Finanzas 1
Guía: Control 1

Profesor: Carlos Peréz
Ayudantes: Pablo Fernández
Gabriel Haensgen Salazar
Celena Magni Rivadeneira
Constanza Magni Rivadeneira

Ejercicio 1

Usted busca comprar un automóvil nuevo, el modelo que le interesa está valorizado en \$10.000.000 y su valor no fluctuará con el paso del tiempo dada su excelente tecnología. Suponga que usted puede invertir en dos instrumentos: un depósito a plazo, con tasa nominal anual del 8% pagadera mensual; y bonos de una empresa que tendrán una tasa nominal anual del 8,4% anual, que se pagará cada vez que transcurra un año desde la inversión. Adicionalmente, usted puede solicitar financiamiento a través de préstamos con su banco comercial, el que le otorgará una tasa preferente del 12% anual pagadero mensual.

(A) ¿Qué tipo de inversión preferiría?

Solución:
Calcularemos la tasa efectiva anual (ear) de el depósito a plazo y lo compararemos con la de los bonos que ya está en esa situación:

$$r_{ear} = (1 + \frac{0,08}{12})^{12} - 1 \approx 8,3\%$$

$\therefore$ preferiremos el bono de la empresa al tener mayor tasa ear

(B) ¿Cuánto dinero debería invertir hoy día para hacer frente al 100% del valor del auto en un año más?¿y en dos?

Solución:
Para hacer frente en un año más:

$$100.000.000 = P_0 \cdot (1,084) \rightarrow P_0 = 9.225.092,25$$

Para hacer frente en dos años más:

$$100.000.000 = P_0 \cdot (1,084)^2 \rightarrow P_0 = 8.510.232,704$$

(C) Si hoy en día tiene \$500.000, y al final de cada mes puede ahorrar \$100.000 adicionales, ¿Qué monto debería pedir prestado para realizar la compra en un año exacto más?

Solución:
Primero llevaremos los \$500.000 a valor futuro:

$$500.000 \cdot (1,084) = 542.000 \tag{1}$$

Luego, calcularemos el valor futuro de la anualidad de ahorrar \$100.000 cada mes (notar que como los bonos de la empresa pagan interés sólo una vez al año, sólo el primer ahorro de \$100.000 recibiría interés, y por tanto resulta más conveniente la inversión en depósito a plazo:

$$P_n = \frac{100.000}{0,00\bar{6}} \cdot [(1,00\bar{6})^{12} - 1] \rightarrow P_n = 1.244.992,602 \quad (2)$$

Luego, sumamos (1) y (2) para saber cuanto dinero tendremos en un año más invirtiendo nuestro dinero:

$$542.000 + 1.244.992,602 = 1.786.992,602 \quad (3)$$

Finalmente, a lo 10.000.000 que necesitamos le restaremos (3) y nos dará cuanto debemos pedir de préstamo:

$$10.000.000 - 1.786.992,602 = 8.213.007,398$$

(D) Si solicita el préstamo del apartado anterior y sólo puede seguir permitiéndose cuotas de \$100.000 mensuales, ¿Cuánto tardaría en devolver el préstamo?

Solución:

Plantearemos la anualidad en que consiste el préstamo que vamos a pedir (es decir, el valor prestado es el P_0) y despejaremos los periodos (n):

$$8.213.007,398 = \frac{100.000}{0,01} \cdot [1 - \frac{1}{1,01^n}]$$

$$\frac{8.213.007,398 \cdot 0,01}{100.000} - 1 = \frac{1}{1,01^n}$$

$$0,17869926 = \frac{1}{1,01^n}$$

$$1,01^n = 5,595994068 / ln$$

$$ln(1,01^n) = ln(5,595994068)$$

$$n \cdot ln(1,01) = ln(5,595994068)$$

$$n = \frac{1,722050997}{0,009950331}$$

$$n = 173,0646973$$

Ejercicio 2

Estás decidiendo si comprar el departamento en el que vives o seguir arrendando durante diez años más. El departamento se vende por 5.000 UF y el arriendo es de 15,5 UF mensuales. No esperas que estos precios varíen en el futuro. Tienes ahorrado el 20% necesario para el pie, la tasa de interés mensual de una hipoteca a 10 años es del 4% real anual simple (APR) y puedes invertir durante ese mismo periodo al 3% real anual simple (APR) pagadero mensualmente. ¿Te conviene comprar o arrendar?

Solución:

Primero, definiremos qué valor tendría la cuota si es que decidimos comprar el departamento, luego, nos pondremos en la situación de seguir pagando el arriendo y ahorrando la diferencia que tendríamos con la cuota si es que compraramos el depto. Finalmente, veremos si en 10 años con estos ahorros nos alcanza para comprar el depto.

Obtenemos valor de cuota si compramos:

$$4.000 = \frac{C}{0,00\overline{3}} \cdot [1 - \frac{1}{1,00\overline{3}^{120}}]$$

$$C = 40,498$$

Ahora, ¿si ahorraramos e invirtieramos hasta tener la misma cuota?:

$$ahorro\, mensual = 40,498 - 15,5 \rightarrow 24,998$$

Sacaremos el valor futuro de este ahorro para ver si nos alcanzaría para comprar el depto:

$$P_n = \frac{24,998}{0,0025} \cdot [(1,0025)^{120} - 1]$$

$$P_n = 3493,263717$$

$\therefore$ Ahorrando mientras arrendamos no nos permitirá tener la cantidad necesaria para comprar el departamento dentro de 10 años, por lo que a ese horizonte temporal, es preferible comprar.

Ejercicio 3

Si la tasa de inflación anual es 3%, ¿Cuánto tardan en duplicarse los precios?

Solución:

Hay que plantear una ecuación que nos permita tener en el futuro el doble de los precios del presente, es decir, $P_n = 2 * P_0$. Entonces:

$$2 * P_0 = P_0(1 + i)^n$$

$$2 * P_0 = P_0(1 + 0,03)^n$$

$$\frac{2 * P_0}{P_0} = (1 + 0.03)^n$$

$$2 = (1 + 0,03)^n \ /\ln$$

$$ln(2) = n * ln(1,03)$$

$$\frac{ln(2)}{ln(1,03)} = n$$

$$n = 23,449$$

$n = 24$ años aproximadamente.

Ejercicio 4

Hoy cumples 25 años y es tu primer día de trabajo. Te jubilarás a los 60 años y esperas vivir hasta tu 85 cumpleaños. Tu sueldo liquido es de 720 UF anuales, los cuales recibes en cuota de 60 UF el último día del mes. No esperas que esas condiciones cambien en el futuro. La tasa de interes simple en UF es 10%, pagadera mensualmente.

(A) ¿Cuál es el valor presente de todos tu sueldos futuros?

Solución:

Primero sacamos la tasa ear por periodo, es decir, $\frac{APR}{m} = \frac{0,1}{12} = 0,0083334$

Luego sacamos el valor futuro de todos los sueldos a través de una anualidad, ya que como nos mencionan, son flujos constantes de 60UF mensuales durante 35 años.

$$P_n = \frac{c}{r}\left((1+r)^{m*n} - 1\right)$$

$$P_n = \frac{60}{0,0083334}\left((1+0,0083334)^{12*35} - 1\right)$$

$$P_n = 227.788,2828 \text{ UF}$$

Sacamos el valor presente de este valor futuro:

$$P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^{m*n}}$$

$$P_0 = \frac{\$227.788,2828}{(1+0,0083334)^{12*35}}$$

$$P_0 = 6.979,4026 \text{ UF}$$

(B) Si ahorras cada mes el 7% de tu sueldo liquido, ¿Cuántos tendrás ahorrado al jubilarte?

Solución:

Sacamos el 7% del sueldo mensual: $60 * 0,07 = 4,2$

$$P_n = \frac{c}{r}\left((1+r)^{m*n} - 1\right)$$

$$P_n = \frac{4,2}{0,0083334}\left((1+0,0083334)^{12*35} - 1\right)$$

$$P_n = \$15.945,8797$$

(C) ¿Qué renta mensual podrás tener durante tu jubilación (años 60-85) si hubieras acumulado un ahorro de UF 15.000 al momento de jubilarte?

Solución:

Nos paramos en el momento de jubilarnos y sacamos la cuota mensual que nos dará haber ahorrado 15.000 UF

$$C = \frac{P_0 * r}{\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{m*n} - 1}\right)}$$

$$C = \frac{15.000 * 0,0083334}{\left(1 - \frac{1}{(1+0,0083334)^{12*25} - 1}\right)}$$

$$C = \$136,305 \text{ UF}$$

Ejercicio 5

Si tu banco te ofrece un deposito a plazo con tasa de interes de 5% anual simple y 5,127% anual efectiva. ¿Qué frecuencia de composición del interés emplea tu banco?

(a) trimestral (b) semestral (c) mensual (d) diaria

Solución:

Para saber qué frecuencia de composición de interés emplea el banco debo saber a los periodos que esta paga. Nosotros sabemos que:

$$\left(1 - \frac{0,05}{m}\right)^m - 1 = 0,05127$$

Por lo tanto puede probar las cuatro opciones que le dan como alternativa para encontrar la respuesta correcta:

Trimestral:

$$\left(1 - \frac{0,05}{4}\right)^4 - 1 = 0,050945336$$

Semestral:

$$\left(1 - \frac{0,05}{2}\right)^2 - 1 = 0,050625$$

Mensual:

$$\left(1 - \frac{0,05}{12}\right)^{12} - 1 = 0,051161$$

Diaria:

$$\left(1 - \frac{0,05}{365}\right)^{365} - 1 = 0,051267$$

Por lo tanto, la alternativa D es la correcta.

Ejercicio 6

Hoy 27 de agosto, tienes 45 años y planeas a los 65 jubilarte. La tasa de inflación es del 2% y existe una tasa anual efectiva en UF del 6%. ¿Cuántos CLP (pesos chilenos) tienes que ahorrar cada mes si quieres tener $120 millones al momento de jubilarte?

Solución:

Dado que la tasa anual efectiva se encuentra en UF, esta se puede tomar como tasa real, es decir, que incluye la inflación. A su vez, nosotros necesitamos la tasa anual efectiva pero para pesos chilenos, por lo que se puede expresar de la siguiente manera.

$$r_{real} = \frac{(1 + r_{ear})}{(1 + i)} - 1$$
$$0,06 = \frac{(1 + r_{ear})}{(1 + 0,02)} - 1$$
$$1 + 0,06 = \frac{(1 + r_{ear})}{(1,02)}$$

$$(1,06) * (1,02) = (1 + r_{ear})$$

$$1,0812 = (1 + r_{ear})$$

$$1,0812 - 1 = r_{ear}$$

$$0,812 = r_{ear}$$

Esta es nuestra tasa anual efectiva para pesos chilenos.

Dado que necesitamos ahorrar mensualmente, necesitamos que nuestra tasa sea mensual.

$$1 + r_{ear} = (1 + r_{earmensual})^m$$
$$1 + 0,0812 = (1 + r_{earmensual})^{12}$$
$$1 + 0,0812 = (1 + r_{earmensual})^{12} \sqrt{}^{12}$$
$$1,006527 = (1 + r_{earmensual})$$
$$1,006527 - 1 = r_{earmensual}$$
$$0,006527 = r_{earmensual}$$

Finalmente, con estos datos podemos calcular la cuota de ahorro mensual.

$$P_n = \frac{c}{r}[(1 + r)^{m*n} - 1]$$
$$C = \frac{P_n * r}{(1 + r)^{m*n} - 1}$$

$$c = \frac{120.000.000 * 0,006527}{(1 + 0,006527)^{12*20} - 1}$$

$$c = 196.056,76$$

Ejercicio 7

Hoy 3 de octubre de 2020. Suponga que las tasas de ahorro y endeudamientos son las mismas 9% (APR) pagadera mensual.

A) Si tu banco paga intereses mensuales y la tasa de inflación es del 4% ¿Cuál es la tasa real (anual) que te ofrece tu banco?

Solución:

Lo primero es sacar nuestra tasa EAR

$$r_{ear} = (1 + \frac{APR}{m})^m - 1$$

$$r_{ear} = (1 + \frac{0,09}{12})^{12} - 1$$

$$r_{ear} = 0,093806$$

Luego podemos sacar nuestra tasa Real anual.

$$r_{real} = (\frac{1+r}{1+i}) - 1$$

$$r_{real} = (\frac{1+0,093806}{1+0,04}) - 1$$

$$r_{real} = 0,05173$$

B) ¿Cuánto tardarías en devolver un crédito de $60 millones en cuotas mensuales de $700.000 pesos?

Solución:

Lo primero es sacar nuestra tasa real MENSUAL, dado que debo sacar cuotas mensuales.

$$\begin{gathered} 1 + r_{ear} = (1 + r_{earmensual})^m \\ 1 + 0,05173 = (1 + r_{earmensual})^{12} \\ 1,05173 = (1 + r_{earmensual})^{12} \sqrt{}^{12} \\ 1,004212 = (1 + r_{earmensual}) \\ 1,004212 - 1 = r_{earmensual} \\ 0,004212 = r_{earmensual} \end{gathered}$$

Ahora podemos despejar los periodos desde fórmula de cuota.

$$c = \frac{P_0 * r}{1 - (1+r)^{-m*n}}$$

$$1 - (1+r)^{-m*n} = \frac{r * P_0}{c}$$

$$1 - (1,004212)^{-m*m} = 0,361028$$

$$1 - 0,361028 = (1,004212)^{-m*m}$$

$$0,63897 = \frac{1}{(1,004212)^{m*n}}$$

$$(1,004212)^{m*n} = \frac{1}{0,63897} \text{ aplicamos ln}$$

$$m * n = \frac{\ln 1,565015}{\ln 1,004212}$$

$$m * n = 106,56$$

$$n = \frac{106,56}{m}$$

$$n = \frac{106,56}{12}$$

$$n = 8,8 \approx 9 \text{ años}$$