

改进的卡尔曼滤波压缩感知信道估计算法

林思铭^{1,2}, 彭卫东², 林志国^{1,2}, 李 瑞^{1,2}

(1. 空军工程大学装备管理与安全工程学院, 陕西 西安 710051;

2. 空军工程大学装备发展与运用研究中心, 陕西 西安 710051)

摘 要:针对伪测量卡尔曼滤波压缩感知算法应用于时变信道时精确度和实时性的不足,提出了改进的卡尔曼滤波压缩感知信道估计算法。该算法进一步优化了扩展滤波过程的范数框架,利用 Levenberg-Marquardt 方法实现了方差矩阵的自优化,解决了估计误差不能一致减少的问题,保证了全局收敛性;根据卡尔曼增益设置了迭代收敛条件,解决了伪测量过程的自适应收敛问题。仿真分析表明,该算法的估计精度和收敛速度有较大程度提高,在 SUF-3 信道条件下性能明显优于传统信道估计方法。

关键词:压缩感知信道估计;卡尔曼滤波;伪测量过程;Levenberg-Marquardt 方法

中图分类号:TN911.5

文献标志码:A

文章编号:1008-1194(2016)06-0099-05

An Improved Channel Estimation Algorithm Based on Kalman Filter Compressed Sensing

LIN Siming^{1,2}, PENG Weidong², LIN Zhiguo^{1,2}, LI Rui^{1,2}

(1. College of Equipment Management and Safety Project, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Equipment Development and Application Research Department, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: In order to improve the accuracy and efficiency of Pseudo measurement process, an improved channel estimation algorithm based on Kalman filtered compressed sensing was proposed. This algorithm optimized the PM process, and the Levenberg-Marquardt method was used to optimize the covariance matrix in order to maintain the reduction of the evaluated error, which ensured the global convergence of the algorithm. The convergence condition was defined according to the value of Kalman filter gain. The simulation results showed that, under the same simulation condition, the estimation accuracy and convergence speed were improved greatly compared to the traditional algorithm, which was also shown under the SUF-3 channel condition.

Key words: compressed sensing channel estimation; Kalman filter; pseudo measurement; Levenberg-Marquardt method

0 引言

在高速数据通信系统中,准确、快速的信道估计算法是 OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)、SC-FDE (Single-carrier Frequency Domain Equalization) 等技术进行高效率信号处理的基础。但在时变衰弱信道中,由于加性高斯白噪声、码间干扰以及载波间干扰等因素的影响,信道估

计的性能存在较大程度降低^[1]。传统的信道估计算法主要分为盲估计算法和基于导频的信道估计算法,前者运算量较大且不适用于低信噪比条件,而后者主要包括最小二乘法及最小均方误差法,存在抗噪性能差和导频开销较高的问题。

近几年,压缩感知由于其突出的理论优势,可以在某种意义上突破奈奎斯特定律,成为了信号处理领域的研究热点^[2]。无线多径信道具有稀疏性^[3],由于多径信道传输模型与压缩感知理论框架的相似

* 收稿日期:2016-05-05

基金项目:国家自然科学基金项目资助(61201209);陕西省电子信息系统集成重点实验室基金项目资助(2011ZD09)

作者简介:林思铭(1992—),男,福建福州人,硕士研究生,研究方向:压缩感知,信道编码。E-mail:listenm 7@163.com。

性,重构算法的优化对于提升压缩感知信道估计具有重要意义。对于时变信道,卡尔曼滤波压缩感知KFCS(Kalman Filtered Compressed Sensing)算法^[4]可以利用信道关联性进行快速分析,通过滤波误差来识别信道支撑集的变化情况,以对信道系数进行跟踪。Carmi 等人将伪测量 PM(Pseudo Measurement)技术嵌入卡尔曼滤波架构^[5-6],但高迭代次数的降阶求解会耗费大量的计算资源,且重构精度随着迭代次数的增加提升较慢,在应用于具体场景时,会发生精确度与实时性的不足。针对以上问题,本文从估计精度及收敛速度两个方面对已有算法的伪测量过程进行优化,提出了改进的卡尔曼滤波压缩感知信道估计算法。

1 压缩感知信道估计理论

对于一般的通信系统,接收信号可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (1)$$

式(1)中, \mathbf{y} 为接收信号, \mathbf{h} 为长度为 N 的信道多径系数,假定在一个符号周期内信道的冲激响应不变, \mathbf{n} 为服从 $N(0, \sigma^2)$ 的高斯白噪声,设 M 为用于信道估计的导频序列长度,则 \mathbf{X} 可以表示为 $(N+M-1) \times N$ 维的 Toeplitz 矩阵:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x(1) & 0 & \cdots & 0 \\ x(2) & x(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N-1) & x(N-2) & \cdots & 0 \\ x(N) & x(N-1) & \cdots & x(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(M) & x(M-1) & \cdots & x(M-N+1) \\ 0 & x(M) & \cdots & x(M-N+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x(M) \end{bmatrix}$$

其中,基于 PN 序列较好的恒包络零自相关特性,本文假定用于导频的训练序列为 PN 序列。考虑传统的信道估计算法,最小二乘法的信道值为 $\mathbf{h}_{LS} = (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{y}$,对应的均方误差及下限可以表示为^[7]:

$$\epsilon_{LS} = (1/N) E \|\hat{\mathbf{h}}_{LS} - \mathbf{h}\|_2 = \frac{\sigma^2}{N} \text{tr}(\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} \quad (2)$$

$$\epsilon_{LS} \geq \frac{\sigma^2}{N} \quad (3)$$

可以看出,最小二乘法的估计误差受噪声影响

较大,且具有较高的导频开销;最小均方误差法需要一定的先验信息,性能有较大提升,但多次逆运算导致运算开销较大。

在同一场景下,时变信道具有转移关联性,但本文重点研究信道估计算法的优化,因此假定信道为一阶 AR 模型。模型可以表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_n = \mathbf{X}\mathbf{h}_n + \mathbf{n}_n \\ \mathbf{h}_n = \mathbf{h}_{n-1} + \mathbf{v}_n \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中, \mathbf{v}_n 表示时刻 n 的过程噪声。对矩阵 \mathbf{X} 进行裁剪,式(1)简化为^[8]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \mathbf{y}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(M-N+1) \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} x(N) & x(N-1) & \cdots & x(2) & x(1) \\ x(N+1) & x(N) & \cdots & x(3) & x(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x(M) & x(M-2) & \cdots & x(M-N+2) & x(M-N+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}(1) \\ \mathbf{h}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{h}(N) \end{bmatrix}_n + \begin{bmatrix} \mathbf{n}(1) \\ \mathbf{n}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{n}(M-N+1) \end{bmatrix}_n \quad (5)$$

卡尔曼滤波压缩感知算法的基本思路是^[9],先估计支撑集,后在支撑集上进行降阶卡尔曼滤波,以实现稀疏信号重构。对于变化缓慢的信道,假定信道系数的转移矩阵为单位阵,卡尔曼滤波方程组如下:

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{n|n-1} = \mathbf{P}_{n-1} + \mathbf{Q}_n \\ \mathbf{K}_n = \mathbf{P}_{n|n-1} \mathbf{X}^T [\mathbf{X} \mathbf{P}_{n|n-1} \mathbf{X}^T + \mathbf{R}_n]^{-1} \\ \mathbf{h}_n = \mathbf{h}_{n|n-1} + \mathbf{K}_n (\mathbf{y}_n - \mathbf{X} \mathbf{h}_{n|n-1}) \\ \mathbf{P}_n = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_n \mathbf{X}] \mathbf{P}_{n|n-1} \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中, $\mathbf{P}_{n|n-1}$ 为误差方差矩阵,初估计时设为单位阵, \mathbf{K} 为卡尔曼增益, \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 分别为系统噪声方差矩阵和观测噪声方差矩阵。

由于信道的支撑集信息是未知的,传统的卡尔曼滤波框架很难在短时间内实现滤波误差的收敛。PM 技术通过嵌入重构值的大量迭代更新使重构值在欧式距离上逼近原始值,运算方程组如下:

$$\begin{cases} \mathbf{T}(k) = \text{sign}(\hat{\mathbf{h}}_k) \\ \hat{\mathbf{h}}_{k+1} = [\mathbf{I} - \frac{\mathbf{P}^k \mathbf{T}_k^T \mathbf{T}_k}{\mathbf{T}_k^k \mathbf{P}^k \mathbf{T}_k^T + \sigma^2}] \hat{\mathbf{h}}^k \\ \mathbf{P}^{k+1} = [\mathbf{I} - \frac{\mathbf{P}^k \mathbf{T}_k^T \mathbf{T}_k}{\mathbf{T}_k^k \mathbf{P}^k \mathbf{T}_k^T + \sigma^2}] \mathbf{P}^k \end{cases} \quad (7)$$

对于伪测量迭代过程,均方误差 MSE(Mean Square Error, MSE) 随着迭代次数的增加而降低,最终根据采用的伪测量理论收敛于误差下限。在工程应用中,迭代冗余可能会造成资源浪费,以及重构信号的能量分散以及尺度搬移等问题^[10]。

2 卡尔曼滤波压缩感知算法优化

2.1 约束框架的改进

在压缩感知理论框架中,求解 l_0 范数是一个 NP-hard 问题,很难遍历所有解。已有研究表明,矩阵 \mathbf{X} 满足限制等距特性(Restricted Isometry Property, RIP)^[8],这样由于欠采样导致的 NP 难问题可以简化为:

$$\min \|\mathbf{h}\|_1 \text{ s.t. } \|\mathbf{X}\mathbf{h} - \mathbf{y}\|_2 \leq \epsilon \quad (8)$$

式(8)中, ϵ 代表噪声能量。

这意味着, l_0 范数框架下的求解问题可以采用 l_1 范数框架的凸优化进行求解。但实际上, l_1 范数框架对信号的稀疏性约束要差于非凸优化模型^[11]。针对这一问题,有学者采取了折衷办法,使用非凸的 l_p 范数对重构算法进行优化^[12]。用近似 l_0 范数增强重构算法的稀疏性约束^[13],其形式为:

$$\|\mathbf{h}\|_0 \approx \sum_{i=1}^N \frac{|\mathbf{h}(i)|}{|\mathbf{h}(i)| + \delta}; \delta > 0 \quad (9)$$

结合卡尔曼滤波的伪测量过程,状态辅助空间模型如下:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{h}}_{k+1} = \hat{\mathbf{h}}_k \\ 0 = x(\hat{\mathbf{h}}_k) - \epsilon' \end{cases} \quad (10)$$

式(10)中, $x(\hat{\mathbf{h}}_k) = \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{\mathbf{h}}_k(i)|}{|\hat{\mathbf{h}}_k(i)| + \delta}$ 为非线性函数,

设 $\bar{\mathbf{H}}$ 为 $x(\cdot)$ 函数的雅克比矩阵,则 Approximate l_0 算法的 PM 阶段的伪支撑集改写为:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{H}}(i) &= [\text{sign}(\hat{\mathbf{h}}_k(1)) \cdot \frac{\delta}{(|\hat{\mathbf{h}}_k(1)| + \delta)^2}, \dots, \\ &\quad \text{sign}(\hat{\mathbf{h}}_k(n)) \cdot \frac{\delta}{(|\hat{\mathbf{h}}_k(n)| + \delta)^2}] \end{aligned} \quad (11)$$

观察可知,其本质上是对稀疏性不同的重构目标进行差异化赋权。为了进一步提高 PM 阶段的性能,定义基于高斯核函数的稀疏特征权值表达式:

$$\mathbf{p} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\frac{(\hat{\mathbf{h}}_k - \mathbf{y})^2}{2\sigma^2}) \quad (12)$$

高斯核对于衡量信号距离具有一定意义^[14],在压缩感知理论中,对于生成的关联向量,在稀疏支撑集附近会产生明显的极小值,获取冗余信息以作为稀疏度粗估计的外部信息。引入高斯核函数对近似

l_0 框架进行优化,PM 过程的 $\bar{\mathbf{H}}$ 运算部分为:

$$\begin{aligned} &\text{for } i = 1:L \\ &\quad \text{if } T_k(i) > 0 \\ &\quad \quad \bar{\mathbf{H}}(i) = T_k(i) \cdot \frac{p(i)}{(|\hat{\mathbf{h}}_k(i)| + p(i))^2}, \text{else} \\ &\quad \quad \bar{\mathbf{H}}(i) = T_k(i) \cdot \frac{\delta}{(|\hat{\mathbf{h}}_k(i)| + \delta)^2 p(i)} \end{aligned}$$

end

end

优化的伪测量过程的误差矩阵与卡尔曼增益更新方程与原式一致。信道系数更新方程为:

$$\hat{\mathbf{h}}_{k+1} = \hat{\mathbf{h}}_k - \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{h}}_k \quad (13)$$

随着迭代次数的增加,卡尔曼滤波的伪测量过程转变为小残差问题的迭代优化。对于小残差问题的迭代优化,传统线性卡尔曼方法难以保证估计误差的一致减少^[15]。Levenberg-Marquardt 方法在每次迭代过程中,使用参数 u 对预测协方差进行修正,以保证算法的全局收敛性,解决了传统方法观测值不稳定的问题。引入 Levenberg-Marquardt 方法,本文在原有卡尔曼滤波压缩感知算法的基础上,增加一步滤波错误方差矩阵自优化,优化公式为:

$$\tilde{\mathbf{P}} = [\mathbf{I} - \mathbf{P}(\mathbf{P} + u^{-1}\mathbf{I})^{-1}]\mathbf{P} \quad (14)$$

但必须指出的是,Levenberg-Marquardt 方法虽然从一定程度上解决了重构值抖动的问题,但引入了矩阵的逆运算,提升了算法的复杂度。为了补偿这一问题,必须引入自适应收敛指标,以降低算法的计算开销。

2.2 基于卡尔曼增益的收敛指标

Carmi 等人提出的卡尔曼压缩感知算法通过较大的迭代次数以锁定迭代误差,无法对迭代过程进行实时评估。对于传统的压缩感知算法,主要利用重构信号残差识别收敛情况,但没有利用卡尔曼滤波的固有特性。在卡尔曼滤波框架中,当观测矩阵满足 RIP 性质时,KFCS 过程必定收敛^[10]。对于不同滤波时刻,假设 Φ 为以支撑集为索引的观测矩阵列构成的子矩阵,卡尔曼增益可以表示为:

$$\mathbf{K}_n^T \mathbf{K}_n = (\Phi \Phi^T)^{-1} / n^2 \quad (15)$$

由 RIP 定律可知, $\lambda_{\Phi \Phi^T} = 1/(1 - \delta_K)$, 表示为

$\Phi\Phi^T$ 的最大特征值,因此卡尔曼增益的二范数可以表示为:

$$\|K_n\|_2 = \sqrt{\lambda_{K^T K}} = 1/(n \sqrt{1 - \delta_K}) \quad (16)$$

观察可得,卡尔曼增益随着滤波次数 n 的增加而递减,滤波过程同时趋于稳定。由于伪测量迭代框架中的卡尔曼增益表达式与卡尔曼滤波的卡尔曼增益表达式形式近似,因此当估计值收敛稳定后,伪支撑集必趋于稳定,故伪测量框架下的卡尔曼增益也会随着迭代次数 k 的增加而收敛。因此本文设置卡尔曼滤波算法的 PM 阶段收敛的成立条件为:1) 卡尔曼增益的范数模值是否小于收敛阈值 ϵ ;2) 卡尔曼增益的范数模值是否递减。

3 仿真与性能分析

由于本文信道模型为一阶 AR 信道模型,所以本节重点考察优化算法在静态信道下的重构性能。设置用作信道估计的导频序列为 64 位 PN 序列,则观测矩阵为导频循环移位组成的托普利兹矩阵。分别从收敛性能和不同信噪比下的重构性能对算法进行分析。

实验 1:算法收敛性分析

本小节实验考察在相同条件下,本文算法与已有算法的收敛性能与误差下限。设置信道稀疏度为 8, 信噪比为 10 dB, 首先考察本文算法、Approximate l_0 -KFCS 算法 (A-KFCS) 以及 Carmi 提出的传统伪测量卡尔曼滤波压缩感知算法 (T-KFCS) 在伪测量过程中均方误差的收敛情况,对不同算法分别进行 Monte-Carlo 仿真,如图 1。

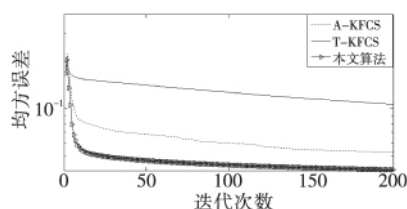


图 1 不同算法的收敛过程对比

Fig 1 The convergence process comparison between different algorithms

可以看出,随着迭代次数的增加,不同算法的均方误差均有降低,但本文算法的均方误差下降最快,且误差下限更低。进一步分析可知,由于对稀疏性的约束更强,近似 l_0 范数框架下的求解性能远好于 l_1 范数框架。设置信道条件不变,考察本文算法和

A-KFCS 算法的收敛指标变化情况,如图 2。

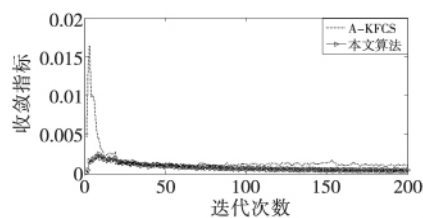


图 2 不同算法收敛指标的变化过程对比

Fig 2 The change of convergence index comparison between different algorithms

可以看出,本文算法相对于同为近似 l_0 框架下的 A-KFCS 算法,收敛指标的收敛速度更快。由于收敛条件(2)的存在,避免了伪测量过程初始阶段收敛指标值过小导致提前退出迭代的问题。同时可以看出,由于本文算法引入了 Levenberg-Marquardt 方法,使得收敛指标的值抖动程度降低,总体上能够保持一致减少,增强了收敛指标的有效性。

实验 2:算法性能分析

本小节实验考察具体通信场景下,本文算法、最小二乘法、A-KFCS 和 T-KFCS 算法的信道估计性能。设置信道模型为 IEEE802.16 的 SUI-3 模型,信道参数如表 1。

表 1 信道参数

Tab 1 The channel parameters

路径	时延/ μs	功率/dB
1	0	0
2	0.4	-5
3	0.9	-10

为了对比分析简便,设置信噪比变化范围 0~16 dB,变化步长为 2,调制方式为 QPSK,数据帧长度为 512,均衡方式为 MMSE 频域均衡,其他条件不变,对不同算法分别进行 Monte-Carlo 仿真,结果如图 3。

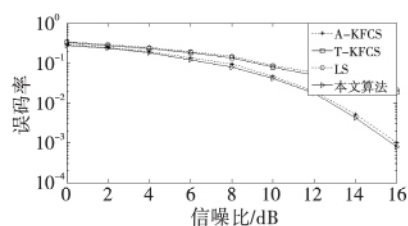


图 3 不同信噪比下的算法性能对比

Fig 3 The estimation performance comparison between different algorithms

可以看出,在同等条件下,本文算法的信道估计性能更好,相对于其他算法,性能随着信噪比提高提升得更快,在较高信噪比条件下性能优势明显。但必须指出的是,现在大多数现成的信道模型并不符合压缩感知理论框架的稀疏特性要求,同时,KFCS算法在处理复数目标时性能有较大程度下降,但应用于主要影响因素为码间干扰、多普勒频偏较低的场景时,相对于其他传统估计算法性能突出。

4 结论

本文提出了改进的卡尔曼滤波压缩感知信道估计算法。该算法重点从重构精度和自适应收敛对伪测量过程进行了优化,利用 Levenberg-Marquardt 方法调整了伪测量过程的协方差矩阵,解决了估计误差不能一致减少的问题,保证了算法的全局收敛性;根据卡尔曼增益设置了迭代收敛条件,解决了伪测量过程的自适应问题。仿真分析表明,在同等条件下,本文算法的估计精度和收敛速度有较大程度提高,考虑到卡尔曼滤波压缩感知算法在跟踪时变信道的优势,该算法在高速率移动通信系统中可以得到广泛应用。

参考文献:

- [1]宋铁成,尤肖虎,沈连平,等. 基于导频和修正 Kalman 滤波的 MIMO-OFDM 信道估计方法[J]. 通信学报, 2007, 28(2):23-28.
- [2]Baraniuk R G. Compressive Sensing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4):118-124.
- [3]Cotter S F, Rao B. Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(3):374-377.
- [4]Vaswani N. Kalman filtered compressed sensing[C]// IEEE International Conference on Image Processing. US: IEEE, 2008:893-896.
- [5]Carmi A, Gurfil P, Kanevsky D. A simpler method for sparse signal recovery from noisy observations using Kalman filtering[R]. Armonk:IBM, 2008.
- [6]Julier S J, Laviola J J. On Kalman filtering with nonlinear equality constraints[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 56(6):2774-2784.
- [7]孟庆微,黄建国,何成兵,等. 采用时域测量矩阵的压缩感知稀疏信道估计方法[J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(8):94-99.
- [8]Seibert F, Zou Y M, Ying L. Toeplitz block matrices in compressed sensing and their applications in imaging [C]// International Conference on Information Technology and Applications in Biomedicine. 2008: 47-50.
- [9]Kanevsky D, Carmi A, Horesh L, et al. Kalman Filtering for Compressed Sensing[C]// 13th Conference on Information Fusion. 2010:1-8.
- [10]田文彪,康健,张洋,等. 基于卡尔曼滤波的压缩感知弱匹配去噪重构[J]. 电子学报, 2014, 42(6):1061-1067.
- [11]焦李成,杨淑媛,刘芳,等. 压缩感知回顾与展望[J]. 电子学报, 2011, 39(7):1651-1662.
- [12]Xu Z B, Wang H Y, Chang X Y. L1/2 Regularizer[J]. Sci China Ser F-Inf Sci, 2009, 52(1):1-9.
- [13]毕瑛玮,张岩. 基于卡尔曼滤波的时变稀疏信号快速收敛重构算法[J]. 计算机应用, 2014, 34(S2):41-44.
- [14]Fei Zhong, Shuxu Guo, Xu Xu. Joint Channel Coding based on LDPC Codes with Gaussian Kernel Reflection and CS Redundancy[J]. Applied Mathematics and Information Sciences, 2013, 7(6):2421-2425.
- [15]杨宏,李亚安,李国辉. 一种改进扩展卡尔曼滤波新方法[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(19):18-20.
- [10]李纪永,李舜酩,田国成,等. 多分量调频信号源混合相交非正交联合对角化盲分离[J]. 振动工程学报, 2015, 28(4):633-639.
- [11]陆凤波,黄知涛,彭耿,等. 基于时频分布的欠定混叠盲分离[J]. 电子学报, 2011(9):2067-2072.
- [12]何文雪,王林,谢剑英. 基于模糊函数的单步盲信号分离算法[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(5):1261-1264.
- [13]张东伟,郭英,齐子森,等. 多跳频信号波达方向与极化状态联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(7):1695-1701.
- [14]Yeredor A. Non-orthogonal joint diagonalization in the least-squares sense with application in blind source separation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50:1545-1553.
- [15]Ziehe A, Laskov P, Nolte G, et al. A fast algorithm for joint diagonalization with non-orthogonal transformation and its application to blind source separation [J]. Journal of Machine Learning Research, 2004, 5(12):777-800.

(上接第 98 页)