第6章 函数

——尾递归

普通递归与尾递归（**Tail Recursion**）

$$n! = \begin{cases} 1 & n = 0 \text{ , } 1 \\ n \times (n-1)! & n \geq 2 \end{cases}$$

$$F(n,a) = \begin{cases} a & n = 0,1 \\ F(n-1, n \times a) & n > 1 \end{cases}$$

```c
unsigned long Fact(unsigned int n)
{
  if (n==0 || n==1)
      return 1;
  else
      return  n * Fact(n-1);
}
```

```c
unsigned long Fact(unsigned int  n,
                   unsigned int a)
{
    if (n==0 || n==1)
        return a;
    else
        return  Fact(n-1, n*a);
}
```

普通递归与尾递归（Tail Recursion）

Fact(3) = 3 * Fact(2)   **递推阶段**

           Fact(2) = 2 * Fact(1)

                    Fact(1) = 1   终止条件

Fact(3, 1) = Fact(2, 3)   **递推阶段**

           Fact(2, 3) = Fact(1, 6)

                    Fact(1, 6) = 6 终止条件

           Fact(2) = 2 * 1   **回归阶段**

Fact(3) = 3 * 2

6

```
unsigned long Fact(unsigned int  n,
                   unsigned int a)
{
    if (n==0 || n==1)
        return a;
    else
        return  Fact(n-1, n*a);
}
```

**6   回归阶段
   递归完成**

3! = 1 * 2 * 3

3! = 3 * 2 * 1

递推阶段 递归前进 $Fact(3) = 3 * Fact(2) = 3 * 2 = 6$ 递归返回 回归阶段 $Fact(2) = 2 * Fact(1) = 2 * 1 = 2$ $Fact(1) = 1.$

递推阶段 $Fact(3, 1)$ $a = 3 * 1 = 3$ $Fact(2, 3)$ $a = 2 * 3 = 6$ $Fact(1, 6)$ （终止条件）

普通递归调用时的函数调用栈

main() → **Fact(3)**

```
Fact(3)
{
    if  (3==0 || 3==1)
        return 1;
    else
        return 3 * Fact(3-1);
}
```

n=2
…
?
n=3

```
Fact(2)
{
    if (2==0 || 2==1)
        return 1;
    else
        return 2 * Fact(2-1);
}
```

n=1
…
?
n=2
…
?
n=3

```
Fact(1)
{
    if (1==0 || 1==1)
        return 1;
    else
        return 1 * Fact(1-1);
}
```

…
1
n=1
…
?
n=2
…
?
n=3

n=2
…
3*2=6
n=3

n=1
…
2*1=2
n=2
…
?
n=3

```
unsigned long Fact(unsigned int n)
{
    if (n==0 || n==1)
        return 1;
    else
        return  n * Fact(n-1);
}
```

尾递归调用时的函数调用栈
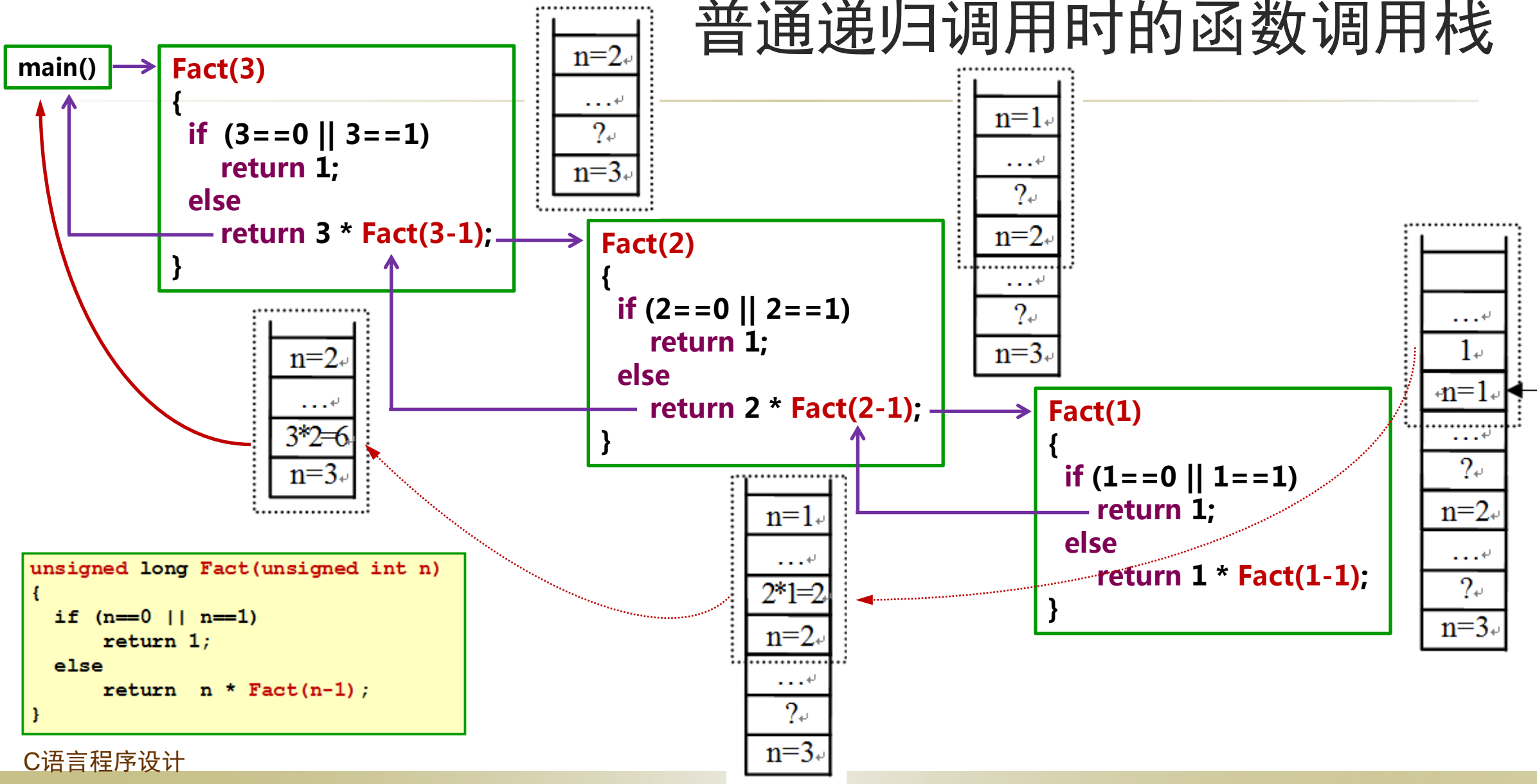
```
unsigned long Fact(unsigned int  n,
                   unsigned int a)
{
    if (n==0 || n==1)
        return a;
    else
        return  Fact(n-1, n*a);
}
```
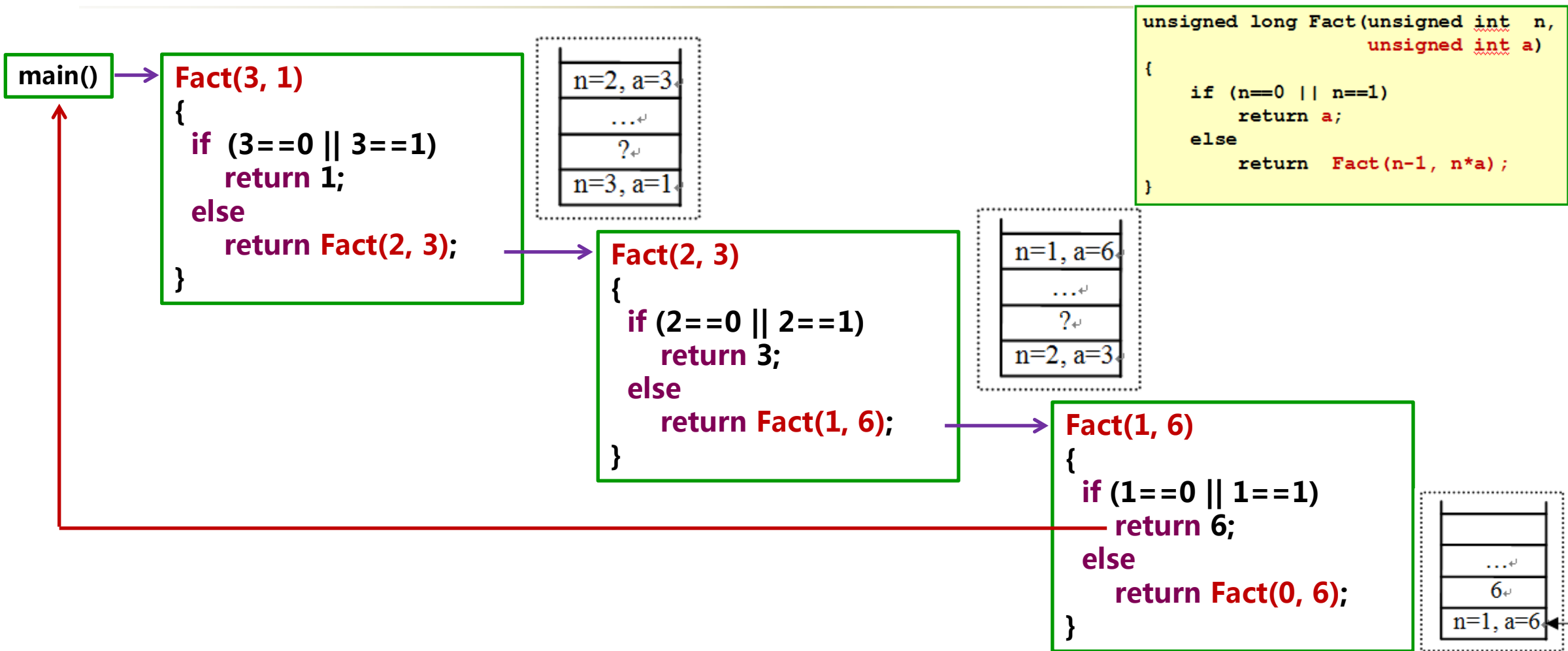
main() →

Fact(3, 1)
{
  if (3==0 || 3==1)
      return 1;
  else
      return Fact(2, 3);
}

n=2, a=3
…
?
n=3, a=1

→ **Fact(2, 3)**
{
  if (2==0 || 2==1)
      return 3;
  else
      return Fact(1, 6);
}

n=1, a=6
…
?
n=2, a=3

→ **Fact(1, 6)**
{
  if (1==0 || 1==1)
      return 6;
  else
      return Fact(0, 6);
}

…
6
n=1, a=6

讨论

- **普通递归和尾递归，哪种递归方式更容易转换为与其等同的迭代控制结构？**