# **Terremotos**

Tecnologia de Detecção e Contingência

Turma do 1º ano B Colégio Talles de Mileto

Prof. Alvarino 2024

# Sumário

Pr	efáci	io	5
Ι	Elei	nentos de Geofísica	7
	1	Estrutura da Terra	7
	2	Tectônica de Placas	7
		Estação 1	14
	3	Sísmica	17
		3.1 Tecnologias de Detecção	20
		Estação 4	20
II	Físi	ca Ondulatória	23
	1	Oscilações	23
		1.1 O Oscilador Harmônico	23
		1.2 Osciladores Acoplados	24
		1.3 N Osciladores	27
	2	Ondas	30
		Estação 2	30
H	I Eng	enharia de Estruturas e Terremotos	35
	1	Fundamentação Teórica	35
	2	Tecnologias de Contingência Sísmica	35
		Estação 3	35

#### Prefácio

No capítulo 1 são introduzidos alguns conceitos sobre geofísica necessários à compreensão das causas dos terremotos e sua detecção com tecnologias de sismologia. No capítulo 2 apresentamos a base teórica da modelagem física de vibrações e ondas, para compreendermos quais são os fatores relevantes quando estudamos terremotos e atividades sismicas. No capítulo 3 inserimos brevíssimos comentários sobre a seção da engenharia civil que trata de terremotos e as tecnologias desenvolvidas para lidar com tais fenômenos.

Os grupos de trabalho estão divididos em estações da seguinte maneira:

Estação 1: Enzo, Lara, Lucas Paulino, Sophia Moreira

Estação 2: Gustavo, Giovana, Maria Luiza, Marianne

Estação 3: Gabriela, Peter, Maria Eduarda, Felipe

Estação 4: Sophia Cristina, Sophia Naomi, Lucas Cauã, Julia

# CAPÍTULO ${f I}$

#### Elementos de Geofísica

SEÇÃO 1

Estrutura da Terra

## Dinâmica Geofísica e Isostasia

- SEÇÃO 2

TECTÔNICA DE PLACAS

#### Falhas e Vulcanismo

### Convergência OO

Em um limite convergente oceano-oceano, uma das placas (crosta oceânica e manto litosférico) é empurrada, ou subduzida, sob a outra. Frequentemente, é a placa mais velha e fria que é mais densa e subduz sob a placa mais jovem e quente. Geralmente há uma trincheira oceânica ao longo do limite. A litosfera subduzida desce para

o manto quente em um ângulo relativamente raso próximo à zona de subducção, mas em ângulos mais íngremes mais abaixo (até cerca de 45°). O volume significativo de água dentro do material subdutor é liberado conforme a crosta subdutora é aquecida. A maior parte dessa água está presente dentro do mineral de silicato em folha serpentina que é derivado da alteração de piroxênio e olivina perto da crista de expansão logo após a formação da rocha. Ela é liberada quando a crosta oceânica é aquecida e então sobe e se mistura com o manto sobrejacente. A adição de água ao manto quente reduz o ponto de fusão das rochas e leva à formação de magma (fusão de fluxo) (Figura I.1). O magma, que é mais leve do que o material do manto circundante, sobe através do manto e da crosta oceânica sobrejacente até o fundo do oceano, onde cria uma cadeia de ilhas vulcânicas conhecidas como arco de ilhas. Um arco de ilhas maduro se desenvolve em uma cadeia de ilhas relativamente grandes (como Japão ou Indonésia) à medida que mais e mais material vulcânico é extrudado e rochas sedimentares se acumulam ao redor das ilhas.

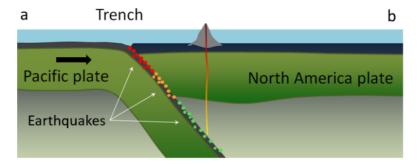


Figura I.1: Configuração de convergência oceano-oceano.

Conforme descrito acima no contexto das zonas de Benioff, os terremotos ocorrem perto da fronteira entre a crosta subductiva e a crosta sobreposta. Os maiores terremotos ocorrem perto da superfície onde a placa subductiva ainda é fria e forte.

#### Convergência OC

Em um limite convergente oceano-continente, a placa oceânica é

empurrada para baixo da placa continental da mesma maneira que em um limite oceano-oceano. O sedimento que se acumulou na encosta continental é empurrado para cima em uma cunha de acreção, e a compressão leva ao empurrão dentro da placa continental (I.2). O magma máfico produzido adjacente à zona de subducção sobe até a base da crosta continental e leva ao derretimento parcial da rocha crustal. O magma resultante ascende através da crosta, produzindo uma cadeia de montanhas com muitos vulcões.

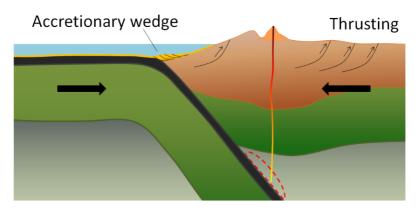


Figura I.2: Configuração de convergência oceano-continente.

Exemplos de limites convergentes oceano-continente são a subducção da Placa de Nazca sob a América do Sul (que criou a Cordilheira dos Andes) e a subducção da Placa de Juan de Fuca sob a América do Norte (criando as montanhas Garibaldi, Baker, St. Helens, Rainier, Hood e Shasta, coletivamente conhecidas como Cordilheira Cascade).

#### Convergência CC

Uma colisão continente-continente ocorre quando um continente ou uma grande ilha que foi movida junto com a crosta oceânica em subducção colide com outro continente (Figura I.3). O material continental em colisão não será subduzido porque é muito leve (ou seja, porque é composto em grande parte de rochas continentais leves [SIAL]), mas a raiz da placa oceânica acabará se quebrando

e afundando no manto. Há uma tremenda deformação das rochas continentais pré-existentes e a criação de montanhas a partir dessa rocha, de quaisquer sedimentos que se acumularam ao longo das costas (ou seja, dentro de geossinclinais) de ambas as massas continentais e, comumente, também de alguma crosta oceânica e material do manto superior.

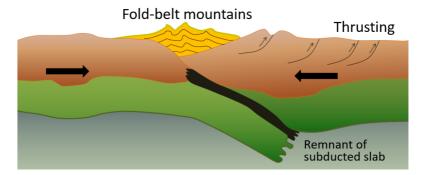
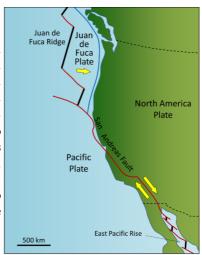


Figura I.3: Configuração de convergência continente-continente.

Exemplos de limites convergentes continente-continente são a colisão da Placa da Índia com a Placa Eurasiática, criando as Montanhas do Himalaia, e a colisão da Placa Africana com a Placa Eurasiática, criando a série de cadeias que se estendem dos Alpes na Europa até as Montanhas Zagros no Irã. As Montanhas Rochosas na Colúmbia Britânica e Alberta também são resultado de colisões continente-continente.

#### Falhas Transformantes

Limites de transformação existem onde uma placa desliza sobre outra sem produção ou destruição de material crustal. Conforme explicado acima, a maioria das falhas de transformação conectam segmentos de dorsais meso-oceânicas e são, portanto, limites de placas oceano-oceano. Algumas falhas de transformação conectam partes continentais de placas.



Um exemplo é a Falha de San Andreas, que se estende do extremo sul da Cordilheira Juan de Fuca até o extremo norte da Dorsal do Pacífico Leste (cordilheira) no Golfo da Califórnia. A parte da Califórnia a oeste da Falha de San Andreas e toda a Baixa Califórnia estão na Placa do Pacífico. As falhas de transformação não apenas conectam limites divergentes. Por exemplo, a Falha Queen Charlotte conecta o extremo norte da Cordilheira Juan de Fuca, começando no extremo norte da Ilha de Vancouver, à zona de subducção das Aleutas.

Conforme descrito originalmente por Wegener em 1915, os continentes atuais já foram todos parte de um supercontinente, que ele chamou de Pangea (que significa toda a terra). Estudos mais recentes de confrontos continentais e as idades magnéticas de rochas do fundo do oceano nos permitiram reconstruir a história da separação da Pangea.

Ao longo dos próximos 50 milhões de anos, é provável que haja desenvolvimento total da fenda leste africana e criação de um novo fundo oceânico. Eventualmente, a África se dividirá. Também haverá movimento contínuo para o norte da Austrália e da Indonésia. A parte ocidental da Califórnia (incluindo Los Angeles e parte de São Francisco) se separará do resto da América do Norte e, eventualmente, navegará bem perto da costa oeste da Ilha de Vancouver, a

caminho do Alasca. Como a crosta oceânica formada pela expansão na dorsal mesoatlântica não está sendo subduzida atualmente (exceto no Caribe), o Oceano Atlântico está lentamente ficando maior e o Oceano Pacífico está ficando menor. Se isso continuar sem mudar por mais algumas centenas de milhões de anos, voltaremos ao ponto de partida, com um supercontinente.

Pangea, que existiu de cerca de 350 a 200 Ma, não foi o primeiro supercontinente. Foi precedido por Pannotia (600 a 540 Ma), por Rodínia (1.100 a 750 Ma) e por outros antes disso.

Em 1966, Tuzo Wilson propôs que houve uma série contínua de ciclos de rompimento e colisão continental; isto é, quebra de supercontinentes, deriva, colisão e formação de outros supercontinentes. Atualmente, América do Norte e do Sul, Europa e África estão se movendo com suas respectivas porções do Oceano Atlântico. As margens orientais da América do Norte e do Sul e as margens ocidentais da Europa e África são chamadas de margens passivas porque não há subducção ocorrendo ao longo delas.

No entanto, essa situação pode não continuar por muito mais tempo. À medida que o fundo do Oceano Atlântico fica pesado em torno de suas margens por uma grande espessura de sedimentos continentais (ou seja, geossinclinais), ele será empurrado cada vez mais para dentro do manto e, eventualmente, a litosfera oceânica pode se separar da litosfera continental (Figura 10.4.12). Uma zona de subducção se desenvolverá e a placa oceânica começará a descer sob o continente. Quando isso acontecer, os continentes não continuarão mais a se afastar porque a expansão na dorsal mesoatlântica será absorvida pela subducção. Se a expansão ao longo da dorsal mesoatlântica continuar a ser mais lenta do que a expansão dentro do Oceano Pacífico, o Oceano Atlântico começará a se fechar e, eventualmente (em 100 milhões de anos ou mais), as Américas do Norte e do Sul colidirão com a Europa e a África.

Há fortes evidências em torno das margens do Oceano Atlântico de que esse processo já ocorreu antes. As raízes de antigos cinturões de montanhas, que estão presentes ao longo da margem oriental da América do Norte, da margem ocidental da Europa, e da margem noroeste da África, mostram que essas massas de terra uma vez colidiram umas com as outras para formar uma cadeia de montanhas,

possivelmente tão grande quanto o Himalaia.

Quando o rompimento da Pangeia começou aproximadamente há 200 Ma, a fissura estava ao longo de uma linha diferente da linha da colisão anterior. É por isso que algumas das cadeias de montanhas formadas durante a colisão anterior podem ser rastreadas da Europa para a América do Norte e da Europa para a África.

Que o rompimento do Oceano Atlântico possa ter ocorrido aproximadamente no mesmo lugar durante dois eventos separados com várias centenas de milhões de anos de diferença provavelmente não é coincidência. A série de pontos quentes que foi identificada no Oceano Atlântico também pode ter existido por várias centenas de milhões de anos e, portanto, pode ter contribuído para o rompimento aproximadamente no mesmo lugar em pelo menos duas ocasiões separadas.

#### Mecanismos do Movimento de Placas

Tem sido frequentemente repetido neste texto e em outros lugares que a convecção do manto é crítica para a tectônica de placas, e embora isso seja quase certo, outras forças provavelmente desempenham um papel significativo. Um lado do argumento sustenta que as placas são movidas apenas pela tração causada pela convecção do manto. O outro lado sustenta que a tração desempenha apenas um papel menor e que duas outras forças, empurrão de crista e tração de laje, são mais importantes (Figura I.4). Alguns argumentam que a resposta real está em algum lugar no meio.

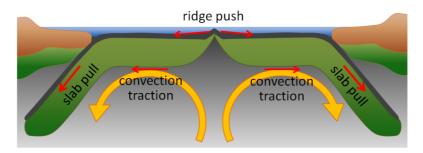


Figura I.4: Mecanismo do movimento tectônico.

Kearey e Vine (1996) listaram alguns argumentos convincentes em favor do modelo de empurrão de crista/tração de laje, como segue: (a) placas que estão presas a placas subductivas (por exemplo, placas do Pacífico, da Austrália e de Nazca) se movem mais rápido, e placas que não estão (por exemplo, placas da América do Norte, da América do Sul, da Eurásia e da África) se movem significativamente mais devagar; (b) para que o modelo de tração se aplique, o manto teria que estar se movendo cerca de cinco vezes mais rápido do que as placas (porque o acoplamento entre a astenosfera parcialmente líquida e as placas não é forte), e essas altas taxas de convecção não são suportadas por modelos geofísicos; e (c) embora grandes placas tenham potencial para tração de convecção muito maior, a velocidade da placa não está relacionada à área da placa.

No modelo de empurrão de crista/puxão de laje, que é o que foi adotado pela maioria dos geólogos trabalhando em problemas tectônicos de placas, a litosfera é a superfície superior das células de convecção.

Embora o empurrão de crista/puxão de laje seja o mecanismo amplamente favorecido para o movimento das placas, é importante não subestimar o papel da convecção do manto. Sem convecção, não haveria cristas para empurrar porque a convecção ascendente traz rocha flutuante quente para a superfície.

# Estação 1

Olá, somos o grupo 1 e vamos falar sobre as estruturas geofísicas e como somos capazes de conhecer tão fundo do planeta, mesmo sem chegar até lá.

Antes de tudo, o que é a Geofísica? A Geofísica é a ciência responsável por estudar a estrutura do planeta Terra e os mecanismos físicos que permitem sua estabilidade, como a dissipação de calor, a geração do campo magnético terrestre e, naturalmente, o movimento tectônico.

Podemos fazer diferentes divisões de camadas da Terra, a depender do que estamos observando.

Quando pensamos quimicamente na composição das camadas, temos a divisão simples de **Crosta, Manto, Núcleo**.

Quando pensamos no comportamento MECÂNICO de cada parte, chegamos a uma divisão mais rica de Litosfera, Asthenosfera, Manto, D", Núcleo externo, Núcleo Interno

A litosfera é a camada dos primeiros 100 km, composta por crosta + manto superior parcialmente derretido. Quando falamos da teoria da Tectônica de Placas, de Tuzo Wilson 1965, na verdade estamos tratando do movimento das **Placas Litosféricas!** 

A Asthenosfera, também conhecida como zoda de baixas velocidades, é uma região bastante quente do manto, logo abaixo da litosfera, com comportamento ductil. i.e. maleável.

Outra diferença importante entre as divisões Química e Mecânica é a separação do núcleo em interno e externo.

Sabemos que o núcleo externo (3000°C) é líquido, enquanto o interno, ainda que muito mais quente (5000°C), por conta da pressão permanece sólido e em rotação. A rotação do núcleo interno, composto em sua maioria, 95%, de Ferro e o restante Níquel, é o mecanismo responsável pela indução do campo magnético terrestre.

Lembrando que por conta do movimento complexo dentro do núcleo, em certos intervalos de tempos variando de milhares a milhões de anos, há a inversão dos polos magnéticos da Terra e foi esse fenômeno que ajudou a comprovar a teoria da Tectônica de Placas por observações de assinaturas magnéticas no assoalho oceânico.

Só fomos capazes de obter todas essa informações sobre o interior da Terra através da aplicação dos métodos Geofísicos: **Gravimetria, Magnetometria e Sismologia**.

A Gravimetria e Magnetometria são úteis para caracterização de estruturas mais superficiais (litosfera) enquanto a sismologia foi a responsável pelo entendimento das estruturas mais profundas da Terra.

Sabemos que as ondas sísmicas, geradas por interação das placas litosféricas, são de duas formas P (primárias) e S (secundárias).

As ondas P são longitudinais, ou seja, vibram na mesma direção de propagação (aqui fazer os gestos e/ou apontar pros desenhos das ondas!!!), enquanto as ondas S são transversais, ou seja, vibram perpendicularmente à propagação.

Sabemos que ondas transversais na matéria, não se propagam em fluídos. Um exemplo é mergulhar uma corda na água e esperar que a onda feita na corda passe para a água. O que não acontece!

Já as ondas longitudinais (como o som) se propagam, ainda que com velocidades diferentes. Como é o caso aqui (mostrar experimento) em que as ondas longitudinais criadas pela caixa de som, passadas ao fundo do recipiente, se propagam pela água até atingir a placa e fazer vibrar o particulado sobre ela.

Analisando a propagação de ondas sísmicas P e S fomos capazes de determinar que o núcleo é divido em duas partes e a externa é líquida.

SEÇÃO 3

## SÍSMICA

Sismologia é o estudo das vibrações dentro da Terra. Essas vibrações são causadas por vários eventos: terremotos, impactos extraterrestres, explosões, ondas de tempestade atingindo a costa e efeitos de maré. Claro, as técnicas sísmicas têm sido mais amplamente aplicadas à detecção e estudo de terremotos, mas há muitas outras aplicações, e sem dúvida as ondas sísmicas fornecem as informações mais importantes que temos sobre o interior da Terra. Antes de nos aprofundarmos mais na Terra, no entanto, precisamos dar uma olhada nas propriedades das ondas sísmicas. Os tipos de ondas que são úteis para entender o interior da Terra são chamadas de ondas de corpo, o que significa que, ao contrário das ondas de superfície no oceano, elas são transmitidas através de materiais da Terra.

## O que é um Terremoto?

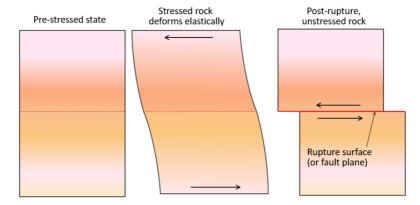


Figura I.5: Deformação elástica e ruptura.

Um terremoto é o tremor causado pela ruptura (quebra) e subsequente deslocamento de rochas (um corpo de rocha se movendo em relação a outro) abaixo da superfície da Terra.

Um corpo de rocha que está sob estresse se deforma. Quando a rocha não consegue mais suportar a deformação, ela se quebra e os dois lados deslizam um sobre o outro. A maioria dos terremotos ocorre perto de limites de placas —mas não necessariamente em um limite—e nem necessariamente em uma falha pré-existente.

O princípio de engenharia da deformação elástica, que pode ser usado para entender terremotos, é ilustrado na Figura I.5. O estresse aplicado a uma rocha — normalmente devido ao movimento contínuo da placa — resulta em tensão ou deformação da rocha. Como a maioria das rochas é forte (ao contrário da areia solta, por exemplo), ela pode suportar uma quantidade significativa de deformação sem quebrar. Mas cada rocha tem um limite de deformação e irá se romper (quebrar) quando esse limite for atingido. Nesse ponto, no caso de rochas dentro da crosta, a rocha quebra e há deslocamento ao longo da superfície de ruptura. A magnitude do terremoto depende da extensão da área que quebra (a área da superfície de ruptura) e da quantidade média de deslocamento (deslizamento).

O conceito de uma superfície de ruptura, que é essencial para

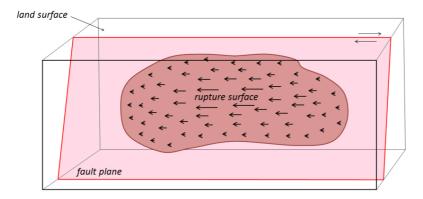


Figura I.6: Uma superfície de ruptura (rosa escuro), em um plano de falha com mergulho acentuado (rosa claro). O diagrama representa uma parte da crosta que pode ter até dezenas ou centenas de quilômetros de comprimento. A superfície de ruptura é a parte do plano de falha ao longo da qual ocorreu o deslocamento. Neste exemplo, o lado próximo da falha está se movendo para a esquerda, e os comprimentos das setas dentro da superfície de ruptura representam quantidades relativas de deslocamento.

entender terremotos, é ilustrado na Figura I.6. Um terremoto não acontece em um ponto, ele acontece em uma área dentro de um plano, embora não necessariamente um plano plano. Dentro da área da superfície de ruptura, a quantidade de deslocamento é variável e, por definição, diminui para zero nas bordas da superfície de ruptura porque a rocha além desse ponto não é deslocada. A extensão de uma superfície de ruptura e a quantidade de deslocamento dependerão de vários fatores, incluindo o tipo e a resistência da rocha e o grau em que ela foi tensionada anteriormente.

A ruptura do terremoto não acontece de uma só vez; ela começa em um único ponto e se espalha rapidamente a partir daí. Dependendo da extensão da superfície de ruptura, a propagação de falhas a partir do ponto de iniciação é normalmente concluída em segundos a várias dezenas de segundos. O ponto de iniciação não está necessariamente no centro da superfície de ruptura; pode estar perto de

uma extremidade, perto do topo ou perto do fundo.

## 3.1. Tecnologias de Detecção

# Estação 4

A sismologia é o estudo científico dos terremotos e da propagação das ondas sísmicas pela Terra. Ela nos permite investigar a estrutura interna do planeta, bem como monitorar e analisar eventos sísmicos para entender melhor sua natureza e prever seus impactos.

#### O que é um terremoto?

Um terremoto ocorre quando uma grande quantidade de energia armazenada nas placas litosféricas por conta das tensões entre elas é liberada de uma só vez.[img] Em sua maioria, em movimentos transformantes, i.e. paralelos de placas que deslizam entre si, ou durante a subducção de uma placa sob outra.[img]

Os terremotos geram diferentes tipos de ondas sísmicas. As ondas primárias, ou ondas P, são as mais rápidas e se movem por compressão. As ondas secundárias, ou ondas S, são mais lentas e se movem por cisalhamento. Existem também as ondas superficiais, que são as mais destrutivas por afetarem diretamente a superfície da Terra.

A diferença na velocidade e no modo de propagação dessas ondas permite aos sismólogos determinar o epicentro, (que é o local exatamente acima do ponto onde ocorre a liberação de energia) de um terremoto e avaliar seu impacto potencial. Os sismógrafos são os principais instrumentos usados na sismologia. Eles registram os movimentos do solo causados pelas ondas sísmicas, fornecendo dados cruciais para a análise de terremotos. Um sismógrafo detecta tanto as ondas P, que são as primeiras a chegar, quanto as ondas S e superficiais, que podem causar mais danos.

Nós produzimos um sismógrado semi-analógico com um arduino para traduzir o input do acelerômetro, que vem em 3 canais, para um canal único que controla o servo-motor da caneta. Um sismógrafo profissional é muito mais sensível e registra separadamente cada uma das direções de vibração.

A Terra é monitorada por uma rede global de estações sismológicas que registram dados em tempo real. Essa rede permite que os sismólogos detectem terremotos em qualquer parte do mundo, localizem seu epicentro e determinem sua magnitude quase imediatamente após o evento.

Embora a previsão exata de terremotos ainda não seja possível, o monitoramento contínuo permite identificar padrões de atividade sísmica que podem indicar um aumento no risco. Estudos de sismologia também ajudam a identificar áreas de maior vulnerabilidade e a desenvolver estratégias de mitigação.

A sismologia moderna tem se beneficiado de avanços tecnológicos, como o uso de satélites e inteligência artificial para analisar dados sísmicos. Essas inovações estão aprimorando a nossa capacidade de detectar, monitorar e entender terremotos, contribuindo para uma resposta mais rápida e eficaz a esses eventos.

# CAPÍTULO f II

### Física Ondulatória

(MARION; THORNTON, 2004) (FRENCH, 1971)

SEÇÃO 1

# OSCILAÇÕES

## 1.1. O OSCILADOR HARMÔNICO

A partir da lei de Hooke e segunda lei de Newton, temos a equação de movimento para o oscilador harmônico simples

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \qquad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

cuja solução geral é da forma

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$

O OSCILADOR FORÇADO

#### Ressonância

#### AMORTECIMENTO

### Oscilador Amortecido Forçado

### 1.2. OSCILADORES ACOPLADOS

Vamos considerar inicialmente o oscilador harmônico duplo formado por dois pêndulos simples de mesma massa m e comprimento L, conectados por uma mola de constante elástica k

As equações de movimento são claramente acopladas nas coordenadas de posição  $\boldsymbol{x}$ 

$$m\ddot{x_A} + k(x_A - x_B) = 0 m\ddot{x_B} - k(x_A - x_B) = 0$$
 acopladas

Somando e subtraindo as equações chegamos a

$$\frac{d^2}{dt^2}(x_A + x_B) + \omega_0^2(x_A + x_B) = 0$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(x_A - x_B) + (\omega_0 + 2\omega_c^2)(x_A - x_B) = 0$$

definindo as coordenadas generalizadas independentes  $q_1 = x_A + x_B$  e  $q_2 = x_A - x_B$ , chamadas normais, temos

$$\ddot{q_1} + \omega_0^2 q_1 = 0$$
  $\ddot{q_2} + {\omega'}^2 q_2 = 0$   ${\omega'}^2 = \omega_0 + 2\omega_0^2$ 

Ao solucionarmos essas equações do O.H. independentes e retornarmos às coordenadas originais, temos

$$x_A = A_0 \cos\left(\frac{\omega' - \omega_0}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega' + \omega_0}{2}t\right) \quad \Box$$

$$x_B = A_0 \sin\left(\frac{\omega' - \omega_0}{2}t\right) \sin\left(\frac{\omega' + \omega_0}{2}t\right) \quad \Box$$

Na figura II.1 vemos outros exemplos de sistemas que podem ser modelados da mesma maneira  $\,$ 

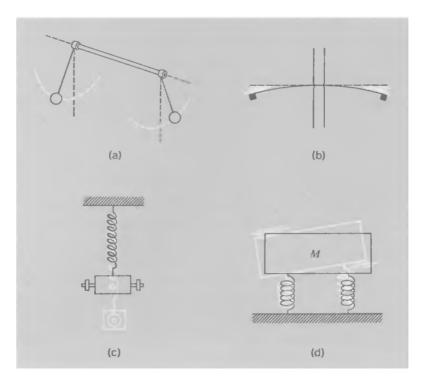


Figura II.1: (a) Rigid pendulums coupled by horizontal torsion rod. (b) Masses at ends of metal strip. (c) Wilberforce pendulum. (d) Rectangular block on springs.

#### Modos Normais

Chamamos assim os modos com os quais as oscilações dos corpos são *simples*. i.e.

$$x_A = C\cos\omega t$$
$$x_B = C'\cos\omega t$$

Note que oscilam com a mesma frequência  $\omega$ .

Para testar, subtituimos e checamos quando esses modos são soluções para as equações de movimento.

Após substituir e derivar, ficamos com

$$(-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2)C - \omega_c^2 C' = 0 \tag{*}$$

$$-\omega_0^2 C + (-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2)C' = 0 \tag{**}$$

onde simplificamos o termo  $\cos \omega t$  em todos os termos.

De (\*) e (\*\*) temos

$$\frac{C}{C'} = \frac{\omega_c^2}{-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2} \qquad \frac{C}{C'} = \frac{-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2}{\omega_c^2}$$

desprezando a solução trivial C = C' = 0 temos

$$(-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2)^2 = (\omega_c^2)^2$$
  

$$\Rightarrow \quad \omega^2 = \omega_0^2 + \omega_c^2 \pm \omega_c^2$$

e as soluções de  $\omega'$ e  $\omega''$ são

$$\begin{cases} \omega'^2 = \omega_0^2 + 2\omega_c^2 \\ \omega''^2 = \omega_0^2 \end{cases}$$

quando  $\omega=\omega'$ temos  $\frac{C}{C'}=-1$ e quando  $\omega=\omega''$ temos  $\frac{C}{C'}=+1,$ daí as soluções

$$x_A = C\cos(\omega_0 t)$$
  $x_A = D\cos(\omega' t)$   $x_B = C\cos(\omega' t)$   $x_B = -D\cos(\omega' t)$ 

Como tratamos de EDOs lineares, a soma das soluções deve também ser uma solução

$$x_A = C\cos\omega_0 t + D\cos\omega' t$$
  
$$x_B = C\cos\omega_0 t - D\cos\omega' t$$

#### Acoplamento Forçado

Vamos agora supor que uma força harmônica  $F_0 \cos \omega t$  seja aplicada sobre o pêndulo A, enquanto B continua sujeito à sua própria força restauradora e a da mola de acoplamento.

As equações de movimento ficam

$$m\ddot{x_A} + m\omega_0^2 x_A + k(x_A - x_B) = F_0 \cos \omega t$$
  
$$m\ddot{x_B} + m\omega_0^2 x_B - k(x_A - x_B) = 0$$
 
$$\omega_0^2 \equiv \frac{g}{I}$$

tomando  $\omega_c \equiv \frac{k}{m}$  e novamente as coordenadas normais  $q_1$  e  $q_2$  temos

$$\ddot{q_1} + \omega_0^2 q_1 = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

$$\ddot{q_2} + \omega'^2 q_2 = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \qquad \omega' \equiv \omega_0^2 + 2\omega_c^2$$

cujas soluções são

$$\begin{cases} q_1 = C \cos \omega t & C = \frac{F_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \\ q_2 = D \cos \omega t & D = \frac{F_0/m}{\omega'^2 - \omega^2} \end{cases}$$

retornando às coordenadas originais, podemos extrair as dependências de ressonância

$$x_A = A\cos\omega t$$
  $A \equiv \frac{1}{2}(C+D)$   
 $x_B = B\cos\omega t$   $B \equiv \frac{1}{2}(C-D)$ 

As amplitudes A e B como funções de  $\omega$  são representadas na figura II.2

#### 1.3. N OSCILADORES

Podemos extrapolar a noção de dois modos normais dos pêndulos acoplados para um número N de osciladores. A figura II.3 apresenta os três modos normais de vibração do sistema composto por três pêndulos de mesma massa acoplados por molas iguais.

Figura II.3: Modos normais de três pêndulos simples acoplados

Figura II.4: Modos normais de osciladores transversais

A figura II.4 mostra os modos normais de osciladores com N=1,2,3.

De modo geral, para N osciladores acoplados, e buscando

$$y_p = A_p \cos \omega t \qquad (p = 1, 2, 3, \dots, N)$$

enquanto supondo  $A_p = C \sin(p\theta), \quad \theta \in [0, 2\pi)$  encontramos

$$A_p = C \sin\left(\frac{pn\pi}{N+1}\right) \qquad n \in \mathbb{N}^*$$

os valores de n representam os modos normais de oscilação.

#### Matrizes Cristalinas

Podemos aproximar uma matriz cristalina fina a uma sequência de N osciladores numa das linhas principais da matriz. Com frequências  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$  da forma

$$\nu_n = 2\nu_0 \sin\left[\frac{n\pi}{2(N+1)}\right] \qquad \qquad \nu_0 = \frac{1}{2\ell} \left(\frac{Y}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Aqui utilizamos, no lugar da tensão pela densidade linear, o módulo de Young pela densidade volumétrica do cristal, que é fortemente recomendado até mesmo para molas tensionadas.

Para os sólidos como mostra a tabela  $\ref{table 10^{11} N/m^2}$ , e como as densidades são da ordem de  $10^4\,\mathrm{kg/m^3}$  a razão  $\frac{Y}{\rho}$  é da ordem de  $10^7\,\mathrm{m^2/s^2}$ . A distância interatômica  $\ell$  é da ordem de  $10^{-10}\,\mathrm{m}$ , portanto devemos ter

$$\nu_0 \approx 10^{13} \, \mathrm{Hz} = 10 \, \mathrm{THz}$$

que é a maior frequência suportada pela matriz.

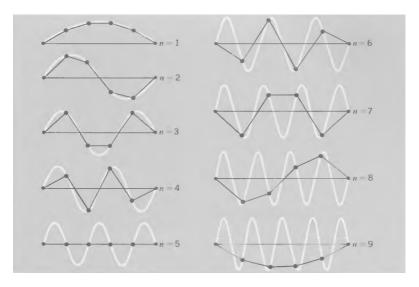


Figura II.5: Modos de N=4 osciladores acoplados. Note que n=6,7,8,9 repete o padrão de n=4,3,2,1 com sinal oposto.

Já os modos inferiores, são bem descritos por

$$\nu_n = \frac{1}{2L} \left( \frac{Y}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$$

onde L é a espessura do cristal. Portanto, a menor frequência normal de vibração permitida numa camanda de 1 cm seria da ordem de  $10^5\,\mathrm{Hz}=0.1\,\mathrm{MHz}$ .

SEÇÃO 2

### **ONDAS**

# Estação 2

A ondulatória é a área da física que estuda as vibrações e ondas, sejam elas **Mecânicas**, que dependem de um meio para propagação, ou **Eletromagnéticas**, que se propagam em qualquer meio, inclusive no vácuo.

O estudo das Ondas começa pelo estudo das oscilações. Para isso, investigamos as propriedades de um sistema físico muito simples, porém que acaba sendo útil para descrever uma infinidade de outros sistemas mais complexos, o **Oscilador Harmônico**!

Pensemos num oscilador harmônico como um sistema composto de um pequeno corpo de massa m e uma mola ou matéria flexível de constante elástica k. Uma vez posto a oscilar, podemos entender tudo sobre sua massa, constante elástica e caráter do movimento a partir de sua amplitude a e frequência f.

Ao forçarmos um oscilador harmônico com uma força períodica externa, ele ganha uma nova propriedade chamada **RES-SONÂNCIA**. Quando a frequência do oscilador bate com a da força externa, sua amplitude começa a aumentar indefinidamente, podendo levar ao rompimento da mola (i.e. ao colapso do sistema).

Um exemplo clássico de ressonância é o colapso da Ponte Tacoma Narrows em 1940. Embora não tenha sido causado por um terremoto, o fenômeno ilustra como a ressonância pode amplificar as oscilações até um ponto crítico. Em terremotos, edifícios que vibram na mesma frequência das ondas sísmicas correm grande risco de danos graves.

Ao acoplar dois ou mais osciladores entre si, percebemos o surgimento de frequências especiais nas quais todos os corpos acoplados oscilam juntos.

Chamamos essas frequências de modos normais de vibração.

Podemos entender uma corda, ou qualquer meio material, como um conjunto de MUITOS osciladores pequenos acoplados. Por isso, todo material possui suas frequências próprias de ressonância e modos normais.

Outro exemplo de oscilador harmônico é o de uma massa fixa na extremidade de uma haste flexível, como vemos aqui [mostrar experimento], cada comprimento de haste, define uma constante elástica equivalente diferente ao 'oscilador', por isso, cada altura possui sua própria frequência de ressonância. [mostrar modos normais das hastes]

As ondas, geradas pelos movimentos oscilatórios, estão em toda parte no nosso dia-a-dia.

Desde as eletromagnéticas do Rádio, Tv, Wi-fi, microondas...

Até as ondas de pressão que percebemos como o SOM que está a nossa volta o tempo todo.

O estudo das ondas e sua propagação também é o que nos permite modelar o interior da terra "escutando" as ondas sísmicas geradas, em maioria, pelos terremotos.

Sabemos que a velocidade das ondas mecânicas depende da **Densidade** do material em que se propagam, e da **Tensão** a que está submetido. Essa tensão pode ser entendida como 'o quanto a mola do oscilador está esticada', geralmente depende de condições termodinâmicas, como temperatura e pressão, e é justamente por isso que somos capazes de entender o que está abaixo de nós apenas analisando o tempo de propagação das ondas.

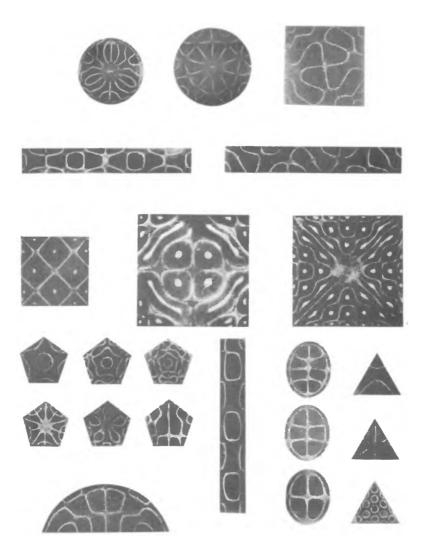


Figura II.6: Figuras de Chladni mostrando linhas nodais.

# CAPÍTULO III

## Engenharia de Estruturas e Terremotos

(CHOPRA, 2014) (INMAN, 2014)(ROSSUM; DRAKE, 2009)

SEÇÃO 1

Fundamentação Teórica

SEÇÃO 2

TECNOLOGIAS DE CONTINGÊNCIA SÍSMICA

Estação 3

Olá, nós somos o grupo 3 e vamos falar sobre as tecnologias de contingência para terremotos.

Contingência significa algo que pode ocorrer, e que não pode ser controlado. Um exemplo são as orientações de PREVENÇAO à incêndios e as estratégias de contingência PARA incêndios.

Chamamos de tecnologias de contingência pois claramente não podemos prevenir um terremoto de ocorrer, mas podemos monitorá-lo e, uma vez de posse da informação, agir de maneira a minimizar seus danos

#### Por que falar de Terremotos no Brasil?

Apesar do Brasil se encontrar numa posição privilegiada da placa sul-americana não estamos livres de abalos sísmicos menores. Além disso, a tencologia de controle estrutural desenvolvida para terremos não deixa de ser um excelente mecanismo de segurança civil útil para melhorar as edificações urbanas.

A engenharia civil é a principal área responsável pelo estudo e desenvolvimento de tecnologias de contingência sísmica. Em especial, focamos nosso trabalho na Strucural Analysis, uma área que se preocupa em prever a resposta de uma estrutura à um abalo externo.

Nas simulações rodando no nosso telão, estão alguns processos próprios da Análise de estruturas para cálculo dos valores de resposta de diferentes modelos.

A forma mais prática de modelar uma estrutura, é pensar nela como uma série de osciladores acoplados (representando os andares), e buscar quais são as frequências normais de vibração de cada um deles.

Essa técnica envolve resolução de equações diferenciais de segunda ordem e o cálculo de matrizes inversas relativamente simples. Passos que geralmente são automatizados por softwares de análise que já entregam os Períodos de oscilação de cada andar.

Quando o(a) engenheiro(a) responsável obtém os valores das frequências normais, da participação de cada modo normal de vibração na resposta e a resposta total da estrutura, ele(a) é capaz de projetar a melhor forma de "cancelar" as frequências que causariam ressonâncias nocivas à estrutura.

Esse cancelamento pode ocorrer de várias formas. Uma delas é literalmente ISOLAR os andares da construção por meio de um pilar principal desconectado do edifício que vibra com o solo, mas não com o prédio.

Essa técnica foi desenvolvida e é amplamente utilizada no Japão.

Outra forma de proteção contra certas frequências de ressonância é o isolamento da base do prédio por meio de dumpers (amortecedores) que podem ser compostos por molas e materiais flexíveis. (aproveita pra apontar pras imagens no banner)

Uma técnica ainda mais ousada e que se mostrou eficiente foi isolar uma construção fazendo-a boiar sobre água!

O Japão desenvolveu esse método para isolar usinar termonucleares de abalos sísmicos, dada sua importância para a produção de energia e o risco de acidentes caso as estruturas sejam danificadas.

Outro método muito recente e interessante desenvolvido, foi publicado nos últimos 5 anos e ficou conhecido como "seismic invisibility cloak", que consiste em uma série de anéis concêntricos, feitos de diferentes materiais, enterrados alguns metros abaixo da fundação do edifício.

Esses anéis, por possuírem diferentes raios e diferentes coeficiêntes elásticos, acabam absorvendo alguns modos normais de vibração que, de outra forma seriam passados à estrutura.

Dessa forma, a energia é dissipada numa área maior ao redor do edifício enquanto evitamos que suas ressonâncias sejam alcançadas.

## Referências Bibliográficas

CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures**: Theory and applications to earthquake engineering. 4. ed. [S.l.]: Pearson, 2014.

FRENCH, A. P. Vibrations and Waves. [S.l.]: W. W. Norton n Company, 1971.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 4. ed. [S.l.]: Pearson, 2014.

MARION, J. B.; THORNTON, S. T. Classical Dynamics of Particles and Systems. 5. ed. [S.l.]: Thomson, 2004.

ROSSUM, G. V.; DRAKE, F. L. **Python 3 Reference Manual**. Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009. ISBN 1441412697.