

BÀI TOÁN ĐẾM

Giáo viên: TS. Nguyễn Văn Hiệu

Email: nvhieuqt@dut.udn.vn

Nhắc lại

Quy tắc nhân

Quy tắc cộng

Hoán vị (không lặp và lặp)

Chỉnh hợp (không lặp và lặp)

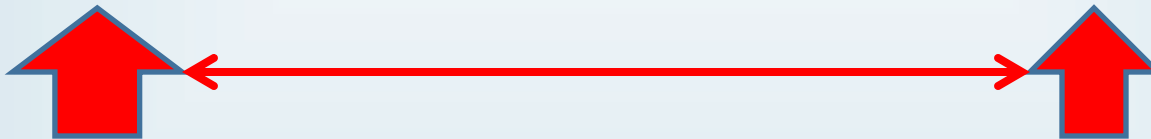
Tổ hợp (*không lặp và lặp*)

Tổ hợp lặp ???

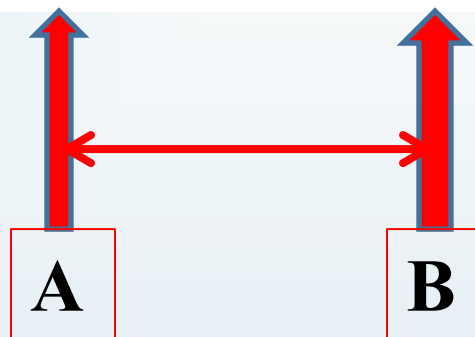
Nội dung

- Bài toán “*không thích nhau*”
- Bài toán “*nên hay không nên*”
- Bài toán “*kiến tha môi*”
- Bài toán “*phân phát*”
- Nguyên lý bù trừ

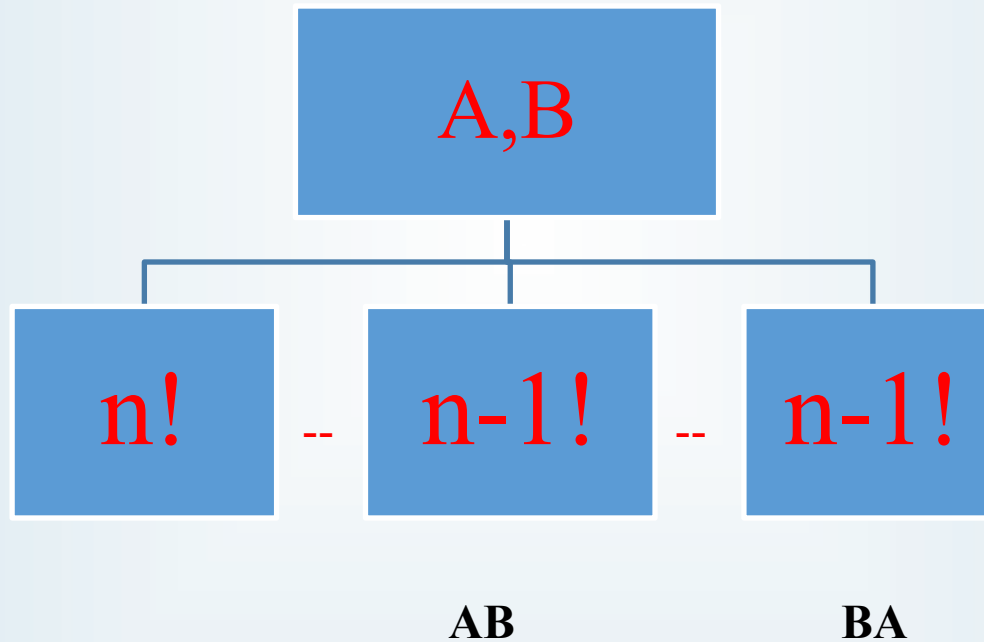
Bài toán “không thích nhau”



Bài toán “không thích nhau”



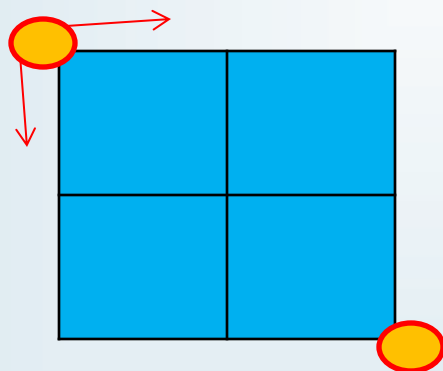
Bài toán “không thích nhau”



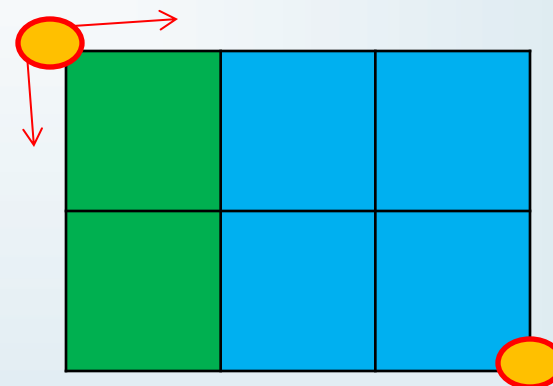
Bài toán “nên hay không nên”



Bài toán “kiến tha mồi”

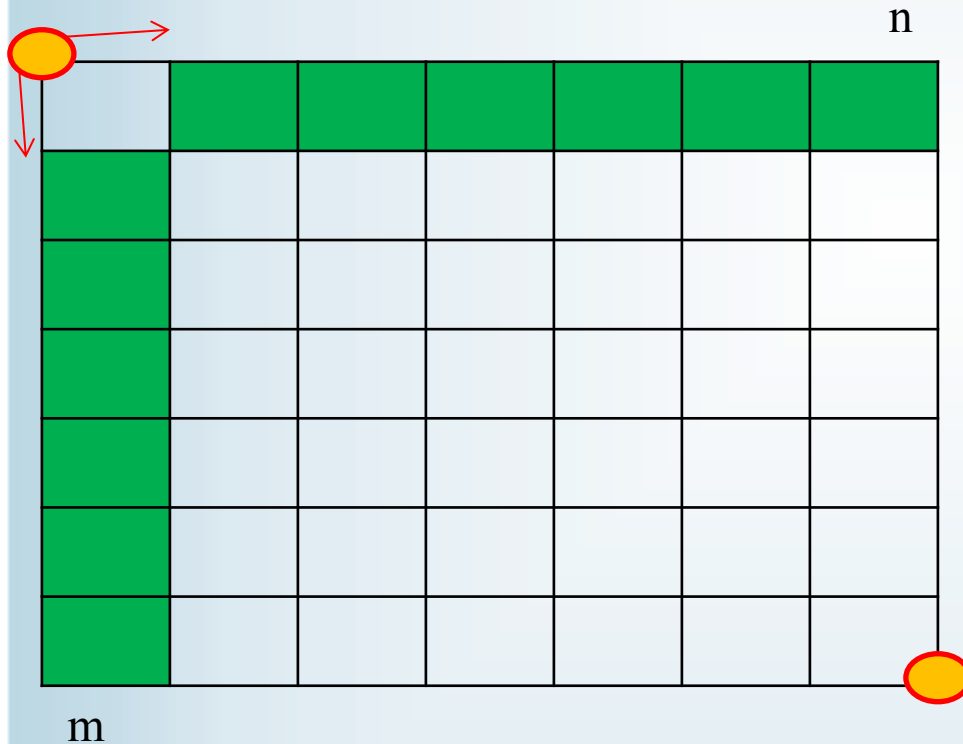


(2×2)



(2×3)

Bài toán “kiến tha mối”



- Một lời giải:
 - Số đoạn sang phải n
 - Số đoạn xuống n
- Ký hiệu:
 - Sang phải: 1
 - Xuống : 0
- Bài toán:
 - Xâu Bit có độ dài bằng $n+m$ có đúng m bit 0

Bài toán phân bố đồ vật

Chia cỗ bài 52 quân cho 4 người chơi, sao cho mỗi người có 5 quân

$$C_{52}^5 \cdot C_{47}^5 \cdot C_{42}^5 \cdot C_{37}^5 = \frac{52!}{5! \cdot 5! \cdot 5! \cdot 5! \cdot 32!}$$

Bài toán phân bố đồ vật

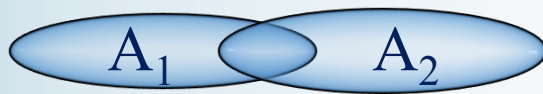
Phân chia n đồ vật khác nhau vào trong k hộp sao cho có n_i vật được đặt vào trong hộp thứ i ,

$$\frac{n!}{n_1!.n_2!.....n_k!.(n - n_1 - ... - n_k)!}$$

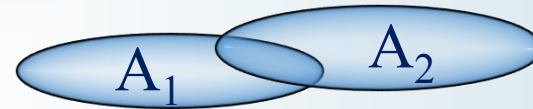
Nguyên lý bù trừ

- A_1 và A_2 là hai tập hữu hạn, $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$

$$N(A_1 \cup A_2) = N(A_1) + N(A_2) - N(A_1 \cap A_2)$$



$$N_1 = N(A_1) + N(A_2)$$



$$N(A_1) + N(A_2) - N(A_1 \cap A_2)$$

- Tổng quát: khi $A_i \cap A_j \neq \emptyset$ mọi i, j

$$N(A_1 \cup \dots \cup A_n) = N_1 - N_2 + \dots + (-1)^{n-1} N_n$$

- N_k là tổng phần tử của tất cả các giao của k tập lấy từ n tập.

$$\square N_1 = N(A_1) + \dots + N(A_m),$$

$$\square \dots$$

$$\square N_m = N(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m).$$

Nguyên lý bù trừ

- Nguyên lý bù trừ

- A_k tính chất nào đó cho trên X
- tổng số phần tử của X không thỏa mãn bất cứ tính chất A_k

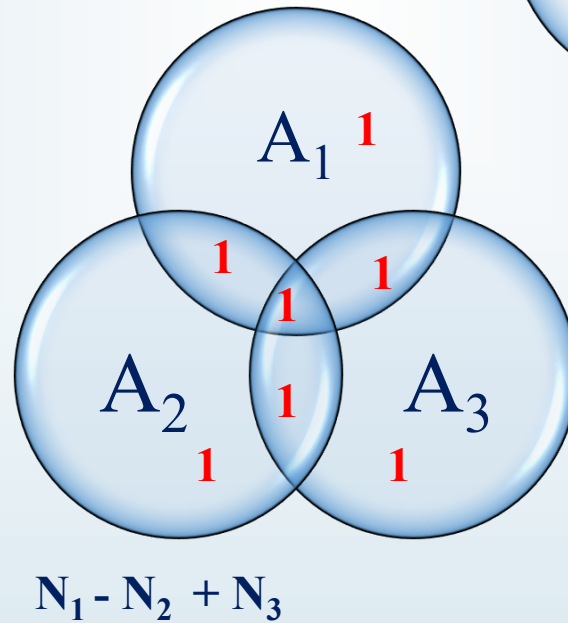
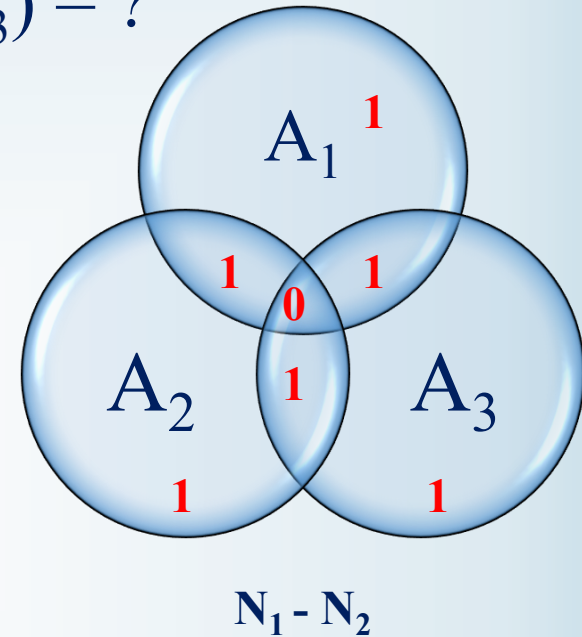
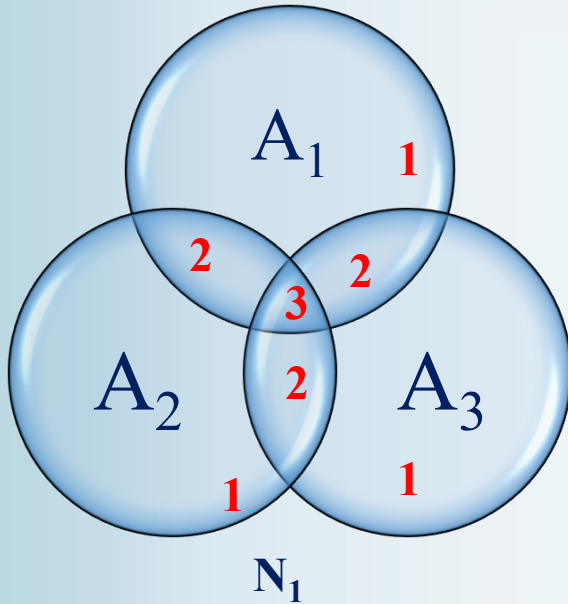
$$N(X) - N(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$$

- N_i - là tổng số phần tử của X thỏa mãn i tính chất.

Tổng số phần tử thỏa mãn ít nhất một tính chất A_k nào đó

Nguyên lý bù trừ

$$N(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = ?$$



Nguyên lý bù trừ

Hỏi tập $X = \{1, 2, \dots, 50\}$ có bao nhiêu số không chia hết cho bất kỳ số nào trong 2, 3, 4?

$$A_i = \{ x \in X : x \% i == 0 \} \quad i=2,3,4.$$



$A_2 \cup A_3 \cup A_4$ là tập chia hết ít nhất 1 trong 3 số



$$N(X) - N(A_2 \cup A_3 \cup A_4) = N - (N_1 - N_2 + N_3)$$

Nguyên lý bù trừ

Ta có:

- $N = 50$ số.
- $N_1 = N(A_2) + N(A_3) + N(A_4)$
 $= [50/2] + [50/3] + [50/4] = 25 + 16 + 12 = 53.$
- $N_2 = N(A_2 \cap A_3) + N(A_3 \cap A_4) + N(A_2 \cap A_4)$
 $= [50/6] + [50/12] + [50/4] = 8 + 4 + 12 = 24.$
- $N_3 = N(A_2 \cap A_3 \cap A_4)$
 $= [50/12] = 4.$
- Suy ra
 $50 - (53 - 24 + 4) = 17$ số.

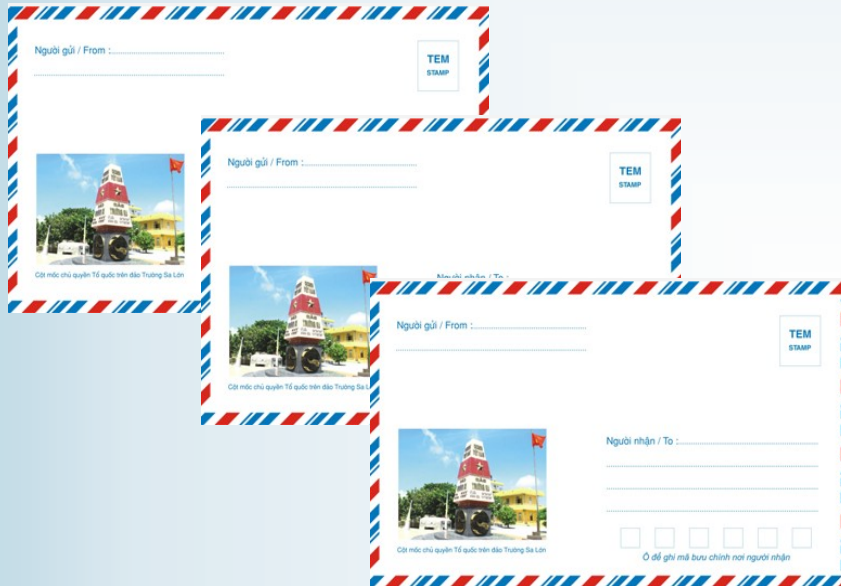
Nguyên lý bù trừ

Có bao nhiêu xâu nhị phân độ dài 10 hoặc bắt đầu bởi 00 hoặc kết thúc bởi 11?

0	0									256
								1	1	+
										265
										-
0	0							1	1	64

										448

Nguyên lý bù trừ



- X – là tập hợp tất cả các cách bỏ thư.
- Đánh dấu : $\{1,2,3\}$
- A_1 : lá thư thứ 1 bỏ đúng.
- A_2 : lá thư thứ 2 bỏ đúng
- A_3 : lá thư thứ 3 bỏ đúng
- N_k - là số tất cả các cách bỏ thư sao cho có k lá thư bỏ đúng.
- $N(A_1 \cup A_2 \cup A_3)$ là số tất cả các cách bỏ thư sao cho có ít nhất 1 lá thư bỏ đúng.

ĐS: 1/3

Nguyên lý bù trừ

Có n lá thư và n phong bì ghi sẵn địa chỉ. Bỏ ngẫu nhiên các lá thư vào phong bì. Hỏi xác suất để không một lá thư bỏ đúng địa chỉ

HD:

X – là tập hợp tất cả các cách bỏ thư.

A_k – là tính chất lá thư thứ k bỏ đúng địa chỉ.

Nguyên lý bù trừ

- $\overline{N} = N - (N_1 - N_2 + \dots + (-1)^{n-1} N_n)$
- $N = n!$
- N_k - là số tất cả các cách bỏ thư sao cho có k lá thư đúng địa chỉ.

$$N_k = C_n^k (n-k)! = n!/k!$$

$$\begin{aligned}\overline{N} &= n! - (n!/1! - n!/2! + \dots + (-1)^{n-1} n!/n!) \\ &= n!(1 - 1/1! + 1/2! + \dots + (-1)^{n-1}/n!)\end{aligned}$$

- Xác suất cần tìm:

$$1 - 1/1! + 1/2! + \dots + (-1)^{n-1}/n!$$

Trao đổi





What NEXT?

BÀI TOÁN ĐẾM NÂNG CAO