文章编号 :1003-5850 (2015) 01-0032-03

基于卷积压缩感知的确定性滤波设计

冯培伦[1],曾维军[2],邢晓楠[1]

(1.驻二〇七所军事代表室,太原 030006 ;2.解放军理工大学通信工程学院,南京 210007)

摘 要 :提出了一类卷积压缩感知下确定性序列构造的滤波设计,相比传统的随机卷积,该方法的系数由具有良好自相关特性的确定序列的离散傅里叶变换给出。理论表明该确定性序列构造的滤波不仅可有效应用于时域稀疏的信号,而且可适用于频域和离散余弦域下的稀疏信号。

关键词 :滤波,卷积,确定序列

中图分类号 :TP311 文献标识码 :A

Deterministic Filter Design Based on Convolution Compression Perception

FENG Pei-lun[1],ZENG Wei-jun[2],XING Xiao-nan[1]

(1.Martial Delegate Office of PLA in 207 Institute, Taiyuan 030006, China ;
2.Institute of Communication and Engineer, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract : This paper presents a kind of convolution deterministic sequence structure under compression perception filter, compared with the traditional random convolution, the coefficient is given by discrete Fourier transform which has good autocorrelation by features determine the sequence. It proves that the filter of deterministic sequence structure not only sparse signal can be effectively used in time domain, frequency domain and the discrete cosine domain and can be applied to the sparse signal.

Key words: filter, convolution, determined sequence

0 引 言

近年来,压缩感知由于其可有效地采样和重建信号,在信号处理领域中产生了巨大影响。在离散域中,考虑一个长为 N 的信号 x ,设其在 Ψ 域是 K- 稀疏的。也就是,$x=\Psi f$,其中 f 是仅有 K ($K<<N$) 个非零系数的 N 维向量,为了分析方便,本文考虑 Ψ 矩阵为 $N\times N$ 维的归一化酉矩阵,即 $\Psi^*\Psi=I_N$。压缩感知的观测值为:

$$y=\Phi x+e=\Phi\Psi f+e \tag{1}$$

其中 y 为 $M\times 1$ 观测矢量,Φ 为 $M\times N$ 维的测量矩阵,e 为噪声矢量。若测量矩阵 Φ 为高斯或贝努利随机测量矩阵,仅需满足 $M\geqslant O(K\log(N/K))$,信号 x 可被精确重建。

尽管上述高斯和贝努利矩阵有最优的理论界,但是需存储大量的数据以及在重建信号时须进行复杂运算,另外,由于该类矩阵的随机性也使得硬件实现存在较大困难。本文提出了一种基于确定性滤波器进行卷积的新构架,该滤波器通过一个具有良好自相关特性的序列来进行构造,不仅适用于时域信号,对频域信号也有效。

1 压缩感知原理

记 $\Theta=\Phi\Psi$,则式 (1) 可重写为:

$$y=\Theta f+e \tag{2}$$

* 收稿日期 :2014-09-11,修回日期 :2014-12-10

** 作者简介 :冯培伦,男,1987 年生,硕士,研究方向 :装备管理。

因此，重建 $x=\Phi f$ 等价于恢复 K - 稀疏的矢量 f。当 $M\times N$ 时，式 (2) 是欠定的，为了恢复出 f，需进行非线性优化。在无噪声情况下，精确重建可使用 l_1 范数最小规划：

$$\min\|f\|_{l_1} \quad \text{s.t} \quad y=\Theta f y=\Theta f \tag{3}$$

在有噪声的情况下，f 可通过 LASSO 算法重构：

$$\min\lambda\|f\|_{l_1}+\frac{1}{2}\;\|y-\Theta f\|^2 \tag{4}$$

其中 λ 为拉格朗日常数。

在压缩感知重构中，一致重构是指一旦感知矩阵 Φ 被构造，只要 M 足够大，在 Ψ 域下的稀疏信号都能被重构出来。为了达到一致重构，需要应用等距约束性 (RIP) 的概念。

RIP：对于 $M\times N$ 矩阵 $\Theta=\Phi\Psi$，依参数 $(K,\delta)\,(\delta\in(0,1))$ 满足 RIP 性质，当

$$(1-\delta)\|f\|^2\le\|\Theta f\|^2\le(1+\delta)\|f\|^2,\ \text{对于}\ f\in\Gamma \tag{5}$$

其中 Γ 为长度 N 所有 K- 稀疏的信号集合。

定理 1: (随机二次采样酉矩阵的 RIP) ：假设 $M\times N$ 维 Θ 矩阵为随机二次采样酉矩阵，也即其可写为：$\Theta=\frac{1}{\sqrt{M}}R_\Omega U$，其中 $\frac{1}{\sqrt{M}}$ 为归一化系数，R_Ω 是一个随机采样矩阵，其从 N 个样值中随机均匀地选取 M 个样值，U 是一个 $N\times N$ 维的酉矩阵满足 $U*U=NI_N$。则矩阵 Θ 以很高的概率满足 RIP 性质，当

$$M\ge O(\delta^{-2}\mu(U)K\log^4 N) \tag{6}$$

其中 $1\le\mu(U)\le\sqrt{N}$，当 U 为 FFT 或者 Walsh-Hadamard (WHT) 变换时，$\mu(U)=1$，式 (6) 为：

$$M\ge O(\delta^{-2}K\log^4 N) \tag{7}$$

定理 2: (非一致重构) 记 f 为确定的任意 K- 稀疏信号，在无噪声情况下，f 可通过 l_1 范数优化重构，当

$$M\ge O(\mu(U)K\log N) \tag{8}$$

由以上定理可知，部分 FFT (或者 WHT) 可接近理论最优界，且易于硬件实现和快速重构，但是其主要缺点是缺乏普遍性。一个普遍适用的感知矩阵是指它可以处理任何域下的稀疏信号。本文提出的循环矩阵可有效应用于时域和频域稀疏信号。

循环卷积下的压缩感知矩阵 Φ 可表示如下：

$$\Phi=\frac{1}{\sqrt{M}}R_\Omega A \tag{9}$$

其中循环矩阵 A 可表示为：

$$A=\begin{bmatrix} a_0 & a_0 & \cdots & a_1 \\ a_1 & a_{N-1} & \cdots & a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N-1} & a_{N-2} & \cdots & a_0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

对于式 (9) 给出的矩阵 Φ，测量过程可以看成信号 x 与滤波器 $a=[a_0\ a_1\ \cdots\ a_{N-1}]^T$ 循环卷积，然后通过下采样的方式得到。由于循环矩阵可以被 FFT 矩阵对角化，即有：

$$A=\frac{1}{\sqrt{N}}F^*\Sigma F \tag{11}$$

其中 $\Sigma=\mathrm{diag}(\sigma)=\mathrm{diag}(\sigma_0,\sigma_1,\cdots,\sigma_{N-1})$，其对角元素为矩阵 A 的特征值。由式 (11) 可知，矩阵 A 的第一列也即滤波器 a 可以通过求解 $\sigma=[\sigma_0,\sigma_1,\cdots,\sigma_{N-1}]^T$ 的逆傅里叶变换得到：

$$a=\frac{1}{\sqrt{N}}F_*\sigma \tag{12}$$

当 σ 是一个幺模序列时，也即 $|\sigma_k|=1(0\le k\le N-1)$，矩阵 A 是一个酉矩阵；$A^*A=NI_N$。

系数矢量 a 通常随机构造，其等概率的取值 ±1。另外一个构造 a 的方式是通过 σ 得到，σ 是一个二进制序列或者随机相位的幺模序列，即 $\sigma_k=e^{j\theta_k}$，θ_k 为 $[0,2\pi)$ 均匀分布的随机变量。

2 基于卷积压缩感知下的确定性滤波器

2.1 问题描述

我们提出了一个确定性的滤波器，也即对于式 (9) 中，R_Ω 为随机采样矩阵，A 是一个确定性的循环矩阵。与随机滤波器类似，确定性滤波器也有两种构造方式。在频域的方法中，通过式 (12) 由 σ 得到矢量 a，当且仅当 σ 为幺模序列时，所构造的矩阵 A 是一个酉矩阵。在时域的方法中，矢量 a 被直接构造。由于在时域中，得到一个酉矩阵 A 比较困难，在接下来的研究中，我们仅考虑频域的构造方法。当 σ 为幺模序列时，产生的矩阵 A 一般为复数矩阵，而在实际中实数滤波器应用更加广泛。因此，为了产生真实的感知矩阵，σ 须满足下述的共轭对称条件：

$$\sigma_k = \sigma^*_{N-k},\ 1 \le k \le N-1 \tag{13}$$

定理 3：考虑一个压缩感知测量矩阵 Φ，如式（9）给定，其中 R_Ω 为随机采样矩阵，循环酉矩阵 A 由式（11）构造而成，$\sigma = [\sigma_0, \sigma_1, \cdots, \sigma_{N-1}]^T$，$|\sigma_k| = 1 (0 \le k \le N-1)$是一个幺模序列。若 $\mu(A)=O(1)$，则对于时域或者频域中所有的 K- 稀疏信号，一致重构需要 $M \ge O(K\log^4 N)$个测量；对于时域或者频域中任意给定的 K- 稀疏信号，l_1 范数优化重构需要 $M \ge O(K\log N)$个测量。

证明：当 $\mu(A)=O(1)$时，时域中的 K- 稀疏信号，由定理 1 和定理 2 很容易得到以上结论。考虑频域稀疏的信号，即 $\Psi = \frac{1}{\sqrt{N}}F^*$，考察相干参数 $\mu(A\Psi)$，记：

$$A\Psi = \frac{1}{\sqrt{N}}F^*\Sigma F\frac{1}{\sqrt{N}}F^* = F^*\Sigma$$

很明显，式中的方阵 $F^*\Sigma$ 为酉矩阵，所有元素都是幺模的。所以 $\mu(A\Psi)$=1，因此，定理 3 在频域中也成立。

由于矩阵 A 的相干参数 $\mu(A) = \max(|a_0|, |a_1| \cdots |a_{N-1}|)$，由式（12）知，我们可将矩阵的设计问题归纳为构造幺模序列使得其归一化的傅里叶逆变换系数以 $O(1)$为界。

2.2 主要结论

本文研究 σ 序列的构造基于具有良好的自相关特性序列进行，有多个指标衡量该序列的好坏，比如其峰值旁瓣电平、完整的旁瓣电平以及品质因素。所有的指标可用于周期和非周期自相关中。

定义 1：（周期和非周期自相关）：对于一个周期为 N 的序列 s，其周期自相关 $R_s(l)$和非周期自相关 $r_s(l)$分别定义为：

$$R_s(l) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k s^*_{\mathrm{mod}(k+l,N)} \tag{14}$$

$$r_s(l) = \sum_{k=0}^{N-l-1} s_k s^*_{k+l} \tag{15}$$

其中 $l = 0,1,2\cdots$是一个整数。

下面我们考虑序列的自相关峰值旁瓣电平。

定义 2：（完美和近乎完美序列）：若一个序列 s 的周期自相关满足以下条件，则称序列为完美序列：

$$R_s(l) = \begin{cases} N & l = iN \\ 0 & l \ne iN \end{cases} \tag{16}$$

当其峰值自相关绝对值以一个很小的数 ε 为界时，序列称为近乎完美序列，即：

$$|R_s(l)| < \varepsilon,\quad l \ne iN \tag{17}$$

对于双极序列，仅存在$[1,1,-1,1]$为完美序列。对于近乎完美序列的设计，典型的序列有 m 序列，此时 ε=1，此序列可通过移位寄存器实现。下面通过一个引理，给出由近乎完美序列构造矩阵的相干参数界为 $\sqrt{\varepsilon+1}$ 。

引理 1（相干参数界）：由式（11）构造的复值矩阵 A，其中 $\sigma=s$。若序列 s 为一个完美的幺模序列，则其相干参数为 $\mu(A)$=1。若序列 s 为一个近乎完美的幺模序列，其相干参数为：

$$\mu(A) \le \sqrt{\varepsilon+1}m \tag{18}$$

证明：首先考虑序列 s 的 FFT 变换，记为$\hat{s} = Fs$ 。由维纳 - 辛钦定理可知：功率谱等于周期自相关函数的傅里叶变换，因此有下式成立：

$$\hat{s}^2_k = \sum_{l=0}^{N-1} R_s(l) e^{-\frac{j2\pi kl}{N}} \le N + \left|\sum_{l=1}^{N-1} R_s(l) e^{-\frac{j2\pi kl}{N}}\right| \le N + (N-1)\varepsilon \tag{19}$$

由于序列 $a = \frac{1}{\sqrt{N}}F^*s$，对比 $\hat{s} = Fs$，可知 F^*s 是 $\hat{s}$ 的翻转，因此具有相同数值的大小。由式（20）可得矩阵的相干参数为：

$$\mu(A) \le \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{N+(N-1)\varepsilon} \le \sqrt{1+\varepsilon}$$

当 ε=0，即完美序列，此时边界为理想边界 $\mu(A)$=1。（证毕）

3 结束语

确定性的滤波器相比随机滤波器更容易实现，同时，由于该序列具有良好的自相关特性，在雷达、通信中应用广泛，使得该滤波器在硬件实践方面有天然的优势。

参考文献：

[1] H Rauhut. Compressive sensing and structured random matri-

（下转第 37 页）

被非法关闭则会发出警告,并提醒开启该模块。

3 系统实现

3.1 虚拟设备驱动模块实现

虚拟设备驱动模块是连接计算机网络底层与上层的服务模块,通过 NDIS-HOOK 技术对网络中的数据包进行截获和过滤。采用 SPI HOOK 与防火墙控制规则共同构建过滤模块,首先,获取 NDIS.SYS 在内存中的基地址;将具有特定功能的封包、发包函数替换系统标准 NDIS 库中的函数;其次,获取当前系统进程信息;第 3,初始化调用 Windows 协议驱动程序;第 4,处理协议缓冲区数据包并解析协议并与控制规则进行比较,实现与上层模块的通信。

3.2 数据包过滤模块实现

数据包的过滤是防火墙最基本的过滤方式,其对数据包的 IP、TCP 等的包头信息进行提取,分析包头字段,再对比用户所定义的数据包过滤规则,如果符合规则则允许访问网络,如果不符合规则则拒绝访问。

3.3 内容过滤模块实现

内容过滤模块的实现是对网络应用层的内容进行检测,首先,初始化内容过滤表和过滤方式,初始化协议栈缓冲区;其次,加载系统 WS2_35DLL 程序,取得 SPI 服务地址,获取 winsock 缓冲区数据;第 3,对数据包进行解析,通过 HTTP 过滤规则、FTP 过滤规则、SMTP 过滤规则对数据包内容进行过滤。

3.4 流量监控模块实现

流量监控模块是实现不同时间段的网络访问统计,首先,初始化流量统计规则列表,获取当前活动进程 ID、端口号或者是内存中的地址;其次,为每个活动进程设置计数器,监测每个数据包的状态、流向、记录进程的连接状态;第 3,创建子线程,用于数据包的统计,如果流量超过预设流量则隔断进程,并记录流量日志,如果没有超过预设流量则进入防火墙虚拟设备驱动模块,通过 NDIS HOOK 解析数据包,解析判断如果数据包内容违反规则则记录数据包的源 IP、大小、时间等到日志记录中,如果没有违反规则则 SPI HOOK 记录所有数据包的源 IP、源端口、目标端口、协议类型、大小、进程级别、时间、接收状态等,同时在日志中记录所有结果。

3.5 冲突检测模块实现

在防火墙规则库中有大量的控制访问限制,如果要对规则库添加新的访问控制,会出现新规则与老规则冲突的问题。因此,冲突检测模块可对新规则与老规则进行比对分析,发现新规则与老规则冲突后,针对规则的完善性以规则最优原则合并规则,并删除失效规则。

3.6 系统监控模块实现

系统监控模块是保障 Windows 防火墙整体运行安全及完整的监控模块,当防火墙系统出现部分功能被非法关闭问题时,系统监控模块会发出提示,并提示重启防火墙或者是修复防火墙。系统监控模块实现是对防火墙各项功能的完整性进行检测,根据用户设置予以监控保护。

4 结束语

防火墙是保护网络通信的基础,本文利用 winsock2 SPI 技术实现对 Windows 防火墙的构建,主要实现对网络数据包的截获、分析与处理,该防火墙具有防御规则添加、删除等功能,具有良好的扩充性。防火墙实现对 Windows 系统的保护是根据防御规则完成基于网络访问 IP 地址和端口的数据包进行过滤,与访问控制。

参考文献:

[1] 彭丽丽. 基于 Windows 构架网络数据包拦截技术的个人防火墙设计与实现[J].科技创新与应用,2014,23(4):17-19.

[2] 王呼斯乐.Windows 操作系统安全研究[J].电脑知识与技术,2013(10):11-13.

[3] 王 莉. 多层防火墙的设计与实现[J]. 硅谷,2013(19):23-26.

[4] 曾凡锋,夏雪峰,王景中.基于网络行为的防火墙设计与实现[J].网络安全技术与应用,2012(2):36-38.

[5] 王有伟.防火墙在安全防御中的作用研究[J].电脑开发与应用,2012,25(9):47-48.

(上接第 34 页)

ods for Sparse Recovery, 2010(9):1-22.

[2] D V Sarwate.Bounds on crosscorrelation and autocorrelation of sequences, IEEE Trans. Inf. Theory, 1979(25):720-724.

[3] S W Golomb,G Gong.Signal Design for Good Correlation - for Wireless Communication, Cryptography and Radar[M]. Cambrige: Cambridge University Press, 2004.

[4] W H Mow.A new united construction of perfect root-of-unity sequences[C]// in Proc. of IEEE 4th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA), 1996: 955 – 959.