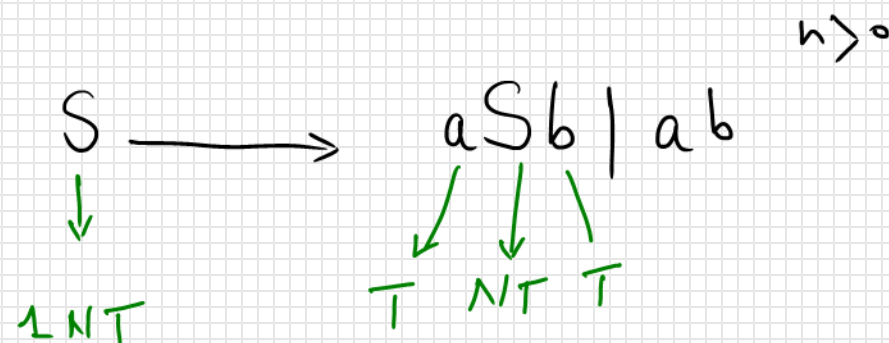


Automate à Pile

Les limites des Automates Finis :

$a^n b^n$: suite de 'a' suivie d'une même suite de 'b'

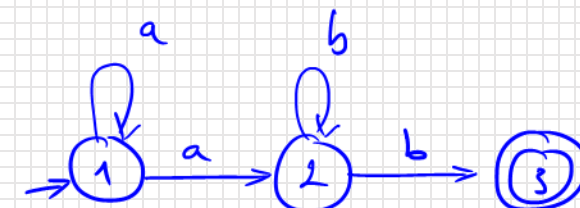
mémoriser le nbr de 'a' pour faire autant de 'b'



~~Langage Régulier~~

~~Grammaire Régulière~~

~~Automat Régulier~~



$a^+ b^+$
 nbr? nbr?
 $1 \dots n$ $1 \dots n$
 $\stackrel{?}{=}$
 nbr 'a' ? nbr 'b'

il faut mémoriser le nbr de 'a' pour faire autant de 'b'

Automate Fini + Pile = Automate à Pile

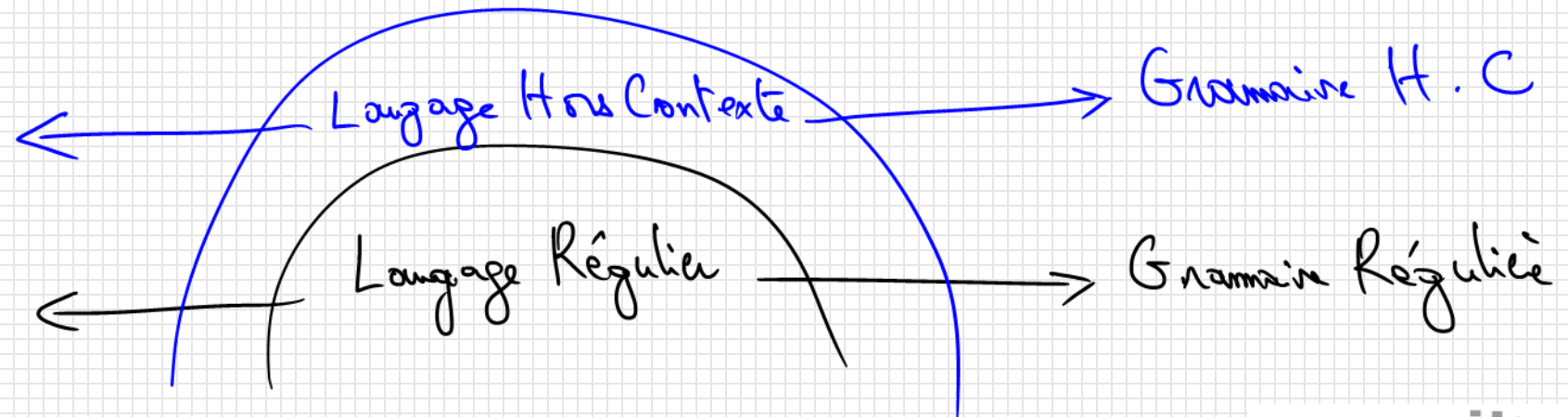
1NT ✗
 $S \rightarrow aSb \mid ab$

Lang. H.C \rightarrow G.H.C \rightarrow A à Pile

Hierarchie de Chomsky

Automate à Pile

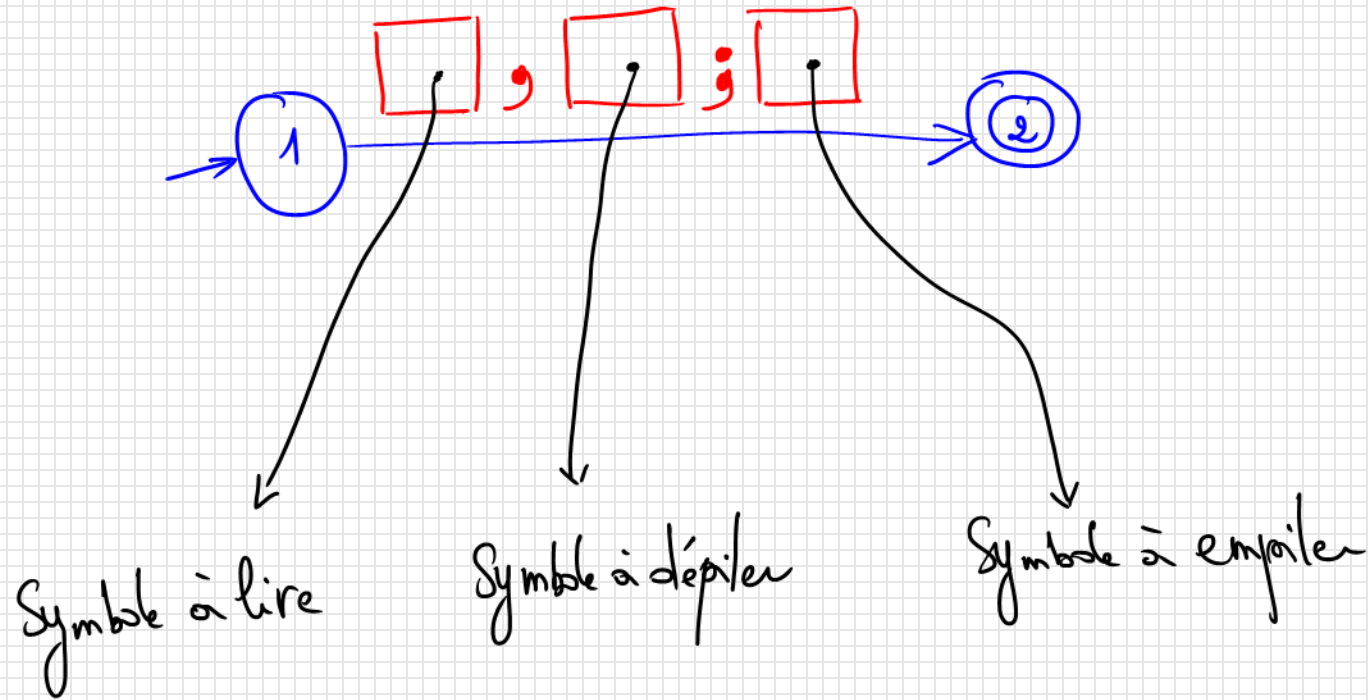
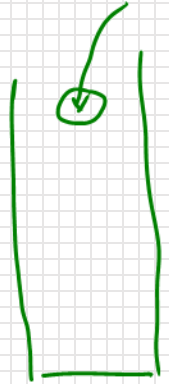
Automate Fini



Automate à Pile

Pile:

Gérer uniquement le sommet



Pour se déplacer de l'état 1 à l'état 2, il faut : lire un symbole

(ET)

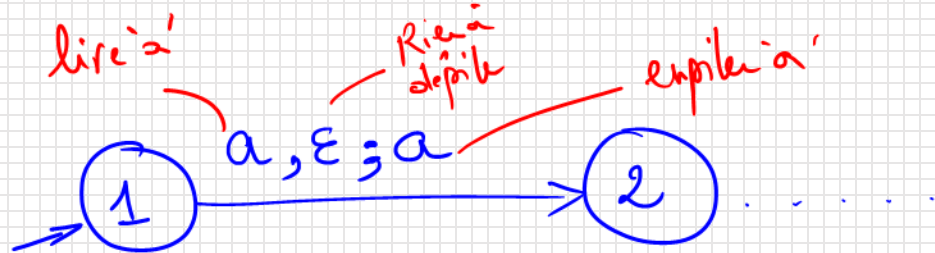
dépiler un symbole

(ET)

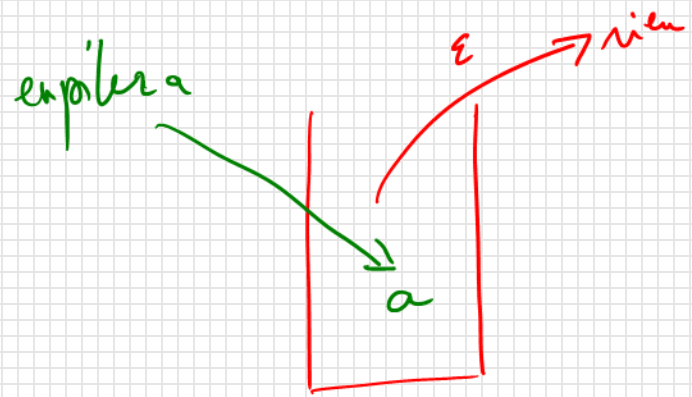
empiler un symbole

3 opérations
en '//'

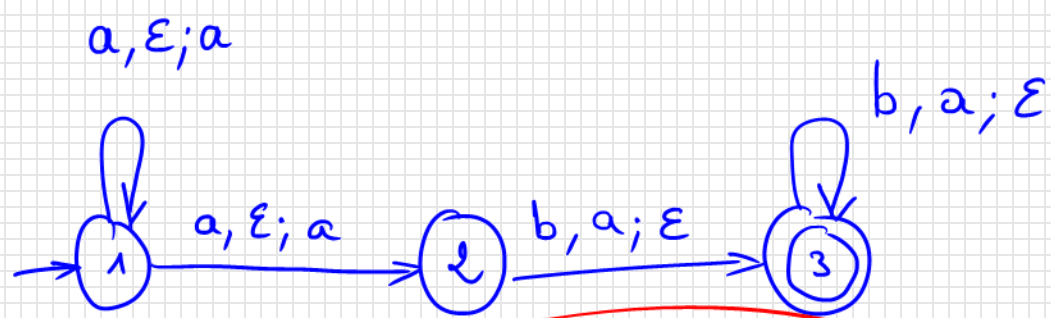
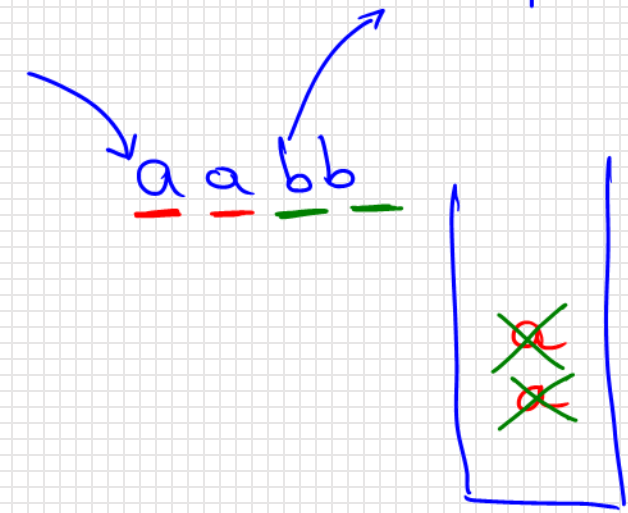
exp:



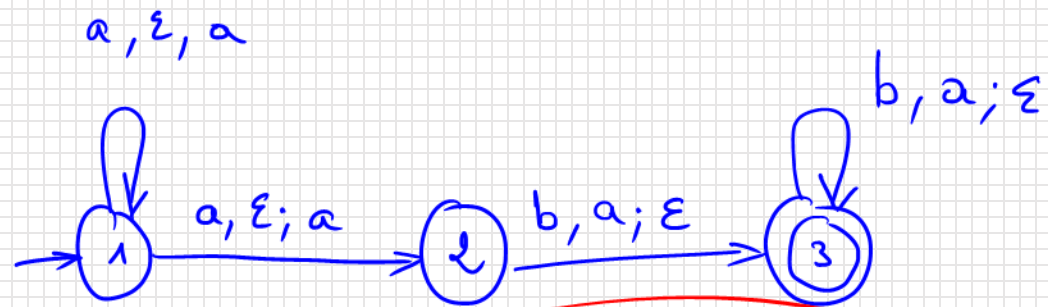
$x' = \boxed{a} a b b$ $a^n b^n$



pour lire a' ,
empiler a'
pour lire b' ,
il faut dépiler a'



Mais !!



Mais !!

dépiler 'a' → lire 'b'

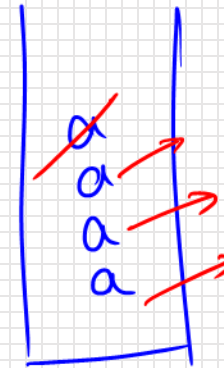
il faut vider la pile

On a un problème :

~~aaaaab~~

$a^n b^n$?

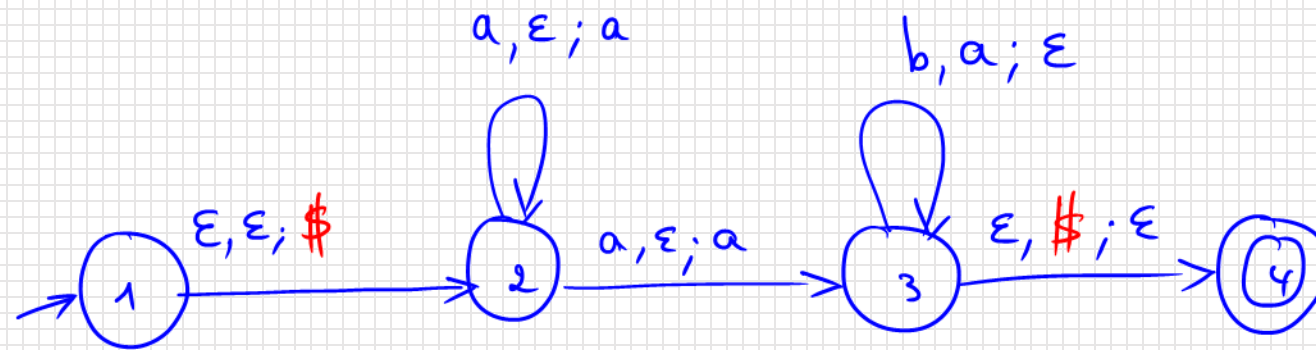
Non



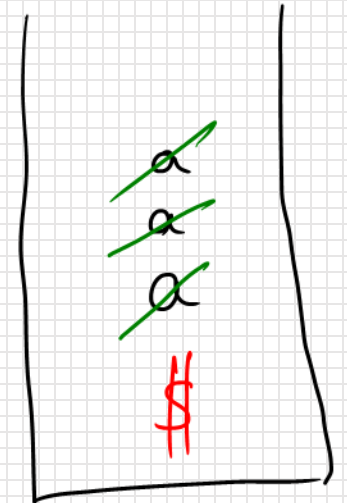
Pile n'est pas vide

Une chaîne se termine toujours par un symbole de fin de chaîne $\$$

aaa bbb $\$$



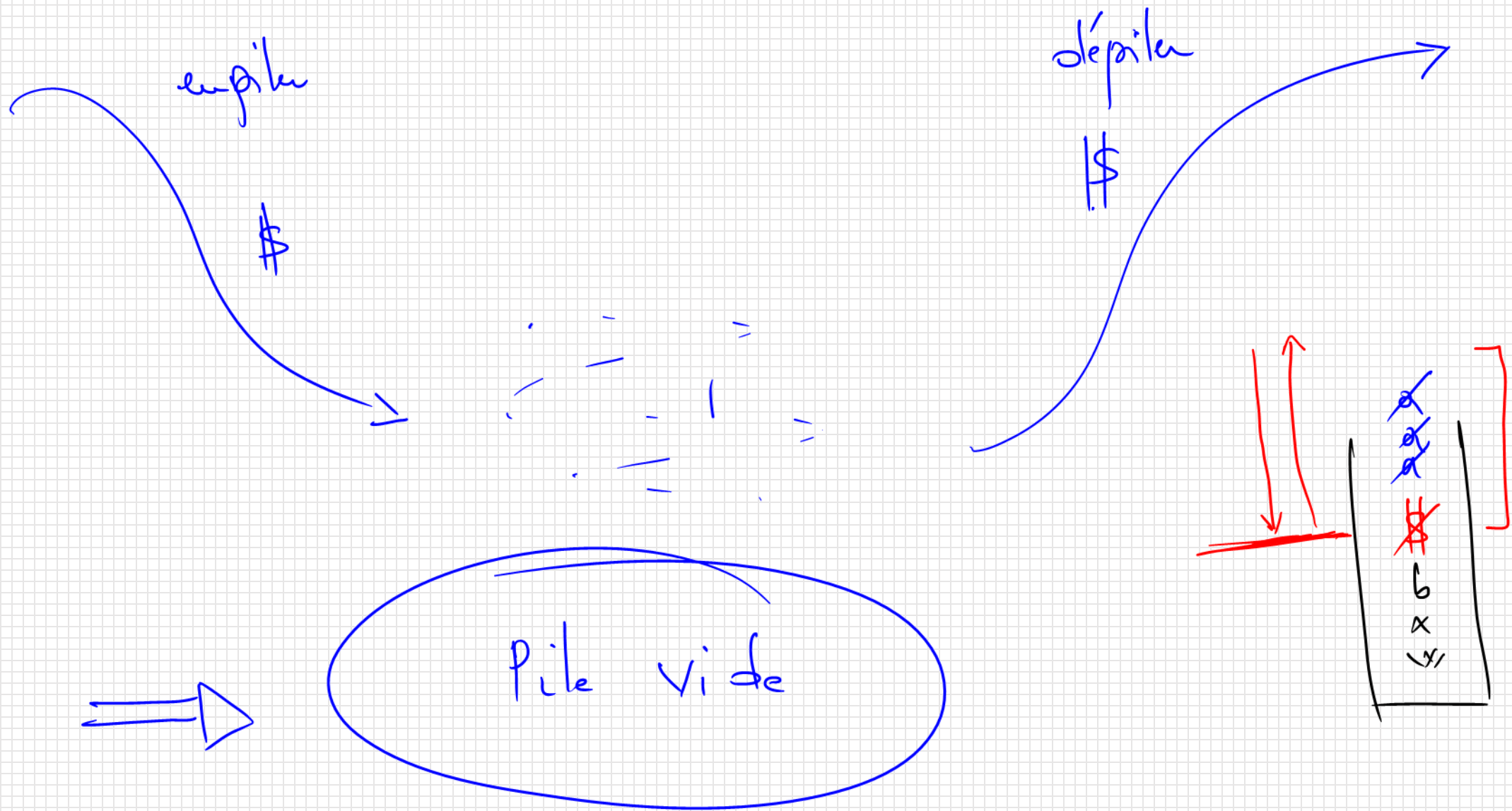
aaa bbb $\$$



- ① empiler $\$$
- ② lire a empiler a (3 fois)
- ③ lire b dépiler a (3 fois)
- ④ déjà lu $\$$

~~aaa bbb ?~~

a
a
\$

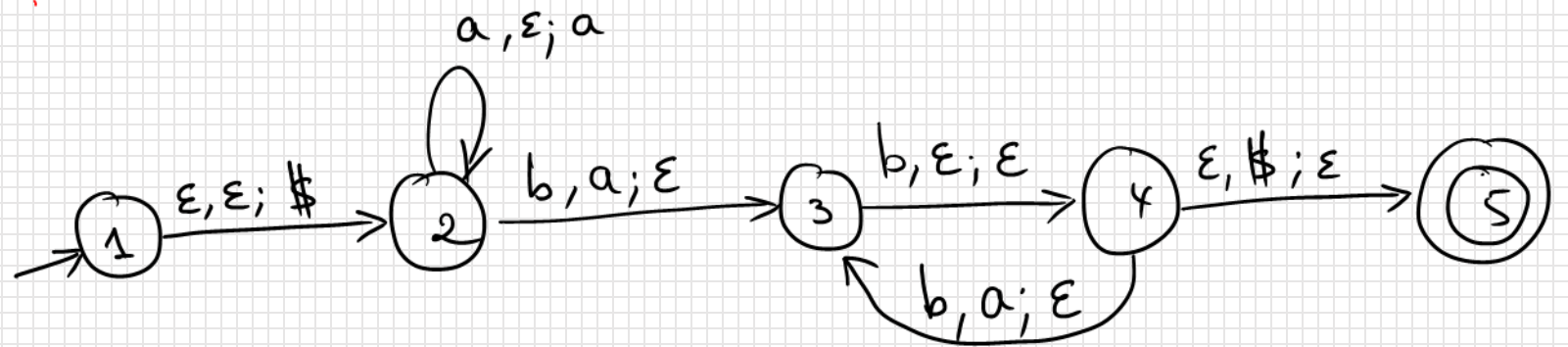


$$a^n b^{2n} \quad n \geq 0$$

G.H.C : $S \rightarrow a S b b \mid abb$

lire 'a' en piler 'a'
lire 'b' dépiler 'a'
lire 'b' ne dépile

S
↓
 $a S b b$
↓
 $a S b b$
↓
 abb



Automate à pile : $a^n b^{2n} \quad n \geq 0$

$|x| = a a a \widehat{b b b b b b}$

Passage d'un G.H.C vers Automate à Pile :

$\alpha \rightarrow \beta$

$S \rightarrow \gamma M N \gamma$

$M \rightarrow a M a \mid \gamma$

$N \rightarrow b N b \mid \gamma$

$G.H.C \leftrightarrow A \text{ à Pile} \leftrightarrow L.H.C$

empiler $\$$
empiler l'axiome

rien lire, dépiler α ; empiler β
lire Terminal, dépiler Terminal; ϵ
dépiler $\$$

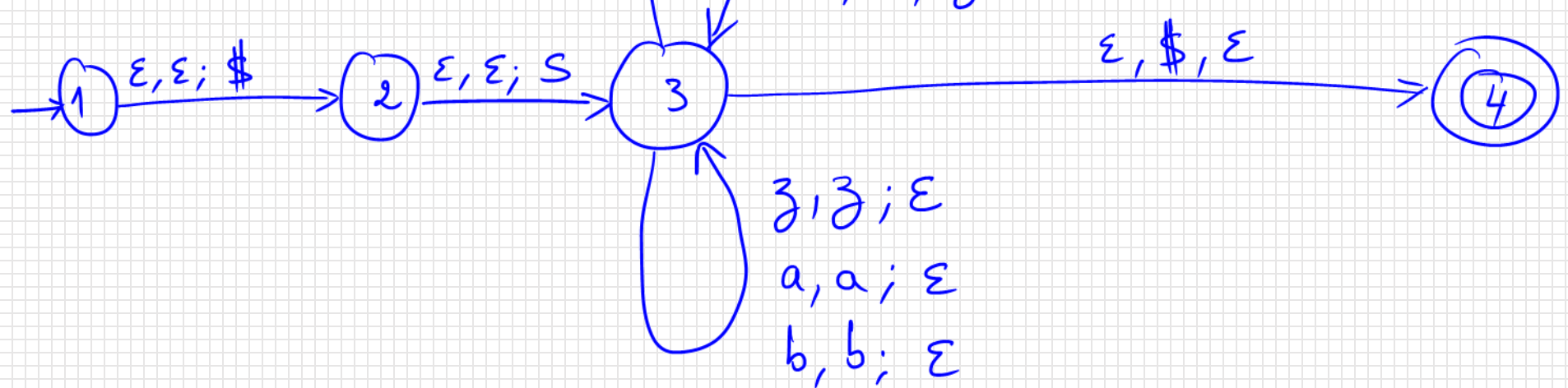
$\epsilon, S; \gamma M N \gamma$

$\epsilon, M; a M a$

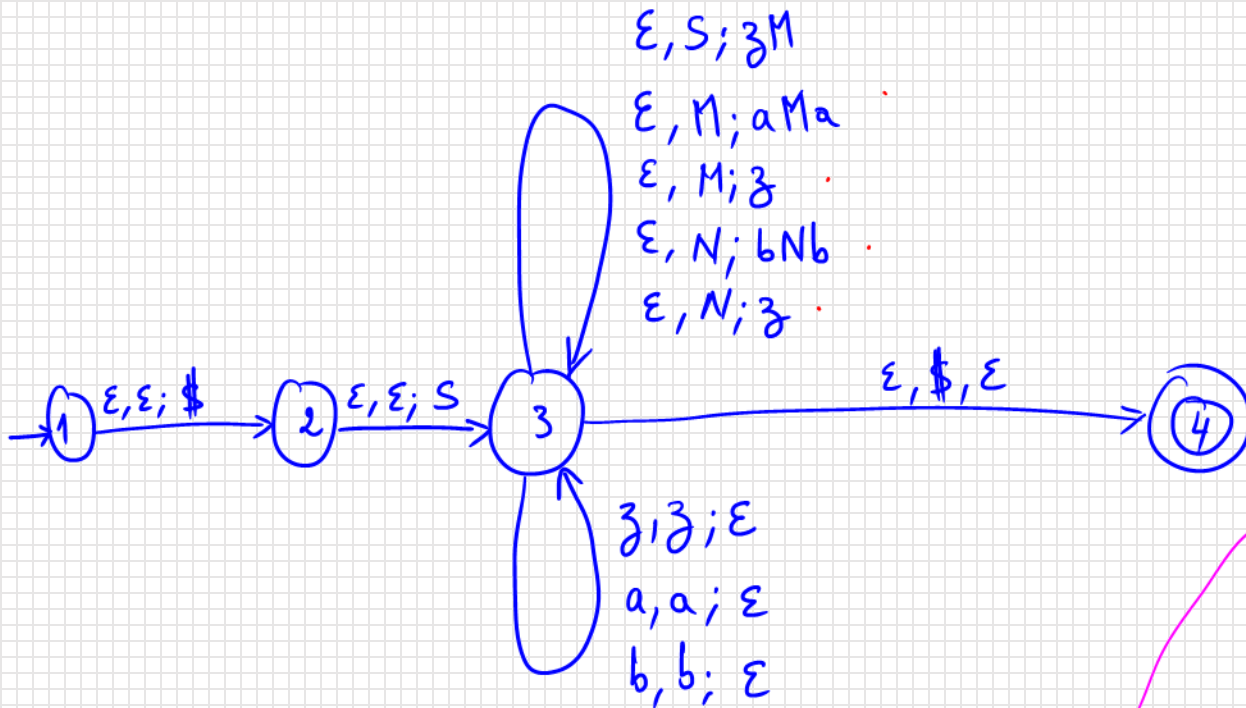
$\epsilon, M; \gamma$

$\epsilon, N; b N b$

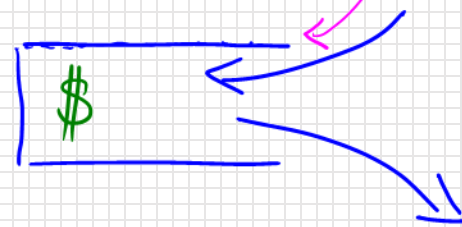
$\epsilon, N; \gamma$



simulation du mot $w_1 = za z a b z b z$



$S \rightarrow zMNz$
 $M \rightarrow aMa | z$
 $N \rightarrow bNb | z$

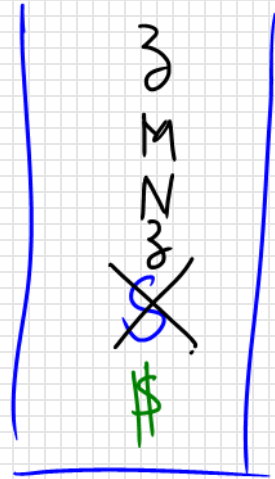


$\Rightarrow "za z a b z b z" \text{ accepté}$

Pik	mot à lire	Règle
ϵ	$za z a b z b z \$$	—
$\$$	$za z a b z b z \$$	—
$\$ S$	$za z a b z b z \$$	$S \rightarrow zMNz$
$\$ zNMz$	$za z a b z b z \\$	$M \rightarrow aMa$
$\$ zNaMa$	$za z a b z b z \\$	$M \rightarrow z$
$\$ zNa z$	$za z a b z b z \\$	—
$\$ zN z$	$ab z b z \\$	$N \rightarrow bNb$
$\$ z bNb$	$bz b z \\$	$N \rightarrow z$
$\$ z b z$	$z b z \\$	—
$\$ z b$	$bz \\$	—
$\$ z$	$z \\$	—
$\$$	$\\$	—

$\boxed{\epsilon}$

$\boxed{\epsilon}$



$S \rightarrow \{M N\}$
 α β
dépiler *empiler*