

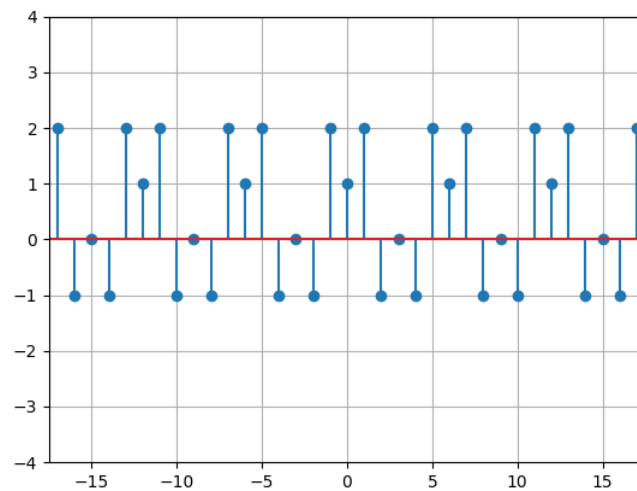
بسم الله الرحمن الرحيم

### تمرین سری چهارم

۱. ضرائب سری فوریه هر یک از سیگنال‌های متناوب گسسته در زمان زیر را حساب کنید. اندازه و فاز ضرائب  $a_k$

هر سری را رسم نمایید.

(الف)



(ب)  $x[n]$  متناوب با دوره تناوب ۴ و

$$x[n] = 1 - \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right), \quad 0 \leq n \leq 3$$

(ج)

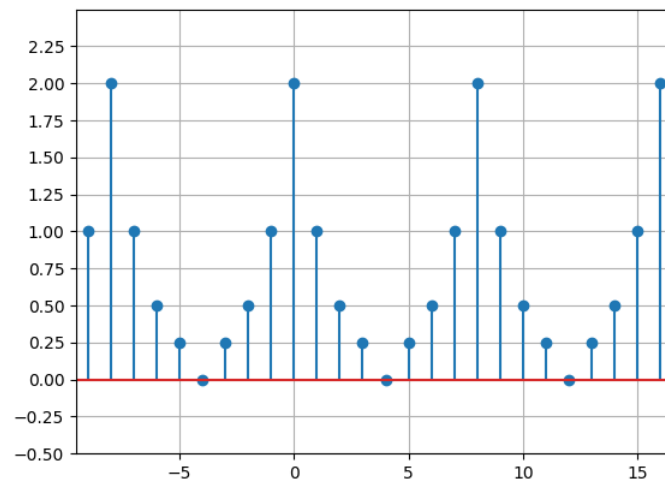
$$x[n] = \sin\left(\frac{2\pi n}{3}\right) \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$$

۲. در هر مورد ضرایب سری فوریه دارای دوره تناوب پایه ۸ را مشخص کرده ایم. سیگنال  $x[n]$  را بیابید:

(الف)

$$a_k = \begin{cases} \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right), & 0 \leq k \leq 6; \\ 0, & k = 7. \end{cases}$$

(ب)



۳. فرض کنید  $x[n]$  یک سیگنال متناوب با دوره تناوب  $N$  و نمایش سری فوریه زیر است:

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n}$$

ضرایب سری فوریه هر یک از سیگنال‌های زیر را می‌توان بر حسب  $a_k$  (ضرایب سری فوریه  $x[n]$ ) بیان نمود. این ضرایب را بیابید.

(الف)

$$x[n - n_0]$$

(ب)

$$x[n] - x[n - 1]$$

(ج)  $N$  را زوج در نظر بگیرید.

$$x[n] - x\left[n - \frac{N}{2}\right]$$

(د)  $N$  را زوج در نظر بگیرید و توجه کنید که دوره تناوب سیگنال  $N/2$  است.

$$x[n] + x\left[n + \frac{N}{2}\right]$$

(هـ)

$$x^*[-n]$$

و)  $N$  را زوج در نظر بگیرید.

$$(-1)^n x[n]$$

ز)  $N$  را فرد در نظر بگیرید، دقت کنید که دوره تناوب این سیگنال  $2N$  است.

$$(-1)^n x[n]$$

ح)

$$y[n] = \begin{cases} x[n], & n \text{ is even;} \\ 0, & n \text{ is odd.} \end{cases}$$

۴. فرض کنید  $x[n]$  یک سیگنال متناوب با دوره تناوب  $N$  و نمایش سری فوریه زیر است:

$$x[n] = \sum_{k \in \langle N \rangle} a_k e^{jk \left( \frac{2\pi}{N} \right) n}$$

فرض کنید  $N$  مضربی از  $M$  باشد و برای تمام مقادیر  $n$  داشته باشیم:

$$\sum_{r=0}^{\frac{N}{M}-1} x \left[ n + r \frac{N}{M} \right] = 0$$

نشان دهید که برای تمام مضارب  $M$  داریم  $a_k = 0$ .

۵.  $x[n]$  را یک سیگنال متناوب حقیقی با دوره تناوب  $N$  و ضرایب فوریه  $a_k$  در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید که در صورت زوج بودن  $N$  حداقل دو ضریب فوریه  $a_k$  در هر دوره تناوب حقیقی اند.

ب) نشان دهید که در صورت فرد بودن  $N$  حداقل یک ضریب فوریه  $a_k$  در هر دوره تناوب حقیقی است.

۶.  $x[n]$  یک سیگنال متناوب با تناوب  $N=8$  و ضرایب سری فوریه  $a_k = -a_{k-4}$  است. سیگنال

$$y[n] = \left( \frac{1 + (-1)^n}{2} \right) x[n-1]$$

با دوره تناوب  $N=8$  ایجاد شده است. ضرایب سری فوریه  $y[n]$  را  $b_k$  بنامید. تابع  $f[k]$  را به نحوی تعیین کنید

که داشته باشیم:

$$b_k = f[k] a_k$$

۷. اطلاعات زیر در مورد سیگنال متناوب  $x[n]$  با دوره تناوب ۸ و ضرایب سری فوریه  $a_k$  داده شده است.

الف)  $a_k = -a_{k-4}$

ب)  $x[2n+1] = (-1)^n$

یک تناوب  $x[n]$  را رسم نمایید.

۸. اگر ضرایب سری فوریه سیگنال  $x[n] = 2\cos(\frac{3\pi}{8}n)$  به صورت زیر باشد:

$$a_k = \begin{cases} 1 & k = \pm 3, \pm 19, \pm 35, \dots \\ 0 & oth. \end{cases}$$

ضرایب سری فوریه سیگنال زیر را بیابید:

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\delta[n - 16m - 3] + \delta[n - 16m + 3])$$