

滚珠丝杠副接触变形影响因素分析

王 丹, 王文竹, 孙志礼, 周 亮

(东北大学 机械工程及自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 从滚珠丝杠副的结构参数入手, 计算出滚珠丝杠副的主曲率半径, 并做出接触角、螺旋升角与主曲率的关系曲线。以赫兹空间接触理论为依据, 对滚珠丝杠副的接触变形进行理论计算, 并对接触角、螺旋升角与接触变形、接触刚度之间的关系做进一步探讨。采用 ANSYS 有限元模型对上述接触变形计算结果进行验证。结果验证了理论模型的正确性, 表明适当增大接触角、螺旋升角可以有效改善滚珠丝杠副传动性能。

关 键 词: 滚珠丝杠副; 接触角; 螺旋升角; 接触变形; 有限元模型

中图分类号: TH 13

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2011)04-0567-04

Analyzing the Factors Affecting Ball Screw Pair Contact Deformation

WANG Dan, WANG Wen-zhu, SUN Zhi-li, ZHOU Liang

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.
Corresponding author: WANG Wen-zhu, E-mail: wwdd60@163.com)

Abstract: The principal curvature radius of a ball screw pair was calculated using the structural parameters of the ball screw pair, and the curvilinear relationship between helix angle, contact angle, and principal curvature was plotted. Based on Hertz contact theory, contact deformation of the ball screw pair was calculated. Contact stiffness was then investigated using the relationship between contact angle, helix angle, and contact deformation. Calculated contact deformation values were verified with ANSYS FEM. The results demonstrated the validity of the theory. Contact characteristics of ball screw pairs can be effectively improved by increasing helix angle and contact angle.

Key words: ball screw pair; contact angle; helix angle; contact deformation; finite element model

滚珠丝杠在载荷的作用下, 滚珠分别与丝杠滚道面、螺母进行双接触, 传递载荷, 并产生接触形变。由赫兹接触理论可知, 滚珠丝杠的主曲率对滚珠丝杠副的弹性形变有着极大的影响^[1-3]。因此需要建立螺母、丝杠滚道的螺旋面方程, 以此计算出滚珠丝杠副的主曲率半径, 从而代入滚珠丝杠副的公式中, 求出滚珠丝杠副的接触变形值。对滚珠丝杠副的接触变形公式进行推导计算, 并用 Matlab 绘制出螺旋升角、接触角与接触变形、接触刚度之间的关系曲线。由曲线可以明显地看出滚珠丝杠副各种结构参数对变形因素的影响。

1 滚珠丝杠副主曲率的计算

在微分几何中, 曲面上给定的两个主曲率衡

量了给定点曲面在这一点上的不同方向上不同的弯曲程度。为了能准确地求出滚珠丝杠的变形量, 首先应该对滚珠丝杠的主曲率有明确的认识和准确的计算^[3]。

1.1 螺旋滚道方程的建立

建立如图 1 所示的坐标系, 可得滚珠丝杠在滚道上的动坐标方程组为

$$\left. \begin{aligned} X' &= X'', \\ Y' &= Y'' \cos \lambda - Z'' \sin \lambda, \\ Z' &= Y'' \sin \lambda + Z'' \cos \lambda; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} X'' &= -R \cos \beta + (R - R_b) \cos \beta, \\ Y'' &= 0, \\ Z'' &= -R \sin \beta - (R - R_b) \sin \beta. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

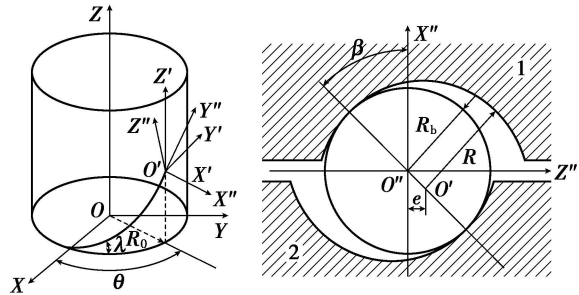


图 1 滚珠丝杠副的滚道坐标系
Fig. 1 Coordinate system of ball screw pair

将所得的动坐标转换到主坐标系中, 可得以动坐标系为参数的主坐标方程组:

$$\left. \begin{aligned} X &= R_0 \cos \theta + X' \cos \theta - Y' \sin \theta, \\ Y &= R_0 \sin \theta + X' \sin \theta + Y' \cos \theta, \\ Z &= Z' + \frac{h \theta}{2\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: λ 为螺旋角, $\lambda = \arctan \frac{h}{2\pi R_0}$; Z 轴与 Z' 轴的差值为 $\theta h / 2\pi$ 。

将式(1)~式(3)联立起来可得螺母侧滚道的螺旋面方程:

$$\left. \begin{aligned} X_h &= (R_0 + R_b \cos \beta) \cos \theta + \\ &\quad (2R - R_b) \sin \beta \sin \lambda \sin \theta, \\ Y_h &= (R_0 + R_b \cos \beta) \sin \theta - \\ &\quad (2R - R_b) \sin \beta \sin \lambda \cos \theta, \\ Z_h &= (2R - R_b) \sin \beta \cos \lambda + \frac{h}{2\pi} \theta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

同滚珠螺母滚道的算法, 可得丝杠的滚道螺旋面方程:

$$\left. \begin{aligned} X_s &= (R_0 - R_b \cos \beta) \cos \theta - \\ &\quad (2R - R_b) \sin \beta \sin \lambda \sin \theta, \\ Y_s &= (R_0 - R_b \cos \beta) \sin \theta + \\ &\quad (2R - R_b) \sin \beta \sin \lambda \cos \theta, \\ Z_s &= (-2R + R_b) \sin \beta \cos \lambda + \frac{h}{2\pi} \theta. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

1.2 接触点主曲率方程

由滚珠螺母的滚道螺旋面方程可以推导出滚珠螺母的主曲率方程, 首先需要将滚珠丝杠螺母滚道螺旋面方程转变成向量形式:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} (R_0 + R_b \cos \beta) \cos \theta + \\ (2R - R_b) \sin \beta \sin \lambda \sin \theta \\ (R_0 + R_b \cos \beta) \sin \theta - \\ (2R - R_b) \sin \beta \sin \lambda \cos \theta \\ (2R - R_b) \sin \beta \cos \lambda + \frac{h}{2\pi} \theta \end{bmatrix}. \quad (6)$$

根据微分几何知识, 可得螺母滚道曲面各曲率为

$$\left. \begin{aligned} \rho_{n11} &= \frac{1}{R_b}, \rho_{n12} = \frac{1}{R_b}, \\ \rho_{n21} &= -\frac{1}{tR_b}, \rho_{n22} = -\frac{\cos \beta \cos \lambda}{R_0 + R_b \cos \beta}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由此得出螺母滚道面的曲率和为

$$\sum \rho_1 = \frac{2}{R_b} - \frac{1}{tR_b} - \frac{\cos \beta \cos \lambda}{R_0 + R_b \cos \beta}. \quad (8)$$

同理, 可得丝杠滚道面各曲率为

$$\left. \begin{aligned} \rho_{s11} &= \frac{1}{R_b}, \rho_{s12} = \frac{1}{R_b}, \\ \rho_{s21} &= -\frac{1}{tR_b}, \rho_{s22} = \frac{\cos \beta \cos \lambda}{R_0 - R_b \cos \beta}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

因此可以得出丝杠滚道面曲面的主曲率为

$$\sum \rho_2 = \frac{2}{R_b} - \frac{1}{tR_b} + \frac{\cos \beta \cos \lambda}{R_0 - R_b \cos \beta}. \quad (10)$$

2 滚珠丝杠副的接触变形计算分析

采用赫兹接触空间理论对滚珠丝杠的接触情况进行分析。两个点接触的物体, 在负荷的作用下, 能渐渐扩展成一个面。此接触面与接触法线垂直面投影是一个长轴为 $2a$, 短轴为 $2b$ 的椭圆^[4-6]。接触应力的分布模式如图 2 所示。

$$\delta = \frac{2K(e)}{\pi m_a} \times \sqrt[3]{\frac{1}{8} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right) \right]^2 Q^2 \sum \rho}. \quad (11)$$

式中: $\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$, ρ_{11} , ρ_{12} , ρ_{21} , ρ_{22} 分别是弹性接触体 1, 2 的主曲率; m_a , $K(e)$ 由两物体的接触尺寸决定, 可查参考文献[5] 求出; E_1 , E_2 分别为两接触物体的弹性模量; μ_1 , μ_2 分别为两接触物体的泊松比; Q 为两接触物体之间的接触压力。

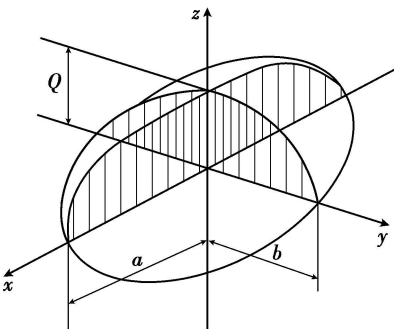


图 2 赫兹接触理论图
Fig. 2 Picture of Hertz contact theory

由式(11)得到滚珠与丝杠滚道之间的变形为

$$\delta_p = 0.70939 \times 10^{-5} f^{\frac{2}{3}} \text{mm}; \quad (12)$$

滚珠与螺母滚道之间的变形为

$$\delta_{hp} = 0.703\,16 \times 10^{-5} f^{\frac{2}{3}} \text{mm} \quad (13)$$

滚珠丝杠副滚珠与滚道之间的总变形量为丝杠、螺母滚道与滚珠的接触变形量之和为

$$\delta_h = \delta_p + \delta_{hp} = 1.412\,55 \times 10^{-5} f^{\frac{2}{3}} \text{mm} \quad (14)$$

由滚珠丝杠的轴向变形和法向变形关系可知,

$$\delta_a = \delta_h \frac{\cos \lambda}{\sin \beta} \quad (15)$$

利用式 (14), 式 (15), 在 Matlab 中计算并绘制出接触变形曲线, 结果如图 3 所示。

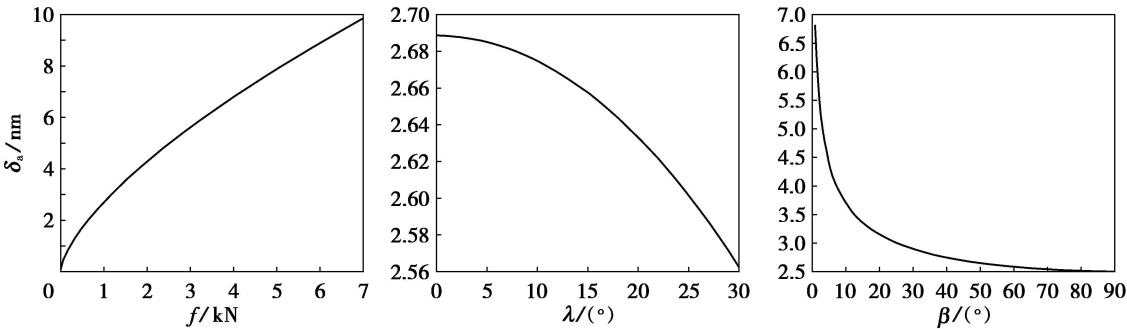
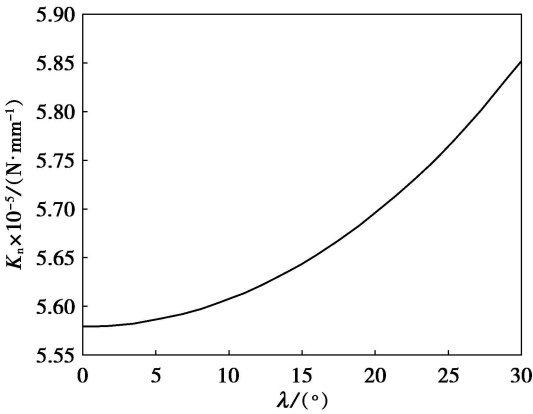


图 3 滚珠丝杠副的接触变形曲线
Fig. 3 Contact deformation curve of the ball screws

3 滚珠丝杠副的接触刚度计算分析

接触刚度是指两接触物体在接触力的作用下抵抗变形的能力, 接触刚度越高, 两接触物体的相对变形量越小。它表示产生单位长度接触变形所需要施加的接触力。

根据接触变形的原理, 表面压强的增量与接



触位移量的比值即为接触刚度^[7]:

$$K_n = \frac{dP}{d\delta_a} = 0.558\,1 \times 10^5 P^{\frac{1}{3}} \quad (16)$$

滚珠丝杠副的接触刚度关系曲线如图 4 所示。随着滚珠丝杠螺旋升角在 0°~30°之间的增大, 滚珠丝杠副的接触刚度也在不断增大, 在制造滚珠丝杠工艺允许的前提下, 适当增大滚珠丝杠副的

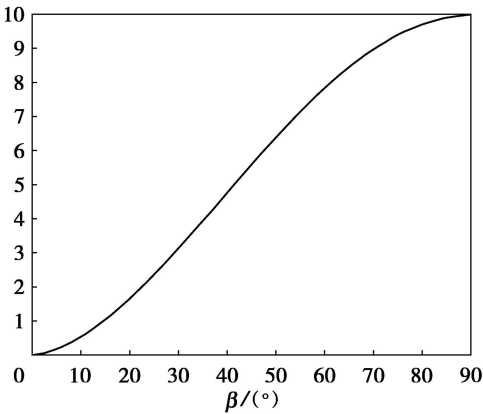


图 4 滚珠丝杠副的接触刚度曲线
Fig. 4 Contact stiffness curve of the ball screws

导程有利于提高滚珠丝杠的接触刚度; 随着滚珠丝杠副接触角在 0°~90°范围内的增大, 滚珠丝杠副的接触刚度不断上升, 因此适当地增大接触角, 有利于提高滚珠丝杠副的接触刚度。

4 滚珠丝杠副的有限元分析

建立一个滚珠丝杠副的有限元模型, 对理论计算的结果进行验证。用 ANSYS 软件对滚珠丝

杠进行建模,并做出滚珠丝杠在不同载荷下产生的变形曲线,并与前面的理论值作对比分析^[7-10],结果如图 5 所示。

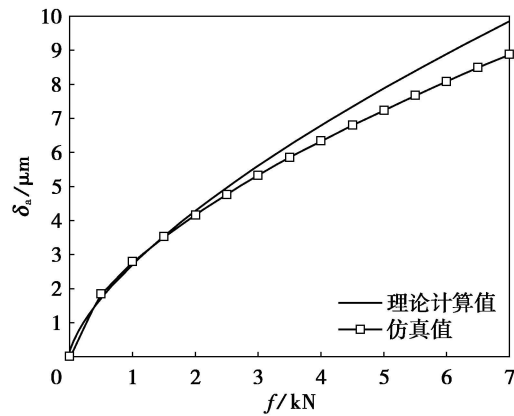


图 5 接触变形的理论值与仿真值比较
Fig. 5 Comparison of theoretical value and simulated value of contact deformation

随着滚珠丝杠螺母负载的增加,滚珠丝杠的变形在逐渐加大,成指数函数状分布。由有限元分析的结果可知,理论模型和实际计算结果基本吻合。随着螺母负载的加大,会产生一定的误差,而这个误差随着螺母上负载的增加而逐渐变大。

分析产生误差的主要原因有:在滚珠丝杠受到螺母压力载荷的过程中,随着载荷的增大,滚珠与丝杠、螺母之间的接触点位置在不断变化,导致滚珠和螺母以及丝杠之间的接触角在不断增大。

接触角越大,弹性变形量反而越小。在 ANSYS 分析过程中,在载荷很小的情况下,接触角变化微小,因此,前半段的曲线基本拟合,但在载荷逐渐加大的过程中,由于滚珠在滚珠道内产生挤压变形,导致接触角变大,而弹性变形逐渐减小,这就导致了后半段实验数据做出的曲线会比理论值的曲线要小一些。

其他的误差来源主要有划分网格的误差,网格划分的精确和细化程度决定了计算的精度。还有由于赫兹解的计算主要依据的是赫兹接触系数表,跟实际的赫兹解会有一定的误差。

5 结 论

通过有限元模型计算结果可知,基于赫兹空间接触理论求解出的滚珠丝杠副接触变形值正确。用 Matlab 做出滚珠丝杠副的变形曲线和刚度曲

线可知,适当增大螺旋升角和接触角,可以有效地改善滚珠丝杠副的接触性能。

参考文献:

[1] Hiroyuki H, Tadao K. Development of dimensional measurement and shape analysis system for ball screw [J]. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 1997, 612(63): 2911—2917.

[2] Lin M C. Design of the ball screw mechanism for optimal efficiency [J]. *American Society of Mechanical Engineers*, 1989, 19(3): 207—213.

[3] Song X C, Jiang H K, Xu X R, et al. Analysis of elastic deformation for high speed ball screw based on the finite element method [J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2009, 35(5): 582—586.

[4] 姜洪奎,宋现春,张佐营.螺旋升角对滚珠丝杠副弹性变形的影响分析[J]. *中国机械工程*, 2008, 19(9): 1079—1083.
(Jiang Hong-kui, Song Xian-chun, Zhang Zuo-ying. Influence of lead angle on elastic deformation of ball screw [J]. *China Mechanical Engineering*, 2008, 19(9): 1079—1083.)

[5] 冈本纯三.球轴承的设计计算[M].北京:机械工业出版社, 2003: 4—6.
(Okamoto Jurzo. Ball bearing design and calculation [M]. Beijing: Mechanical Industry Press 2003: 4—6.)

[6] Kosenko I, Aleksandrov E. Volumetric modification of the Hertz contact problem and its application to the multibody dynamics simulation [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2009(23): 931—937.

[7] Braccisi G, Landi L. A general elastic-plastic approach to impact analysis for stress state limit evaluation in ball screw bearing return system [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2007, 41(34): 1272—1285.

[8] Nakashima K, Takarufuji K. Stiffness of a pre-loaded ball screw [J]. *The Japan Society of Mechanical Engineers*, 1987(11): 1898—1904.

[9] 张耀满,王伟,刘永贤.数控车床主轴部件有限元分析及其验证 [J]. *东北大学学报:自然科学版*, 2009, 30(5): 720—723.
(Zhang Yao-man, Wang Wei, Liu Yong-xian. FEA of spindle assembly of NC lathe and its verification [J]. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2009, 30(5): 720—723.)

[10] Ramesh B, Maniatty A M. Stabilized finite element formulation for elastic-plastic finite deformations [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005(194): 775—800.