

2024/9/16(月)

参考問題 (対面の授業に出席し、締め切り前に課題を提出した場合は提出不要)

1. 抗力 N に比例した一定の滑り摩擦係数 $\mu' N$ を受けて質量 m の物体が傾き θ の斜面を滑り下りている途中で止まった。斜面は十分長いとする。
 - (a) 下方を x の正方向として斜面に沿って x 軸をとり、運動方程式を書きなさい。
 - (b) 物体が斜面の途中で止まるためには角度 θ がどのような条件を満足しなければならないか (ヒント: 加速度が負になればよい)。
 - (c) 初速度を斜面下方に v_0 とする。初めの位置を $x = 0$ としたとき物体が止まるまでの速度 v と位置 x を時間の関数として求めなさい。
2. 質量 m の質点が一端を固定したバネに水平につながれている。質点の平衡位置からの変位を x 、バネ定数を k とする。但し、時刻 $t = 0$ で位置 $x = x_0$ 、速度 $v = 0$ とする。運動方程式を解いて角振動数 ω と $x(t)$ 、 $v(t)$ を求めなさい。ただし $x = e^{\lambda t}$ とおき、微分方程式の解を求めること。
3. 円の中心を原点とし、半径 r の円周上を一定の角速度 ω で反時計回りに等速円運動を行なっている質量 m の質点がある。

$$x = r \cos \omega t, y = r \sin \omega t \quad (14)$$

- (a) x 方向と y 方向の速度を求めよ。速さ v が $v = r\omega$ であることを示せ。
- (b) x 方向と y 方向の加速度をもとめよ。加速度は原点を向き、その大きさが $\omega^2 r$ であることを示せ。
- (c) x, y 方向の運動方程式を書け。質点が受ける力は原点を向き、その大きさが $f = m\omega^2 r$ であることを示せ。
- (d) 加速度の大きさは v^2/r であることを示せ。

課題 (LETUS より提出)

1. 長さ ℓ の糸につながれている質量 m の質点からなる振り子を考える。運動方程式が

$$m\ell \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin \theta$$

となることを説明しなさい。ただし、 θ は鉛直方向と振り子のなす角度である。また、 θ が小さい場合に運動方程式を解いて振り子の周期を求めなさい。ただし、 $\theta = e^{\lambda t}$ において微分方程式を解くこと。

2. 一端を天井に固定した長さ ℓ の糸の他端に質量 m の質点を取り付け、水平面内を円を描くように運動させた。糸が鉛直線となす角度を θ とする。力のつり合いから向心力 f 張力 S 運動の周期 T を求めなさい。