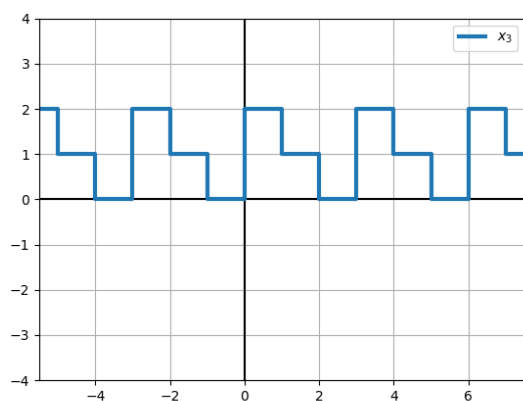
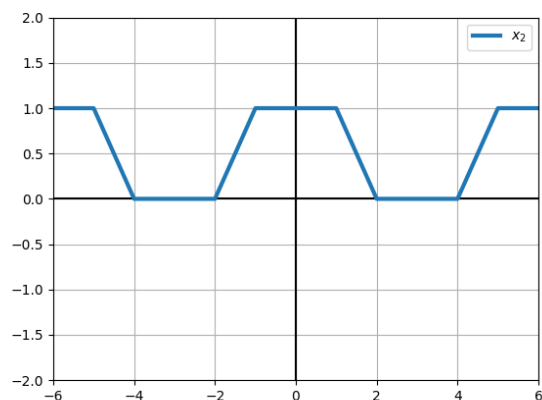
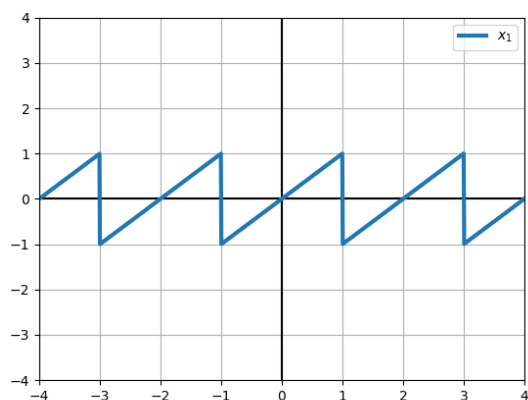


بسم الله الرحمن الرحيم

تمرین سری سوم

۱. ضرایب فوریه سیگنال‌های زیر را بیابید:



۲. با فرض دوره تناوب ۴، سیگنال‌های پیوسته متناظر با ضرایب سری فوریه زیر را بیابید:

در نظر داشته باشید که ضرایب سری فوریه سیگنال:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq T_1 \\ 0 & T_1 < |t| < \frac{T}{2} \end{cases}$$

با دوره تناوب T، برابر هستند با:

$$a_k = \frac{\sin(k\omega_0 T_1)}{k\pi}, \quad k \neq 0.$$

$$a_0 = \frac{2T_1}{T}$$

(الف)

$$a_k = \begin{cases} 0, & k=0; \\ (j)^k \frac{\sin k \pi/4}{k \pi}, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

(ب)

$$a_k = (-1)^k \frac{\sin k \pi/8}{2k \pi}$$

(ج)

$$a_k = \begin{cases} jk, & |k| < 3; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

۳. یک سیستم LTI زمان پیوسته با ورودی $x(t)$ و خروجی $y(t)$ با معادله دیفرانسیل زیر توصیف شده است:

$$\frac{d}{dt} y(t) + 4 y(t) = x(t)$$

نمایش سری فوریه خروجی $y(t)$ را به ازای ورودی زیر بیابید:

(الف)

$$x(t) = \cos(2\pi t)$$

(ب)

$$x(t) = \sin 4\pi t + \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

۴. $x(t)$ را یک سیگنال متناوب با تناوب پایه T و ضرایب سری فوریه a_k فرض کنید. ضرایب سری فوریه

سیگنال‌های زیر را بر حسب a_k بیان کنید:

(الف)

$$x(t - t_0) + x(t + t_0)$$

(ب)

$$\text{Even}\{x(t)\}$$

(ج)

$$\text{Real}\{x(t)\}$$

(د)

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

هـ) برای این حالت ابتدا دوره تناوب $x(3t-1)$ را بیابید.

$$x(3t-1)$$

۵. $x(t)$ یک سیگنال حقیقی با دوره تناوب T و ضرایب سری فوریه a_k است.

الف) نشان دهید که $a_k = a_{-k}^*$ بوده و a_0 حقیقی است.

ب) نشان دهید که در صورت زوج بودن $x(t)$ ، ضرایب سری فوریه آن نیز باید حقیقی و زوج باشد.

ج) نشان دهید که در صورت فرد بودن $x(t)$ ، ضرایب سری فوریه آن نیز باید موهومی خالص و فرد باشد. همچنین $a_0=0$ باشد.

د) نشان دهید که ضرایب سری فوریه بخش زوج $x(t)$ عبارت‌اند از $\text{Re}\{a_k\}$.

ه) نشان دهید که ضرایب سری فوریه بخش فرد $x(t)$ عبارت‌اند از $\text{Im}\{a_k\}$.

۶. اطلاعات زیر در مورد سیگنال $x(t)$ داده شده است.

الف) $x(t)$ حقیقی است.

ب) $x(t)$ متناوب است و $T=6$ و ضرایب سری فوریه a_k هستند.

ج) به ازای $k=0$ و $k>2$ داریم $a_k=0$.

$$x(t) = -x(t-3) \quad \text{د)}$$

هـ)

$$\frac{1}{6} \int_{-3}^3 |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2}$$

و) a_1 حقیقی و مثبت است.

نشان دهید که $x(t) = A \cos(bt+c)$ بوده و مقادیر ثابتهای b ، A ، c را بیابید.