BÀI 4

BÀI TOÁN TỒN TẠI

Giáo viên: TS. Nguyễn Văn Hiệu

Email: nvhieuqt@dut.udn.vn

Nôi dung

4.1. Giới thiệu

4.2. Nguyên lý lồng chim câu

4.3. Ứng dụng

4.4. Bài tập

4.1.Giới thiệu

- Giải thành công bài toán tồn tại
  - Chỉ ra 1 cách xây dựng được cấu hình
  - Chứng minh cấu hình không tồn tại
- Các bài toán minh họa
  - *Bài toán 1*: Bài toán về 36 sĩ quan
  - *Bài toán 2*: Bài toán 4 màu
  - *Bài toán 3*: Hình lục giác thần bí
  - Bài toán 4: Bài toán chọn 2n điểm trên lưới nxn

Bài toán 1

- Bài toán về 36 sĩ quan: Triệu tập 6 trung đoàn, mỗi trung đoàn 6 sĩ quan bao gồm 6 cấp bậc: thiếu úy, trung úy, thương úy, thiếu tá, trung tá, thượng tá.
- Có thể xếp được 36 sĩ quan thành môt đội ngũ hình vuông sao cho mỗi hàng, mỗi cột đều chứa 6 trung đoàn và chứa 6 cấp bậc?

Bài toán 1

Bài toán 1

- N = 4(16 sĩ quan)

Ab	Dd	Ba	Cc
Bc	Ca	Ad	Db
Cd	Bb	Dc	Aa
Da	Ac	Cb	Bd

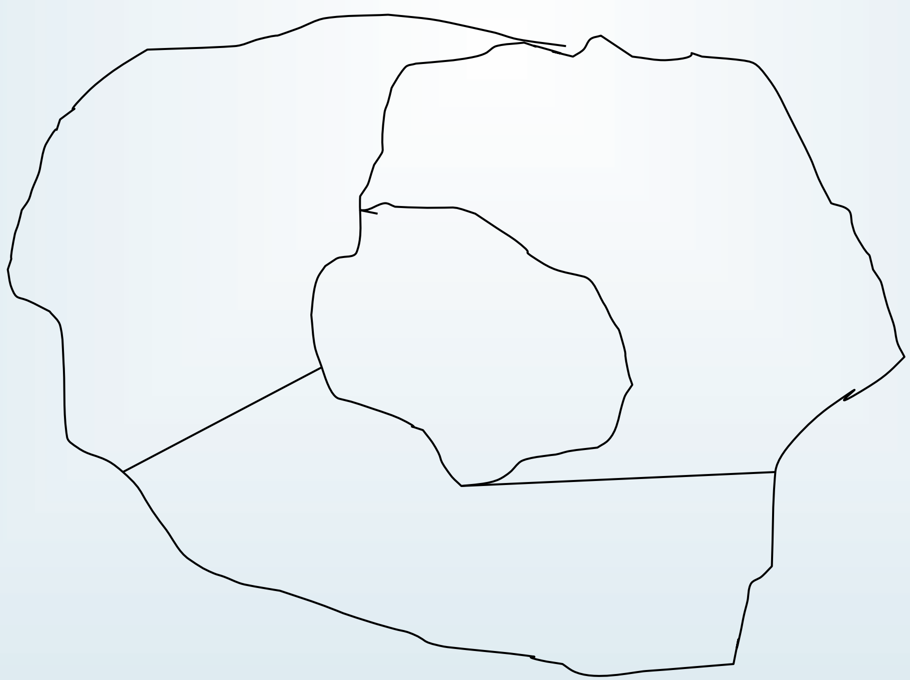
- N = 5

Aa	Bb	Cc	Dd	Ee
Cd	De	Ea	Ab	Bc
Eb	Ac	Bd	Ce	Da
Be	Ca	Db	Ec	Ad
Dc	Ed	Ae	Ba	Cb

!Xây dựng giả thuyết không tồn tại

Bài toán 2

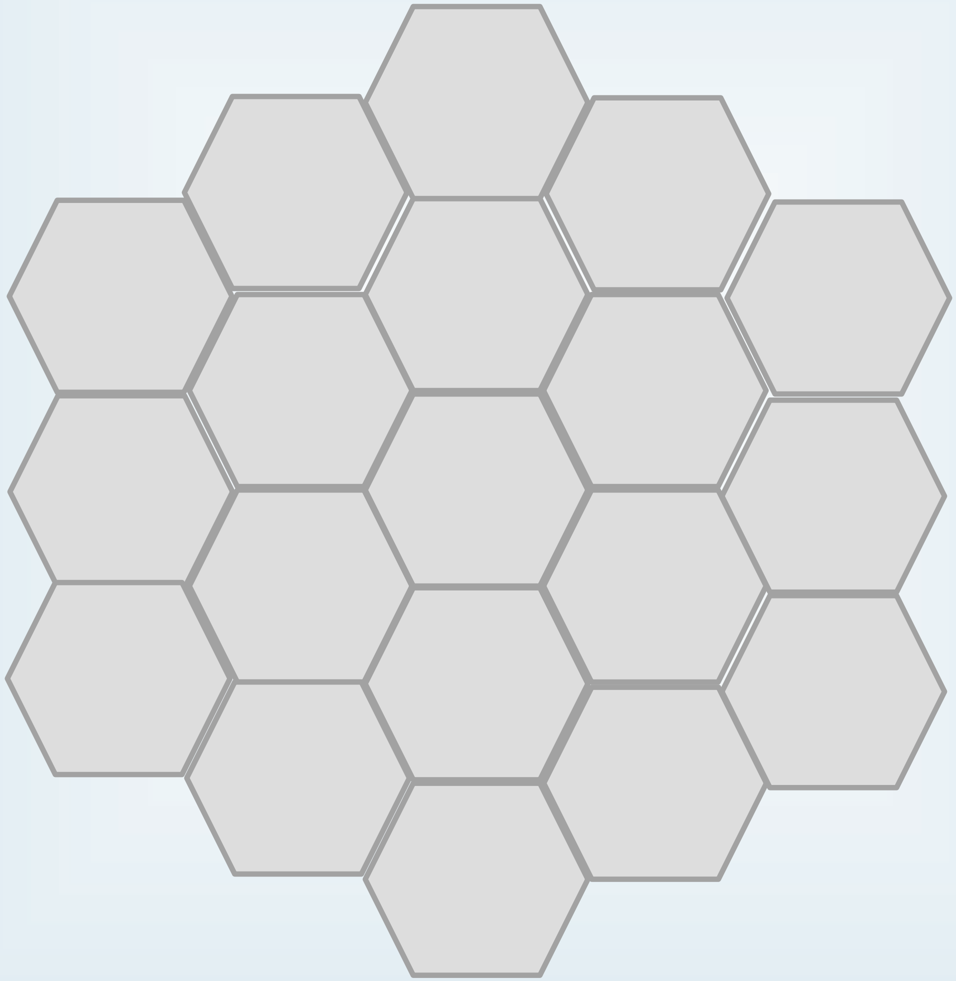
- Bài toán bốn màu: Mọi bản đồ đều có thể tô bằng 4 màu, sao cho không có hai nước láng giềng nào lại bị tô bởi cùng một màu.
-



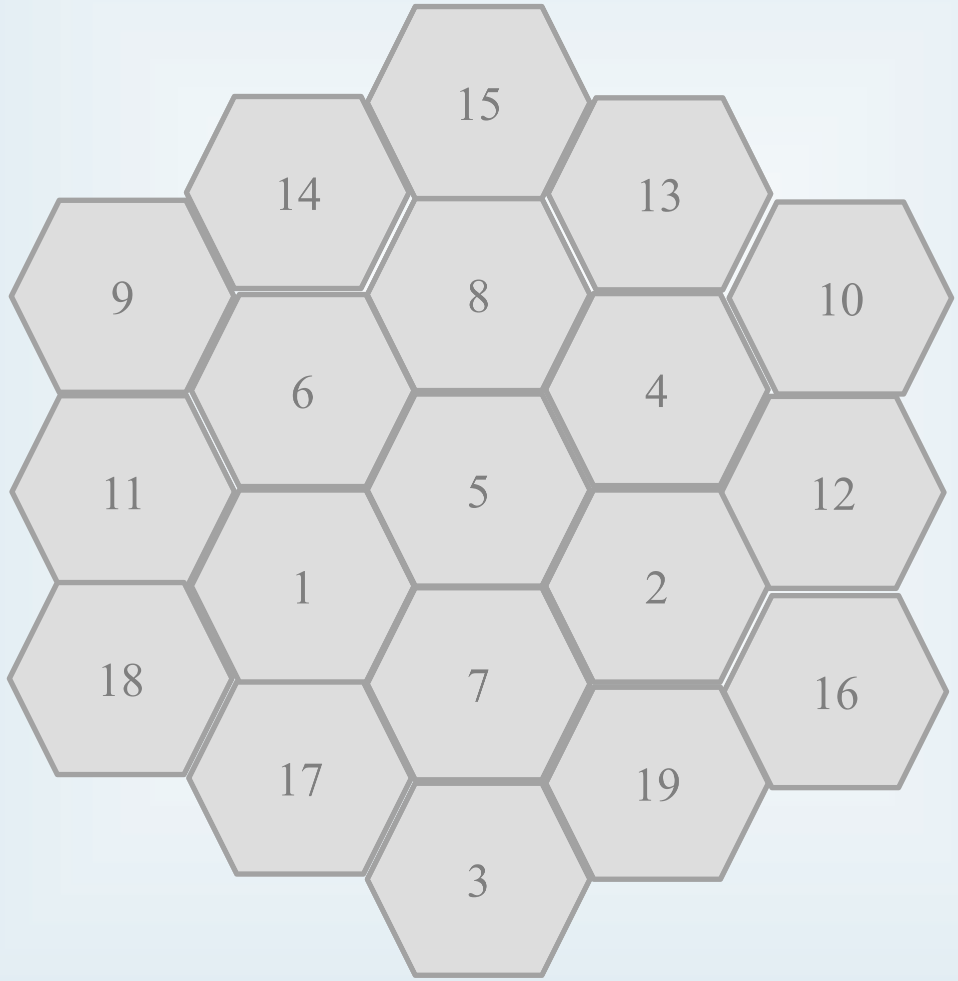
Bài toán 3

- Bài toán của Clifford Adams: Trên 19 ô lục giác hãy điền các số từ 1tới 19 sao cho tổng theo 6 hướng của lục giác là bằng nhau và bằng 38

Bài toán 3



Bài toán 3



Bài toán 4

- Cho một lưới nxn điểm. Hỏi có thể chọn trong số chúng 2xn điểm sao cho không có 3 điểm nào là thẳng hàng
- Hiện nay chỉ giải được với $n \leq 15$.

4.1.Giới thiệu

- Hướng truyền thống
  - Phương pháp phản chứng
- Hướng tiếp cận
  - Nguyên lý Dirichlet
- Mục tiêu chung
  - Chứng minh sự tồn tại của một cấu hình
  - Không tiến hành liệt kê tất cả

4.2 . Nguyên lý lồng chim câu

- *Nguyên lý Dirichlet*:

$M \xrightarrow{f} N$, $|M|>|N|$, thì $\exists\, x_i, x_j : f(x_i) = f(x_j)$.

- *Nguyên lý Dirichlet:*

E, $|E| = M, E = E_1 \cup E_2 \cup \cdots \cup E_N, E_i \cap E_j = \emptyset,$

$M > N * k$, thì $\exists\, E_i : |E_i| > k$.

- Nguyên lý Dirichlet:

*Nếu có M chú chim vào N chuồng để ngũ, mà M > N*k, thì luôn tìm được một chuồng chứa không ít hơn k chú chim.*

4.3. Ứng dụng

Ứng dụng 1

4.3. Ứng dụng

4.3. Ứng dụng

Ứng dụng 2: chứng minh tồn tại số có dạng 20032003…2003200300…0 chia hết 2002

- Xét dãy số: a_1,…, a_{2002}
  2003,20032003,….,2003…2003
- Chia phần tử của dãy cho 2002:
  Giá trị số dư: {1…2001}
- $\exists\, n, m$: $\frac{a_n}{2002} = \frac{a_m}{2002}$
- → a_n - a_m= 20032003….2003200300…0

4.3. Ứng dụng

Ứng dụng 3:

Trong một tháng gồm 30 ngày, một đội bóng chuyền chơi ít nhất mỗi ngày một trận, nhưng không chơi quá 45 trận. CMR có một giai đoạn gồm một số ngày liên tiếp trong tháng, đội bóng phải chơi tất cả 14 trận.

4.3. Ứng dụng

- Gọi a_i tổng số trận mà đội bóng đã chơi từ đầu tháng cho đến hết ngày thứ i.
- $1 \leq a_1 < a_2 < \ldots < a_{30} \leq 45$
- $1 \leq a_1 + 14 < a_2 + 14 < \ldots < a_{30} + 14 \leq 59$
- $1 \leq \{a_1, a_2, .., a_{30}, a_1 + 14, \ldots, a_{30} + 14\} \leq 59$
- $\rightarrow \exists\, i, j: a_i = a_j + 14$

4.3. Ứng dụng

Ứng dụng 4:

$$a_1, a_2, \ldots, a_{n+1}, \; a_m \in Z^+, a_m \leq 2 * n$$

$$\rightarrow i, j : a_i \div a_j = 0$$

4.3. Ứng dụng

- $a_1, a_2, \ldots, a_{n+1}$
- $\forall\, m:\ a_m = 2^{km} * q_m$, $q_m > 0$, số lẽ
- *Có n số lẽ từ 1 đến 2*n*

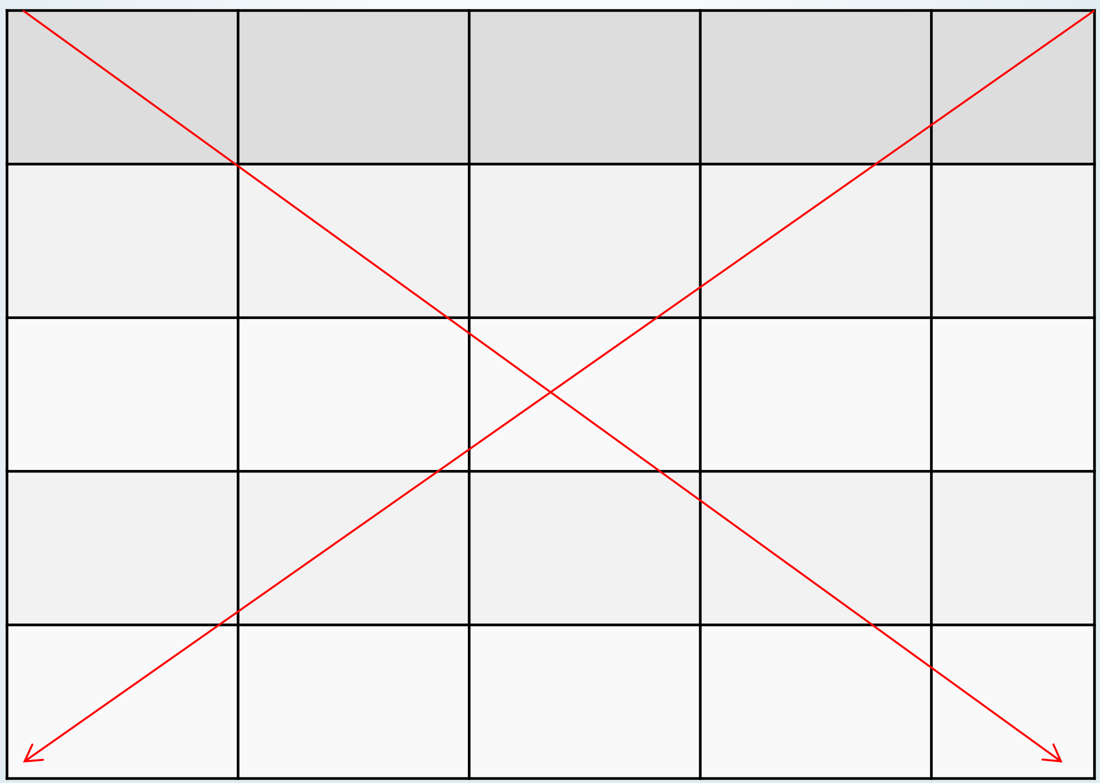
  $\{q_1, q_2, \ldots, q_{n+1}\}$
- $\exists\, i, j:\ q_i = q_j$.

$\rightarrow a_i \div a_j = 0\ hoặc\ a_j \div a_i = 0.$

4.3. Ứng dụng

Ứng dụng 5:

- 5x5 ô vuông, ô (i,j) = 1||-1||0
- CM: tồn tại $S_i = S_j$



4.3. Ứng dụng

Ứng dụng 6

Trong 45 SV làm bài kiểm tra, không có ai bị điểm dưới 2, chỉ có 2 SV được điểm 10. CMR tồn tại 6 SV có điểm kiểm tra bằ ng nhau?

- HD:

  Xây dựng thang điểm từ 2 đến 9

4. 4. Bài tập

1. Chọn 5 số từ tập X = {1,2,…,8}. Chứng minh tồn tại ít nhất một cặp số có tổng bằng 9

2. Chứng tỏ 10 người bất kỳ tồn tại hai người có tổng tuổi chia hết cho 16 hoặc hiệu tuổi chia hết cho 16.

3. Chứng tỏ 7 số nguyên bất kỳ tồn tại hai số nguyên x,y: x+ y chia hết cho 10 hoặc x-y chia hết cho 10

4. 4. Bài tập

4. Cho 33 con chim đậu vào một mảnh đất hình vuông có diện tích 16m2. Chứng minh rằng luôn tồn tại 3 con chim đậu vào mảnh đất hình tròn có đường kính 1m2.

5. Một nhóm gồm 6 người, cứ lấy một cặp bất kỳ, thì hai người này hoặc là bạn hoặc là thù. Chứng minh rằng sẽ có các bộ ba hoặc là bạn của nhau hoặc là thù của nhau.

- WHAT NEXT?

BÀI TOÁN ĐẾM LIỆT KÊ