2024/10/7(月)
参考問題

1. 質量 m の質点が一端を固定したバネに水平につながれている。質点の平衡位置からの変位を x、バネ定数を k とし、質点には速度に比例する抵抗力 $-\Gamma v$ が働いているとする。質点に周期的に変動する外力 $mf_0 \cos\omega t$ を与えた。$\gamma = \Gamma/2m$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ を用いてよい。
   (a) 特解は $x = a_0 \cos(\omega t + \phi_0)$ と仮定して運動方程式に代入することにより $a_0, \tan\phi_0, \sin\phi_0$ を求めよ。$z = Ae^{i\omega t}$ と仮定して、
   $$\ddot{z} + 2\gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = f_0 e^{i\omega t}$$
   に代入し、 $x = \mathrm{Re}\ z$ とすればよい。
   (b) a_0 を ω で微分することにより、粘性力が弱く $\gamma \ll \omega_0$ の時は $\omega \sim \omega_0$ のあたり (厳密には $\omega^2 = \omega_0^2 - 2\gamma^2$) で極値を持つことを示せ。
   (c) じゅうぶんに時間がたったあとの質点の速度 v を求めよ。ただし、a_0, ϕ_0 を用いてよい。
2. 質量 m の質点が一端を固定したバネに水平につながれている。質点の平衡位置からの変位を x、バネ定数を k とする。質点には抵抗力が働かない時、質点に周期的に変動する外力 $mf_0 \cos\omega t$ を与えた。なお、$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ を用いてよい。
   (a) 運動方程式を書け。
   (b) 抵抗がある時の強制振動と同じように解を求めよ。
   (c) $t = 0$ のとき、$x = 0$, $v = 0$ の時の解を求めよ。ただし $\omega \neq \omega_0$ とする。
   (d) $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ とし、$\Delta\omega \to 0$ とすることにより、$\omega = \omega_0$ の時の解を求めよ。

提出課題
参考問題 1 において、

1. じゅうぶんに時間がたったあとの単位時間あたりの外力の平均の仕事 P と粘性力によって失うエネルギー P' を計算せよ
   $$P = \frac{1}{T}\int_0^T F(t)\cdot v dt \qquad P' = -\frac{1}{T}\int_0^T 2m\gamma v\cdot v dt$$
2. P を微分することにより、$\omega = \omega_0$ のときに、外力から吸収するエネルギーが最大になることを示せ。