

文章编号:1000-2472(2005)01-0052-05

## 基坑位移反分析方法的对比研究\*

张军平, 邹银生

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:**通过理论计算和实测数据的对比,分析了当前较为流行的几种反分析计算理论与方法各自的适用条件.认为:对于浅基坑采用 $m$ 法就可以达到工程需要的参数的反演精度;而对于较深的基坑,因为粘弹性增量法充分考虑了施工过程对反演参数的影响,所以,采用该法反演得到的参数更加吻合实测结果.上述分析为工程设计与施工中参数反演方法的选取提供了指导依据.

**关键词:**粘弹性; $m$ 法;动态增量反分析

**中图分类号:**TU470.1

**文献标识码:**A

## A Comparative Research of the Reverse Analyses of Deep Pit Displacement

ZHANG Jun-ping, ZOU Yin-sheng

(College of Civil Engineering, Hunan Univ, Changsha, Hunan 410082, China)

**Abstract:** The two prevailing reverse analysis methods of deep pit were analysed. The characteristics and applicable conditions of these methods were given after a contrast of theoretical calculations and data available. In our opinion, for shallow pits, the  $m$ -method can obtain the parameter results with enough precision for engineering requirement, this is the one hand; on the other hand, for deep pits, the dynamic incremental back analyses method can provide the parameter results, which agree more well with the measured data, because it take into account the influence of construction process on inverse parameter. This can be a valuable reference in engineering analysis.

**Key words:** visco-elasticity;  $m$ -method; back analysis of dynamic incremental

### 1 概述

在岩土工程问题中,一般都是已知边界条件、力学参数来求解工程结构的应力、位移.然而,在许多工程中,边界条件、材料参数往往是未知的.通过现场或实验室测试获得材料参数、载荷分布等条件通

常费时费力.为此,工程界提出了工程反分析的概念<sup>[1-6]</sup>.工程反分析是在现场获取少量的容易量测的数据(例如边界位移、应力等),以这些数据为已知量,通过合适的方法,反求材料参数等不易量测的量.当获得所需参数后,再用该结果进行工程设计或工程控制计算.根据反分析目的不同,可将反分析分为以下几种:1)区域反分析;2)控制方程反分析;3)控制条件或初始条件反分析;4)外荷载反分析;5)材

\* 收稿日期:2004-05-05

基金项目:长沙市建委深基坑施工过程监测与反馈信息利用项目  
作者简介:张军平(1972-),男,甘肃白银人,湖南大学博士研究生  
E-mail: zhang\_cshnu@hotmail.com

料参数反分析<sup>[1]</sup>.

在现场测量工作中,位移是较容易测量的量.所以,根据位移进行反分析就成为重要的反分析途径.关于位移反分析的理论很多,本文简要重点介绍有限元反分析法,并就基于  $m$  法和粘弹性增量理论的位移反分析方法进行了理论讨论和实例分析,对比两种方法的优缺点,为工程应用提供了理论参考.

## 2 有限元反分析方法

采用有限单元法进行工程参数反分析是目前常用的反分析方法.根据反演参数的不同,又演生出多种基于有限元法的反分析方法.

有限元的基本方程可表示为

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (1)$$

通过对位移列阵的分解,将其按照已知位移  $u_i$  和未知位移  $u_j$  分解,通过消元实现在方程中只有已知位移.

$$\begin{Bmatrix} [K_{ij}] & [K_{ij}] \\ [K_{ji}] & [K_{jj}] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix} \quad (2)$$

这种方法只能求得弹性模量,很难求得泊松比.故而对有限元弹性矩阵进行分解.

有限元中刚度矩阵可分解为

$$[K] = \int [B]^T [D] [B] dv \quad (3)$$

在平面应变问题中,弹性矩阵  $[D]$  可表示为

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} = x[D_1] + y[D_2] \quad (4)$$

式中

$$y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, x = \nu y \quad (5)$$

而

$$\begin{Bmatrix} [D_1] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ [D_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

则

$$[K] = x[K^1] + y[K^2] \quad (7)$$

如(2)式分解矩阵

$$\left. \begin{aligned} [R_1] &= [K_{ii}^1]\{U_i\} \\ [R_2] &= [K_{ii}^2]\{U_i\} \\ [R_3] &= [K_{ij}][K_{jj}]^{-1}\{F_j\} - \{F_i\} \\ [R_4] &= [K_{ij}][K_{jj}]^{-1}[K_{ji}]\{U_i\} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式(8)代入式(2),得

$$x[R_1] + y[R_2] + [R_3] = [R_4] \quad (9)$$

由于式(9)两边均含有  $E, \nu$ , 所以需要预先给定初始的  $E, \nu$  值, 然后进行迭代求解. 通过式(9)就可以计算出  $x$  和  $y$ , 由  $x, y$  就能够得到  $E, \nu$  等参数.

## 3 直接位移反分析法

直接位移反分析法以位移量测信息的输入为基础, 选择确定的围护结构和土体的力学模型及相应的边界条件, 构建合理的目标函数(使实测位移与计算位移尽量一致), 采用最优化技术来反推待求的土层参数的方法.

直接反分析法是一种更稳定、更有效的反分析方法. 直接反分析就是建立岩土工程的数学模型, 该模型中含有一组待定的数学参量  $X$ , 通过模型计算和现场量测均可确定参量  $X$ , 通过优化方法调整  $X$ , 使现场量测值与理论计算值逐渐靠近. 通过这样的迭代计算, 最终就会获得满意的反算参数值  $X$ . 直接反分析法的具体步骤如下:

1) 建立能够描述基坑工程结构问题的数学模型, 该模型中包含一组待定的材料性质参量, 用列阵  $X$  表示, 同时对作用于这个系统的外部环境进行模型简化化和数学描述.

2) 现场量测系统在上述外部环境条件作用下的响应.

3) 用数学模型计算分析这个响应, 它将是待定参数的函数, 在岩土工程中, 一般是非线性和非解析的.

4) 利用理论模型计算响应和现场实测响应的距离, 建立目标函数  $f(X)$  及确定参数的约束条件.

5) 选择优化策略, 使  $f(X)$  以最高效率、稳定、唯一地收敛于最小值  $f(X)$ , 且

$$f(X) = \min f(X) \quad (11)$$

基于上述思想, 关于基坑工程反分析的模型研究已经历较长的时间. 这期间, 学者们提出了许多可实际应用于工程的反分析计算模型. 这些模型各具特点, 分述如下.

### 3.1 基于弹性支点法的关于土层参数 $m$ 的位移反分析理论

弹性支点法(又称杆系有限单元法)能同时模拟和计算基坑工程中围护结构的内力和变形,并具有计算模式明确、计算过程简单的优点,因而备受工程设计人员的欢迎.其中的“ $m$ ”法由于较符合软土基坑工程的实际而被广泛应用.目前已被列入建设部《建筑基坑支护技术规程》<sup>[7]</sup>.

大量的工程实践和计算结果均表明,土体的  $m$  值对围护结构的内力和变形计算结果影响很大,但是由于  $m$  值无法用室内试验方法得到,目前工程上往往凭经验取值,具有较大的随意性;而通过位移反分析技术却可以得到符合实际的  $m$  值,它不仅能反映开挖侧土体本身的性质,而且也是整个支挡结构体系某些未知因素的体现.通过位移反分析法来确定  $m$  值对在基坑工程中实现按结构变形来控制设计具有重要的现实意义,这是因为一方面在某个工程中可以利用已完成工况的位移实测信息反分析确定  $m$  值并以此来预测下一个工况的位移,实现动态优化设计;另一方面可以通过地层条件等相似的大量工程的反分析结果来给出这类条件下的  $m$  值,用以指导工程实践.

为了使反分析过程中  $m$  的解能够很好的收敛,关于  $m$  的取值范围是需要考虑的重点问题.实际上由于  $m_1, m_2, \dots, m_n$  受土层性质的影响,根据经验可以确定其变化区间存在如下的约束条件:

$$m_{i,\min} \leq m_i \leq m_{i,\max}; i = 1, 2, \dots, n$$

其中  $m_{i,\min}, m_{i,\max}$  为  $m_i$  的上、下限值.基于土层参数  $m_i$  的目标优化函数可表示为

$$\min f(m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_n) \quad (12)$$

式(11)和(12)构成了一个有约束的非线性规划问题,通过合理的求解方法如单纯形法就可以搜索到最佳的土层参数  $m_i$ .

### 3.2 基坑位移粘弹性动态增量反分析方法

基坑施工中随基坑开挖深度的增加,基坑挡墙的变形也不断增加,甚至会出现明显的流变变形.对土体的流变变形进行预测是保证基坑安全的重要手段.研究表明考虑土体的流变性,采用粘弹性理论进行基坑位移反分析更为合适<sup>[8-10]</sup>.

基坑施工过程中,每一个工作步都可以划分为两个工况,即 1) 上阶段施工结束和下阶段开挖结束;2) 支撑施工.研究和现场实测发现开挖施工和支撑施工均可看作是瞬时完成.土体的流变性主要表现在上阶段支撑结束和下阶段开挖前,所以对基

坑支撑变形按工作步可分为每步前期的弹性变形和之后的流变变形.设第  $i$  步位移增量为  $u_i$ ,且  $u_i = u_{i1} + u_{i2}$ ,  $u_{i1}$  为弹性变形,  $u_{i2}$  为粘性变形.

基坑动态弹性反演分析现场量测信息通常为挡墙水平位移、挡墙弯矩和内支撑轴力,所以关于待求未知量可采用如下的最小二乘目标函数:

$$\left. \begin{aligned} f(X) &= \sum_{i=1}^3 \omega_0 J_1 / J_{10} \\ J_1 &= \sum_{i=1}^{k_1} (\Delta u_i - \Delta u_i^1)^2, J_{10} = \sum_{i=1}^{k_1} (\Delta u_i)^2 \\ J_2 &= \sum_{i=1}^{k_1} (\Delta M_i - \Delta M_i^1)^2, J_{20} = \sum_{i=1}^{k_1} (\Delta M_i)^2 \\ J_3 &= \sum_{i=1}^{k_1} (\Delta N_i - \Delta N_i^1)^2, J_{30} = \sum_{i=1}^{k_1} (\Delta N_i)^2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中  $X$  为未知量列阵,如弹性模量  $E$ , 初始土体侧压力  $K_0$  等;  $\Delta u_i$  和  $\Delta u_i^1$  分别表示任意两施工阶段间位移计算值和位移量测值增量;  $\Delta M_i$  和  $\Delta M_i^1$  分别表示任意两施工阶段间墙体弯矩计算值和墙体弯矩量测值增量;  $\Delta N_i$  和  $\Delta N_i^1$  分别表示任意两施工阶段间内支撑轴力计算值和内支撑量测值增量;  $K_1, K_2$  分别为变形测点数和内支撑道数.当  $X$  逼近  $X^*$  时,式(13)逼近最小值.

对于软土基坑,研究发现在施工的过程中会出现显著的流变变形.有学者认为<sup>[10]</sup> 完全可以采用 Maxwell 模型模拟.该模型如图 1 所示.

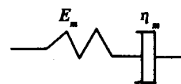


图 1 Maxwell 模型  
Fig. 1 The mode of Maxwell

对于该模型,任意时刻均有

$$E_m \Delta u_{i1} = \eta_m \frac{\Delta u_{i2}}{t} \quad (14)$$

对每一施工步,假设土压力不变,则弹性位移增量  $\Delta u_{i1}$  与粘性位移增量  $\Delta u_{i2}$  的比值为定值.设第  $K$  步的弹性位移增量和粘性位移增量分别为  $\Delta u_{k1}$ ,  $\Delta u_{k2}$ , 可求出  $\eta_m$  ( $E_m$  为反演求出的土层弹性模量), 这样通过式(14)就可求出第  $K$  步粘性变形增量,从而第  $i$  步总的粘性位移增量为

$$u_{i2} = u_{k2} + \sum_{j=k+1}^i \Delta u_{j2} \quad (15)$$

第  $i$  步总的位移为

$$u_i = u_{i1} + u_{i2} = u_{k1} + u_{k2} + \sum_{j=k+1}^i \Delta u_{j1} + \sum_{j=k+1}^i \Delta u_{j2} \tag{16}$$

3.3 关于直接反分析法目标函数的讨论

基坑工程检测数据总是随基坑工程的施工在不断变化,是一种动态的响应过程.传统的目标函数

$$f = \sum (u_i - u_i^*)^2 \tag{17}$$

无法反映这一动态过程,同时也未充分利用位移测量数据,往往导致位移反分析的误差甚至使计算结果严重错误.为此,文中采用一种充分考虑施工动态过程的目标函数

$$f = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (u_{ij} - u_{ij}^*)^2 \tag{18}$$

式中  $m$  为工况数; $n$  为测点总数; $u_{ij}$  为测点  $i$  在  $j$  工况的水平位移计算值; $u_{ij}^*$  为测点  $i$  在  $j$  工况的水平位移实测值.

4 实例分析

下面以某大厦基坑工程结构为计算实例.该大厦基坑开挖深度 18 m,基坑围护结构采用深 24 m,厚 800 mm 的连续墙,另加 6 道钢筋混凝土支撑.采用顺作法施工,具体施工步骤如下:第 1 层开挖至 -1.6 m,在 -1 m 处加第 1 道支撑;第 2 层开挖至 -4.5 m 后架设第 2 道支撑;第 3 层开挖到 -8 m 时架设第 3 道支撑;第 4 层开挖到 -12 m 时安装第 4 道支撑;第 5 层开挖到 -14 m 时安装第 5 道支撑;第 6 次开挖到 -16 m 时架设第 6 道支撑;第 7 层开挖到 -18 m;最后浇注素混凝土垫层,各土层参数见表 1.

表 1 各土层参数

Tab.1 The paroment of soil layer

土层	参数				
	$K_0$	$\nu$	$\gamma/(\text{kNm}^{-3})$	$c/(\text{kNm}^{-2})$	$\varphi/(^{\circ})$
1	0.45	0.41	18	16	12.2
2	0.48	0.41	18	7	19.2
3	0.44	0.41	18	8	6.45
4	0.42	0.41	18	9	9.30
5	0.38	0.40	20	9	17.50
6	0.38	0.38	19.5	10	15

4.1 弹性支点法反演结果

在上述基坑反演计算中,由于施工步的特点,取 6 个计算工况,即上一个支撑完成到下一个开挖结

束算一个工况.每个开挖的土层的土层参数设为  $m_i$ ,则共有 7 个参数.表 2 给出了第 5,6,7 各工况  $m_i$  的反演结果.

表 2 5~7 号工况各参数  $m_i$  反演结果

Tab.2 The reverse analyses result of  $m_i$  in 5~7 step

工况	$m_1$	$m_1$	$m_1$	$m_1$	$m_1$	$m_1$	$m_1$
5	1 100	4 152	4 012	3 654	3 451	3 351	4 990
6	1 200	3 876	3 672	3 975	3 345	3 498	3 356
7	1 532	4 123	4 201	3 564	3 541	3 553	4 612

4.2 粘弹性动态增量反演结果

根据各工况量测值,通过反演得到各土层粘性指数和等效弹性模量如表 3.

表 3 粘性系数  $\eta_m$ ,等效弹性模量  $E_m$  反演结果

Tab.3 The reverse analyses result of viscous ratio  $\eta_m$ , and equivalent elastic moduli  $E_m$

土层	参数	
	$\eta_m/(\text{MPa}\cdot\text{s})$	$E_m/(\text{MPa}\cdot\text{s})$
1	2	36.5
2	2	36.5
3	2	17
4	3.1	25
5	3.1	70
6	7.25	88
7	7.25	130

根据两种方法反演得到的土的参数,分别计算挡墙垂直方向上的水平位移分布,其中 5,6,7 工况两种方法计算结果和实测结果对比图如图 2~图 4.由图可以看出,采用反分析计算是完全可行的,计算结果也是能够指导施工实践的.研究表明:

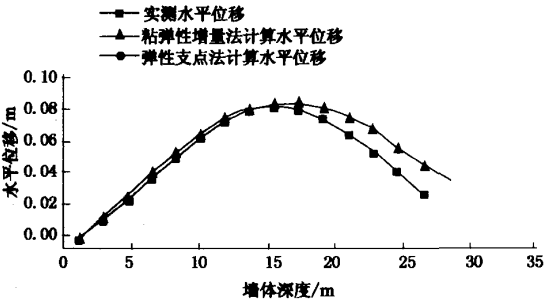


图 2 工况 5 不同计算方法位移对比图  
Fig.2 The contact of displacement by different method of the fifth step

1) 采用基坑位移反分析计算是比较合理的,能够满足工程的需要,并为工程施工做参考.

2) 反分析方法有很多种,在具体分析中需要合理选用.不同的地质环境条件和工程条件需要采用不同的方法.

分析表明,采用弹性支点法反演土层参数  $m$  在基坑开挖深度不大时能够与实测值很好的接近,但当基坑较深时则明显偏离实测值.而此时采用动态增量的粘弹性计算法得到的位移值却与实测值接近的较好.

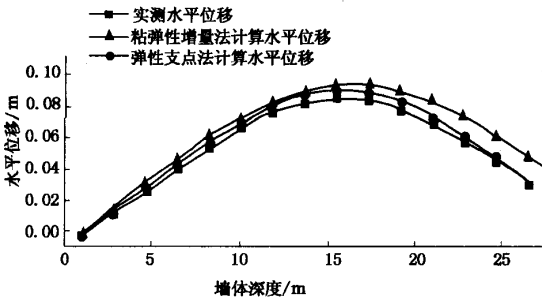


图 3 工况 6 不同计算方法位移对比图  
Fig.3 The contact of displacement by different method of the sixth step

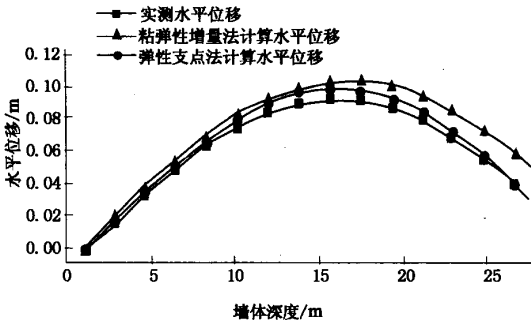


图 4 工况 7 不同计算方法位移对比图  
Fig.4 The contact of displacement by different method of the seventh step

5 结 论

本文分析了两种常用于软土基坑的反分析方法.研究发现,两种方法在使用上都有其合理性,但也各有优点.

1) 弹性支点法求土层参数  $m$  计算理论简单,容易用于实际工程,粘弹性增量法则更适于精确的分析与研究.

2) 如图 3~图 4 所示,弹性支点法反演的土层参数  $m$  在基坑较浅时与实测结果符合的很好.当基坑开挖较深时则与实测结果的偏差越来越大.

3) 对于深基坑,由于弹性增量法考虑了施工过程对反演参数的影响,所以精度更高,如图 3、图 4,所以,建议在深基坑参数反演分析中应尽量采用弹性增量法.

参考文献

[1] 雷晓燕. 工程反分析问题及应用[J]. 华东交通大学学报, 1996,9(3):1-8.

[2] LCHIKAVA Y. A generalized material parameter identification procedure in geotechnical engineering[A]. Impact of computational mechanics on engineering problems[C]. Rotterdam: Balkema,1993.

[3] KIRSTEM H A. Determination of rock mass elastic moduli by back analysis of deformation measurements[A]. Bieniamshi Exportations For Rock Engineering[C]. Rotterdam: Balkema,1976. 165-172.

[4] 李艳华. 反分析方法在基坑工程中的应用[J]. 广东水利水电, 2000,6(3):17-20.

[5] 侯学渊, 刘国彬, 黄院雄. 城市基坑工程发展的几点看法[J]. 施工技术,2000,1(1):5-7.

[6] 李立新, 石程云. 岩土工程位移反分析方法综述[J]. 沈阳建筑工程学院学报, 1996,7(3):354-358.

[7] 王旭东, 黄力平, 阮永平, 等. 基坑工程中地基土水平抗力比例系数  $m$  值的反分析[J]. 南京建筑工程学院学报, 1998,45(2):48-54.

[8] 钱家欢. 土工原理与计算[M]. 殷宗泽. 北京:中国水利水电出版社,2000.

[9] 杨林德, 朱合华. 地层三维粘弹性反演分析[J]. 岩土工程学报, 1991,13(6):12-18.

[10] 王芝银, 李云鹏. 地下工程围岩粘弹性参数反分析[J]. 水利学报, 1990(9):13-17.