Ayudantía 4 Finanzas 1

Tasa de interés de equilibrio, valorización, anualidades

Gabriel Haensgen

[1]Universidad Diego Portales. Facultad de Economía y Empresa.
Escuela Ingeniería Comercial

Abril 2020

Contenido

Contenido

Ejercicio 1

Suponga que Jaime Palma es un agente representativo de una economía con i individuos {1,2,...,i} posee la siguiente función intertemporal de aversión al riesgo (CRRA):

$$\frac{c_0^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}+\beta\frac{c_1^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}$$

Donde β es la tasa de descuento (0< β <1). Además cada individuo posee un set de dotación (w_0, w_1) y sujeto a la restricción intertemporal del primer periodo como:

$$c_0+s_0=w_0$$

Y para el segundo periodo:

$$c_1=w_1+(1+r)s_0$$

Suponga $\beta=0.8$ y $\sum_i \mathrm{w}_i=(110{,}100)$.

Ejercicio 1

1.- Derive la tasa de interés de equilibrio cuando $\sigma \to 1$

Ejercicio 1

1.- Derive la tasa de interés de equilibrio cuando $\sigma \to 1$

2.- Obtenga la senda de consumo óptimo (c_0^*, c_1^*) **(TAREA)**

Ejercicio 1

Derive la tasa de interés de equilibrio cuando $\sigma \to 1$

Ejercicio 1

Derive la tasa de interés de equilibrio cuando $\sigma \to 1$

Solution

Si σ toma el valor 1 observamos que:

Ejercicio 1

Derive la tasa de interés de equilibrio cuando $\sigma \to 1$

Solution

Si σ toma el valor 1 observamos que:

$$\frac{c_0^{1-1} - 1}{1-1} + \beta \frac{c_1^{1-1} - 1}{1-1} = \frac{0}{0}$$

Ejercicio 1

Derive la tasa de interés de equilibrio cuando $\sigma \to 1$

Solution

Si σ toma el valor 1 observamos que:

$$\frac{c_0^{1-1} - 1}{1-1} + \beta \frac{c_1^{1-1} - 1}{1-1} = \frac{0}{0}$$

Por lo tanto, usando la regla de L'Hopital sabemos que:

Ejercicio 1

Derive la tasa de interés de equilibrio cuando $\sigma \to 1$

Solution

Si σ toma el valor 1 observamos que:

$$\frac{c_0^{1-1} - 1}{1-1} + \beta \frac{c_1^{1-1} - 1}{1-1} = \frac{0}{0}$$

Por lo tanto, usando la regla de L'Hopital sabemos que:

$$\lim_{\sigma \to 1} \frac{m(\sigma)}{n(\sigma)} = \lim_{\sigma \to 1} \frac{m'(\sigma)}{n'(\sigma)}$$

Ejercicio 1

Derive la tasa de interés de equilibrio cuando $\sigma \to 1$

Solution

Si σ toma el valor 1 observamos que:

$$\frac{c_0^{1-1}-1}{1-1}+\beta\frac{c_1^{1-1}-1}{1-1}=\frac{0}{0}$$

Por lo tanto, usando la regla de L'Hopital sabemos que:

$$\lim_{\sigma\to 1}\frac{m(\sigma)}{n(\sigma)}=\lim_{\sigma\to 1}\frac{m'(\sigma)}{n'(\sigma)}$$

Siendo $m(\sigma) = c_t^{1-\sigma}$ - 1 y $n(\sigma) = 1$ - σ

Ejercicio 1

Solution

$$m'(\sigma) = e^{\ln(c_t^{1-\sigma})} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(c_t^{1-\sigma})$$

Ejercicio 1

Solution

$$m'(\sigma) = e^{\ln(c_t^{1-\sigma})} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(c_t^{1-\sigma})$$

$$= -(c_t^{1-\sigma}) \cdot \ln(c_t)$$

Ejercicio 1

Solution

$$m'(\sigma) = e^{\ln(c_t^{1-\sigma})} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(c_t^{1-\sigma})$$

$$= -(c_t^{1-\sigma}) \cdot \ln(c_t)$$

Por lo tanto:

Ejercicio 1

Solution

$$m'(\sigma) = e^{\ln(c_t^{1-\sigma})} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(c_t^{1-\sigma})$$

$$= -(c_t^{1-\sigma}) \cdot \ln(c_t)$$

Por lo tanto:

$$\lim_{\sigma \to 1} \frac{m'(\sigma)}{n'(\sigma)} = \frac{-(c_0^{1-\sigma}) \cdot \ln(c_0)}{-1} = \ln(c_0)$$

Ejercicio 1

Solution

$$m'(\sigma) = e^{\ln(c_t^{1-\sigma})} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(c_t^{1-\sigma})$$

$$= -(c_t^{1-\sigma}) \cdot \ln(c_t)$$

Por lo tanto:

$$\lim_{\sigma \to 1} \frac{m'(\sigma)}{n'(\sigma)} = \frac{-(c_0^{1-\sigma}) \cdot \ln(c_0)}{-1} = \ln(c_0)$$

Podemos reescribir la función de utilidad como:

Ejercicio 1

Solution

$$m'(\sigma) = e^{\ln(c_t^{1-\sigma})} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(c_t^{1-\sigma})$$

$$= -(c_t^{1-\sigma}) \cdot \ln(c_t)$$

Por lo tanto:

$$\lim_{\sigma \to 1} \frac{m'(\sigma)}{n'(\sigma)} = \frac{-(c_0^{1-\sigma}) \cdot \ln(c_0)}{-1} = \ln(c_0)$$

Podemos reescribir la función de utilidad como:

$$U(c_0^i . c_1^i) = \ln(c_0^i) + \beta \ln(c_1^i)$$

Ejercicio 1

Solution

El problema de Jaime lo podemos reescribir como:

Ejercicio 1

Solution

El problema de Jaime lo podemos reescribir como:

$$\max_{c_0, c_1} U(c_0, c_1)$$

$$s.t. \; w_0 = c_0 + s_0$$

$$c_1 = w_1 + (1 + r)s_0$$

Ejercicio 1

Solution

El problema de Jaime lo podemos reescribir como:

$$\max_{c_0, c_1} U(c_0, c_1)$$

$$s.t. \; w_0 = c_0 + s_0$$

$$c_1 = w_1 + (1 + r)s_0$$

Y podemos transformarlo en un problema sin restricción:

Ejercicio 1

Solution

El problema de Jaime lo podemos reescribir como:

$$\max_{c_0, c_1} U(c_0, c_1)$$

$$s.t.\ w_0 = c_0 + s_0$$

$$c_1 = w_1 + (1+r)s_0$$

Y podemos transformarlo en un problema sin restricción:

$$\max_{s_0} \ln(w_0 - s_0) + \beta \ln(w_1 + (1+r)s_0)$$

Ejercicio 1

Solution

Obtenido la condición de primer orden:

Ejercicio 1

Solution

Obtenido la condición de primer orden:

$$\frac{-1}{w_0 - s_0} + \frac{\beta(1+r)}{w_1 + (1+r)s_0} = 0$$

Ejercicio 1

Solution

Obtenido la condición de primer orden:

$$\frac{-1}{w_0 - s_0} + \frac{\beta(1+r)}{w_1 + (1+r)s_0} = 0$$

Resolviendo para s_t*:*

Ejercicio 1

Solution

Obtenido la condición de primer orden:

$$\frac{-1}{w_0 - s_0} + \frac{\beta(1+r)}{w_1 + (1+r)s_0} = 0$$

Resolviendo para s_t:

$$w_1 + (1+r)s_0 = \beta(1+r)(w_0 - s_0)$$

$$s_0(1+\beta) = \beta w_0 - \frac{w_1}{(1+r)}$$

$$s_0 = \frac{\beta}{1-\beta}[w_0 - \frac{w_1}{\beta(1+r)}]$$

Ejercicio 1

Solution

Obtenido la condición de primer orden:

$$\frac{-1}{w_0 - s_0} + \frac{\beta(1+r)}{w_1 + (1+r)s_0} = 0$$

Resolviendo para s_t:

$$w_1 + (1+r)s_0 = \beta(1+r)(w_0 - s_0)$$

$$s_0(1+\beta) = \beta w_0 - \frac{w_1}{(1+r)}$$

$$s_0 = \frac{\beta}{1-\beta}[w_0 - \frac{w_1}{\beta(1+r)}]$$

Ejercicio 1

Solution

Sabemos que una economía con finitos periodos (t=2) se cumple que:

Ejercicio 1

Solution

Sabemos que una economía con finitos periodos (t=2) se cumple que:

$$\sum_i s_0^i = 0$$

Ejercicio 1

Solution

Sabemos que una economía con finitos periodos (t=2) se cumple que:

$$\sum_i s_0^i = 0$$

Por lo tanto la tasa de interés que satisface tal condición es:

Ejercicio 1

Solution

Sabemos que una economía con finitos periodos (t=2) se cumple que:

$$\sum_i s_0^i = 0$$

Por lo tanto la tasa de interés que satisface tal condición es:

$$(1 + r^*) = \frac{\sum_i w_1}{\beta \sum_i w_0}$$

Ejercicio 1

Solution

Sabemos que una economía con finitos periodos (t=2) se cumple que:

$$\sum_i s_0^i = 0$$

Por lo tanto la tasa de interés que satisface tal condición es:

$$(1 + r^*) = \frac{\sum_i w_1}{\beta \sum_i w_0}$$

Reemplazando tenemos:

Ejercicio 1

Solution

Sabemos que una economía con finitos periodos (t=2) se cumple que:

$$\sum_i s_0^i = 0$$

Por lo tanto la tasa de interés que satisface tal condición es:

$$(1 + r^*) = \frac{\sum_i w_1}{\beta \sum_i w_0}$$

Reemplazando tenemos:

$$(1 + r^*) = \frac{100}{0{,}8 \cdot 110} = 1{,}3636 \rightarrow r^* = 0{,}13636$$

Contenido

Ejercicio 2

En la economía existen tres activos:

- $A_t = \{0, 1\}$, a un precio de 0,8.
- $B_t = \{0, z\}$, donde z es un pago con incertidumbre, con flujos equiprobables de 3 en un buen escenario y de 2 en un mal escenario. Se vende a un precio de 2,25.
- $C_t = \{0, x\}$, donde x es un pago con incertidumbre, cuyo flujo es de 2 con un 40 % se probabilidad 0 de -0,5 con un 60 %. Este se vende a un precio de 0,55.
  Suponga que los activos A_t y C_t están bien valorados.
  Determine si el activo B_t esta correctamente valorizado.

Ejercicio 2

Solution

Se nos esta preguntando si en B_t se cumple que precio = valor. Dado que tenemos activos con incertidumbre, escribiremos estos en términos esperados.

Ejercicio 2

Solution

Se nos esta preguntando si en B_t se cumple que precio = valor. Dado que tenemos activos con incertidumbre, escribiremos estos en términos esperados.

- $A_t = \{0,\ 1\}$
- $B_t = \{0,\ E(z) = 2{,}5\}$
- $C_t = \{0,\ E(x) = 0{,}5\}$

Ejercicio 2

Solution

Se nos esta preguntando si en B_t se cumple que precio = valor. Dado que tenemos activos con incertidumbre, escribiremos estos en términos esperados.

- $A_t = \{0,\ 1\}$
- $B_t = \{0,\ E(z) = 2{,}5\}$
- $C_t = \{0,\ E(x) = 0{,}5\}$

Para el encontrar el valor de B_t, encontraremos una forma funcional que represente sus flujos en función de activos correctamente valorados (A_t y C_t en este caso).

$$B = 2 \cdot A + C \tag{1}$$

Ejercicio 2

Solution

De tal forma, el precio de B_t debería venir dado por:

Ejercicio 2

Solution

De tal forma, el precio de B_t debería venir dado por:

$$q_B = 2 \cdot q_A + q_C \Rightarrow q_B = 2 \cdot 0,8 + 0,55 \Rightarrow q_B = 2,15 \qquad (2)$$

Ejercicio 2

Solution

De tal forma, el precio de B_t debería venir dado por:

$$q_B = 2 \cdot q_A + q_C \Rightarrow q_B = 2 \cdot 0,8 + 0,55 \Rightarrow q_B = 2,15 \qquad (2)$$

Finalmente, tendremos que su el activo B_t se encuentra mal valorizado, pues su precio debería ser de 2,15.

Contenido

Ejercicio 3

Planeas comprar una casa en dos años más cuyo costo total corresponde a $170.000.000. De ésta cantidad, el 15 % puede entregarse como pie. Puedes ahorrar a una tasa de interés del 10 % nominal anual simple (APR) pagadera mensualmente y puedes pedir prestado a una tasa del 15 % nominal anual simple pagadera en cuotas mensuales que deben ser abonadas al principio de cada mes.

1-¿Qué suma necesitarías tener ahorrada al día de hoy para poder comprar la casa en efectivo cuando planeas?

2- Si tuvieses CLP $20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Ejercicio 3

3-Si necesitases financiar con un sólo crédito el 100 % del costo de la casa (incluido el pie), ¿a cuánto ascendería la cuota mensual de ese crédito si quisieras devolverlo en 20 años?
4- Si financiaras el 100 % de la casa con un crédito (incluido el pie), y sólo te puedes permitir cuotas de $2.000.000 mensuales, ¿Cuánto tiempo demorarías en pagar la casa?

Ejercicio 3

1-¿Qué suma necesitarías tener ahorrada al día de hoy para poder comprar la casa en efectivo cuando planeas?

Ejercicio 3

1-¿Qué suma necesitarías tener ahorrada al día de hoy para poder comprar la casa en efectivo cuando planeas?

Solution

Básicamente nos preguntan el valor presente de la casa:

Ejercicio 3

1-¿Qué suma necesitarías tener ahorrada al día de hoy para poder comprar la casa en efectivo cuando planeas?

Solution

Básicamente nos preguntan el valor presente de la casa:

$$PV = \frac{170{,}000{,}000}{1,008\overline{3}^{24}}$$

Ejercicio 3

1-¿Qué suma necesitarías tener ahorrada al día de hoy para poder comprar la casa en efectivo cuando planeas?

Solution

Básicamente nos preguntan el valor presente de la casa:

$$PV = \frac{170{,}000{,}000}{1,008\overline{3}^{24}} \rightarrow PV = 139{,}299{,}622,3$$

Ejercicio 3

2- Si tuvieses CLP $20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Ejercicio 3

2- Si tuvieses CLP $20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Solution

Pie= 25,5 millones.

Ejercicio 3

2- Si tuvieses CLP $20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Solution

Pie= 25,5 millones.

$$FV = 20{,}000{,}000 \cdot (1,008\bar{3}^{24}) \rightarrow 24{,}407{,}819,23$$

Ejercicio 3

2- Si tuvieses CLP $20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Solution

Pie= 25,5 millones.

$$FV = 20{,}000{,}000 \cdot (1,008\bar{3}^{24}) \rightarrow 24{,}407{,}819,23$$

Queda por pagar:

Ejercicio 3

2- Si tuvieses CLP \$20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Solution

Pie= 25,5 millones.

$$FV = 20{,}000{,}000 \cdot (1,008\bar{3}^{24}) \rightarrow 24{,}407{,}819,23$$

Queda por pagar:

$$25{,}500{,}000 - 24{,}407{,}819,23 = 1{,}092{,}180,772$$

Ejercicio 3

2- Si tuvieses CLP $20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Solution

Pie= 25,5 millones.

$$FV = 20{,}000{,}000 \cdot (1,008\bar{3}^{24}) \rightarrow 24{,}407{,}819,23$$

Queda por pagar:

$$25{,}500{,}000 - 24{,}407{,}819,23 = 1{,}092{,}180,772$$

$$1{,}092{,}180,772 = \frac{C}{0,008\bar{3}} \cdot ((1,008\bar{3})^{24} - 1)$$

Ejercicio 3

2- Si tuvieses CLP \$20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Solution

Pie= 25,5 millones.

$$FV = 20{,}000{,}000 \cdot (1,008\bar{3}^{24}) \rightarrow 24{,}407{,}819,23$$

Queda por pagar:

$$25{,}500{,}000 - 24{,}407{,}819,23 = 1{,}092{,}180,772$$

$$1{,}092{,}180,772 = \frac{C}{0,008\bar{3}} \cdot ((1,008\bar{3})^{24} - 1)$$

Finalmente se deben ahorrar al final de cada mes:

Ejercicio 3

2- Si tuvieses CLP \$20.000.000 a día de hoy, ¿cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente al pie?

Solution

Pie= 25,5 millones.

$$FV = 20{,}000{,}000 \cdot (1,008\bar{3}^{24}) \rightarrow 24{,}407{,}819,23$$

Queda por pagar:

$$25{,}500{,}000 - 24{,}407{,}819,23 = 1{,}092{,}180,772$$

$$1{,}092{,}180,772 = \frac{C}{0,008\bar{3}} \cdot ((1,008\bar{3})^{24} - 1)$$

Finalmente se deben ahorrar al final de cada mes:

$$C = 41{,}297,09486$$

Ejercicio 3

Si necesitases financiar con un sólo crédito el 100 % del costo de la casa (incluido el pie), ¿a cuánto ascendería la cuota mensual de ese crédito si quisieras devolverlo en 20 años?

Ejercicio 3

Si necesitases financiar con un sólo crédito el 100 % del costo de la casa (incluido el pie), ¿a cuánto ascendería la cuota mensual de ese crédito si quisieras devolverlo en 20 años?

Solution

Básicamente se nos pide obtener el valor de la cuota para una anualidad (recordar que es anticipada)

Ejercicio 3

Si necesitases financiar con un sólo crédito el 100 % del costo de la casa (incluido el pie), ¿a cuánto ascendería la cuota mensual de ese crédito si quisieras devolverlo en 20 años?

Solution

Básicamente se nos pide obtener el valor de la cuota para una anualidad (recordar que es anticipada)

$$170{,}000{,}000 = \frac{C}{0,0125} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0125^{240}}\right)(1,0125)$$

Ejercicio 3

Si necesitases financiar con un sólo crédito el 100 % del costo de la casa (incluido el pie), ¿a cuánto ascendería la cuota mensual de ese crédito si quisieras devolverlo en 20 años?

Solution

Básicamente se nos pide obtener el valor de la cuota para una anualidad (recordar que es anticipada)

$$170{,}000{,}000 = \frac{C}{0,0125} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0125^{240}}\right)(1,0125)$$

$$C = 2{,}210{,}905,966$$

Ejercicio 3

Si financiaras el 100 % de la casa con un crédito (incluido el pie), y sólo te puedes permitir cuotas de $2.000.000 mensuales, ¿Cuánto tiempo demorarías en pagar la casa?

Ejercicio 3

Si financiaras el 100 % de la casa con un crédito (incluido el pie), y sólo te puedes permitir cuotas de $2.000.000 mensuales, ¿Cuánto tiempo demorarías en pagar la casa?

Solution

$$170{,}000{,}000 = \frac{2{,}000{,}000}{0,0125} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0125^{n}}\right)$$

Ejercicio 3

Si financiaras el 100 % de la casa con un crédito (incluido el pie), y sólo te puedes permitir cuotas de $2.000.000 mensuales, ¿Cuánto tiempo demorarías en pagar la casa?

Solution

$$170{,}000{,}000 = \frac{2{,}000{,}000}{0,0125} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0125^{n}}\right)$$

TAREA: *intentar despejar n.*

Ejercicio 3

Si financiaras el 100 % de la casa con un crédito (incluido el pie), y sólo te puedes permitir cuotas de $2.000.000 mensuales, ¿Cuánto tiempo demorarías en pagar la casa?

Solution

$$170{,}000{,}000 = \frac{2{,}000{,}000}{0,0125} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0125^n}\right)$$

TAREA: *intentar despejar n.*
tip: ¿Puede un logaritmo tener argumento negativo?

Ejercicio 3

Si financiaras el 100 % de la casa con un crédito (incluido el pie), y sólo te puedes permitir cuotas de $2.000.000 mensuales, ¿Cuánto tiempo demorarías en pagar la casa?

Solution

$$170{,}000{,}000 = \frac{2{,}000{,}000}{0,0125} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0125^n}\right)$$

TAREA: *intentar despejar n.*
tip: ¿Puede un logaritmo tener argumento negativo?

Spoiler alert:

Ejercicio 3

Si financiaras el 100 % de la casa con un crédito (incluido el pie), y sólo te puedes permitir cuotas de $2.000.000 mensuales, ¿Cuánto tiempo demorarías en pagar la casa?

Solution

$$170{,}000{,}000 = \frac{2{,}000{,}000}{0,0125} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0125^n}\right)$$

TAREA: *intentar despejar n.*
tip: ¿Puede un logaritmo tener argumento negativo?

Spoiler alert:∞ *dado que* $\frac{c}{r} < 170{,}000{,}000$