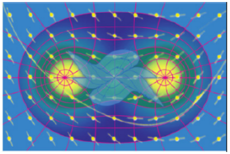
# Interpolation polynomiale

## Correction-Exercice 1



# Enoncé

On considére les points $(-2,4)$ ; $(0,0)$ ;$(1,0)$ et $(2,4)$. Parmi les polyn$\hat{o}$mes suivants, lequel est le polyn$\hat{o}$me d'interpolation $P$ aux quatre points et justifier votre réponse.

(1) $P_1(X) = X^4 + \frac{2}{3}X^3 + 3X^2 + \frac{8}{3}X$

(2) $P_2(X) = \frac{4}{3}X^2 - \frac{4}{3}$

(3) $P_3(X) = \frac{1}{3}X^3 + X^2 - \frac{4}{3}X$

(4) $P_4(X) = \frac{1}{6}X^4 + X^3 + \frac{2}{3}X^2 + X$

# Corrigé

**Rappel**

Soient $(n+1)$ points d'abscisses distinctes $(x_0, y_0)$, $(x_1, y_1)$, $\cdots$, $(x_n, y_n)$.
L'interpolation polynomiale de ces points consiste à déterminer un polynôme $P \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que $P(x_i) = y_i$ pour tout $i \in \{0, \cdots, n\}$.

On ne demande pas ici de calculer le polynôme mais de l'identifier, on va donc utiliser la caractérisation du polynôme d'interpolation de Lagrange associé aux points.

$$P \text{ polynôme d'interpolation de Lagrange associé à } x_i \Leftrightarrow \deg(P) \leq 3 \text{ et } \begin{cases} P(-2)=4; \\ P(0)=0; \\ P(1)=0; \\ P(2)=4. \end{cases}$$

Il n'y a qu'à trouver le polynôme qui satisfait toutes les propriètés.

Existence et unicité du polyn$\hat{o}$me :

- Le polyn$\hat{o}$me $P_1$ est de degré 4 donc éliminé
- Le polyn$\hat{o}$me $P_2$ a un terme constant non nul il ne s'annule pas en 0 donc éliminé
- Le polyn$\hat{o}$me $P_3$ on vérifie qu'il convient et $P_4$ ne vérifie pas $P(1) = 0$