

# Bài toán định tuyến phương tiện với giới hạn trọng tải

*Ứng dụng thuật toán đa nhiệm với kỹ thuật mã hóa tường minh cho bài toán tối ưu vận tải*

Nhóm 3 - Tiến hóa đa nhiệm

Ngày 30 tháng 11 năm 2023

# Mục lục

Giới thiệu: Tối ưu đa nhiệm

Bài toán định tuyến phương tiện có giới hạn trọng tải

## Giới thiệu: Tối ưu đa nhiệm

### Phân loại kĩ thuật mã hóa

Bài toán định tuyến phương tiện có giới hạn trọng tải

Giới thiệu bài toán

Chuyển giao tường minh

Giải mã giải thuật

# Kĩ thuật mã hóa

Các thuật toán Tiến hóa đa nhiệm (Evolutionary Multitasking - EMT) có thể được phân loại chung thành 2 nhóm:

## 1. EMT chuyển giao hàm ẩn:

- Sử dụng một quần thể duy nhất.
- Biểu diễn lời giải thông nhất.
- Chuyển giao tri thức diễn ra ngầm thông qua toán tử lai ghép nhiễm sắc thể.

## 2. EMT chuyển giao tường minh:

- Mỗi bài toán sử dụng một quần thể với các cơ chế di truyền (lai ghép, đột biến) riêng.
- Thiết kế thêm một toán tử để thực hiện chuyển giao kiến thức giữa các quần thể của các nhiệm vụ khác nhau: Bộ Tự động mã hóa khử nhiễu (Denoising Autoencoder - DAE).

# Hạn chế nảy sinh

Lưu ý rằng mô hình DAE yêu cầu đầu vào và đầu ra là vector số thực, thuật toán EMT đề xuất trước đó chỉ xử lý được các bài toán tối ưu liên tục và sẽ thất bại trên các vấn đề tối ưu tổ hợp mà lời giải được biểu diễn bằng số nguyên rời rạc.

Khắc phục hạn chế này, ta đề xuất thuật toán Tiến hóa đa nhiệm tường minh mới để giải quyết các bài toán tối ưu tổ hợp.

Giới thiệu: Tối ưu đa nhiệm  
Phân loại kĩ thuật mã hóa

## Bài toán định tuyến phương tiện có giới hạn trọng tải

Giới thiệu bài toán

Chuyển giao tường minh

Giải mã giải thuật

## Phát biểu bài toán

Xét bài toán Định tuyến phương tiện có trọng tải (Capacitated Vehicle Routing Problem - CVRP), một biến thể có VRP cổ điển. CVRP là bài toán NP-khó, với mục tiêu thiết kế một tập hợp các lộ trình xe, trong đó một đội xe giao hàng với sức chứa đồng nhất cần phục vụ nhu cầu của khách hàng được biết trước với một hàng hóa duy nhất, từ một kho chung với chi phí tối thiểu.

Một cách Toán học, CVRP được định nghĩa như sau:

Cho một đồ thị vô hướng  $G = (V, E)$  có tập đỉnh ứng với tập khách hàng  $V = \{v_i : i = \overline{1, n}\}$  và cạnh  $e_{ij} \in E$  biểu diễn đường đi giữa khách hàng  $v_i$  với  $v_j$ .

- $v_0$  biểu thị kho hàng nơi  $k$  xe giống nhau được đặt.
- Mỗi cạnh  $e_{ij}$  được gán trọng số  $c_{ij} \geq 0$ , đại diện cho khoảng cách giữa  $v_i$  và  $v_j$ .
- Tập nhu cầu  $\mathcal{D} = \{d(v_i) : i = \overline{1, n}\}$  với  $d(v_i) > 0$  thể hiện khối lượng hàng hóa khách hàng  $v_i$  cần phục vụ.

## Yêu cầu bài toán

CVRP nhằm thiết kế một tập hợp các lộ trình  $\mathcal{S} = \{R_i : i = \overline{1, k}\}$  với chi phí tối thiểu thỏa mãn đồng thời:

- Mỗi lộ trình  $R_i$  đều xuất phát và kết thúc tại nút kho  $v_0$ .
- Tổng tải trọng mỗi lộ trình  $R_i$  không vượt quá sức chứa  $Q$  của mỗi xe, hay  $\sum_{v \in R_i} d(v) \leq Q$ .
- Với mỗi khách hàng  $v_i$ , có một và chỉ một lộ trình  $R_j$  đi qua.

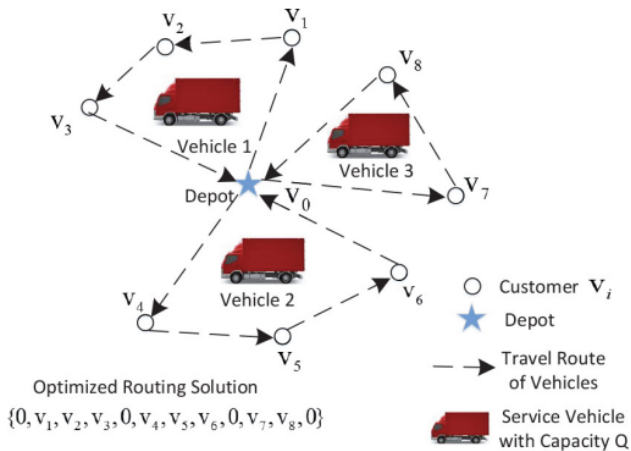
Hàm mục tiêu của VCRP được định nghĩa là:

$$\text{cost}(\mathcal{S}) = \sum_{i=1}^k \text{dis}(R_i)$$

Trong đó  $\text{dis}(R_i)$  là tổng khoảng cách các cạnh chứa trong lộ trình  $R_i$ .



# Minh họa CVRP



Hình 1: Mô hình bài toán Định tuyến phương tiện có trọng tải

## EMT tường minh giữa các CVRP

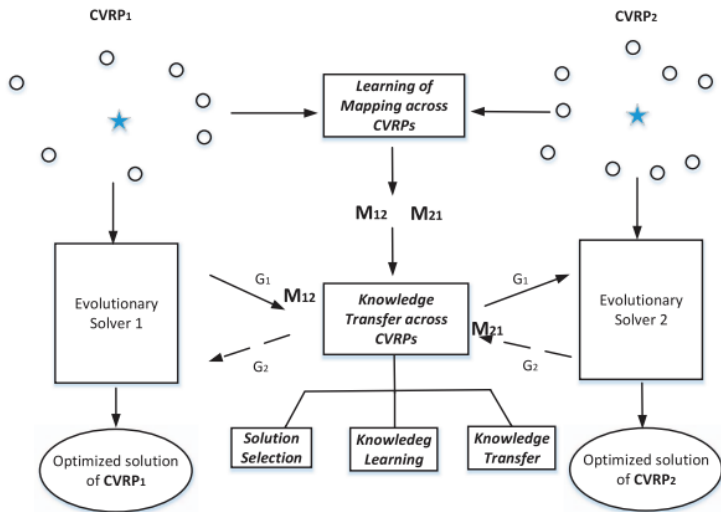
1. Bắt đầu bằng việc xây dựng ánh xạ  $\mathcal{M}_{12}$  từ  $\text{CVRP}_1$  sang  $\text{CVRP}_2$  và  $\mathcal{M}_{21}$  từ  $\text{CVRP}_2$  sang  $\text{CVRP}_1$ , dựa trên dữ liệu bài toán, tức phân phối khách hàng.

Quá trình này đảm bảo rằng các đặc tính hữu ích có thể được chuyển giao tường minh giữa các CVRP có tính chất đa dạng về cấu trúc khách hàng, số lượng phương tiện, và kích cỡ khách hàng.

2. Tiếp theo, hai trình tiến hóa giải quyết bài toán riêng biệt được sử dụng để tối ưu hóa từng CVRP.

Để đơn giản, có thể chuyển giao sau một số thế hệ cố định. Các phương pháp khác để xác định tần suất chuyển giao cũng có thể được áp dụng.

3. Để giảm hiệu ứng chuyển giao tiêu cực, chúng ta áp dụng quy trình lựa chọn để xác định các giải pháp chất lượng cao cho việc chuyển giao, sau đó là quá trình *học kiến thức* để nắm bắt thông tin hữu ích ẩn có thể được chuyển giao giữa các CVRP. Hơn nữa, việc chuyển giao kiến thức sẽ được thực hiện với các ánh xạ đã xây dựng.



Hình 2: Mô hình EMT tường minh cho CVRP

## Học ánh xạ giữa các CVRP

- Mục tiêu của CVRP là tìm cách phân công khách hàng cho các xe một cách hiệu quả nhất và xác định thứ tự tối ưu cho các khách hàng được phục vụ bởi cùng một xe.
- Để làm được điều này, mục tiêu của việc chuyển đổi kiến thức trong EMT giữa các CVRP là chia sẻ các cách phân công khách hàng và thứ tự phục vụ khách hàng tốt được tìm thấy trong quá trình tìm kiếm tiến hóa qua các CVRP.

Cách ánh xạ khách hàng đơn giản nhất và tốt nhất là ánh xạ một-một. Nghĩa là, đối với mỗi khách hàng trong một CVRP, nếu chỉ có một và chỉ một khách hàng tương ứng trong CVRP khác, thì phân công và thứ tự phục vụ khách hàng có thể được chuyển đổi tương ứng.

Tuy nhiên, vì các CVRP khác nhau có thể có số lượng khách hàng khác nhau, việc học ánh xạ một-một giữa các khách hàng của các CVRP khác nhau là không khả thi. Do đó, ta học ánh xạ khách hàng thừa thớt, để đại diện cho khách hàng của một CVRP bằng cách tìm các khách hàng tương tự nhất trong các CVRP khác.

Xét hai CVRP là  $P_s$  và  $P_t$ , chứa thông tin về khách hàng tương ứng, tức là vị trí khách hàng. Ta sử dụng hai ma trận  $P_s$  và  $P_t$  có kích thước  $d \times n_s$  và  $d \times n_t$  tương ứng (ở đây,  $d$  là số đặc trưng để biểu diễn vị trí của một khách hàng, còn  $n_s$  và  $n_t$  cho biết số lượng khách hàng trong  $P_s$  và  $P_t$ ).

Mục tiêu là tìm các khách hàng từ  $P_s$  để đại diện cho các khách hàng trong  $P_t$ . Hay, chúng ta cần tìm một ma trận biến đổi  $M$  kích thước  $n_s \times n_t$ , sao cho  $P_s \cdot M = P_t$ .

Hơn nữa, để tìm ra các khách hàng tương tự nhất trong  $P_s$  cho các khách hàng trong  $P_t$ , chúng ta tạo ra một ma trận  $M$  thưa thớt thông qua việc giảm thiểu lỗi tái tạo được đánh trọng số dựa trên chuẩn  $L_1$  hiệu chỉnh, công thức được biểu diễn như sau:

$$\min_M \|P_s \cdot M - P_t\|_{\mathcal{F}} + \|D \odot M\|_1$$

Trong đó  $\odot$  là tích từng phần tử (Hadamard) và  $\|\cdot\|_{\mathcal{F}}$  là chuẩn Frobenius.

Ngoài ra,  $D$  là một ma trận kích thước  $n_s \times n_t$ , biểu thị ma trận trọng số để tăng cường sự thưa thớt của ánh xạ  $M$ . Mỗi phần tử  $d_{ij}$  của  $D$  được tính bằng công thức:

$$d_{ij} = \exp \left( e_{ij} - e_{\min}^j \right) \cdot e_{ij}$$

Trong đó:

- $e_{ij}$  biểu thị khoảng cách Euclidean giữa khách hàng thứ  $i$  trong  $P_s$  và khách hàng thứ  $j$  trong  $P_t$ .
- $e_{\min}^j$  biểu thị khoảng cách Euclidean ngắn nhất giữa tất cả các khách hàng trong  $P_s$  đến khách hàng thứ  $j$  trong  $P_t$ .

Để giải bài toán cực tiểu lỗi, ta học từng cột của  $M$  riêng biệt, được biểu diễn như sau:

$$\min_{M_{:j}} \left\| P_s \cdot M_{:j} - P_t^j \right\|_{\mathcal{F}} + \|D_j \cdot M_{:j}\|_1$$

Ở đây:

- $M_{:j}$  biểu thị cột thứ  $j$  của  $M$ .
- $D_j$  là một ma trận đường chéo  $n_s \times n_s$ , trong đó phần tử đường chéo  $d_{ii}^* = d_{ij}$  được tính như công thức trước đó.

Đặt  $K = D_j \cdot M_{:j}$ , bài toán trở thành:

$$\min_K \left\| P_s \cdot D_j^{-1} \cdot K - P_t^j \right\|_{\mathcal{F}} + \|K\|_1$$

Và giải quyết dễ dàng bằng *phương pháp điểm trong*. Cuối cùng,  $M_{:j} = D_j^{-1} \cdot K$ . Khi đó, ánh xạ khách hàng  $M_{st}$  giữa các CVRP được xác định bằng cách kết hợp các cột  $M_{:j}$ .



## Chuyển giao tri thức giữa các CVRP

Dựa trên các ánh xạ khách hàng đã học  $M$  giữa các CVRP, việc chia sẻ kiến thức để tăng cường hiệu suất EMT diễn ra trong quá trình tìm kiếm tiến hóa trực tuyến. Cụ thể, việc chia sẻ kiến thức qua các CVRP bao gồm 3 thành phần sau:

### 1. Lựa chọn lời giải:

- Việc lựa chọn các lời giải để chuyển giao kiến thức giữa các lĩnh vực CVRP quan trọng để tăng cường hiệu suất EMT, vì chuyển giao kiến thức không thích hợp sẽ mang lại tác động chuyển giao tiêu cực.
- Trong CVRP, thông tin hữu ích được nhúng trong các lời giải CVRP chất lượng cao.

Ta đề xuất lựa chọn  $Q$  lời giải tối ưu nhất, dựa trên giá trị mục tiêu, từ miền CVRP nguồn để chuyển đến miền CVRP đích khi việc chia sẻ kiến thức được kích hoạt.

## 2. Học kiến thức:

- Quá trình này nhằm bắt lấy thông tin hữu ích được nhúng trong mỗi lời giải được lựa chọn, có thể được chuyển giao giữa các CVRP khác nhau.
- Quá trình tối ưu hóa của một CVRP có thể được hiểu là 2 giai đoạn riêng biệt.
  - i Giai đoạn đầu tiên liên quan đến việc phân công hoặc gom nhóm các khách hàng cần phục vụ vào các phương tiện phù hợp.
  - ii Giai đoạn thứ hai dùng để tìm ra thứ tự phục vụ tối ưu của từng phương tiện cho các khách hàng được phân công trong giai đoạn 1.

Vì vậy, nếu chúng ta có khả năng học được sự tương tự giữa các khách hàng, thông tin về việc phân công tối ưu và thứ tự phục vụ có thể dễ dàng thu được thông qua việc nhóm ghép (clustering) và sắp xếp khoảng cách giữa các khách hàng theo cặp (pairwise distance sorting).

Gọi  $p_s, p_t$  là miền của CVRP nguồn và đích,  $s_s$  là lời giải lựa chọn từ  $p_s$ .

- i Trước tiên, ta xây dựng ma trận khoảng cách  $DM$  kích thước  $n_s \times n_s$  cho tất cả các khách hàng trong  $p_s$ , trong đó  $n_s$  là số lượng khách hàng.
- ii Mỗi phần tử  $dm_{ij}$  trong  $DM$  biểu thị khoảng cách giữa khách hàng thứ  $i$  và khách hàng thứ  $j$ .
- Ma trận khoảng cách mới này làm cho các khách hàng được phục vụ bởi cùng một phương tiện gần nhau, trong khi giữ cho các khách hàng được phục vụ bởi các phương tiện khác thì xa nhau.
- Hơn nữa, khoảng cách giữa các khách hàng được phục vụ bởi cùng một phương tiện tăng theo tỉ lệ tuyến tính dựa trên thứ tự dịch vụ tương ứng.

Sau đó, một biểu diễn mới  $p_s^{\text{new}}$  của  $p_s$  thu được bằng kĩ thuật điều chỉnh đa chiều (multidimensional scaling) thông qua ma trận  $DM$ .

Optimized CVRP Solution

$\{0, v_1, v_2, v_3, 0, v_4, v_5, v_6, 0, v_7, v_8, 0\}$

0	$\alpha$	$2\alpha$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$
$\alpha$	0	$\alpha$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$
$2\alpha$	$\alpha$	0	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$
$\beta$	$\beta$	$\beta$	0	$\alpha$	$2\alpha$	$\beta$	$\beta$
$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\alpha$	0	$\alpha$	$\beta$	$\beta$
$\beta$	$\beta$	$\beta$	$2\alpha$	$\alpha$	0	$\beta$	$\beta$
$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	0	$\alpha$
$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$\alpha$	0

Hình 3: Minh họa ma trận khoảng cách:  $\alpha$  nhỏ,  $\beta$  rất lớn

### 3. Chuyển giao tri thức

- Với việc ánh xạ khách hàng thừa thớt đã học được  $M$  giữa các miền CVRP (tức là  $\mathcal{M}_{12}$  và  $\mathcal{M}_{21}$ ), và đại diện khách hàng CVRP mới  $p_s^{\text{new}}$  dựa trên  $s_s$ , quá trình chuyển giao kiến thức giữa các CVRP có thể được thực hiện qua phép nhân ma trận đơn giản.
- Tiếp theo, cho mỗi giải pháp  $s_s$  được chọn để chuyển giao,  $p_s^{\text{new}}$  được ước lượng, là ma trận  $d \times n_s$ , với  $d$  là số lượng đặc trưng khách hàng mới học được.
- Đại diện khách hàng xấp xỉ của  $p_t$  sau đó được thu được qua  $p_t^{\text{new}} = p_s^{\text{new}} \cdot \mathcal{M}_{12}$ .
- Tiếp theo, để thu được giải pháp CVRP đã chuyển giao cho  $p_t$ , ta thực hiện phân cụm K-means với các khởi tạo ngẫu nhiên trên  $P_{\text{new } t}$  để xác định phân công khách hàng cho các phương tiện.
- Sau đó, để thu được lời giải CVRP đã chuyển giao cho  $p_t$ , ta thực hiện phân cụm K-means với các khởi tạo ngẫu nhiên trên  $p_t^{\text{new}}$  để xác định phân công khách hàng cho các phương tiện.

- Hơn nữa, thứ tự phục vụ của mỗi phương tiện sau đó được đặt được bằng cách sắp xếp khoảng cách từng cặp giữa các khách hàng sử dụng  $p_t^{\text{new}}$  theo thứ tự tăng dần.
- Hai khách hàng có khoảng cách lớn nhất sẽ sau đó chỉ ra khách hàng đầu tiên và cuối cùng được phục vụ.
- Lấy khách hàng đầu tiên làm điểm tham chiếu, thứ tự phục vụ của các khách hàng còn lại được xác định theo thứ tự đã sắp xếp.
- Cuối cùng, giải pháp đã chuyển giao giữa các CVRP, được chèn vào quần thể của  $p_t$  để trải qua chọn lọc tự nhiên, và làm thiên lệch quá trình tìm kiếm tối ưu hóa theo hướng tương ứng.

# Tóm tắt thuật toán

## Thuật toán: EMT tường minh giải CVRP

*Chuyển giao từ CVRP<sub>1</sub> sang CVRP<sub>2</sub>*

1. Đặt  $p_s$  (nguồn) và  $p_t$  (đích) tương ứng là CVRP<sub>1</sub> và CVRP<sub>2</sub>
2. Tập lời giải được chọn  $\mathcal{S} = \{s_i : i = \overline{1, Q}\}$
3. Vòng lặp  $i = \overline{1, Q}$ :
  - i Đặt  $s_s = s_i$  và ước lượng  $p_s^{\text{new}}$
  - ii Thu được  $p_t^{\text{new}} = p_s^{\text{new}} \cdot \mathcal{M}_{12}$
  - iii Phân cụm K-means và sắp xếp khoảng cách theo cặp để thu được lời giải cho  $p_t$  từ  $p_t^{\text{new}}$
  - iv Chèn lời giải chuyển giao vào quần thể và tiến hành chọn lọc