|-------------|-----------|-----------|-----------|-------------|-----------|-----------|-----------|-------------|-----------|-----------------|-----------|-------------|-----------|-----------|-----------|-------------|-----------|
| | age0-4ans | age5-9ans | age10-14ans | age+15ans | age0-4ans | age5-9ans | age10-14ans | age+15ans | age0-4ans | age5-9ans | age10-14ans | age+15ans | age0-4ans | age5-9ans | age10-14ans | age+15ans | age0-4ans | age5-9ans | age10-14ans | age+15ans |
| developpe | 8.2663 | 10.8381 | 35.3615 | 37.3822 | 9.8878 | 22.9562 | 13.9673 | 22.3339 | 2.7760 | 5.6231 | 6.2637 | 9.0634 | 2.3403 | 3.2238 | 2.9373 | 3.4387 | 3.5265 | 6.3835 | 4.8880 | 7.5218 |
| libimatr | 12.2924 | 6.6584 | 23.7653 | 59.7205 | 6.0698 | 19.6879 | 15.9526 | 36.1074 | 2.8525 | 4.6824 | 7.8847 | 11.4906 | 1.7933 | 1.4574 | 1.0836 | 1.0836 | 1.9359 | 2.7843 | 2.7724 | 4.4573 |
| e-orienta | 1.1820 | 1.6390 | 2.3718 | 2.6870 | 1.8158 | 4.2036 | 4.4323 | 3.8461 | 1.7035 | 2.2447 | 2.9771 | 8.9949 | 0.2268 | 0.2761 | 0.1504 | 0.1684 | 0.7751 | 0.8127 | 0.9150 | 2.8796 |
| asiesocia | 0.2817 | 0.3955 | 0.6420 | 1.3895 | 0.5569 | 1.7889 | 1.7045 | 4.3878 | 0.2794 | 0.8294 | 1.7548 | 5.8668 | 0.1682 | 0.5349 | 0.0485 | 0.3268 | 0.0250 | 0.0793 | 0.3607 | 0.6214 |
| endevelop | 3.8131 | 5.9002 | 11.0779 | 19.3462 | 11.1607 | 20.1013 | 12.7208 | 16.0211 | 1.1571 | 3.6598 | 8.9073 | 13.1860 | 1.1545 | 0.8751 | 1.1832 | 0.8956 | 0.6014 | 2.2941 | 2.4488 | 3.2478 |

- Sur ce dernier tableau, on est aussi confronté au problème de l'unité dans laquelle on mesure les quantités dénombrées. Les unités sont ici exprimées en millions de tonnes de port en lourd (MTPL). Si l'on change d'unité de comptage, on change certainement la valeur de la statistique du khi-deux. Mais ce qui est rassurant, c'est qu'on ne changera pas les interprétations descriptives des liens éventuels entre les variables.

Le tableau de contingence complète : Extrait

| typenavire | pétrolier | | | | Vraquier | | | | | |
|-----------------------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|---------------|-----------|
| Typepays immatriculation | age0- 4ans | age5- 9ans | age10- 14ans | age +15ans | age0- 4ans | age5- 9ans | age10- 14ans | age +15ans | age0- 4ans | age 9a |
| developpe | 8.2663 | 10.8381 | 35.3615 | 37.3822 | 9.8878 | 22.9562 | 13.9673 | 22.3339 | 2.7760 | 5.6 |
| libimmatr | 12.2924 | 6.6584 | 23.7653 | 59.7205 | 6.0698 | 19.6879 | 15.9526 | 36.1074 | 2.8525 | 4.6 |
| e-orienta | 1.1820 | 1.6390 | 2.3718 | 2.6870 | 1.8158 | 4.2036 | 4.4323 | 3.8461 | 1.7035 | 2.2 |
| asiapacria | 0.2817 | 0.2055 | 0.6420 | 1.3805 | 0.5560 | 1.7880 | 1.7045 | 4.3878 | 0.2704 | 0.8 |

Le tableau de Burt

- C'est le tableau qui sera utilisé comme un tableau de contingence. Utilisé par Burt dans un article de 1950 dans British Journal of Psychology, ce tableau a gardé le nom de celui qui l'a utilisé dans les premières fois. L'AFCM a été introduite plus tôt, en 1941, par Guttman, dont on a cité le nom à la fin du chapitre sur l'AFC (effet Guttman).
- Ce tableau est un “ super tableau de contingence ”, construit comme une juxtaposition de plusieurs tableaux de contingence. Les lignes et les colonnes correspondent chacune à une modalité de variable, et à l'intersection d'une ligne et d'une colonne se trouve l'effectif des individus qui prennent conjointement la modalité de la ligne et celle de la colonne. Exemple des données de l'enquête :

Le tableau de Burt

| | BRAM | CARC | MC | NH | EARL | EI | GAEC | SCEA | A | P | mixte | coop | part | AO-VDQS | AOC | VDP |
|---------|------|------|----|----|------|----|------|------|-----|----|-------|------|------|---------|-----|-----|
| BRAM | 14 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 | 4 | 0 | 14 | 0 | 1 | 12 | 1 | 5 | 3 | 6 |
| CARC | 0 | 32 | 0 | 0 | 6 | 22 | 2 | 2 | 22 | 10 | 3 | 23 | 6 | 5 | 10 | 17 |
| MC | 0 | 0 | 63 | 0 | 8 | 38 | 9 | 8 | 45 | 18 | 5 | 48 | 10 | 0 | 53 | 10 |
| NH | 0 | 0 | 0 | 45 | 3 | 26 | 9 | 7 | 28 | 17 | 0 | 33 | 12 | 0 | 10 | 35 |
| EARL | 5 | 6 | 8 | 3 | 22 | 0 | 0 | 0 | 17 | 5 | 5 | 12 | 5 | 3 | 12 | 7 |
| EI | 5 | 22 | 38 | 26 | 0 | 91 | 0 | 0 | 61 | 30 | 4 | 77 | 10 | 7 | 44 | 40 |
| GAEC | 4 | 2 | 9 | 9 | 0 | 0 | 24 | 0 | 19 | 5 | 0 | 20 | 4 | 0 | 8 | 16 |
| SCEA | 0 | 2 | 8 | 7 | 0 | 0 | 0 | 17 | 12 | 5 | 0 | 7 | 10 | 0 | 12 | 5 |
| A | 14 | 22 | 45 | 28 | 17 | 61 | 19 | 12 | 109 | 0 | 7 | 88 | 14 | 10 | 52 | 47 |
| P | 0 | 10 | 18 | 17 | 5 | 30 | 5 | 5 | 0 | 45 | 2 | 28 | 15 | 0 | 24 | 21 |
| mixte | 1 | 3 | 5 | 0 | 5 | 4 | 0 | 0 | 7 | 2 | 9 | 0 | 0 | 1 | 5 | 3 |
| coop | 12 | 23 | 48 | 33 | 12 | 77 | 20 | 7 | 88 | 28 | 0 | 116 | 0 | 8 | 53 | 55 |
| part | 1 | 6 | 10 | 12 | 5 | 10 | 4 | 10 | 14 | 15 | 0 | 0 | 29 | 1 | 18 | 10 |
| AO-VDQS | 5 | 5 | 0 | 0 | 3 | 7 | 0 | 0 | 10 | 0 | 1 | 8 | 1 | 10 | 0 | 0 |
| AOC | 3 | 10 | 53 | 10 | 12 | 44 | 8 | 12 | 52 | 24 | 5 | 53 | 18 | 0 | 76 | 0 |
| VDP | 6 | 17 | 10 | 35 | 7 | 40 | 16 | 5 | 47 | 21 | 3 | 55 | 10 | 0 | 0 | 68 |

- Exercice : que valent les sommes des lignes ? des colonnes ?

Comparaison des résultats de l'AFC et de l'AFCM lorsque $p = 2$, et conséquences dans les différences d'interprétation

- L'AFCM est une AFC simple opérée soit sur le tableau disjonctif complet, soit sur le tableau de Burt.
- Dans le premier cas, les lignes sont les individus de départ et les colonnes sont les modalités.
- L'AFC positionne donc ces deux informations.
- Dans le second cas, les lignes et les colonnes sont égales aux modalités des variables.
- On n'a donc plus d'informations sur les comportements individuels, mais seulement sur les liens entre modalités.

Les valeurs propres

- Considérant l'exemple traité dans le chapitre AFC, la série des valeurs propres issues de l'AFC et de celles issues de l'AFCM sont les suivantes :

| rappel tableau de contingence : | | | | | | valeurs propres AFC ($r=c=4 \rightarrow 3$ axes) | valeurs propres AFCM ($r+c-2=6$ axes) |
|---------------------------------|------|-------|------|------|-------|---|--|
| CSP/HEB | CAMP | HOTEL | LOCA | RESI | Total | $\lambda_1=0,098243$ (86,855%) | $\mu_1 = (1 + \lambda_1)/2 = 0,6567$ (21,89%) |
| AGRI | 239 | 155 | 129 | 0 | 523 | $\lambda_2=0,013863$ (12,256%) | $\mu_2 = (1 + \lambda_2)/2 = 0,5589$ (18,63%) |
| CADR | 1003 | 1556 | 1821 | 1521 | 5901 | $\lambda_3=0,0010054$ (0,889%) | $\mu_3 = (1 + \lambda_3)/2 = 0,5159$ (17,20%) |
| INAC | 682 | 1944 | 967 | 1333 | 4926 | | $\mu_i = (1 - \lambda_{7-i})/2$, sans intérêt |
| OUVR | 2594 | 1124 | 2176 | 1038 | 6932 | | $\sum_{i=1}^6 \mu_i = (r+c)/2 - 1 = 3$. |
| Total | 4518 | 4779 | 5093 | 3892 | 18282 | $\sum_{i=1}^3 \lambda_i = 0,113114$ | |

- De façon plus générale, les liens entre les valeurs propres issues de l'AFC et celles issues de l'AFCM sont :
 - lorsque $p = 2$: pour $i = 1, \dots, \min(r, c) - 1$, $\mu_i = (1 + \lambda_i)/2$,
 - pour $i = \min(r, c)$, $\mu_i = 1/2$,
 - pour $i = \max(r, c), \dots, r + c - 2$, $\mu_i = (1 + \lambda_{r+c-1-i})/2$.

- Pour faciliter la généralisation de 2 à p variables, nous remplacerons r et c par m_1 et m_2 , de sorte que les nombres de modalités des variables X_1, X_2, \dots, X_p seront m_1, m_2, \dots, m_p .
- Les valeurs propres sont au nombre de $m_1 + \dots + m_p - p$, et leur somme égale $(m_1 + \dots + m_p - p)/p$.
- On voit avec ces propriétés que l'utilisation des valeurs propres ne pourra plus se faire de la même façon en AFCM qu'en AFC. Nous pouvons mettre en comparaison les éléments d'interprétation à partir des valeurs propres de l'AFC et de l'AFCM.

| analyse | AFC | AFCM |
|--|---|--|
| somme des valeurs propres | égale $n\chi^2$, donc est utilisée pour évaluer l'importance du lien entre les deux variables. | égale $(m_1 + \dots + m_p - p)/p$. Est donc uniquement dépendante du nombre de variables et du nombre total de modalités. Ne peut servir à évaluer l'importance du lien entre les variables. |
| nombre de valeurs propres=nombre d'axes | avec $\min(r,c)-1$ axes, on restitue 100% de l'inertie, c'est-à-dire du lien entre les 2 variables | pour $p=2$, on a vu que le nombre d'axes pouvait être le double d'avec la méthode AFC, sur les mêmes données. Bien sûr, les seules 3 premières apportent 100% de l'information, les autres sont des "redondances". |
| pourcentage d'inertie apporté par les axes | il égale le pourcentage du lien apporté par l'axe, donc le pourcentage de l'information à laquelle on s'intéresse | n'égale plus le pourcentage d'information; on ne peut s'en servir pour savoir quel pourcentage du lien on a expliqué. |
| choix du nombre d'axes à retenir | méthode de Kaiser adaptée, ou méthode de l'éboulis | la méthode de Kaiser ne peut plus convenir, puisque la moyenne des valeurs propres ne dépend pas de l'importance de l'information totale; la méthode de l'éboulis seule convient, à condition de ne faire le choix qu'avec la première moitié, voire les $[k/p]$ premiers axes, où k est le nombre total d'axes ($[x]$ dénote la partie entière de x). |

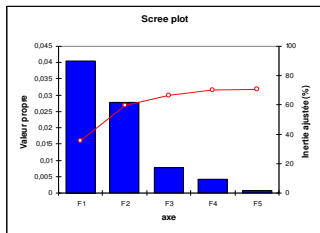
Exemple : les valeurs propres obtenues avec les données de viticulture sont les suivantes :

| Valeurs propres et pourcentages d'inertie : | | | | | | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | F6 | F7 | F8 | F9 | F10 | F11 |
| Valeur propre | 0,361 | 0,333 | 0,271 | 0,252 | 0,220 | 0,178 | 0,166 | 0,134 | 0,111 | 0,099 | 0,075 |
| Inertie (%) | 16,421 | 15,157 | 12,296 | 11,446 | 9,981 | 8,072 | 7,560 | 6,091 | 5,049 | 4,518 | 3,410 |
| % cumulé | 16,421 | 31,577 | 43,873 | 55,320 | 65,300 | 73,372 | 80,932 | 87,023 | 92,072 | 96,590 | 100,000 |
| Inertie ajustée | 0,041 | 0,028 | 0,008 | 0,004 | 0,001 | | | | | | |
| Inertie ajustée (%) | 35,526 | 24,330 | 6,793 | 3,669 | 0,523 | | | | | | |
| % cumulé | 35,526 | 59,855 | 66,648 | 70,318 | 70,841 | | | | | | |

- A l'aide des remarques faites ci-dessus, faire un choix du nombre d'axes à retenir.
- En tenant compte de cette correction, on utilise une formule ajustée pour mieux rendre compte de l'inertie (l'information) restituée par les facteurs

$$\lambda_{ajust} = \left[\left(\frac{p}{p-1} \right) \left(\lambda - \frac{1}{p} \right) \right]^2$$

- Uniquement pour les facteurs dont la v.p. est supérieure à la moyenne des v.p. (les autres facteurs ne sont pas intéressants) $\lambda > \frac{1}{p}$. On veut donner plus d'importance aux v.p. sélectionnées.



Les résultats pour les modalités

| Coordonnées principales (Variables) : | | | | | Contributions (Variables) : | | | | | | | | | | Cosinus carrés (Variables) : | | | | |
|---------------------------------------|--------|--------|--------|--------|-----------------------------|---------|-------|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | | Poids | Poids (relatif) | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 |
| BRAM | 1.993 | -0.178 | 0.477 | 1.402 | 0.413 | BRAM | 14 | 0.018 | 0.200 | 0.002 | 0.015 | 0.142 | 0.014 | BRAM | 0.397 | 0.003 | 0.023 | 0.197 | 0.017 |
| CARC | 0.502 | -0.095 | 0.556 | -1.165 | 0.326 | CARC | 32 | 0.042 | 0.029 | 0.001 | 0.048 | 0.224 | 0.020 | CARC | 0.066 | 0.002 | 0.081 | 0.356 | 0.028 |
| MC | -0.315 | 0.819 | -0.603 | 0.192 | -0.111 | MC | 63 | 0.082 | 0.022 | 0.165 | 0.110 | 0.012 | 0.005 | MC | 0.069 | 0.465 | 0.252 | 0.026 | 0.009 |
| NH | -0.536 | -1.024 | 0.300 | 0.123 | -0.204 | NH | 45 | 0.058 | 0.046 | 0.184 | 0.019 | 0.004 | 0.011 | NH | 0.119 | 0.433 | 0.037 | 0.006 | 0.017 |
| EARL | 0.924 | 0.846 | 1.095 | 0.128 | -1.061 | EARL | 22 | 0.029 | 0.067 | 0.061 | 0.127 | 0.002 | 0.146 | EARL | 0.142 | 0.119 | 0.200 | 0.003 | 0.188 |
| EI | 0.020 | -0.072 | -0.374 | -0.546 | 0.267 | EI | 91 | 0.118 | 0.000 | 0.002 | 0.061 | 0.140 | 0.038 | EI | 0.001 | 0.007 | 0.202 | 0.430 | 0.103 |
| GAEC | 0.009 | -0.836 | -0.391 | 1.284 | -0.725 | GAEC | 24 | 0.031 | 0.000 | 0.065 | 0.018 | 0.204 | 0.075 | GAEC | 0.000 | 0.129 | 0.028 | 0.304 | 0.097 |
| SCEA | -1.316 | 0.469 | 1.136 | 0.943 | 0.967 | SCEA | 17 | 0.022 | 0.106 | 0.015 | 0.105 | 0.078 | 0.094 | SCEA | 0.215 | 0.027 | 0.160 | 0.110 | 0.116 |
| A | 0.307 | 0.025 | -0.140 | 0.263 | 0.069 | A | 109 | 0.142 | 0.037 | 0.000 | 0.010 | 0.039 | 0.003 | A | 0.228 | 0.002 | 0.047 | 0.167 | 0.011 |
| P | -0.744 | -0.061 | 0.339 | -0.636 | -0.166 | P | 45 | 0.058 | 0.089 | 0.001 | 0.025 | 0.094 | 0.007 | P | 0.228 | 0.002 | 0.047 | 0.167 | 0.011 |
| mixte | 1.118 | 1.504 | 0.928 | -0.847 | -2.399 | mixte | 9 | 0.012 | 0.040 | 0.079 | 0.037 | 0.033 | 0.306 | mixte | 0.078 | 0.140 | 0.053 | 0.045 | 0.357 |
| coop | 0.161 | -0.178 | -0.412 | -0.019 | 0.098 | coop | 116 | 0.151 | 0.011 | 0.014 | 0.094 | 0.000 | 0.007 | coop | 0.079 | 0.097 | 0.517 | 0.001 | 0.029 |
| part | -0.991 | 0.246 | 1.359 | 0.341 | 0.352 | part | 29 | 0.038 | 0.102 | 0.007 | 0.257 | 0.017 | 0.021 | part | 0.228 | 0.014 | 0.428 | 0.027 | 0.029 |
| AO-VDQS | 2.465 | 0.186 | 0.973 | -0.110 | 1.845 | AO-VDQS | 10 | 0.013 | 0.218 | 0.001 | 0.045 | 0.001 | 0.201 | AO-VDQS | 0.422 | 0.002 | 0.066 | 0.001 | 0.236 |
| AOC | -0.333 | 0.789 | -0.248 | 0.119 | 0.068 | AOC | 76 | 0.099 | 0.030 | 0.184 | 0.022 | 0.006 | 0.002 | AOC | 0.108 | 0.606 | 0.060 | 0.014 | 0.004 |
| VDP | 0.010 | -0.909 | 0.134 | -0.117 | -0.347 | VDP | 68 | 0.088 | 0.000 | 0.219 | 0.006 | 0.005 | 0.048 | VDP | 0.000 | 0.653 | 0.014 | 0.011 | 0.095 |

- Ils se déclinent comme pour toute analyse factorielle, en coordonnées, contributions, et cosinus carrés. Une des différences avec l'AFC est que les modalités de TOUTES les variables figurent dans un même tableau, alors qu'avec 2 variables, l'AFC nous donnait une série de tableaux pour les modalités lignes, et une autre série pour les modalités colonnes.
- Signalons des propriétés que l'on retrouve aussi pour toutes les analyses factorielles vues, à savoir que les coordonnées des modalités sont centrées, les moyennes étant à calculer en pondérant par les effectifs, que l'on retrouve dans la colonne des Poids). Chaque ensemble des coordonnées d'une même variable est centré (à vérifier).

Les contributions des modalités

- Une autre différence est que c'est la somme des contributions des modalités de toutes les variables qui égale 100% (ou 1, dans nos sorties), alors qu'en AFC, il fallait additionner les contributions des modalités d'une seule variable pour avoir 100%.
- La moyenne des contributions de toutes les modalités est donc $1/(m_1 + \dots + m_p)$.
- Dans l'exemple que nous suivons, les modalités contribuant plus que la moyenne sont relevées dans le tableau suivant, avec répartition dans le tableau selon les signes des coordonnées.

| signes coordonnées | - | + |
|--------------------|---------------|---------------------|
| axe 1 | SCEA, P, part | BRAM, EARL, AO-VDQS |
| axe 2 | NH, GAEC, VDP | MC, mixte, AOC |

- L'axe 1 est construit sur la base du fait que les viticulteurs de BRAM sont plutôt en EARL, produisent plus fréquemment que les autres de l'AO-VDQS, et sont moins fréquemment des SCEA, P, et part.
- L'axe 2 est construit sur la base du fait que les viticulteurs de NH sont plutôt en GAEC, produisent plus fréquemment que les autres du VDP et moins de l'AOC, sont peu en valorisation mixte, contrairement à ceux du MC.

Les contributions des modalités

| Coordonnées principales (Variables) : | | | | | | |
|---------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | F6 | F7 | F8 | F9 | F10 | F11 |
| région-BRAM | 1,120 | 0,441 | 0,236 | -1,001 | 0,988 | 0,388 |
| région-CARC | -0,521 | -1,161 | -0,218 | -0,169 | 0,089 | 0,273 |
| région-MC | 0,073 | -0,024 | 0,076 | 0,005 | -0,055 | -0,496 |
| région-NH | -0,080 | 0,722 | -0,024 | 0,425 | -0,294 | 0,379 |
| statut-EARL | 0,204 | 0,248 | -1,360 | 0,090 | -0,320 | -0,162 |
| statut-EI | 0,082 | 0,257 | 0,148 | 0,117 | 0,264 | 0,004 |
| statut-GAEC | 0,335 | -1,360 | 0,475 | 0,253 | -0,343 | 0,145 |
| statut-SCEA | -1,175 | 0,223 | 0,296 | -1,100 | -0,513 | -0,018 |
| adhérent-A | -0,421 | 0,029 | -0,059 | 0,171 | 0,120 | 0,000 |
| adhérent-P | 1,019 | -0,069 | 0,144 | -0,413 | -0,290 | -0,001 |
| valorisation-Mixte | -0,849 | 0,545 | 2,037 | -0,107 | 0,007 | 0,293 |
| valorisation-coop | -0,011 | 0,032 | -0,179 | -0,163 | -0,171 | 0,038 |
| valorisation-part | 0,306 | -0,295 | 0,084 | 0,685 | 0,682 | -0,243 |
| vin-AO-VDQS | 0,586 | 0,160 | 0,867 | 0,850 | -1,349 | -0,513 |
| vin-AOC | 0,102 | -0,051 | -0,097 | 0,089 | 0,016 | 0,428 |
| vin-VDP | -0,200 | 0,033 | -0,019 | -0,225 | 0,181 | -0,402 |

Les cosinus carrés des modalités

- De la même manière que dans les analyses précédentes, ils sont égaux au rapport entre le carré de la coordonnée sur l'axe et la somme des carrés de toutes les coordonnées, pour une modalité donnée. Pour les retrouver, il faut disposer des coordonnées sur tous les axes.
- Pour les cosinus carrés, la moyenne est, comme dans toutes les analyses factorielles vues, $1/(\text{nb d'axes})$. C'est le calcul du nombre d'axes qui change d'une analyse à l'autre.

| Cosinus carrés (Variables) : | | | | | |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 |
| BRAM | 0,397 | 0,003 | 0,023 | 0,197 | 0,017 |
| CARC | 0,066 | 0,002 | 0,081 | 0,356 | 0,028 |
| MC | 0,069 | 0,465 | 0,252 | 0,026 | 0,009 |
| NH | 0,119 | 0,433 | 0,037 | 0,006 | 0,017 |
| EARL | 0,142 | 0,119 | 0,200 | 0,003 | 0,188 |
| EI | 0,001 | 0,007 | 0,202 | 0,430 | 0,103 |
| BAEC | 0,000 | 0,129 | 0,028 | 0,304 | 0,097 |
| SCEA | 0,215 | 0,027 | 0,160 | 0,110 | 0,116 |
| A | 0,228 | 0,002 | 0,047 | 0,167 | 0,011 |
| P | 0,228 | 0,002 | 0,047 | 0,167 | 0,011 |
| nixte | 0,078 | 0,140 | 0,053 | 0,045 | 0,357 |
| coop | 0,079 | 0,097 | 0,517 | 0,001 | 0,029 |
| part | 0,228 | 0,014 | 0,428 | 0,027 | 0,029 |
| AO-VDQS | 0,422 | 0,002 | 0,066 | 0,001 | 0,236 |
| AOC | 0,108 | 0,606 | 0,060 | 0,014 | 0,004 |
| /DP | 0,000 | 0,653 | 0,014 | 0,011 | 0,095 |

Les cosinus carrés des modalités

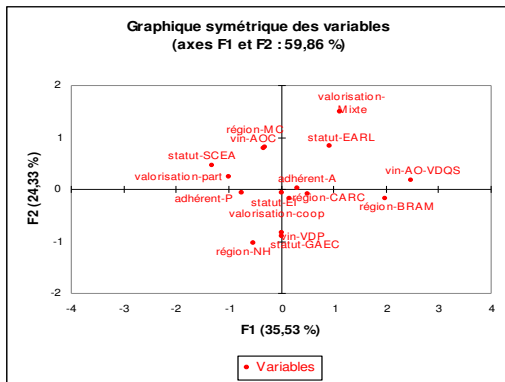
- Le tableau qui suit indique les modalités qui sont reconstituées plus que la moyenne, et les signes des coordonnées de ces modalités.

| signes coordonnées | - | + |
|--------------------|------------------------|------------------------|
| axe 1 | NH, SCEA, P, part, AOC | BRAM, EARL, A, AO-VDQS |
| axe 2 | NH, GAEC, coop, VDP | MC, EARL, mixte, AOC |

- On peut remarquer que, pour les 2 premiers axes, toutes les modalités qui contribuent sont aussi bien représentées/reconstituées.
- Sur l'axe 1, on peut ajouter par rapport à ce qui a été dit avec les contributions que les viticulteurs du NH ont un profil voisin de ceux en SCEA, et produisent plutôt de l'AOC. A l'opposé, les viticulteurs de BRAM sont plutôt Adhérents.
- Sur l'axe 2, les viticulteurs du NH en GAEC sont aussi souvent en coop, ils s'opposent en cela à ceux du MC qui sont plutôt en EARL.

Graphique et interprétation

- On remarque que les modalités ne sont pas toutes bien reconstituées. Il manque l'interprétation des modalités Carcassonne et EI. Cela signifie que les viticulteurs de Carcassonne, ainsi que ceux qui sont EI (entreprise individuelle, les plus nombreux), ont les profils les plus près de la moyenne.
- Le nuage des modalités ci-contre est relativement "rond", on ne voit pas d'effet Guttman, ni de modalité ayant de caractéristique vraiment atypique.



Les résultats pour les individus, lorsqu'ils sont présents

- Lorsque l'on ne connaît des données qu'un tableau de données groupées, les résultats précédents sont les seuls que nous aurons à analyser. D'autres résultats numériques et graphiques existent (cf sorties SPAD, XLSTAT, ...), mais nous ne les analyserons pas systématiquement.
- Lorsque l'on connaît les profils de chaque individu, on peut avoir, en plus des résultats des modalités, ceux de ces individus. C'est le cas dans l'exemple que nous suivons. Une utilité de l'analyse de ces individus est dans l'intérêt qu'a la position de ces individus par rapport à celle des modalités (comme dans l'analyse des positions comparées des modalités lignes et colonnes en AFC).

Les résultats pour les individus, lorsqu'ils sont présents

- D'autre part, même si l'analyse individuelle n'a pas d'intérêt propre, la connaissance de la position de ces individus permet de détecter des individus atypiques, et permet d'opérer une classification de ces individus.
- La classification, que nous verrons dans le prochain chapitre, regroupe les individus en classes qu'on cherche à avoir les plus "homogènes". Cette mise en classes a plusieurs desseins. Le premier est une simplification de la lecture des profils possibles d'individus. Les autres buts dépendent du contexte dans lequel l'étude a été faite. Par exemple, en marketing, on peut isoler des "segments" de marché en choisissant les classes dont le profil correspond à des critères préalablement choisis.

Contributions aux résultats par individu

Mais revenons aux résultats pour les individus, qui, dans l'exemple, sont dans le tableau qui suit.

| Coordonnées principales (Observations) | | | | | | | | | | Contributions (Observations) | | | | | | | | | | Cosinus carrés (Observations) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|----|--|----|--|----|--|----|--|------------------------------|--|----|--|----|--|----|--|-----|--|-------------------------------|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|-----|--|
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F8 | | F9 | | F10 | | F11 | | F12 | | F13 | | F14 | | F15 | | F16 | | F17 | | F18 | | F19 | | F20 | |
| F1 | | F2 | | F3 | | F4 | | F5 | | F6 | | F7 | | F | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Contributions des individus

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| 117 | -0.016 | -1.012 | -0.195 | 0.611 | -0.474 | -0.179 | 0.267 | 0.106 | 0.276 | -0.322 | 0.117 | 117 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.020 | 0.001 | 0.010 | 0.007 | 117 | 0.000 | 0.520 | 0.019 | 0.190 | 0.114 |
| 118 | -1.304 | 0.145 | 0.110 | 0.355 | 0.434 | 0.084 | 0.260 | 0.220 | -0.188 | -0.253 | 0.398 | 118 | 1 | 0.006 | 0.031 | 0.000 | 0.030 | 0.003 | 0.006 | 118 | 0.466 | 0.006 | 0.338 | 0.034 | 0.052 |
| 119 | 0.362 | -0.777 | -0.005 | -0.476 | -0.150 | -0.384 | 0.478 | 0.038 | -0.156 | -0.197 | 0.014 | 119 | 1 | 0.006 | 0.002 | 0.012 | 0.000 | 0.006 | 0.001 | 119 | 0.092 | 0.423 | 0.000 | 0.169 | 0.016 |
| 120 | -0.013 | -0.747 | -0.189 | -0.110 | -0.050 | -0.299 | 0.526 | 0.073 | 0.194 | 0.063 | 0.014 | 120 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.011 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 120 | 0.000 | 0.545 | 0.035 | 0.014 | 0.002 |
| 124 | -0.749 | -0.895 | 0.669 | 0.396 | -0.465 | 0.655 | -0.473 | 0.361 | 0.439 | 0.041 | -0.083 | 124 | 1 | 0.006 | 0.010 | 0.016 | 0.011 | 0.004 | 0.006 | 124 | 0.177 | 0.253 | 0.141 | 0.050 | 0.068 |
| 125 | -0.013 | -0.747 | -0.189 | -0.110 | -0.050 | -0.299 | 0.526 | 0.073 | 0.194 | 0.063 | 0.014 | 125 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.011 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 125 | 0.000 | 0.545 | 0.035 | 0.014 | 0.002 |
| 126 | -0.013 | -0.747 | -0.189 | -0.110 | -0.050 | -0.299 | 0.526 | 0.073 | 0.194 | 0.063 | 0.014 | 126 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.011 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 126 | 0.000 | 0.545 | 0.035 | 0.014 | 0.002 |
| 127 | -0.746 | -0.630 | 0.766 | -0.393 | -0.042 | 0.539 | 0.318 | 0.182 | 0.353 | 0.044 | -0.192 | 127 | 1 | 0.006 | 0.010 | 0.008 | 0.011 | 0.003 | 0.000 | 127 | 0.250 | 0.179 | 0.025 | 0.050 | 0.001 |
| 128 | -0.362 | -0.777 | -0.005 | -0.476 | -0.150 | -0.384 | 0.478 | 0.038 | -0.156 | -0.197 | 0.014 | 128 | 1 | 0.006 | 0.002 | 0.012 | 0.000 | 0.006 | 0.001 | 128 | 0.092 | 0.423 | 0.000 | 0.169 | 0.016 |
| 129 | -0.840 | -0.413 | 1.072 | 0.619 | 0.357 | 0.748 | 0.348 | 0.152 | 0.027 | 0.111 | -0.207 | 129 | 1 | 0.006 | 0.013 | 0.003 | 0.028 | 0.010 | 0.004 | 129 | 0.214 | 0.052 | 0.349 | 0.116 | 0.039 |
| 131 | 0.333 | -0.426 | -0.091 | -0.632 | 0.176 | 0.508 | -0.397 | -0.179 | -0.162 | 0.306 | -0.063 | 131 | 1 | 0.006 | 0.002 | 0.004 | 0.000 | 0.010 | 0.001 | 131 | 0.085 | 0.139 | 0.006 | 0.060 | 0.024 |
| 133 | 0.633 | -0.108 | 0.474 | -0.363 | 0.391 | 0.450 | -0.402 | -1.004 | 0.178 | -0.064 | -0.182 | 133 | 1 | 0.006 | 0.007 | 0.000 | 0.005 | 0.003 | 0.005 | 133 | 0.170 | 0.005 | 0.095 | 0.056 | 0.065 |
| 136 | 1.150 | -0.046 | 0.232 | -0.629 | 1.112 | 0.135 | 0.333 | 0.303 | 0.483 | -0.665 | -0.144 | 136 | 1 | 0.006 | 0.024 | 0.000 | 0.001 | 0.010 | 0.037 | 136 | 0.336 | 0.001 | 0.014 | 0.101 | 0.315 |
| 137 | 1.150 | -0.046 | 0.232 | -0.629 | 1.112 | 0.135 | 0.333 | 0.303 | 0.483 | -0.665 | -0.144 | 137 | 1 | 0.006 | 0.024 | 0.000 | 0.001 | 0.010 | 0.037 | 137 | 0.336 | 0.001 | 0.014 | 0.101 | 0.315 |
| 138 | 1.150 | -0.046 | 0.232 | -0.629 | 1.112 | 0.135 | 0.333 | 0.303 | 0.483 | -0.665 | -0.144 | 138 | 1 | 0.006 | 0.024 | 0.000 | 0.001 | 0.010 | 0.037 | 138 | 0.336 | 0.001 | 0.014 | 0.101 | 0.315 |
| 139 | 0.829 | -0.454 | -0.121 | 0.392 | 0.213 | 0.271 | 0.388 | 0.069 | 0.661 | 0.676 | 0.021 | 139 | 1 | 0.006 | 0.012 | 0.004 | 0.000 | 0.004 | 0.001 | 139 | 0.270 | 0.081 | 0.006 | 0.060 | 0.018 |
| 140 | 1.150 | -0.046 | 0.232 | -0.629 | 1.112 | 0.135 | 0.333 | 0.303 | 0.483 | -0.665 | -0.144 | 140 | 1 | 0.006 | 0.024 | 0.000 | 0.001 | 0.010 | 0.037 | 140 | 0.336 | 0.001 | 0.014 | 0.101 | 0.315 |
| 142 | 0.838 | 1.063 | 0.843 | -0.599 | -1.279 | 0.705 | -0.191 | 0.163 | 0.048 | -0.056 | 0.607 | 142 | 1 | 0.006 | 0.013 | 0.022 | 0.017 | 0.009 | 0.048 | 142 | 0.128 | 0.205 | 0.130 | 0.065 | 0.299 |
| 143 | 0.219 | 0.162 | -0.237 | -0.537 | 0.353 | -0.365 | 0.438 | 0.222 | 0.027 | 0.201 | 0.543 | 143 | 1 | 0.006 | 0.007 | 0.001 | 0.001 | 0.007 | 0.004 | 143 | 0.038 | 0.021 | 0.045 | 0.230 | 0.095 |
| 144 | -0.165 | 0.309 | 0.444 | -0.394 | 0.462 | -0.214 | 0.599 | -0.077 | 0.538 | 0.742 | 0.337 | 144 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.002 | 0.005 | 0.004 | 0.006 | 144 | 0.013 | 0.047 | 0.096 | 0.076 | 0.104 |
| 146 | 0.333 | -0.426 | -0.091 | -0.632 | 0.176 | 0.508 | -0.397 | -0.179 | -0.162 | 0.306 | -0.063 | 146 | 1 | 0.006 | 0.002 | 0.004 | 0.000 | 0.010 | 0.001 | 146 | 0.085 | 0.139 | 0.006 | 0.060 | 0.024 |
| 147 | 0.219 | 0.162 | -0.237 | -0.537 | 0.353 | -0.365 | 0.438 | 0.222 | 0.027 | 0.201 | 0.543 | 147 | 1 | 0.006 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.007 | 0.004 | 147 | 0.038 | 0.021 | 0.045 | 0.230 | 0.095 |
| 148 | 0.329 | -0.690 | 0.097 | 0.098 | -0.248 | 0.388 | -1.190 | 0.003 | 0.080 | -0.078 | 0.043 | 148 | 1 | 0.006 | 0.002 | 0.009 | 0.000 | 0.000 | 0.002 | 148 | 0.048 | 0.212 | 0.004 | 0.004 | 0.027 |
| 149 | -0.131 | 0.133 | -0.053 | -0.896 | 0.253 | 0.319 | -0.487 | -0.111 | -0.323 | -0.059 | -0.542 | 149 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.027 | 0.002 | 149 | 0.010 | 0.011 | 0.002 | 0.483 | 0.039 |
| 150 | -0.017 | -0.455 | 0.093 | -0.990 | 0.076 | 0.175 | -0.448 | -0.068 | -0.512 | -0.046 | -0.064 | 150 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.004 | 0.000 | 0.025 | 0.000 | 150 | 0.000 | 0.122 | 0.005 | 0.575 | 0.003 |
| 151 | -0.131 | 0.133 | -0.053 | -0.896 | 0.253 | 0.319 | -0.487 | -0.111 | -0.323 | -0.059 | -0.542 | 151 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.021 | 0.002 | 151 | 0.010 | 0.011 | 0.002 | 0.483 | 0.039 |
| 152 | -0.131 | 0.133 | -0.053 | -0.896 | 0.253 | 0.319 | -0.487 | -0.111 | -0.323 | -0.059 | -0.542 | 152 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.021 | 0.002 | 152 | 0.010 | 0.011 | 0.002 | 0.483 | 0.039 |
| 153 | -0.131 | 0.133 | -0.053 | -0.896 | 0.253 | 0.319 | -0.487 | -0.111 | -0.323 | -0.059 | -0.542 | 153 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.021 | 0.002 | 153 | 0.010 | 0.011 | 0.002 | 0.483 | 0.039 |
| 154 | 0.333 | -0.426 | -0.091 | -0.632 | 0.176 | 0.508 | -0.397 | -0.179 | -0.162 | 0.306 | -0.063 | 154 | 1 | 0.006 | 0.002 | 0.004 | 0.000 | 0.010 | 0.001 | 154 | 0.085 | 0.139 | 0.006 | 0.060 | 0.024 |
| 156 | 0.766 | 0.100 | 0.913 | -0.485 | 1.220 | 0.015 | 0.497 | 0.445 | 0.993 | -0.124 | -0.350 | 156 | 1 | 0.006 | 0.011 | 0.000 | 0.020 | 0.006 | 0.044 | 156 | 0.124 | 0.002 | 0.176 | 0.050 | 0.315 |
| 157 | 0.952 | 0.475 | 0.989 | -0.693 | -1.456 | -0.849 | -0.150 | 0.208 | -0.144 | -0.049 | 0.001 | 157 | 1 | 0.006 | 0.016 | 0.004 | 0.023 | 0.012 | 0.063 | 157 | 0.164 | 0.041 | 0.177 | 0.087 | 0.348 |
| 159 | 0.711 | -0.131 | -0.274 | 1.215 | -0.033 | 0.534 | -0.448 | 0.208 | -0.398 | 0.398 | 0.730 | 159 | 1 | 0.006 | 0.009 | 0.000 | 0.002 | 0.038 | 0.000 | 159 | 0.147 | 0.005 | 0.022 | 0.433 | 0.005 |
| 161 | 1.946 | -0.243 | 0.767 | 0.622 | -0.582 | 0.702 | -0.627 | 0.102 | 0.014 | -0.464 | -0.082 | 161 | 1 | 0.006 | 0.015 | 0.000 | 0.001 | 0.014 | 0.000 | 161 | 0.026 | 0.005 | 0.017 | 0.105 | 0.016 |
| 161 | 1.646 | -0.075 | 0.202 | 0.934 | 1.149 | 0.644 | -0.504 | 0.553 | -0.019 | 0.095 | 0.059 | 161 | 1 | 0.006 | 0.049 | 0.000 | 0.001 | 0.004 | 0.039 | 161 | 0.524 | 0.001 | 0.028 | 0.030 | 0.256 |
| 162 | 1.964 | 0.508 | 0.717 | 0.065 | 0.083 | 0.246 | 0.702 | 1.764 | 0.018 | 0.018 | 0.126 | 162 | 1 | 0.006 | 0.069 | 0.005 | 0.012 | 0.000 | 0.000 | 162 | 0.644 | 0.031 | 0.062 | 0.001 | 0.001 |
| 163 | 0.825 | -0.719 | -0.127 | 1.121 | -0.210 | 0.390 | -0.405 | 0.248 | -0.578 | 0.491 | 0.124 | 163 | 1 | 0.006 | 0.012 | 0.010 | 0.000 | 0.032 | 0.001 | 163 | 0.195 | 0.148 | 0.005 | 0.361 | 0.013 |
| 164 | 0.632 | 0.598 | 0.978 | 0.898 | -0.068 | 0.622 | 0.182 | -0.653 | 0.021 | 0.942 | 0.300 | 164 | 1 | 0.006 | 0.007 | 0.007 | 0.023 | 0.021 | 0.000 | 164 | 0.092 | 0.082 | 0.220 | 0.182 | 0.001 |
| 165 | 0.476 | -0.189 | -0.152 | 0.382 | 0.027 | 0.528 | -0.437 | 0.003 | 0.033 | -0.035 | 0.621 | 165 | 1 | 0.006 | 0.004 | 0.001 | 0.011 | 0.000 | 0.000 | 165 | 0.000 | 0.000 | 0.017 | 0.105 | 0.016 |
| 166 | -0.016 | -1.012 | -0.195 | 0.611 | -0.474 | -0.179 | 0.267 | 0.106 | 0.276 | -0.322 | 0.117 | 166 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.020 | 0.001 | 0.010 | 0.007 | 166 | 0.000 | 0.520 | 0.019 | 0.190 | 0.114 |
| 167 | -0.400 | -0.309 | 0.774 | -0.846 | 0.185 | 0.325 | -0.605 | 0.076 | -0.003 | 0.587 | -0.265 | 167 | 1 | 0.006 | 0.003 | 0.002 | 0.014 | 0.018 | 0.001 | 167 | 0.064 | 0.038 | 0.240 | 0.287 | 0.014 |
| 168 | -0.016 | -1.012 | -0.195 | 0.611 | -0.474 | -0.179 | 0.267 | 0.106 | 0.276 | -0.322 | 0.117 | 168 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.020 | 0.001 | 0.010 | 0.007 | 168 | 0.000 | 0.520 | 0.019 | 0.190 | 0.114 |
| 169 | -0.863 | -0.307 | 0.523 | 0.490 | -0.289 | 0.798 | -0.517 | 0.318 | 0.624 | -0.143 | 0.157 | 169 | 1 | 0.006 | 0.013 | 0.002 | 0.007 | 0.006 | 0.002 | 169 | 0.239 | 0.030 | 0.088 | 0.077 | 0.027 |
| 170 | 0.362 | -0.777 | -0.005 | -0.476 | -0.150 | -0.384 | 0.478 | 0.038 | -0.156 | -0.197 | 0.014 | 170 | 1 | 0.006 | 0.002 | 0.012 | 0.000 | 0.006 | 0.001 | 170 | 0.092 | 0.423 | 0.000 | 0.169 | 0.016 |
| 171 | -0.366 | -1.042 | -0.011 | 0.253 | -0.574 | 0.504 | -0.313 | 0.217 | -0.074 | -0.582 | 0.116 | 171 | 1 | 0.006 | 0.002 | 0.021 | 0.000 | 0.002 | 0.010 | 171 | 0.057 | 0.458 | 0.000 | 0.027 | 0.139 |
| 172 | 0.209 | 0.305 | 0.910 | 0.388 | -0.332 | 0.053 | 0.320 | -0.796 | 0.876 | 0.129 | 0.293 | 172 | 1 | 0.006 | 0.001 | 0.002 | 0.020 | 0.004 | 0.003 | 172 | 0.015 | 0.033 | 0.292 | 0.053 | 0.039 |
| 173 | 0.165 | 0.309 | 0.444 | -0.394 | 0.462 | -0.214 | 0.599 | -0.077 | 0.538 | 0.742 | 0.337 | 173 | 1 | 0.006 | 0.000 | 0.002 | 0.005 | 0.004 | 0.006 | 173 | 0.013 | 0.047 | 0.096 | 0.076 | 0.104 |
| 174 | 0.786 | -0.596 | 0.182 | -0.211 | 0.175 | -0.511 | 0.688 | -0.84 | -0.290 | 0.38 | 0.223 | 174 | 1 | 0.006 | 0.011 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 174 | 0.011 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 |
| 175 | 0.829 | -0.454 | -0.121 | 0.392 | 0.213 | 0.271 | 0.388 | 0.069 | 0.661 | 0.676 | 0.021 | 175 | 1 | 0.006 | 0.012 | 0.004 | 0.000 | 0.004 | 0.001 | 175 | 0.270 | 0.081 | 0.005 | 0.060 | 0.018 |
| 176 | 0.825 | -0.719 | -0.127 | 1.121 | -0.210 | 0.390 | -0.4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Les contributions des individus

- Notons tout d'abord que la variance d'une composante principale égale la valeur propre de l'axe correspondant.
- Comme pour le calcul des autres contributions, la contribution d'un individu à l'inertie (ou variance) d'un axe s'obtient par le rapport entre la part qu'occupe cet individu dans le calcul de cette variance et la variance totale.
- Ainsi, si on note c_{ij} la coordonnée de l'individu i sur l'axe j , et λ_j la valeur propre j , on a :

$$\text{contr}(\text{ind}_i, \text{axe}_j) = c_{ij}^2 / (n\lambda_j).$$

Utilisation des contributions des individus

- On relèvera toujours les individus dont la contribution est la plus élevée. Le seuil choisi pour cela peut encore être la moyenne de ces contributions, qui égale $1/n$.
- Exemple : individus contribuant plus que la moyenne aux axes 1 et 2.
Moyenne = $1/n = 1/154 \approx 0,0065$.

| signes coordonnées | - | + |
|--------------------|---|---|
| axe 1 | 26, 30, 33, 39, 41, 49, 64, 65, 87, 89, 91, 100, 118, 124, 127, 129, 169, 174 | 8, 42, 44, 86, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 142, 156, 157, 159, 160, 161, 162, 164, 175, 176, 177, 178, 179, 185 |
| axe 2 | 10, 17, 18, 19, 21, 27, 30, 31, 32, 38, 39, 46, 47, 50, 52, 107, 113, 114, 115, 116, 117, 119, 120, 124, 125, 126, 127, 128, 148, 163, 166, 168, 170, 171, 176, 179 | 7, 22, 35, 37, 54, 58, 60, 62, 64, 65, 76, 87, 89, 91, 100, 103, 142, 164, 174, 184 |

- Les individus côté négatif sur l'axe 1 ont contribué à la construction de cet axe par le fait qu'ils sont à majorité en SCEA, valorisation cave particulière, produisant de l'AOC, Prospects, et plutôt du NH. Ils ont contribué par leurs caractéristiques opposées à ceux du côté positif, beaucoup de BRAM, en EARL, Adhérents, et produisant de l'AO-VDQS.

Les cosinus carrés des individus

- Le calcul se fait toujours sur le même modèle, par le rapport entre la norme projetée sur l'axe et la norme totale.
- Utilisation des cosinus carrés. La moyenne des cosinus carrés égale toujours $1/(nb \text{ d'axes})$.
- Exemple : individus représentés/reconstitués plus que la moyenne sur les axes 1 et 2. Moyenne = $1/n = 1/11 = 0,0909$.

| signes coordonnées | - | + |
|--------------------|--|--|
| axe 1 | 22, 26, 29, 30, 32, 33, 35, 39, 41, 47, 49, 62, 64, 65, 66, 71, 77, 85, 87, 89, 91, 94, 95, 98, 99, 100, 116, 118, 119, 124, 127, 128, 129, 165, 169, 170, 174, 180, 182 | 8, 42, 44, 86, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 142, 156, 157, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 175, 176, 177, 178, 179, 185 |
| axe 2 | 9, 10, 12, 17, 18, 19, 21, 27, 30, 31, 32, 34, 38, 39, 43, 45, 46, 47, 50, 52, 107, 113, 114, 115, 116, 117, 119, 120, 124, 125, 126, 127, 128, 131, 146, 148, 150, 154, 163, 166, 168, 170, 171, 176, 179 | 1, 2, 3, 7, 16, 22, 35, 36, 37, 54, 58, 59, 60, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 75, 76, 77, 79, 85, 87, 88, 89, 91, 94, 95, 97, 98, 99, 100, 102, 103, 105, 106, 109, 142, 164, 174, 180, 182, 184 |

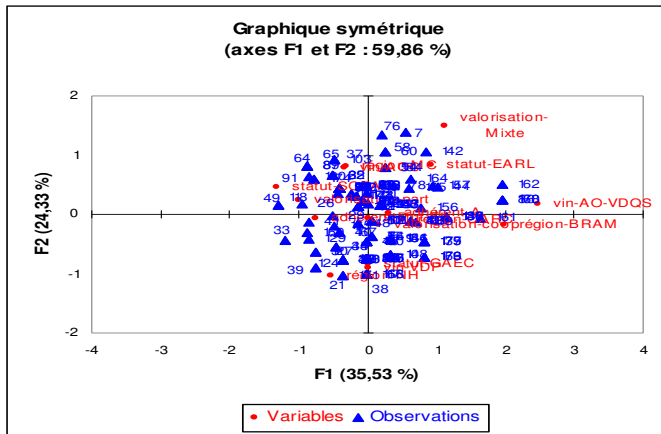
Interprétation des cosinus carrés

- Dans cet exemple, tous les individus contribuant fortement ont aussi un cosinus carré assez élevé pour que leur position soit interprétable.
- Sur l'axe 1, on a une séparation des viticulteurs plutôt du NH, SCEA, P, part et AOC, qui ont une coordonnée négative, des viticulteurs plutôt de BRAM, EARL, A et AO-VDQS. Ce sont des profils dominants. Il n'est pas du tout certain que tous les individus cités côté négatif aient toutes les caractéristiques citées, par exemple soient de NH.
- De même que tous les individus cités côté >0 ne sont pas forcément de BRAM, mais en tout cas ont un profil voisin de ceux de BRAM.
- De même, l'axe 2 oppose un groupe de viticulteurs cités côté <0 comme ayant des profils proches de ceux du NH, GAEC, coop et VDP, à un groupe de viticulteurs plutôt du MC, EARL, mixte et AOC.
- Rappel des variables citées sur ces deux axes (pour faciliter la lecture) :

| signes coordonnées | - | + |
|--------------------|------------------------|------------------------|
| axe 1 | NH, SCEA, P, part, AOC | BRAM, EARL, A, AO-VDQS |
| axe 2 | NH, GAEC, coop, VDP | MC, EARL, mixte, AOC |

Visualisation du nuage de points

- Nuage “rond”, pas d’individu à comportement atypique.
- On peut même difficilement différencier ces individus sur le graphique pour en faire des groupes bien nets. Les cosinus carrés sont heureusement là pour aider à savoir quels individus interpréter sur chaque axe.



Quelques propriétés théoriques de l'AFCM

- Soit X_ν , le tableau disjonctif complet correspondant à la variable qualitative ν , pour $\nu = 1, \dots, p$.
- Le tableau X_ν comporte n lignes et m_ν colonnes.
- Notons $X = (X_1, \dots, X_\nu, \dots, X_p)$ le tableau juxtaposant les p tableaux disjonctifs complets. Le tableau X est de dimension (n, q) où $q = \sum_{\nu=1}^p m_\nu$.
- Les variables auxiliaires z^k sont les vecteurs propres successifs de $\frac{1}{p} \sum_{\nu=1}^p P_\nu$. Elles s'écrivent $z^k = X u^k$, et :

Propriété

A chaque étape k , la variable z^k est centrée.

Propriété

Le facteur u^k est le vecteur propre d'ordre k de

$$\frac{1}{p} D^{-1} {}^t X X$$

D étant la matrice diagonale des fréquences absolues des modalités.

L'AFCM est l'AFC du tableau X .

- En pratique, effectuer l'AFC du tableau X n'est guère possible dès que le nombre d'individus devient important car la taille du tableau X rend difficile cette opération.
- Il est aussi préférable de mener les calculs à partir du tableau de Burt B , en utilisant le théorème suivant :

Propriété

L'AFC du tableau de Burt admet les mêmes composantes principales et les mêmes facteurs que l'AFC du tableau X . Les vecteurs propres sont égales au carré des valeurs propres de l'AFC du tableau X .

L'AFCM est l'AFC du tableau X

Lorsque $p = 2$, il équivaut, pour $k = 1, \dots, m_1$:

- d'effectuer l'AFC du tableau ${}^tX_1 X_2$, c'est-à-dire l'AC des tableaux X_1 et X_2 . Les valeurs propres sont alors égales à $R^2(z_1^k, z_2^k)$.
- d'effectuer l'AFC du tableau $X = (X_1, X_2)$. On obtient alors les valeurs propres $\frac{1}{2}(1 + R(z_1^k, z_2^k))$.
- d'effectuer l'AFC du tableau de BURT : $B = {}^t(X_1, X_2)(X_1, X_2)$. On obtient alors les valeurs propres $\frac{1}{4}(1 + R(z_1^k, z_2^k))^2$.

Dans ces trois cas, les graphiques obtenus sont identiques.

Deux autre propriétés de l'AFCM

Propriété

$\chi_{\nu\nu'}^2$, désignant le χ^2 entre la variable qualitative ν et la variable ν' , la somme S des valeurs propres non triviales de l'AFC du tableau de BURT est égale à :

$$S = \frac{1}{p^2} \sum_{\nu=1}^p (m_{\nu} - 1) + \frac{1}{p^2} \sum_{\nu=1}^p \sum_{\nu \neq \nu'} \frac{\chi_{\nu\nu'}^2}{n}$$

Propriété

A chaque étape k , les codages de chaque variable qualitative sont centrés, autrement dit, si $u_{\nu,j}^k$ désigne le codage de la modalité j de la ν -ème variable qualitative et si $f_{\nu,j}$ désigne la fréquence absolue de cette même modalité :

$$\sum_{j=1}^{m_{\nu}} f_{\nu,j} u_{\nu,j}^k = 0.$$

Les règles d'interprétation des résultats

L'AFCM étant une AFC particulière. Ses résultats s'interprètent comme ceux d'une AFC, à deux nuances près :

- l'une concernant l'inertie expliquée,
- l'autre concernant les contributions relatives.

Le pourcentage d'inertie expliquée

- Considérons l'AFC du tableau X juxtaposant les p tableaux disjonctifs complets.
- Les valeurs propres obtenues sont celles de l'ACG divisées par le nombre de tableaux, soit p .
- On sait que la somme des valeurs propres est égale à la trace de la matrice $\sum_{\nu=1}^p P_{\nu}$, donc égale à $p = \sum_{n=1}^p m_{\nu}$ (car la trace d'un projecteur est égale à son rang). La somme des valeurs propres de l'AFC de X est égale à $\frac{p}{V}$.
- La somme des valeurs propres non triviales est donc $\frac{p}{V} - 1$.
- Chacune des valeurs propres est inférieure à 1, et par conséquent, le pourcentage d'inertie expliquée à chaque étape est inférieur à $\frac{1}{\frac{p}{V} - 1}$.

- Considérons le tableau de contingence qui a été considéré dans le Chapitre 2.
- Il est équivalent d'effectuer l'AFC de ce tableau ou l'AFC du tableau X juxtaposant les tableaux disjonctifs complets X_1 et X_2 .

Les contributions relatives

- Comme en AFC, les contributions relatives de chacune des modalités sont calculées.
- Mais en AFCM, on calcule de plus les contributions relatives de chaque variable qualitative, en faisant la somme des contributions relatives de ses modalités.
- Ainsi, on met en évidence les variables qui contribuent fortement, ou au contraire celles qui contribuent peu, à la variance de l'axe.

- Les données décrivent trois variables qualitatives : le diplôme, le type de ménage et le lieu d'habitation.
- L'AFC effectuée ici est celle du tableau de BURT. Pour obtenir ce tableau de BURT, il suffit de connaître les trois tableaux de contingence croisant les trois variables deux à deux.

Table de données

| | PS | CSE | CA1E | CA2E | CA3EP | FMP | AM |
|--------------------------------|-----|-----|------|------|-------|-----|-----|
| Com. rurale | 548 | 918 | 605 | 753 | 497 | 129 | 288 |
| Com. < 20000 hab. | 204 | 384 | 206 | 230 | 144 | 62 | 75 |
| Com. entre 20000 et 99999 hab. | 251 | 335 | 187 | 246 | 133 | 83 | 38 |
| Com. de plus de 100000 hab. | 493 | 504 | 311 | 377 | 206 | 137 | 75 |
| Banlieue de Paris | 146 | 204 | 146 | 146 | 89 | 58 | 29 |
| Paris | 131 | 61 | 37 | 19 | 19 | 18 | 8 |

| | SD | CEP DFEO | CAP BEP | BEPC | BACT | BACG | ES |
|--------------------------------|-----|-------------|------------|------|------|------|-----|
| Com. rurale | 882 | 1016 | 917 | 337 | 140 | 135 | 311 |
| Com. < 20000 hab. | 286 | 280 | 292 | 147 | 48 | 78 | 174 |
| Com. entre 20000 et 99999 hab. | 208 | 212 | 263 | 160 | 63 | 109 | 258 |
| Com. de plus de 100000 hab. | 344 | 317 | 415 | 243 | 113 | 213 | 458 |
| Banlieue de Paris | 126 | 97 | 132 | 107 | 42 | 85 | 229 |
| Paris | 35 | 35 | 16 | 24 | 4 | 41 | 138 |

où :

Com. = commune,

hab = habitants,

PS = personne seule,

CSE = couple sans enfants,

CAjE = couple avec j enfant, avec $j = 1, 2$.

CA3EP = couple avec 3 enfants ou plus,

FMP = famille mono-parentale,

AM = autre ménage,

SD = sans diplôme,

BACT= bac technique

BACG = bac général,

et ES = études supérieures.

Les résultats numériques

Les pourcentages d'inertie expliquée sont :

| | Etape 1 | Etape 2 | Etape 3 | Etape 4 | Etape 5 |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Pourcentage de variance expliquée | 10.9 | 9.3 | 6.9 | 6.7 | 6.8 |

Aides à l'interprétation

Les aides à l'interprétation pour les deux premières étapes :

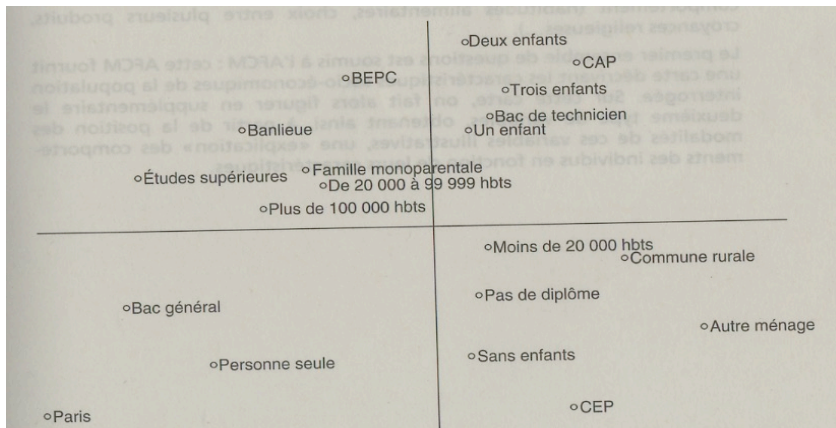
| | Axe 1 Coordonnée | Axe 1 Qualité | Axe 1 Contribution | Axe 2 Coordonnée | Axe 2 Qualité | Axe 2 Contribution |
|-------------|---------------------|------------------|-----------------------|---------------------|------------------|-----------------------|
| PS | -0.59 | 0.23 | 10.4 | -0.50 | 0.16 | 8.7 |
| CSE | -0.11 | 0.01 | 0.5 | -0.48 | 0.23 | 10.8 |
| CA1E | 0.10 | 0.01 | 0.3 | 0.32 | 0.06 | 2.9 |
| CA2E | 0.08 | 0.01 | 0.2 | 0.67 | 0.30 | 15.6 |
| CA3EP | 0.24 | 0.02 | 1.0 | 0.47 | 0.08 | 4.7 |
| FMP | -0.35 | 0.02 | 1.0 | 0.23 | 0.01 | 0.5 |
| AM | 0.77 | 0.11 | 5.5 | -0.40 | 0.03 | 1.7 |
| Tot. var. 1 | | | 18.9 | | | 44.9 |

| | Axe 1 Coordonnée | Axe 1 Qualité | Axe 1 Contribution | Axe 2 Coordonnée | Axe 2 Qualité | Axe 2 Contribution |
|-------------|---------------------|------------------|-----------------------|---------------------|------------------|-----------------------|
| SD | 0.17 | 0.02 | 1.0 | -0.32 | 0.07 | 3.7 |
| CEP/DFEO | 0.37 | 0.10 | 4.4 | -0.73 | 0.39 | 20.4 |
| CAP/BEP | 0.42 | 0.14 | 6.1 | 0.59 | 0.27 | 13.9 |
| BEPC | -0.16 | 0.01 | 0.5 | 0.54 | 0.10 | 5.8 |
| BACT | 0.21 | 0.01 | 0.3 | 0.33 | 0.02 | 0.9 |
| BACG | -0.85 | 0.16 | 8.0 | -0.34 | 0.03 | 1.5 |
| ES | -0.81 | 0.37 | 17.3 | 0.22 | 0.03 | 1.5 |
| Tot. var. 2 | | | 37.6 | | | 47.7 |

| | Axe 1 Coord. | Axe 1 Qual. | Axe 1 Contr. | Axe 2 Coord. | Axe 2 Qual. | Axe 2 Contr. |
|--------------------------------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Com. rurale | 0.52 | 0.48 | 16.7 | -0.11 | 0.02 | 0.9 |
| Com. < 20000 hab. | 0.18 | 0.01 | 0.7 | -0.09 | 0.01 | 0.3 |
| Com. entre 20000 et 99999 hab. | -0.27 | 0.03 | 1.6 | 0.18 | 0.02 | 0.9 |
| Com. > 100000 hab. | -0.42 | 0.15 | 6.2 | 0.10 | 0.01 | 0.4 |
| Banlieue de Paris | -0.55 | 0.08 | 4.1 | 0.34 | 0.03 | 1.9 |
| Paris | -1.70 | 0.26 | 14.2 | -0.72 | 0.04 | 3.0 |
| Tot. var. 3 | | | 43.5 | | | 7.4 |

Graphiques

On obtient le graphique suivant pour les deux 1ères étapes



Interprétation des résultats

- L'interprétation des résultats se fait comme en AFC, à partir des modalités qui contribuent le plus à l'inertie.
- Pour le premier axe, ces modalités sont "Personne seule", "Etudes supérieures", "Paris" (ces trois modalités étant à gauche de l'axe) et "Commune rurale" (à droite de l'axe) : effectivement, par rapport à la moyenne de la population, les diplômés du Supérieur vivent plus souvent seuls, plus souvent à Paris et moins souvent en milieu rural.
- Pour le deuxième axe, les modalités qui contribuent le plus à l'inertie sont : "Sans enfants", "Deux enfants", "CAP" et "CEP". Le lieu d'habitation intervient très peu sur cet axe, où l'on retrouve en fait les phénomènes mis en évidence par le premier axe du tableau de contingence.

Utilisation de l'AFCM pour des enquêtes socio-économiques

- Souvent, lors d'une enquête socio-économique, deux types de questions sont posées : des questions portant sur les caractéristiques de l'individu interrogé (âge, profession, sexe, ...) et d'autres questions portant sur son comportement (habitudes alimentaires, choix entre plusieurs produits, croyances religieuses, ...)
- Le premier ensemble de questions est soumis à l'AFCM : cette AFCM fournit une carte décrivant les caractéristiques socio-économiques de la population interrogée. Sur cette carte, on fait alors figurer en supplémentaire le deuxième type de variables, obtenant ainsi, partir de la position des modalités de ces variables illustratives, une "explication" des comportements des individus en fonction de leurs caractéristiques.