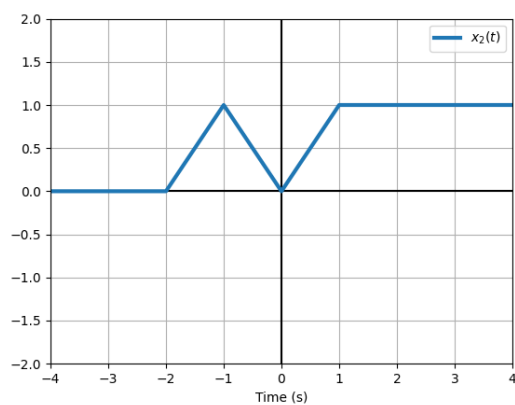
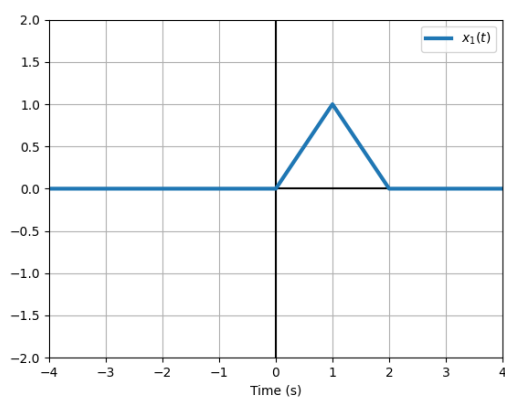


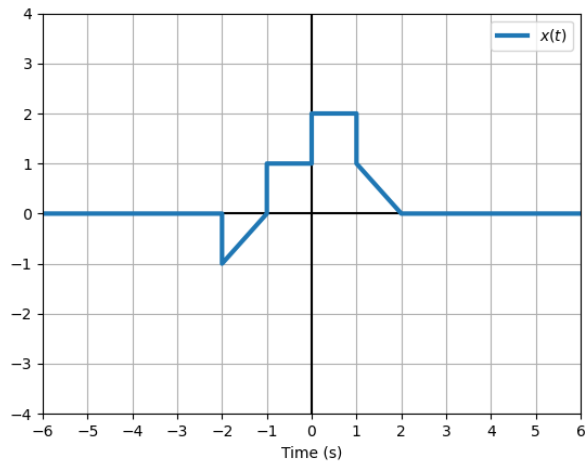
بسم الله الرحمن الرحيم

تمرین سری اول

۱. سیگنال‌های زیر را بر اساس سیگنال‌های پایه‌ای دیگر (پله، شیب و ...) بیان نمایید. قسمت زوج و فرد سیگنال‌های زیر را تعیین کرده و آن‌ها را رسم نمایید.



۲. شکل زیر سیگنال پیوسته در زمانی را نشان می‌دهد. بر اساس آن سیگنال‌های زیر را رسم و مقدارگذاری نمایید.



(الف)

$$x(2-t)$$

(ب)

$$x\left(4 - \frac{t}{2}\right)$$

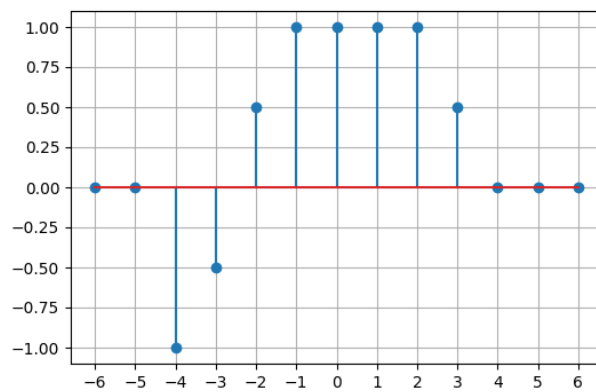
(ج)

$$x(t) \left[\delta\left(t + \frac{3}{2}\right) - \delta\left(t - \frac{3}{2}\right) \right]$$

(د)

$$[x(t) + x(-t)] u(t)$$

۳. شکل زیر سیگنال گسسته‌ای را نشان می‌دهد. بر اساس آن سیگنال‌های زیر را رسم و مقدارگذاری نمایید.



(الف)

$$x[n] u[3-n]$$

(ب)

$$\frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{2}(-1)^n x[n]$$

(ج)

$$x[(n-1)^2]$$

۴. سیگنال‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$x(t) = e^{j\omega_0 t}, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$x[n] = x(nT) = e^{j\omega_0 nT}$$

(الف) نشان دهید $x[n]$ تنها به شرطی متناوب است که T/T_0 عدد گویایی باشد، یعنی اگر و تنها اگر مضربی از فاصله نمونه‌برداری دقیقاً برابر مضربی از دوره تناوب $x(t)$ باشد.

(ب) فرض کنید $x[n]$ متناوب است یعنی داریم:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{p}{q}, \quad p, q \in \mathbb{Z}$$

دوره تناوب پایه و فرکانس پایه $x[n]$ چیست؟ فرکانس پایه را به صورت کسری از $\omega_0 T$ بیان کنید.

(ج) با فرض

$$\frac{T}{T_0} = \frac{p}{q}, \quad p, q \in \mathbb{Z}$$

دقیقاً تعیین کنید که چند دوره تناوب $x(t)$ لازم است تا نمونه‌های یک دوره تناوب $x[n]$ به دست آید.

۵. برای سیگنال‌های زیر انرژی و توان را محاسبه نمایید.

$$x_1(t) = e^{-2t} u(t)$$

$$x_2[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$x_3(t) = e^{j(2t + \frac{\pi}{4})}$$

$$x_4[n] = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

۶. نشان دهید اگر x_1 سیگنالی فرد و x_2 سیگنالی زوج باشد، آنگاه سیگنال زیر فرد است:

$$x[n] = x_1[n]x_2[n]$$

۷. فرض کنید سیگنال x سیگنالی دلخواه با قسمت‌های زوج و فرد به شکل زیر باشد:

$$x_o[n] = \text{Odd} \{x[n]\}$$

$$x_e[n] = \text{Even} \{x[n]\}$$

نشان دهید:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_o^2[n] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_e^2[n]$$

۸. سیستمی با رابطه ورودی خروجی زیر را در نظر بگیرید. سیستم از لحاظ خطی بودن و تغییرپذیری با زمان چه خاصیتی دارد؟ استدلال خود را بیان کنید.

$$y(t) = \begin{cases} \frac{x(t)}{|x(t)|} & x(t) \neq 0, \\ 0 & x(t) = 0. \end{cases}$$

۹. معکوس‌پذیری سیستم زیر را مورد بررسی قرار دهید.

$$y(t) = \begin{cases} x(t-1) & t \geq 1, \\ x(-t+1) & t < 1 \end{cases}$$

۱۰. سیستم زمان گسسته با رابطه ورودی و خروجی زیر را در نظر بگیرید. سیستم را از لحاظ تغییرپذیری با زمان و معکوس‌پذیری بررسی نمایید.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-2k]$$

۱۱. تعیین کنید هر یک از سیستم‌های زیر وارون‌پذیر هستند یا خیر. در صورت وارون‌پذیر بودن وارون آن را بیابید. در غیر این صورت دو سیگنال متمایز بیابید که پاسخ سیستم به آن‌ها یکسان باشد.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} x[k]$$

$$y(t) = \cos(x(t))$$

۱۲. تعیین کنید هر یک از سیستم‌های زیر کدام یک از خواص حافظه‌دار بودن، تغییرپذیری با زمان، خطی بودن، پایداری و علی بودن را دارند:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

$$y[n] = \begin{cases} x[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ x[n+1], & n \leq -1 \end{cases}$$