Copia impresa

lunes, 26 de octubre de 2020 16:34

Finanzas 1
Ayudantía 9

Profesores: Guillermo Yáñez
Ayudante: Gabriel Haensgen

Preguntas

1- Suponga que dispone de un bono valorado en 967.82, que madura en 1 años, posee una tasa cupón del 10% semestral y un principal de 1000. Además sabe que S_1 y S_2 son igual a 10% y 12% respectivamente. Calcule la duración del bono si sabe que se vende a la par.

2- Usted tiene la opción de comprar de 2 bonos los cuales sus características están expuestos en la siguiente tabla:

Bono	Maduración	Principal	Tasa Cupón	Valor Actual
A	1 año	1000	0 %	\$890
B	1 año	1000	10 % APR %	\$981

Considerando una tasa semestral del 6%. Obtenga la duración y convexidad de ambos bonos.

3- Demuestre que la duración de un bono es equivalente a la semi-elasticidad del precio ante un cambio en la tasa interés.

Inmunización

1- Las administradoras de fondos de pensiones (AFPs) deben pagar anualidades de por vida a sus beneficiarios. Si una AFP desea mantenerse en el negocio indefinidamente, sus obligaciones se asemejarán a una perpetuidad. Suponga que usted es un gerente de una AFP que debe pagar anualmente US \$2 millones a sus beneficiarios, a perpetuidad. La tasa de interés es un 16% para todos los vencimientos.
Nota: El valor presente de una perpetuidad viene dado por $VP = \frac{P}{r}$, Dónde P es el pago anual de la renta y r es la tasa de interés.

a) Si la duración de un bono a 5 años, con cupones anuales de 12% es 4 años, y la duración de un bono a 20 años con cupones anuales de 6% es 11 años, ¿cuánto dinero debería usted invertir en cada bono para financiar e inmunizar su posición?

b) ¿Cómo cambiaría la composición de su portafolio si decidiera inmunizarse con bonos cero cupón a 5 y 20 años?

c) Suponiendo que se inmuniza con bonos cero cupón a 5 y 20 años, ¿qué pasaría con su posición frente a una caída en las tasas de interés a un 15%? ¿Cómo debería rebalancear su cartera una vez ocurrida la caída de tasas? Suponga que los bonos tienen un principal de US\$1.000.

lunes, 26 de octubre de 2020 16:33

$$\text{duración} = \frac{1}{q_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{i \cdot FC_i}{(1+y)^i} \qquad y = yTm.$$

1- Suponga que dispone de un bono valorado en 967.82, que madura en 1 años, posee una tasa cupón del 10% semestral y un principal de 1000. Además sabe que S_1 y S_2 son igual a 10% y 12% respectivamente. Calcule la duración del bono si sabe que se vende a la par.

$$yTm = \frac{\text{cupón} + \frac{\text{principal} - \text{precio}}{n}}{\frac{\text{principal} + \text{precio}}{2}} \Leftrightarrow \frac{100 + \frac{1000 - 967,82}{2}}{\frac{1000 + 967,82}{2}} = 11,79\%$$

obtenemos duración:

$$D_0 = \frac{1}{967,82}\left(\frac{1 \cdot 100}{1,1179} + \frac{2 \cdot 1100}{(1,1179)^2}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{967,82}\left(89,446 + 1760,186\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1849,5846}{967,82} = 1,911 \text{ semestres.}$$

lunes, 26 de octubre de 2020 16:33

2- Usted tiene la opción de comprar de 2 bonos los cuales sus características están expuestos en la siguiente tabla:

Bono	Maduración	Principal	Tasa Cupón	Valor Actual
A	1 año	1000	0 %	$890
B	1 año	1000	10 % APR %	$981

Considerando una tasa semestral del 6%. Obtenga la duración y convexidad de ambos bonos.

→ duración:

para el bono A:

$$D_0 = \frac{1}{890}\cdot\left(\cancel{\frac{1\cdot 0}{1{,}06}} + \frac{2\cdot 1000}{(1{,}06)^2}\right) = \frac{1779{,}92}{890} = 2 \text{ semestres}$$

para el bono B:

$$D_0 = \frac{1}{981}\cdot\left(\frac{1\cdot 50}{1{,}06} + \frac{2\cdot 1050}{(1{,}06)^2}\right) = \frac{1}{981}\left(47{,}1698 + 1868{,}99\right) = 1{,}953 \text{ semestres}$$

→ convexidad:

$$C_{(r)} = \frac{\partial^2 q}{\partial r^2}\cdot\frac{1}{q^2} = \frac{1}{q\cdot(1+r)^2}\cdot\sum_{t=1}^{n}\frac{(1+t)\cdot t\cdot FC_t}{(1+y)^t}$$

para el bono A:

$$\frac{1}{q\cdot(1+r)^2}\cdot\sum_{t=1}^{n}\frac{(1+t)\cdot t\cdot FC_t}{(1+y)^t} \longrightarrow \frac{1}{\cancel{q}\cdot(1+y)^2}\cdot\frac{(1+T)\cdot T\cdot \cancel{P}}{\cancel{(1+y)^T}} \longrightarrow q_0$$

$$\Rightarrow \frac{1\cdot(1+T)\cdot T}{(1+y)^2} \longrightarrow \frac{(1+T)\cdot T}{(1+y)^2} \text{ (convexidad para bono cero cupón)}$$

$$\to \frac{(1+2)\cdot 2}{(1{,}06)^2} = 5{,}3399 \text{ (semestres cuadrados)}$$

$$\to \frac{(1+1)\cdot 1}{(1{,}06)^2} = 1{,}78 \text{ (años cuadrados)}$$ (no considerar, sólo ejemplo)

→ Convexidad para bono B:

$$\frac{1}{q\cdot(1+r)^2}\cdot\sum_{t=1}^{n}\frac{(1+t)\cdot t\cdot FC_t}{(1+y)^t}$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{981\cdot(1{,}06)^2}\cdot\left(\frac{(1+1)\cdot 1\cdot 50}{(1{,}06)^1}+\frac{(1+2)\cdot 2\cdot 1050}{(1{,}06)^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1.102{,}2516}\cdot\left(\frac{\overbrace{100}^{94{,}3396}}{1{,}06}+\frac{\overbrace{6300}^{5606{,}977}}{(1{,}06)^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1.102{,}2516}\left(5701{,}317\right)$$

$$\Rightarrow C(r) = 5{,}1724 \quad \text{(semestres cuadrados)}$$

lunes, 26 de octubre de 2020 16:33

1- Las administradoras de fondos de pensiones (AFPs) deben pagar anualidades de por vida a sus beneficiarios. Si una AFP desea mantenerse en el negocio indefinidamente, sus obligaciones se asemejarán a una perpetuidad. Suponga que usted es un gerente de una AFP que debe pagar anualmente US $2 millones a sus beneficiarios, a perpetuidad. La tasa de interés es un 16% para todos los vencimientos.
Nota: El valor presente de una perpetuidad viene dado por $VP = \frac{P}{r}$. Dónde P es el pago anual de la renta y r es la tasa de interés.

a) Si la duración de un bono a 5 años, con cupones anuales de 12% es 4 años, y la duración de un bono a 20 años con cupones anuales de 6% es 11 años, ¿cuánto dinero debería usted invertir en cada bono para financiar e inmunizar su posición?

b) ¿Cómo cambiaría la composición de su portafolio si decidiera inmunizarse con bonos cero cupón a 5 y 20 años?

c) Suponiendo que se inmuniza con bonos cero cupón a 5 y 20 años, ¿qué pasaría con su posición frente a una caída en las tasas de interés a un 15%? ¿Cómo debería rebalancear su cartera una vez ocurrida la caída de tasas? Suponga que los bonos tienen un principal de US$1.000.

a) inmunizar posición = minimizar el riesgo de tasa de interés.
↳ duración activos = duración pasivos.
$(W_A \cdot D_A + W_B \cdot D_B)$

→ duración pasivos: (duración perpetuidad).

$1 + \frac{1}{y} \rightarrow 1 + \frac{1}{0{,}16} = 7{,}25$ años

$*\ W_A \cdot D_A + W_b \cdot D_B = 7{,}25;\quad W_A + W_B = 1$

$W_b = (1 - W_A)$

$W_A \cdot 4 + (1 - W_A) \cdot 11 = 7{,}25$

$4W_A + 11 - 11W_A = 7{,}25$

$-7W_A = -3{,}75$

$\boxed{W_A = 53{,}57\%}$

$\boxed{W_b = 46{,}43\%}$

→ si pasivos = activos,

$\underset{\text{pasivos}}{V_0} = \frac{2MM}{0{,}16} \rightarrow 12{,}5\ MM$ → activos, → pasivos

Invertiríamos en A: (en dólares)

$53{,}57\% \cdot 12{,}5\ MM = 6{,}7$ millones

Invertiríamos en B:

$46{,}43\% \cdot 12{,}5\ MM = 5{,}8$ millones.

b) $W_A \cdot D_A + W_B \cdot D_B = 7{,}25;\quad W_A + W_B = 1$

$\boxed{W_B = 1 - W_A}$

$\rightarrow W_A \cdot 5 + (1 - W_A) 20 = 7{,}25$

$5W_A + 20 - 20W_A = 7{,}25$

$-15W_A = -12{,}75$

$\boxed{W_A = 85\%}$

$\boxed{W_B = 15\%}$

en el bono A:

$85\% \cdot 12{,}5MM = 10{,}63\ MM$

en el bono B:

$15\% \cdot 12{,}5MM = 1{,}87\ MM$

c) 1- Si tasas caen al 15%, duración pasivos =

$1 + \frac{1}{...} = 7{,}67$ años

$1 + \frac{1}{0,15} = 7,67$ años

2- activos y pasivos cambian su valor =

$\frac{2MM}{0,15} = 13,33MM$ → activos
→ pasivos.

3- nosotros tenemos bonos a 5 y 20 años con tasas de 16%:

$q_0^{5\text{ años}} = \frac{1000}{(1,16)^5} = 476,1$

$q_0^{20\text{ años}} = \frac{1000}{(1,16)^{20}} = 51,39$

4- ¿cuántos bonos tenemos?

$5\text{ años} = \frac{10,63MM}{476,1} = 22.327,24$ bonos

$20\text{ años} = \frac{1,87MM}{51,39} = 36.583$ bonos

5- ¿cuánto costarán con nuevas tasas?

$q_0^{5\text{ años}} = \frac{1000}{(1,15)^5} = 497,18$

20 años

$(1,15)^{\cdot}$

$$q_0^{20\text{ años}} = \frac{1000}{(1,15)^{20}} = 61,1$$

6- actualmente, en activos tenemos:

$22.327,24 \cdot 497,18 + 36 \cdot 883 \cdot 61,1 \cong 13,34MM$

7- con esto podemos sacar WA

$$W_A = \frac{\overbrace{22.327,24 \cdot 497,18}}{13,34MM} = 83,2\%$$

8- duración:

$83,2\% \cdot 5\text{años} + 16,8\% \cdot 20\text{años} = 7,52\text{ años}$

para estar inmunizados de nuevo (duración activos = duración pasivos)

$7,67\text{ años} = 5 \cdot W_A + 20 \cdot (1 - W_A)$

$7,67\text{ años} = 5W_A + 20 - 20W_A$

$-12,33 = -15W_A$

$\boxed{W_A = 82,2\%}$

$\boxed{W_B = 17,8\%}$

invertiremos en bono A:

$82,2\% \cdot 13,33 = 10,96$ millones

$17,8\% \cdot 13,33 = 2,37$ millones.