Chapitre 2: Interpolation polynomiale et approximation

Introduction

Exemple introductif

Exemple:

En relevant toutes les 10 secondes, la vitesse d'écoulement de l'eau dans une conduite cylindrique, on a obtenu

t (seconde)	0	10	20	30
V (m/s)	2	1.89	1.72	1.44

Question: Trouver une approximation de la vitesse V pour $t = 15$ secondes en utilisant uniquement les vitesses asssociées à $t = 10$ secondes et à $t = 20$ secondes ?

Solution

Vu que 15 est la moyenne de 10 et 20, la vitesse V peut être considerée comme la moyenne des vitesses pour $t = 10$ secondes et $t = 20$ secondes. On obtient ainsi:

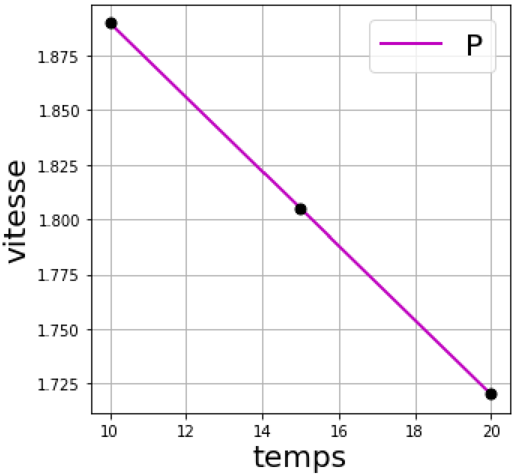
$$V \simeq \frac{1.89 + 1.72}{2} = 1.805\, m/s$$

Solution

Vu que 15 est la moyenne de 10 et 20, la vitesse V peut être considerée comme la moyenne des vitesses pour $t = 10$ secondes et $t = 20$ secondes. On obtient ainsi:

$$V \simeq \frac{1.89 + 1.72}{2} = 1.805\, m/s$$

La méthode utilisée pour déterminer la valeur obtenue est appelée interpolation linéaire (interpolation de deux points distincts): on cherche à déterminer l'expression d'un polynôme $P \in \mathbb{R}_1[X]$ (P de degré inférieur ou égal à 1) dont la courbe représentative passe par les deux points considérés.



Questions

1. Peut-on avoir une approximation de la vitesse pour $t = 17$ secondes ?

Questions

1. Peut-on avoir une approximation de la vitesse pour $t = 17$ secondes?
2. Peut-on avoir une autre apporoximation de la vitesse pour $t = 15$ secondes en utilisant les vitesses asssociées à $t = 0$ seconde, à $t = 10$ secondes, à $t = 20$ secondes et à $t = 30$ secondes?

Questions

1. Peut-on avoir une approximation de la vitesse pour $t = 17$ secondes?
2. Peut-on avoir une autre apporoximation de la vitesse pour $t = 15$ secondes en utilisant les vitesses asssociées à $t = 0$ seconde, à $t = 10$ secondes, à $t = 20$ secondes et à $t = 30$ secondes?

AA1: Interpolation polynomiale

AA2: Approximation polynomiale

Interpolation polynomiale

Soient $(n+1)$ points (x_0, y_0), (x_1, y_1), $\cdots$, (x_n, y_n) d'abscisses distinctes.

- L'interpolation polynomiale de ces points consiste à déterminer un polynôme $P \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que
$$P(x_i) = y_i \quad \forall i \in \{0, \cdots, n\}.$$
- Les abscisses x_i ($i \in \{0, \cdots n\}$) $\longrightarrow$ Les points d'interpolation.
- Les ordonnées y_i ($i \in \{0, \cdots n\}$) $\longrightarrow$ Les valeurs d'interpolation.

Comment déterminer le polynôme P ?

Interpolation polynomiale

Soient $(n+1)$ points (x_0, y_0), (x_1, y_1), $\cdots$, (x_n, y_n) d'abscisses distinctes.

- L'interpolation polynomiale de ces points consiste à déterminer un polynôme $P \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que
$$P(x_i) = y_i \quad \forall i \in \{0, \cdots, n\}.$$
- Les abscisses x_i $(i \in \{0, \cdots n\})$ $\longrightarrow$ Les points d'interpolation.
- Les ordonnées y_i $(i \in \{0, \cdots n\})$ $\longrightarrow$ Les valeurs d'interpolation.

Comment déterminer le polynôme P ?

Méthode d'interpolation de Lagrange

Méthode d'interpolation de Newton