

Segmentation par Modèles déformables

Christophe TILMANT

Vincent BARRA

ISIMA – Université Blaise Pascal

[Introduction: Segmentation]

- Segmenter = Partitionner l'image

$$I : \Omega \subset R^2 \rightarrow [0,1]$$

$$\mathbf{m} = (x, y)^T \mapsto I(x, y)$$

$$\begin{cases} \forall i \in \{1, 2, \dots, N\} : R_i \subset \Omega \\ R_1 \cup R_2 \dots \cup R_N = \Omega \\ \forall (i, j) \in \{1, 2, \dots, N\} \times \{1, 2, \dots, N\} / i \neq j : R_i \cap R_j = \emptyset \end{cases}$$

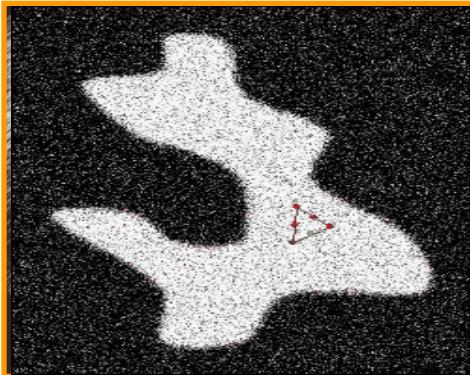


[Introduction: segmentation]

- Deux approches distinctes :
 - Frontière : recherche des pixels voisins possédant des attributs les plus dissemblables
 - Méthodes dérivatives;
 - Modèles surfaciques.
 - Région : recherche des pixels possédant les attributs les plus proches
 - Méthodes de classification;
 - Méthodes de croissance de région.

[Introduction: modèles déformables]

■ Modèles déformables – Introduction



Modèles déformables:

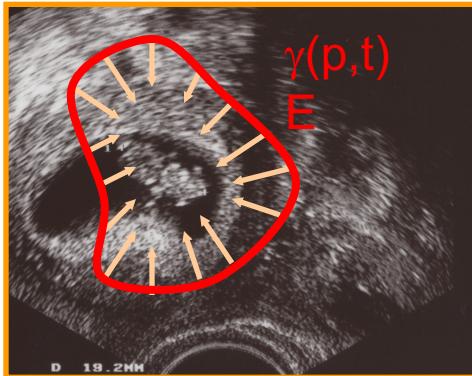
Contours (2D) ou surfaces (3D)
dynamiques qui permettent de
segmenter une région de l'image

Formulation du problème (issue de la mécanique):

On associe une énergie au modèle qu'il va minimiser.
Convertir l'énergie potentielle en énergie cinétique

[Modèles déformables]

■ Modélisation / Equation d'évolution



$$\frac{\partial \gamma(\mathbf{p}, t)}{\partial t} = \mathbf{F} \text{ avec} \begin{cases} \gamma(\mathbf{p}, t = 0) = \gamma_0(\mathbf{p}) \\ \mathbf{F} = -\frac{\delta E}{\delta \gamma} \end{cases}$$

Degrés de liberté

représentation de la courbe

fonction d'énergie

initialisation

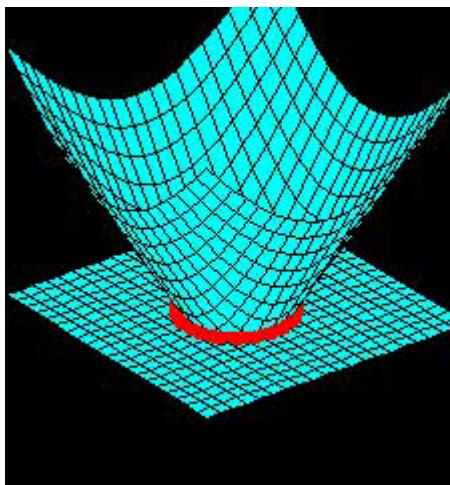
[Représentation implicite]

- Représentation en ligne de niveaux (*levelset*)

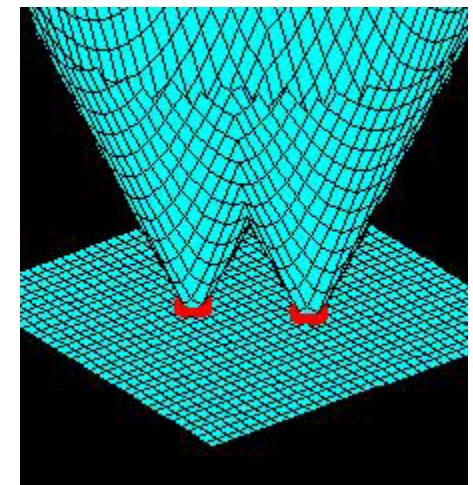
$$v = \Psi^{-1}(0)$$

$$\Psi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(u, v) \rightarrow \Psi(u, v)$$



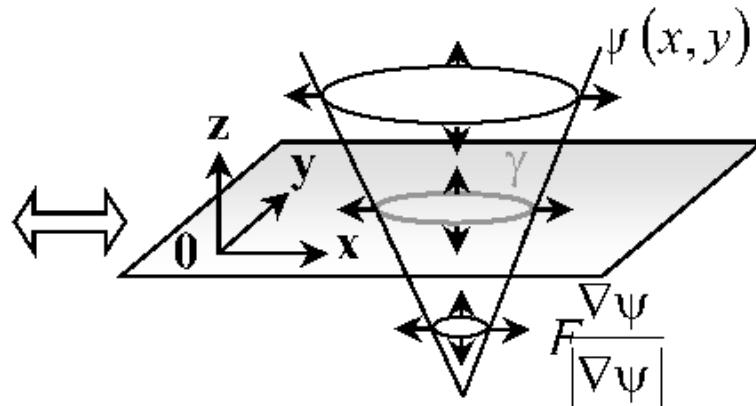
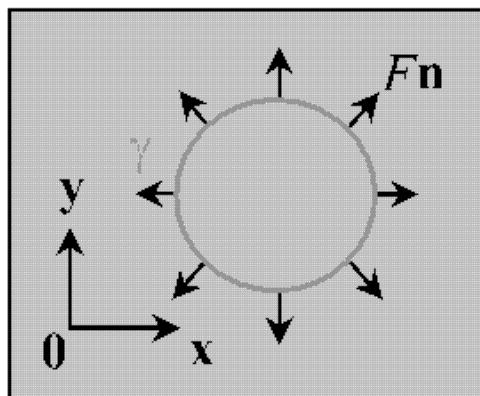
math.berkeley.edu/~sethian/
J.A. Sethian
« Level Set Methods
and Fast Marching Methods »,
Cambridge University Press, 1999.



Contours Actifs Implicites

■ Principe des Contours Actifs Implicites

- Evolution du contour dans la direction de sa normale à la vitesse F



$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{n} = \frac{\nabla \psi}{|\nabla \psi|} \\ \kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \psi}{|\nabla \psi|} \end{array} \right.$$

Équation d'évolution

$$\frac{\partial \psi((x, y), t)}{\partial t} = F |\nabla \psi((x, y), t)|$$

[Contours Actifs Implicites]

■ Contours actifs géodésiques

- Minimisation de :

$$E(\gamma(\mathbf{p})) = \int g(I(\gamma(\mathbf{p}))) \|\gamma'(\mathbf{p})\| d\mathbf{p}$$

- Formulation levelset

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = g(I) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Psi}{|\nabla \Psi|} \right) |\nabla \Psi| + \nabla g(I) \cdot \nabla \Psi$$

¹ V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro, « Geodesic Active contours », *International Journal of Computer Vision*, vol. 22, no. 1, pp. 61-79, 1997.

Contours Actifs Implicites

- Interprétation d'équation
 - Le terme $\nabla g(I) \cdot \nabla \Psi$ constraint chaque point du contour à suivre une **courbe géodésique** du potentiel $g(I)$, ce qui se traduit par :
 - une augmentation de l'attraction dans le sens de la plus forte pente du potentiel $g(I)$
 - l'annulation totale de la vitesse au fond de la vallée de potentiel même si elle est à niveau non constant

[Contours Actifs Implicites]

■ Contours actifs géodésiques

Av: - changement de topologie automatique grâce à la méthode des courbes de niveau
- les solutions sont bien définies mathématiquement

Inc: - calculs numériques plus lents
- la solution finale dépend de la condition initiale
- le contour actif détecte les bords des objets

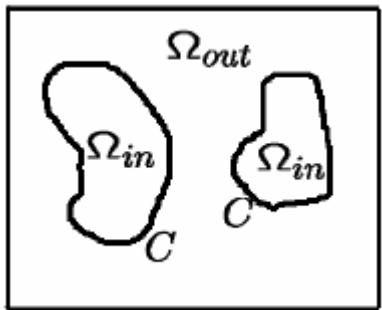
Autre approche \Rightarrow trouver des régions homogènes.

[Contours Actifs Implicites]

■ Contours actifs sans bords

⇒ Modèle des contours actifs sans bords:

$$E(\gamma, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega_{in}} (\mu_{in} - I_0)^2 d\mathbf{m} + \int_{\Omega_{out}} (\mu_{out} - I_0)^2 d\mathbf{m} + \nu \int_{\gamma} ds$$

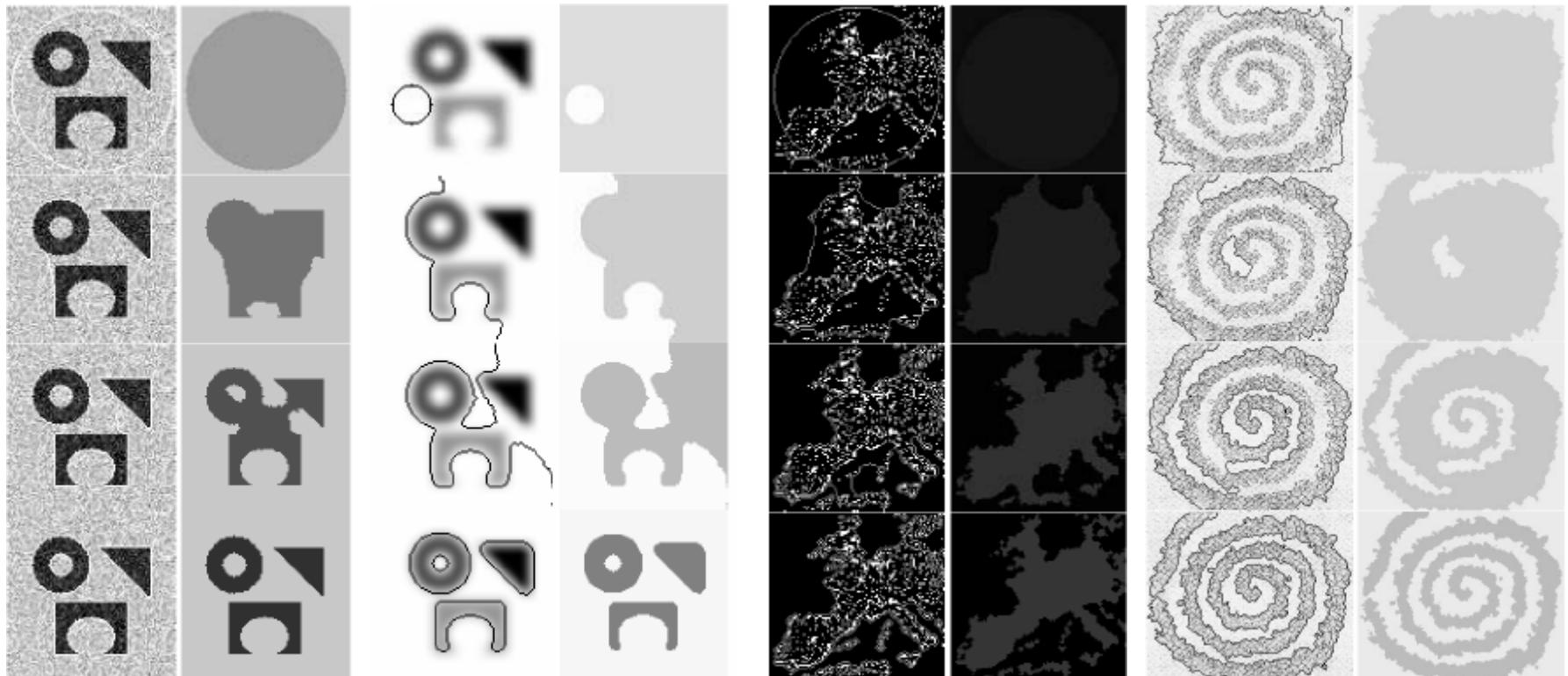


d'où

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \delta(\Psi) \left((\mu_{in} - I_0)^2 - (\mu_{out} - I_0)^2 - \nu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Psi}{|\nabla \Psi|} \right) \right)$$

[Contours Actifs Implicites]

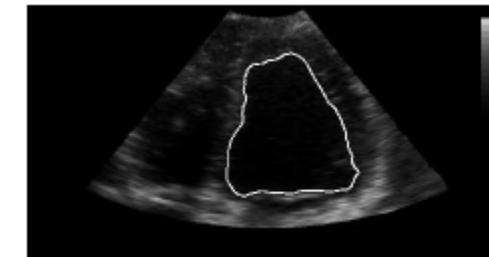
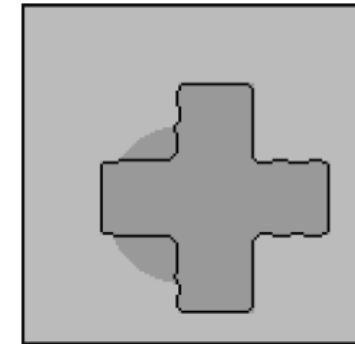
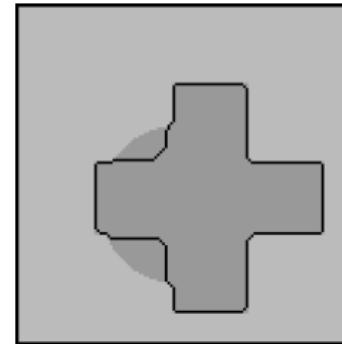
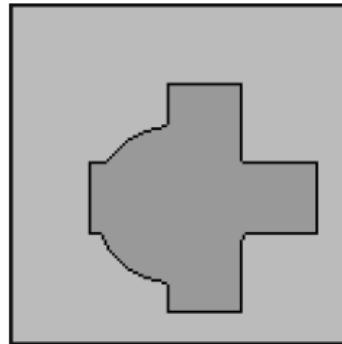
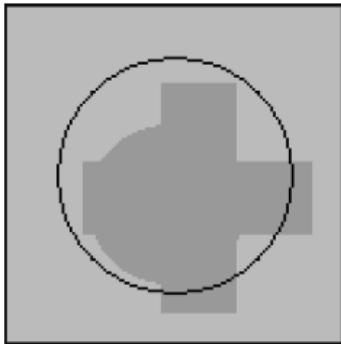
■ Contours actifs sans bords



¹Chan T.F., Vese L.A., "Active contour model without edges", IEEE Transactions on Image Processing, vol. 10(2), pp. 266-77, 2001.

[Contours Actifs Implicites]

■ Contours actifs (information a priori)



¹ A. Foulonneau, P. Charbonnier, and F. Heitz, "Geometric shape priors for region-based active contours.", in ICIP, 2003.

² F. Lecellier, S. Jehan-Besson , M.J. Fadili , G. Aubert, M. Revenu , E. Saloux, "Region-based active contours with noise and shape priors" , IEEE ICIP, pp. 1649-1652, Atlanta, USA, 2006.

Modèles déformables

■ Formulation unifiée

Minimisation d'énergie / Champ de déplacement

$$E_b = \int_{\gamma(\mathbf{p})} f(\mathbf{m}) da(\mathbf{m}) \quad \gamma(\mathbf{p}) \quad R_\gamma \quad E_r = \iint_{R_\gamma} g(\mathbf{m}, R_\gamma) dm$$

Intégrale curviligne
Énergie contour

$$\mathbf{F}_b = [f(\mathbf{m})\kappa - \nabla f(\mathbf{m}) \cdot \mathbf{n}] \mathbf{n}$$

Contours actifs géodésiques

Intégrale surfacique
Énergie région

$$\mathbf{F}_r = \left[g(\mathbf{m}) + \sum_{i=1}^m A_i H_i(\mathbf{m}) \right] \mathbf{n}$$

Régions actives

$$\mathbf{F}_r = g(\mathbf{m}) \mathbf{n}$$

Contours Actifs Implicites

Energies pour la segmentation

Énergies internes
(régularisation)

Courbure
 $f(\mathbf{m}) = 1$
 $\mathbf{F}_f = \kappa \mathbf{n}$

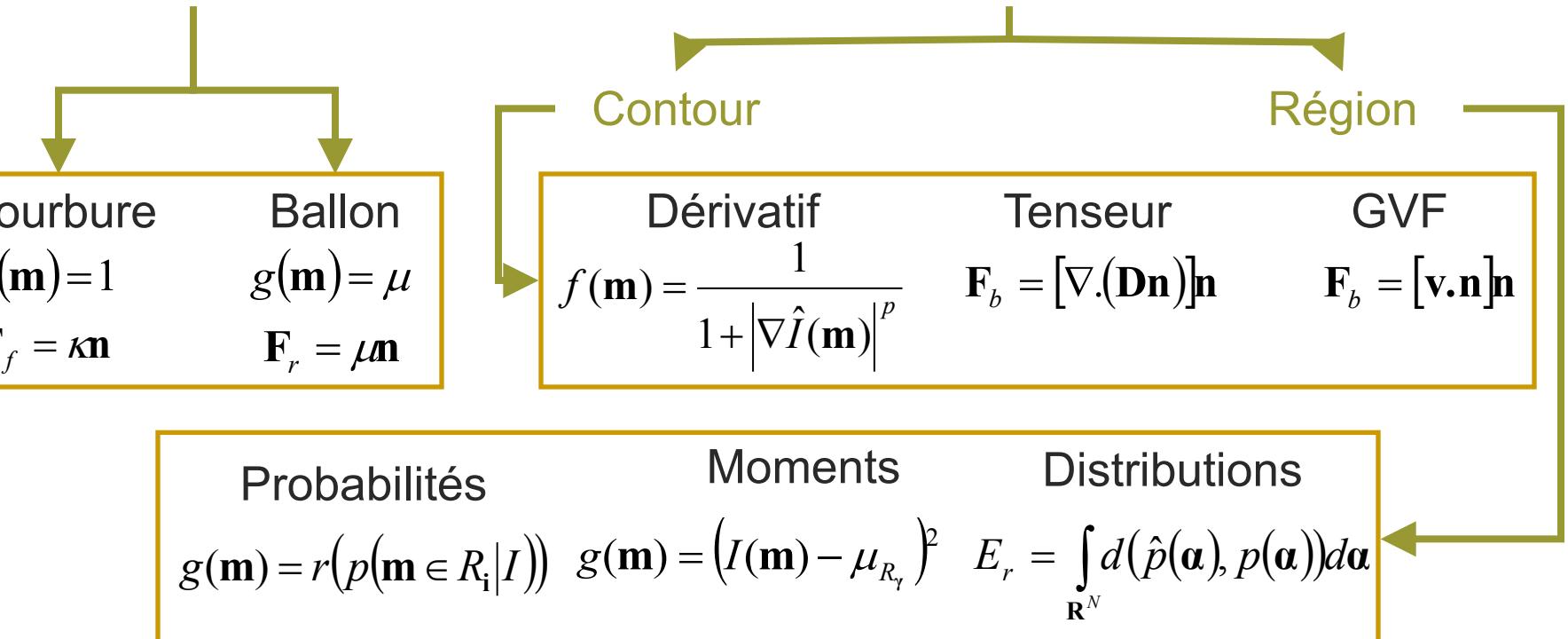
Ballon
 $g(\mathbf{m}) = \mu$
 $\mathbf{F}_r = \mu \mathbf{n}$

Énergies externes
(image)

Dérivatif
 $f(\mathbf{m}) = \frac{1}{1 + |\nabla \hat{I}(\mathbf{m})|^p}$

Tenseur
 $\mathbf{F}_b = [\nabla \cdot (\mathbf{D} \mathbf{n})] \mathbf{n}$

GVF
 $\mathbf{F}_b = [\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}] \mathbf{n}$



Contours Actifs Implicites

Aspects numériques

$$\frac{\partial \psi((x, y), t)}{\partial t} = F \cdot \nabla \psi((x, y), t) \quad \rightarrow \quad F = F_{prop} + F_{curv} + F_{adv}$$

$$= F_0 - \varepsilon \kappa + \mathbf{U}(\mathbf{m}, t) \cdot \mathbf{n}$$

$$\psi_{i,j}^{t+1} = \psi_{i,j}^t - \Delta t \cdot \left(F_{i,j}^t \cdot |\nabla \psi|_{i,j}^t \right)$$

Propagation

Courbure

Advection

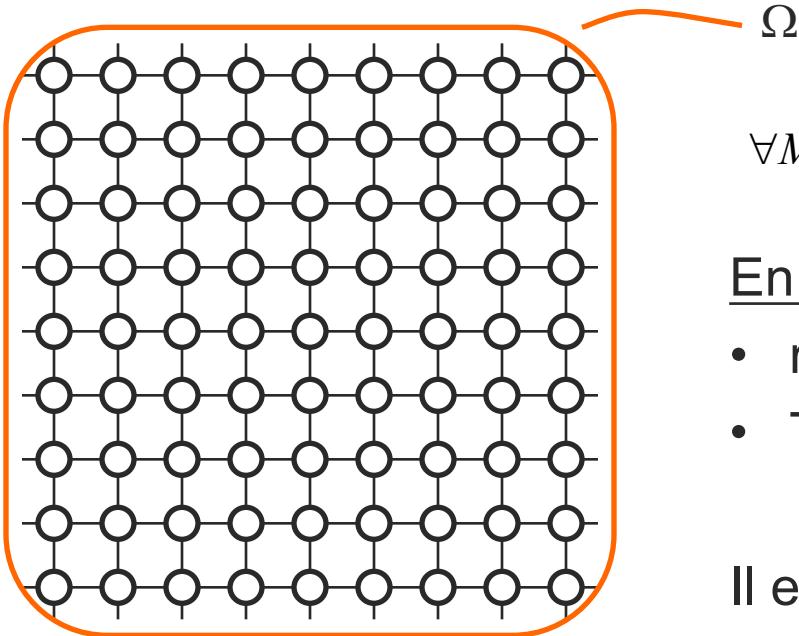
$$\left[\max(F_{0,ij}, 0) \nabla^+(\psi_{ij}^n) + \min(F_{0,ij}, 0) \nabla^-(\psi_{ij}^n) \right] - \left[\varepsilon \kappa_{ij}^n \sqrt{D^{0x}(\psi_{ij}^n)^2 + D^{0y}(\psi_{ij}^n)^2} \right] \left\{ \begin{array}{l} \max(u_{ij}^n, 0) D^{-x}(\psi_{ij}^n) + \min(u_{ij}^n, 0) D^{+x}(\psi_{ij}^n) + \\ \max(v_{ij}^n, 0) D^{-y}(\psi_{ij}^n) + \min(v_{ij}^n, 0) D^{+y}(\psi_{ij}^n) \end{array} \right\}$$

$$\nabla^+(\psi_{ij}) = \sqrt{\max(D^{-x}(\psi_{ij}), 0)^2 + \min(D^{+x}(\psi_{ij}), 0)^2 + \max(D^{-y}(\psi_{ij}), 0)^2 + \min(D^{+y}(\psi_{ij}), 0)^2}$$

$$\nabla^-(\psi_{ij}) = \sqrt{\max(D^{+x}(\psi_{ij}), 0)^2 + \min(D^{-x}(\psi_{ij}), 0)^2 + \max(D^{+y}(\psi_{ij}), 0)^2 + \min(D^{-y}(\psi_{ij}), 0)^2}$$

Contours Actifs Implicites

■ Méthodes de calcul: méthode "directe"



$$\forall M = (i, j) \in \Omega \quad \psi_{i,j}^{t+1} = \psi_{i,j}^t - \Delta t \cdot F_{i,j}^t \cdot |\nabla \psi|_{i,j}^t$$

En pratique:

- réinitialisation périodique de ψ
- Temps de calcul prohibitif

Il existe des algorithmes plus rapides (*Narrow Band*)