

بسم الله الرحمن الرحيم

تمرین سری پنجم

۱. بدون استفاده از خواص، تبدیل فوریه سیگنال‌های زیر را بیابید:

$$x_1(t) = e^{-2|t-1|}$$

$$x_2(t) = \frac{d}{dt}(u(-2-t) + u(t-2))$$

۲. با در نظر گرفتن رابطه زیر برای تبدیل فوریه سیگنال‌های متناوب

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} \Rightarrow X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - k\omega_0)$$

تبدیل فوریه سیگنال زیر را بیابید:

$$x(t) = 1 + \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{8}\right)$$

۳. بدون محاسبه عکس تبدیل فوریه تعیین کنید سیگنال‌هایی با تبدیل فوریه زیر، حقیقی هستند، موهومی یا هیچ کدام و زوج هستند، فرد یا هیچ کدام.

$$X_1(j\omega) = u(\omega) - u(\omega - 2)$$

$$X_2(j\omega) = \cos(\omega) \sin\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

۴. یک سیستم LTI با پاسخ فرکانسی زیر را در نظر بگیرید:

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 3}$$

به ازای چه ورودی، خروجی زیر را خواهیم داشت:

$$y(t) = e^{-3t}u(t) + e^{-4t}u(t)$$

۵. اگر بدانیم سیگنال $x(t)$ حقیقی و غیر منفی بوده و

$$F^{-1}\{(1+j\omega)X(j\omega)\} = Ae^{-2t}u(t)$$

که در آن A مستقل از t بوده و همچنین

$$\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\pi$$

$x(t)$ را بیابید.

۶. ثابت کنید:

$$\delta(\alpha t) = \frac{1}{|\alpha|} \delta(t)$$

۷. عکس تبدیل فوریه رابطه زیر را محاسبه نمایید:

$$X(j\omega) = e^{\frac{-\omega^2}{4\pi}}$$

۸. تبدیل فوریه سیگنال زیر را محاسبه نمایید:

$$x(t) = e^{-\pi t^2}$$

۹. نشان دهید رابطه دوگانی در تبدیل فوریه سیگنال‌های پیوسته در زمان برقرار است:

$$x(t) \rightarrow X(j\omega) \Leftrightarrow X(t) \rightarrow 2\pi x(-j\omega)$$

۱۰. پاسخ فرکانسی سیستم LTI با رابطه ورودی-خروجی زیر را محاسبه نمایید:

$$y(t) + 3 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = 4x(t-1) + 2 \frac{dx(t)}{dt}$$

۱۱. خروجی سه سیستم با پاسخ ضربه‌هایی به شکل زیر را به ورودی $\cos(t)$ بیابید. نتیجه را تحلیل نمایید.

$$h_1(t) = u(t)$$

$$h_2(t) = -2\delta(t) + 5e^{-2t}u(t)$$

$$h_3(t) = 2te^{-t}u(t)$$