

2024/10/21 (月)

参考問題

1. xy 平面での運動の場合に、 x 方向の運動方程式の両辺に y を y 方向の運動方程式の両辺に x をかけて差をとることにより角運動量の時間変化が力のモーメントと等しいことを示せ。
2. xy 平面内の運動において、 $xv_y - yv_x$ が \mathbf{r} と \mathbf{v} のつくる平行四辺形の面積に等しいことを示せ。
3. 角運動量の大きさは面積速度の 2 倍に質量をかけたものに等しいことを説明せよ。
4. ある点に関する角運動量 \vec{L} の方向が不変な場合、質点の運動は一つの平面内で行われることを示せ。
5. 質点に中心力のみが働くときに、角運動量は一定に保たれることを示せ。
6. 長さ 2ℓ の質量の無視できる棒の midpoint を支点として、棒の両端にそれぞれ質量 m の質点をおもりとしてつけた。重力加速度の大きさを g とする。支点における摩擦はないとする。鉛直線と棒のなす角度を φ のところで静止させた。2つの質点による力のモーメントをそれぞれ求めよ。なお棒を時計回りに回転させようとする力のモーメントの大きさと棒を反時計回りに回転させようとする力のモーメントの大きさが等しいため、棒は回転せずに静止を続ける。

課題

1. 質量 m の質点が速さ v で $y = r_p, z = 0$ において x 方向に運動している。原点からみた時の角運動量 L を求めよ。 $L = 0$ となるのはどのような場合か？ また、 L が保存されるのはどのような場合か？ただし v は 0 ではないとする。
2. 水平方向に x 軸、鉛直上方に y 軸をとる。時刻 $t = 0$ に点 $P(r_p, 0)$ から質量 m の質点が初速度 0 で自由落下をはじめた。重力加速度の大きさを g とする。時刻 t における原点からみた角運動量を求めよ。角運動量の時間変化の割合が力のモーメントに等しいことから質点に働く力の大きさを求めると mg になることを示せ。