

# NOIp信心赛

by Qiaoranliqu

2016 年 10 月 19 日



# 题目来源

- *TC Div1 Easy.*



# 考察算法

- 枚举, 贪心.

# 算法一

- 直接按照题目要求枚举.复杂度 $O(N^2 * M^2 * K)$ .

# 算法一

- 直接按照题目要求枚举. 复杂度  $O(N^2 * M^2 * K)$ .
- 期望得分 50 — — 70.

# 算法二

- 考虑任意一个点,和这个点的控制范围有交的,点的个数至多为 $K^2$ .所以只需要把前 $K^2 + 1$ 的点找出来,然后每个点和这些点算一下最大值即可.

# 算法二

- 考虑任意一个点,和这个点的控制范围有交的,点的个数至多为 $K^2$ .所以只需要把前 $K^2 + 1$ 的点找出来,然后每个点和这些点算一下最大值即可.
- 复杂度 $O(N * M * K^3)$ .

# 算法二

- 考虑任意一个点,和这个点的控制范围有交的,点的个数至多为 $K^2$ .所以只需要把前 $K^2 + 1$ 的点找出来,然后每个点和这些点算一下最大值即可.
- 复杂度 $O(N * M * K^3)$ .
- 期望得分100.



# 题目来源

- *TC SRM Div1 Medium.*

# 考察算法

● *DP.*

# 算法一

- 枚举每种情况,然后做前缀和进行判断.复杂度 $O(2^N * N)$ .

# 算法一

- 枚举每种情况,然后做前缀和进行判断.复杂度 $O(2^N * N)$ .
- 期望得分30.

 $K=0$ 

- 找出所有被覆盖的位置,其他位置就可以随便放了.

$K=0$ 

- 找出所有被覆盖的位置,其他位置就可以随便放了.
- 期望得分10.

 $K=1$ 

- 考虑从左往右开始放,现在要放 $i$ .

# K=1

- 考虑从左往右开始放,现在要放 $i$ .
- 如果 $i$ 不放,那么继续放 $i + 1$ .



# K=1

- 考虑从左往右开始放,现在要放 $i$ .
- 如果 $i$ 不放,那么继续放 $i + 1$ .
- 如果 $i$ 放了,那么所有包含 $i$ 的区间的并的位置都不能放.

# K=1

- 考虑从左往右开始放,现在要放 $i$ .
- 如果 $i$ 不放,那么继续放 $i + 1$ .
- 如果 $i$ 放了,那么所有包含 $i$ 的区间的并的位置都不能放.
- 注意到这些位置一定是一段连续的区间,而且假设和前面放的冲突的话,在前面就会跳过这个地方的选择.

## K=1

- 考虑从左往右开始放,现在要放 $i$ .
- 如果 $i$ 不放,那么继续放 $i + 1$ .
- 如果 $i$ 放了,那么所有包含 $i$ 的区间的并的位置都不能放.
- 注意到这些位置一定是一段连续的区间,而且假设和前面放的冲突的话,在前面就会跳过这个地方的选择.
- 于是就可以 $dp$ 了,令 $f_i$ 表示现在已经放完 $i$ 的方案.预处理出包含每个点的区间中最右边的端点 $Max_i$ 就可以转移了.

# K=1

- 考虑从左往右开始放,现在要放 $i$ .
- 如果 $i$ 不放,那么继续放 $i + 1$ .
- 如果 $i$ 放了,那么所有包含 $i$ 的区间的并的位置都不能放.
- 注意到这些位置一定是一段连续的区间,而且假设和前面放的冲突的话,在前面就会跳过这个地方的选择.
- 于是就可以 $dp$ 了,令 $f_i$ 表示现在已经放完 $i$ 的方案.预处理出包含每个点的区间中最右边的端点 $Max_i$ 就可以转移了.
- 复杂度 $O(NM)$ .

# K=2

- 由  $K = 1$  得到启发,对上一个做法进行小改动.

# K=2

- 由  $K = 1$  得到启发,对上一个做法进行小改动.
- 令  $f_{i,j}$  为已经做完  $i$ ,当前所有已经包含一个1的区间中最右边的端点是  $j$  的方案,转移与算法三中的  $dp$  类似.

# K=2

- 由  $K = 1$  得到启发,对上一个做法进行小改动.
- 令  $f_{i,j}$  为已经做完  $i$ ,当前所有已经包含一个1的区间中最右边的端点是  $j$  的方案,转移与算法三中的  $dp$  类似.
- 复杂度  $O(N(N + M))$ .



# 题目来源

- 洛谷9月月赛C.



# 考察内容

- 观察性质, *STL*, 区间求交/并.

# 算法一

- 把路径经过的点都记下来,然后枚举一下即可,用 $STL$ 优化复杂度.

# 算法一

- 把路径经过的点都记下来,然后枚举一下即可,用 $STL$ 优化复杂度.
- 复杂度 $O(NK \log NK)$ .

# 算法一

- 把路径经过的点都记下来,然后枚举一下即可,用 $STL$ 优化复杂度.
- 复杂度 $O(NK \log NK)$ .
- 期望得分30.



# 算法二

- 观察机器人行走的过程,发现路径相当于一个图形每次向某个方向平移.

# 算法二

- 观察机器人行走的过程,发现路径相当于一个图形每次向某个方向平移.
- 现场赛中有人利用随机数据通过这题.利用的性质是当 $N$ 很小或随机时,和某次画出来的图形有交的图形数量会比较少,然后分情况搞搞就好了.

# 算法二

- 观察机器人行走的过程,发现路径相当于一个图形每次向某个方向平移.
- 现场赛中有人利用随机数据通过这题.利用的性质是当 $N$ 很小或随机时,和某次画出来的图形有交的图形数量会比较少,然后分情况搞搞就好了.
- 复杂度 $O(N^2)$ .

# 算法二

- 观察机器人行走的过程,发现路径相当于一个图形每次向某个方向平移.
- 现场赛中有人利用随机数据通过这题.利用的性质是当 $N$ 很小或随机时,和某次画出来的图形有交的图形数量会比较少,然后分情况搞搞就好了.
- 复杂度 $O(N^2)$ .
- 期望得分70.





# 算法三

- 不妨考虑更一般的情况,令第一次走完指令后机器人停在 $(x, y) (x > 0, y > 0)$ .

# 算法三

- 不妨考虑更一般的情况,令第一次走完指令后机器人停在 $(x, y) (x > 0, y > 0)$ .
- 则对于第一个图形中的每个点 $(A_i, B_i)$ ,都有 $K$ 个点 $(A_i + j * x, B_i + j * y)$ ,其中 $0 \leq j < K$ .

# 算法三

- 不妨考虑更一般的情况,令第一次走完指令后机器人停在 $(x, y) (x > 0, y > 0)$ .
- 则对于第一个图形中的每个点 $(A_i, B_i)$ ,都有 $K$ 个点 $(A_i + j * x, B_i + j * y)$ ,其中 $0 \leq j < K$ .
- 现在我们将所有通过平移 $(x * k, y * k)$ 能够相互到达的点分为一组,即将它们放在 $(a, b) (0 \leq a < x)$ 中.

# 算法三

- 不妨考虑更一般的情况,令第一次走完指令后机器人停在 $(x, y) (x > 0, y > 0)$ .
- 则对于第一个图形中的每个点 $(A_i, B_i)$ ,都有 $K$ 个点 $(A_i + j * x, B_i + j * y)$ ,其中 $0 \leq j < K$ .
- 现在我们将所有通过平移 $(x * k, y * k)$ 能够相互到达的点分为一组,即将它们放在 $(a, b) (0 \leq a < x)$ 中.
- 可以发现这些点的横坐标都相差 $x$ 的倍数.

# 算法三

- 不妨考虑更一般的情况,令第一次走完指令后机器人停在 $(x, y) (x > 0, y > 0)$ .
- 则对于第一个图形中的每个点 $(A_i, B_i)$ ,都有 $K$ 个点 $(A_i + j * x, B_i + j * y)$ ,其中 $0 \leq j < K$ .
- 现在我们将所有通过平移 $(x * k, y * k)$ 能够相互到达的点分为一组,即将它们放在 $(a, b) (0 \leq a < x)$ 中.
- 可以发现这些点的横坐标都相差 $x$ 的倍数.
- 枚举每组 $(a, b)$ 作为答案正方形的左下角,那么可能成为另外三个角的点,都在 $(a + 1, b), (a, b + 1), (a + 1, b + 1)$ 所属于的集合中.

# 算法三

- 也就是说我们要对这四个点的点集求一个在横坐标上的交( $(a+1)$ 的集合要左移一位).

# 算法三

- 也就是说我们要对这四个点的点集求一个在横坐标上的交( $(a+1)$ 的集合要左移一位).
- 观察每个集合, 容易发现每个点集都是一些连续相差 $x$ 的点的并.

# 算法三

- 也就是说我们要对这四个点的点集求一个在横坐标上的交( $(a+1)$ 的集合要左移一位).
- 观察每个集合, 容易发现每个点集都是一些连续相差 $x$ 的点的并.
- 考虑到每个集合的坐标差都是 $x$ 的倍数, 可以直接当成是连续的线段, 然后最后再除 $x$ 就行了.



# 算法三

- 也就是说我们要对这四个点的点集求一个在横坐标上的交( $(a+1)$ 的集合要左移一位).
- 观察每个集合, 容易发现每个点集都是一些连续相差 $x$ 的点的并.
- 考虑到每个集合的坐标差都是 $x$ 的倍数, 可以直接当成是连续的线段, 然后最后再除 $x$ 就行了.
- 现在要做的就是对一些线段先分别求个并, 然后4个集合再求个交就行了, 这个可以非常轻松地在 $O(N \log N)$ 的时间内完成, 而每个集合在成为4个角的时候都被计算了一次, 所以总的复杂度就是 $O(N \log N)$ .