INSTITUTO FEDERAL DE GOIÁS – CÂMPUS ANÁPOLIS
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

MÉTODOS INTERVALARES PARA LOCALIZAR RAÍZES MÉTODO DA BISSEÇÃO

PEDRO HENRIQUE SILVA RODRIGUES

Anápolis – GO

Setembro – 2017

INSTITUTO FEDERAL DE GOIÁS – CÂMPUS ANÁPOLIS
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

MÉTODOS INTERVALARES PARA LOCALIZAR RAÍZES
MÉTODO DA BISSEÇÃO

Trabalho Interdisciplinar apresentado, como exigência da disciplina Matemática Computacional, ao professor:
prof.: Hugo Vinícius Leão

Anápolis – GO

Setembro – 2017

1. MOTIVAÇÃO

Em diversas ocasiões do cotidiano nos deparamos com problemas que resolvemos através de equações. Muitos modelos físicos são explicados através de funções. Estudar o comportamento dessas funções vem nos proporcionando um desenvolvimento tecnológico que seria impossível sem as suas soluções

Dessa forma encontrar as raízes de uma função é extremamente importante. Algumas funções são facilmente resolvidas analiticamente, tais como as funções de 1º e 2º grau. Porém existem muitas funções cujas raízes não são determinadas pelos métodos resolutivos conhecidos. E para tal são necessários métodos alternativos que possam nos dar uma aproximação do valor verdadeiro do zero dessa função.

Um dos conjuntos mais simples para determinação de raizes são os métodos intervalares, que restringem a raiz de uma função a um intervalo muito pequeno, obtendo assim um valor muito próximo do zero de tal função.

Entre os métodos intervalares mais conhecidos estão o método gráfico, que permite obter uma aproximação grosseira dos zeros de uma função através de uma análise visual, e os métodos da bisseção e falsa posição, que iterativamente diminuem o intervalo que contém a raiz da função tão pequeno quanto os limites do computador que o executa.

É importante mencionar que esses métodos restringem muito o intervalo, nos fornencendo um resultado tão próximo cuja diferença não causará um impacto tão grande para o propósito em que está sendo solicitado.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O método da bisseção consiste em restringir iterativamente o intervalo das raizes da função, reduzindo-o a metade a cada iteração. Em um intervalo numérico de x_1 a x_2, haverá ao menos uma raiz da função *f* nesse intervalo se $f(x_1)\ f(x_2) < 0$ e se a função for contínua nesse intervalo.

Para que $f(x_1)\ f(x_2)$ seja menor que zero, $f(x_1)$ deve possuir sinal oposto a $f(x_2)$, pois o produto de um número positivo por um número negativo é um número negativo (<0). Graficamente falando $f(x_1)$ e $f(x_2)$ estão em lados opostos do eixo x, e como a função é contínua no intervalo $[x_1\ x_2]$ significa que essa função passará pelo eixo x em algum valor nesse intervalo.

O método da bisseção consiste em dividir um intervalo $[x_1\ x_2]$ ao meio e verificar, através do fundamento citado acima, em qual desses lados está a raiz.

Descrição do método:

– Obter um intervalo de X_I a X_s (em que X_I e X_s são números reais), no qual a raiz da função *f* esteja.

X_I = limite inferior do intervalo.

X_S = limite superior do intervalo.

X_C = valor médio entre X_I e X_S .

– Calcular o produto $f(x_I)\ f(x_c)$, ou seja calcular o valor da função para X_I e X_c , e realizar o produto desses dois valores.

– Feito isso existem três possibilidades.

1. O valor calculado para esse produto foi zero, isso significa que X_c é a raiz da função no intervalo.
2. O valor calculado para esse produto foi menor zero, isso significa que existe ao menos uma raiz da função no intervalo X_I a X_C , e nesse caso o limite superior X_S passa a ser X_C , e voltamos ao estágio inicial em que temos um intervalo contendo a raiz da função.
3. O valor calculado para esse produto foi maior que zero, isso significa que existe ao menos uma raiz da função no intervalo X_C a X_S , e nesse caso o limite inferior X_I passa a ser X_C , e voltamos ao estágio inicial em que temos um intervalo contendo a raiz da função.

– Pode, no entanto, acontecer de nunca chegarmos a um valor X_C que seja raiz da função, e nesse caso paramos de dividir o intervalo ao meio quando este já está tão pequeno quanto queiramos, obtendo assim um X_C que não é raiz da função, mas que é muito próximo ao valor real.

Problemas do método da Bisseção:

- Caso haja mais de uma raiz no intervalo X_I a X_S apenas encontraríamos um intervalo para uma das raízes.
- Esse método não funciona se a função não for contínua nesse intervalo, ou então gera uma resposta incoerente.

3. PROBLEMA:

Encontrar a raiz de $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 0,275$ no intervalo $1,0 < x < 1,5$ utilizando o Método da Bissecção, considerando uma tolerância para o intervalo de 10^{-5} .

Inicialmente é necessário desenvolver um código que implemente o método da bisseção, que possui como entradas a função, o intervalo que contém ao menos uma raiz da função, e o tamanho mínimo para o intervalo.

Temos uma função:

$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 0,275$

Tem-se então um valor inicial para X_I e para X_S :

$X_I = 1,0$

$X_S = 1,5$

E temos também uma tolerância para o tamanho do intervalo :

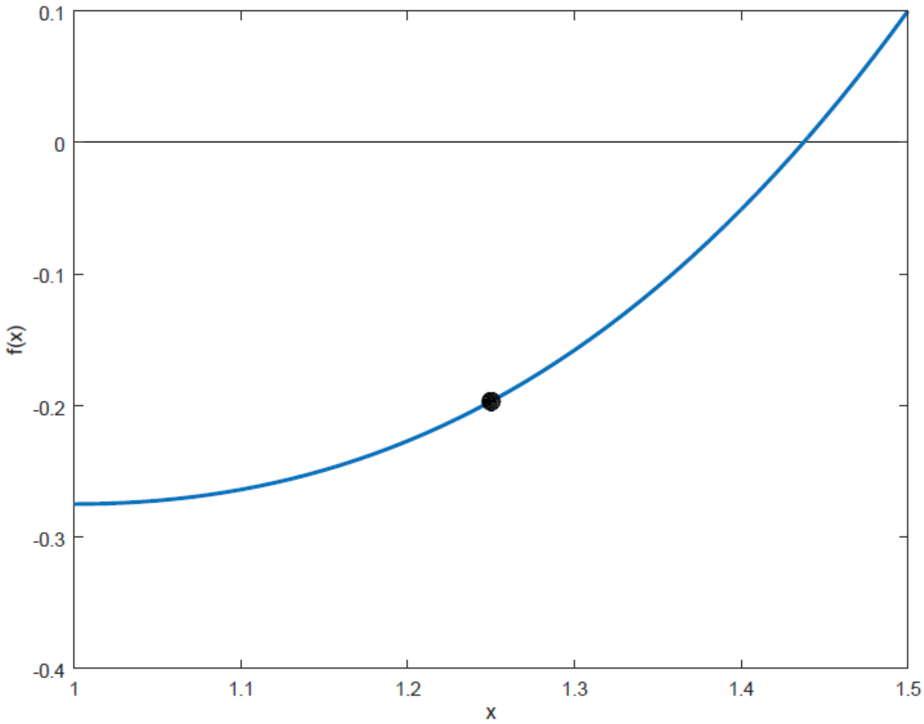
$|X_S - X_S| < 10^{-5}$

4. RESULTADOS

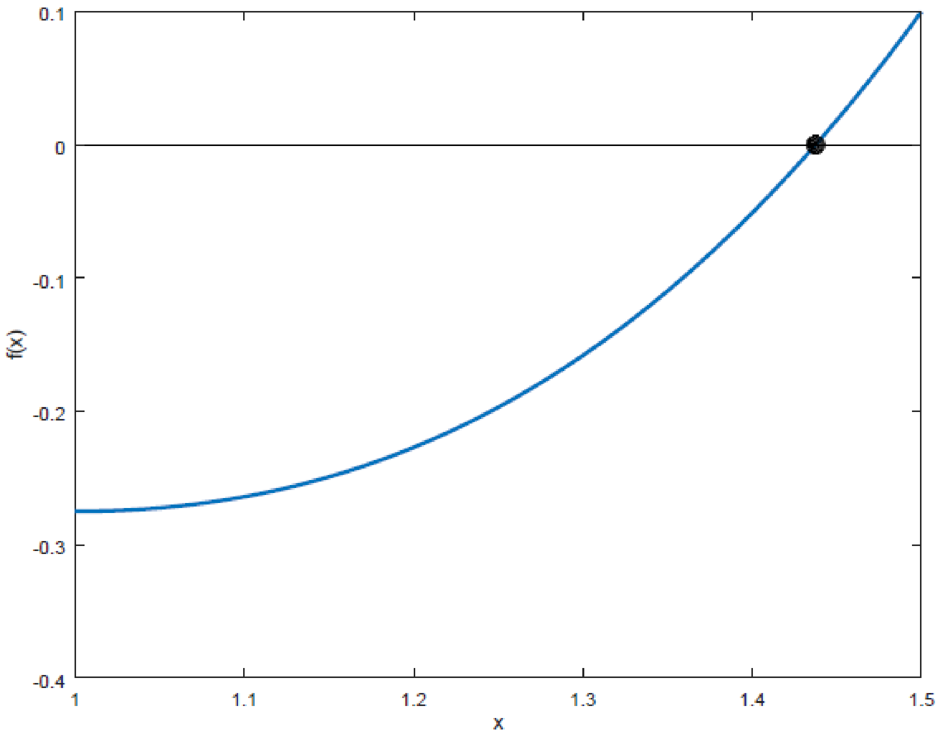
Após introduzir os dados no código obteve-se os seguintes resultados:

- Saída gráfica do algoritmo:

1ª iteração



17ª iteração



- Resultados de saída pelo console:

>> Quantidade de iteracoes para atingir a tolerância ou encontrar a raíz: 17

>> Raíz encontrada: 1.437397

>> Valor da função para a raíz encontrada: -0.000003

Ou seja foram necessárias 17 iterações até que o algoritmo isola-se o intervalo onde se encontra a raíz para uma tolerância de 10^{-5}. O resultado obtido para a raíz é um valor muito próximo ao zero, como esperado, com ordem de grandeza 10^{-6}.

5. BIBLIOGRAFIA

CHAPRA, S. C. & CANALE, R. P. Métodos Numéricos para Engenharia. McGraw-Hill, 2006. 5a. Edição.

STEWART, J. Cálculo - Vol. 1, Editora Pioneira Thomson Learning, 2009. 6ª edição.