doi:10.6041/j. issn. 1000-1298. 2013. 11. 051

# 考虑摩擦和间隙的柔性滚珠丝杠进给系统建模与分析\*

## 董 亮 汤文成 刘 立

(东南大学机械工程学院,南京 211189)

摘要:为了研究高速滚珠丝杠进给伺服系统的动态特性,提出了一种建立进给系统机械子系统振动模型的混合建模方法,采用带有轴向和扭转自由度的欧拉-伯努利梁单元描述丝杠的轴向、扭转和弯曲振动,采用集中参数方法描述交流伺服驱动子系统和进给系统的其余部件,建立了包含摩擦、间隙非线性因素及外切削力干扰的柔性进给系统模型。实验证明了混合模型能够较准确反映机械系统的振动特性。在此基础上,数值仿真分析表明,低速运动中摩擦和间隙非线性会导致进给系统产生较大的速度波动,在高速运动中机械系统的轴向和扭转振动会导致进给系统不稳定。

关键词:高速滚珠丝杠 进给系统 振动 混合模型

中图分类号: TH113 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2013)11-0300-08

## Modeling and Analysis of Flexible Ball Screw Driven Servomechanisms with Friction and Backlash

Dong Liang Tang Wencheng Liu Li (School of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: In order to get the structural dynamic of the high speed ball screw driven servomechanism, a hybrid modeling method was proposed. The proposed model took the axial, torsional and bending vibrations of the screw into consideration by the Euler – Bernoulli beam elements with axial and torsional theories. The servo subsystems and the other more rigid components were modeled by the lumped parameter method. The flexible ball screw feed drive servomechanism was proposed, including the friction, backlash and the cutting disturbance. Compared with the experimental results, the hybrid model could accurately capture the structural dynamics of ball screw drives. Numerical simulation indicated that the nonlinearities of friction and backlash could cause velocity fluctuations at the low speed. The torsional and axial vibrations made the servo system unstable, especially in the high speed application.

**Key words:** High speed ball screw Feed drive Vibration Hybrid model

#### 引言

高速高精度进给系统的发展,对控制系统的精度和快速响应提出了更高的要求,不断提高的控制系统带宽,接近结构的谐振频率,导致系统不稳定<sup>[1]</sup>。另外,外激励力和高加速度也会导致不期望的系统振动和稳定性问题。因此,更精密的伺服控制驱动系统要求建立机械系统的高阶动力学模型,

研究由结构振动引起的负面影响。

进给系统分析建模通常采用集中参数模型,已有较多的研究成果<sup>[2~7]</sup>。集中参数模型忽略丝杠的柔性体特征,即不考虑丝杠的扭转和轴向振动对系统传动的影响。然而,对于大型机床,较长行程的丝杠的柔性体特征表现更为明显<sup>[8]</sup>。为了进一步研究进给系统的振动特性,Varanasi等<sup>[9]</sup>使用等截面梁理论建立了丝杠振动模型,用频域二阶波动方程

收稿日期: 2012-11-11 修回日期: 2012-12-26

作者简介: 董亮,博士生,主要从事振动与控制研究,E-mail: dl\_seu@163.com

通讯作者: 汤文成,教授,博士生导师,主要从事先进制造技术研究,E-mail: tangwc@ seu. edu. cn

<sup>\*</sup> 国家科技重大专项资助项目(2012ZX04002-012)

描述了丝杠的轴向及扭转振动。Whalley 等[10]提出了使用连续梁模型的方法研究丝杠的轴向及扭转变形,并建立了完整的伺服系统模型。丁文政等[8]采用分布参数建模方法描述了细长滚珠丝杠副的传递子系统,主要考虑了丝杠扭转对于大型机床进给系统动态响应的影响。以上的建模过程均未考虑丝杠的弯曲振动,Okwudire 等[11]使用混合建模方法,研究了丝杠的轴向扭转及弯曲耦合振动模型。在控制研究方面,针对丝杠的振动特性进行控制补偿也有较多的研究[1,12~13],并获得了较好的系统跟踪精度和干扰抑制性能。

本文提出一种机械和伺服控制系统联合设计的方法。采用混合建模方法建立滚珠丝杠进给系统的振动模型,利用欧拉 - 伯努利梁单元描述丝杠的轴向、扭转及弯曲振动,对混合模型进行实验验证,进而推导包含系统柔性的进给系统传递函数,建立包含摩擦和间隙非线性因素和外切削力干扰的伺服控制系统模型,采用数值模拟分析进给系统在高速和低速下的动态响应特性。

## 1 机械进给系统模型

#### 1.1 传动模型

其中

式中

滚珠丝杠进给驱动系统如图 1 所示,电动机与 丝杠直联,电动机端采用双列角接触轴承固定,远离 电动机端采用深沟球轴承支撑。电动机提供驱动力矩  $\tau_m$  带动滚珠丝杠转动,有

$$\tau_{m} = J \ddot{\theta}_{s} + B \dot{\theta}_{s} + \tau_{d} + \tau_{f}$$

$$\tau_{d} = \frac{R}{\eta} F_{d} = \frac{p}{2\pi \eta} F_{d}$$

$$\theta_{s} - \underline{\mathcal{L}}$$
 杠转角

J——系统等效转动惯量

B——电动机转子的粘性阻尼系数

 $F_d$ ——驱动力  $au_d$ ——负载干扰力矩

τ,----摩擦干扰力矩

p——丝杠导程 R——传动比

η----驱动系统的传动效率

丝杠的旋转运动 $(\theta_s)$ 转换为工作台的直线移动 $(x_t)$ 

$$F_{\rm d} = m_{\iota} \frac{\rm d}{{\rm d}t} v_{\iota} + B_{\iota} v_{\iota} \tag{2}$$

式中 m,——工作台质量

 $B_{\iota}$ ——导轨的粘性阻尼系数

 $v_{\iota}$ ——工作台的移动速度

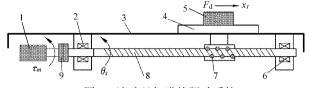


图 1 滚珠丝杠进给驱动系统

Fig. 1 Ball screw feed drive system
1. 电动机 2. 角接触轴承 3. 导轨 4. 工作台 5. 工件 6. 球轴承 7. 螺母 8. 滚珠丝杠 9. 联轴器

驱动力  $F_{d}$  由等效轴向刚度  $K_{ax}$  和等效阻尼  $B_{e}$  表示为

$$F_{\rm d} = K_{ax} (R\theta_s - x_t) + B_e (R\dot{\theta}_s - \dot{x}_t)$$
 (3)

## 1.2 振动混合模型

滚珠丝杠进给驱动系统的混合模型如图 2 所示。丝杠的振动形式分为轴向、扭转和弯曲。丝杠有限元单元采用带有扭转及轴向自由度的欧拉-伯努利梁模型,单元自由度包含轴向位移 $(u_1)$ 、扭转位移 $(u_2)$ 和弯曲位移 $(u_3,\theta_1)$ 。

丝杠的参数包括:材料密度 $\rho$ 、直径d、截面面积A、单元长度l、转动惯量J、极惯性矩I、弹性模量E、剪切模量G和导程p。其余部件采用集中参数描述,导轨简化为刚体,角接触轴承轴向刚度 $K_{\iota}$ ,和径向刚度 $K_{\iota}$ ,联轴器扭转刚度 $K_{c}$ ,螺母轴向刚度 $K_{n}$ 和径向刚度 $K_{ii}$ ,电动机转动惯量 $J_{m}$ ,联轴器转动惯量 $J_{c}$ ,工作台质量 $M_{i}$ ,球轴承径向刚度 $K_{ii}$ ,丝杠长度 $M_{i}$ 。以上值均可通过查阅样本或计算获得。

丝杠单元结点位移向量 $\delta$ °为

$$\boldsymbol{\delta}^e = (u_1, u_2, u_3, \theta_1, u_4, u_5, u_6, \theta_2) \tag{4}$$

根据基本单元的刚度和质量矩阵,取丝杠单元长度为l、滚珠丝杠单元质量矩阵 $M^e$ 和刚度矩阵 $K^e$ 可表示为

$$\boldsymbol{M}^{e} = \frac{\rho l}{420} \begin{bmatrix} 140A & 0 & 0 & 0 & 70A & 0 & 0 & 0\\ 0 & 140J & 0 & 0 & 0 & 70J & 0 & 0\\ 0 & 0 & 156A & 22lA & 0 & 0 & 54A & -13lA\\ 0 & 0 & 22lA & 4l^{2}A & 0 & 0 & 13lA & -3l^{2}A\\ 70A & 0 & 0 & 0 & 140A & 0 & 0 & 0\\ 0 & 70J & 0 & 0 & 0 & 140J & 0 & 0\\ 0 & 0 & 54A & 13lA & 0 & 0 & 156A & -22lA\\ 0 & 0 & -13lA & -3l^{2}A & 0 & 0 & -22lA & 4l^{2}A \end{bmatrix}$$
 (5)

为[9]

$$\mathbf{K}^{e} = \begin{bmatrix}
\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{GJ}{l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{l} & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{12EI}{l^{3}} & \frac{6EI}{l^{2}} & 0 & 0 & -\frac{12EI}{l^{3}} & \frac{6EI}{l^{2}} \\
0 & 0 & \frac{6EI}{l^{2}} & \frac{4EI}{l} & 0 & 0 & -\frac{6EI}{l^{2}} & \frac{2EI}{l} \\
-\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{GJ}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{12EI}{l^{3}} & -\frac{6EI}{l^{2}} & 0 & 0 & \frac{12EI}{l^{3}} & -\frac{6EI}{l^{2}} \\
0 & 0 & \frac{6EI}{l^{2}} & \frac{2EI}{l} & 0 & 0 & -\frac{6EI}{l^{2}} & \frac{4EI}{l}
\end{bmatrix}$$

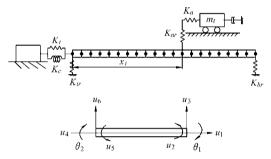


图 2 带有轴向及扭转自由度的欧拉-伯努利梁单元 Fig. 2 Euler – Bernoulli beam element with axial and torsional degrees of freedom

丝杠螺母结合面如图 3 所示, 螺母滚珠简化为弹簧, 其方向沿接触点法线方向 F, 单个滚珠上传递的力 F 可分为轴向力  $F_a$  和切向力  $F_t$ 。结合面处存在 5 个自由度: 螺母轴向位移  $u_a$ 、工作台轴向位移  $u_t$ 、丝杠扭转  $u_t$  和弯曲  $u_b$ 、 $\theta_b$ 。 预紧螺母耦合轴向( $u_a$ ,  $u_t$ ) 和扭转位移( $u_t$ ),并提供径向约束( $u_b$ ),丝杠螺母结合面的轴向变形量  $\Delta x$  可以表示

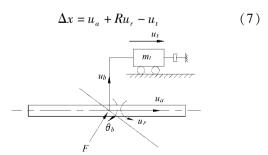


图 3 丝杠螺母结合面系统图

Fig. 3 Ball screw-nut interface

丝杠螺母结合面的单元结点位移向量 $\delta$ <sup>n</sup> 和刚度矩阵 K<sup>n</sup> 分别为

$$\boldsymbol{\delta}^{n} = (u_{a}, u_{r}, u_{b}, \theta_{b}, u_{\iota}) \tag{8}$$

$$\mathbf{K}^{n} = K_{n} \begin{bmatrix} 1 & R & 0 & 0 & -1 \\ R & R^{2} & 0 & 0 & -R \\ 0 & 0 & \frac{K_{nr}}{K_{n}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -R & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(9)

综上所述,通过求解系统的无阻尼运动方程

$$\mathbf{M} \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K} \boldsymbol{\theta} = \mathbf{T}(t) \tag{10}$$

式中  $\theta$ ——广义坐标 M——系统质量矩阵

K——系统刚度矩阵

**T**(t)——系统广义力

可获得系统的特征值  $\Omega$  和特征向量 P。

## 2 实验

为验证所建立的混合模型,在图 4 所示的实验台上,通过力锤进行激励,信号分析仪计算频率响应,测得不同螺母位置下的振动频率,螺母位置是螺母靠近电动机端距丝杠螺纹起始端的距离。轴向振动的测量是通过对工作台沿运动方向施加力锤激励,并通过安装在工作台上的加速度传感器测量响应。弯曲振动的测量是沿丝杠径向施加力锤激励,

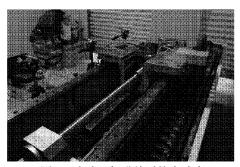


图 4 滚珠丝杠进给系统实验台 Fig. 4 Ball screw driven setup

在丝杠轴上布置加速度传感器测量响应。实验台详细参数见表1。

#### 表 1 滚珠丝杠进给系统主要参数

Tab. 1 Important parameters of ball screw drive system

	·
参数	数值
工作台质量 <i>m<sub>t</sub></i> /kg	50
直径 d/mm	50
导程 p/mm	25
电动机转动惯量 $J_m/\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$	$1.2 \times 10^{-3}$
联轴器转动惯量 $J_c/\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$	1. $12 \times 10^{-3}$
联轴器扭转刚度 K <sub>c</sub> /N·m·rad -1	13 752
角接触轴承轴向刚度 $K_t/N \cdot m^{-1}$	$6.5 \times 10^7$
角接触轴承径向刚度 $K_{tr}/N \cdot m^{-1}$	$6 \times 10^7$
球轴承径向刚度 $K_{br}/N \cdot m^{-1}$	$1 \times 10^{7}$
螺母的径向刚度 $K_{nr}/N \cdot m^{-1}$	$1.5 \times 10^9$
螺母的轴向刚度 $K_n/N \cdot m^{-1}$	$2.5 \times 10^9$
丝杠螺纹长度 L/mm	1 480

图 5 给出了螺母位置在 1 000 mm 处的轴向和弯曲振动的频率响应曲线,仿真结果和实验结果见表 2。由于缺乏扭转振动测试条件,采用文献[14]中的数据进行比较,本文模型预测前两阶扭转振动频率分别为 464 Hz 和 1 184 Hz,与文献[14]的实验结果 445 Hz 和 1 080 Hz 基本一致。结果表明混合模型可以较准确反映进给系统的振动特性。

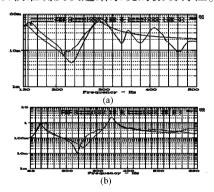


图 5 1000 mm 位置处轴向与弯曲频率响应曲线

Fig. 5 Frequency response of axial and flexural vibration at 1 000 mm

(a) 轴向 (b) 弯曲

#### 表 2 振动频率的实验及仿真结果

Tab. 2 Predicted and measured resonance frequencies

Hz

螺母位置	轴向		弯	曲
/mm	仿真	实验	仿真	实验
800	134	135	148	171
1 000	133	134	113	117

## 3 伺服进给系统模型

伺服进给系统模型包括丝杠的机械子系统和伺

服控制子系统,其中机械子系统包括机械传递系统, 摩擦和间隙非线性因素,外切削力干扰3部分。基 于建立的混合模型,推导包含丝杠柔性的机械系统 的传递函数,用于控制系统的设计与分析。

## 3.1 机械子系统传递函数

全闭环滚珠丝杠进给伺服系统通过电动机的旋转编码器反馈电动机的转动位移,通过直线光栅尺反馈工作台的位置。第一阶轴向和扭转振动对进给系统动态特性影响较大,而弯曲振动主要源于制造安装误差以及进给系统的运行条件。假设安装和运行合理,系统对于弯曲振动的激励很小,因此可以忽略其对进给系统的影响。

仿真与实验结果表明工作台位置对于轴向和扭转振动的影响较小 $[^{14}]$ ,故将工作台位于中间位置处的结果作为推导传递函数的数据。通过建立的滚珠丝杠有限元模型,系统的广义质量矩阵  $M_a$  和广义刚度矩阵  $K_a$  分别为

$$\begin{cases}
\mathbf{M}_d = \mathbf{P}^{\mathrm{T}} \mathbf{M} \mathbf{P} \\
\mathbf{K}_d = \mathbf{P}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \mathbf{P}
\end{cases} \tag{11}$$

给定系统的每一阶经验模态阻尼比 $\xi_i$ ,即可求得广义阻尼矩阵 $C_d$ 为 $(c_d)_i = 2\xi_i\omega_i$ , $(c_d)_i$ 是广义阻尼矩阵 $C_d$ 的对角线元素, $\omega_i$ 是对应的振动频率。

带阻尼的系统运动方程为

$$\mathbf{M} \, \dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C} \, \dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K} \boldsymbol{\theta} = \mathbf{T}(t) \tag{12}$$

(14)

对式两边分别作拉式变换得

其中
$$(\mathbf{M}s^{2} + \mathbf{C}s + \mathbf{K})\boldsymbol{\theta}(s) = \mathbf{T}(s)$$

$$\mathbf{M} = (\mathbf{P}^{T})^{-1}\operatorname{diag}(\mathbf{M}_{d})\mathbf{P}^{-1}$$

$$\mathbf{C} = (\mathbf{P}^{T})^{-1}\operatorname{diag}(\mathbf{C}_{d})\mathbf{P}^{-1}$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{P}^{T})^{-1}\operatorname{diag}(\mathbf{K}_{d})\mathbf{P}^{-1}$$
則 
$$\boldsymbol{\theta}(s) = \mathbf{P}\operatorname{diag}(1/(\mathbf{M}_{d}s^{2} + \mathbf{C}_{d}s + \mathbf{K}_{d}))\mathbf{P}^{T}\mathbf{T}(s)$$

系统的传递函数可表示为

$$G(s) = G_r(s) + \sum_{k=1}^{n} \frac{\frac{\mathbf{P}_k^{(i)} \mathbf{P}_k^{(j)}}{\mathbf{M}_{dk}}}{s^2 + 2\xi_k \omega_k s + \omega_k^2}$$
(15)

其中 
$$\omega_k = \sqrt{\frac{K_{dk}}{M_{dk}}} \quad \xi_k = \frac{C_{dk}}{2M_{dk}\omega_k}$$

式中  $P_k^{(i)}$  ——第 i 个单元的第 k 阶模态的振型向量电动机与丝杠扭转之间的传递函数为

其中
$$G_{\omega}(s) = G_{\omega r}(s) + \sum_{k=1}^{n} \frac{R_{\omega k} s}{s^2 + 2\xi_k \omega_k s + \omega_k^2}$$
(16)
$$(16)$$

电动机和工作台位置之间的传递函数为

$$G_m(s) = G_{mr}(s) + \sum_{k=1}^{n} \frac{R_{mk}}{s^2 + 2\xi_k \omega_k s + \omega_k^2}$$
 (17)

其中

$$G_{mr}(s) = \frac{p}{2\pi (Js^2 + Bs)}$$

定义传递函数

$$G_{x}(s) = \frac{G_{m}(s)}{G_{\omega}(s)}$$
 (18)

#### 3.2 非线性因素

## 3.2.1 摩擦力矩

在机械伺服系统中,摩擦特性主要源于支撑滚珠丝杠的滚动轴承、滚珠螺母以及导轨的摩擦。Stribeck 曲线描述了摩擦与速度之间的关系,由静摩擦力 $F_s$ 、库伦摩擦力 $F_c$ 和粘性阻尼系数B组成,见图 6a,最大静摩擦力到滑动摩擦力不是突变而是一种呈现负阻尼特性的连续变化。由于直接测量摩擦力较为困难,考虑到电动机输出扭矩等于电动机负载力矩、转子和负载惯性力矩,及摩擦力矩干扰之和,故实验中可通过控制器使电动机匀速运动,使得各种惯性力矩为零,可近似测出负载和电动机转子所受摩擦力矩 $T_t$ 之和[15]

$$\tau_{f}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{cases} T_{s}^{+} e^{-\omega/\Omega_{1}^{+}} + T_{c}^{+} (1 - e^{-\omega/\Omega_{2}^{+}}) + B\boldsymbol{\omega} & ( 正向运动) \\ T_{s}^{-} e^{-\omega/\Omega_{1}^{-}} + T_{c}^{-} (1 - e^{-\omega/\Omega_{2}^{-}}) + B\boldsymbol{\omega} & ( 反向运动) \end{cases}$$

$$(19)$$

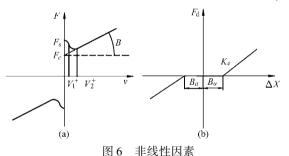


Fig. 6 Nonlinearity factors

(a)摩擦 (b)间隙

模型参数定义见表3。

表 3 摩擦力矩仿真参数

Tab. 3 Friction torque parameters

参数	数值
静摩擦力矩 $T_s^+$ 、 $T_s^-$ /N·m	3.6, -2.7
库伦摩擦力矩 $T_c^+ \ T_c^- / \mathbf{N} \cdot \mathbf{m}$	2.2, -1.7
速度常数 1 $\Omega_{\rm l}^+$ 、 $\Omega_{\rm l}^-/{\rm rad \cdot s^{-1}}$	2, -2
速度常数 2 $\Omega_2^+$ 、 $\Omega_2^-$ /rad·s <sup>-1</sup>	2, -2

#### 3.2.2 间隙

间隙  $B_a$ 主要包括滚珠丝杠与螺母间的间隙,轴承轴向间隙,联轴节扭转间隙。在机构反向时造成工作台进给误差影响工作台进给精度。由于传动链中尺寸误差、安装误差和长期磨损,间隙不能完全消除。由于丝杠和螺母间的间隙,系统轴向驱动力  $F_a$ 

将发生变化。间隙非线性可以采用死区模型来表示,如图 6b 所示。

#### 3.3 交流伺服电动机模型

永磁同步电动机以其定位精度高、响应速度快等特点,广泛应用于伺服驱动系统。采用电流 *i* = 0 的矢量控制方式,对 PMSM 的交流伺服系统进行适当的简化,输入指令经过位置增益、速度增益和电流反馈输出转矩,因此可以建立电流方程<sup>[3]</sup>

$$L\dot{i} + R'i = k_{ip} [k_{vp}(k_{pp}k_ve - \dot{\theta}_m) - i] - k_{emf}\dot{\theta}_m$$
 (20)  
式中  $L$ ——电动机电枢电感

R'——电动机电枢电阻

e----位移误差

k<sub>in</sub>——电流环增益

k<sub>w</sub>----速度环增益

k<sub>pp</sub>——位置环增益

k.——速度指令调整增益

k<sub>emf</sub>——电动机反电动势常数

由于伺服放大器工作在电流控制模式,反电动势引起的力矩损失能够通过电流控制环实现补偿,因此反电动势以及电枢的动态特性在本模型中忽略。使用电流放大增益  $K_a$ 、电动机力矩常数  $K_{mt}$ 表示控制信号 u(s) 与驱动力矩  $\tau(s)$  之间的传递函数关系  $G_a(s) = K_a K_{mt}$ 。

### 3.4 机械与控制联合仿真模型

基于上述的分析,建立的机械和控制系统联合 仿真模型如图7、8 所示。图7表示了机械子系统结构,其中包含机械振动模块、摩擦力矩模块、切削力 干扰模块以及间隙非线性模块。图8表示了伺服控 制子系统部分,控制系统的设计采用 P-PI 控制。 表4给出了联合仿真模型的主要参数。

## 4 仿真分析

### 4.1 摩擦与间隙非线性对系统性能的影响

图 9 表示了低速下摩擦和间隙对系统阶跃响应性能的影响。图 9a 表明仅存在间隙情况下,工作台的速度阶跃响应在经过过渡阶段后,稳定在目标值附近呈周期性振荡并渐趋于稳定,在相同进给速度下,间隙值增大,工作台响应的振荡幅值也增加。图 9b表明由于摩擦力的干扰,速度初始响应阶段存在滞后,且响应开始阶段发生过度振荡,随着时间的增加趋近于稳态值,仿真表明进给速度越低,滞后和振荡越明显。图 9c 表示摩擦和间隙两种非线性因素同时作用下的阶跃响应,表明不考虑非线性因素时,系统的阶跃响应经过渡阶段后趋近稳态值,不存

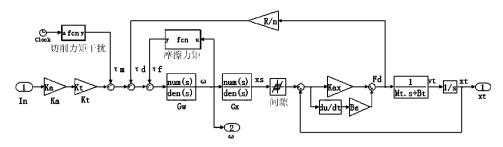


图 7 机械子系统仿真模型

Fig. 7 Mechanical subsystem

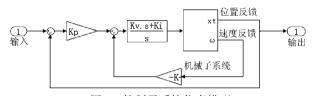


图 8 控制子系统仿真模型

Fig. 8 Control subsystem

## 表 4 系统主要参数

Tab. 4 System parameters

参数	数值
电流放大器增益 $K_a/A\cdot V^{-1}$	6. 5
电动机转矩常数 $K_{mt}/\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{A}^{-1}$	0.5
等效转动惯量 J/kg·m²	$8.5 \times 10^{-3}$
粘性阻尼系数 B/kg·m²·s <sup>-1</sup>	0. 032
PI 控制器积分系数 $K_i$ /rad·s <sup>-1</sup>	4 100
PI 控制器比例系数 $K_v/V \cdot V^{-1}$	18
位置环增益 $K_p/\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$	7 000
间隙 $B_a/m$	$2 \times 10^{-6}$
线性导轨处粘性阻尼系数 $B_t/\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{m}^{-1}$	1
等效轴向刚度 K <sub>ax</sub> /N·m <sup>-1</sup>	$1.37 \times 10^{8}$
等效内结构阻尼系数 $B_e/\mathrm{N\cdot s\cdot m^{-1}}$	500
传动效率 η/%	99

在过度振荡和阶跃响应初始阶段较大的超调量,摩擦和间隙两者对系统产生重叠的影响,使系统振荡加剧,影响系统的稳定性。

图 10 表示了带有摩擦非线性系统的正弦速度跟踪曲线。在正弦速度跟踪控制中,摩擦会造成跟踪误差和速度换向时运动的不连续性,系统速度过

零时,系统跟踪速度带有明显滞后,故在低速微量进 给时需特别注意消除摩擦带来的负面影响。

#### 4.2 结构柔性对进给系统的影响

图 11a 比较了在高加速度高速条件下,刚体模型和柔性体模型的动态响应仿真结果,图 11b 在低速条件下考虑丝杠的柔性体特征,比较有无摩擦与间隙非线性因素条件下的动态响应。图中分别表示了位移(S)、速度(v)、加速度(a)以及跟踪误差( $E_r$ )。

仿真结果表明在高速运动下,由于丝杠的柔性体特征,第一阶轴向及扭转振动影响系统的动态性能,导致加速度和速度的明显波动。在低速运动下,由于存在摩擦和间隙等非线性因素,加速阶段加速度值波动较大,工作台的速度响应在开始时发生过度振荡,随着时间的增加趋于稳态值,表明在低速条件下,间隙和摩擦非线性对系统的动态性能影响较大。

### 4.3 切削力对进给系统的影响

若系统存在图 12a 所示的切削干扰力矩,系统的阶跃响应如图 12b 所示,在经历过渡阶段后,速度会存在随机波动。

#### 4.4 进给系统性能改进方法

针对上述滚珠丝杠进给系统存在的问题,一方面,可以通过提高进给系统的轴向和扭转刚度,减小负载转动惯量,或采用合理的支撑方式,从而提高机械谐振频率,远离系统通频带。例如,采用混合模型计算,若将角接触轴承轴向刚度提高 10 倍,则第一

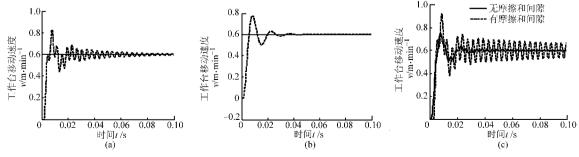


图 9 摩擦和间隙非线性作用下的系统阶跃响应

Fig. 9 Step response with friction and backlash

(a) 仅存在间隙 (b) 仅存在摩擦 (c) 摩擦和间隙同时作用

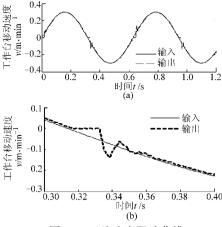


图 10 正弦速度跟踪曲线

Fig. 10 Sinusoidal speed tracking curves

(a) 跟踪曲线 (b) 局部放大图

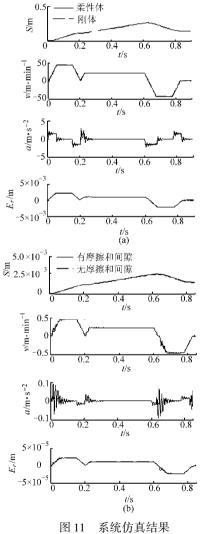


图 11 系统仿真结果 Fig. 11 Simulation result

(a) 高速进给 (b) 低速进给

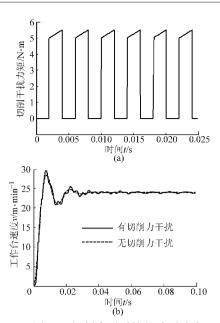


图 12 切削力对系统的阶跃响应 g. 12 Step response with cutting disturbance (a) 切削力干扰 (b) 阶跃响应

阶轴向振动频率将从约 130 Hz 显著提高到 170 Hz。 另一方面,可采用相应的控制补偿措施,如摩擦补偿<sup>[5]</sup>,针对振动抑制的控制补偿等方法<sup>[1,12~13]</sup>。

## 5 结论

- (1) 针对滚珠丝杠的柔性体特征,建立了进给系统的振动混合模型,研究了丝杠的轴向、扭转以及弯曲振动;针对闭环控制的进给伺服系统,建立了包含机械振动,摩擦和间隙非线性及外干扰力等因素的系统仿真模型。
- (2)以某实验台为对象,将建立的混合模型与实验结果相比较,证明了混合模型能够较准确地反映整个系统的振动特性。数值仿真表明低速运动中由于摩擦和间隙非线性的存在,会产生较大的速度振荡等不稳定行为;进给系统的轴向及扭转振动会导致系统不稳定;切削干扰使进给系统产生随机波动。
- (3)滚珠丝杠进给系统的谐振频率随系统的参数变化而变化,间隙、摩擦等非线性因素及外切削力的干扰,使得实际的结构动态特性十分复杂,特别是对于高速高精度大型机床,必须考虑丝杠的柔性体特征,同时综合非线性及外干扰因素,才能准确反映伺服系统动态性能。

#### 参考文献

- Erkorkmaz K, Kamalzadeh A. High bandwidth control of ball screw drives [J]. CIRP Annals—Manufacturing Technology, 2006, 55(1): 393 ~ 398.
- 2 吴子英, 刘宏昭, 刘丽兰. 考虑摩擦影响的重型车床横向进给伺服系统建模与分析[J]. 机械工程学报, 2012, 48(7): 86~93. Wu Ziying, Liu Hongzhao, Liu Lilan. Modeling and analysis of cross feed servo system of heavy duty lathe subjected to friction

- [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(7):86 ~ 93. (in Chinese)
- 3 刘丽兰, 刘宏昭, 吴子英, 等. 考虑摩擦和间隙影响的机床进给伺服系统建模与分析[J]. 农业机械学报, 2010, 41(11): 212~218.
  - Liu Lilan, Liu Hongzhao, Wu Ziying, et al. Modeling and analysis of machine tool feed servo systems with friction and backlash [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(11);212 ~218. (in Chinese)
- 4 左健民,王保升,汪木兰. 数控机床进给系统刚度分析及前馈补偿控制研究[J]. 机械科学与技术, 2008, 27(3): 386~389. Zuo Jianmin, Wang Baosheng, Wang Mulan. Analysis and feed forward compensation control of stiffness in a CNC machine tool feed system [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2008, 27(3): 386~389. (in Chinese)
- 5 吴南星,孙庆鸿,冯景华. 机床进给伺服系统非线性摩擦特性及控制补偿研究[J]. 东南大学学报:自然科学版,2004,34(6):771~774.
  - Wu Nanxing, Sun Qinghong, Feng Jinghua. Study of influence on machine-tool dynamic characteristics of nonlinear friction and its compensation [J]. Journal of Southeast University; Natural Science Edition, 2004, 34(6):771 ~774. (in Chinese)
- 6 Chen J S, Huang Y K, Cheng C C. Mechanical model and contouring analysis of high-speed ball-screw drive systems with compliance effect [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2004, 24(3): 241 ~ 250.
- 7 Kim M S, Chung S C. Integrated design methodology of ball-screw driven servomechanisms with discrete controllers. Part I: modelling and performance analysis[J]. Mechatronics, 2006, 16(8):491 ~502.
- 8 丁文政, 黄筱调, 汪木兰. 面向大型机床再制造的进给系统动态特性[J]. 机械工程学报, 2011, 47(3):135~140. Ding Wenzheng, Huang Xiaodiao, Wang Mulan. Dynamic characteristics of feed system for large-scale machine tool remanufacturing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011,47(3):135~140. (in Chinese)
- 9 Varanasi K K, Nayfeh S A. The dynamics of lead-screw drives: low-order modeling and experiments [J]. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2004, 126(2): 388 ~ 396.
- Whalley R, Abdul-Ameer A A, Ebrahimi M. Machine tool modelling and profile following performance [J]. Applied Mathematical Modelling, 2008, 32(11): 2 290 ~ 2 311.
- Okwudire C E. Improved screw-nut interface model for high-performance ball screw drives [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2011, 133(4): 041009 ~ 041010.
- 12 Sepasi D, Nagamune R, Sassani F. Tracking control of flexible ball screw drives with runout effect and mass variation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(2): 1 248 ~ 1 256.
- Okwudire C, Altintas Y. Minimum tracking error control of flexible ball screw drives using a discrete-time sliding mode controller [J]. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2009, 131(5): 051006 ~051012.
- 14 Kamalzadeh A. Precision control of high speed ball screw drive [D]. Waterloo, Ontario, Canada: The University of Waterloo, 2008.
- 15 Erkorkmaz K, Altintas Y. High speed CNC system design. Part II: modeling and identification of feed drives [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2001, 41(10): 1487~1509.