

高佳维, 戎昭金, 魏勇, 王誉棋, 岳铄辰, 石振, 顾炜东, 汪东泉, 翟帅瑜, 李欣舟. 2024. 地球与行星内源磁场建模研究进展. 地球与行星物理论评(中英文), 55(6): 619-637. doi: 10.19975/j.dqyxx.2024-006.

Gao J W, Rong Z J, Wei Y, Wang Y Q, Yue Y C, Shi Z, Gu W D, Wang D Q, Zhai S Y, Li X Z. 2024. Progress in the modeling of Earth and planetary internal magnetic fields. Reviews of Geophysics and Planetary Physics, 55(6): 619-637 (in Chinese). doi:10.19975/j.dqyxx.2024-006.

地球与行星内源磁场建模研究进展

高佳维^{1,2}, 戎昭金^{1,2*}, 魏勇^{1,2}, 王誉棋^{1,2}, 岳铄辰^{1,2}, 石振^{1,2}, 顾炜东^{1,2},
汪东泉^{1,2}, 翟帅瑜^{1,2}, 李欣舟¹

1 中国科学院地质与地球物理研究所 地球与行星物理重点实验室, 北京 100029

2 中国科学院大学 地球与行星科学学院, 北京 100049

摘要: 太阳系绝大多数行星都拥有随星体自转而共转的内源磁场. 随着人类不断地进行深空探测, 人们已经对所有已知具有内源磁场的太阳系星体建立起了其对应的行星磁场模型. 行星磁场建模是深入研究行星内部动力学过程、探究行星演化历史、理解行星磁场与太阳风相互作用、认识行星磁场对高能带电粒子的屏蔽效应等多种研究方向的重要基础. 同时, 行星磁场建模也是一项多学科交叉的研究工作, 其涉及到行星磁场建模理论、内外源磁场场源分离、参数反演方法与方程优化等多方面的研究. 本文综述了地球与太阳系其他行星, 包括月球以及木卫三两颗卫星在磁场建模方向的研究进展, 描述了行星内源磁场的特征, 整理了太阳系行星最准确的全球磁场模型. 本文首先从行星磁场的数学建模方法开始, 梳理了自高斯时代以来磁场建模技术的发展历史, 介绍了行星磁场建模研究的热点方法. 文章最后展望了未来行星磁场建模研究的发展趋势, 以及我国未来的深空探测计划对行星磁场建模研究的可能贡献.

关键词: 地球磁场; 行星磁场; 内源磁场; 磁场建模; 建模方法

doi: 10.19975/j.dqyxx.2024-006

中图分类号: P318

文献标识码: A

Progress in the modeling of Earth and planetary internal magnetic fields

Gao Jiawei^{1,2}, Rong Zhaojin^{1,2*}, Wei Yong^{1,2}, Wang Yuqi^{1,2}, Yue Yaochen^{1,2}, Shi Zhen^{1,2}, Gu Weidong^{1,2},
Wang Dongquan^{1,2}, Zhai Shuaiyu^{1,2}, Li Xinzhou¹

1 Key Laboratory of Earth and Planetary Physics, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences,
Beijing 100029, China

2 College of Earth and Planetary Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: A majority of the planets in the Solar System are characterized by intrinsic magnetic fields that co-rotate with these celestial bodies. With ongoing advances in human deep-space exploration, magnetic field models have been established for all known Solar System bodies with intrinsic magnetic fields. Planetary magnetic field modeling serves as a fundamental basis for a diverse range of research objectives, including investigations of planetary internal dynamical processes, examinations of planetary evolutionary histories, determinations of the interactions between planetary magnetic fields and the solar wind, and estimations of the shielding effects of planetary magnetic fields against high-energy charged particles. Furthermore, the modeling of planetary magnetic fields rep-

收稿日期: 2024-01-29; 录用日期: 2024-02-17

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(42304186); 中国科学院重点部署资助项目(ZDBS-SSW-TLC00103); 中国科学院地质与地球物理研究所重点研究资助项目(IGGCAS-201904, IGGCAS-202102); 中国博士后面上基金资助项目(2023M743466)

Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 42304186), the Key Research Program of Chinese Academy of Sciences (Grant No. ZDBS-SSW-TLC00103), the Key Research Program of the Institute of Geology & Geophysics, CAS (Grant Nos. IGGCAS-201904, IGGCAS-202102), and the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 2023M743466)

第一作者: 高佳维(1994-), 男, 博士后, 主要从事火星空间环境的研究. E-mail: gaojw@mail.iggcas.ac.cn

*通信作者: 戎昭金(1982-), 男, 研究员, 主要从事行星空间物理的研究. E-mail: rongzhaojin@mail.iggcas.ac.cn



resents an interdisciplinary research endeavor, encompassing aspects such as the theories of magnetic field modeling, separation of internal and external magnetic field sources, parameter inversion methods, and equation optimization. In this paper, we provide a comprehensive review of the progress in magnetic field modeling for the Earth, other planets in the Solar System, and also the Moon and Ganymede, one of Jupiter's moon. We describe the characteristics of the intrinsic magnetic fields of planets and present details of the most accurate global magnetic field models for Solar System planets. Starting with mathematical modeling methods for planetary magnetic fields, we outline the development of magnetic field modeling techniques since the era of Gauss and identify the current hot topics in this field. The review concludes with a forward-looking perspective on the trends in magnetic field modeling research and the potential contributions of China's future deep-space exploration to the study of planetary magnetic fields.

Keywords: Earth magnetic field; planetary magnetic field; internal magnetic field; magnetic field model; modeling method

0 引言

太阳系中大部分行星都具有随星体自转而共转的内源磁场,一般也称为内禀磁场.内源磁场指由行星内部磁源所产生的磁场,而外源磁场指的是行星外部空间的磁源或行星与太阳风(或行星风)相互作用所产生的磁场.因此,由地球内部发电机过程产生的磁场和由岩石记录的岩石圈磁场属于内源场.电离层电流、磁层电流等空间电流体系产生的磁场属于外源场.目前已知,在太阳系的行星中,除金星以外的所有行星均观测到了显著的内源磁场,并且在月球、木卫三(Ganymede)这两颗卫星上也观测到了内源磁场(Glassmeier and Heyner, 2021; Schubert and Soderlund, 2011).其中水星、地球、木星、木卫三、土星等星球的磁场整体上近似为一个偶极型磁场,普遍认为这种偶极型磁场是由行星内部发电机过程产生的.月球、火星当前则没有全球性的偶极型磁场,其星体表面的磁场分布具有局部性和区域性的特征,人们猜测这种磁场起源于星球的岩石圈,很有可能是由星球的岩石记录了古代发电机的磁场所形成的“剩余磁场”.地球与水星则同时拥有全球偶极型磁场和局部岩石圈磁场,因此具有多尺度的磁场分布特征.

行星磁场的观测与建模在诸多研究领域发挥着关键作用.行星磁场为科学家们提供认识行星内部结构以及动力学过程的重要线索.例如,人们推测地球的磁场源于其液态外核的发电机过程,因此研究地球磁场提供了研究地球内部运动的窗口(Stanley, 2014).行星磁场的演化历史可能反映了行星内部结构和化学组成随时间的演化规律(Tarduno et al., 2015).通过研究行星磁场,可以更好地理解

行星的形成和演化过程(Connerney et al., 2005).由于带电粒子的运动轨迹在磁场中会发生偏转,行星磁场对于保护行星表面免受太阳风粒子和宇宙射线高能粒子的直接侵袭(Gao et al., 2022a),并调制了行星宜居环境以及地球生命演化的过程(Pan and Li, 2023).行星磁场对行星的气候和大气层也有重要影响,行星磁场的演化可能会影响到行星大气中的动力学过程和光化学过程,进而影响行星的气候与表面环境(Kilifarska et al., 2015).由于行星磁场、行星大气、太阳风等主要因素共同控制了行星的辐射环境,因此对行星磁场的了解和建模对设计和执行航天任务也至关重要.磁场模型可以帮助科学家和工程师规划飞行器飞行路径,保护航天器和航天员免受银河宇宙线、太阳宇宙线辐射或行星辐射带的影响(Elsasser et al., 1956; Lejosne and Kollmann, 2020).总而言之,行星磁场是多个科学领域研究的聚焦点,它对理解太阳系行星的形成与演化、保护和监测行星的环境、以及推动未来的空间探索都具有极大的价值.

行星磁场建模是对行星磁场的分布进行数学描述的一种过程,它是研究行星磁场空间分布以及其随时间演化的一种重要手段.第一个行星磁场模型是德国数学家高斯(Carl-Friederich Gauss)建立的.高斯在1838年给出了磁场球谐展开的数学表达式,根据地球上84个不同位置的地表地磁观测数据求解了球谐系数,首次获得了地球磁场的全球分布规律(如图1a所示)(Gauss and Weber, 1840; Glassmeier and Tsurutani, 2014).经过近两个世纪地磁学的发展,我们对地磁场的了解已不仅局限于地表

的磁场观测,通过地磁卫星、地磁台站、近表面无人机、海洋拖拽以及气球漂浮等手段可以多方位监测

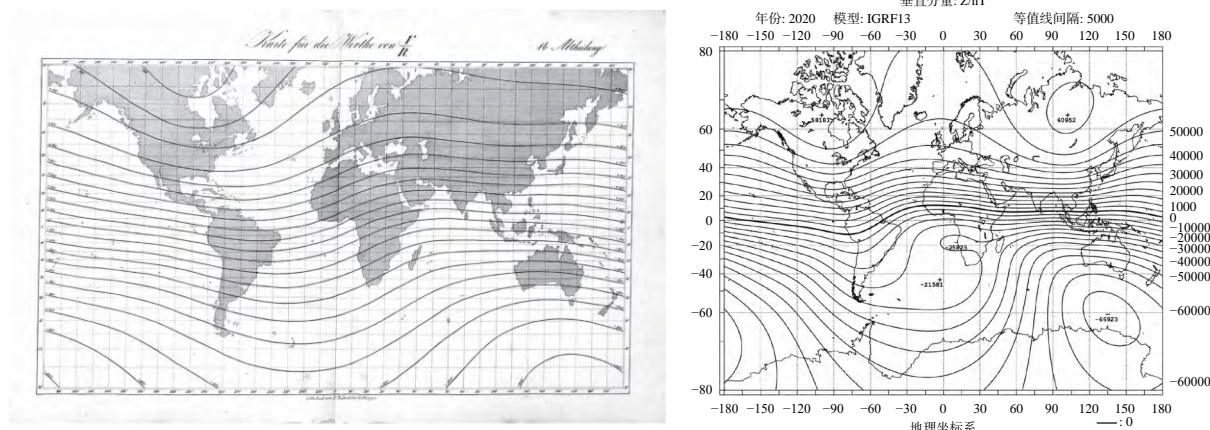


图 1 左图: 高斯绘制的地磁场等值线图 (引自 Glassmeier and Tsurutani, 2014); 右图: IGRF-13 模型绘制的地磁场垂直分量图 (来自 <https://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/igrf/index.html>)

Fig. 1 Left: A map of geomagnetic field contour lines depicted by Gauss (from Glassmeier and Tsurutani, 2014). Right: A map of geomagnetic field vertical components derived using the IGRF-13 model (from <https://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/igrf/index.html>)

地球磁场, 地球磁场的建模也已经达到了前所未有的精度 (Alken et al., 2021) (如图 1b 所示). 但从建模数学方法的角度上来说, 徐文耀 (2009) 认为, 尽管如今地磁场建模的精度已经显著提升, 对地磁场分布的数学描述水平却一直没有超越高斯的理论框架. 如今的地磁场建模不局限于通过直接磁场观测得到的现代数据, 通过古地磁的研究, 我们可以构建过去十万年甚至更长时间的地磁场模型 (Panovska et al., 2019). 进入深空探测时代后, 随着人造卫星在太阳系其他行星周围的磁场测量, 人们已经在太阳系中所有拥有显著内源磁场的行星以及部分卫星 (月球、木卫三) 上建立了行星磁场模型, 极大地丰富了人们对太阳系的认知. 本文将对近年来行星磁场建模的研究进展进行简要综述, 介绍行星内源磁场建模的常见方法以及现有的精度最高的行星磁场模型, 着重探讨了磁场建模方法的研究进展. 最后, 本文展望了行星磁场建模研究的发展态势以及未来的研究热点.

1 内源磁场建模方法

磁场的观测是离散的, 对磁场的连续分布进行数学方法描述的过程统称为磁场建模. 球谐模型和等效偶极模型是行星磁场建模中应用最为广泛的方法. 球谐模型的优势是可以区分内部和外部的场源, 缺点为需要较为完整的空间数据覆盖. 等效偶极子模型的优势是模型的建立仅需要局地的磁场观测, 缺点是需要对磁场的源进行过多假设. 本节将介绍球谐模型以及等效偶极子模型的基本原理, 介绍常用的模型参数估计方法, 并对磁场建模方法研究作

展望.

1.1 球谐模型

假设磁场不随时间有瞬时的变化, 在行星磁场建模研究中通常指的是研究的时间尺度远大于 1 s (Olsen and Kotsiaros, 2010). 此时, 磁场 \mathbf{B} 的源为电流 \mathbf{J} , 即电荷的相对运动, 在不考虑相对论效应的前提下有 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$. 在没有电流的区域, 磁场可以表示为标量势 V 的负梯度 $\mathbf{B} = -\nabla V$. 标量势 V 满足拉普拉斯方程, 即:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1)$$

若不考虑空间电流体系, 在行星表面或接近行星表面的大气层中进行的磁场测量近似满足拉普拉斯方程. 满足拉普拉斯方程 V 的解有无穷多组, 一种常见的解该方程的方法是分离变量法, 即假设 $V(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$. 球谐函数是三维空间中拉普拉斯方程在球坐标系下的一组通解. 当使用分离变量法后, 拉普拉斯方程可以分解为如下三个常微分方程 (ordinary differential equation, ODE):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Phi(\phi)}{d\phi^2} + m^2 \Phi(\phi) &= 0 \\ \frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \Theta(\theta) &= -\lambda \Theta(\theta) \quad (2) \\ \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR(r)}{dr} \right) &= \lambda R(r) \end{aligned}$$

其中第二个方程通常被称为勒让德方程 (Legendre equation). 勒让德方程的通解为超几何方程 (hypergeometric equation, Gauss, 1813).

$$\Theta(x) = P_n^m(\cos\theta) = K_n^m \cdot (\sin\theta)^m \times F(m-n, m+n+1; m+1; \frac{1}{2} - \frac{x}{2}) \quad (3)$$

其中 $F(a, b; c; z)$ 为超几何方程, 定义为 $F(a, b; c; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_k (b)_k}{k! (c)_k} z^k, |z| < 1$. 其中 $(a)_n$ 为平移阶乘 (shifted factorials). 超几何方程的具体求解过程可以参见 Hobson (1931) 或高佳维 (2022). 基于对拉普拉斯方程的求解, 磁势 V 可以表达为:

$$V(r, \theta, \phi, t) = V_i(r, \theta, \phi, t) + V_e(r, \theta, \phi, t) \quad (4)$$

$$V_i(r, \theta, \phi, t) = a \sum_{n=1}^N \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m(t) \cos m\phi + h_n^m(t) \sin m\phi) \cdot P_n^m(\cos\theta) \quad (5)$$

$$V_e(r, \theta, \phi, t) = a \sum_{n=1}^N \left(\frac{r}{a}\right)^n \sum_{m=0}^n (q_n^m(t) \cos m\phi + s_n^m(t) \sin m\phi) \cdot P_n^m(\cos\theta) \quad (6)$$

其中, $g_n^m(t)$ 、 $h_n^m(t)$ 、 $q_n^m(t)$ 、 $s_n^m(t)$ 被称为球谐系数 (spherical harmonic coefficients), 这些球谐系数可以是时间的函数. a 通常取行星的半径, $V_i(r, \theta, \phi, t)$ 代表内源场, 而 $V_e(r, \theta, \phi, t)$ 代表外源场, 并由 $\mathbf{B} = -\nabla V$ 计算磁场的三分量. 在行星磁场建模中, $P_n^m(\cos\theta)$ 常使用施密特半正则化缔合勒让德函数 (Schmidt semi-normalized associated Legendre function, Winch et al., 2005). 但需注意的是, 使用其他正则化函数 (例如高斯正则化, Gauss normalized) 的磁场模型同时存在且应用广泛, 使用时应当注意施密特函数中的常数项 (Cain et al., 1967). 建立球谐模型即建立球坐标系, 并求解球谐系数的过程.

在获得球谐系数后, 可以根据球谐系数计算磁偶极矩 (dipole moment)、偶极倾角 (dipole tilt)、以及偶极成分占比 (dipolarity) 等描述行星磁场整体特征的参数, 具体可以表达如下:

磁偶极矩表示利用球谐函数拟合的磁偶极子的强度:

$$DM = \frac{4\pi}{\mu_0} a^3 \sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2} \quad (7)$$

其中 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs}/(\text{Am})$ 是真空的磁导率. 偶极子倾角指偶极轴朝向的余纬度 (colatitude), 可以通过球谐系数估计为:

$$\cos\theta_D = \frac{g_1^0}{\sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}} \quad (8)$$

球谐函数估算的偶极轴的纬度为 $\lambda_D = 90^\circ - \theta_D$.

偶极轴的经度为 $\varphi_D = \text{atan}(h_1^1/g_1^1)$. 具体推导过程详见 Bartels (1936) 或 Merrill 和 McElhinny (1996).

此外, 球谐功率谱 (power spectrum) 描述了球谐模型的不同阶数在某一高度的磁场强度均方值 (Lowes, 1966; Mauersberger, 1956):

$$R_n(r) = (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^{2n+4} \sum_{m=0}^n ((g_n^m)^2 + (h_n^m)^2) \quad (9)$$

其中, n 代表球谐阶数, r 表示功率谱计算的高度. 进而, 偶极成分占比 (dipolarity) 为偶极子能量 (dipole power) 占磁场总能量的比值, 计算如下:

$$Di = \frac{2 \cdot \left(\frac{a}{r}\right)^6 \sum_{m=0}^1 ((g_1^m(t))^2 + (h_1^m(t))^2)}{\sum_{l=1}^{L_{\max}} (l+1) \left(\frac{a}{r}\right)^{2l+4} \sum_{m=0}^l ((g_l^m(t))^2 + (h_l^m(t))^2)} \quad (10)$$

1.2 等效偶极子模型

等效偶极子模型 (equivalent source dipoles, ESD), 是一种对磁源的具体位置进行假设的磁场建模方法, 并且广泛应用于地球与行星的磁场建模中 (Langlais et al., 2010; Mayhew, 1979). 假设磁场的源为磁偶极子, 其磁矩的朝向以及大小以 \mathbf{M} 表示, 位于 (r_d, θ_d, ϕ_d) . 在另一位置 (r, θ, ϕ) 处的磁势可以表达为:

$$V_i = -\mathbf{M} \cdot \nabla \frac{1}{l} \quad (11)$$

其中:

$$l = (r_d^2 + r^2 - 2r_d r (\cos\theta \cos\theta_d + \sin\theta \sin\theta_d \cos(\phi - \phi_d)))^{1/2} \quad (12)$$

根据磁势 V_i , 可以进一步通过计算梯度获得磁场 $\mathbf{B} = -\nabla V$. 偶极子位置代表磁源的位置, 一般将其放置于行星的内部. 通常, 采用位于同一平面内的均匀分布的偶极子作为磁场的源, 也可以采用不同深度多层的偶极子作为磁源 (高佳维, 2022; Li et al., 2020).

相比球谐模型, 等效偶极子模型有如下优点. 首先, 利用等效偶极子模型可以进一步推导地下磁源磁化率的特征. 磁化率对解释磁场的产生机制可以起到辅助作用. 其次, 作为一种局地建模方法, 等效偶极子模型不需要全球范围内覆盖均匀的数据, 仅需要建模处的局部数据. 等效偶极子模型的空间分辨率受偶极子的位置以及埋深限制. 通常, 对于描述相同的数据并达到相同的模型分辨率, 偶极子

模型使用的参数是球谐模型使用参数的两倍以上. 更多的参数通常可以提供更为细节的磁场信息, 不过求解这些参数时需谨慎对待数据过拟合的问题: 若过分假设磁源的位置以及强度, 则很有可能在向下延拓时提供错误的信息 (高佳维, 2022).

1.3 参数估计方法

在确定建模的基函数后, 下一个步骤为求解模型系数. 在球谐模型中, 即为求解球谐系数 (如 $g_n^m(t)$ 、 $h_n^m(t)$), 而在等效偶极子模型中, 为求解偶极子的磁矩以及朝向 (\mathbf{M}). 通常, 求解参数时数据点的个数要比未知数个数多. 因此, 磁场建模参数反演面对的是求解超定方程的问题 (而非欠定方程, 即未知数比观测点数目多). 从信息论的角度而言, 求解超定方程等价于最优化问题 (optimizing) (Aster et al., 2018). 因此, 磁场建模的参数反演问题本质上是一个最优化问题. 本节简要介绍行星磁场建模使用的参数反演方法. 绝大多数研究求解球谐系数和等效偶极子参数时采用了线性反演理论, 即模型参数与模型输出是线性变化的 (Kother et al., 2015). 目前非线性反演理论如贝叶斯 (Bayesian approach) 反演得到了迅猛的发展 (Hastie et al., 2009), 感兴趣的读者可以参考 Mauerberger 等 (2020).

对于观测数据 \mathbf{d} 、模型参数 \mathbf{m} , 以及模型函数 \mathbf{G} , 对于球谐模型和等效偶极子模型而言, 人们希望找到一组模型参数, 使得:

$$\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \mathbf{d} \quad (13)$$

在实际的行星磁场建模工作中, 观测 \mathbf{d} 总携带误差, 因此模型值不能完全等同于观测值, 进而有:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}(\mathbf{m}_{\text{true}}) + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{d}_{\text{true}} + \boldsymbol{\eta} \quad (14)$$

其中, $\boldsymbol{\eta}$ 为误差, 是模型与观测的差值. \mathbf{m}_{true} 为真实的模型值, 获得 \mathbf{m}_{true} 即是参数反演的目的. 对于线性反演问题, 有 $\mathbf{G}(\mathbf{am}) = \mathbf{aG}(\mathbf{m})$, 因此有:

$$\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \mathbf{Gm} = \mathbf{d}, \mathbf{r} = \mathbf{d} - \mathbf{Gm} \quad (15)$$

求解参数需要最小化残差 \mathbf{r} , 一种常见的衡量残差 \mathbf{r} 大小的方法是计算残差的范数. 任意数 x 的 P 范数的定义为 $\|x\|_P = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^P \right)^{1/P}$. 1809 年, 高斯在计算谷神星的轨道时即利用了 2 范数 (2-norm), 并定义了最小二乘法. 假设残差服从正态分布 (normally distribution), 残差期望为零, 协方差

为单位矩阵, 通过最小二乘法求解的系数满足极大似然估计 (maximum likelihood estimation), 其解为 (Aster et al., 2018; 高佳维, 2022):

$$\min \sum_{i=1}^m (d_i - (\mathbf{Gm})_i)^2 \quad (16)$$

$$\mathbf{m}_{\text{L}_2} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d}$$

如果 \mathbf{G} 是满秩矩阵, 则 $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$ 存在. 否则需要使用其他近似方法求解 $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$, 最常见的方法为奇异值分解 (singular value decomposition, SVD). 使用最小二乘法的前提是观测满足多元正态分布, 且观测的标准差全部相同. 但当 d_i 的标准差 σ_i 不同时, 要满足极大似然估计, 需满足:

$$\min \sum_{i=1}^m \frac{(d_i - (\mathbf{Gm})_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (17)$$

$$\mathbf{m} = (\mathbf{G}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{d}$$

其中, 权重矩阵 $\mathbf{W} = \text{diag}(\frac{1}{\sigma_1}, \frac{1}{\sigma_2}, \dots, \frac{1}{\sigma_i})$, 为每个观测数据标准差组成的对角矩阵. 若误差满足独立的正态分布, 模型参数的协方差 $\text{Cov}(\mathbf{m})$ 为:

$$\text{Cov}(\mathbf{m}) = \sigma^2 (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \quad (18)$$

但是, 在实际建模工作中, 模型参数的协方差通常不是对角矩阵, 这意味着模型参数之间不是完全相互独立的, 而是具有相关性的. 如果误差满足多元正态分布, 其期望是 0, 其协方差为 $(\mathbf{C}_D)_{i,j} = E[(d_i - E(d_i))(d_j - E(d_j))]$, 因此 \mathbf{C}_D 是对称矩阵而非对角矩阵, 且可以进行特征值分解. 此时, 参数的极大似然估计需满足:

$$\min (\mathbf{Gm} - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{Gm} - \mathbf{d})$$

$$\mathbf{m} = (\mathbf{G}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{d} \quad (19)$$

行星磁场建模时常根据公式 (19) 求解模型系数 (高佳维, 2022; Kother et al., 2015; Morschhauser et al., 2014; Olsen et al., 2014). 实际计算中, 通常可以将公式 (19) 进行简化. 首先, 计算 \mathbf{C}_D^{-1} 需要大量计算资源, 常见的做法是根据数据采样位置划分网格的估计数据协方差 (Cain et al., 1967; Schmitz and Cain, 1983). 例如 Schmitz 和 Cain (1983) 提出了每个网格内协方差的简化公式 $(\mathbf{C}_D)_{ii} = \sigma_i^2 \rho_i$, 其中 σ 为数据标准差, ρ 为数据密度. 其次, 若假设误差是不相关的 (uncorrelated), 且所有数据的权重均相同, 此时 \mathbf{C}_D 为对角矩阵, 且每个元素都为 1. 部分磁场模型使用这种建模方法 (Maus, 2006).

这种方法通常可以将数据分区, 分别计算 $G^T G$ (Maus, 2006). 此外, Holme 和 Bloxham (1996) 提出数据误差 C_D 不一定是各向同性的, 卫星的姿态可能使得 C_D 呈各向异性, 在建模工作中也应当加以考虑.

并非所有行星磁场模型均采用最小化 L2 范数, 最小化 L2 范数容易受到离群值的影响, 即使只有非常少量的离群值也将降低参数求解的稳定性 (Gao et al., 2021; 高佳维, 2022). 与最小化 L2 范数不同, 最小化误差的 L1 范数具有受离群值影响更小的特点, 求解的模型参数相比较 L2 范数具有稳健性 (robust). 例如, Morschhauser 等 (2014) 利用 L1 范数优化了模型求解过程, 该方法被广泛借鉴于地球以及月球的磁场建模中 (Ravat et al., 2020). 找到 L1 范数的解有多种方法, 一种常用的方法称为迭代加权最小二乘法 (iteratively reweighted least squares, IRLS). 求解 L2 范数与 L1 范数是最常见的参数估计方法, 但也有部分研究使用 P-norm 进行参数求解 (Watson, 2000).

求解模型系数的过程即求解超定矩阵的过程, 也是最优化的过程. 一般的线性超定方程组有无穷多组解. 但是实际工作中, 判断哪组解是更符合实际的解通常非常困难. 有一种判断模型优劣的方法是, 希望模型参数本身更小, 即:

$$\min \|Gm - d\|_2^2 + a^2 \|m\|_2^2 \quad (20)$$

其中 a 称为正则化参数 (regularization parameter). 通常, 随着误差的减小, 模型的模会增大, 这种曲线称为 L 曲线 (L-curve), 也称为 trade-off 曲线.

图 2 展示了一个典型的 L 曲线. 通常, 人们需要的“最优解”在曲线的拐点, 即在没有显著增加模型残差时, 模型的模达到最小, 寻找“最优解”的过程通常称为正则化过程 (高佳维, 2022). 正

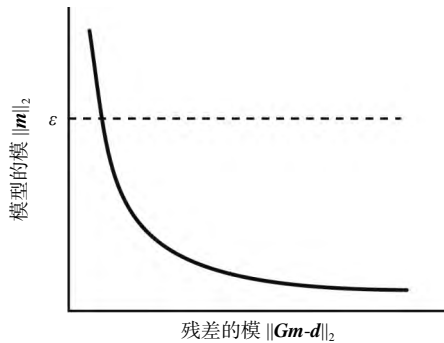


图 2 模型残差以及模型的模的 L 曲线 (引自 Aster et al., 2018)

Fig. 2 The L-curve relationship between residual misfit and model norm (from Aster et al., 2018)

则化在数据有较大误差、模型有较大不确定性时是必要的, 并且广泛地应用于行星磁场建模中 (Gubbins, 1983; Korte and Holme, 2003; Whaler and Gubbins, 1981).

在考虑 L2 正则化时, 将正则化项添加至方程 (16) 中, 有:

$$\min \left\| \begin{bmatrix} G \\ aI \end{bmatrix} m - \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} \right\|_2^2$$

$$m = (G^T C_D^{-1} G + a^2 I)^{-1} G^T C_D^{-1} d \quad (21)$$

在地球磁场建模中, 要求模型参数本身更小并没有实际意义. 相对的, 需求地球表面或核幔边界处磁场垂直分量 B_r 或总强度 $|B|$ 的均方值 (mean square value) 更小则更为合理 (Finlay et al., 2020; Kother et al., 2015; Olsen et al., 2014, 2017). 此时, 想要寻找的最小值为:

$$\min \|Gm - d\|_2^2 + a^2 \|\Lambda(m)\|_2^2 \quad (22)$$

其中 Λ 是关于 m 的函数, 常称为正定的阻尼矩阵 (positive-definite damping matrix). 阻尼矩阵可以有很多种, 最常见的阻尼矩阵为磁场均方值 (L2 范数) 或者磁场的平均强度 (L1 范数). 以阻尼矩阵 L2 范数为例, 阻尼矩阵为对角矩阵:

$$\Lambda = f(l) = (l+1) \left(\frac{R_E}{r} \right)^{2l+4} \quad (23)$$

此时模型的解为:

$$m = (G^T C_D^{-1} G + a^2 \Lambda)^{-1} G^T C_D^{-1} d \quad (24)$$

通常, 正则化因子 a 越大, 模型越光滑, 而误差则较大. 正则化因子越小, 模型越粗糙, 而误差较小. 此外, 现代的磁场建模不仅对磁场强度正则化, 还对磁场随时间变化的导数进行正则化 (Olsen et al., 2014). 例如最小化:

$$\min \|Gm - d\|_2^2 + a_1 m^T \Lambda_1 m + a_2 m^T \Lambda_2 m \quad (25)$$

其中:

$$m^T \Lambda_1 m = \left\langle \left[\frac{\partial^3 B_r}{\partial t^3} \right]^2 \right\rangle \quad (26)$$

指的是地球核幔边界处垂直磁场分量随时间变化的导数 (Gubbins, 1975). 添加随时间的正则化项在构建时变磁场模型时是非常必要的, 可以最小化核幔边界处的欧姆耗散 (Korte et al., 2009). 对于球谐模型和等效偶极子模型而言, 均可利用以上线性反演方法求解模型参数 (Kother et al., 2015). 除此之外, 其他正则化方法, 如最大熵正则化 (maxi-

mum entropy regularization) 是建模优化研究的热点 (Gillet et al., 2007; Otzen et al., 2024)。

1.4 磁场建模方法展望

除了球谐模型以及等效偶极子模型, 人们发展了众多对行星磁场进行建模的基函数, 常见的包括: 小波或局域波函数 (wavelets or localized basis)、球冠谐分析 (spherical cap harmonics analysis, SCHA)、Mie 函数表示法 (Mie representation) 等 (Langlais et al., 2010; Thébaud et al., 2006; Toepfer et al., 2021)。这些方法是球谐和等效偶极子方法的补充和替代, 拓展了磁场模型的应用范围。无论使用什么建模方法, 建模的难点具有普遍性。

行星内源磁场建模的关键问题有: (1) 基函数的选择; (2) 外源磁场的剔除; (3) 参数求解的优化。首先, 模型基函数的选择决定了磁场模型的效果上限。根据磁场的物理特征, 选择合适的基函数是磁场建模需要考虑的第一个问题。对于此问题, 一方面是选择最为合适的满足物理方程 (如 $\nabla^2 \mathbf{V} = 0$) 的基函数 (Thébaud et al., 2006), 另一方面是尽可能地把空间电流体系用数学方程进行描述 (Olsen, 1997)。因此, 磁场建模不仅需要对内源场有深入理解, 对外源场时空分布的了解是限制内源场模型效果的关键因素。其次, 外源磁场的剔除决定了模型的精度。外源磁场的“泄漏”是制约内源磁场模型精度的最主要因素。尽管目前地球上最先进的磁场模型, 如 CM6 模型 (Sabaka et al., 2020), 已经可以将场源分解为六项, 其包括内源磁场、 M_2 潮汐磁场、 N_2 潮汐磁场、 O_1 潮汐磁场、电离层磁场、磁层磁场等, 但远远无法做到完全剔除全部变化磁场 (Sabaka et al., 2020)。尤其在內源磁场的高阶分量求解中, 微弱的外源磁场干扰即可造成显著的精度影响 (Olsen et al., 2017)。对外源磁场的持续研究和建模是支撑内源磁场建模准确性的必要条件。最后, 由于磁场建模参数反演问题本质上是优化问题, 所以参数反演也是模型成功与否的关键。基于此, 需要持续地开发更为可靠的参数求解方法。Schanner 等 (2022) 利用卡尔曼滤波的方法减小模型的不确定度, Gao 等 (2021) 借鉴了机器学习中的交叉检验的思想控制过拟合, Korte 和 Constable (2008) 利用了拔靴法 (bootstrap) 判断模型的误差范围。同时, 也有人开发更多的正则化方法, 如最大熵正则化 (Gillet et al., 2007) 和 L1 正则化 (Morschhauser et al., 2014)。这些研究

均是希望寻找最贴近真实的模型参数, 进而提高模型的适用范围。未来, 人们对行星磁场建模的研究也将着力于解决上述建模关键问题, 进而获得更准确的行星磁场模型。

2 行星磁场模型

目前, 人们已经对所有观测到显著磁场的太阳系天体建立了行星磁场模型。表 1 梳理了对不同行星进行过长时间连续磁场观测的部分卫星和行星磁场整体特征, 并整理了截至目前精度最高的行星磁场模型。表 2 整理了行星磁场的特征参数, 包括行星表面磁场强度、磁偶极矩、偶极倾角以及偶极成分占比。读者可以对应具体的行星直接查阅现有磁场模型, 模型的网址见文章末的数据与来源。图 3 和图 4 分别展示了在行星表面处内源磁场的垂直分量 B_r 以及总强度 $|\mathbf{B}|$ 的分布图, 本节将根据行星距离太阳的远近依次梳理。

2.1 水星

水星的磁场是水手 10 号 (Mariner 10) 在 1974 年飞掠水星时首次观测到的 (Ness et al., 1975)。随后的信使号 (MESSENGER) 卫星长时间连续的观测提供了水星磁场更详细的信息。人们发现, 水星的內源磁场的形态主要是偶极子场, 并且磁轴几乎沿着自转轴。与地球磁场相比, 水星的表面磁场强度接近地球的百分之一 (Anderson et al., 2012)。有趣的是, 水星的磁轴中心似乎偏离了水星中心 (Anderson et al., 2012)。水星表面磁场的垂直分量可见图 3a, 其北半球的磁场强度要显著强于南半球 (图 4a)。有人提出, 水星的偶极中心向北偏移大约 480 ± 10 km, 约等于 0.2 个星球半径 (Anderson et al., 2011)。也有人认为, 水星磁场的南北不对称性并非是由偶极中心的偏移造成的, 而是其自身就运行着一个南北不对称的发电机 (Cao et al., 2014; Takahashi et al., 2019)。人们普遍认为, 水星的磁场是水星内部发电机过程产生的, 但是发电机的源并未得到公认 (Stevenson, 2010)。拥有最多支持者的假说是水星拥有如地球一样的液态磁流体发电机 (Takahashi et al., 2019), 同时有学者提出其磁源可能是被磁化的剩余磁场 (Schubert and Soderlund, 2011), 也有学者提出热对流发电机可能是其磁场的源 (Stevenson, 1987)。

当前, 对水星磁场的建模精度限制在前 5 阶

表 1 开展行星磁场观测的代表性卫星以及行星磁场模型

Table 1 Planetary magnetic field observation satellites and magnetic field models

行星	观测卫星	观测时间	磁场特征	磁场模型
水星	Mariner 10	1974—1975	观测到偶极子磁场以及岩石磁场	Wardinski et al., 2021
	MESSENGER	2008—2015		
地球	Swarm	2013—至今	以偶极子成分占主导, 地球主磁场随时间 不断演化	IGRF (Alken et al., 2021); CHAOS (Finlay et al., 2020); CM6 (Sabaka et al., 2020)
	张衡1	2018—至今		
	澳科一号	2023—至今		
月球	Lunar Prospector	1998—1999	较弱的局部岩石圈磁场	Tsunakawa et al., 2015; Ravat et al., 2020
	Kaguya	2007—2009		
火星	MGS	1997—2007	较强的局部岩石圈磁场	Langlais et al., 2019; Gao et al., 2021
	MAVEN	2014—至今		
木星	Galileo	1995—2003	类似地球的偶极子磁场, 且有区域磁异常	Connerney et al., 2022; Sharan et al., 2022
	Juno	2016—至今		
木卫三	Galileo	1995—2003	探测到偶极子磁场; 探测到内部感应磁场	Plattner et al., 2023
	Juno	2016—至今		
土星	Cassini	2004—2017	探测到偶极子磁场, 偶极倾角为零	Dougherty et al., 2018
天王星	Voyager II	1986	具有显著非偶极、非轴对称的磁场	Holme and Bloxham, 1996
海王星	Voyager II	1989	具有显著非偶极、非轴对称的磁场	Holme and Bloxham, 1996

表 2 行星磁场特征列表

Table 2 Planetary magnetic field properties

行星	半径/km	表面磁场强度 /nT	磁偶极矩/(Am ²)	偶极倾角/(°)	偶极成分占比
水星	2440	183~781	$\sim 3.1 \times 10^{19}$	~ 179.4	86%
地球	6371	22 251~66 675	$\sim 7.7 \times 10^{22}$	~ 170.6	93%
月球	1737	0~358	$< 2.1 \times 10^{15}$	-	-
火星	3393	0~11 056	$< 6.4 \times 10^{17}$	-	-
木星	71 492	180 540~1 867 300	$\sim 1.5 \times 10^{27}$	~ 10.2	76%
木卫三	2631	729~1 458	$\sim 1.3 \times 10^{20}$	~ 173.9	100%
土星	60 268	17 975~56 348	$\sim 4.6 \times 10^{25}$	~ 0	97%
天王星	25 559	3 270~115 560	$\sim 3.8 \times 10^{24}$	~ 59	44%
海王星	24 764	329~86 662	$\sim 2.2 \times 10^{24}$	~ 45	16%

($n < 5$) 球谐系数 (Wardinski et al., 2021), 且并没有明确证据表明水星磁场是随时间变化的. 大于 3 阶的球谐系数被认为具有较大的不确定性 (Toepfer et al., 2022). 除了水星的全球磁场, 通过 MESSENGER 卫星低高度飞掠水星的数据, 人们在水星的表面发现了岩石剩余磁场 (Johnson et al., 2015). 卫星在 25~60 km 高度观测到的岩石磁场强度约为 10 nT, Johnson 等 (2015) 推测其为 38 亿年前水星的全球发电机磁场磁化水星岩石所形成的, 但具体的形成机制仍是当前研究的热点. Hood 等 (2018) 绘制了目前为止精度最高的水星岩石磁场图, 但其覆盖范围和经度都非常有限. Plattner 和 Johnson (2021) 提出至少有部分北半球

岩石磁场并非是起源于岩石圈, 而是水星的发电机. 随着 BepiColombo 两颗卫星即将入轨水星, 其磁场测量数据将有助于人们更加深入地理解水星的磁场形态以及其随时间的演化. 我国未来的水星探测计划也应着重探测水星的岩石圈磁场以及主磁场的高阶分量, 进而解开水星磁场不对称之谜.

2.2 地 球

2.2.1 现代地球磁场模型

在所有太阳系行星中, 地球是具有参考磁场模型最多、研究数据最丰富、研究最深入的星球. 通过 Magsat、CHAMP、Swarm 等地磁卫星数十年的持续地磁监测, 人们建立了如 IGRF、CHAOS7、

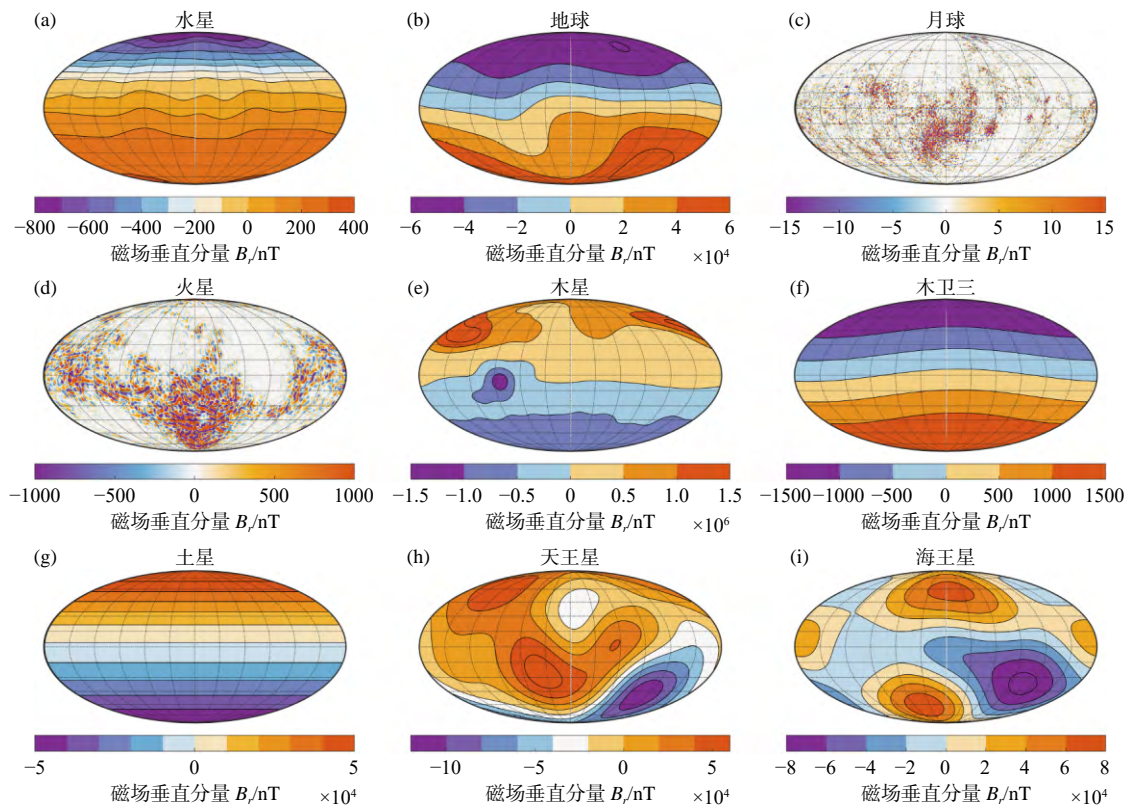


图 3 (a) 水星 (b) 地球 (c) 月球 (d) 火星 (e) 木星 (f) 木卫三 (g) 土星 (h) 天王星 (i) 海王星表面磁场的垂直分量图

Fig. 3 Radial magnetic fields at the surfaces of (a) Mercury, (b) the Earth, (c) the Moon, (d) Mars, (e) Jupiter, (f) Ganymede, (g) Saturn, (h) Uranus, and (i) Neptune

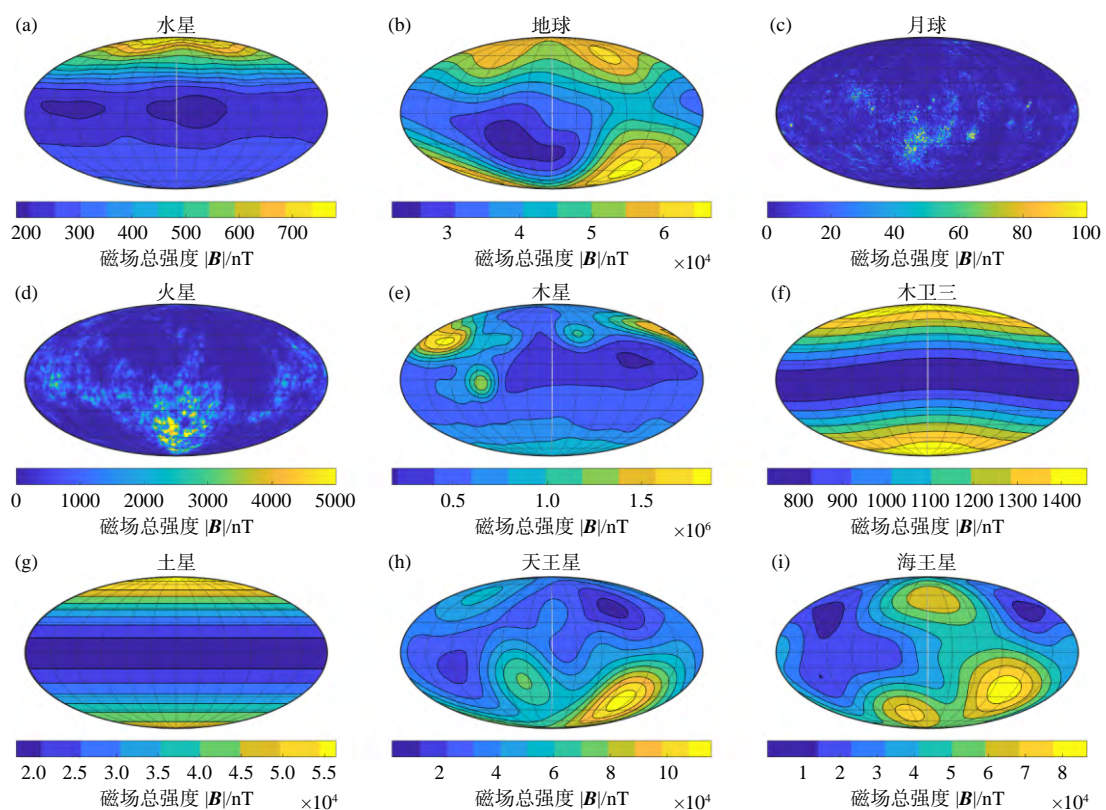


图 4 (a) 水星 (b) 地球 (c) 月球 (d) 火星 (e) 木星 (f) 木卫三 (g) 土星 (h) 天王星 (i) 海王星表面磁场的总强度图

Fig. 4 Magnetic field strength at the surfaces of (a) Mercury, (b) the Earth, (c) the Moon, (d) Mars, (e) Jupiter, (f) Ganymede, (g) Saturn, (h) Uranus, and (i) Neptune

CM6 等能区分多个场源的高时空分辨率磁场模型. 对地球磁场模型的研究综述已有诸多文章, 可见本专题其他文章评述、Olsen 和 Stolle (2012)、以及 Manda 和 Korte (2010), 本文不做详细探讨.

地球内部的磁场源包括岩石圈磁场和主磁场. 根据 IGRF 模型在 2020 年的预测 (Alken et al., 2021), 主磁场的偶极矩约为 $7.7 \times 10^{22} \text{ Am}^2$, 偶极倾角约 170° , 以偶极子场为主 (偶极成分占比 93%). 因此地球的主磁场可以近似看作一个磁偶极子, 其地磁南极 (北极) 指向地理北极 (南极). 研究认为, 地磁场至少持续了 35 亿年 (Hale and Dunlop, 1984; Tarduno et al., 2015). 在这 35 亿年中, 地磁场会持续地倒转, 即地磁场南北两极相互倒转 (Valet et al., 2012). 地磁倒转最直观的证据是, 地球洋中脊的地磁条带至少记录了过去的一亿年以来磁场方向的转变 (Johnson et al., 2003). 与此同时, 从沉积物 (sediments)、考古文物 (archeological) 和火山熔岩 (lava flows) 中提取出的古地磁数据支持地球发电机是长时间持续运行的 (Panovska et al., 2019).

地球主磁场模型可以刻画地磁场的时空变化特征. 现代地磁场模型 (如 COV-OBS.x、CHAOS) 刻画了地磁极的漂移速度, 可达 50 km/a (Livermore et al., 2020). 这些模型还刻画了现如今地磁场最强的负磁异常, 南大西洋磁异常 (South Atlantic Anomaly, SAA, 图 4b), 其漂移速度可达 25 km/a (Rother et al., 2021). 总的来看, 地球主磁场模型的空间分辨率可达 20 阶, 时间分辨率可达 1 年 (Finlay et al., 2020; Rother et al., 2021). 利用卫星磁测数据构建的地球岩石圈磁场模型 (如 LCS-1) 其空间分辨率可达 160 阶 (约 250 km 量级) (Olsen et al., 2017). 而加入历史航海数据和航磁数据的岩石圈磁场模型 (例如 SH1050) 以及格网化的岩石圈磁图 (例如 EMAG2v3) 则在数据丰富的区域可达到 $10 \sim 40 \text{ km}$ 的空间分辨率 (Meyer et al., 2017; Thébaud et al., 2021). 在地球的岩石圈磁场建模中, 除了使用传统的球谐方法, 也有人利用多项式方法 (polynomial)、样条函数 (spline function)、矩谐级数 (rectangular harmonics)、球冠谐分析 (SCHA) 等方法进行磁场建模, 这些方法并不需要满足拉普拉斯方程 (Thébaud et al., 2006; 徐文耀, 2009). 目前, SAA 的面积持续增大, 地磁极持续漂移, 构建准确的磁场模型对监测地磁场至关重要. 随着我国张衡一号 (Yang et al., 2021)

以及澳科一号 (Zhang, 2023) 等地磁卫星的持续数据返回, 未来地磁场模型的建模精度也将会持续提升.

2.2.2 古地磁模型

与其他行星相比, 地球磁场研究的一个优势是拥有大量的古地磁数据, 并构建了丰富的古地磁模型. 虽然人们可以通过陨石以及样品采集的方式获得其他星球的岩石历史磁场信息 (Weiss et al., 2002), 但远远比从地球沉积物、火山熔岩、古代航海记录等载体中获取的古地磁信息要少.

古地磁模型具有不同的时间尺度. 长时间尺度的古地磁模型时间跨度可达 500 万年 (Johnson et al., 2003), 这是由于沉积物很难记录时间更久的古地磁序列. 人们可以通过古地磁强度数据估算地球的磁偶极矩随时间的演化, 古磁偶极矩模型的时间尺度可达 200 万年 (Valet et al., 2005), 并且越靠近现代其精度越高 (Laj et al., 2004). 在过去的 100 万年内, 地磁场发生过一次地磁倒转 (reversal) 和多次地磁偏移 (excursion). 距今最近的地磁倒转发生在 78 万年前, 被称为松山/布戎 (Matuyama/Brunhes) 倒转, 人们利用高质量的岩浆和海洋岩心数据构建了空间分辨率约 5 阶、时间分辨率约 1000 年的地磁倒转模型 (Leonhardt and Fabian, 2007; Mahgoub et al., 2023). 这些古地磁模型由于岩石年代的测量具有较大不确定性, 其误差通常被认为较大, 不适合做磁场小尺度结构的研究 (Mahgoub et al., 2023). 在过去的 10 万年内, 发生了三次显著的地磁偏移, 即偶极子磁矩减小后又恢复, 而磁场方向并未发生倒转 (如图 5). 这三次地磁偏移为 6.6 万年前的 NGS (Norwegian-Greenland Sea) 偏移、4 万年前的 Laschamps 偏移以及 3.4 万年前的 Mono Lake 偏移 (Panovska et al., 2019). 对过去 10 万年的地磁场变化人们已经构建了如 GGF100k、GGFSS70、LSMOD.2 和 CALS10k.2 等古地磁模型. 这些模型各有其时间覆盖范围以及分辨率, 可以通过拼接的方式获得最准确的古地磁变化 (Gao et al., 2022b) (见图 5). 一般而言, 时间跨度长达几万年的古地磁模型时间分辨率不高于几百年, 空间分辨率不高于 5 阶 (Gao et al., 2022b; Korte et al., 2019).

在最近的 400 年内, 地磁场变化可以通过直接仪器测量来记录. 在利用航海磁测数据构建的时变古地磁模型中, 具有代表性的是 gufm1 模型

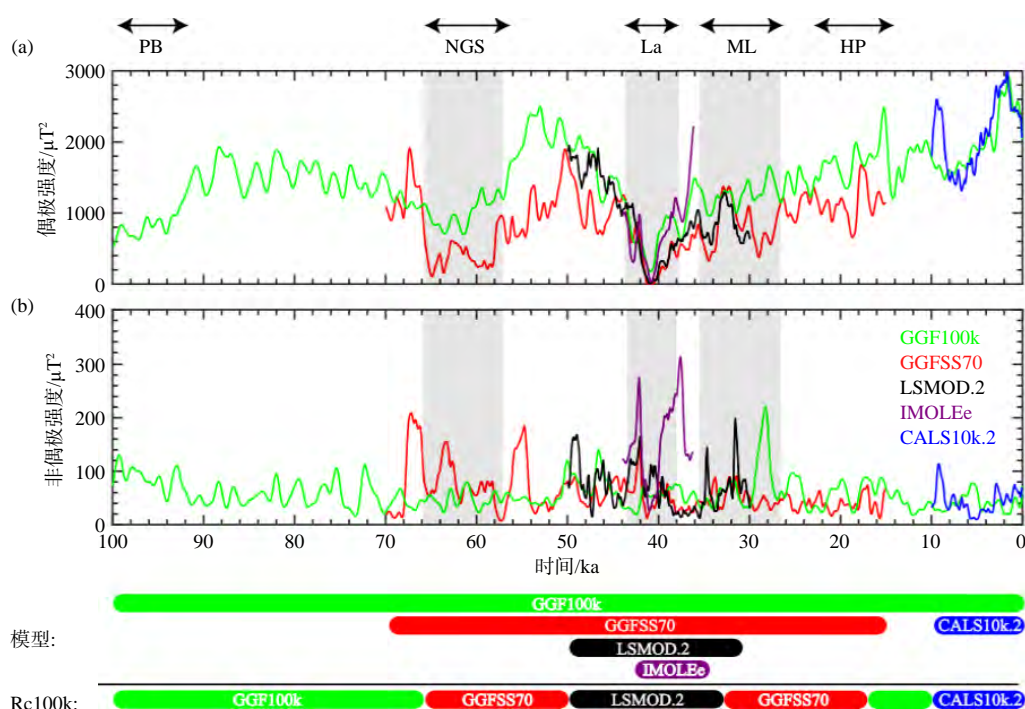


图 5 过去 10 万年内基于古地磁模型的地球表面偶极子能量 (a) 以及非偶极子能量 (b) 的变化 (引自 Gao et al., 2022b)

Fig. 5 Dipole power (a) and non-dipole power (b) evaluated at the Earth's surface over the past 100 000 years, as predicted based on geomagnetic field models (from Gao et al., 2022b)

(Jackson et al., 2000). 这些模型空间和时间分辨率更高, 但受限于航次测量的位置, 仅在海洋可航行区域模型较为准确. 而在最近的 180 年内, 通过地磁台站和卫星观测提供的磁场测量显著提高了地磁模型的可靠性, 例如 COV-OBS.x2 模型 (Huder et al., 2020). 这些现代地磁模型在仅利用地磁台站建模时, 时间分辨率可达 1 年, 空间分辨率可达 10 阶左右, 是人们研究地磁场演化以及地磁发电机的必要工具 (Sanchez et al., 2020).

2.3 月 球

在 20 世纪 50 和 60 年代, 人们仍不清楚月球是否存在全球性磁场 (Dolginov et al., 1961). 在阿波罗时代, 在月球表面以及近月轨道上的磁场测量表明月球没有全球性的偶极子磁场. 随后, 月球勘探者 (Lunar Prospector) 以及月亮女神号 (Kaguya) 提供了最低高度约 10 km 的观测数据, 人们发现月球拥有分布不均匀的局地岩石磁场 (Halekas et al., 2001; Purucker and Nicholas, 2010). 这些岩石磁场表明月球在形成初期的 10 亿年内曾可能运行着内部发电机, 并造成了岩石圈全球性的磁化 (Tikoo et al., 2017). 然而, 月球磁场的产生机制仍处于争论中. Wieczorek 等 (2012) 提出月球最强的岩石磁化可能与月球南极陨石坑 (Aitken basin) 的形成有

关. 陨石坑形成时, 其抛射出的物质可能被当时的月球全球发电机磁化, 进而形成岩石剩磁. 然而, 也有人指出陨石撞击可能在撞击坑的对跖点 (antipode) 形成磁场 (Hood and Artemieva, 2008). 因此, 月球岩石圈磁场的形成机制仍处于讨论中 (Weiss and Tikoo, 2014). 对月球磁场的准确刻画对理解月球-太阳风相互作用以及月球发电机过程至关重要. 例如, Hood 和 Schubert (1980) 提出在 Reiner Gamma 区域月球有一块很强的磁异常, 该磁异常会阻挡太阳风或微陨石抵达月球表面, 进而改变月球表面的光学性质, 如表面反照率.

基于 Lunar Prospector 和 Kaguya 这两颗卫星的数据, 人们已经建立了诸多月球磁场模型. 最早的磁场模型包括 Richmond 和 Hood (2008) 以及 Mitchell 等 (2008) 等. 这些模型基于磁场直接测量数据以及电子反射计 (electron reflectometer) 数据, 均为全球的球谐模型, 球谐阶数可达 150 阶. 其中, 应用较为广泛的是 Purucker 和 Nicholas (2010) 的球谐模型, 其优势是使用了简单的外源场模型去除了外源场的干扰. 最近, 人们也建立了更高精度的模型, 包括: Tsunakawa 等 (2015) 以及 Ravat 等 (2020). Tsunakawa 等 (2015) 模型的优点是其达到了球谐阶数 450 阶, 其参数求解使用了 SVM (surface vector mapping) 方法. Ravat 等 (2020)

模型达到了球谐阶数 150 阶, 其优点是利用 L1 正则化技术增强模型的空间分辨率 (见图 3c)。Ravat 等 (2020) 同时指出 150 阶以上的球谐系数并不能通过现有数据很准确地求解。未来, 随着我国月球探测任务采集并返回月球磁测数据, 人们可以利用新数据对以上模型的可靠性进行检验, 并开发更准确的月球磁场模型, 进而破解月球岩石磁化形成之谜。

2.4 火 星

关于火星有没有全球磁场一直是学术争论的焦点。早在 1964 年, 水手 4 号 (Mariner 4) 在距离火星 10000 km 处观测到显著的磁场扰动。通过对水手 4 号磁场数据的分析, 人们发现火星磁场的偶极矩最大不超过地球偶极矩的 3×10^{-4} 倍 (Smith et al., 1965)。随后, 苏联的火星 2 号 (Mars 2) 和火星 3 号 (Mars 3) 于 1971 年观测到卫星穿越弓激波和磁层顶, 并且进一步提出火星磁场的偶极矩不会大于 $2.4 \times 10^{19} \text{ Am}^2$ (Dolginov et al., 1975)。这时, 人们还不能确定观察到的磁场是内源场还是外源场 (Riedler et al., 1989)。

火星是否拥有全球性偶极子磁场这一谜题于 1997 年才被揭开。美国的火星全球勘探者 MGS (Mars Global Surveyor) 卫星携带了两个磁通门矢量磁强计和一个电子反射仪 ER (Electron Reflector)。MGS 卫星数据证实火星的偶极子磁场小于 $2 \times 10^{17} \text{ Am}^2$, 拥有分布不均匀的区域性磁场, 该区域性磁场在火星南半球较强, 在北半球较弱 (图 4d) (Acuña et al., 1999)。因此人们推测火星磁场起源于火星岩石圈, 而并非火星的幔或者外核。火星岩石磁场的分布有显著的二分性 (图 4d)。在年龄较老的、海拔较高的南部地区其磁场强度较强。北半球的大部分地区缺少壳磁场, 但在如亚马逊平原 (Amazonis Planitia) 也观测到了较强的岩石磁场。火星岩石圈磁场最显著的特征之一是其南半球的磁场条带 (Connerney et al., 1999)。Connerney 等 (2005) 猜测与地球海底扩张记录的磁条带类似, 火星的岩石磁场是由早期板块运动记录古发电机产生, 从而形成了南半球交替反向的磁条带。

火星的岩石圈磁场记录了火星发电机演化的历史。人们提出了诸多假设解释岩石磁场的形成机制: Kobayashi 和 Sprenke (2010) 提出火星的磁条带可能是火星古代热点 (hotspots) 在地下喷发的结果, 就如地球夏威夷群岛的磁条带一样; Connerney 等

(2005) 提出这些磁条带是古海洋扩张的证据, 就如地球大西洋底部的地磁条带一样, 是板块构造理论的决定性证据。为了理解火星岩石磁场的成因, 人们构建了诸多磁场模型。在 2019 年之前, 火星的磁场模型是根据 MGS 卫星的磁测数据绘制的, 卫星的观测高度是集中在 400 km。根据 MGS 卫星数据的火星磁场模型有效阶数可达约 90 阶, 其代表性的模型是 Cain 等 (2003) 和 Morschhauser 等 (2014)。除了球谐模型, Purucker 等 (2000) 发展了全球的等效偶极子模型, 其优势是可以反演岩石的磁化强度, 随后 Li 等 (2020) 构建了中国火星车着陆区的区域磁场模型。在 2019 年后, 人们结合 MGS 和 MAVEN 两颗卫星的数据, 构建的磁场模型可以准确重构低至 120 km 高度的磁场, 其包括 Langlais 等 (2019) 和 Gao 等 (2021)。Langlais 等 (2019) 的球谐阶数达到 134 阶, 其可以给出火星表面的参考磁场分布。Gao 等 (2021) 的球谐阶数为 110, 在 120 km 以上高度相较 Langlais 等 (2019) 更准确, 但无法准确向下延拓到表面。随着我国祝融号火星车以及天问一号环绕器持续返回探测数据, 人们可以更进一步开发准确的火星表面磁场模型, 进而理解火星岩石磁场的形成机制。

2.5 木 星

早在 20 世纪 50 年代, 人们就通过地面观测到的木星射电信号发现木星可能存在很强的磁矩 (Burke and Franklin, 1955)。1973 年, 先驱者 10 号 (Pioneer 10) 探测器首次飞略木星, 确认了木星拥有很强的磁场 (Smith et al., 1974)。随后, 伽利略 (Galileo) 以及朱诺 (Juno) 探测器更仔细地探测了木星磁场的偶极与非偶极子成分。人们发现木星的磁场是南北不对称的, 其南半球的磁场强度更强 (图 3e), 磁偶极矩达到了 $1.5 \times 10^{27} \text{ Am}^2$, 比地球磁场高 3~4 个数量级, 磁轴与自转轴夹角与地球相似, 均为 10° 左右, 但非偶极子成分占比更高, 达到了 24% (Sharan et al., 2022)。并且, 人们发现了在中纬度地区有一个明显的负磁异常区域, 被称为大蓝斑 (Great Blue Spot) (Moore et al., 2019)。木星磁场随时间的演化一直是研究的热点。对木星的主磁场而言, 目前的研究还不能确定其长期演化的规律 (Moore et al., 2021; Ridley and Holme, 2016)。但对于大蓝斑这类区域磁异常, 人们确认了其具有纬向的漂移 (Connerney et al., 2022)。因此, 与地球磁场类似, 在几十年的时间尺度内木星

的磁场也在不断变化。

在 Juno 卫星时代以前,利用 Pioneer 10 以及旅行者 1 号 (Voyagers 1)、旅行者 2 号 (Voyagers 2) 的数据,人们已经可以初步分离木星的内源磁场以及外源磁盘磁场 (Connerney, 1981)。此时构建的磁场模型可以分辨木星磁场的南北不对称,但无法分辨小尺度结构,如大蓝斑。利用 Juno 卫星提供的低高度高分辨率数据,Connerney 等 (2018) 的模型已经可以清楚地分辨大蓝斑,此时球谐模型的阶数达到了 20 阶,而模型有效分辨率约为 10 阶。基于 Connerney 等 (2018) 的模型,Moore 等 (2018, 2019) 提出木星拥有着半球不对称的发电机,且大蓝斑的时间演化可能是由于木星的纬向风造成的。随着 Juno 数据的积累,最近的磁场模型已经可以达到 30 阶空间分辨率,而其中前 13 阶球谐系数的求解较为准确 (Connerney et al., 2022)。最近,Sharan 等 (2022) 提出了截至目前分辨率最高的时变木星主磁场模型,其空间分辨率约为 16 阶。该模型揭示了木星磁场在 5 年内偶极子成分和非偶极子成分的变化。随着未来 Juno 数据的持续返回以及 JUICE 卫星抵达木星,人们期待能对木星磁场的时间演化进行更准确地刻画。

2.6 木卫三

木卫三 (Ganymede, 盖尼米德) 是太阳系中最大的卫星,半径比水星还要大约 200 km。木卫三是太阳系卫星中人们唯一确定有全球内源磁场的卫星,同时其很可能拥有地下海洋,成为目前唯一已知同时存在内源磁场以及海洋感应磁场的卫星 (Kivelson et al., 1996)。Galileo 卫星证实了木卫三存在全球磁场,但木卫三的强磁场使得人们难以分辨其海洋感应磁场 (Kivelson et al., 2002)。人们无法确定木卫三是否具有非偶极子成分,因为非偶极子成分也可能是海洋感应磁场造成的。Juno 卫星相比 Galileo 卫星距离木卫三更近,结合两颗卫星的数据,木卫三多极场的强度还是无法确切获得 (Plattner et al., 2023; Weber et al., 2022)。木卫三的磁场形态主要是偶极子磁场,其偶极轴与自转轴的夹角约为 6° (Plattner et al., 2023)。最新的木卫三磁场模型 (Plattner et al., 2023) 认为,依据现有数据,由于海洋感应磁场无法准确排除,不能判断木卫三是否具有多极子磁场。此外,目前无法判断木卫三的偶极子是否偏离星球中心。人们期待在 JUICE 卫星的数据返回地球后,木卫三的磁场的高阶分量能

够得到更准确的测量。

2.7 土星

土星的磁场是 Pioneer 11 号、Voyagers 1 和 Voyagers 2 号飞掠土星时观测到的 (Acuña and Ness, 1980)。人们发现土星磁场的特征是高度轴对称的 (Dougherty et al., 2005)。Cassini 卫星提供了更丰富的磁场观测数据,人们确定土星的磁偶极矩约为 $4.6 \times 10^{25} \text{ Am}^2$ (Connerney et al., 1982), 偶极倾角约为 0° 。土星的轴对称磁场与发电机科林 (Cowling) 效应相违背,因为科林效应指出:磁流体发电机过程不能维持一个轴对称的磁场,即没有任何流体的运动可以维持一个完美轴对称的磁场 (Cowling, 1933)。因此,木星的轴对称磁场是对传统发电机理论的极大挑战。研究人员提出土星磁场可能是一种完全不同的发电机过程产生的 (Cao et al., 2012)。截至目前,人们没有发现土星磁场随时间变化的证据,这也间接说明土星磁场的机制可能与地球和木星的发电机不同 (Moore et al., 2021; Stanley and Bloxham, 2016)。

由于土星的轴对称磁场特性,土星磁场模型只能求解球谐系数中的 g_n^0 项。目前精度最高的土星磁场模型是基于 Cassini 卫星最后时刻采集的数据 (Cassini's Grand Finale) 构建的 (Dougherty et al., 2018), 其球谐系数求解至 12 阶,而其中精度较高的约 7 阶。Dougherty 等 (2018) 的模型展示了南北半球强度极为对称的土星磁场 (图 3g), 并提出土星的深层发电机周围可能存在着强烈的纬向流和稳定的分层作用。土星磁场的非南北对称部分,在土星内部 0.75 个土星半径处可达数千 nT, 约占总磁场强度的 5%。这说明土星磁场的非南北对称分量可能是星球高纬度的磁通量造成的。对土星磁场一个重要的研究方向是了解其不对称分量的强度 (求解 h_n^0 项) 以及土星磁场随时间的演化规律,这也是未来的土星探测计划的研究目标。

2.8 天王星与海王星

天王星和海王星的磁场是旅行者 2 号 (Voyager 2) 在 20 世纪 80 年代飞掠星球时探测到的 (Ness et al., 1986, 1989)。人们发现他们的磁场拓扑非常惊人,这两颗星球的磁场不能用偶极子磁场来描述,偶极成分占比只有 44% 和 16%。其偶极轴有很大的倾角,达到惊人的 59° 和 45° , 而且偶极子中心和星球中心并不重合 (图 3h-3i)。因此,人

们提出他们的磁场是“躺在”星球上的, 太阳风磁场与天王星和海王星磁场的相互作用形成类似地磁倒转期间的磁场拓扑 (Nellis, 2015). 由于这两颗行星都具有非常偏离自转轴的磁场, 因此人们认为两颗行星同时发生磁场倒转的可能性比较小, 其磁场是由尚不清楚的内部磁场产生机制所产生的.

截止目前对天王星和海王星磁场建模精度最高的是 Holme 和 Bloxham (1996), 其对两颗行星磁场建模的阶数分别达到了 11 阶和 16 阶. 值得注意的是, 这并非说明人们可以准确地对天王星和海王星的小尺度磁场结构建模. Stanley 和 Bloxham (2004) 指出只有磁场模型的前三阶球谐系数求解的比较可靠, 而其他系数则不可靠. 现有的磁场观测数据也不太可能增加天王星和海王星磁场模型的分辨率, 因此使用天王星和海王星模型的时候必须非常谨慎 (Glassmeier and Heyner, 2021). 由于卫星前往天王星和海王星耗时太久, 在短时间的未来内人们对这两颗行星磁场了解不会获得显著的提升.

3 结语与展望

太阳系内的天体提供了研究行星磁场非常不同的范本. 既有如水星、地球、木星、木卫三具有全球发电机的天体, 也有如月球、火星仅有局部岩石磁场的天体, 还有用现有发电机理论无法解释的偶极倾角 0° 的土星和偶极倾角达到 $40^\circ \sim 50^\circ$ 的天王星、海王星. 利用磁场观测数据, 人们已经对这些天体构建了磁场模型, 极大地增进了人们对行星磁场的了解. 其中地球、月球、火星的磁场建模精度较高, 而其他星球的建模精度非常受限. 磁场模型精度受限可能是如下几个原因造成的: 观测数据太少无法获得丰富全球覆盖 (如天王星、海王星和水星); 外源磁场以及感应磁场无法准确去除 (如水星、火星、木卫三); 磁场一直随时间变化需要多颗卫星长时间连续地观测 (地球、木星); 近行星表面的高精度磁测数据相对缺乏等. 行星磁场的建模精度不是一蹴而就的, 通常需要几年甚至几十年卫星的环绕观测. 古地磁模型则需要古地磁学家不断地在全球各地采集古地磁样本, 并且通过实验室获得准确的古地磁数据. 因此, 行星磁场建模的研究总是站在前人的肩膀上进行的.

从磁场建模方法的角度来看, 自从 19 世纪高斯提出球谐展开后, 人们在对行星磁场建模的过程可以归结于寻找满足拉普拉斯方程的基函数以及模

型参数求解. 徐文耀 (2009) 提出, 尽管建模精度已经日新月异, 人们对地磁场分布的数学描述水平一直没有超过高斯. 对磁场建模方法而言, 只有脱离了拉普拉斯方程 (即 $\nabla^2 \mathbf{V} = 0$) 的框架的磁场建模才能说超过了高斯的数学框架, 而这又依赖于对星球内部产生磁场的电流的了解. 目前的行星磁场模型不能提供太多行星内部动力学的约束. 尽管人们可以利用多种方法反演行星内部 (如在地球的核幔边界) 的流体运动 (Li et al., 2024), 但这些工作均基于很强的假设 (例如流动径向分量为零). 还有研究者试图利用多磁偶极子或多电流环等物理模型来近似代表星球磁场的内部磁源 (Alldredge, 1987), 但由于这些模型的拟合求解通常会涉及到多参数的同时拟合, 使得拟合参数严重依赖于初始参数估计值 (Peddie, 1979). 基于单电流环模型, Rong 等 (2021) 最近发展的反演方法, 可能会给物理模型反演这一方向带来新的曙光. 在两个世纪磁场建模理论的发展中, 人们着力于分离更多场源的外源场 (Baerenzung et al., 2020)、开发更可靠的正则化技术 (Gubbins, 1983)、寻找更多模型反演方法 (Mauerberger et al., 2020). 这些理论的进步使得人们对行星磁场进行更精确地建模, 使得目前的磁场模型精度越来越高 (Finlay et al., 2020), 但行星内源磁场建模的数学方法并未超出高斯构建的框架.

行星磁场建模的终极目标是帮助人们寻找一个可以解释所有行星磁场产生机制的理论. 该理论需要自洽地解释水星磁场的半球不对称、地球磁场的倒转与偏移、木星磁场的南北差异性与时间演化、土星磁场的轴对称性质以及天王星和海王星的偏心多极子磁场. 尽管利用计算机模拟人们已经在行星发电机区域的磁流体动力学的研究中取得诸多进展, 但一个“大一统”的发电机理论仍然不存在 (Stanley, 2014). 值得注意的是, 尽管发电机理论是目前学术界的主流观点, 但仍然有人提出不同的看法, 这些看法通常并不被主流学术界接受. 例如, Hollenbach 和 Herndon (2001) 提出地球的磁场是由地球深处间歇性的核裂变链式反应产生的, 因此地磁场会自然地发生地磁倒转. 在理解行星磁场的道路上, 人们不应该忽视这些声音, 不同行星的磁场也可能来源于不同的产生机制.

在未来的数十年内, 中国计划了诸多行星探测计划 (Wei et al., 2018). 其中既有前往弱磁场环境——火星以及小行星的天问二号以及天问三号,

也有前往强磁场环境——木星的天问四号。我们期待这些行星探测计划能够携带磁强计,进而对行星磁场建模这一领域做出贡献。例如,现有的火星探测计划天问一号包含了着陆器以及环绕器(Wan et al., 2020)。其着陆器实现了首次火星表面移动磁场观测,而环绕器则提供了更多的低高度磁场观测数据。天问一号的着陆器数据提供了宝贵的火星表面磁场约束。结合天问一号持续返回的磁场观测数据以及历史数据,人们可以建立更为准确的火星表面磁场模型。我国深空探测计划将返回极具价值的行星磁场探测数据,如小行星表面磁场观测、木星卫星的磁场观测、木星深处大气层高度的磁场观测等。利用这些前人从未探测过的行星磁场探测数据,人们可以通过建立更准确的行星磁场模型对行星磁场的起源和演化进行深入研究。行星磁学研究并非孤岛,它与行星内部动力学、行星空间物理学以及发电机计算机模拟与实验室模拟等研究领域紧密相关。随着未来卫星磁场探测任务的持续增加,人们的终极目标将是回答一个目前尚且没有答案的问题:行星的磁场到底是怎么产生的。

数据与来源

本文数据来源于文献公开的磁场模型。其中,水星磁场模型来自(<https://doi.org/10.1029/2020JE006792>);地球磁场模型来自(<https://doi.org/10.1186/s40623-020-01288-x>);月球磁场模型来自(<https://doi.org/10.1029/2019JE006187>);火星磁场模型来自(<https://doi.org/10.1029/2018JE005854>);木星磁场模型来自(<https://doi.org/10.1029/2022GL098839>);木卫三磁场模型来自(<https://doi.org/10.3847/PSJ/acde7f>);土星磁场模型来自(<https://doi.org/10.1126/science.aat5434>);天王星磁场模型来自(<https://doi.org/10.1029/95JE03437>);海王星磁场模型来自(<https://doi.org/10.1029/95JE03437>)。这些模型的代码可见<https://github.com/gaojiawei321/planetarymag/>。

References

- Acuña M H, Ness N F. 1980. The magnetic field of Saturn: Pioneer 11 observations[J]. *Science*, 207(4429): 444-446.
- Acuña M H, Connerney J, Ness N, et al. 1999. Global distribution of crustal magnetization discovered by the Mars Global Surveyor MAG/ER experiment[J]. *Science*, 284(5415): 790-793.
- Alken P, Thébault E, Beggan C D, et al. 2021. International geomagnetic reference field: the thirteenth generation[J]. *Earth, Planets and Space*, 73(1): 1-25.
- Allredge L R. 1987. Current loops fitted to geomagnetic model spherical harmonic coefficients[J]. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 39: 271-296.
- Anderson B J, Johnson C L, Korth H, et al. 2011. The global magnetic field of Mercury from MESSENGER orbital observations[J]. *Science*, 333(6051): 1859-1862.
- Anderson B J, Johnson C L, Korth H, et al. 2012. Low-degree structure in Mercury's planetary magnetic field[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 117(E12): E00L12.
- Aster R C, Borchers B, Thurber C H. 2018. *Parameter Estimation and Inverse Problems*[M]. Academic Press.
- Baerenzung J, Holschneider M, Wicht J, et al. 2020. The Kalmag model as a candidate for IGRF-13[J]. *Earth, Planets and Space*, 72: 1-13.
- Bartels J. 1936. The eccentric dipole approximating the Earth's magnetic field[J]. *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*, 41(3): 225-250.
- Burke B F, Franklin K L. 1955. Observations of a variable radio source associated with the planet Jupiter[J]. *Journal of Geophysical Research*, 60(2): 213-217.
- Cain J C, Hendricks S J, Langel R A, Hudson W V. 1967. A proposed model for the international geomagnetic reference field-1965[J]. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 19(4): 335-355.
- Cain J C, Ferguson B B, Mozzoni D. 2003. An $n=90$ internal potential function of the Martian crustal magnetic field[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 108(E2): 5008.
- Cao H, Russell C T, Wicht J, et al. 2012. Saturn's high degree magnetic moments: Evidence for a unique planetary dynamo[J]. *Icarus*, 221(1): 388-394.
- Cao H, Aurnou J M, Wicht J, et al. 2014. A dynamo explanation for Mercury's anomalous magnetic field[J]. *Geophysical Research Letters*, 41(12): 4127-4134.
- Connerney J E P. 1981. The magnetic field of Jupiter: A generalized inverse approach[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 86(A9): 7679-7693.
- Connerney J E P, Ness N F, Acuna M H. 1982. Zonal harmonic model of Saturn's magnetic field from Voyager 1 and 2 observations[J]. *Nature*, 298(5869): 44-46.
- Connerney J E P, Acuna M H, Wasilewski P J, et al. 1999. Magnetic lineations in the ancient crust of Mars[J]. *Science*, 284(5415): 794-798.
- Connerney J E P, Acuña M H, Ness N F, et al. 2005. Tectonic implications of Mars crustal magnetism[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 102(42): 14970-14975.
- Connerney J E P, Kotsiaros S, Oliverson R J, et al. 2018. A new model of Jupiter's magnetic field from Juno's first nine orbits[J]. *Geophysical Research Letters*, 45(6): 2590-2596.
- Connerney J E P, Timmins S, Oliverson R J, et al. 2022. A new model of Jupiter's magnetic field at the completion of Juno's Prime Mission[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 127(2): e2021JE007055.
- Cowling T G. 1933. The magnetic field of sunspots[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 94: 39-48.
- Dolginov S S, Yeroshenko Y G, Zhuzgov L N, Pushkov N V. 1961. Investigation of the magnetic field of the Moon[J]. *Geomagnetism and Aeronomy*, 1: 18.
- Dolginov S S, Eroshenko E G, Zhuzgov L N. 1975. Magnetic field of Mars from data of Mars-3 and Mars-5[J]. *Cosmic Research*, 13:

- 108-122.
- Dougherty M K, Achilleos N, Andre N, et al. 2005. Cassini magnetometer observations during Saturn orbit insertion[J]. *Science*, 307(5713): 1266-1270.
- Dougherty M K, Cao H, Khurana K K, et al. 2018. Saturn's magnetic field revealed by the Cassini Grand Finale[J]. *Science*, 362(6410): eaat5434.
- Elsasser W, Ney E, Winckler J. 1956. Cosmic-ray intensity and geomagnetism[J]. *Nature*, 178(4544): 1226-1227.
- Finlay C C, Kloss C, Olsen N, et al. 2020. The CHAOS-7 geomagnetic field model and observed changes in the South Atlantic Anomaly[J]. *Earth, Planets and Space*, 72(1): 1-31.
- Gao J W, Rong Z J, Klinger L, et al. 2021. A spherical harmonic Martian crustal magnetic field model combining data sets of MAVEN and MGS[J]. *Earth and Space Science*, 8(10): e2021EA001860.
- Gao J W. 2022. A Martian crustal field model[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences (in Chinese).
- Gao J W, Korte M, Panovska S, et al. 2022a. Effects of the Laschamps excursion on geomagnetic cutoff rigidities[J]. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 23(2): e2021GC010261.
- Gao J W, Korte M, Panovska S, et al. 2022b. Geomagnetic field shielding over the last one hundred thousand years[J]. *Journal of Space Weather and Space Climate*, 12: 31.
- Gauss C F. 1813. *Disquisitiones Generales Circa Seriem Infinitam*[M]. *Commentationes Societatis Regiae Scientiarum Gottingensis Recentiores*.
- Gauss C F, Weber W E. 1840. Resultate aus den Beobachtungen des Magnetischen Vereins: im Jahre 1836(Vol. 2)[M]//Verlage der Dieterischen Buchhandlung.
- Gillet N, Jackson A, Finlay C C. 2007. Maximum entropy regularization of time-dependent geomagnetic field models[J]. *Geophysical Journal International*, 171(3): 1005-1016.
- Glassmeier K H, Tsurutani B T. 2014. Carl Friedrich Gauss—general theory of terrestrial magnetism—a revised translation of the German text[J]. *History of Geo-and Space Sciences*, 5(1): 11-62.
- Glassmeier K H, Heyner D. 2021. *Planetary Magnetic Fields*[M]. American Geophysical Union (AGU).
- Gubbins D. 1975. Can the Earth's magnetic field be sustained by core oscillations?[J]. *Geophysical Research Letters*, 2(9): 409-412.
- Gubbins D. 1983. Geomagnetic field analysis—I. Stochastic inversion[J]. *Geophysical Journal International*, 73(3): 641-652.
- Hale C J, Dunlop D J. 1984. Evidence for an early Archean geomagnetic field: A paleomagnetic study of the Komati Formation, Barberton greenstone belt, South Africa[J]. *Geophysical Research Letters*, 11(2): 97-100.
- Halekas J S, Mitchell D L, Lin R P, et al. 2001. Mapping of crustal magnetic anomalies on the lunar near side by the Lunar Prospector electron reflectometer[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 106(E11): 27841-27852.
- Hastie T, Tibshirani R, Friedman J H, et al. 2009. *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*[M]. New York: Springer, 2: 1-758.
- Hobson E W. 1931. *The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics*[M]. CUP Archive.
- Hollenbach D F, Herndon J M. 2001. Deep-earth reactor: Nuclear fission, helium, and the geomagnetic field[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 98(20): 11085-11090.
- Holme R, Bloxham J. 1996. The treatment of attitude errors in satellite geomagnetic data[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 98: 03189-5.
- Hood L L, Schubert G. 1980. Lunar magnetic anomalies and surface optical properties[J]. *Science*, 208(4439): 49-51.
- Hood L L, Artemieva N A. 2008. Antipodal effects of lunar basin-forming impacts: Initial 3D simulations and comparisons with observations[J]. *Icarus*, 193(2): 485-502.
- Hood L L, Oliveira J S, Galluzzi V R, et al. 2018. Investigating sources of Mercury's crustal magnetic field: Further mapping of MESSENGER magnetometer data[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 123(10): 2647-2666.
- Huder L, Gillet N, Finlay C C, et al. 2020. COV-OBS. x2: 180 years of geomagnetic field evolution from ground-based and satellite observations[J]. *Earth, Planets and Space*, 72(1): 1-18.
- Jackson A, Jonkers A R, Walker M R. 2000. Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 358(1768): 957-990.
- Johnson C L, Constable C G, Tauxe L. 2003. Mapping long-term changes in Earth's magnetic field[J]. *Science*, 300(5628): 2044-2045.
- Johnson C L, Phillips R J, Purucker M E, et al. 2015. Low-altitude magnetic field measurements by MESSENGER reveal Mercury's ancient crustal field[J]. *Science*, 348(6237): 892-895.
- Kilifarska N A, Bakmutov V G, Mel'nik G V. 2015. Geomagnetic field and climate: Causal relations with some atmospheric variables[J]. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 51: 768-785.
- Kivelson M G, Khurana K K, Russell C T, et al. 1996. Discovery of Ganymede's magnetic field by the Galileo spacecraft[J]. *Nature*, 384(6609): 537-541.
- Kivelson M G, Khurana K K, Volwerk M. 2002. The permanent and inductive magnetic moments of Ganymede[J]. *Icarus*, 157(2): 507-522.
- Kobayashi D, Sprenke K F. 2010. Lithospheric drift on early Mars: Evidence in the magnetic field[J]. *Icarus*, 210(1): 37-42.
- Korte M, Holme R. 2003. Regularization of spherical cap harmonics[J]. *Geophysical Journal International*, 153(1): 253-262.
- Korte M, Constable C G. 2008. Spatial and temporal resolution of millennial scale geomagnetic field models[J]. *Advances in Space Research*, 41(1): 57-69.
- Korte M, Donadini F, Constable C G. 2009. Geomagnetic field for 0–3 ka: 2. A new series of time-varying global models[J]. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 10(6): Q06008.
- Korte M, Brown M C, Panovska S, et al. 2019. Robust characteristics of the Laschamps and Mono Lake geomagnetic excursions: Results from global field models[J]. *Frontiers in Earth Science*, 7: 86.
- Kother L, Hammer M D, Finlay C C, Olsen N. 2015. An equivalent source method for modelling the global lithospheric magnetic field[J]. *Geophysical Journal International*, 203(1): 553-566.
- Laj C, Kissel C, Beer J. 2004. High Resolution Global Paleointensity

- Stack Since 75 kyr (GLOPIS-75) Calibrated to Absolute Values[M]// Channell J E T, Kent D V, Lowrie W, Meert J G. Geophysical Monograph Series, 255-265.
- Langlais B, Lesur V, Purucker M E, et al. 2010. Crustal magnetic fields of terrestrial planets[J]. *Space Science Reviews*, 152: 223-249.
- Langlais B, Thébault E, Houliez A, et al. 2019. A new model of the crustal magnetic field of Mars using MGS and MAVEN[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 124(6): 1542-1569.
- Lejosne S, Kollmann P. 2020. Radiation belt radial diffusion at Earth and beyond[J]. *Space Science Reviews*, 216(1): 19.
- Leonhardt R, Fabian K. 2007. Paleomagnetic reconstruction of the global geomagnetic field evolution during the Matuyama/Brunhes transition: Iterative Bayesian inversion and independent verification[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 253(1-2): 172-195.
- Li J, Lin Y, Zhang K. 2024. Dynamic mode decomposition of the core surface flow inverted from geomagnetic field models[J]. *Geophysical Research Letters*, 51(1): e2023GL106362.
- Li X, Rong Z, Gao J, et al. 2020. A local Martian crustal field model: Targeting the candidate landing site of the 2020 Chinese Mars Rover[J]. *Earth and Planetary Physics*, 4(4): 420-428.
- Livermore P W, Finlay C C, Bayliff M. 2020. Recent north magnetic pole acceleration towards Siberia caused by flux lobe elongation[J]. *Nature Geoscience*, 13(5): 387-391.
- Lowes F J. 1966. Mean-square values on sphere of spherical harmonic vector fields[J]. *Journal of Geophysical Research*, 71(8): 2179.
- Mahgoub A N, Korte M, Panovska S. 2023. Characteristics of the Matuyama-Brunhes magnetic field reversal based on a global data compilation[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 128(2): e2022JB025286.
- Mandea M, Korte M. 2010. *Geomagnetic Observations and Models (Vol. 5)*[M]. Springer Science & Business Media.
- Mauersberger P. 1956. Das Mittel der Energiedichte des geomagnetischen Hauptfeldes an der Erdoberfläche und seine säkulare Änderung[J]. *Gerlands Beiträge zur Geophysik*, 65: 207-215.
- Mauerberger S, Schanner M, Korte M, et al. 2020. Correlation based snapshot models of the archeomagnetic field[J]. *Geophysical Journal International*, 223(1): 648-665.
- Maus S. 2006. Earth's crustal magnetic field determined to spherical harmonic degree 90 from CHAMP satellite measurements[J]. *Geophysical Journal International*, 164(2): 319-330.
- Mayhew M A. 1979. Inversion of satellite magnetic anomaly data[J]. *Journal of Geophysics*, 45(1): 119-128.
- Merrill R, McElhinny M. 1996. *McFadden: The Magnetic Field of the Earth*[M]// *International Geophysics Series*, 63.
- Meyer B, Chulliat A, Saltus R. 2017. Derivation and error analysis of the earth magnetic anomaly grid at 2 arc min resolution version 3 (EMAG2v3)[J]. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 18: 4522-4537.
- Mitchell D L, Halekas J S, Lin R P, et al. 2008. Global mapping of lunar crustal magnetic fields by Lunar Prospector[J]. *Icarus*, 194(2): 401-409.
- Moore K M, Yadav R K, Kulowski L, et al. 2018. A complex dynamo inferred from the hemispheric dichotomy of Jupiter's magnetic field[J]. *Nature*, 561(7721): 76-78.
- Moore K M, Cao H, Bloxham J, et al. 2019. Time variation of Jupiter's internal magnetic field consistent with zonal wind advection[J]. *Nature Astronomy*, 3(8): 730-735.
- Moore K M, Bolton B, Cao H, et al. 2021. No evidence for time variation in Saturn's internal magnetic field[J]. *The Planetary Science Journal*, 2(5): 181.
- Morschhauser A, Lesur V, Grott M. 2014. A spherical harmonic model of the lithospheric magnetic field of Mars[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 119(6): 1162-1188.
- Nellis W J. 2015. The unusual magnetic fields of Uranus and Neptune[J]. *Modern Physics Letters B*, 29(1): 1430018.
- Ness N F, Behannon K W, Lepping R P, Whang Y C. 1975. Magnetic field of Mercury confirmed[J]. *Nature*, 255: 204-205.
- Ness N F, Acuña M H, Behannon K W, et al. 1986. Magnetic fields at Uranus[J]. *Science*, 233(4759): 85-89.
- Ness N F, Acuña M H, Burlaga L F, et al. 1989. Magnetic fields at Neptune[J]. *Science*, 246(4936): 1473-1478.
- Olsen N. 1997. Ionospheric F region currents at middle and low latitudes estimated from Magsat data[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 102(A3): 4563-4576.
- Olsen N, Kotsiaros S. 2010. *Magnetic Satellite Missions and Data*[M]// *IAGA Special Sopron Book Series*. Springer Netherlands, 5: 27-44.
- Olsen N, Stolle C. 2012. Satellite geomagnetism[J]. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 40: 441-465.
- Olsen N, Lühr H, Finlay C C, et al. 2014. The CHAOS-4 geomagnetic field model[J]. *Geophysical Journal International*, 197(2): 815-827.
- Olsen N, Ravat D, Finlay C C, et al. 2017. LCS-1: A high-resolution global model of the lithospheric magnetic field derived from CHAMP and Swarm satellite observations[J]. *Geophysical Journal International*, 211(3): 1461-1477.
- Otzen M, Finlay C C, Kloss C. 2024. Co-estimation of core and lithospheric magnetic fields by a maximum entropy method[J]. *Geophysical Journal International*, 236(3): 1646-1667.
- Pan Y, Li J. 2023. On the biospheric effects of geomagnetic reversals[J]. *National Science Review*, 10(6): nwad070.
- Panovska S, Korte M, Constable C G. 2019. One hundred thousand years of geomagnetic field evolution[J]. *Reviews of Geophysics*, 57(4): 1289-1337.
- Peddie N W. 1979. Current loop models of the Earth's magnetic field[J]. *Journal of Geophysical Research*, 84(B9): 4517-4523.
- Plattner A M, Johnson C L. 2021. Mercury's northern rise core-field magnetic anomaly[J]. *Geophysical Research Letters*, 48(17): e2021GL094695.
- Plattner A M, Johnson C L, Styczinski M J, et al. 2023. On Ganymede's magnetic quadrupolar strength[J]. *The Planetary Science Journal*, 4(7): 134.
- Purucker M, Ravat D, Frey H, et al. 2000. An altitude-normalized magnetic map of Mars and its interpretation[J]. *Geophysical Research Letters*, 27(16): 2449-2452.
- Purucker M E, Nicholas J B. 2010. Global spherical harmonic models of the internal magnetic field of the Moon based on sequential and coestimation approaches[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 115(E12): E12007.
- Ravat D, Purucker M E, Olsen N. 2020. Lunar magnetic field models

- from Lunar Prospector and SELENE/Kaguya along-track magnetic field gradients[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 125(7): e2019JE006187.
- Richmond N C, Hood L L. 2008. A preliminary global map of the vector lunar crustal magnetic field based on Lunar Prospector magnetometer data[J]. *Journal of Geophysical Research*, 113: E02010.
- Ridley V A, Holme R. 2016. Modeling the Jovian magnetic field and its secular variation using all available magnetic field observations[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 121(3): 309-337.
- Riedler W, Möhlmann D, Oraevsky V N, et al. 1989. Magnetic fields near Mars: First results[J]. *Nature*, 341(6243): 604-607.
- Rong Z J, Wei Y, Klinger L, et al. 2021. A new technique to diagnose the geomagnetic field based on a single circular current loop model[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 126: e2021JB022778.
- Rother M, Korte M, Morschhauser A, et al. 2021. The Mag. num core field model as a parent for IGRF-13, and the recent evolution of the South Atlantic Anomaly[J]. *Earth, Planets and Space*, 73: 50.
- Sabaka T J, Toffner-Clausen L, Olsen N, et al. 2020. CM6: A comprehensive geomagnetic field model derived from both CHAMP and Swarm satellite observations[J]. *Earth, Planets and Space*, 72(1): 1-24.
- Sanchez S, Wicht J, Bärenzung J. 2020. Predictions of the geomagnetic secular variation based on the ensemble sequential assimilation of geomagnetic field models by dynamo simulations[J]. *Earth, Planets and Space*, 72: 1-20.
- Schanner M, Korte M, Holschneider M. 2022. ArchKalmag14k: A Kalman-filter based global geomagnetic model for the Holocene[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 127(2): e2021JB023166.
- Schmitz D R, Cain J C. 1983. Geomagnetic spherical harmonic analyses: 1. Techniques[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 88(B2): 1222-1228.
- Schubert G, Soderlund K M. 2011. Planetary magnetic fields: Observations and models[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 187(3-4): 92-108.
- Sharan S, Langlais B, Amit H, et al. 2022. The internal structure and dynamics of Jupiter unveiled by a high-resolution magnetic field and secular variation model[J]. *Geophysical Research Letters*, 49(15): e2022GL098839.
- Smith E J, Davis J L, Coleman J P, et al. 1965. Magnetic field measurements near Mars[J]. *Science*, 149(3689): 1241-1242.
- Smith E J, Davis J L, Jones D E, et al. 1974. The planetary magnetic field and magnetosphere of Jupiter: Pioneer 10[J]. *Journal of Geophysical Research*, 79(25): 3501-3513.
- Stanley S. 2014. Magnetic Field Generation in Planets[M]//*Encyclopedia of the Solar System*. Elsevier, 121-136.
- Stanley S, Bloxham J. 2004. Convective-region geometry as the cause of Uranus' and Neptune's unusual magnetic fields[J]. *Nature*, 428(6979): 151-153.
- Stanley S, Bloxham J. 2016. On the secular variation of Saturn's magnetic field[J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 250: 31-34.
- Stevenson D J. 1987. Mercury's magnetic field: A thermoelectric dynamo?[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 82(1-2): 114-120.
- Stevenson D J. 2010. Planetary magnetic fields: Achievements and prospects[J]. *Space Science Reviews*, 152: 651-664.
- Takahashi F, Shimizu H, Tsunakawa H. 2019. Mercury's anomalous magnetic field caused by a symmetry-breaking self-regulating dynamo[J]. *Nature Communications*, 10(1): 208.
- Tarduno J A, Cottrell R D, Davis W J, et al. 2015. A Hadean to Paleoproterozoic geodynamo recorded by single zircon crystals[J]. *Science*, 349(6247): 521-524.
- Thébault E, Schott J J, Mandea M. 2006. Revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA): Validation and properties[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 111(B1): B01102.
- Thébault E, Hulot G, Langlais B, et al. 2021. A spherical harmonic model of Earth's lithospheric magnetic field up to degree 1050[J]. *Geophysical Research Letters*, 48(21): e2021GL095147.
- Tikoo S M, Weiss B P, Shuster D L, et al. 2017. A two-billion-year history for the lunar dynamo[J]. *Science Advances*, 3(8): e1700207.
- Toepfer S, Narita Y, Glassmeier K H, Heyner D, et al. 2021. The Mie representation for Mercury's magnetic field[J]. *Earth, Planets and Space*, 73: 1-18.
- Toepfer S, Oertel I, Schiron V, et al. 2022. Reconstruction of Mercury's internal magnetic field beyond the octupole[J]. *Copernicus GmbH*, 40(1): 91-105.
- Tsunakawa H, Takahashi F, Shimizu H, et al. 2015. Surface vector mapping of magnetic anomalies over the Moon using Kaguya and Lunar Prospector observations[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 120: 1160-1185.
- Valet J P, Meynadier L, Guyodo Y. 2005. Geomagnetic dipole strength and reversal rate over the past two million years[J]. *Nature*, 435(7043): 802-805.
- Valet J P, Fournier A, Courtillot V E, et al. 2012. Dynamical similarity of geomagnetic field reversals[J]. *Nature*, 490(7418): 89-93.
- Wan W X, Wang C, Li C L, et al. 2020. The payloads of planetary physics research onboard China's First Mars Mission (Tianwen-1)[J]. *Earth and Planetary Physics*, 4(4): 331-332.
- Wardinski I, Amit H, Langlais B, Thébault E. 2021. The internal structure of Mercury's core inferred from magnetic observations[J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 126: e2020JE006792.
- Watson G A. 2000. Approximation in normed linear spaces[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 121(1-2): 1-36.
- Weber T, Moore K, Connerney J, et al. 2022. Updated spherical harmonic magnetic field moments of Ganymede from the Juno flyby[J]. *Geophysical Research Letters*, 49(23): e2022GL098633.
- Wei Y, Yao Z, Wan W. 2018. China's roadmap for planetary exploration[J]. *Nature Astronomy*, 2(5): 346-348.
- Weiss B P, Vali H, Baudenbacher F J, et al. 2002. Records of an ancient Martian magnetic field in ALH84001[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 201(3-4): 449-463.
- Weiss B P, Tikoo S M. 2014. The lunar dynamo[J]. *Science*, 346(6214): 1246753.
- Waler K A, Gubbins D. 1981. Spherical harmonic analysis of the geomagnetic field: An example of a linear inverse problem[J]. *Geophysical Journal International*, 65(3): 645-693.
- Wieczorek M A, Weiss B P, Stewart S T. 2012. An impactor origin for

- lunar magnetic anomalies[J]. *Science*, 335: 1212-1215.
- Winch D E, Ivers D J, Turner J P R, Stening R J. 2005. Geomagnetism and Schmidt quasi-normalization[J]. *Geophysical Journal International*, 160(2): 487-504.
- Xu W Y. 2009. *Physics of Geoelectromagnetic Phenomena* [M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press (in Chinese).
- Yang Y, Hulot G, Vigneron P, et al. 2021. The CSES global geomagnetic field model (CGGM): An IGRF-type global geomagnetic field model based on data from the China Seismo-Electromagnetic Satellite[J]. *Earth, Planets and Space*, 73(1): 1-21.
- Zhang K. 2023. A novel geomagnetic satellite constellation: Science and applications[J]. *Earth and Planetary Physics*, 7(1): 4-21.

附中文参考文献

- 高佳维. 2022. 火星壳磁场模型[D]. 北京: 中国科学院大学.
- 徐文耀. 2009. *地球电磁现象物理学*[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社.