

# 基于卡尔曼滤波压缩感知的超宽带信道估计

石磊, 周正, 唐亮

(北京邮电大学 信息与通信工程学院, 北京 100876)

**摘 要:** 针对超宽带通信系统采样速率过高的难题, 利用超宽带信道冲击响应的稀疏性, 提出了一种基于卡尔曼滤波压缩感知的时变信道估计算法。通过将直接序列调制的超宽带发送信号进行下采样, 建立压缩感知的数学模型, 接收端通过卡尔曼滤波压缩感知的重构算法对信道的冲击响应进行重构。仿真结果表明, 对于时变的超宽带信道采用卡尔曼滤波压缩感知算法, 不仅可以有效降低采样点数, 而且提高了信道估计的准确性。

**关键词:** 超宽带; 信道估计; 压缩感知; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** TN 911.5

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1001-0645(2012)02-0170-05

## Ultra Wideband Channel Estimation Based on Kalman Filter Compressed Sensing

SHI Lei, ZHOU Zheng, TANG Liang

(School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** Considering the sparsity of the channel impulse response, a novel time-varying channel estimation approach based on Kalman filter compressed sensing (KF-CS) is proposed to deal with the high sampling problem of ultra wideband (UWB) system. The direct sequence UWB signal is formulated to the mathematical model of compressed sensing after down sampling. The receiver recovers the channel impulse response by Kalman filter compressive sensing algorithm. The simulation results demonstrate that the proposed scheme can reduce the quantity of required sampling points and improve the accuracy of the estimation.

**Key words:** ultra wideband; channel estimation; compressed sensing; Kalman filter

自从 2002 年美国联邦通信委员会 (Federal Communication Commission, FCC) 公布超宽带 (ultra wideband, UWB) 无线通信技术<sup>[1]</sup> 的功率频谱掩膜以来, 该项技术得到学术界和工业界越来越多的关注。相比其他无线通信技术, UWB 系统具有功耗低、速率高、低干扰、高多径分辨率等特点, 因而被广泛应用于军事通信、救援搜索、雷达定位、成像及测距方面。

基于脉冲无线电的超宽带通信系统 (IR-UWB) 的发送信号采用极窄 (ns 级) 的脉冲。接收机采用相

干接收的方式可以充分利用大量的多径分量, 从而得到良好的接收性能。这一结论依赖于信道估计算法对多径衰落幅度和时延等信道参数的估计。应用最大似然准则 (maximum likelihood, ML) 可推导出一种由匹配滤波器、A/D 转换器以及估计器构成的信道估计算法, 理论上是一种最佳算法。然而数字接收机所需要的 A/D 转换器采样速率有限, 要达到超宽带系统的需要 (至少 10 GHz), 目前的工艺水平很难实现。

压缩感知 (compressive sensing, CS) 理论是由

收稿日期: 2010-06-23

基金项目: 国家重大科技专项资助项目 (2009ZX03006009); 韩国知识经济部项目 (NIPA-2011-C1090-1111-0007)

作者简介: 石磊 (1982—), 男, 博士生, E-mail: shileichris@gmail.com.

通信作者: 周正 (1945—), 男, 教授, 博士生导师.

Emmanuel Candes, Justin Romberg 和 Terence Tao<sup>[2]</sup>提出的具有划时代意义的信号处理理论。CS 是针对稀疏信号的观测和重构技术,随着信号稀疏分解技术的发展,大部分信号都可以转换成稀疏信号,因此对稀疏信号的处理转化为范围更大的对可压缩信号的处理。Paredes 等<sup>[3]</sup>提出了针对 UWB 信道稀疏性的压缩感知信道估计算法,但由于采用理论上的随机观测矩阵,硬件实现比较困难。针对 Namrata Vaswani<sup>[4]</sup>提出的 Kalman Filtered Compressed Sensing(KF-CS)算法,本文提出基于卡尔曼滤波算法的信道估计,通过建立伪随机序列构造的超宽带信道压缩感知模型,运用降阶滤波的算法实现信道估计。

## 1 超宽带系统及信道模型

本文中考虑单用户超宽带通信系统,采用直接序列超宽带(direct sequence UWB, DS-UWB)调制方式,发送信号可以表示为

$$s(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} b_k g_T(t - kT_b), \quad (1)$$

式中: $b_k$  为第  $k$  个信息符号,且取  $\pm 1$  的概率相等; $T_b$  为符号周期; $g_T(t)$  为发送的符号波形,可以表示为

$$g_T(t) = \sum_{j=0}^{N_f-1} c_j g(t - jT_f), \quad (2)$$

式中: $T_f$  为帧周期; $N_f$  为一个符号周期内的帧个数,即  $T_b = N_f T_f$ ;  $c_j$  为一个帧周期内的伪随机码,其周期长度等于一个符号周期内的帧个数  $N_f$ ;  $g(t)$  为发送脉冲波形,应用最普遍的是高斯函数的二阶导函数,具体表达式为

$$g(t) = (1 - 4\pi t^2 / \alpha^2) \exp(-2\pi t^2 / \alpha^2). \quad (3)$$

式中: $\alpha^2 = 4\pi\sigma^2$  为脉冲形成因子,  $\sigma^2$  为方差;脉冲  $g(t)$  的宽度可以表示为  $T_p$ 。

本文使用 IEEE 802.15.3a 信道模型进行仿真,信道冲击响应(channel impulse response, CIR)可以表示为

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \gamma_l \delta(t - \tau_l). \quad (4)$$

式中: $\{\gamma_l\}_{l=0}^{L-1}$  和  $\{\tau_l\}_{l=0}^{L-1}$  分别表示信道的衰落系数和多径时延; $L$  表示全部的多径个数。假设衰落和时延之间相互独立,为避免符号间干扰和帧间干扰,满足:

$$T_f \geq \tau_{L-1} - \tau_0 + T_p. \quad (5)$$

假设系统的接收机严格同步,在第  $k$  个符号间隔内接收到的信号可以表示为

$$r_k(t) = b_k \sum_{l=0}^{L-1} \gamma_l g_T(t - \tau_l) + z_k(t), \quad t \in [0, T_b). \quad (6)$$

式中  $z_k(t)$  表示零均值加性白高斯噪声。为了估计  $h(t)$ ,发送训练序列  $b_k = 1$ ,同时数字系统的采样周期  $T_s = T_p/2$ ,那么一个符号内的采样点  $N = \lceil T_b/T_s \rceil$ ,  $\lceil \cdot \rceil$  表示向上取整。式(6)的离散形式可以表示为

$$r_k(n) = g_T(n) \otimes h(n) + z_k(n), \quad n \in [0, N-1]. \quad (7)$$

式中: $g_T(n)$  和  $z_k(n)$  分别对应  $g_T(t)$  和  $z_k(t)$  的离散表示; $h(n)$  是与  $h(t)$  等效的信道离散冲击响应; $\otimes$  表示圆周卷积。将式(7)表示的相同符号间隔接收到的信号离散值表示成矩阵的方式如下:

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{G} \mathbf{h} + \mathbf{z}_k, \quad (8)$$

其中:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_T(0) & g_T(N-1) & \cdots \\ g_T(1) & g_T(0) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ g_T(N-1) & g_T(N-2) & \cdots \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$\mathbf{h} = [h(0) \quad h(1) \quad \cdots \quad h(N-1)]^T; \quad (10)$$

$$\mathbf{z}_k = [z_k(0) \quad z_k(1) \quad \cdots \quad z_k(N-1)]^T; \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_k = [r_k(0) \quad r_k(1) \quad \cdots \quad r_k(N-1)]^T. \quad (12)$$

## 2 卡尔曼滤波压缩感知

由于超宽带系统的发送脉冲采用 ns 级的窄脉冲波形,因此信号占用带宽很宽,系统需要非常高的采样速率,而硬件技术的水平却非常受限。同时由于脉冲波形的特点,UWB 信道的多径分量非常的丰富,在室内环境情况下,UWB 信道的多径分量多达上千条,如果对所有分量进行接收和分辨,那计算量会非常庞大,同时运算耗时过久也会影响信道估计的准确性。虽然拥有丰富的多径分量,但通过统计后可以发现,UWB 系统的大部分多径能量只集中在少部分分量上,占信道总数 10% 的多径分量拥有接近 85% 的能量,可以看出超宽带信道具有稀疏性。

压缩感知技术是一种针对稀疏信号或者可压缩信号的低速率采样和重构过程,表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{y}_{N \times 1} = \Phi_{N \times N} \mathbf{x}_{N \times 1} = \Phi_{N \times N} \Psi_{N \times N} \boldsymbol{\theta}_{N \times 1}, \\ \mathbf{x}_{N \times 1} = \Psi_{N \times N} \boldsymbol{\theta}_{N \times 1}. \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $x_{N \times 1}$  表示长度为  $N$  的可压缩信号, 在正交空间(稀疏基)  $\Psi_{N \times N}$  上的投影为稀疏向量  $\theta_{N \times 1}$ , 即  $\theta$  中的非 0 系数个数远小于  $N$ ,  $S = \|\theta\|_0$ ,  $S \ll N$ ;  $y_{n \times 1}$  表示长度为  $n$  的测量值, 按文献[2]的结论, 在  $\Phi_{n \times N}$  和  $\Psi_{N \times N}$  满足有限等容特性的条件下, 压缩感知技术仅需要  $n = O(S \lg(N/S))$  个观测值就可以通过线性优化或者贪婪算法重构出稀疏度为  $S$  的可压缩信号. 张先玉等[5]提出基于随机滤波器和圆周卷积的压缩感知超宽带信道估计方法, 通过基追踪算法重构信道冲击响应, 虽然采用速率得到有效降低, 但算法的复杂度不利于实现, 同时没有考虑信道状态时变的情况. 本文中选用 KF-CS 算法[4]对超宽带系统进行信道估计, 同时考虑信道的时变情况.

图 1 为系统结构图, DS 调制信号直接通过脉冲形成后进入 UWB 信道, 在接收端, 通过下采样得到接收信号的观测值, 然后经 KF-CS 算法对信道冲击响应  $h(t)$  进行估计.

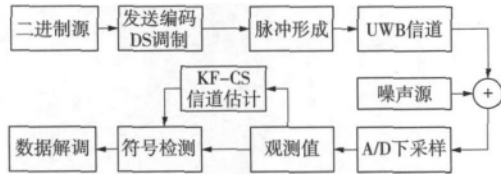


图 1 系统结构图

Fig. 1 Diagram of proposed scheme for UWB channel estimation

传统的信道估计算法通常假设信道的冲击响应在一段时间保持不变, 但是实际的 UWB 通信环境经常是时变的, 特别是对于应用最大似然准则的信道估计算法, 由于计算的过程耗时过长, 信道的真正信息已经发生变化. 针对时变的情况, 本文中考虑使用卡尔曼滤波的方式对不同时刻的信道冲击响应进行估计. 实际中的信道状态可以用一阶自回归模型来描述, 不同符号间隔的信道冲击响应不同, 可以表示为

$$h_k = h_{k-1} + w_{k-1}, \quad (14)$$

式中

$w_{k-1} = [w_{k-1}(0) \quad w_{k-1}(1) \quad \cdots \quad w_{k-1}(N-1)]^T$  表示过程噪声, 假设  $w_{k-1}$  是和信道冲击响应  $h_{k-1}$  不相关的独立同分布零均值高斯噪声过程, 其协方差矩阵为  $Q$ . 由上述分析可以得出, 将式(14)作为状态方程, 式(8)作为测量方程, 通过卡尔曼滤波器估计信道状态  $h_k$ , 从式(9)可以看出,  $N \times N$  维的增益矩阵  $G$  会使算法的计算量非常庞大. Wang Fei 等[6]提出了使用频域预处理的方式简化迭代过程,

可  $N$  点 FFT 的计算量仍然很大. 如果通过下采样的方式对观测方程进行改写, 那问题就转化为压缩感知的观测和重构过程. 新的测量方程可以表示为

$$r_k = D \downarrow (G h_k + z_k), \quad (15)$$

式中:  $D \downarrow$  表示下采样, 采样因子为  $\lfloor N/n \rfloor$ . 注意到下采样是线性处理过程, 可以看做信号  $h_k$  到  $r_k$  的映射过程, 即

$$r_k = C h_k + v_k. \quad (16)$$

式中  $C$  是  $n \times N$  维的类托普利兹矩阵 (quasi-Toeplitz), 即  $C$  中的每一行是上一行右移  $\lfloor N/n \rfloor$  步的结果, 或者可以将  $C$  表示为

$$\begin{cases} C = G_\Omega, \\ \Omega = [N/n \quad 2N/n \quad \cdots \quad nN/n]. \end{cases} \quad (17)$$

式中  $G_\Omega$  表示取  $\Omega$  中的元素为下标的  $G$  的每一行组成矩阵  $C$ , 同时  $v_k$  是  $n \times 1$  的观测噪声, 其协方差矩阵为  $R$ . 考察式(2)和  $G$  的结构, 不难得出  $C$  中的元素是对伪随机码序列的采样, 因而具备随机特性, 由文献[7]得出式(16)是与式(13)等效的压缩感知过程. 基于式(14)的状态方程及式(16)的测量方程, 卡尔曼滤波压缩感知算法的时间更新过程可以表示为

$$\hat{h}_{k|k-1} = \hat{h}_{k-1}. \quad (18)$$

$$P_{k|k-1} = P_{k-1} + Q. \quad (19)$$

状态更新方程为

$$\hat{h}_k = \hat{h}_{k-1} + K_k (r_k - C \hat{h}_{k-1}). \quad (20)$$

$$K_k = P_{k|k-1} C^H (C P_{k|k-1} C^H + R)^{-1}. \quad (21)$$

$$P_k = (I - K_k C) P_{k|k-1}. \quad (22)$$

式中: 下标  $k|k-1$  为从第  $k-1$  个到第  $k$  个符号的一步预测值;  $\hat{h}_k$  为对  $h_k$  的预测;  $P_k$  为  $N \times N$  维的  $\hat{h}_k$  误差协方差矩阵, 即

$$P_k = E[(h_k - \hat{h}_k)(h_k - \hat{h}_k)^H].$$

$K_k$  是为了让  $P_k$  最小的  $N \times n$  维卡尔曼滤波增益. 如果初始值  $\hat{h}_0$ ,  $P_0$  和  $Q$  已知, 那么整个迭代过程就可以开始, 直到  $k$  等于序列符号的长度. 考察卡尔曼滤波的复杂度, 虽然采用下采样简化了测量过程的点数, 可是每次迭代更新的过程依然面临庞大的计算量. 如果考虑  $h_k$  的稀疏性, 可以有效降低求解 MMSE 的复杂度.

KF-CS 主要针对稀疏基缓慢变化的信号, 将信号重构分解成为卡尔曼滤波和稀疏基选择两个过程. 首先需要知道(初始化)稀疏信号在当前时刻的稀疏基集合  $T_{k-1}$ , 在此基础上只针对稀疏基求 MMSE 估计即卡尔曼滤波, 也就说降阶的式(18)到式(22)运算; 然后计算滤波误差 (filtering error norm, FEN), 如

果 FEN 大于阈值,则需要通过压缩感知理论中的 Dantzig Selector 算法找出新的稀疏基,并加入到  $T_{k-1}$  中,计算降阶卡尔曼滤波求 MMSE;如果 FEN 小于阈值,则说明没有新的稀疏基加入,直接进入下一步;接下来是计算  $T_{k-1}$  中长期不变的稀疏基并从中剔除出去,针对最新的稀疏基集合做卡尔曼滤波算法;最后输出最新的  $T_k$  和估计值  $\hat{h}_k$ ,回到第 1 步迭代. KF-CS 算法的流程如图 2 所示.

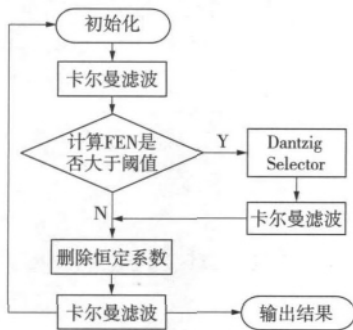


图2 KF-CS 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of KF-CS algorithm

### 3 仿真结果

仿真实验采用 IEEE802.15.3a 工作组提交的信道模型,不同时刻的信道变化满足一阶自相关,发送信号为高斯函数的二阶导数,脉冲宽度为  $T_p = 1$  ns,采样周期为 500 ps,伪周期码的长度为 12,采样因子为 4,信道估计的训练序列  $b_k = 1$ ,整个仿真和分析过程在 Matlab 中进行.

图 3 为 UWB 原始信道和利用压缩感知算法估计的信道对比,其中观测点数只有原始数据的 1/4.从图 3 可以看出,超宽带信道的多径分量利用压缩感知算法可以得到很好的重构,同时采样速率大大降低.找出稀疏基的位置后,可以通过卡尔曼滤波算法求解 MMSE,避免了压缩感知重构的繁重计算过程.图 4 为 KF-CS 算法和传统 KF 算法的性能对比.从图 4 中可以看出,在低采样率情况下 KF-CS 算法的性能优于传统的卡尔曼滤波算法,这是由于信道的稀疏特性以及压缩感知重构算法将信号的稀疏基选取出来后再进行滤波算法,算法的误差性能得到有效提升.

KF-CS 算法的提出主要针对稀疏基缓慢变化信号,而超宽带信道的冲击响应在信道环境变化缓慢时可以被认为满足条件的.为了考察信道随时间变化对算法造成的影响,将不同变化尺度的信道

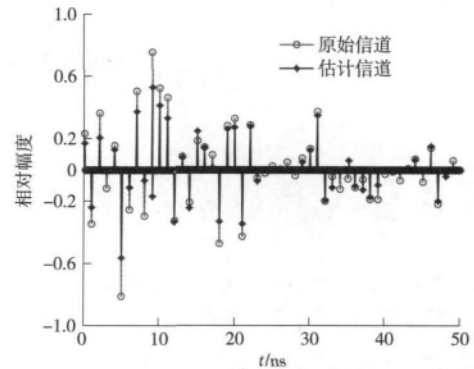


图3 超宽带信道原始响应与信道估计对比图

Fig. 3 Original UWB channel response and estimated channel

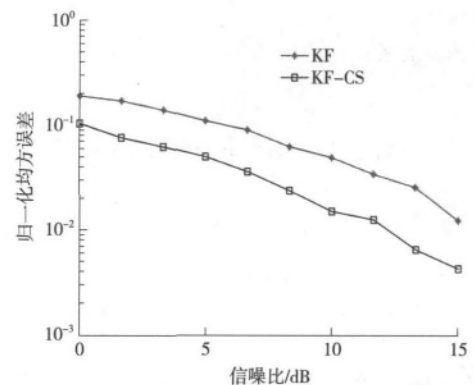


图4 KF-CS 算法和传统 KF 算法的性能对比图

Fig. 4 Comparison of mean square errors from KF and KF-CS algorithms

估计性能进行比较,结果如图 5 所示.

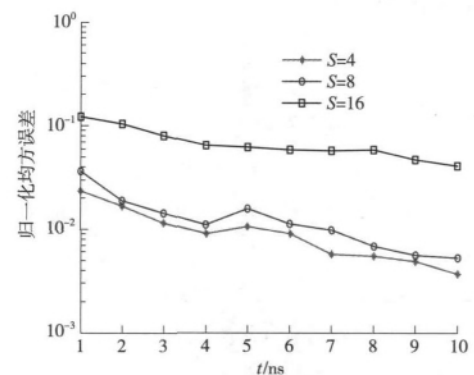


图5 KF-CS 算法在不同变化速度下的性能对比图

Fig. 5 Comparison of performance using KF-CS algorithm under different speeds

首先通过 CS 找出稀疏多径分量,然后采用卡尔曼滤波算法求不同时刻(共 10 个观察时刻)信道冲击响应的均方误差,信道的时变尺度通过参数  $S$  来表示, $S$  是不同时刻稀疏基的变化量,均方误差数据是采用蒙特卡罗实验 300 次统计得出的.

从图 5 可以看出,在相同噪声条件下,信道的变

(下转第 183 页)

- Deng Yonghe. Precision formulate of height measurement accuracy with InSAR [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2010(1):92-94. (in Chinese)
- [3] 李振洪,刘经南,许才军. InSAR 数据处理中的误差分析[J]. 武汉大学学报, 2004 (1):72-76.  
Li Zhenhong, Liu Jingnan, Xu Caijun. Error analysis in InSAR data processing [J]. Journal of Wuhan University, 2004(1):72-76. (in Chinese)
- [4] 张亚利,游扬声,兰敬松. 基线误差、相位误差和大气延迟误差对 InSAR 数据处理的影响分析[J]. 遥感技术与应用, 2010(3):399-403.  
Zhang Yali, You Yangsheng, Lan Jingsong. Precision formulate of height measurement accuracy with InSAR [J]. Remote Sensing Technology and Application, 2010 (3):399-403. (in Chinese)
- [5] National Imagery and Mapping Agency(NIMA). MIL-PRF-89020B performance specification: digital terrain elevation data (DTED)[S]. [S.l.]: NIMA, 2000.
- [6] Jong-Sen L, Hoppel K W, Mango S A, et al. Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994,32(5):1017-1028.
- [7] Hanssen R F. Radar interferometry, data interpretation and error analysis [M]. AA Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [8] Ulaby F T, Dobson M C. Handbook of radar scattering statistics for terrain [M]. Norwood, MA: Artech House, Inc., 1989.
- [9] 焦培南,张忠治. 雷达环境与电波传播特性[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.  
Jiao Peinan, Zhang Zhongzhi. Radar environment and characteristics of radio propagation[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007. (in Chinese)
- [10] Zebker H A, Villasenor J. Decorrelation in interferometric radar echoes[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1992,30(5):950-959.

(责任编辑:刘芳)

(上接第 173 页)

化越大,均方误差值也随之增大,KF-CS 算法中的 Dantzig Selector 就要多次被调用,计算量也会增大;同时,如果信道相对稳定的情况下,或者说主要的多径分量没有变化时,采用卡尔曼滤波压缩感知既利用了信道的稀疏性,也考虑了计算的复杂度,可以说是比较有效的方式。

## 4 结束语

在超宽带信道状态缓慢变化场景下,采用卡尔曼滤波压缩感知算法进行信道估计。通过对直接序列调制信号的下采样不仅有效降低了采用点数,而且建立压缩感知的随机观测过程模型,从而在接收端利用 KF-CS 重构算法对信道冲击响应进行估计。仿真结构表明,在信道满足缓慢变化条件下,KF-CS 算法的优势较为明显,即通过计算量较小的卡尔曼滤波代替线性优化算法;而在信道变化较为剧烈的环境,为保证算法的误差性能,Dantzig Selector 算法多次被调用,计算量会相应加大。

参考文献:

- [1] Yang L, Giannakis G B. Ultra-wideband communications: an idea whose time has come[J]. IEEE Signal Process Magazine, 2004,21(6):26-54.

- [2] Candès E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transaction Information Theory, 2006,52(2):489-509.
- [3] Paredes J, Arce G R, Wang Z. Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation[J]. IEEE Journal of Selected Topics Signal Processing, 2007,1(3):383-395.
- [4] Namrata V. Kalman filtered compressed sensing[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing. San Diego, USA:[s. n.], 2008:893-896.
- [5] 张先玉,刘郁林,王开. 超宽带通信压缩感知信道估计与信号检测方法[J]. 西安交通大学学报, 2010,44(2):88-91.  
Zhang Xianyu, Liu Yulin, Wang Kai. Ultra wide-band channel estimation and signal detection through compressed sensing [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010,44(2):88-91. (in Chinese)
- [6] Wang Fei, Lü Tiejun. An improved Kalman filter algorithm for UWB channel estimation[C]// Proceedings of International Conference on Communications and Networking. Hangzhou, China: [s. n.], 2008:50-54.
- [7] Zhang Peng, Hu Zhen, Qiu R C, et al. A compressed sensing based ultra-wideband communication system[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Communications. Dresden, Germany: [s. n.], 2009:1-5.

(责任编辑:刘芳)