

# Pengenalan Vektor

Haikal Isa Al Mahdi

# Pengenalan Vektor

Pengenalan  
Vektor

Haikal Isa Al  
Mahdi

Anggap vektor adalah alat untuk menentukan nilai dan arah suatu objek. Nilai bisa berupa posisi, kecepatan, percepatan, gaya, momentum, dll.

Vektor bisa dinyatakan sebagai berikut:

$$\vec{v} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

yang panjangnya adalah:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Selanjutnya kita akan mempelajari (mungkin menghafal) operasi-operasi dalam vektor.

# Operasi Vektor

Pengenalan  
Vektor

Haikal Isa Al  
Mahdi

## ■ Penjumlahan dan Pengurangan

$$\vec{u} \pm \vec{v} = (u_x \pm v_x)\hat{i} + (u_y \pm v_y)\hat{j} + (u_z \pm v_z)\hat{k}$$

## ■ Perkalian Skalar

$$c\vec{v} = c(v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}) = cv_x\hat{i} + cv_y\hat{j} + cv_z\hat{k}$$

## ■ Perkalian Titik

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_xv_x + u_yv_y + u_zv_z$$

# Operasi Vektor (lanjutan)

## ■ Perkalian Silang

$$\begin{aligned}\vec{u} \times \vec{v} &= (u_y v_z - u_z v_y)\hat{i} + (u_z v_x - u_x v_z)\hat{j} + (u_x v_y - u_y v_x)\hat{k} \\ &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}\end{aligned}$$

## ■ Sudut Terkecil antara Dua Vektor

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta \\ \vec{u} \times \vec{v} &= \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin \theta\end{aligned}$$

# Contoh Soal 1

Pengenalan  
Vektor

Haikal Isa Al  
Mahdi

Sebuah objek mula-mula diam. Kemudian bergerak 3 meter ke kanan dan 8 meter ke atas. Kemudian bergerak lagi 6 meter ke kiri dan 12 meter ke bawah. Dimana objek tersebut sekarang dari titik awalnya?

# Solusi Contoh Soal 1

Pengenalan  
Vektor

Haikal Isa Al  
Mahdi

- Bergerak 3 meter ke kanan dan 8 meter ke atas:  
 $\vec{u} = 3\hat{i} + 8\hat{j}$
- Bergerak 6 meter ke kiri dan 12 meter ke bawah:  
 $\vec{v} = -6\hat{i} - 12\hat{j}$
- Resultannya adalah  $\vec{u} + \vec{v} = (3 - 6)\hat{i} + (8 - 12)\hat{j} = -3\hat{i} - 4\hat{j}$

Sehingga objek tersebut berada pada 3 meter ke kiri dan 4 meter ke bawah dari titik awal.

## Contoh Soal 2

Pengenalan  
Vektor

Haikal Isa Al  
Mahdi

Dua Mobil mula-mula berada titik yang sama  $(0,0)$ . Kedua mobil bergerak lurus namun berbeda arah. Mobil A berhenti di titik  $(6,8)$ . Mobil B berhenti titik  $(7,24)$ . Tentukan sudut terkecil yang dibentuk dari lintasan kedua mobil tersebut.

## Solusi Contoh Soal 2

- Vektor lintasan mobil A:  $\vec{v} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$
- Vektor lintasan mobil B:  $\vec{w} = 7\hat{i} + 24\hat{j}$
- Panjang vektor  $\vec{v}$  dan  $\vec{w}$ :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\|\vec{w}\| = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

- Menggunakan perkalian titik:

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{w} &= \|\vec{v}\| \|\vec{w}\| \cos \theta \\ &= 42 + 192 = 250 \cos \theta \\ \implies \cos \theta &= 0.936 \\ \implies \theta &\approx 20.61^\circ\end{aligned}$$

Jadi, sudut terkecil yang dibentuk dari lintasan kedua mobil tersebut adalah  $20.61^\circ$ .



# Soal

Pengenalan  
Vektor

Haikal Isa Al  
Mahdi

- 1 Tentukan nilai dari  $r\vec{v}$  untuk  $r = 1.4$  dan  $\vec{v} = 7\hat{i} + \pi\hat{j}$ .
- 2 Diketahui  $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$  dan  $\vec{w} = 4\hat{i} + 7\hat{j} - 2\hat{k}$ . Tentukan nilai dari:
  - 1  $\vec{v} \cdot \vec{w}$
  - 2  $\vec{v} \times \vec{w}$
- 3 Tentukan luas dari segitiga yang dibentuk oleh ketiga titik berikut:  $(0, 0)$ ,  $(4, 8)$ , dan  $(10, 7)$ .

# Kunci Jawaban I

Pengenalan  
Vektor

Haikal Isa Al  
Mahdi

$$1 \quad r\vec{v} = 1.4(7\hat{i} + \pi\hat{j}) = 9.8\hat{i} + 1.4\pi\hat{j}$$

$$2 \quad 1 \quad \vec{v} \cdot \vec{w} = 3(4) + 4(7) + 1(-2) = 38$$

$$2 \quad \vec{v} \times \vec{w} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 7 & -2 \end{vmatrix} = -13\hat{i} + 10\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$3 \quad \sqrt{26}$$

# Kunci Jawaban II

Pengenalan  
Vektor

Haikal Isa Al  
Mahdi

- 3 Misalkan titik  $(0, 0)$ ,  $(4, 8)$ , dan  $(10, 7)$  berturut-turut  $A$ ,  $B$ , dan  $C$ . Vektor  $\vec{AB} = 4\hat{i} + 8\hat{j}$  dan  $\vec{AC} = 10\hat{i} + 7\hat{j}$ . Luas segitiga:

$$\begin{aligned}\text{Luas} &= \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| \\ &= \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 8 & 0 \\ 10 & 7 & 0 \end{vmatrix} \right| \\ &= \frac{1}{2} |(28 - 80)\hat{k}| \\ &= \frac{1}{2} |28 - 80| = 26\end{aligned}$$