

Magnetisches Tracking-System

Praktikum Robotik und Automation Software
ZHAO, Haibin Supervisor: MSc. Christian Marzi

KIT Department of Informatics – Institute for Anthropomatics and Robotics – Health Robotics and Automation (IAR-HERA), Jun.-Prof. Franziska Mathis-Ullrich



Übersicht

- Ziel
 - Die Orientierung eines Magnets zu bestimmen
- Aufbau meiner Arbeit



Modellierung von zylindrischen Magneten

Theoretische Formel und Numerische Lösung

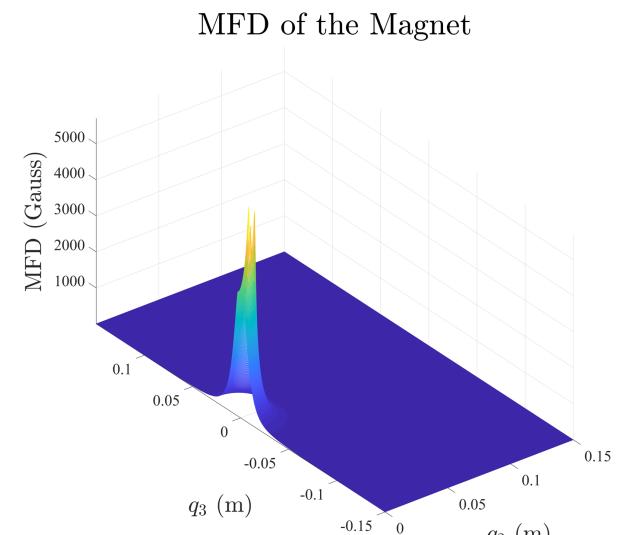
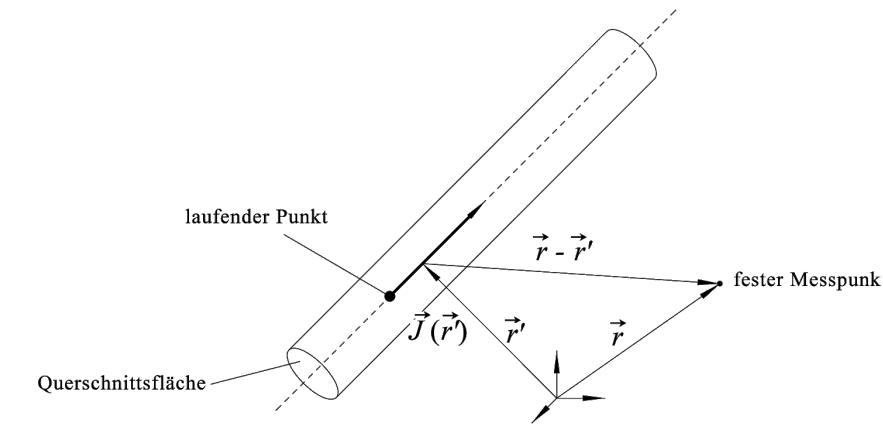
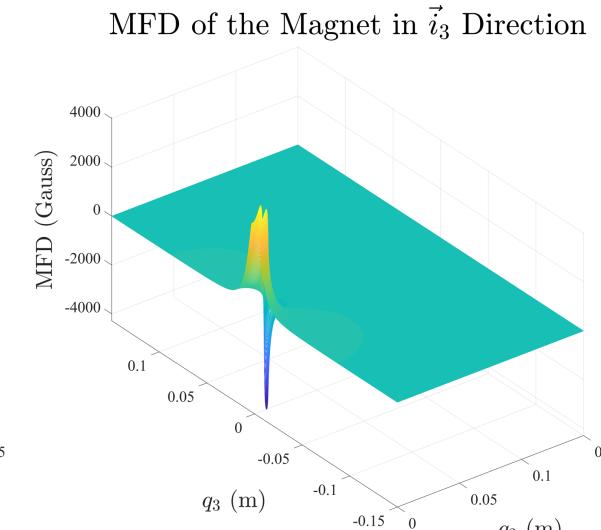
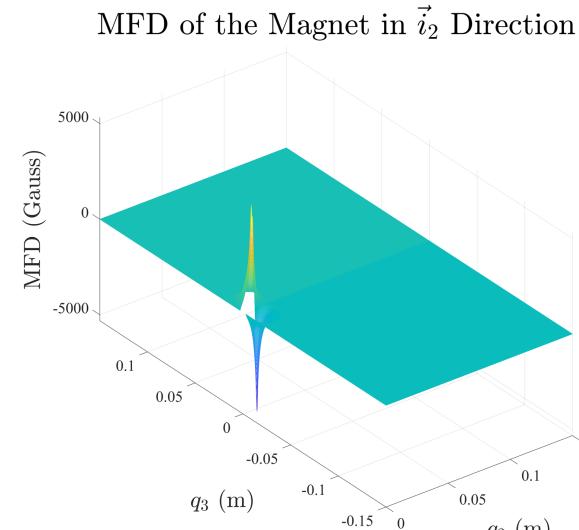
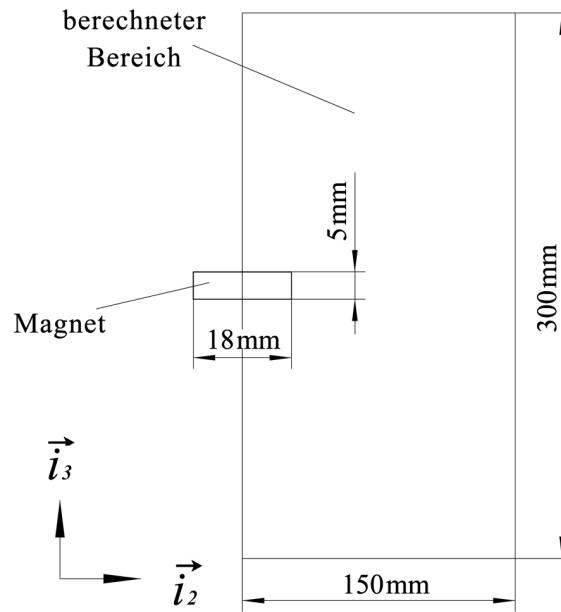
Biot-Savart-Gesetz

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV$$

Magnetfeldstärke (MFS)

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \left(\iiint_V \frac{\rho_m \vec{R}}{R^3} dV + \iint_S \frac{\rho_{ms} \vec{R}}{R^3} dS \right)$$

Ergebnis

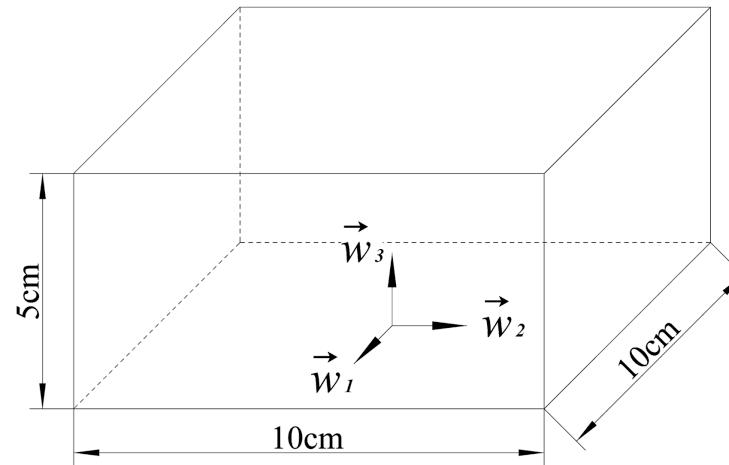


Workspace und Sensorarray

Definitionen

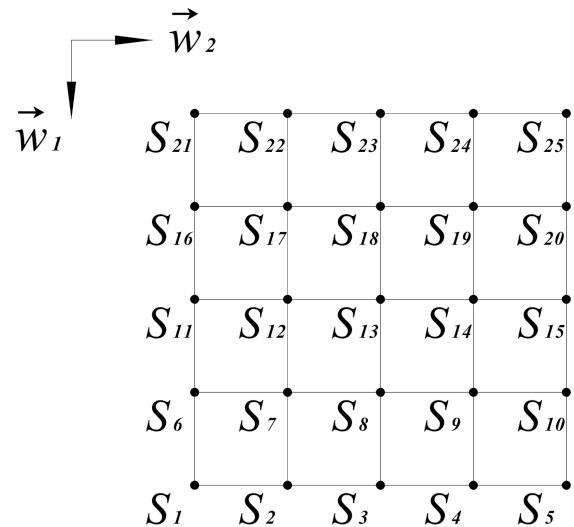
■ Workspace

- Workspace $10 \times 10 \times 5 \text{ cm}^3$



■ Sensorarray

- Anzahl der Sensoren jeder Seite: 5



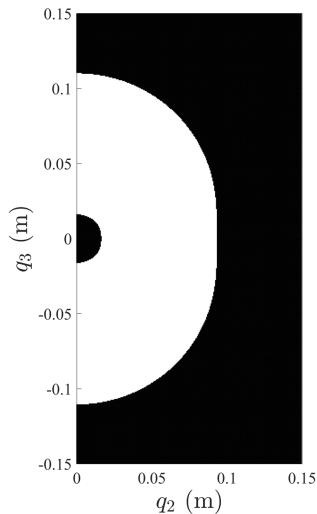
Workspace und Sensorarray

Sensoren

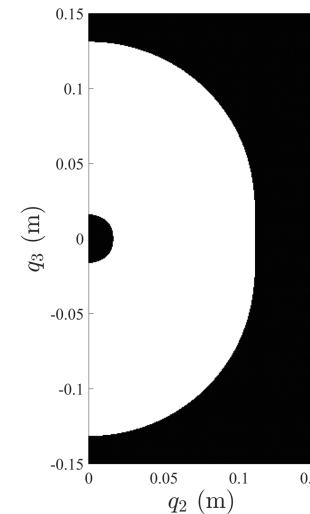
- Wenn wir mindestens a Meter Positionsänderung detektieren möchten, brauchen wir mindestens

$$\frac{\partial B_m}{\partial q} > \frac{5}{2^k \cdot S \cdot a}$$

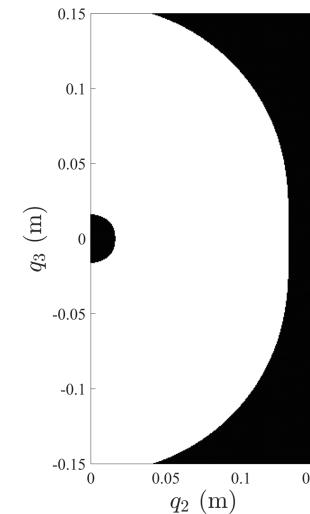
Detektierbarer Bereich unter verschiedene ADC Auflösungen und Sensitivitäten



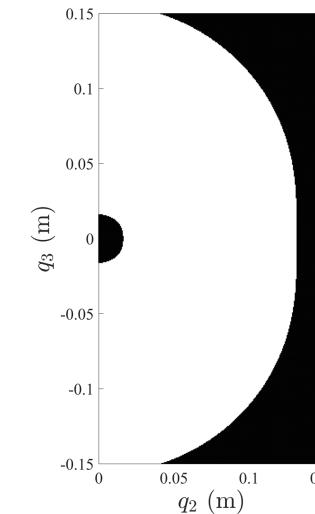
14 bit
5 %



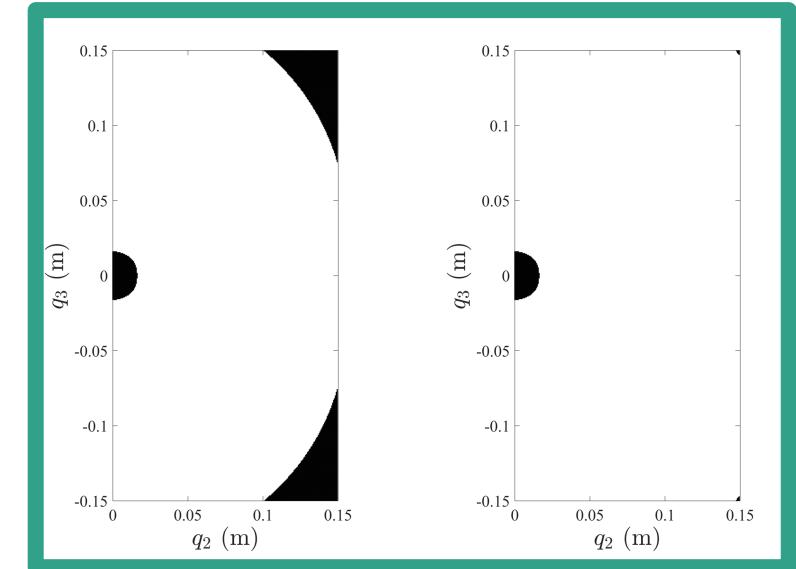
14 bit
10 %



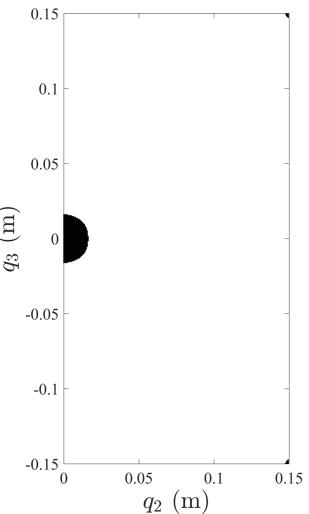
14 bit
20 %



16 bit
5 %



16 bit
10 %



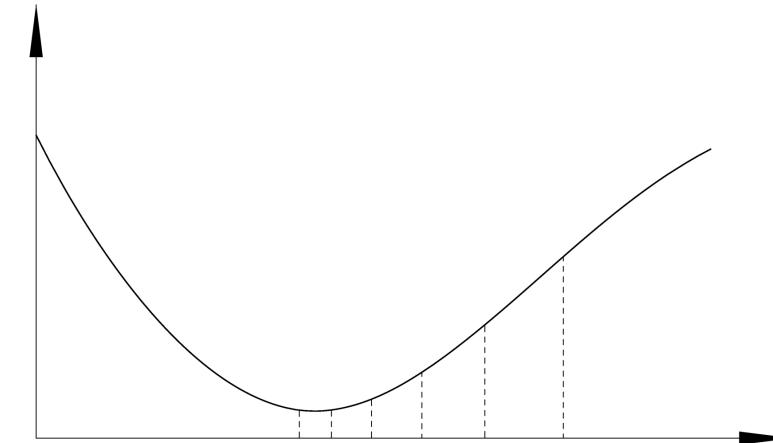
16 bit
20 %

Lokalisierungsalgorithmen

Gradienten-Methode und Box Search

■ Gradienten-Methode

- weniger Rechenaufwand
- Terminierung in lokalem Minimum



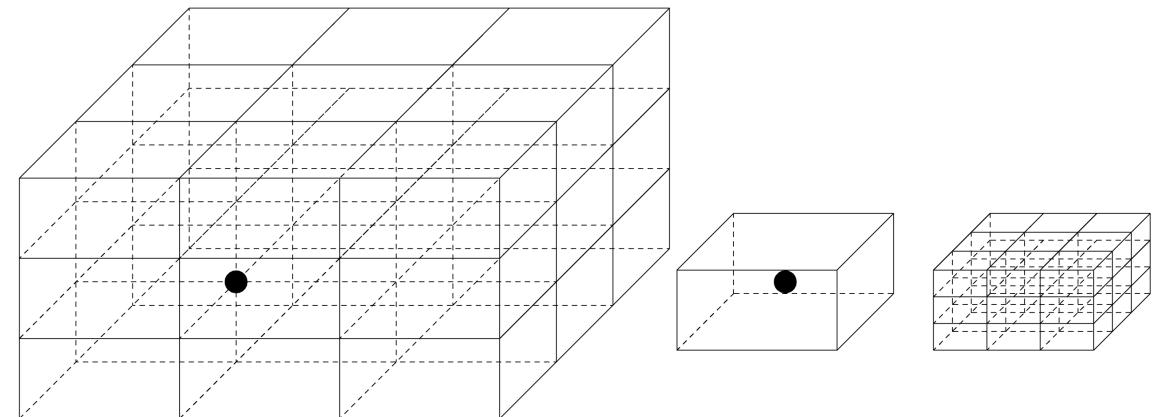
■ Box Search

■ Schritt

- Workspace Zerteilen
- Minimum Suchen
- Workspace Verkleinern

■ Eigenschaften

- Robuster Terminierung in lokalem Minimum
- Hoher Rechenaufwand (abhängig von Anzahl der Knoten)



Lokalisierungsversuche (in-silico)

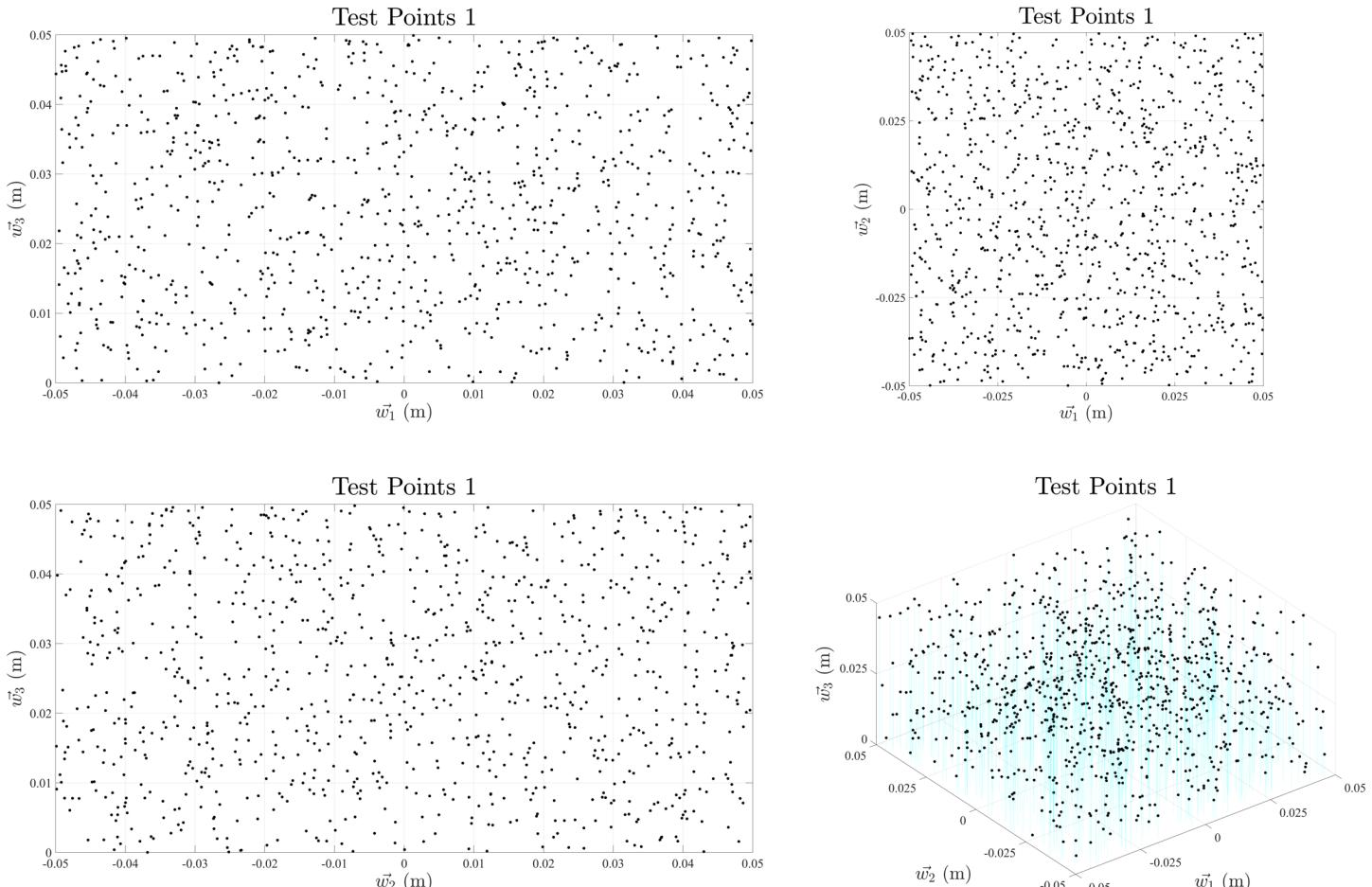
Hardware Bewertung

- Zufällig Sampling
- Sensordaten
 - ADC Auflösung

INDEX	ADC	Drift
1	12	2%
2	14	2%
0	16	2%
3	18	2%
4	20	2%

- Drift

INDEX	ADC	Drift
5	16	0.50%
6	16	1%
0	16	2%
7	16	4%
8	16	8%

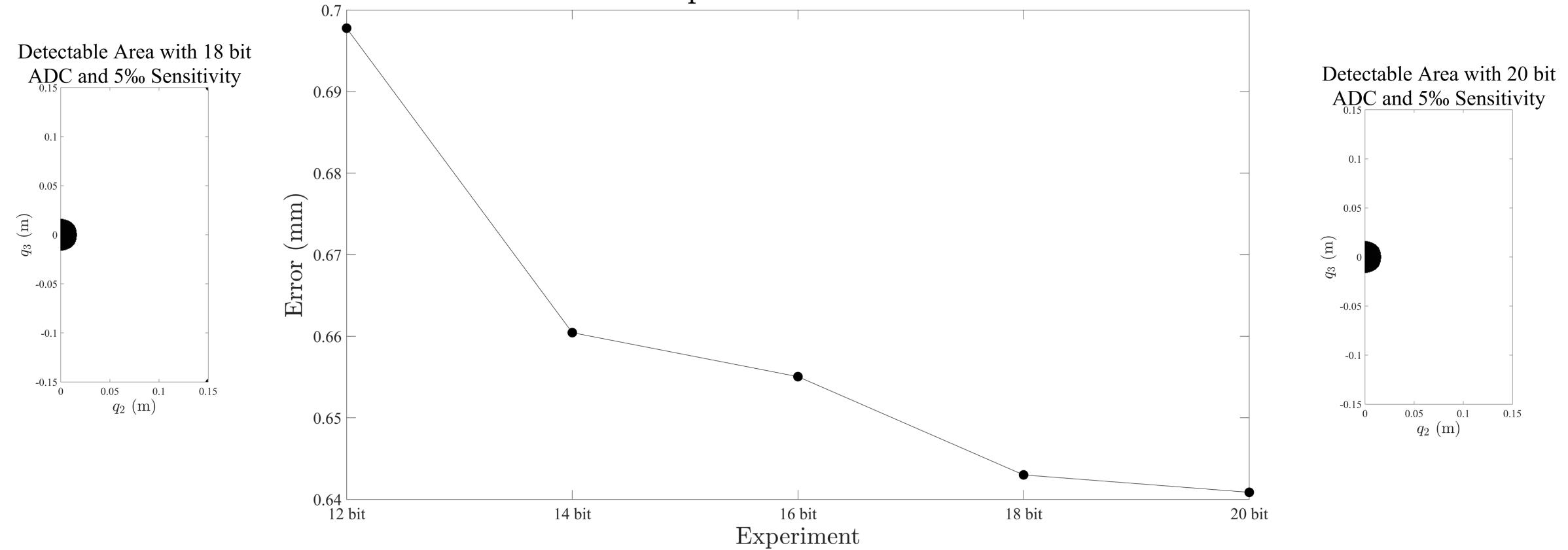


Lokalisierungsversuche (in-silico)

Hardware Bewertung

■ ADC Auflösung

Experiment for ADC

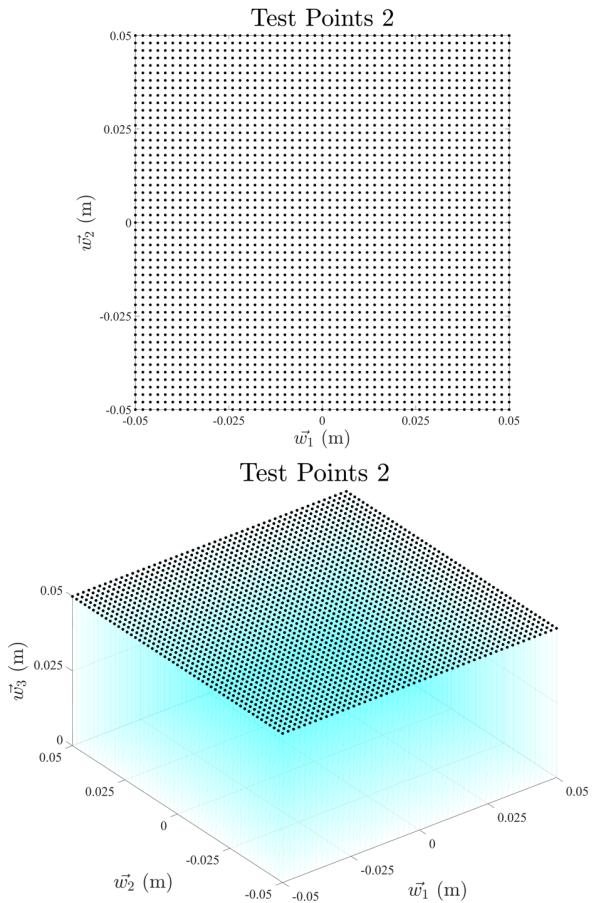
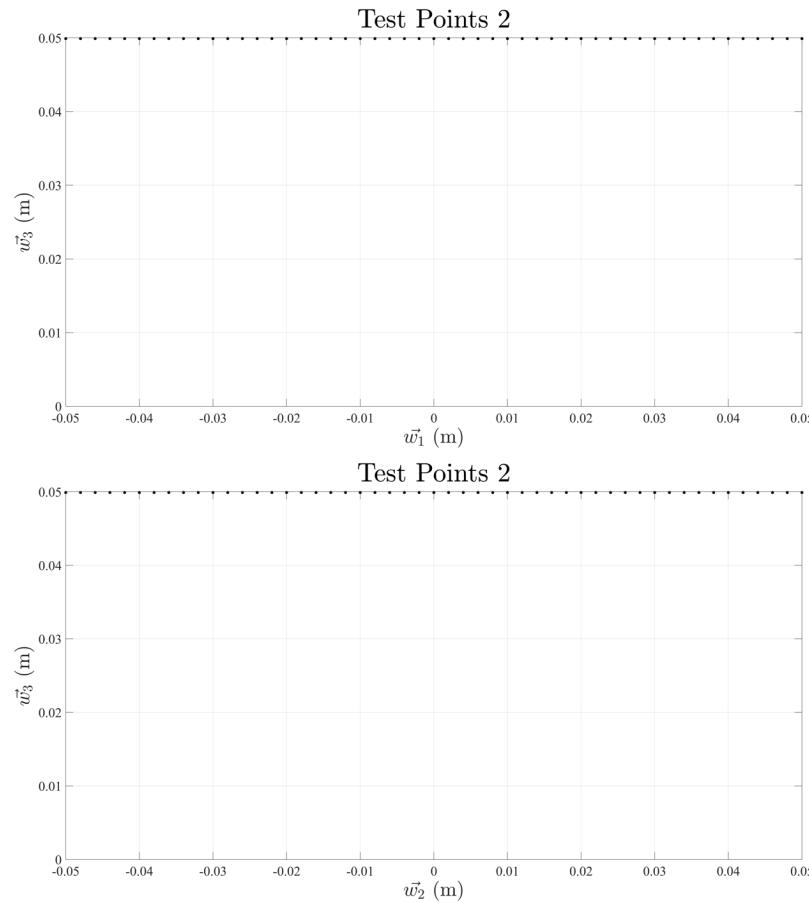


■ Je höhe ADC Auflösung ist, desto kleiner die Fehler sind

Lokalisierungsversuche (in-silico)

Workspace Analyse

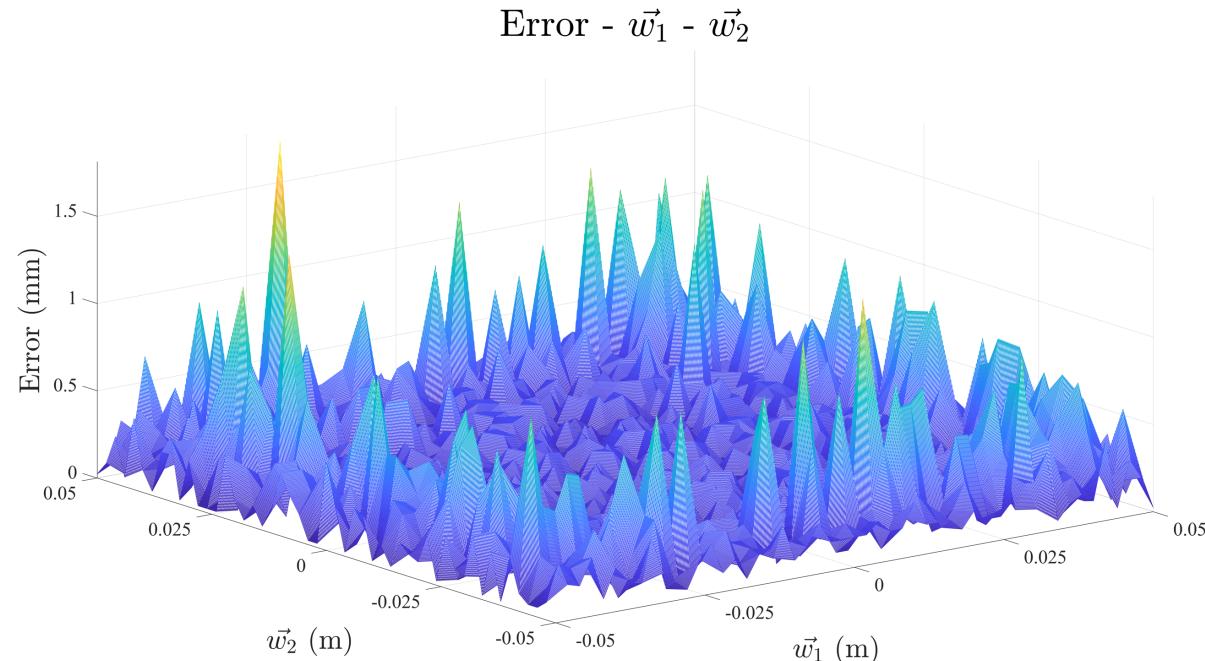
Gleichmäßige Verteilung



Lokalisierungsversuche (in-silico)

Workspace Analyse

- Test Punkte an der Ebene $\vec{w}_3 = 0.05 \text{ m}$
- Gleichmäßige Verteilung



- Am Rande schlecht
- In der Mitte gut

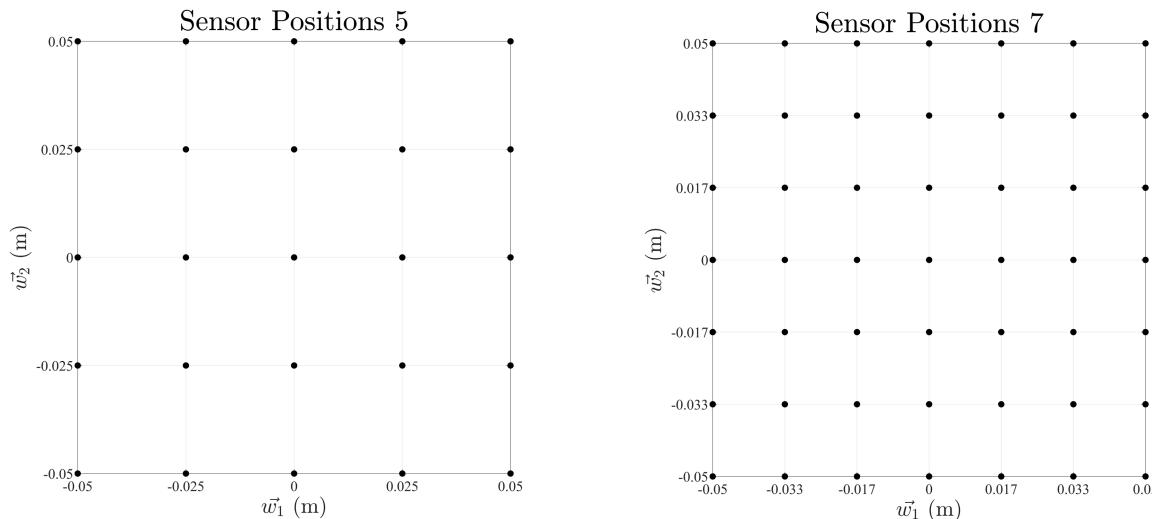
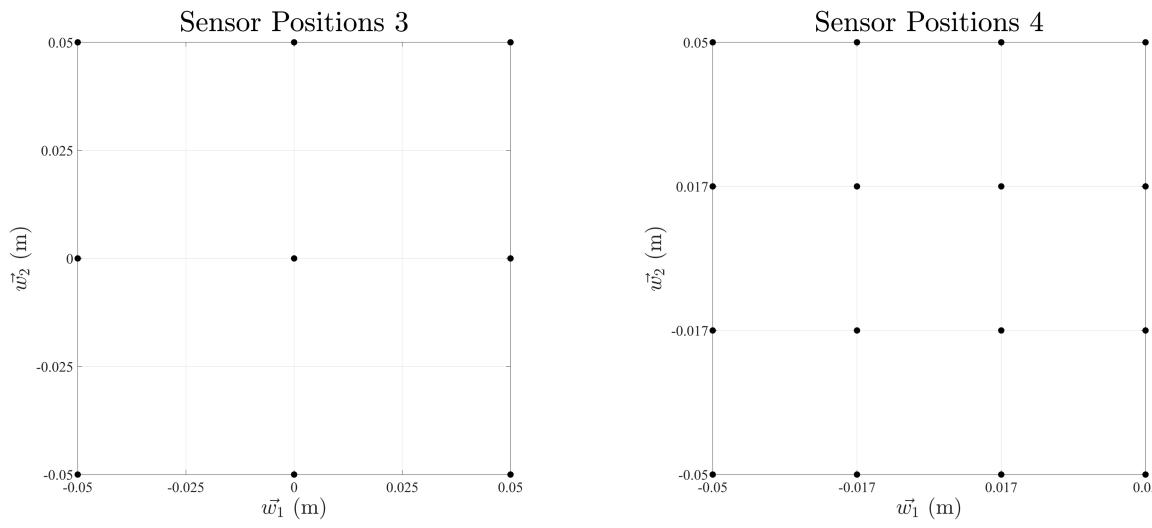
Lokalisierungsversuche (in-silico)

Sensorarray Analyse

- Wir vergleichen 4 Sensorarrays

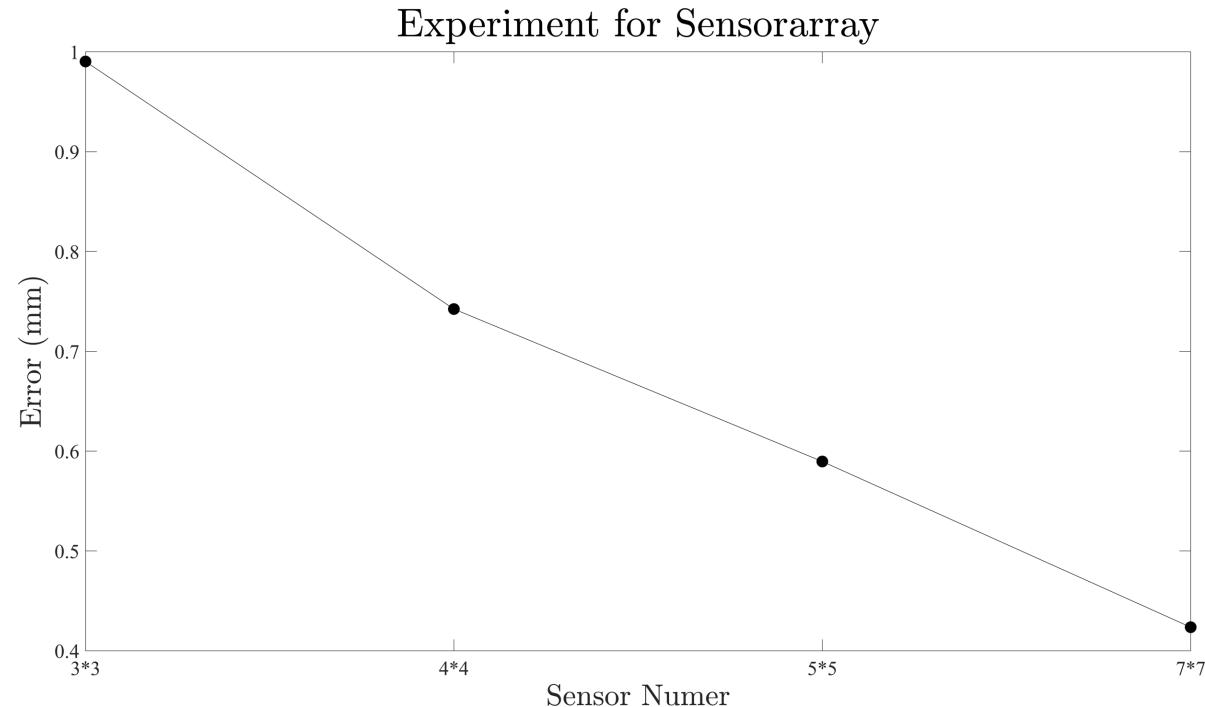
- 3×3
- 4×4
- 5×5
- 7×7

- Mit gleichmäßig
verteilten Sensoren



Lokalisierungsversuche (in-silico)

Sensorarray Analyse



- Je mehr Sensoren, desto besseres Ergebnis
- Aber auch höherer Rechenaufwand

Validierung

Hardware

- Halterung



- Sensoren

Sensordata	
Supply Voltage (VDC)	6.6 ~ 12.6
Supply Current (mA)	13 ~ 30
Output Current (mA)	~ 1
Response Time (m sec.)	3
Range (gauss)	-500 ~ +500
Sensitivity (mV/gauss @ 25°C)	5.0 ± 0.1
Vout (0 Gauss @ 25°C)	4.00 ± 0.04
Temperature Error (%/°C)	± 0.02



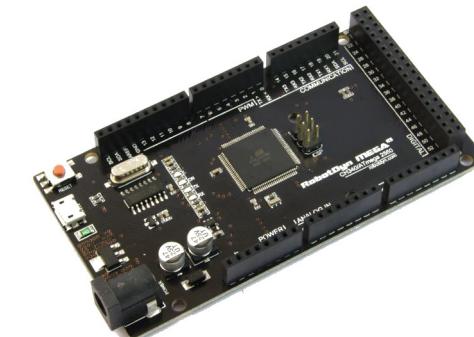
- Magnet

- Magnet Größe $R_a = 9 \text{ mm}$, $L = 5 \text{ mm}$
- Magnetische Remanenz $B_r = 1480 \text{ mT} = 1.48 \text{ T}$



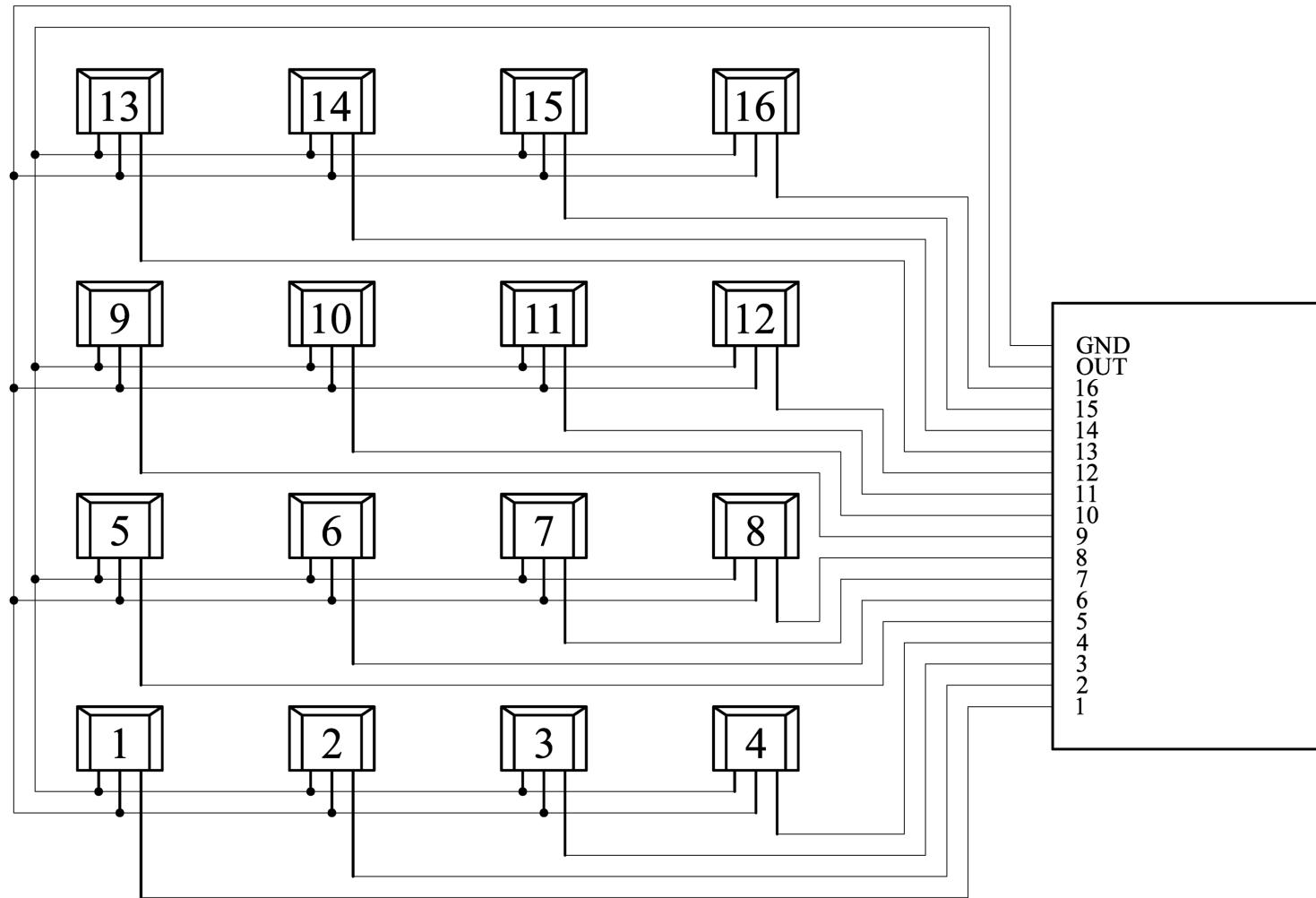
- Arduino Mega

- 16 analoge Input mit 10-bit AD Wandler



Validierung

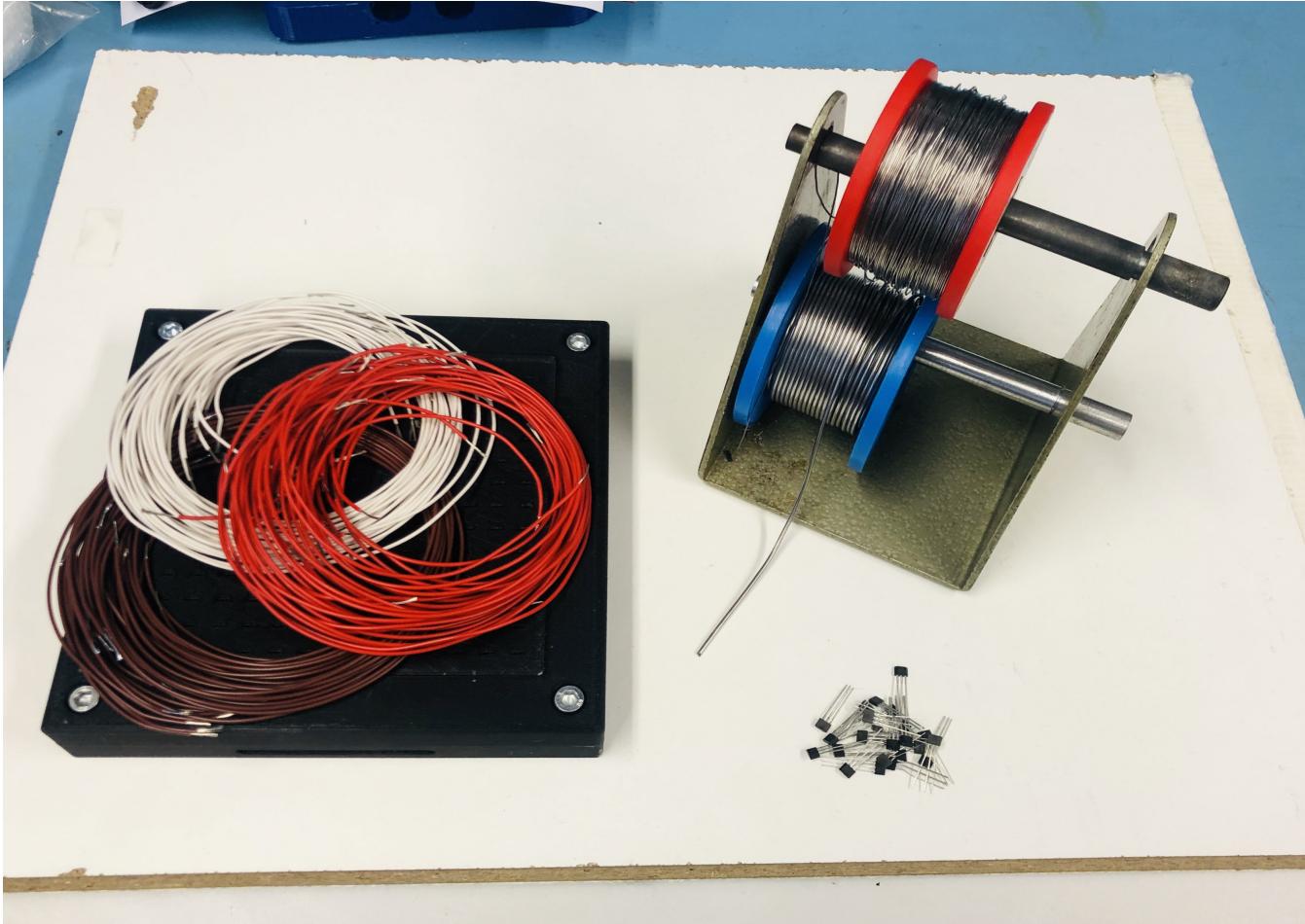
Verkabelung



Validierung

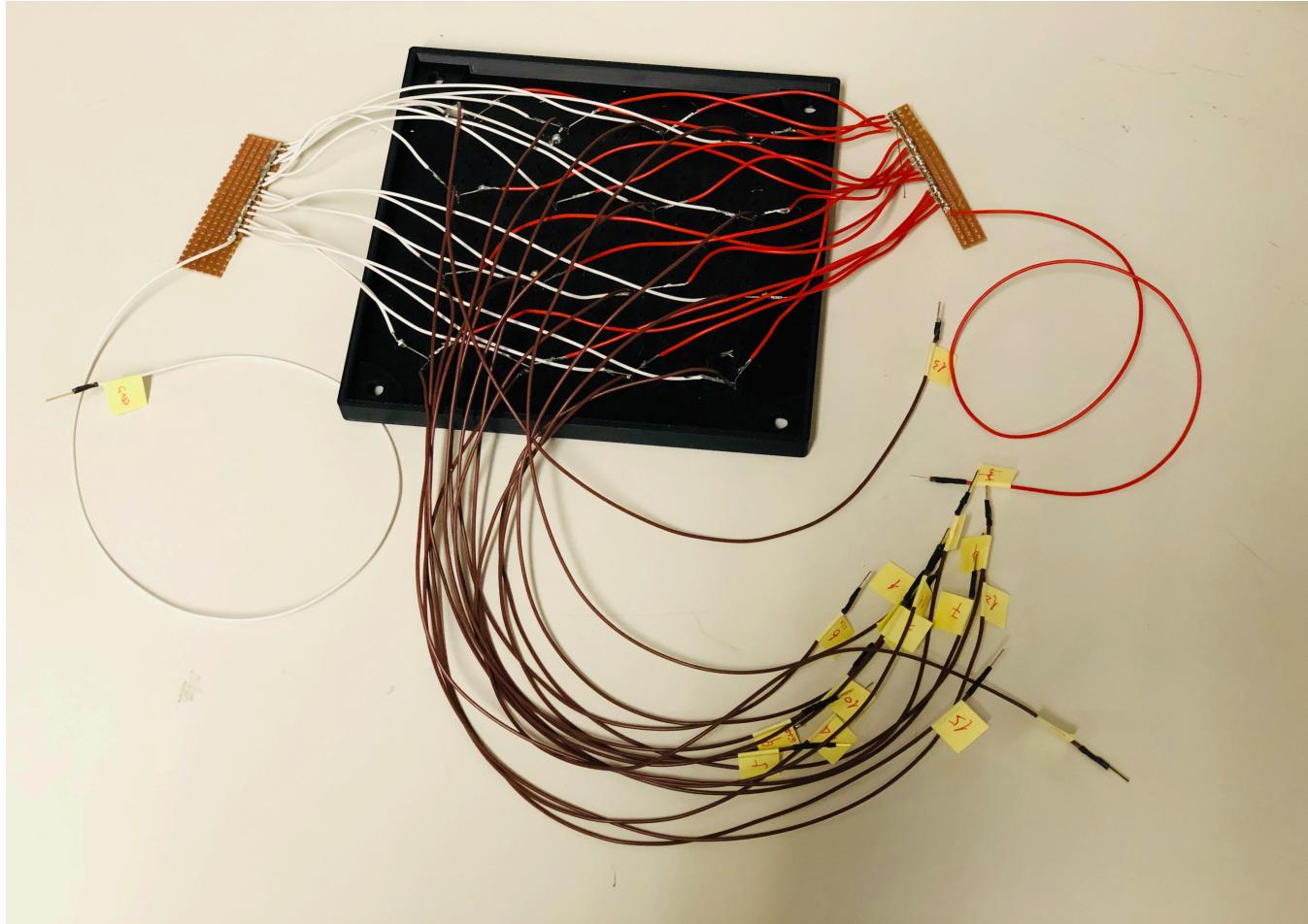
Bauelemente

- Halterung
- Sensoren
- Kabel
- Lötzinn
- Schraube
-



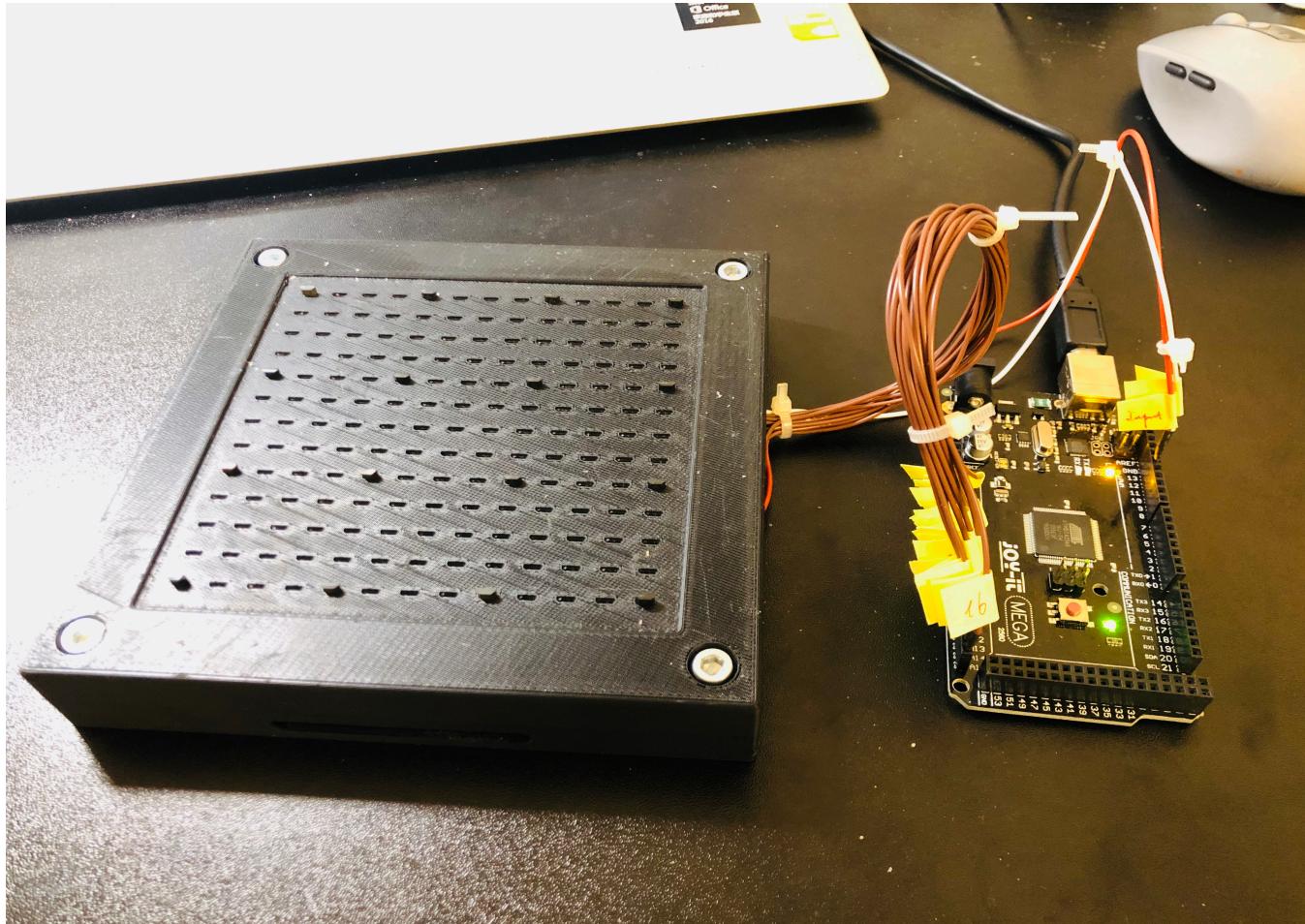
Validierung

Löten und Labeling



Validierung

Ordnen



Validierung Mit PC Verbindung

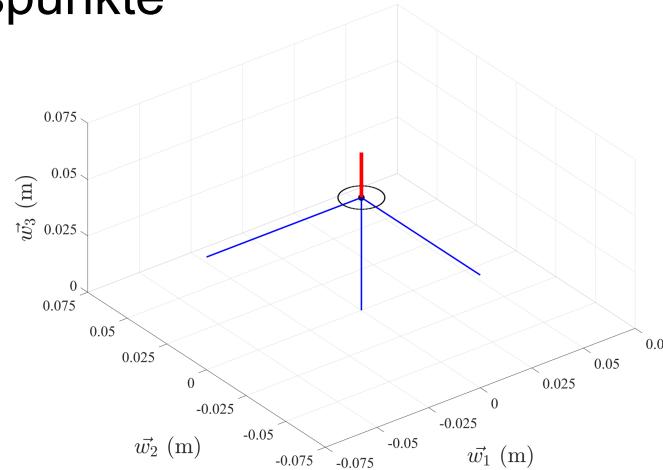


Validierung

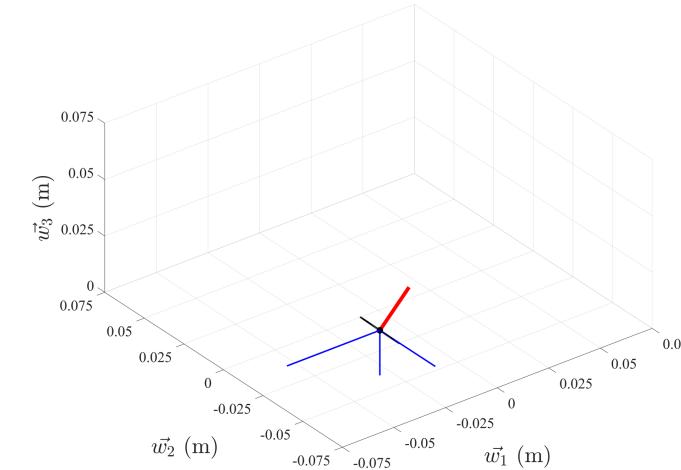
Validierungspunkte

■ 4 Validierungspunkte

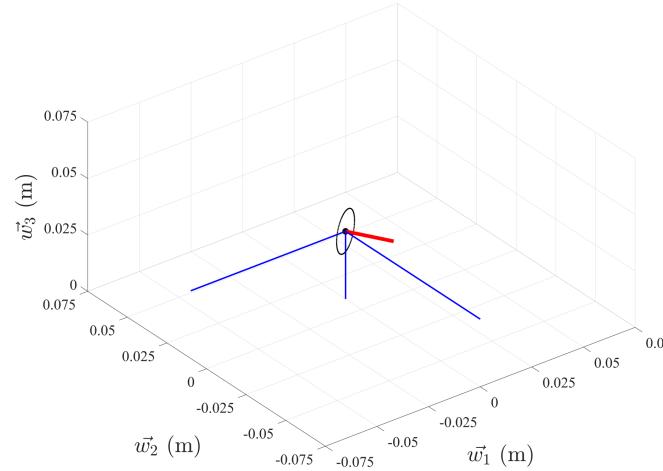
Orientation 1



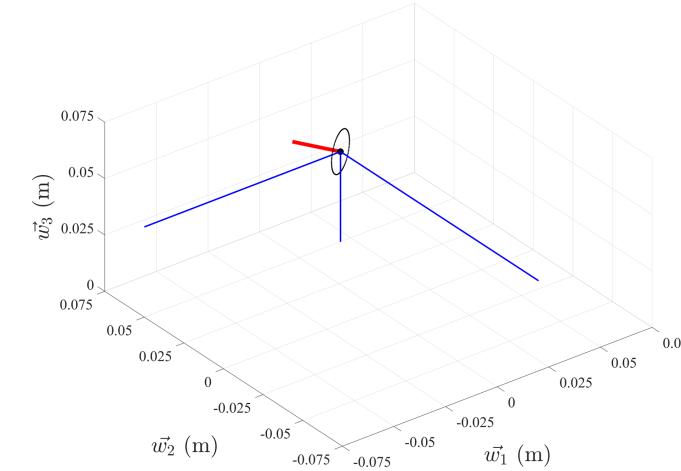
Orientation 2



Orientation 3



Orientation 4



Validierung

Ergebnis

■ Validierungsanalyse

Validierung	1	2	3	4
Fehler (V)	0.004405	0.012942	0.004349	0.003823

■ Da eine Quantisierungsstufe

$$\Delta V = \frac{5}{1024} \approx 0.005 V = 5 \text{ mV}$$

entspricht, sind die Fehler von jedem Sensor bei 4 Validierungspunkten innerhalb einer Quantisierungsstufe.

■ Der Fehler besteht hauptsächlich aus 3 Teilen

- nicht genügende Versorgungsspannung wegen der fehlenden elektrischen Bauelementen;
- Positionsungenauigkeit, denn alle 4 Orientierungen wurden manuell gehalten.
- Drift des Sensors;

■ Deswegen halte ich dafür, dass die theoretische Lösung der Tatsache identisch ist.

Zusammenfassung

Meine Arbeit

- Theoretischer Teil
 - Modellierung des Magneten
 - Theorie
 - Numerische Berechnung
 - Koordinaten Transformation
 - Workspace Analyse
 - Welt- und Magnetkoordinaten Bildung und Transformation
 - Sensorarray Entwerfen
 - Lokalisierungsalgorithmen Entwicklung
 - Lokalisierungssimulation
 - Sensorspezifikation Analyse
 - Workspace Analyse
 - Sensorarray Analyse
- Software Realisierung: mehr als 1000 Zeile Matlab Codes
- Hardware Realisierung: Halterung Entwerfen, Sensoren und Arduino Wählen, Löten, Verkabeln, mit PC Verbinden

Diskussionen

- Ausführungszeit des Codes
 - Optimierung der Lokalisierungsalgorithmus: komplexeren oder selbst entwickelten Algorithmus verwenden.
 - Optimierung des Codes: Loops zu vermeiden, Parameterübergabe vermeiden
 - Schnellere Sprache: C++
- Genauigkeit der Lokalisierung
 - Erhöhung der Genauigkeit der Algorithmen im Code. (Mehr Rechenaufwand)
 - Trajektorieanalyse (Mehr Rechenaufwand)
 - Adaptive Auflösung des Sensorarrays (Modellbasiert)
 - Informationsfusion (fusioniere Regelungsinformation, kinematisches Modell des Softroboters usw. mithilfe z.B. Kalman-Filters.)
- Ausblick: weitere Funktionen
 - Verwendung der kodierten Magneten
 - mehrere Magnete Lokalisierung
 - Tracking nur Positionen (viel schneller und verbreiteter Anwendungen, z.B. die Lokalisierung des Mikroroboters in Menschkörper)

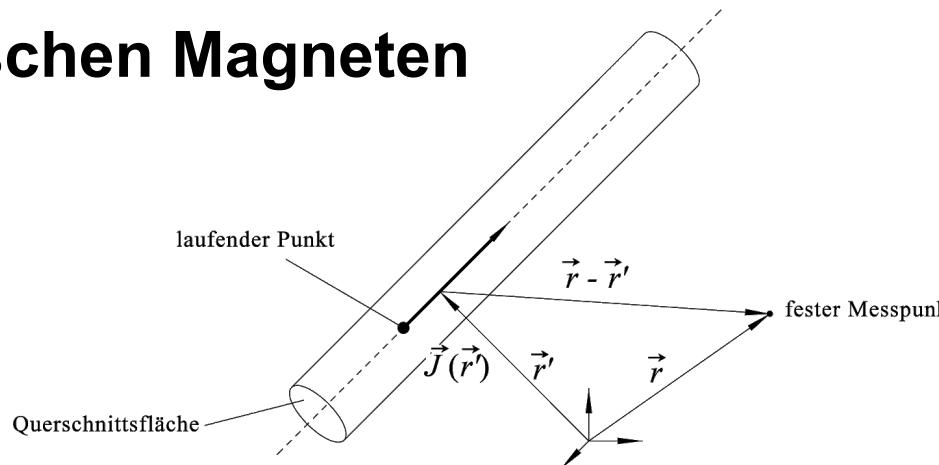
Vielen Dank!

ZHAO, Haibin
Supervisor: MSc. Christian Marzi

Modellierung von zylindrischen Magneten

Theoretische Herleitung

Magnetisches Dipol-Modell



Biot Savart Gesetz

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV$$

\vec{B} Magnetische Flussdichte
 \vec{J} Stromdichte

Magnetfeldstärke (MFS)

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \left(\iiint_V \frac{\rho_m \vec{R}}{R^3} dV + \iint_S \frac{\rho_{ms} \vec{R}}{R^3} dS \right)$$

\vec{H} Magnetfeldstärke

$\rho_m = -\operatorname{div} \vec{M}$ Volumenstromdichte

$\operatorname{div} \vec{M} = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_z}{\partial z}$ Divergenz

R Abstand von Magneteinheit nach zurechneten Punkt

S zu integrierte Oberfläche von Dauermagnet

$\rho_{ms} = \vec{e}_n \cdot \vec{M}$ Flächenstromdichte

\vec{M} Magnetisierung, $\vec{M} = [m_1, m_2, m_3]_i$

\vec{e}_n Oberfläche-Normvektor

\vec{R} Vektor von Magneteinheit nach zurechneten Punkt

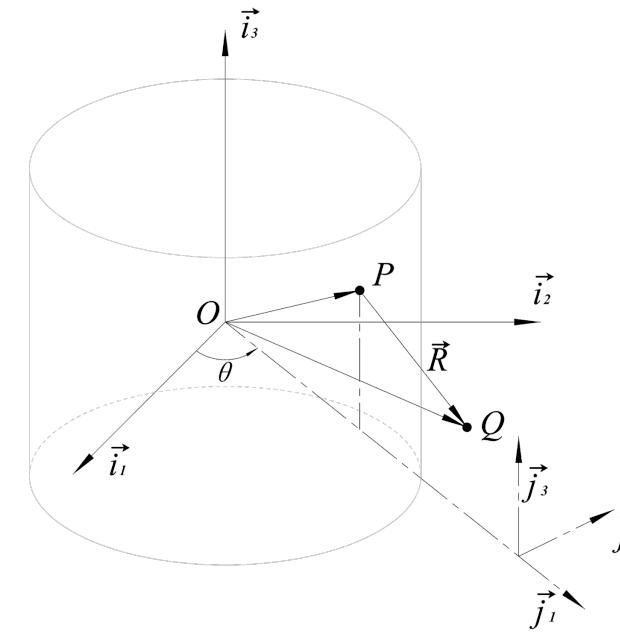
V zu integrierte Volumen von Dauermagnet

Modellierung von zylindrischen Magneten

Theoretische Herleitung

■ Zusammenfassung

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \left(\iiint_V \frac{\rho_m \vec{R}}{R^3} dV + \iint_S \frac{\rho_{ms} \vec{R}}{R^3} dS \right)$$



$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{m_3}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_a} \frac{(-r \cos \theta)}{\left[(r \cos \theta)^2 + (q_2 - r \sin \theta)^2 + \left(q_3 - \frac{L}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} r dr d\theta \right]_{\vec{i}} \\
 &= \left[\frac{m_3}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_a} \frac{(q_2 - r \sin \theta)}{\left[(r \cos \theta)^2 + (q_2 - r \sin \theta)^2 + \left(q_3 - \frac{L}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} r dr d\theta \right]_{\vec{i}} + \left[\frac{-m_3}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_a} \frac{(-r \cos \theta)}{\left[(r \cos \theta)^2 + (q_2 - r \sin \theta)^2 + \left(q_3 + \frac{L}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} r dr d\theta \right]_{\vec{i}} \\
 & \quad \left[\frac{-m_3}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_a} \frac{(q_2 - r \sin \theta)}{\left[(r \cos \theta)^2 + (q_2 - r \sin \theta)^2 + \left(q_3 + \frac{L}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} r dr d\theta \right]_{\vec{i}} \\
 & \quad \left[\frac{-m_3}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_a} \frac{\left(q_3 - \frac{L}{2}\right)}{\left[(r \cos \theta)^2 + (q_2 - r \sin \theta)^2 + \left(q_3 - \frac{L}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} r dr d\theta \right]_{\vec{i}}
 \end{aligned}$$

Modellierung von zylindrischen Magneten

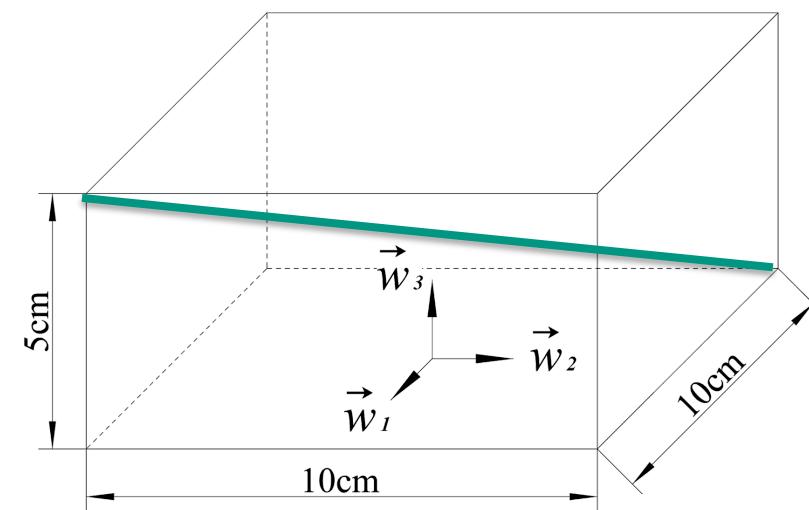
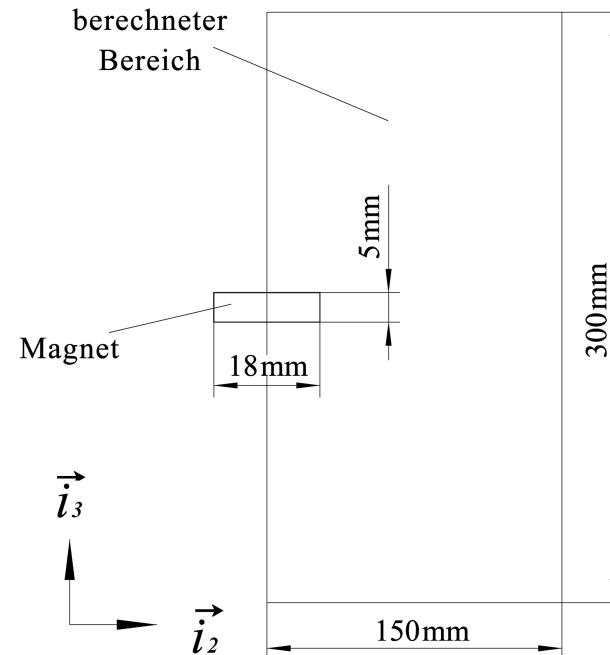
Numerische Lösung

Annahme:

- Magnet Größe: $R_a = 9 \text{ mm}$, $L = 5 \text{ mm}$
- Magnetische Remanenz $B_r = 1480 \text{ mT} = 1.48 \text{ T}$
 - <https://www.neomagnete.de/de/scheibenmagnet-18x5mm-neodym-n52?c=7>
- Magnet Größe: $R_a = 3.75 \text{ mm}$, $L = 20 \text{ mm}$
- Magnetische Remanenz $B_r = 1480 \text{ mT} = 1.48 \text{ T}$
 - <https://www.neomagnete.de/de/stabmagnet-7-5x20mm-neodym-n52?c=7>

Berechneter Bereich

- $150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$



Workspace: max. Distanz 150 mm

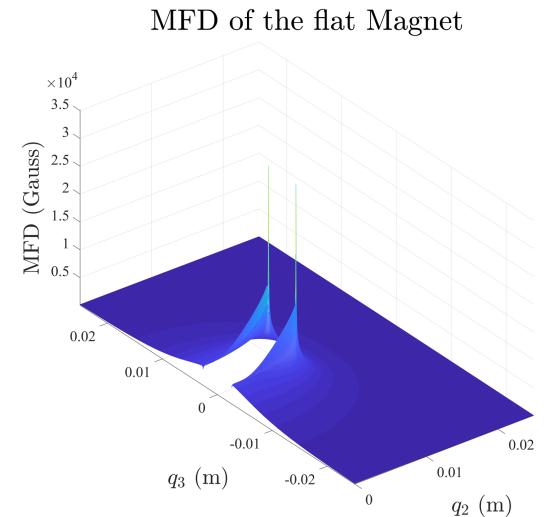
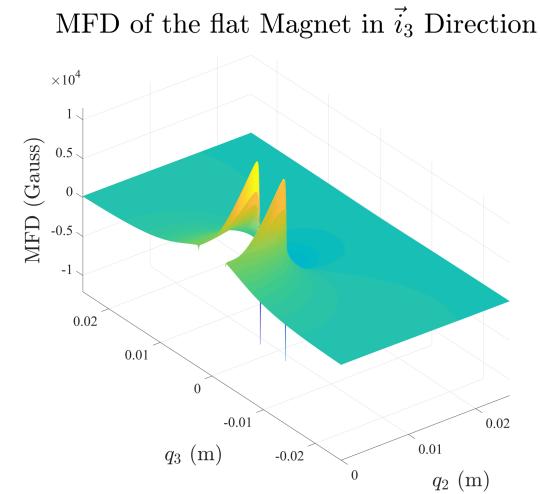
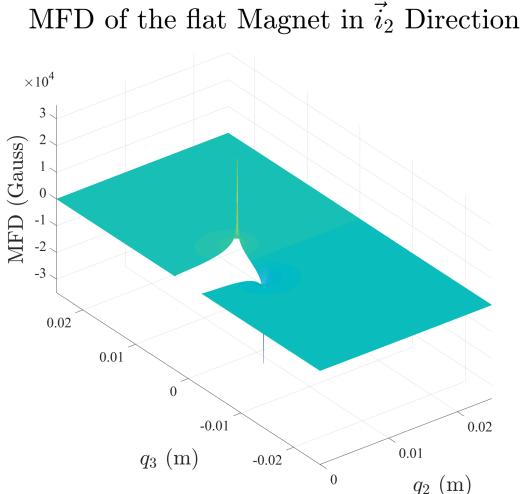
Modellierung von zylindrischen Magneten

Numerische Lösung

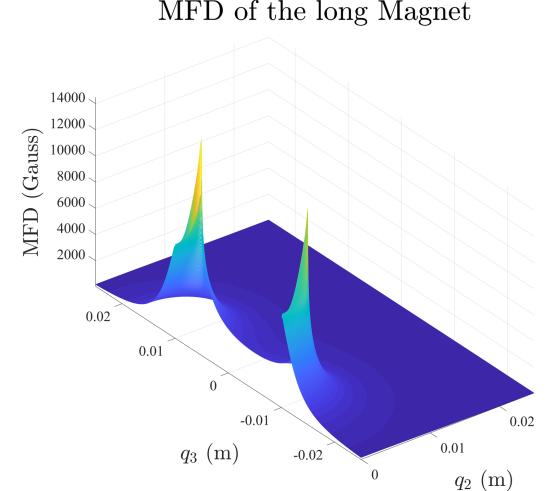
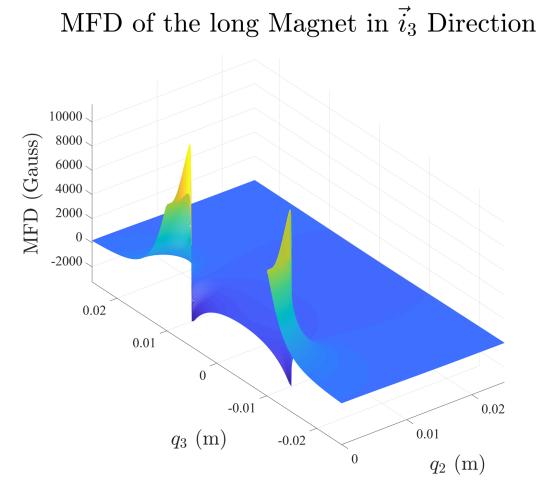
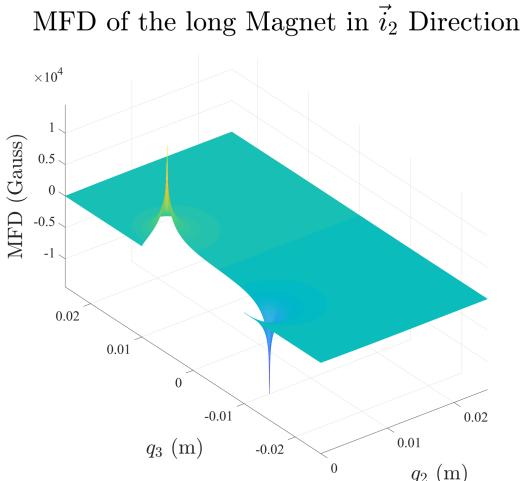
Vergleich



$R_a = 9 \text{ mm}$
 $L = 5 \text{ mm}$



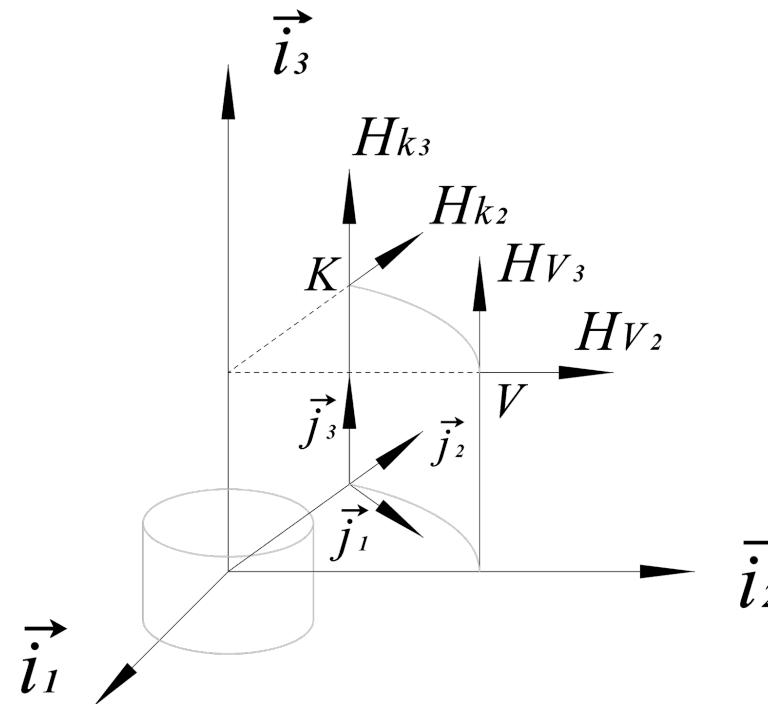
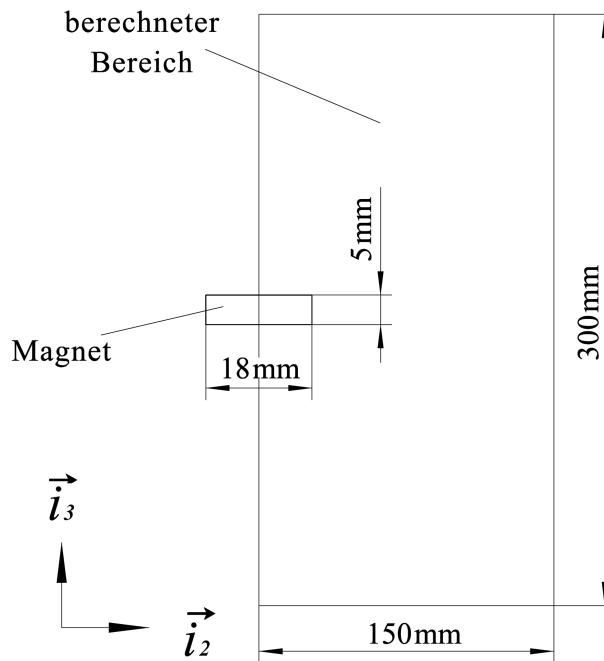
$R_a = 3.75 \text{ mm}$
 $L = 20 \text{ mm}$



Modellierung von zylindrischen Magneten

Koordinaten-Umrechnung

- MFD für einen beliebigen Punkt $K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]_i$



Koordinaten vom Punkt K



Koordinaten vom Punkt V



MFD am Punkt V



MFD am Punkt K

Modellierung von zylindrischen Magneten

Koordinaten Umrechnung

- Koord. von K → Koord. von V

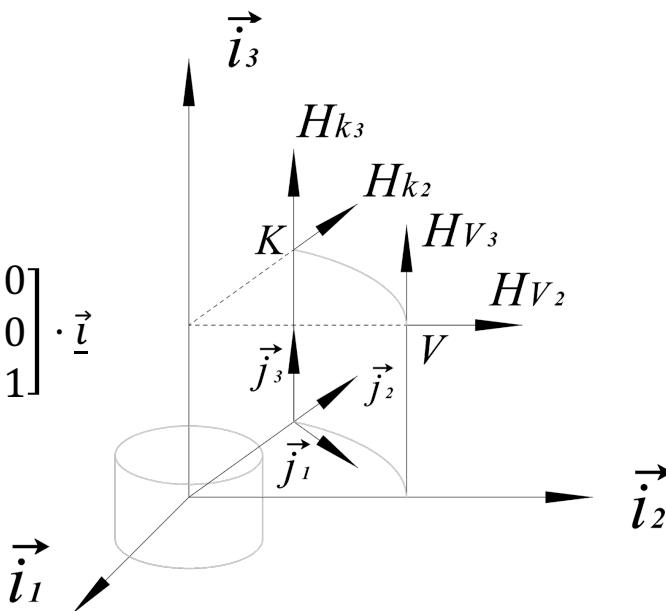
$$J\vec{r}^K = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_1 \sin \theta_k + k_2 \cos \theta_k \\ k_3 \end{bmatrix}_{\vec{j}}$$

- MFD von V → MFD von K

$$\begin{aligned} \vec{B}(K) &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(V) \\ B_3(V) \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_k & \sin \theta_k & 0 \\ -\sin \theta_k & \cos \theta_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i} \\ &= \begin{bmatrix} -B_2(V) \sin \theta_k \\ B_2(V) \cos \theta_k \\ B_3(V) \end{bmatrix}_{\vec{i}} \end{aligned}$$

- 2D Interpolation

$$B(y, z) = \frac{1}{(v_{y2} - v_{y1})(v_{z2} - v_{z1})} [v_{y2} - y \quad y - v_{y1}] \begin{bmatrix} B_{y1z1} & B_{y1z2} \\ B_{y2z1} & B_{y2z2} \end{bmatrix} [v_{z2} - z \quad z - v_{z1}]$$



Koordinaten vom Punkt K



Koordinaten vom Punkt V



MFD am Punkt V

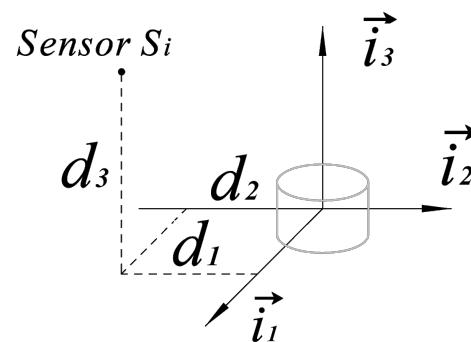
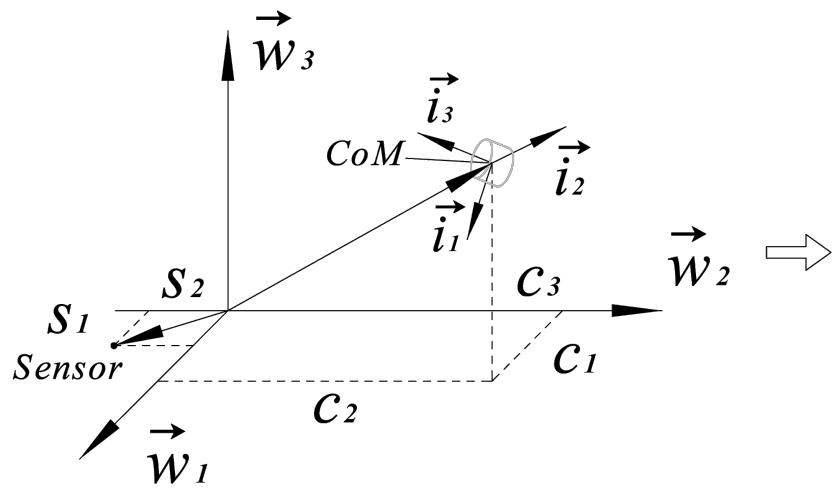


MFD am Punkt K

Workspace und Sensorarray

Welt- und Magnetkoordinaten Umrechnung

■ Welt- zu Magnetkoordinaten



$${}^C \vec{r}^{S_i} = \begin{bmatrix} (-c_1 + s_{i,1}) \cos \theta_2 + (-c_2 + s_{i,2}) \sin \theta_1 \sin \theta_2 + c_3 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ (-c_2 + s_{i,2}) \cos \theta_1 - c_3 \sin \theta_1 \\ (-c_1 + s_{i,1}) \sin \theta_2 - (-c_2 + s_{i,2}) \sin \theta_1 \cos \theta_2 - c_3 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \end{bmatrix}_{\vec{i}}$$

Sensor & Magnet in Weltkoordinaten



Sensor in Magnetkoordinaten



MFD in Magnetkoordinaten

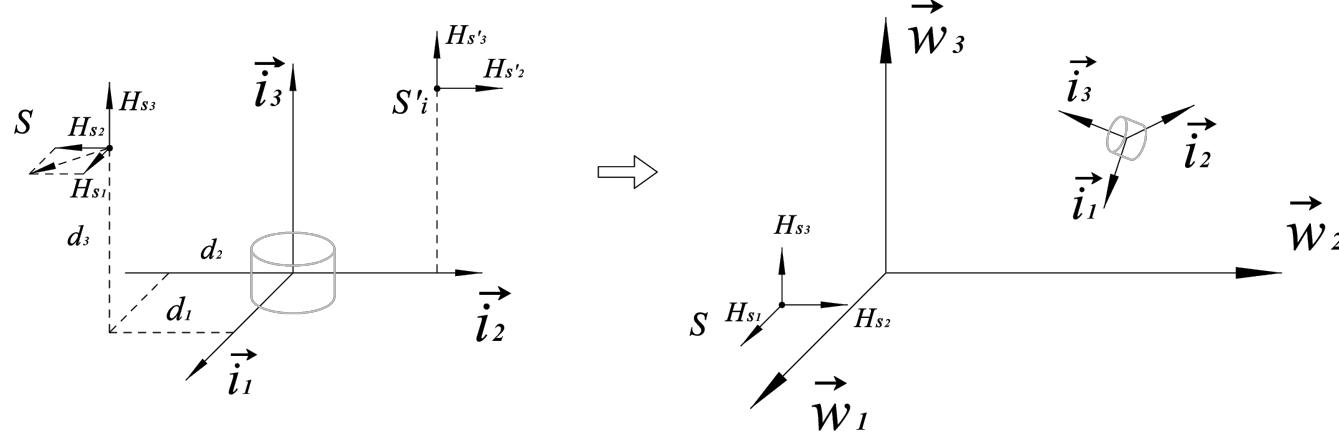


MFD in Weltkoordinaten

Workspace und Sensorarray

Welt- und Magnetkoordinaten Umrechnung

Magnet- zu Weltkoordinaten



$$\vec{B}({}^C\vec{r}^{S_i}) = \begin{bmatrix} -B_2(S'_i) \sin \theta_k \cos \theta_2 + B_3(S'_i) \sin \theta_2 \\ -B_2(S'_i) \sin \theta_k \sin \theta_1 \sin \theta_2 + B_2(S'_i) \cos \theta_k \cos \theta_1 - B_3(S'_i) \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ B_2(S'_i) \sin \theta_k \cos \theta_1 \sin \theta_2 + B_2(S'_i) \cos \theta_k \sin \theta_1 + B_3(S'_i) \cos \theta_1 \cos \theta_2 \end{bmatrix}_{\vec{w}}$$

Sensor & Magnet in Weltkoordinaten



Sensor in Magnetkoordinaten



MFD in Magnetkoordinaten



MFD in Weltkoordinaten

Sensormodellierung

- Der Ausgang eines Sensors

$$V_n = B_s \cdot S \cdot (1 + \text{rand}(-1,1) \times e_s) + V_z$$

- Ausgang eines Quantizers (AD Wandlers)

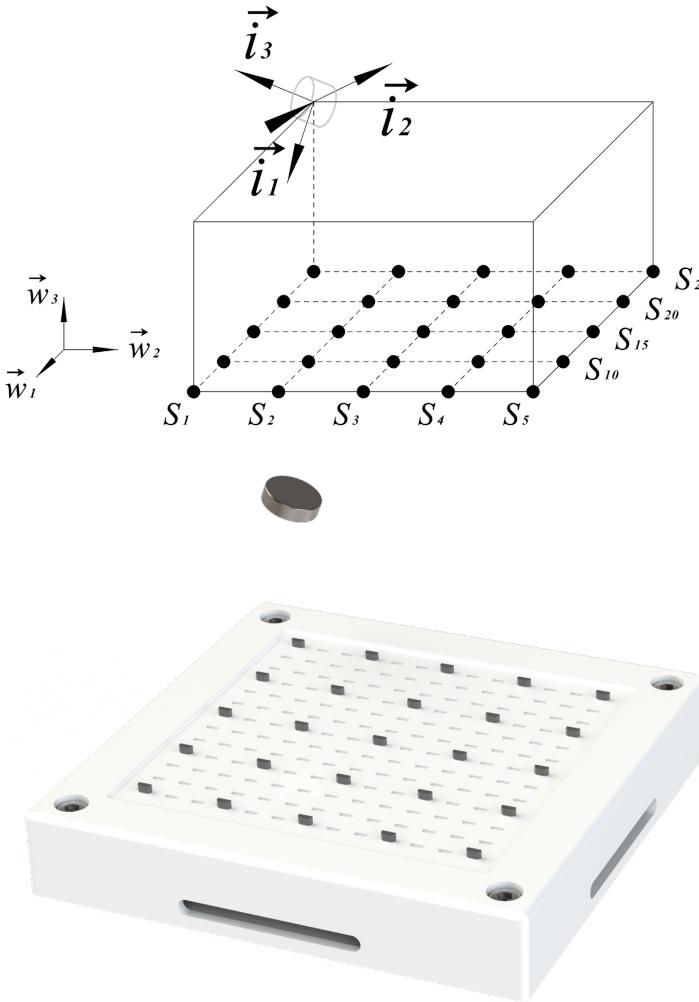
$$V_q = \left\lfloor \left(V_n + \frac{5}{2^{k+1}} \right) * \frac{2^k}{5} \right\rfloor * \frac{5}{2^k}$$

- Beobachtete MFD

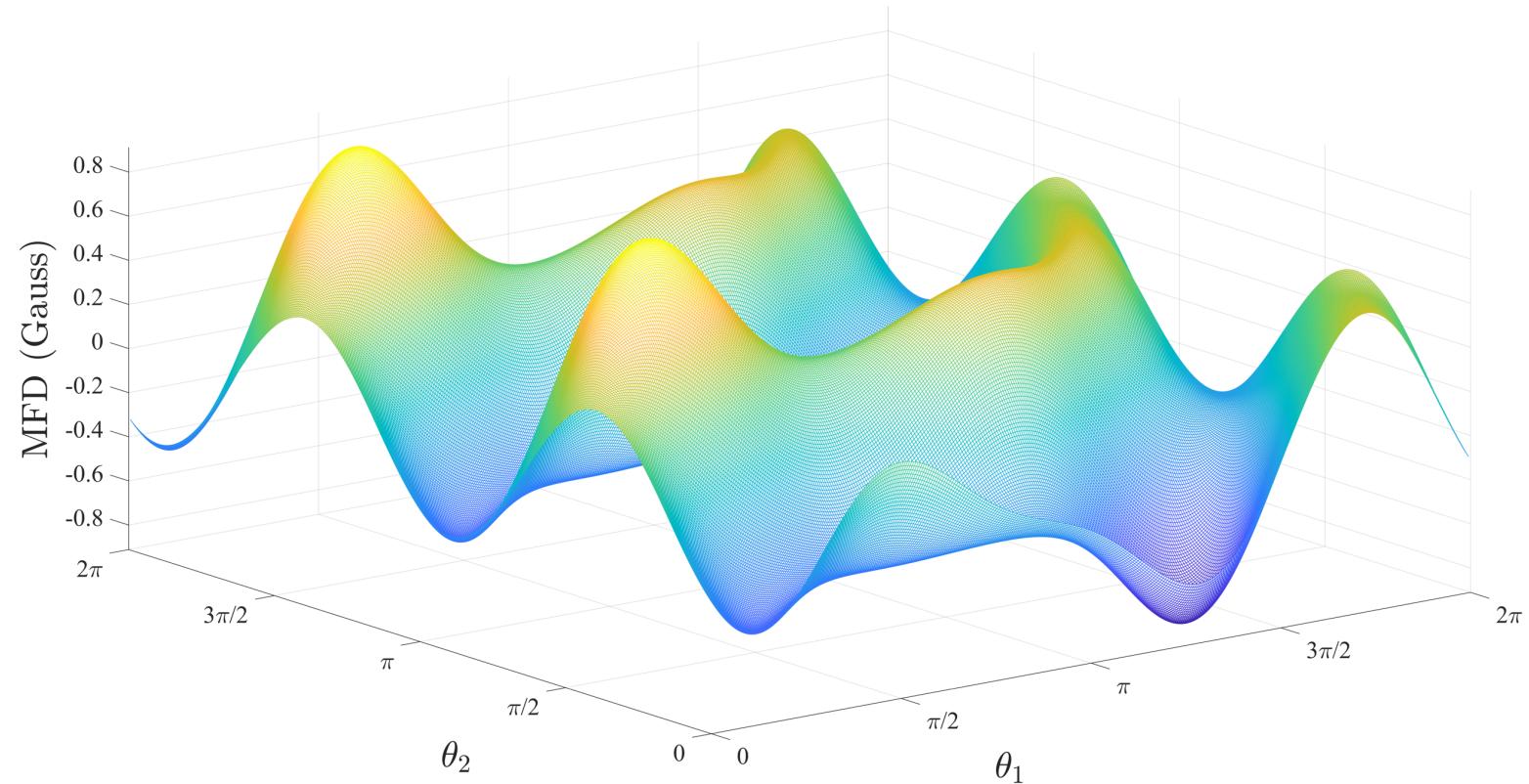
$$B_b = \frac{(V_q - V_z)}{S}$$

Workspace und Sensorarray

Sensorarray

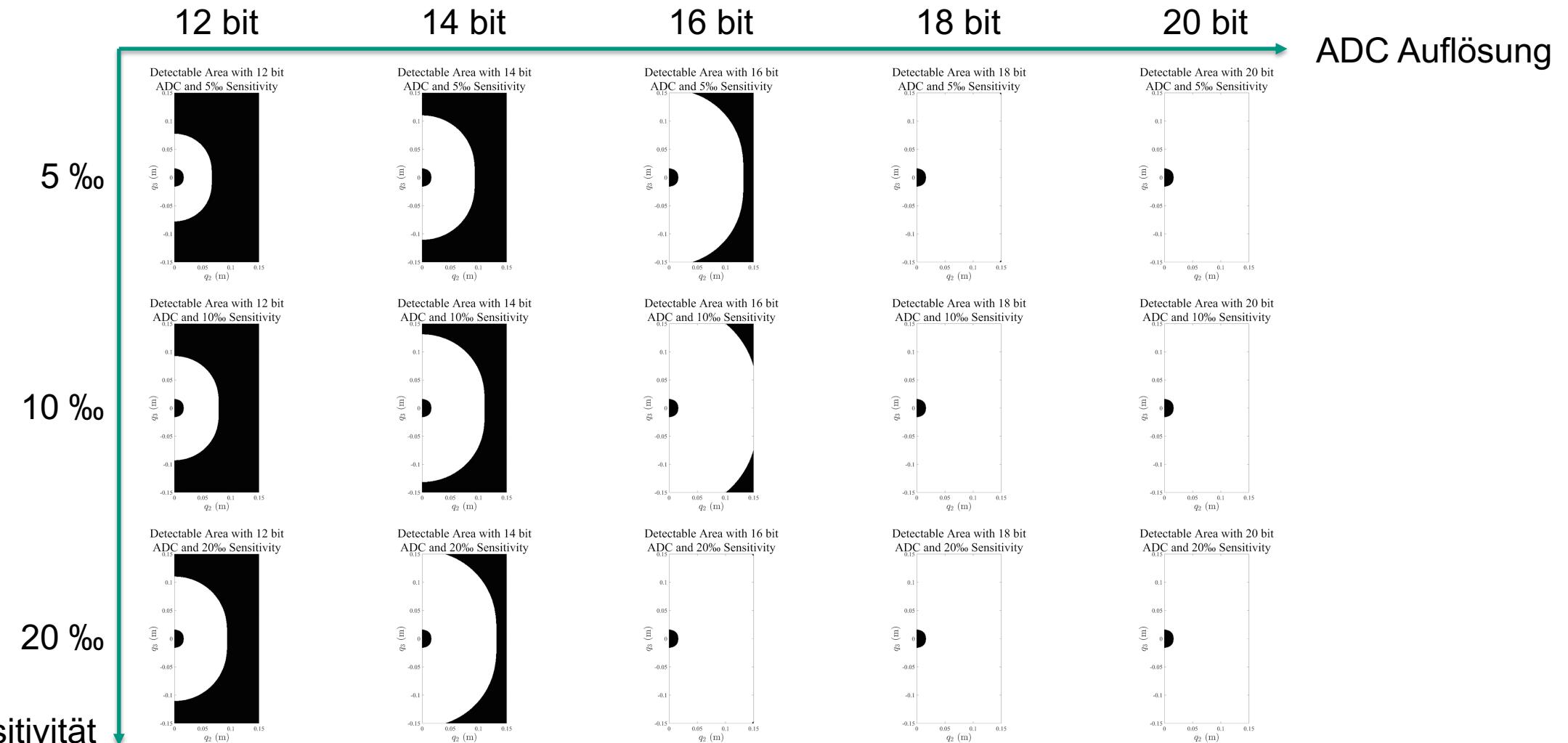


MFD B_x of Sensor 5



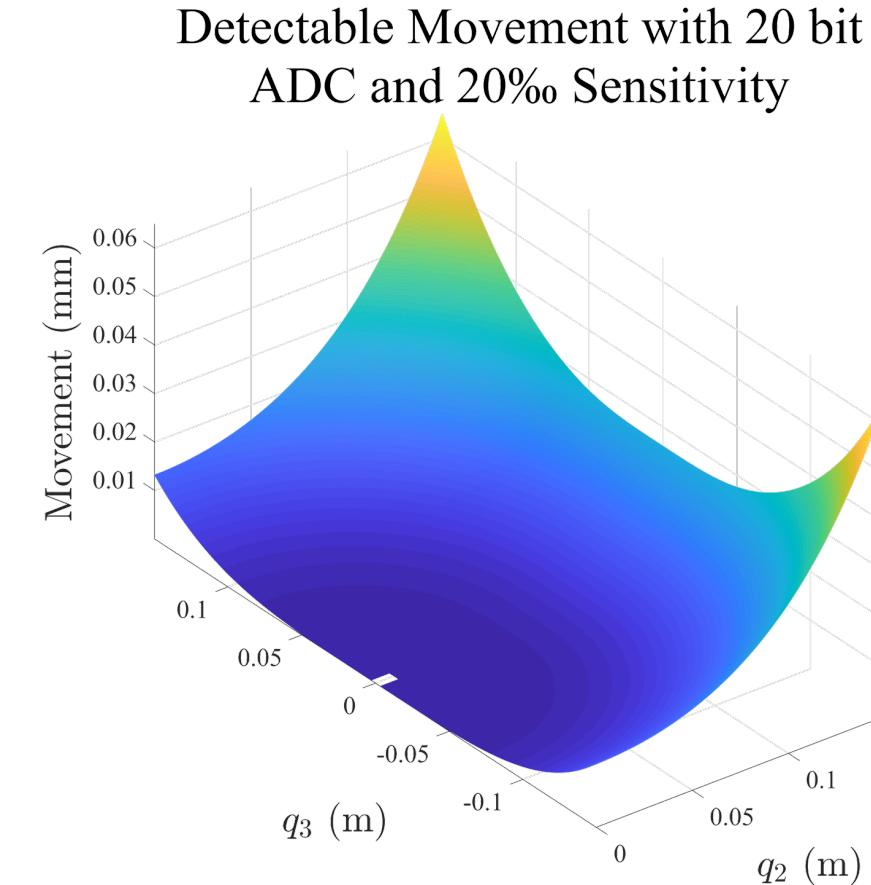
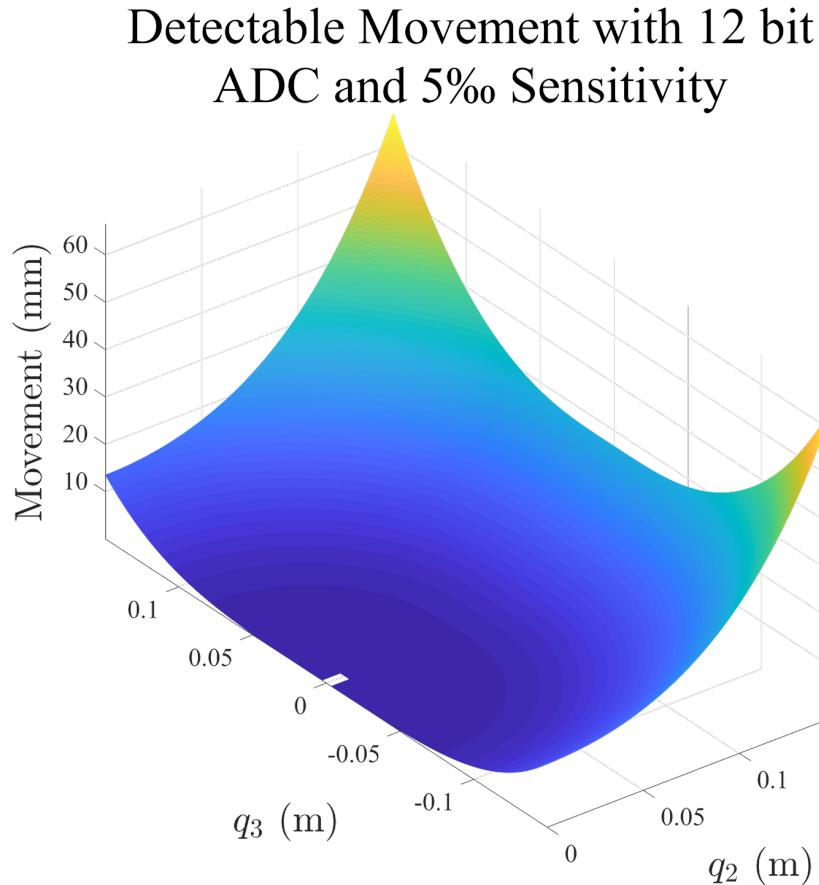
Workspace und Sensorarray

Gültiger Bereich



Workspace und Sensorarray

Detektierbare Bewegung



Lokalisierungsalgorithmen

- Aufforderung
 - lokalisiere jede $\Delta t = 10 \text{ ms}$

- Annahme
 - max. Geschwindigkeit $v_{max} = 1 \text{ m/s}$
 - max. Rotationsgeschwindigkeit $r_{max} = \pi/\text{s}$

- Mathematisches Modell
 - Maximum-Likelihood-Schätzer: $[B_{b,i,x} - B_{i,x}(O^{(n)})]\nabla B_{i,x}(O^{(n)})$

$$\hat{O}_{ML}(B_b) = \underset{O}{\operatorname{argmax}}\{f(B_b|O)\}$$

- Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min G(O^{(n+1)}) &= \sum_{i=1}^{25} \frac{1}{2} \|B_{b,i,x} - B_{i,x}(O)\|^2 \\ \text{s. t. } O_1^{(n+1)} &\in [O_1^{(n)} - \Delta t \cdot v_{max}, O_1^{(n)} + \Delta t \cdot v_{max}] \\ O_2^{(n+1)} &\in [O_2^{(n)} - \Delta t \cdot v_{max}, O_2^{(n)} + \Delta t \cdot v_{max}] \\ O_3^{(n+1)} &\in [O_3^{(n)} - \Delta t \cdot v_{max}, O_3^{(n)} + \Delta t \cdot v_{max}] \end{aligned}$$

Lokalisierungsalgorithmen

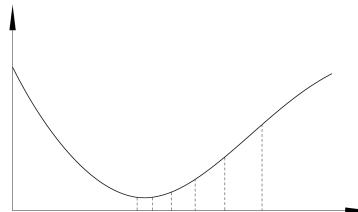
Gradienten-Methode

- Negative Gradient Richtung

$$\vec{p}(O^{(n)}) = \sum_{i=1}^{25} [B_{b,i,x} - B_{i,x}(O^{(n)})] \cdot A \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\sin \theta_k^{(n)} & 0 \\ 0 & \cos \theta_k^{(n)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial B_2}{\partial q_2} & \frac{\partial B_3}{\partial q_2} \\ 0 & \frac{\partial B_2}{\partial q_3} & \frac{\partial B_3}{\partial q_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & \cos O_5^{(n)} \\ -\sin \theta_k^{(n)} \cos O_5^{(n)} \\ \sin O_5^{(n)} \end{bmatrix}$$

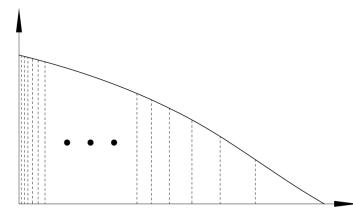
- Schrittänge

- Backtracking-Algorithmus



$$G(O + \alpha_{k-1}) \geq G(O + \alpha_k) \leq G(O + \alpha_{k+1})$$

$$\alpha = \alpha_k$$



$$|\alpha_{k+1} - \alpha_k| \cdot \|\vec{p}(O)\| < \varepsilon$$

$$\alpha = \alpha_0$$

- Endbedingung

- 1. Kriterium

$$\|G(O^{(n)}) - G(O^{(n-1)})\|_2 < 0.0001$$

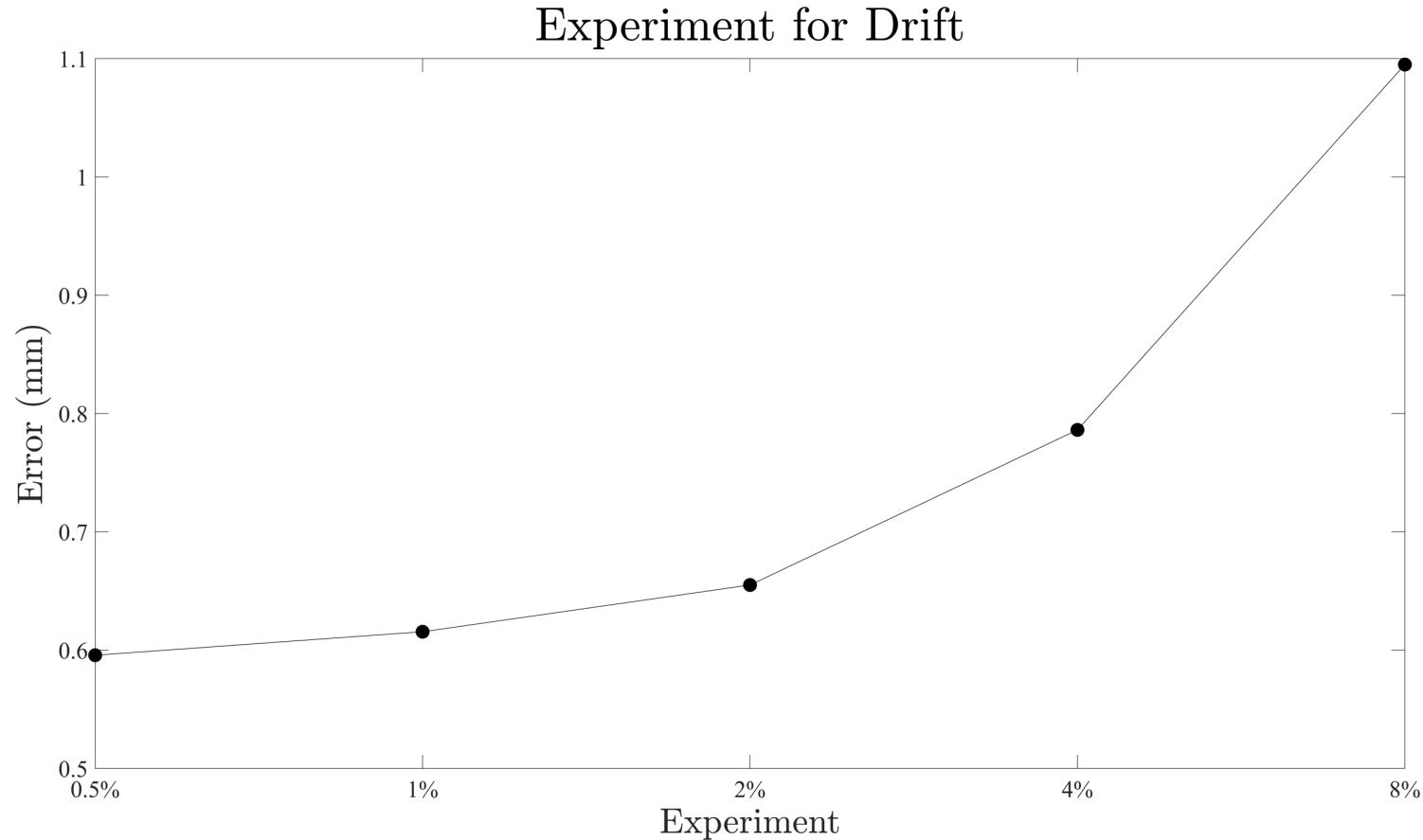
- 2. Kriterium

$$n > 100$$

Lokalisierungsversuche

Hardware Bewertung

■ Drift



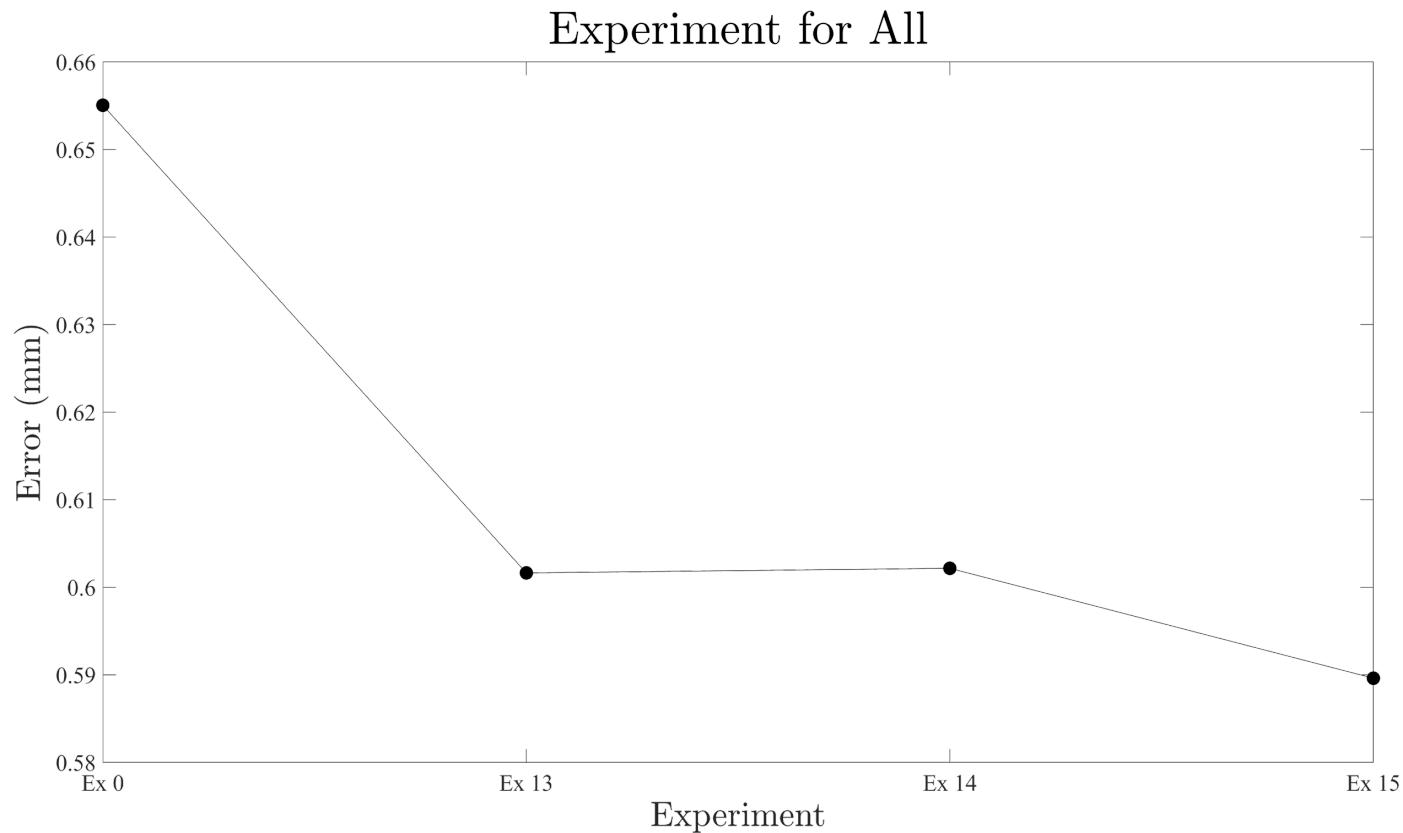
■ Je größer der Drift ist, desto größer die Fehler sind.

Lokalisierungsversuche

Hardware Bewertung

- Gleichzeitig alle Parameter verbessern

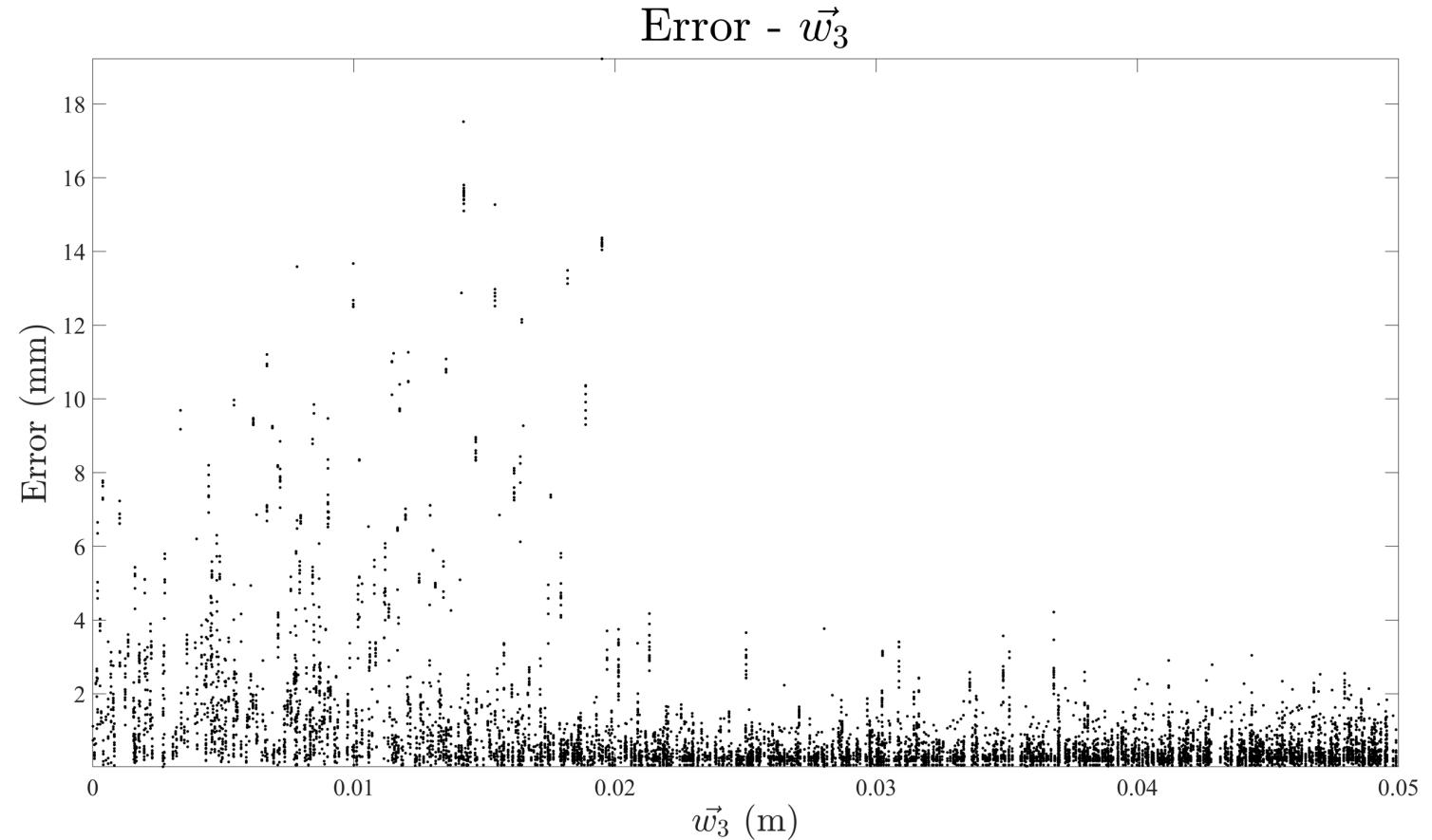
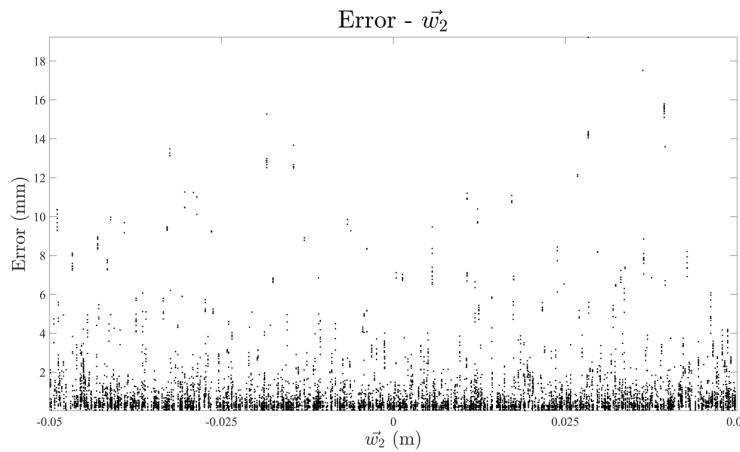
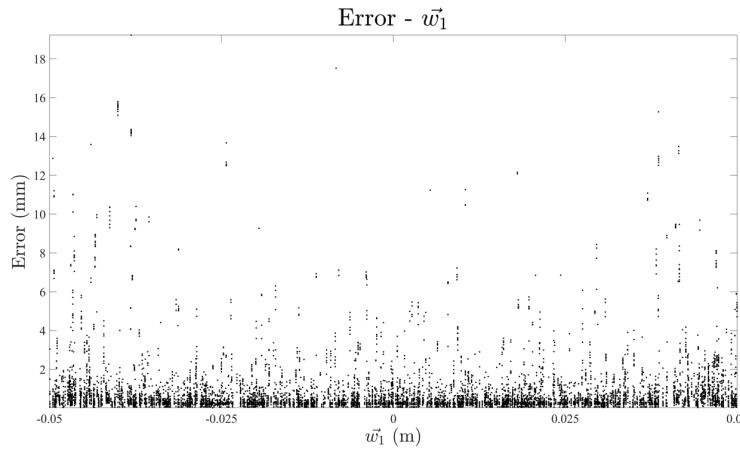
INDEX	ADC	Drift	Sensitivität
0	16	2%	5%
13	18	1%	5%
14	20	0.5%	10%
15	50	0	100%



- Ex 15 kann als idealer Fall gesehen werden
- Von Ex 13 zu Ex 14 verbessert sich das Ergebnis nicht stark
- Ex 13 ist für praktische Anwendung geeignetest.

Lokalisierungsversuche

Workspace Analyse

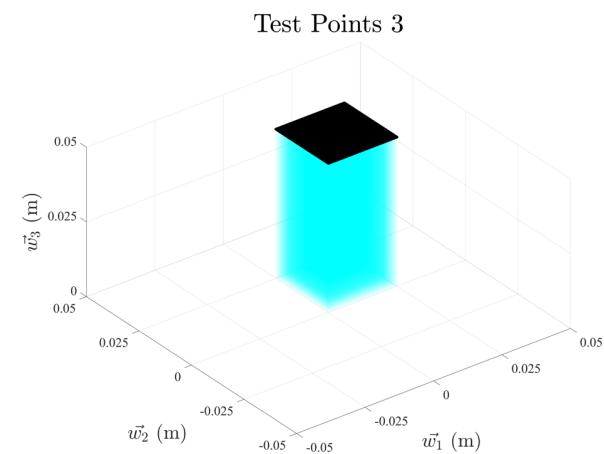
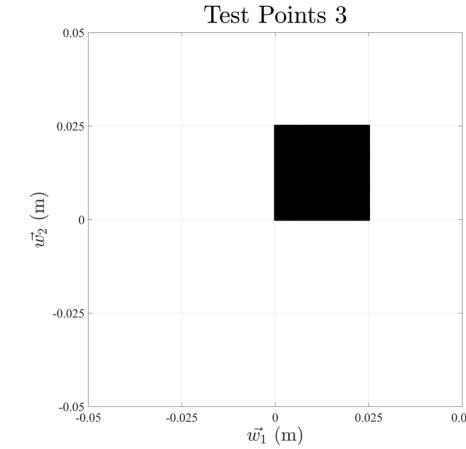
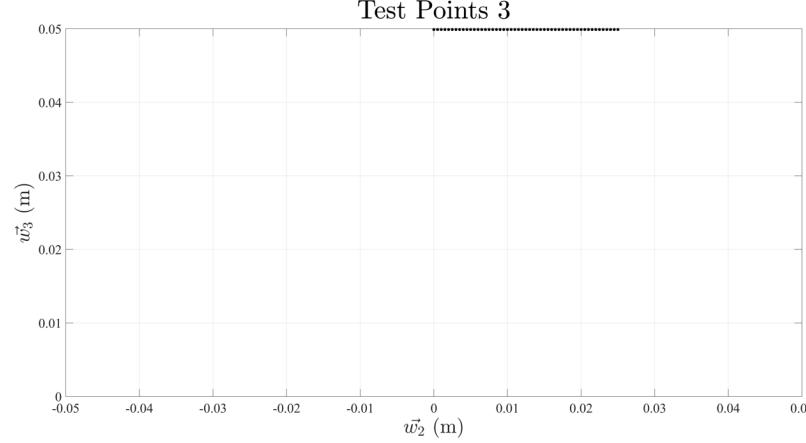
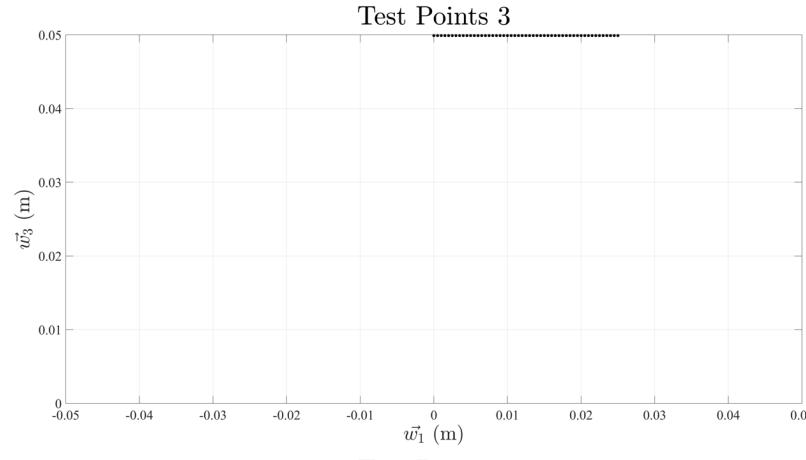


- Bei großem \vec{w}_3 sind die Fehler relative klein
- Abhängigkeit von Fehler und Achse \vec{w}_1 und \vec{w}_2 nicht anschaulich

Lokalisierungsversuche

Workspace Analyse

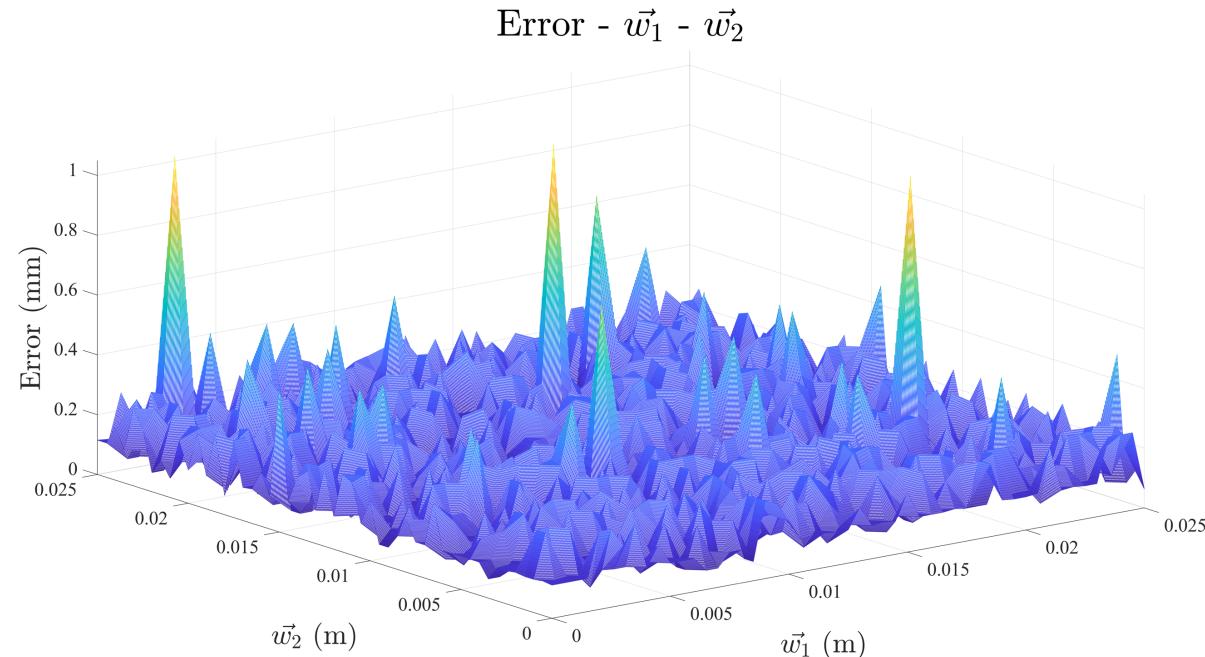
- Test Punkte an der Ebene $\vec{w}_3 = 0.05 \text{ m}$
- Gleichmäßige Verteilung in einem Segment



Lokalisierungsversuche

Workspace Analyse

- Test Punkte an der Ebene $\vec{w}_3 = 0.05 \text{ m}$
- Gleichmäßige Verteilung in einem Segment



- Kein anschauliche Abhängigkeit