PEDRO HENRIQUE SILVA RODRIGUES

não precisa ser tudo
em caixa-alta.
apenas a primeira
letra de cada palavra.

AJUSTE DE CURVAS PELO INTERPOLADOR DE LAGRANGE

Anápolis - GO

Novembro de 2017

PEDRO HENRIQUE SILVA RODRIGUES

faltou um parágrafo assim:

Relatório apresentado como requisito parcial para obtenção de nota na disciplina de Matemática Computacional do curso de Bacharelado em Ciência da Computação do Instituto Federal de Goiás, Câmpus Anápolis

na folha de rosto.

AJUSTE DI ... LO INTERPOLADOR DE ... NGE

INSTITUTO FEDEI ... CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS

CÂMPUS ANÁPOLIS

BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Anápolis - GO

Novembro de 2017

Resumo

De acordo com Chapra (2011), os dados, de uma forma geral são fornecidos em um conjunto discreto de valores entre um contínuo de possibilidades. Entretanto, pode ser necessário fazer estimativas em pontos que estão entre os valores discretos. Ou seja, de maneira genérica, quer se descobrir uma expressão analítica de uma dada curva $y = f(x)$ que melhor se ajusta a esse conjunto de valores, a esses pontos. Existem diversos métodos computacionais possíveis de serem aplicados (CUNHA, 2000), um dos quais é o método por polinômios de Lagrange, que consiste em determinar um valor interpolado a essa amostra com base num polinômio que mais se aproxime destes dados.

$y = f(x)$

Palavras-chave: dados. estimativas. interpolação. polinômio. Lagrange.

muito bom. faça mestrado.

obs.: não é necessariamente 'palavra'. Pode ser uma expressão curta, como a que eu sugeri ao lado.

ajuste de curvas.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumário

1 Introdução

matemáticos e científicos

há

Frequentemente em problemas matemático científicos haverá a necessidade de fazer estimativas de valores intermediários entre dados precisos. Nestas situações quer se então descobrir uma expressão analítica de uma dada curva y = f(x) que melhor se ajusta a esse conjunto de dados, a esses pontos.

$y = f(x)$

Existem diversos métodos, cada qual a sua maneira, que tentam encontrar essa função. Entre esses métodos estão: Regressões (Linear, não linear, polinomial e linear múltipla), Mínimos quadrados, Polinômios interpoladores e Splines. I mais comum usado para esse propósito é a interpolação polinomial equação geral para um polinômio de grau n é:

se considerar dados precisos, como falado no primeiro parágrafo

ponto final (da frase 'polinômio de grau n é: equação (.)

n

$$f(x) = a_0 \ldots x^n$$

num da equação. utilize \begin{equation}

Embora um método seja o mais comum para lidar com um determinado problema, nem sempre ~~este é~~ apresentará melhor resultado, pois cada problema tem suas particularidades. O objetivo deste então é compreender, implementar e analisar, sob diversos aspectos, o método do polinômio interpolador de Lagrange para ~~uma~~ certa amostra de dados.

acho que pode ser escrito melhor.

deste o que? relatório?

2 Funda[…]

defina 'melhor forma possível'...

eu não escreveria isso. eu escreveria: calcula uma função que passa pelos conjunto de dados representados por $\left\{x_1, y_1\right\}, \left\{x_2, y_2\right\}, \ldots, \left\{x_n, y_n\right\}$.

2.1 Interpolação por polinômio de Lagrange

Como já foi mencionado, o método do polinômio interpolador de Lagrange calcula uma função que tenta representar ~~da melhor forma possível~~ um conjunto de pontos: x_1 até x_n e seus respectivos: y_1 até y_n. Essa função calculada tem

Kilhian ou KILHIAN, manter padrão adotado acima.

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$$

dois-pontos duplos...

eu usaria ponto-final em ambos os casos.

Esse método realiza cálculos baseados nos valores das amostras e encontra os valores dos coeficientes dessa função polinomial. De acordo com kilhian (2010), o coeficiente $a_k(x)$ é ~~definido numericamente como sendo:~~

o k-ésimo coeficiente $a_k(x)$ é calculado da seguinte forma:

$$a_k(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})\ldots(x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1)\ldots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\ldots(x_k - x_n)}$$

onde $x_0, x_1, \ldots, x_k, x_{k + 1}, \ldots, x_{n - 1}, x_n$ são ... (você não os definiu até esse ponto...)

n

[…]nveniente, durante a implementação do método, não gerar o polinômio, ao invés disso apenas trabalhar com seus coeficientes para determinar a estimativa que um dado valor apresentaria.

pode ser reescrito. ver a necessidade desse parágrafo.

Existe uma faixa de valores que o grau de um polinômio interpolador de Lagrange, dada uma amostra de n termos, pode variar: Essa faixa de valores vai de zero até o tamanho da amostra menos um: No caso […]á uma constante. A de grau um é uma funç[…] a tendência dos dados. A de grau dois, send[…]sa amostra, e assim até o grau (n-1) em que[…]a todos os valores amostrados.

um. Para $k = 0$, a função é uma constante com valor y_0. Para $k = 1$, $f(x) é uma reta que passa pelos pontos $ \left\{x_0, y_0\right\} e \left{x_1, y_1\right\}. Uma função quadrática, $k = 2$, passa pelos três primeiros pontos. Finalmente, uma função de ordem $(n - 1)$ intercepta todos os n valores amostrados.

2.2 Problemática do polinômio de Lagrange

eu colocaria como \subsubsection{} e não usaria a palavra 'problemática'.

Assim como qualquer outro método de ajuste de curvas, existe-se uma preocupação muito grande se os polinômios gerados irão representar de forma coerente a tendência dos dados (CUNHA, 2000).

cuidado: enviesada no contexto de estimação de parâmetros é 'biased', polarizada. não usaria essa palavra.

~~Embora com grau máximo o polinômio interpolador de Lagrange passe por todos os pontos da amostra, essa função gerada pode ser enviesada e não representar bem a tendência dos dados. A alternativa seria então utilizar graus menores, porém quando essa é a situação o método não avalia[…] mais um, e isso obviamente não re[…] os dados estejam bem distribuídos[…]~~

Embora um polinômio de ordem $(n - 1)$ passe por todos os pontos amostrados, ela não necessariamente representa bem a tendência dos dados. Assim, uma alternativa seria diminuir a ordem do polinômio. Por outro lado, ao fazer isso, o polinômio interpolador de La-grange não avalia todos os pontos.

3 Problema

Implementar programa genérico capaz de realizar a interpolação utilizando um polinômio Lagrange de qualquer ordem.

Realizar o ajuste dos dados abaixo citados em curvas de grau um, três e o máximo que os dados abaixo permitem para estimar o valor em x = 12,5.

Além disso, fazer um programa genérico que gere os gráficos com passo de 0,1 entre os dados da tabela para os três polinômios determinados no processo de interpolação.

Realizar uma análise dos resultados obtidos e discorrer sobre esses.

Tabela 1: Amostra dos dados para análise.

x	y
2	1
4	2
6	5
7	2
10	8
11	7
14	6
17	9
20	12

vc deveria ter apresentado as figuras antes de fazer qualquer comentário. converse comigo caso queira ver como a gente poderia escrever isso.

4 Resultados

quais figuras?

Realizou-se a interpolação dos dados utilizando o algoritmo implementado, os gráficos gerados podem ser vistos abaixo. Como se pode ver as interpolações de grau um e grau três passam exatamente pelos dois e quatro primeiros pontos, não levando em consideração a tendência dos demais. Embora a interpolação de grau um aparentemente represente a tendência dos dados de uma forma aceitável,vê-se claramente que a de grau três está longe dessa tendência.

grau um

eu colocaria esse parágrafo entre as figuras 1 e 2.

Figura 1: Interpolação de grau 1 da amostra.

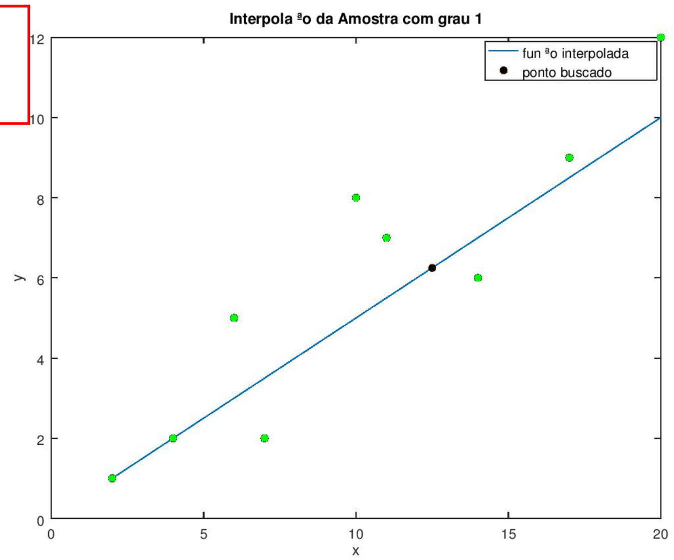
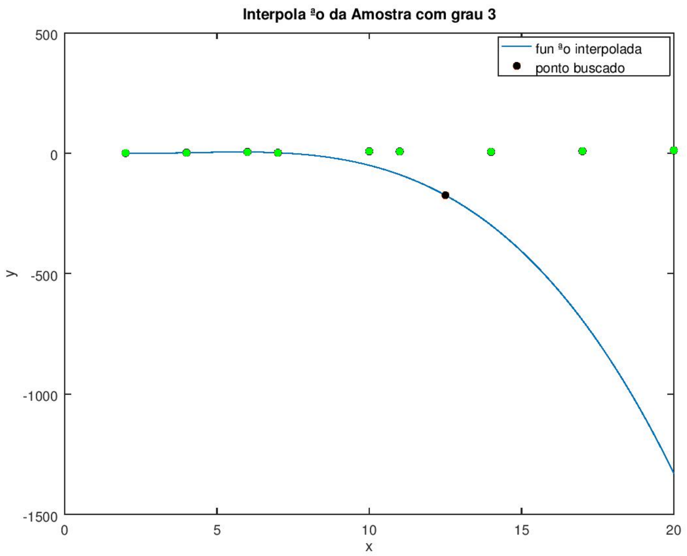


Figura 2: Interpolação de grau 3 da amostra.



qual figura?

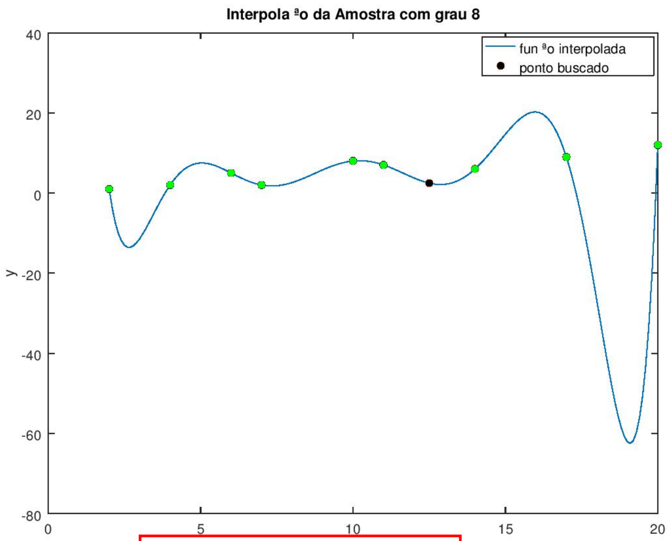
neste o quê?

A interpolação de grau oito, que é o máximo para este caso, passa por toda a amostra, o que pode apresentar alguma utilidade em números mais aleatórios, porém neste nota-se uma tendência próxima a linear. Dessa forma outros métodos poderiam ser analisados, e através de uma comparação dos resultados, escolher um modelo que mais se assemelha a este problema.

por quê? deve-se elaborar mais.

como assim? o polinômio não me parece ter tendência linear.

Figura 3: Interpolação de grau máximo da amostra.



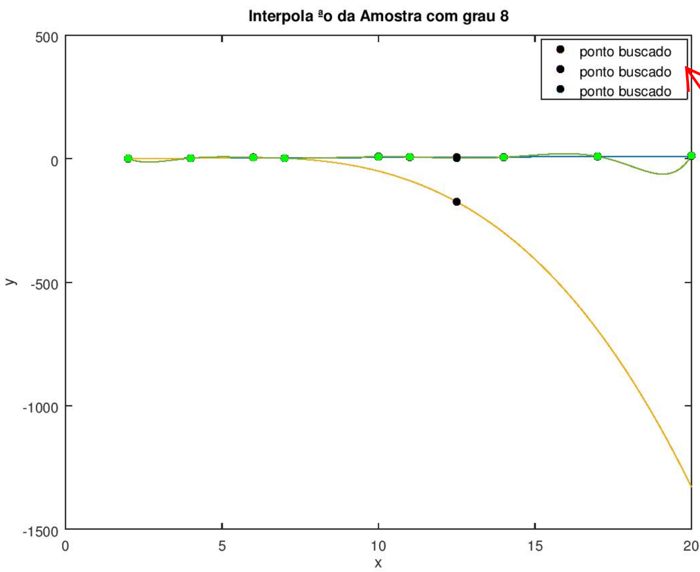
pq?

figura?

o latex pode colocar as figuras em outras posições e não coincidir com essa figura estar abaixo desse parágrafo.

Abaixo pode-se ver de forma clara como a interpolação de grau saiu completamente da tendência, enquanto a de grau um e oito ficaram mais próximos do valor esperado.

Figura 4: Comparação das interpolações.



legenda não coincide

Para auxiliar na comparação dos três métodos mostra-se abaixo os resultados obtidos via console:

eu não faria isso, simplesmente colar o texto do console do octave. coloque-os em tabela, se achar imprescindível que eles estejam no documento.

esse é um dos motivos de não fazer isso. onde acaba o texto do console e começa o seu texto não é tão claro ao leitor.

»Valor da função obtido para 12.5 com extrapolação de grau 1: 6,25

»Valor da função obtido para 12.5 com extrapolação de grau 3: -174,481

»Valor da função obtido para 12.5 com extrapolação de grau 8: 2,47193

Notadamente o valor -174,481 está ~~longe~~ dos demais valores 2,47193 e 6,25.

Para efeito de comparação abaixo são mostrados os resultados obtidos para x=12,5 com diferentes graus.

vc já deveria ter vindo diretamente para cá no texto. claro, fazendo as devidas introduções.

$x<11$

o 12,5? não.

cuidado, Pedro.
vc faz uso de um vocabulário próprio e talvez não seja o mais apropriado.

"zona de amostra"? eu nunca li isso em qualquer documento.

Tabela 2: Resultados com diferentes graus.

grau(k)	$f_k(12,5)$
0	1
1	6,25
2	28,5625
3	-174,481
4	147,911
5	-50,3198
6	-6,69714
7	0,062805
8	2,47193

só aqui que vc comentaria que p -174 está "longe" dos outros valores.

aliás, defina "longe". isso é algo relativo!

sinômino: distante.

Não pode-se dizer entretanto que o método seja ineficaz, visto que apenas a partir do grau 6 o método começa a trabalhar com o 12,5 dentro da zona de amostra do algoritmo, pois $x_6 = 11$ e $x_7 = 14$, e até então x<11. A partir desse momento apenas é que o 12,5 passa a ser realmente um valor dentro do intervalo das amostras utilizadas pelo código. Sendo assim, uma possibilidade seria fazer com que o algoritmo considera-se os valores ao redor do x buscado sempre que o grau não for suficiente para toda a amostra.

código? que código?

considerasse

do valor desejado/ buscado de x

defina "suficiente".

(...) sempre que a ordem do poliômio for suficientemente inferior à quantidade de dados amostrados.

cuidado com essas conclusões.

eu diria que ele pode ser usado quando a amostra é precisa, mas que deveria levar em consideração a possibilidade de má-representação...

Conclusão

esse e, não, este.

Ao analisar o método de Lagrange vê-se o ~~quão poderoso~~ este método é, porém, assim como os outros métodos de ajuste de curvas é necessário levar em consideração a possibilidade desse método não representar de forma eficiente a tendência dos dados da amostra.

!! parágrafo de uma frase. frase de quatro linhas.

É importante sempre mencionar que existem outros métodos e que sua aplicabilidade ou não sempre dependerá do problema, não podendo assim julgar algo apenas por suas falhas, pois este provavelmente também terá pontos positivos.

num relatório talvez seja ok dizer isso, mas em um documento mais extenso, vc deveria ter explicado os métodos que poderiam ser utilizados e falar pq vc utilizou um e não os outros.

claro, a explicação seria nos capítulos anteriores e não aqui.

Referências

CHAPRA, S. C. *Métodos Numéricos para Engenharia*. [S.l.]: Mc Graw Hill, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 6.

CUNHA, M. C. *Métodos Numéricos*. [S.l.]: Editora Unicamp, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 7.

KILHIAN, K. *Polinomio Interpolador de Lagrange*. [S.l.], 2010. Disponível em: <http://www.obaricentrodamente.com/2010/03/polinomio-interpolador-de-lagrange.html>. Acesso em: 26.11.2017. Citado na página 7.