

بسم الله الرحمن الرحيم

تمرین سری نهم

۱. تبدیل z سیگنال‌های زیر را بیابید. قطب‌ها و ناحیه همگرایی را تعیین کنید.

(الف)

$$x[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^n u[n-3]$$

(ب)

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^n \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right), & n \leq 0; \\ 0, & n > 0. \end{cases}$$

۲. با استفاده از رابطه فوق

$$a^n u[n] \Leftrightarrow \frac{1}{1-az^{-1}} \quad |z| > |a|$$

عکس تبدیل z تابع زیر را بیابید.

$$X(z) = \frac{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 + 2z^{-1})} \quad |z| > 2$$

۳. تبدیل z یک سیگنال به صورت زیر می‌باشد:

$$X(z) = \frac{1 + z^{-1}}{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}$$

(الف) با فرض ناحیه همگرایی

$$|z| > \frac{1}{3}$$

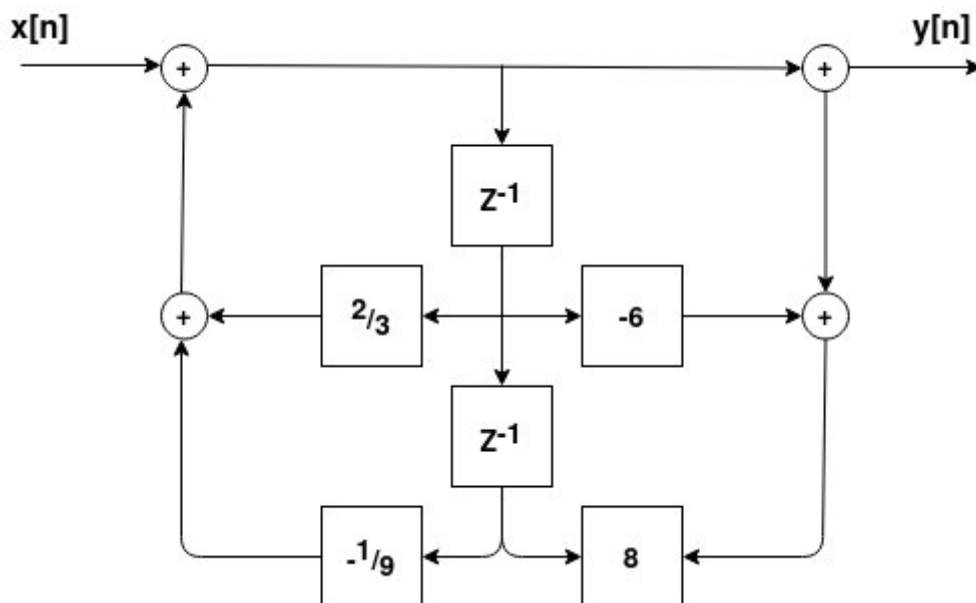
مقادیر $x[0]$ ، $x[1]$ و $x[2]$ را با بسط توانی به دست آورید.

(ب) با فرض ناحیه همگرایی

$$|z| < \frac{1}{3}$$

مقادیر $x[-1]$ ، $x[0]$ و $x[-2]$ را با بسط توانی به دست آورید.

۴. معادله تفاضلی سیستم فوق را به دست آورده و با استفاده از تبدیل z و محل قطب‌های سیستم پایداری آن را بررسی نمایید.



۵. تبدیل z یک طرفه سیگنال‌های زیر را حساب نمایید:
(الف)

$$x_1[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n+5]$$

(ب)

$$x_2[n] = \delta[n+3] + \delta[n] + 2^n u[-n]$$

(ج)

$$x_3[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$$

۶. معادله تفاضلی زیر را در نظر بگیرید:

$$y[n-1] + 2y[n] = x[n]$$

(الف) پاسخ ورودی صفر سیستم را بیابید.

$$x[-1]=2$$

ب) پاسخ حالت صفر به ورودی زیر را بیابید.

$$x[n]=\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

ج) خروجی سیستم به ازای حالت اولیه و ورودی زیر را بیابید.

$$x[-1]=2$$

$$x[n]=\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

۷. تبدیل z سیگنال‌های زیر را بیابید:

(الف)

$$x[n]=2^n u[-n]+\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n-1]$$

(ب)

$$x[n]=n\left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$$

۸. عکس تبدیل z را با روش تقسیم مستقیم به دست آورید (سیگنال $x[n]$ سیگنالی دست راستی است):

$$X(z)=\frac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$$

۹. با فرض

$$a^n u[n] \rightarrow \frac{1}{1-az^{-1}} \quad |z|>|a|$$

$$y[n]=x_1[n+3]*x_2[-n+1]$$

$$x_1[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$x_2[n]=\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

$Y(z)$ را بیابید.

۱۰. اطلاعات زیر در مورد یک سیگنال داده شده است. سیگنال را تعیین نمایید.

الف) $x[n]$ حقیقی و دست راستی است.

ب) $X(z)$ دو قطب دارد که یکی از آنها در $\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{3}}$ است.

ج) $X(z)$ دو صفر در مبدا دارد.

د) $X(1) = \frac{8}{3}$.

۱۱. تبدیل z سیگنال زیر را بر حسب تبدیل z سیگنال x بنویسید:

$$\phi_{xx}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]x[n+k]$$

۱۲. با استفاده از رابطه زیر

$$\log(1-w) = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{w^i}{i}, \quad |w| < 1$$

عکس تبدیل z توابع زیر را بیابید:

$$X_1(z) = \log(1-2z), \quad |z| < \frac{1}{2}$$

$$X_2(z) = \log\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right), \quad |z| > \frac{1}{2}$$

۱۳. با مشتق گیری از X و استفاده از خواص مناسب تبدیل z ، عکس تبدیل z توابع زیر را بیابید:

$$X_1(z) = \log(1-2z), \quad |z| < \frac{1}{2}$$

$$X_2(z) = \log\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right), \quad |z| > \frac{1}{2}$$