

Finanzas 1
Ayudantía 2

Profesor: Carlos Perez

Ayudantes: Celenia Magni, Gabriel Haensgen

Ejercicio 1

Jaime Palma tiene 23 años (en $t=0$) y está planeado su jubilación a los 64 años (en $t=41$). El planea ahorrar \$2000 cada año por los siguientes 15 años (de $t=1$ a $t=15$). El desea tener una jubilación de \$100000 por año por 20 años y que su primer pago se haga en $t=41$. ¿Cuánto deberá de ahorrar Jaime cada año desde $t=16$ a $t=40$ en orden de cumplir su meta?. Dado que Jaime Palma es Ingeniero Comercial de la UDP posee un portafolio de inversiones diversificadas en acciones, bonos y fondos mutuos que le permite obtener una rentabilidad anual del 8% en promedio.

Solution:

Para resolver el ejercicio vamos a dividirlo en varias partes:

1.- Ahorro de \$2000 por 15 años

Datos:

$$C = \$2000$$

$$r = 8\%$$

$$N = 15$$

Resolución:

$$FV = PV \cdot (1 + r)^N$$

$$PV = \frac{C}{r} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1 + r)^N} \right]$$

$$FV = \frac{\$2000}{8\%} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1 + 8\%)^{15}} \right] \cdot (1 + 8\%)^{15}$$

$$FV = 2000 \cdot \left[\frac{(1 + 8\%)^{15} - 1}{0.08} \right]$$

$$FV = 2000 \cdot 27.152114$$

$$FV = 54,304.23$$

En $t=15$ Jaime tendrá \$54,304.23

2.- Valor presente de la jubilación deseada

Ahora debemos de calcular el valor presente de la jubilación deseada de Jaime en $t=15$ para saber si le falta ahorrar más. Este proceso lo dividiremos en 2 etapas, el valor presente en $t=40$ y posteriormente en $t=15$.

Datos:

$$\begin{aligned}C &= \$100000 \\r &= 8\% \\N &= 20\end{aligned}$$

$$PV = \frac{C}{r} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right]$$

$$PV = \frac{100000}{8\%} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+8\%)^{20}}\right]$$

$$PV = 100000 \cdot 9.818147$$

$$PV = \$981,814.74$$

Este es el valor en $t=40$, ahora debemos de llevarlo a $t=15$.

Datos:

$$\begin{aligned}FV &= \$981,814.74 \\r &= 8\% \\N &= 25\end{aligned}$$

Recordemos que el valor presente es:

$$PV = FV \cdot (1+r)^{-N}$$

Entonces:

$$PV = \$981,814.74 \cdot (1+8\%)^{-25}$$

$$PV = \$143,362.53$$

Podemos observar que el valor presente (a $t=15$) de la jubilación deseada de Jaime es superior a los ahorros que tendrá en $t=15$, por lo tanto tendrá que ahorrar más dinero durante los 25 años restantes. Para saber cuánto tendrá que ahorrar durante los siguientes 20 años debemos de obtener la cuota C que satisface el valor presente de una anualidad cuyo valor presente sea la diferencia entre los valores presentes (de lo ahorrado hasta $t=15$ y el valor presente de su jubilación deseada en $t=15$).

Datos:

$$PV = \$89,058.30$$

$$r = 8\%$$

$$N = 25$$

$$PV = \frac{C}{r} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+r)^N} \right]$$

$$\$89,058.30 = C \cdot \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+8\%)^{25}}}{8\%} \right]$$

$$\$89,058.30 = C \cdot 10.674776$$

$$C = \frac{\$89,058.30}{10.674776}$$

$$C = \$83,428.77$$

Ejercicio 2

Si ahorras CLP \$100.000 durante este año y vas aumentando la cuota anual un 10% durante los próximos 15 años, ¿Cuánto tendrás al cabo de 15 años si la tasa de interés es 4% pagadera anualmente?.

Solution: Sabemos que estas características corresponden a una anualidad geométrica. Esta se compone de la siguiente manera:

$$P_0 = \frac{c}{r-g} \left(1 - \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^{n*m} \right)$$

Además, dado que nos preguntan cuánto tendremos después de los 15 años transcurridos debemos ocupar la fórmula de valor futuro.

$$P_n = \frac{c}{r-g} \left(1 - \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^{n*m} \right) (1+r)^{n*m}$$

Entonces:

Datos:

$$n = 15$$

$$m = 1$$

$$r_{apr} = 0,04$$

$$g = 0,1$$

$$P_0 = 100.000$$

Obtenemos la ear:

$$r_{ear} = \frac{r_{apr}}{m} = \frac{0,04}{1} = 0,04$$

Reemplazamos:

$$P_n = \frac{100.000}{0,04 - 0,1} \left(1 - \left(\frac{1 + 0,1}{1 + 0,04} \right)^{15*1} \right) (1 + 0,04)^{15*1}$$
$$P_n = 3.960.507,77$$

Ejercicio 3

Hoy es 10 de abril de 2020 y la UF está a CLP \$26.000. La tasa de inflación anual es 2% y la tasa de interés nominal anual simple (APR) es 8%.

Pedro planea comprar una butaca del estadio de River Plate de UF 3.000 dentro de 6 años y su banco paga intereses mensualmente en UF. ¿Cuántas UF tiene que ahorrar Pedro cada mes para acumular el 40% necesario para el pie?

- (A) Menos de UF 5
- (B) Entre UF 5 y UF 10
- (C) Entre UF 10 y UF 15
- (D) Más de UF 15

Solution:

Sacar el 40% que necesito para el pie
 $3.000 * 0,4$
 $1.200UF$

Transformar nuestra tasa APR a una tasa EAR

$$r_{ear} = (1 + \frac{r_{apr}}{m})^m - 1$$
$$r_{ear} = (1 + \frac{0,08}{12})^{12} - 1$$
$$r_{ear} = 0,082999506$$

Obtener la tasa real

$$1 + r_{real} = \frac{1 + r_{ear}}{1 + i}$$
$$r_{real} = (\frac{1 + r_{ear}}{1 + i}) - 1$$
$$r_{real} = (\frac{1 + 0,082999506}{1 + 0,02}) - 1$$
$$r_{real} = 0,061764222$$

Dado que el ahorro y los pagos son en meses, debemos obtener nuestra tasa real, pero mensual

$$1 + r_{real} = (1 + r_{realmen})^m$$

$$1 + 0,061764222 = (1 + r_{realmen})^{12}$$

$$1,061264222 = (1 + r_{realmen})^{12} \sqrt[12]{}$$

$$1,0050068162 = (1 + r_{realmen})^{1,0050068162-1=r_{realmen}}$$

$$0,0050068162 = r_{realmen}$$

Como sabemos que una anualidad, despejamos la cuota de la fórmula

$$P_n = \frac{C}{r} [(1 + r)^{m*n} - 1]$$

$$C = \frac{P_n * r}{(1 + r)^{m*n}}$$

$$C = \frac{1200 * 0,0050068162}{(1 + 0,0050068162)^{12*5}}$$

$$C = \frac{6,00817944}{0,432743729}$$

$$C = 13,8$$

Finalmente, Pedro debe ahorrar mensualmente 13,8 UF para poder comprarse la butaca del estadio de River Plate.