

BÀI TOÁN NGƯỜI DU LỊCH

Giáo viên: TS. Nguyễn Văn Hiệu

Email: nvhieuqt@dut.udn.vn

Nội dung

- Phát biểu bài toán
- Phân tích
- Ý tưởng
- Thuật giải của bài toán
 - Thủ tục rút gọn để tính cận dưới
 - Thủ tục phân nhánh
 - Thủ tục chọn cận phân nhánh
 - Thủ tục chọn hai cạnh cuối cùng

Bài toán

- Có n thành phố ký hiệu:
 T_1, T_2, \dots, T_n
- C_{ij} là **chi phí** từ thành phố T_i đến T_j
- Xuất phát từ một thành phố nào đó **đi qua tất cả các thành phố mỗi thành phố đúng một lần**, rồi quay trở lại thành phố xuất phát.
- Hãy tìm **hành trình** (chu trình) với chi phí nhỏ nhất

Phân tích

- Xét đồ thị có trọng:

$$G = (V, E)$$

- Mỗi thành phố là một đỉnh của đồ thị
- Mỗi đường đi giữa các thành phố là một cạnh nối giữa các đỉnh của đồ thị

- Nhận xét:

- Đồ thị ứng dụng có thể có hướng hoặc vô hướng;
- Các cặp đỉnh không có đường đi gán trọng số ∞ ,
- Tạo nên một chu trình (đỉnh xuất phát trùng với đỉnh kết thúc)

Phân tích

- Xét đồ thị có trọng:

$$G = (V, E)$$

- Mỗi thành phố là một đỉnh của đồ thị
- Mỗi đường đi giữa các thành phố là một cạnh nối giữa các đỉnh của đồ thị

- Đường đi tìm được:

$$x_1, x_2, \dots, x_n, x_1$$

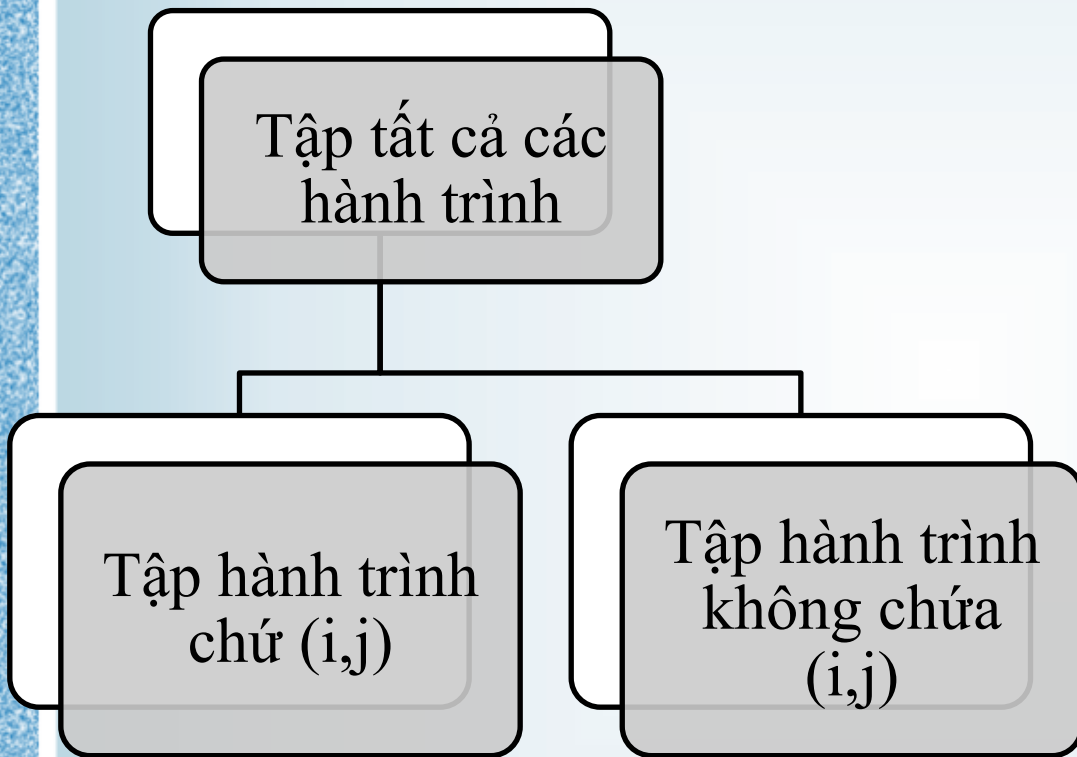
với x_i là đỉnh,

(x_i, x_{i+1}) là cạnh

- Bài toán người du lịch:

$$f(x_1 \dots x_n) = c[x_1, x_2] + \dots + c[x_n, x_1] \\ \rightarrow \min$$

Ý tưởng



- ✓ Thực hiện quá trình phân nhánh
- ✓ Tính giá trị cận dưới trên mỗi tập
- ✓ Thủ tục cứ tiếp tục cho đến lúc nhận được **một hành trình đầy đủ**

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới
2. Thủ tục chọn cạnh phân nhánh
3. Thủ tục phân nhánh
4. Thủ tục chọn hai cạnh cuối cùng

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Cơ sở lý luận

- Hành trình của người du lịch:
 - Chứa đúng một phần tử của mỗi dòng của ma trận chi phí.
 - Chứa đúng một phần tử của mỗi cột của ma trận chi phí.

Nhận xét

Hành trình tối ưu sẽ không bị thay đổi

Cơ sở lý luận

- Độ dài của tất cả các hành trình sẽ giảm đi a đơn vị
 - Hoặc nếu bớt mỗi phần tử của một dòng đi cùng một số a .
 - Hoặc nếu bớt mỗi phần tử của một cột đi cùng một số a

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Thủ tục

- **Ma trận rút gọn**
 - Các phần tử *của ma trận không âm*;
 - Mỗi hàng *chứa ít nhất một phần tử 0*;
 - Mỗi cột *chứa ít nhất một phần tử 0*;
- Ma trận chi phí về ma trận rút gọn: giảm các phần tử của mỗi dòng và của mỗi cột đi một hằng số

Khái niệm

- Thủ tục chuyển từ ma trận chi phí về ma trận rút gọn gọi là *thủ tục rút gọn*;
- Hàng số trừ ở mỗi dòng hoặc mỗi cột gọi là *hằng số rút gọn*;

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Nhận xét

- Ma trận rút gọn:
 - Các phần tử của ma trận không âm;
 - Mỗi hàng chứa ít nhất một phần tử 0;
 - Mỗi cột chứa ít nhất một phần tử 0;

Thủ tục

Input: ma trận chi phí C

Output:

- ma trận rút gọn;
- tổng hằng số rút gọn.

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Thủ tục

Input: ma trận chi phí C

Output:

- ma trận rút gọn;
- tổng hằng số rút gọn.

a. Rút gọn dòng

- Khởi tạo: $\text{Sum} = 0$
- Ứng với mỗi dòng:
 - *Tìm phân tử nhỏ nhất* của dòng: ví dụ là r
 - Trừ tất cả các phân tử trên dòng bởi phân tử r
 - $\text{Sum} = \text{Sum} + r$

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Thủ tục

Input: ma trận chi phí C

Output:

- ma trận rút gọn;
- tổng hằng số rút gọn.

a. Rút gọn trên dòng

∞	3	93	13	33	9	3
4	∞	77	42	21	16	4
45	17	∞	36	16	28	16
39	90	80	∞	56	7	7
28	46	88	33	∞	25	25
3	88	18	46	92	∞	3

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Thủ tục

Input: ma trận chi phí C

Output:

- ma trận rút gọn;
- tổng hằng số rút gọn.

a. Rút gọn trên dòng

∞	0	90	10	30	6	3
0	∞	73	38	17	12	4
29	1	∞	20	0	12	16
32	83	73	∞	49	0	7
3	21	63	8	∞	0	25
0	85	15	43	89	∞	3

Sum = 58

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Thủ tục

Input: ma trận chi phí C

Output:

- ma trận rút gọn;
- tổng hằng số rút gọn.

b. Rút gọn trên cột

Sum = 58

∞	0	90	10	30	6
0	∞	73	38	17	12
29	1	∞	20	0	12
32	83	73	∞	49	0
3	21	63	8	∞	0
0	85	15	43	89	∞
		15	8		

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Thủ tục

Input: ma trận chi phí C

Output:

- ma trận rút gọn;
- tổng hằng số rút gọn.

b. Rút gọn trên cột

Sum = 58

∞	0	75	2	30	6
0	∞	58	30	17	12
29	1	∞	12	0	12
32	83	58	∞	49	0
3	21	48	0	∞	0
0	85	0	35	89	∞

15

8

Sum = 81

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới

Thủ tục

Input:

Ma trận chi phí C

Output:

- ma trận rút gọn;
- tổng hằng số rút gọn.

b. Rút gọn cột

- Khởi tạo: $Sum = Sum$ (từ thủ tục rút gọn hàng)
- Ứng với mỗi cột:
 - Tìm phần tử nhỏ nhất của cột: ví dụ c ;
 - Trừ tất cả các phần tử trên cột bởi phần tử c
 - $Sum = Sum + c$

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới
- 2. Thủ tục chọn cạnh phân nhánh**
3. Thủ tục phân nhánh
4. Thủ tục chọn hai cạnh cuối cùng

Thuật giải

2. Thủ tục chọn cạnh phân nhánh

Ý tưởng

- Chọn (r,s) sao cho **cận dưới** của tập phân nhánh không chứa (r,s) tăng lớn nhất

Thủ tục

Input:

Ma trận rút gọn

Output:

Cạnh phân nhánh **(r,s)**

Thuật giải

2. Thủ tục chọn cạnh phân nhánh

Thủ tục

Input:

Ma trận rút gọn

Output:

Cạnh **(r,s)**

Thủ tục

- Khởi tạo: $\alpha := -\infty$
- Với mỗi cặp i, j với $A_{ij} = 0$ ($i, j = 1, \dots, n$) tính
 - Xác định:
 - $\text{minr} = \min \{A_{ih} : h \neq j\}$
(tính giá trị nhỏ nhất trên hàng i)
 - $\text{mins} = \min \{A_{hj} : h \neq i\}$
(tính giá trị nhỏ nhất trên cột j)
- Nếu $\alpha < \text{minr} + \text{mins}$,
 - $\alpha := \text{minr} + \text{mins}$,
 - **$r = i, s = j$** ;

Thuật giải

2. Thủ tục chọn cạnh phân nhánh

Thủ tục

Input:

Ma trận rút gọn

Output:

Cạnh **(r,s)**

Thủ tục

$r = 6, s = 3$

∞	0	75	10	30	6
0	∞	58	38	17	12
29	1	∞	20	0	12
32	83	58	∞	49	0
3	21	48	8	∞	0
0	85	0	43	89	∞

$\alpha = 48$

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới
2. Thủ tục chọn cạnh phân nhánh
- 3. Thủ tục phân nhánh**
4. Thủ tục chọn hai cạnh cuối cùng

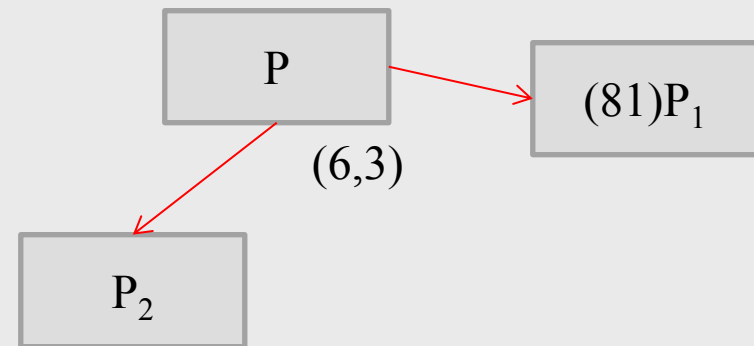
Thuật giải

3. Thủ tục phân nhánh

Thủ tục

- Giả sử ở bước 2 đã chọn cạnh (r,s) để phân nhánh thì đặt:
 - P_1 -hành trình đi qua (r,s)
 - P_2 không đi qua (r,s)

$$r = 6, s = 3$$



Thuật giải

3. Thủ tục phân nhánh

a. Thủ tục trên P_1

- Cận dưới là sum (giá trị từ thủ tục rút gọn)
- Giảm cấp ma trận:
 - Loại hàng r ,
 - Loại cột s .
- Ngăn cấm tạo hành trình con:
 - Cấm (s, r) gán: $C_{sr} = \infty$
 - Nếu (r, s) là **cạnh phân nhánh thứ hai trở đi** thì phải xét các cạnh đã chọn nối trước và sau cạnh (r, s) thành dãy nối tiếp các cạnh như:
 $(i, j) \rightarrow \dots \rightarrow (r, s) \rightarrow \dots \rightarrow (k, h)$
thì cấm (h, i) tức $C_{hi} = \infty$

a. Thủ tục trên P_1

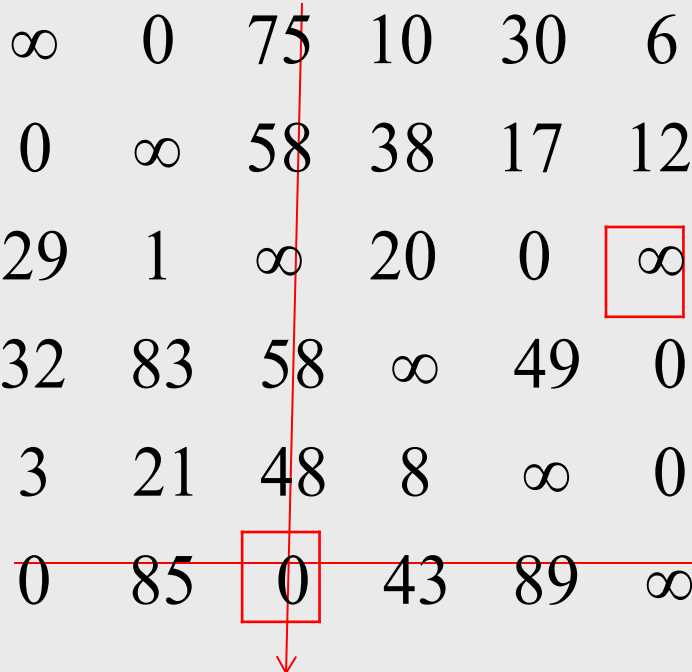
- Rút gọn ma trận chi phí
 - Và tính cận dưới:
sum += tổng hằng số rút gọn
- => Tiếp tục thực hiện thủ tục phân nhánh theo nhánh này**

Thuật giải

3. Thủ tục phân nhánh

a. Thủ tục trên P_1

∞	0	75	10	30	6
0	∞	58	38	17	12
29	1	∞	20	0	∞
32	83	58	∞	49	0
3	21	48	8	∞	0
0	85	0	43	89	∞



Thuật giải

3. Thủ tục phân nhánh

Thủ tục

- Giả sử ở bước 2 đã chọn cạnh (r,s) để phân nhánh thì đặt:
 - P_1 chứa (r,s)
 - P_2 không chứa (r,s)

b. Thủ tục trên P_2

- Cận dưới là sum (giá trị từ thủ tục rút gọn)
 - Cấm cạnh (r,s) bằng $C_{rs} = \infty$
 - Thực hiện thủ tục rút gọn ma trận chi phí
 - Tính cận dưới:
sum += tổng hằng số rút gọn
- => **Tiếp tục thực hiện phân nhánh theo nhánh này**

Thuật giải

3. Thủ tục phân nhánh

b. Thủ tục trên P_2

∞	0	75	10	30	6
0	∞	58	38	17	12
29	1	∞	20	0	∞
32	83	58	∞	49	0
3	21	48	8	∞	0
0	85	∞	43	89	∞

Thuật giải

1. Thủ tục rút gọn để tính cận dưới
2. Thủ tục chọn cạnh phân nhánh
3. Thủ tục phân nhánh
- 4. Thủ tục chọn hai cạnh cuối cùng**

Thuật giải

4. Thủ tục chọn hai cạnh cuối cùng

Thủ tục

- Sau khi đã chọn $n-2$ cạnh, chúng ta phải chọn tiếp hai cạnh còn lại.
- Lúc này ma trận rút gọn bậc hai có 1 trong hai dạng:

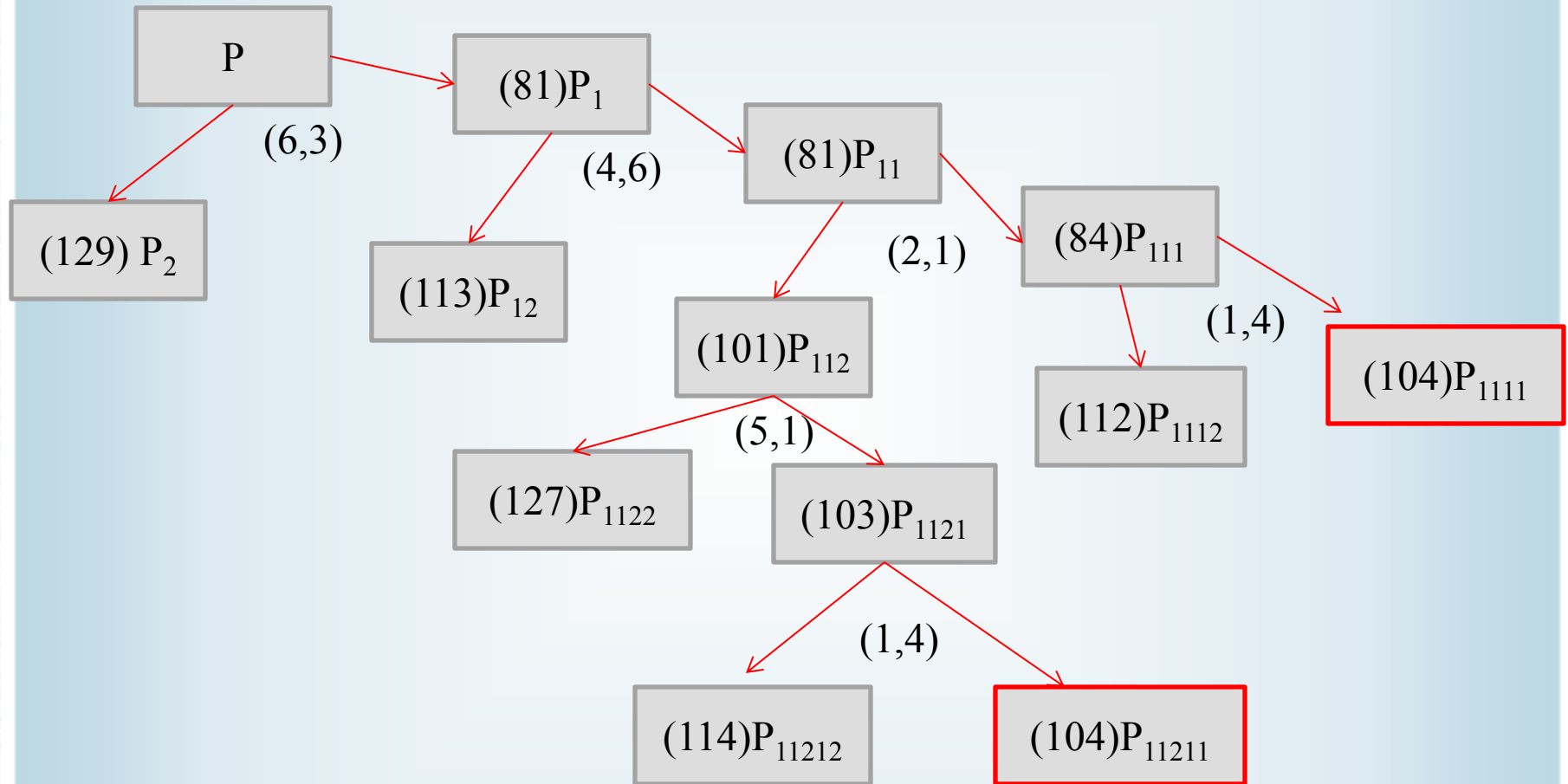
Thủ tục

	u	v		u	v
p	0	∞	p	∞	0
q	∞	0	q	0	∞

Ví dụ minh họa

∞	3	93	13	33	9
4	∞	77	42	21	16
45	17	∞	36	16	28
39	90	80	∞	56	7
28	46	88	33	∞	25
3	88	18	46	92	∞

DS



Bài tập 1

∞	27	43	16	30	26
7	∞	14	1	30	25
20	13	∞	35	5	0
21	16	25	∞	18	18
12	46	27	48	∞	5
23	5	5	9	5	∞

Đáp số: hành trình tối ưu là $1 - 4 - 3 - 5 - 6 - 2 - 1$, trị tối ưu là 63

Bài tập

Bài 2. Tìm phương án tối ưu cho bài toán người du lịch với ma trận chi phí

	1	2	3	4	5	6
1	∞	31	15	23	10	17
2	16	∞	24	7	12	12
3	34	3	∞	25	54	25
4	15	20	33	∞	50	40
5	16	10	32	3	∞	23
6	18	20	13	28	21	∞

Đáp số: hành trình tối ưu là 1 – 6 – 3 – 2 – 5 – 4 – 1, trị tối ưu là 63



THAT'S ALL; THANK YOU

What NEXT?

Bài toán luồng cực đại trên mạng