

Masterarbeit

Zustandsrekonstruktion mit wenigen Messungen durch
Kombination von Kalman-Filterung und Compressive-Sensing

ZHAO, Haibin

15. November 2020

Referent: Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck

Betreuer: Dr.-Ing. Benjamin Noack, Christopher Funk, M.Sc.

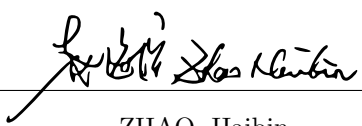
Zusammenfassung

Die Signalrekonstruktion ist immer ein wichtiges Thema, wobei das Kalman-Filter eine am weitesten verbreitete Methode ist. Aber wenn es viele Zustandsgrößen gibt, brauchen wir viele Messungen. Das Compressive-Sensing (CS) ist in letzter Zeit ein sehr beliebtes Thema. Man kann mit dem Compressive-Sensing ein Signal mit sehr wenigen Messungen zu rekonstruieren, aber das Compressive-Sensing hat viele Einschränkungen. Daher kombiniert diese Arbeit das Kalman-Filter und das Compressive-Sensing, um die Anzahl der benötigten Messungen zur Zustandsschätzung zu reduzieren. Erstens schlägt diese Arbeit drei Methoden vor, um die Anforderungen von dem Compressive-Sensing abzuschwächen: dünnbesetzte Änderung, Dimensionreduzierung und Sparse-Coding-Representation. Außerdem schlägt diese Arbeit zwei Methoden zur Fusion der Informationen aus dem Kalman-Filter und dem Compressive-Sensing vor: durch die Kalman-Gleichung und durch die Pseudo-Messungen. Darüber hinaus schlägt diese Arbeit ein iteratives Verfahren zur Verbesserung der Schätzung. Im idealen Fall kann die Schätzung mit dem neuen Verfahren im Vergleich zum traditionellen Kalman-Filter um 70 Prozent verbessert werden. Dann wendet diese Arbeit das Verfahren auf rauschbehaftete und zweidimensionale Signale an und stellt fest, dass das Verfahren die Schätzung im Vergleich zum traditionellen Kalman-Filter um 25 Prozent verbessert. Schließlich analysiert diese Arbeit den Zusammenhang zwischen Fehler und Systemrauschen sowie Messunsicherheiten und kommt zu dem Schluss, dass das Verfahren bei guter Modellierung und schlechten Sensoren deutlich gute Ergebnisse liefert.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Masterarbeit selbstständig angefertigt zu haben.
Die verwendeten Quellen sind im Text gekennzeichnet und im Literaturverzeichnis
aufgeführt.

Karlsruhe, 15. November 2020



ZHAO, Haibin

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	V
Notation	IX
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Anwendungen	2
1.3 Ziel der Arbeit	3
1.4 Aufbau der Arbeit	3
2 Temperaturverteilung	5
2.1 Modellierung der Wärmeleitung	5
2.1.1 Wärmeleitung in einem Draht	5
2.1.2 Wärmeleitung in Platte	6
2.2 Numerische Lösung	6
2.2.1 Modalanalyse	6
2.2.2 Finite-Differenzen-Verfahren	10
2.3 Simulationen	11
2.3.1 1D-Fall	11
2.3.2 2D-Fall	13
2.4 Zusammenfassung	16
3 Kalman-Filter	17
3.1 Kalman-Filter für die Modalanalyse	18
3.2 Kalman-Filter für die FDM	19
3.3 Simulation	21
3.3.1 1D-Fall	22
3.3.2 2D-Fall	24
3.4 Fehlermaß und Bewertung	24
3.5 Zusammenfassung	25

4 Compressive-Sensing	27
4.1 Einleitung	27
4.2 ℓ_p -Norm	28
4.2.1 Definition der ℓ_p -Norm	28
4.2.2 Vergleich von ℓ_0 -, ℓ_1 - und ℓ_2 -Norm	28
4.3 Dünnbesetzte und komprimierbare Signale	30
4.4 Messbasis	30
4.4.1 Anforderung auf der Messbasis	30
4.4.2 Anzahl der Messungen	31
4.4.3 Kohärenz der Matrix	32
4.5 Basisfunktionen	32
4.5.1 Fourier-Basis	33
4.5.2 DCT-Basis	33
4.5.3 Wavelet-Basis	33
4.6 Beispiele	36
4.6.1 1D-Signal-Rekonstruktion	36
4.6.2 2D-Signal-Rekonstruktion	37
4.7 Zusammenfassung	39
5 Kalman-Filtered Compressive-Sensing	41
5.1 Einleitung	41
5.2 Stand der Technik	41
5.3 Kalman-Filter mit zufälligen Messungen	42
5.3.1 Systemmodell	42
5.3.2 Simulation	43
5.3.3 Diskussion	44
5.4 Signal-Analyse	45
5.4.1 Hauptprobleme	45
5.4.2 Komprimierbare Änderungen	46
5.4.3 Dimensionreduzierung	48
5.4.4 Sparse-Coding-Representation	49
5.5 Kalman-Gleichung mit Compressive-Sensing	50
5.6 Kalman-Filter mit Pseudo-Messungen	52
5.6.1 Pseudo-Messungen	53
5.6.2 Dynamische Gewichtung	53
5.6.3 Fehler-Akkumulation	54
5.7 Koeffizientenaktualisierung	54
5.7.1 Aktualisierung aus der Schätzung	56
5.7.2 Aktualisierung aus der Prädiktion	56

5.8 Iteratives Verfahren	57
5.9 Simulation	57
5.10 Zusammenfassung	58
6 Erweiterungen des Verfahrens	61
6.1 KFCS für rauschenbahaftete Signale	61
6.2 KFCS für 2D-Signale	63
6.3 Fehlerbewertung	64
6.4 Zusammenfassung	65
7 Zusammenfassung und Ausblick	67
7.1 Zusammenfassung	67
7.2 Ausblick	68
Anhang	69
A.1 Herleitung der Temperaturverteilung	69
A.1.1 Modalanalyse	69
A.1.2 Finite-Differenzen-Verfahren	77
A.2 Herleitung des Kalman-Filters	80
Literaturverzeichnis	83

Abbildungsverzeichnis

1.1	Zu messende Temperaturverteilung.	1
2.1	Nummerierung.	9
2.2	Temperaturverteilungen mit sinusförmiger Anfangsbedingung	12
2.3	Temperaturverteilungen mit treppenförmiger Anfangsbedingung	12
2.4	Temperaturverteilungen mit sinusförmiger Anfangsbedingung	12
2.5	Temperaturverteilungen mit sinusförmiger Anfangsbedingung	13
2.6	2D-Temperaturverteilung aus der MA	13
2.7	2D-Temperaturverteilung aus der FDM	14
2.8	2D-Temperaturverteilung aus der MA	14
2.9	2D-Temperaturverteilung aus der FDM	15
2.10	2D-Temperaturverteilung aus der MA	15
2.11	2D-Temperaturverteilung aus der FDM	16
3.1	Kalman-Filter für die Modalanalyse mit 12 äquidistanten Sensoren.	22
3.2	Kalman-Filter für die Modalanalyse mit 24 äquidistanten Sensoren.	22
3.3	Kalman-Filter für die Modalanalyse mit 36 äquidistanten Sensoren.	22
3.4	Kalman-Filter für die FDM mit 12 äquidistanten Sensoren.	23
3.5	Kalman-Filter für die FDM mit 24 äquidistanten Sensoren.	23
3.6	Kalman-Filter für die FDM mit 36 äquidistanten Sensoren.	23
3.7	2D-Kalman-Filter für die Modalanalyse mit 64 äquidistante Sensoren.	24
3.8	2D-Kalman-Filter für die FDM mit 64 äquidistante Sensoren.	24
3.9	Vergleich aller Schätzungen.	25
4.1	Ablauf traditioneller Signalverarbeitung.	27
4.2	Ablauf des Compressive-Sensing.	27
4.3	Lineare Approximationen.	29
4.4	Vergleich ℓ_p Norm.	29
4.5	Verlauf der Wavelet-Transformation.	34
4.6	Koeffizienten mit Wavelet-Basis	35
4.7	Signal und seine Spektrum.	36

4.8	Messstellen	36
4.9	Rekonstruiertes Signal.	37
4.10	Originale Bild.	37
4.11	Bilder	38
4.12	Rekonstruiertes Bild.	38
5.1	Eingestellte Sensoren.	42
5.2	rsKF aus der FDM mit 12 zufällige Messungen.	43
5.3	rsKF aus der Modalanalyse mit 12 zufällige Messungen.	44
5.4	Vergleich rsKF und KF.	44
5.5	Nachteil des rsKF	45
5.6	K -Terme-Approximation	46
5.7	Rekonstruiertes Signal	46
5.8	K -Terme-Approximation für die Änderung der Koeffizienten	47
5.9	Rekonstruiertes Signal für die Änderung der Koeffizienten	47
5.10	K -Terme-Approximation für die Änderung der Koeffizienten	48
5.11	Rekonstruiertes Signal für die Änderung der Koeffizienten	48
5.12	Visualisierung von Θ .	49
5.13	Rekonstruiertes Signal mit Kalman-Gleichung	51
5.14	Rekonstruiertes Signal mit Kalman-Gleichung	51
5.15	Rekonstruiertes Signal mit Kalman-Gleichung	52
5.16	Fehler mit verschiedenen G_2/G_1 .	52
5.17	Pseudo-Messungen.	53
5.18	Vergleich ohne und mit dynamischer Gewichtung.	54
5.19	Pseudo-Messungen mit Wavelet-Basis.	54
5.20	Verlauf des vorherigen KFCS.	55
5.21	Verlauf des vorherigen KFCS.	55
5.22	Strukturbild des KFCS mit Rückkoppelung.	55
5.23	Verlauf für Koeffizientenaktualisierung aus der Schätzung.	56
5.24	Verlauf für Koeffizientenaktualisierung aus der Prädiktion.	56
5.25	Verlauf für iteratives Verfahren.	57
5.26	Vergleich aller Verfahren.	57
5.27	Vollständiger Gedankengang zu diesem Kapitel.	58
6.1	Temperaturverteilung mit Rauschen.	61
6.2	Kalman-Filter für rauschbehaftetes Signal	62
6.3	rsKF für rauschbehaftetes Signal	62
6.4	KFCS für rauschbehaftetes Signal	62
6.5	Vergleich für rauschbehaftetes Signal.	63
6.6	2D-Kalman-Filter mit 25 Sensoren.	63

6.7 2D-KFCS mit 25 Messungen.	64
6.8 Vergleich für 2D-Signal.	64
6.9 Fehler	65
6.10 Differenzfehler von verschiedenen Aspekten.	65
A.1 Nummerierung	76
A.2 Nummerierung	79

Notation

Konventionen

N	Anzahl der räumlichen Punkte
M	Anzahl der Messungen
G	Grad der Modalanalyse
S	Anzahl der möglichen Sensoren
f	Temperatur, Zustandsgröße im Finite-Differenzen-Verfahren
x	räumliche Position
t	Zeit
k	Wärmeleitfähigkeit
\underline{T}	Zustandsgröße in der Modalanalyse
\mathbf{A}	Systemmodell in der Modalanalyse
φ	Eigenfunktionen in \underline{x} -Richtung
ψ	Eigenfunktionen in \underline{y} -Richtung
\mathcal{U}	Anregungen
\underline{w}	Systemrauschen
\underline{v}	Messrauschen
Φ	Messabbildung im Compressive-Sensing
Φ_S	Abbildung von allen Knoten zu allen Stellen zu möglichen Sensorstellen
Ψ	Messabbildung in der Modalanalyse
$\tilde{\Psi}$	komprimierende Messabbildung in der Modalanalyse, $\tilde{\Psi} = \Phi \cdot \Psi$
\underline{y}	Messungen
$\tilde{\underline{y}}$	komprimierte Messungen, $\tilde{\underline{y}} = \Phi \cdot \underline{y}$
\mathbf{D}	Systemmodell im Finite-Differenzen-Verfahren
\mathbf{K}	Verstärkungsmatrix des Kalman-Filters
\mathbf{C}	Kovarianzmatrix in der Schätzung des Kalman-Filters
Θ	Basisfunktionsmatrix
$\tilde{\Theta}$	Basisfunktionsmatrix im Compressive-Sensing, $\tilde{\Theta} = \Phi \cdot \Theta$

Notation

z^{CS}	Koeffizienten der Basisfunktionen
Δz	Änderung der Koeffizienten
z^{KF}	aktualisierte \underline{z}^{CS} aus der Schätzung des Kalman-Filters
z^P	prädiziertes \underline{z}^{CS} aus Systemmodell
ϵ	Fehler bei der Signalrekonstruktion

Abkürzungen

KF	Kalman-Filter
CS	Compressive-Sensing
KFCS	Kalman-Filtered Compressive-Sensing
MA	Modalanalyse
FDM	Finite-Differenzen-Verfahren
WT	Wavelet-Transformation
DCT	Diskrete Cosinus-Transforamtion
SCR	Sparse-Coding-Representation
PM	Pseudo-Messungen

KAPITEL 1

Einleitung

1.1 Motivation

Das Kalman-Filter wird häufig zur Zustandsschätzung verwendet, aber hat es den Nachteil, dass es viele Messungen erfordert. Wenn wir zum Beispiel die Temperaturverteilung wie unten dargestellt überwachen wollen, brauchen wir 100 Sensoren, wenn wir das traditionelle Kalman-Filter verwenden. Dies verbraucht viele Energie für die Messungen und Kommunikation in einem Sensornetzwerk. Deshalb möchten wir das Signal mit weniger Messungen abschätzen und damit Energie einsparen.

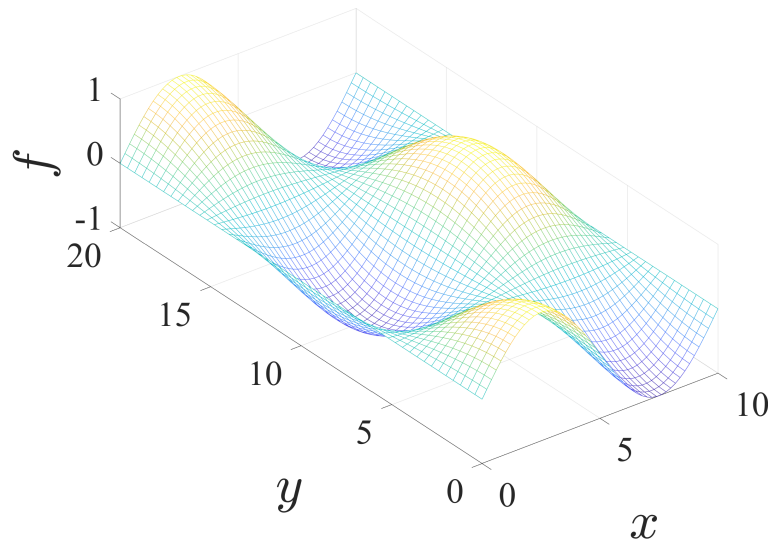


Abbildung 1.1: Zu messende Temperaturverteilung.

In den letzten Jahren wird Compressive-Sensing auf dem Gebiet der Signalgewinnung immer mehr geforscht, bei dem man ein Signal durch viel weniger Messungen rekonstruieren kann, als mit der traditionellen Abtastung, wenn das Signal und das System einige bestimmte Eigenschaften erfüllen. Deshalb möchten wir das Kalman-Filter mit dem Compressive-Sensing kombinieren, um die Zustandsschätzung mit

weniger Messungen durchzuführen, sodass wir die Energie für Messungen und Kommunikation sparen können.

1.2 Anwendungen

Compressive-Sensing hat ein breites Anwendungsspektrum in vielen kostengünstigen Digitalkameras und Audioerfassungsgeräten [2] [3], stromsparenden Lautsprechern und Bildaufnahmegeräten [4], astronomischen Beobachtungen [5], militärischen Karten aus Radarsignalen [6] usw. Folgende sind einige Beispiele:

- Datenkomprimierung

Beim Compressive-Sensing werden die Daten normalerweise mit einer Zufallmatrix komprimiert und gemessen. Deswegen kann man die Daten gleichzeitig messen und komprimieren. Dies ist vor allem bei der Distributed-Source-Coding (z. B. Sensornetzwerken) besonders nützlich.

- Kanal-Kodierung

Die Dünnbesetztheit, die Zufälligkeit und die Konvexität vom Compressive-Sensing können auf den Entwurf schneller Fehlerkorrekturcodes angewendet werden, um Fehler bei der Übertragung zu vermeiden.

- Inverse Probleme

In anderen Fällen besteht die einzige Möglichkeit, das Signal zu erfassen, darin, ein spezifisches Messsystem anzuwenden. Allerdings mithilfe vom Compressive-Sensing kann das Signal effektiv aufgenommen werden, z. B. bei der Herzspinnresonanztomografie.

- Datenerfassung

In einigen kritischen Situationen ist es schwierig, analoge Signale vollständig zu erfassen und zu komprimieren, aber mithilfe des Compressive-Sensing können physische Erfassungsgeräte so entworfen werden, dass sie analoge Signale direkt aufnehmen.

Es gibt auch viele Einrichtungen, die schon entwickelt wurden. Z. B. eine Ein-Pixel-Kamera und ein A/I-Wandler wurden an Rice Universität entwickelt [7] [8], eine Kamera mit codierter Blende [11] und ein MRI-RF-Impulsgerät [9] wurden am MIT entwickelt und ein DNA-Mikroarray-Sensor [10] wurde an Universität Illinois entwickelt.

1.3 Ziel der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist, die Anzahl der Messungen, die zur Schätzung des Signals erforderlich sind, durch die Kombination vom Kalman-Filter und dem Compressive-Sensing zu reduzieren. Es ist daher wichtig, in dieser Arbeit ein neues Verfahren zur Fusion von den beiden Ansätzen vorzuschlagen, das verallgemeinerbar sein sollte und das die Informationen aus den beiden Ansätzen vollständig fusionieren sollte. Zweitens, da das Compressive-Sensing viele Anforderungen an das Signal und das System hat, die in der Praxis nicht immer erfüllt werden, müssen wir einige Maßnahmen treffen, um die Anforderungen vom Compressive-Sensing abzuschwächen. Mit diesen beiden Aspekten können wir ein effizientes und allgemein anwendbares Verfahren zur Signalrekonstruktion entwerfen.

1.4 Aufbau der Arbeit

Um das Ziel zu erreichen, wird in dieser Arbeit zunächst die Wärmeleitung als Beispiel hergeleitet, dann werden zwei wichtige Grundlagen, nämlich das Kalman-Filter und das Compressive-Sensing vorgestellt. Dann werden drei Verbesserungsmethoden und zwei Fusionsverfahren vorgeschlagen. Schließlich wird das neue Verfahren auf weitere Fällen angewendet. Um das neue Verfahren zu bewerten, wird am Ende noch eine Fehlerbewertung durchgeführt.

- Temperaturverteilung

In dieser Arbeit nehmen wir die Temperaturverteilung als Beispiel, um die Wirksamkeit des Verfahrens zu prüfen. Deswegen leiten wir zunächst die Temperaturverteilung aus dem Diffusionsmodell her. Wir werden nicht nur die analytischen Lösungen herleiten, sondern auch die numerischen Lösungen. Schließlich werden wir die Simulationen für verschiedene Fälle durchführen.

- Kalman-Filter

Wir werden die Formeln für das Kalman-Filter herleiten. Und dann werden wir das Kalman-Filter verwenden, um die Temperaturverteilung im ersten Kapitel zu rekonstruieren.

- Compressive-Sensing

Zuerst werden wir das Modell, die Eigenschaften und die Anforderungen vom Compressive-Sensing vorstellen. Dann werden wir das Compressive-Sensing mit der traditionellen Abtastung vergleichen. Schließlich werden wir einige Beispiele vom Compressive-Sensing im 1D- und 2D-Fall zeigen.

- Abschwächen der Anforderungen des Compressive-Sensing

In diesem Teil werden wir drei Methoden vorschlagen, die die Anforderungen vom CS an die Signale abzuschwächen. Dabei handelt es sich um dünnbesetzte Änderung, Reduktion der Dimension und Sparse-Coding-Representation. Durch diese drei Methoden werden die Anforderungen des CS stark abgeschwächt.

- Fusionsverfahren

Dies ist der Hauptteil dieser Arbeit. Wir werden zwei Fusionsverfahren vorstellen und die Vor- und Nachteile von beiden Ansätzen analysieren. Und schließlich werden wir eine vollständige Struktur erstellen. Diese Struktur ist universell, vielseitig und effizient. Durch dieses Verfahren können wir ein besseres Ergebnis erzielen als traditionelle Kalman-Filter.

- Erweiterungen

Nachdem wir das neue Verfahren vorgestellt haben, werden wir es auf viele andere Fälle, wie z. B. rauschbehaftete Fälle und zweidimensionale Fälle, anwenden und deren Fehler berechnen. Schließlich werden wir die Fehler vom Kalman-Filter und dem neuen Verfahren unter verschiedenen Systemrauschen und Messunsicherheiten analysieren und damit die Vor- und Nachteile des neuen Verfahrens analysieren. Dann kommen wir zu dem Ergebnis, zu welchen Fällen das neue Verfahren am meisten passt.