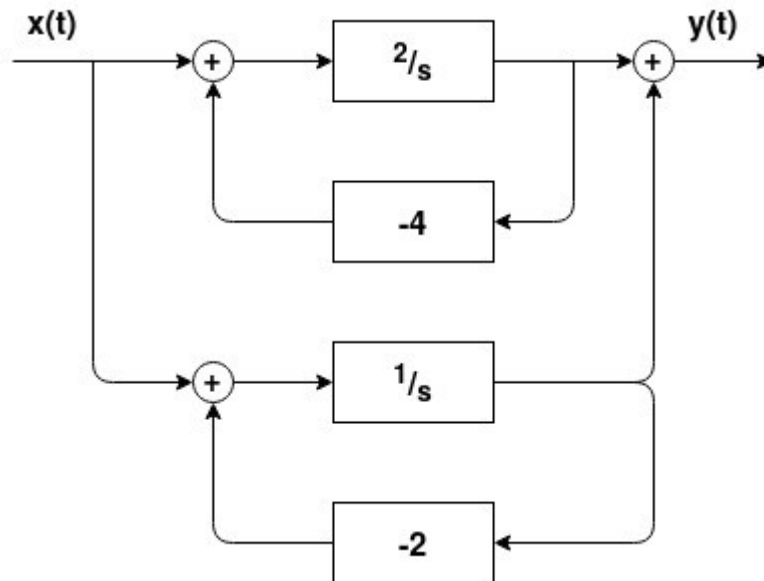


بسم الله الرحمن الرحيم

تمرین سری هشتم

۱. معادله دیفرانسیلی ارتباط دهنده $x(t)$ و $y(t)$ را بیابید.



۲. تبدیل لاپلاس و ناحیه همگرایی آن را برای سیگنال‌های زیر بیابید:

(الف)

$$x(t) = te^{-2|t|}$$

(ب)

$$x(t) = |t|e^{-2|t|}$$

۳. عکس تبدیل لاپلاس را برای موارد زیر به دست آورید:

(الف)

$$X(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+6}, \quad -3 < \Re\{s\} < -2$$

(ب)

$$X(s) = \frac{(s+1)^2}{s^2-s+1}, \quad \Re\{s\} > \frac{1}{2}$$

۴. اطلاعات زیر در مورد سیگنال حقیقی $x(t)$ و تبدیل لاپلاس آن $X(s)$ داده شده است. $X(s)$ و ناحیه هم‌گرایی را به دست آورید.

الف) $X(s)$ دقیقا دو قطب دارد.

ب) $X(s)$ صفر محدود ندارد.

ج) $X(s)$ قطبی در $s = -1 + j$ دارد.

د) $x(t)$ مطلقا انتگرال پذیر نیست.

هـ) $X(0) = 8$

۵. تابع تبدیل یک سیستم به صورت فوق است:

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2}$$

پاسخ سیستم را به ورودی زیر به دست آورید.

$$x(t) = e^{-|t|}$$

۶. سیستم مشخص شده با معادله دیفرانسیلی زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 6 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 11 \frac{dy(t)}{dt} + 6 y(t) = x(t)$$

الف) پاسخ حالت صفر به ورودی زیر را بیابید.

$$x(t) = e^{-4t} u(t)$$

ب) پاسخ ورودی صفر به ازای شرایط اولیه زیر را بیابید.

$$\left. \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \right|_{t=0^-} = 1, \quad \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0^-} = -1, \quad y(0^-) = 1.$$

ج) خروجی را به ازای ورودی قسمت (الف) و حالت اولیه قسمت (ب) بیابید.

۷. بسط به کسره‌های جزئی تابع زیر را محاسبه کنید و با استفاده از آن عکس لاپلاس را بدست آورید:

$$F(s) = \frac{10(s+2)(s+4)}{(s+1)(s+3)(s+5)^2}$$

۸. تبدیل لاپلاس یک طرفه توابع زیر را بیابید:

$$f_1(t) = te^{-t} \sin(5t) u(t)$$

$$f_2(t) = \cos(2\omega t) \cos(3\omega t) u(t)$$

۹. ثابت کنید اگر تابعی متناوب و با دوره تناوب T باشد، آنگاه:

$$L\{f(t)\} = \frac{\int_0^T f(t) e^{-st} dt}{1 - e^{-Ts}}$$