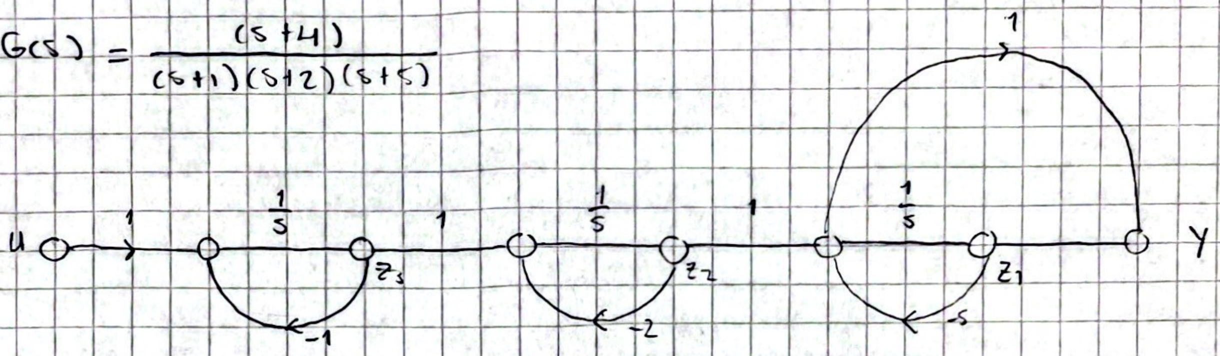
Harder Santiago Calderon Rodriguez

Ejemplo 12-4 Norman Nise

$Os\ \% = 20.8\%$

$T_s = 4.5$

$$G(s) = \frac{(s+4)}{(s+1)(s+2)(s+5)}$$



$$\dot{z} = A \cdot z + B_z u = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$Y = C_z z = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

la matriz de controlabilidad es evaluada como

$$C_{mz} = \begin{bmatrix} B_z & A_z B_z & A_z^2 B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dado que $|C_{mz}| = -1$ el sistema es controlable, ahora convertimos el sistema a variables de fase, primero encontrando la ecuacion caracteristica.

$$\det(sI - A_z) = s^2 + 8s^2 + 17s + 10 = 0$$

$$\dot{x} = A_x x + B_x u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -10 & -17 & -8 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$Y = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

la ecuación de salida usando los coeficientes del numerador de la planta, Cm para el sistema en variables de fase es:

$$C_{mx} = [B_x \quad A_x B_x \quad A_x^2 B_x] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -8 \\ 1 & -8 & 47 \end{bmatrix}$$

Entonces

$$P = C_{mz} C_{mx}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 10 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora diseñamos el controlador usando la representación de variable de fase y usando la matriz P transformamos el diseño a la representación original.

Para 0,5%, 20,8% X_0 y $T_s = 4$ s

El factor de la ecuación característica en lazo cerrado es $s^2 + 2s + 5$

El cero se encuentra en $s = -4$

$$D(s) = (s+4)(s^2+2s+5) = s^3 + 6s^2 + 13s + 20 = 0$$

la ecuación de estados para la forma de fase en retroalimentación es:

$$x^{\circ} = CA_x - B_x k_x \, l_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -(10+k_{1x}) & -(17+k_{2x}) & -(8+k_{3x}) \end{bmatrix}$$

$$Y = [4 \quad 1 \quad 0]\,x$$

la ecuación característica es

$$\det(sI - (A_x - B_x K_x)) = s^3 + (8+k_3)s^2 + (17+k_2)s + (10+k_1) = 0$$

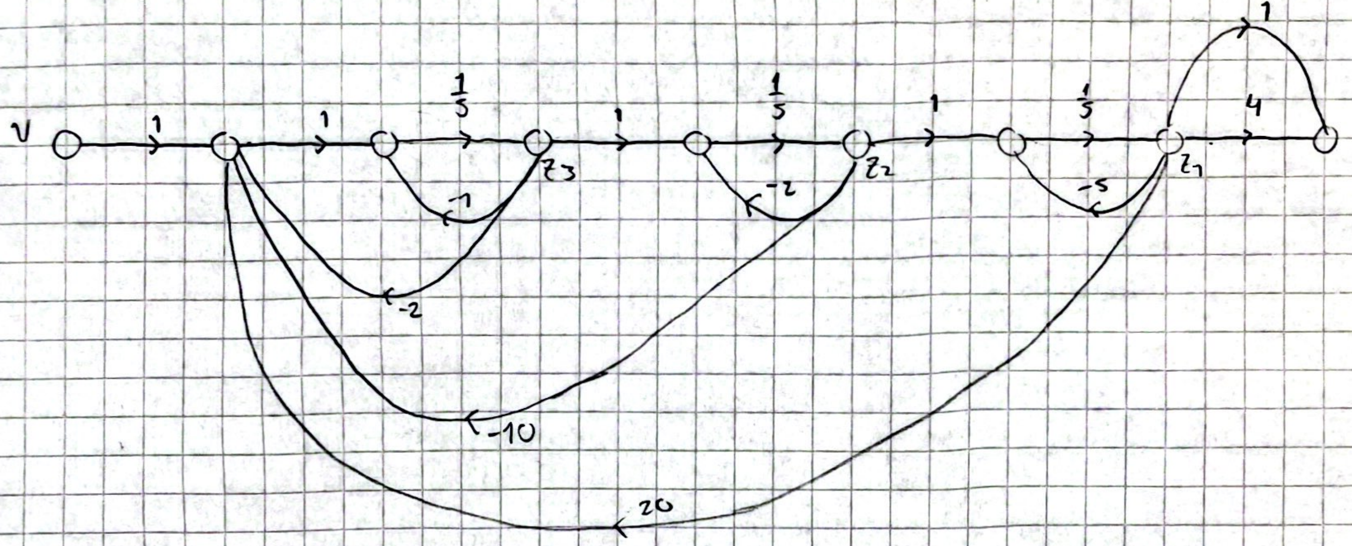
Vemos que

$$K_x = [k_1 \quad k_2 \quad k_3] = [10 \quad -4 \quad -2]$$

Podemos transformar el controlador de vuelta al original

$$K_z = K_t P^{-1} = \begin{bmatrix} -20 & 10 & -2 \end{bmatrix}$$

El diagrama final es:



Verificamos el diseño

$$\dot{z} = (A_z - B_z K_z) z + B_z v = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 20 & -10 & 1 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} z$$

$$T(s) = \frac{s+4}{s^3 + 6s^2 + 13s + 20} = \frac{1}{s^2 + 2s + 5}$$

Simulando vemos que se cumplen los requisitos establecidos