

多支撑地下连续墙动态开挖过程中 m 值反分析

王强^{1,2} 刘松玉¹ 童立元¹ 李仁民¹ 方磊¹

(¹ 东南大学交通学院, 南京 210096)

(² 安徽理工大学土木建筑学院, 淮南 232001)

摘要: 为了能够准确地确定 m 值, 必须合理选择计算模型. 采用弹性地基梁法, 结合现场多支撑动态开挖的过程, 建立了有约束非线性最优化设计模型. 通过以实测与计算位移的相对残差平方和最小为目标, 首先根据实测位移建立参数反分析的目标函数, 然后采用 Matlab 有约束非线性优化技术对其进行优化, 以达到分阶段多层动态施工反分析的目的, 从而使所得的 m 值能够反映土性特征. 苏州地铁一号线深基坑工程的实际应用表明, 位移反分析方法简洁方便, 所得 m 值能够较好地反映现场实际情况, 同时可以准确地预测下一工况的位移.

关键词: 约束非线性; m 值反分析; 弹性地基梁法; 动态开挖

中图分类号: TU375.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-0505(2011)02-0352-07

Back-analysis of m value of multi-braced slurry wall in staged excavation

Wang Qiang^{1,2} Liu Songyu¹ Tong Liyuan¹ Li Renmin¹ Fang Lei¹

(¹ School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

(² School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: In order to accurately determine the m value, a reasonable calculation model must be chosen. Combining with support for dynamic multi-braced excavation process, the constrained nonlinear design model is established based on the elastic foundation beam method. Taking the minimum of relative residual sum of squares of measured and calculated displacement as the goal, the objective function of parameters of the back-analysis is established according to the measured data, and then the objective function is optimized by Matlab-constrained nonlinear optimization techniques. A multi-layer dynamic construction back-analysis method is established to enable m value to reflect soil properties. The practical engineering applications of deep pit of Suzhou subway shows that the displacement back-analysis method is simple and easy and m value obtained can well reflect the actual situation. Meanwhile, it can accurately predict the displacement of next working conditions.

Key words: constrained non-linear; back-analysis of m value; elastic foundation beam method; dynamic excavation

随着我国城市地铁和市政建设的迅速发展,车站深基坑开挖工程越来越多,开挖深度也越来越大. 为了确保施工过程中坑壁的稳定,减少基坑开挖对周围建筑物和地下设施的影响,深基坑开挖中通常采用有支撑的挡土结构体系(SMW、咬合桩、地下连续墙等),但随着开挖深度的增大,支撑数

量越多,对挡土结构的计算就越复杂.

对于岩土工程而言,土性参数的取值具有十分重要的意义,但是水平抗力系数的比例系数(m 值)是一个比较难于确定的参数,与土体的类别、物理性质、结构物水平位移、埋深、应力水平、应力状态等有关. 由于试验条件的限制,目前的地质勘

收稿日期: 2010-07-21. 作者简介: 王强(1978—),男,博士生;刘松玉(联系人),男,博士,教授,博士生导师,liusy@seu.edu.cn.

基金项目: 苏州市科技计划支撑资助项目(ZXJ0805)、安徽省高等学校省级优秀青年人才基金资助项目(2011SQRL045).

引文格式: 王强,刘松玉,童立元,等. 多支撑地下连续墙动态开挖过程中 m 值反分析[J]. 东南大学学报:自然科学版,2011,41(2):352-358. [doi:10.3969/j.issn.1001-0505.2011.02.027]

察报告中尚不能准确地提供各类土层的基床系数,某些设计手册虽给出了参考值,但是选择范围太大,设计人员无法掌握,另外对土层的物理力学指标而言,地区差异很大,因此有必要根据一个地区的实测资料对 m 值进行分析,以便为地层相近或附近地区地下连续墙的设计提供参考和依据。

过去的计算大多是采用古典的板理论,如等值梁法、山肩邦男法等^[1-2],这些分析方法虽然使用简单,但不能考虑开挖过程对支撑和结构的影响,因而,其计算结果往往是很粗略的。但是 m 值不仅与土和支撑结构有关,更与支撑情况,特别是与支撑方式和开挖过程有关^[2-4]。由于弹性地基梁法能考虑支撑结构的平衡条件和结构与土的相互作用,分析中所需参数单一并可有效考虑基坑开挖、回填过程中各种基本因素和复杂情况对支护结构内力和变形的影响,如作用在支撑结构两侧土压力、拉锚数量随开挖深度增加而变化以及锚撑预加轴力和锚撑架设前的桩墙位移对桩墙内力、变形变化的影响等优点,因此弹性地基梁法在深基坑支护结构设计时简单实用被大多数规程所推荐^[5]。

本文采用弹性地基梁法根据施工过程和支撑结构的实测水平位移,以及支撑结构的挠曲线方程,利用 Matlab 工具中的有约束非线性最优化方法来反分析出墙前被动土体的 m 值。

1 现有方法及评价

目前规范确定 m 值方法主要有 2 种^[6-7]:

1) 单桩水平荷载试验法

现有的试验是根据单桩水平荷载试验的方法,实际上是借用土木工程中计算桩水平承载力所用确定 m 值的方法,根据静载试验成果推算 m 值的公式为

$$m = \frac{\left[\frac{H_{cr}}{x_{cr}} v_x \right]^{5/3}}{b_0 (EI)^{2/3}} \quad (1)$$

式中, H_{cr} 为单桩水平临界荷载; x_{cr} 为单桩水平荷载对应位移; v_x 为桩顶位移系数; b_0 为计算宽度。

但是这一方法遇到 3 个问题:① 采用机会较少,专门为了特定基坑工程进行单桩水平静载试验的机会极少;② 采用的桩顶位移不合理,由于坑底的水平位移要比桩顶的位移一般都要大;③ 未能分层确定 m 值。

2) 经验公式计算法

当无试验或缺少当地经验时,第 i 层水平抗力

系数的比例系数 m_i 可按下列经验公式计算:

$$m_i = \frac{1}{\Delta} (0.2 \varphi_i^2 - \varphi_i + c_i) \quad (2)$$

式中, Δ 为坑底面处位移量, mm, 按地区经验取值,无经验时取 10。此法是由土性决定 m 值,把土性量化为 CU 条件下的 φ, c 标准值,减少了 m 值的随意性,但是规定“无经验时取 10”属一种误导,因为一般规程同类建议结果偏于安全,但是该建议却使结果偏于不安全,即使得预估位移小于实测位移。除此之外,一般桩侧面是正常固结土,而围护桩侧嵌入段一般为超固结土,这导致在物理力学指标相同时,较正常固结土可以提供更大的抗力,这种效应可以称为超固结效应,而在公式中未反应这一效应的影响。

由于 m 值无法用室内试验方法得到,目前工程上往往凭经验取值,具有较大的随意性;而通过位移反分析技术却可以得到符合实际的 m 值,不仅能反映开挖侧土体本身的性质,而且也是整个支撑结构体系某些未知因素的体现,所以通过位移反分析法来确定 m 值对在基坑工程中实现按变形控制设计就具有重要的现实意义。这是因为一方面在某个工程中可以利用已完成工况的位移实测信息反分析确定 m 值^[8-10],并以此来预测下一个工况的位移,实现动态优化设计;另一方面可以通过地层条件等相似的大量工程的反分析来给出这类条件下的 m 值,用以指导工程实践。

2 基坑开挖支护结构分析方法的建立

2.1 计算原理及简图

目前在开挖支护设计中应用较多的仍然是等值梁法和弹性地基梁法,其中等值梁法基于极限平衡状态理论,假定支撑结构前后受极限状态的主被动土压力作用,不能反映支撑结构的变形情况,亦即无法预先估计开挖对周围建筑物的影响,故一般仅作为支护体系内力计算的校核方法之一。基坑工程弹性地基梁法则能够考虑支撑结构的平衡条件和结构与土的变形协调,分析中所需参数单一且土的水平抗力系数的比例系数取值已积累了一定的经验,并可有效地记入基坑开挖过程中的多种因素的影响,如作用在挡墙两侧土压力的变化,支撑层数随开挖深度的增加而变化,支撑预加轴力和支撑架设前的挡墙位移对挡墙内力、变形变化的影响等。同时从支撑结构的水平位移可以初步估计开挖对邻近建筑的影响程度,因而在实际工程中已经成

为一种重要的设计方法和手段,展现了广阔的应用前景,成功地分析了多项软土地基深基坑支护工程^[11-13]。

基坑工程弹性地基梁法取单位宽度的挡墙作为竖直放置的弹性地基梁,支撑简化为与截面积、弹性模量、计算长度等有关的二力杆弹簧,基坑内侧土体视作土弹簧,外侧作用为已知的土压力和水压力,此即现行规范推荐和工程界通用的竖向平面弹性地基梁法,如图 1 所示。

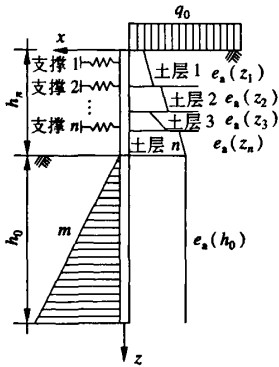


图1 弹性地基梁法计算简图

支撑为弹性体,其对围护结构的作用为与压缩(采用锚杆时为拉伸)刚度等效的弹簧模拟,当支撑处的墙体计算位移小于支撑前位移时,支撑弹簧即失效。内支撑的等效弹簧刚度为

$$K = \frac{2\alpha EA}{LS} \quad (3)$$

式中, K 为每延米墙宽的支撑弹簧刚度, $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}/\text{m}$,或支撑弹簧刚度, kN/m ; α 为与支撑松弛有关的折减系数,钢筋混凝土支撑取1.0,钢支撑取0.7~1.0; E 为支撑材料的弹性模量; A 为支撑截面积; L 为支撑长度; S 为支撑水平间距。

2.2 支护结构的挠曲线方程

开挖面以上的挠曲微分方程可表示为

$$EI \frac{d^4 x}{dz^4} = e_a(z_i) b_s \quad (4)$$

式中, $0 \leq z \leq h_n$; EI 为支护结构的抗弯刚度; $e_a(z_i)$ 为基坑外侧开挖面以上水平荷载标准值分布函数; z_i 为计算点深度; b_s 为水平荷载计算宽度,排桩取桩中心距,地下连续墙取单位宽度。开挖面以下的挠曲线微分方程为

$$EI \frac{d^4 x}{dz^4} = e_a(h_0) b_s + m(h_n - z_i) x b_0 \quad (5)$$

式中, $z \geq h_n$; $e_a(h_0)$ 为基坑外侧开挖面以下水平荷

载标准值矩形分布函数; b_0 为支护结构计算宽度,排桩方形 $b_0 = 1.5b + 0.5$ (b 为桩截面边长),圆形 $b_0 = 0.9(1.5d + 0.5)$, d 为桩截面直径,确定的计算宽度不应大于排桩中心距,地下连续墙取单位宽度。水平荷载标准值 $e_{ai,k}$ 的计算简图如图2所示。

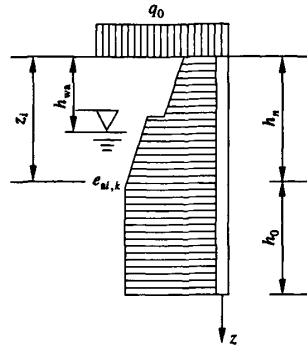


图2 水平荷载标准值计算简图

1) 碎石土及砂土

当计算点位于地下水位以上时,有

$$e_{ai,k} = (\gamma_{mi} z_i + q_0) K_{ai} \quad (6)$$

式中, γ_{mi} 为深度 z_i 以上土的加权平均天然重度; q_0 为地面超载值; K_{ai} 为第 i 层的主动土压力系数。

当计算点位于地下水位以下时,有

$$e_{ai,k} = (\gamma'_{mi} z_i + q_0) K_{ai} + [(z_i - h_{wa}) - (m_i - h_{wa}) \eta_{wa} K_{ai}] \gamma_w \quad (7)$$

式中, γ'_{mi} 为地下水面以下的加权平均浮重度; m_i 为计算参数,当 $z_i < h_0$ 时,取 z_i ,当 $z_i \geq h_0$ 时,取 h_0 ; h_w 为基坑外侧水位深度; η_{wa} 为计算系数,当 $h_{wa} \leq h_0$ 时,取1,当 $h_{wa} > h_0$ 时,取0; γ_w 为水的重度。

2) 粉土及黏性土

$$e_{ai,k} = (\gamma_{mi} z_i + q_0) K_{ai} - 2c \sqrt{K_{ai}} \quad (8)$$

由基坑变形的挠曲线方程,编制考虑基坑分步开挖和逐道设置支撑的动态反演围护结构 m 值的Matlab程序,然后可以根据给定的 m 值来计算分析围护结构的内力及变形。根据地连墙的埋置深度可以假设基坑挠曲线方程的边界条件为:①墙顶的剪力和弯矩为0,墙底端的位移和转角为0,即上端自由下端固定;②墙顶的剪力和弯矩为0,墙底的弯矩和剪力也为0,即两端都为自由端。

3 位移反分析方法

位移优化反分析的原理就是假定一系列待反分析参数的值,将其代入正分析中计算出结构在该假定参数下的结构位移 U ,再将 U 与实测结构响

应 U^* 进行比较,当两者的差值达到最小值时,则认为该假定参数值即为待求参数值。所以,从本质上来讲,优化反分析就是求解一个非线性规划的过程,最终都要归结到将一个非线性误差函数最小化的问题。所谓非线性规划问题是指如果目标函数或者约束条件中至少有一个非线性函数时的最优化问题,在弹性地基梁模型中,开挖面以下的挠曲线方程是一个非线性的,满足非线性最优化问题的条件。而非线性最优化问题的一般形式为^[14-15]

$$\min f(X) \quad (9)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} g_i(X) \geq 0 & i=1,2,\dots,m \\ h_j(X) = 0 & j=1,2,\dots,l \end{cases} \quad (10)$$

式中, $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots\}^T \in E^n$; f, g_i, h_j 为定义在 E^n 上的实值函数。

3.1 目标函数

将基坑开挖分析方法和非线性优化方法相结合,建立地基土 m 值的直接位移反分析方法。通过不断修正给定初值使现场实测值和计算值的差异达到最小,从而获得与实际情况相适应的、能综合反映土体实际工作性状的 m 值。为了使计算值从整体上尽可能与全部实测值接近,要求两者偏差的平方和最小,故目标函数可写为

$$f = \sum_{i=1}^N (u_i - u_i^*)^2 \quad (11)$$

式中, u_i 为支护结构上测点 i 的水平位移计算值; u_i^* 为支护结构上测点 i 的水平位移实测值; N 为测点总数。

3.2 有约束的非线性最优化方法

使式(11)的目标函数极小化的土层参数 m_1, m_2, \dots, m_n 即为待求参数,即 $\min f(m_1, m_2, m_3, \dots, m_n)$ 。

由于 m_1, m_2, \dots, m_n 受土层性质的影响,根据经验可以确定其变化区间,即存在如下约束条件:

$$m_{\min} \leq m_i \leq m_{\max} \quad i=1,2,\dots,n \quad (12)$$

式中, m_{\min}, m_{\max} 为 m_i 的上、下限值。

由目标函数和约束方程构成了一个有约束非线性规划问题,为避免其求解时的复杂性,在最优化求解过程中采用 Matlab 中的有约束非线性最优化规划方法进行 m 值反演,限定参数的上、下限值,这样处理可以减少优化计算时间,使反分析得到的 m 值符合实际。

3.3 位移反分析的基本步骤

位移反分析的基本步骤如下:① 根据土的类型

初步确定地基土 m 值的初值;② 由确定的 m 初值,通过弹性地基梁的方法计算某一工况下支护结构的水平位移;③ 由计算得到的水平位移和相应的实测水平位移建立目标函数;④ 选用 Matlab 中的有约束非线性最优化方法,通过迭代逐次改进 m 值,求目标函数的极小值,当 2 次最小值的差值小于 10^{-7} 时结束,此时所求出的 m 值即为反分析优化结果。

m 值反分析计算流程图如图 3 所示,其中正分析计算程序是指根据输入的 m 值来计算该 m 值时挡墙的水平位移; m 初始值和 m 输出值是指开挖面以下各层土的 m 值。

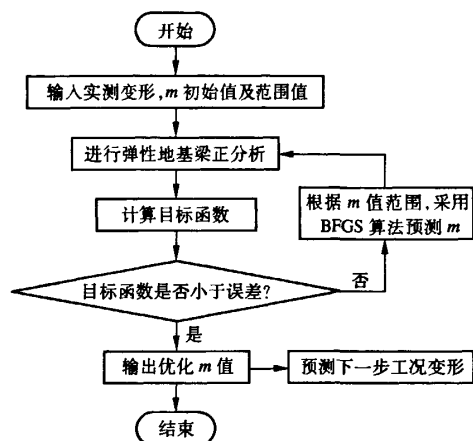


图3 某工况下 m 值反分析计算流程图

根据上述计算原理,利用 Matlab 的有约束非线性最优化规划方法编制分步开挖和逐道设置支撑的动态设计反分析程序,可以根据实测位移有效地反演基坑工程各土层的 m 优化值,并预测下一工况支护结构的位移性状。

4 工程实例

4.1 工程概况

苏州轨道交通一号线仓街站位于苏州市干将东路,苏州大学大门的北侧。车站设计中心里程桩号右 CK14 + 033.000,为地下二层岛式结构,车站结构顶板标高约为 0.00 m(1985 国家高程基准)、车站结构底板标高约为 -11.29 m、有效站台中心轨顶标高为 -10.033 m,主体长约 122 m,宽约 20 m。采用明挖施工,地连墙结构围护体系,本工程重要性等级为一级,中等复杂地基,抗震设防类别为乙级。

工程场地第四系土层深厚、层位不够稳定;水系发育,地下水丰富,存在潜水和微承压水;软弱土

层(黏土层、饱水粉细砂层)广泛分布.地基土各层物理力学性质指标如表 1 所示.

表 1 基坑土体物理参数

土体号及名称	厚度/m	重度/(kN·m ⁻³)	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)	含水率/%	液性指数 I_L
① ₁ 素填土	0.7	18.0	6.0	12.0		
① ₂ 素填土	1.7	19.0	12.0	12.0		
③ ₁ 粉质黏土	2.2	19.7	35.0	15.6	26.5	0.35
③ ₂ 粉质黏土	2.8	19.3	15.0	16.5	28.9	0.77
④ ₁ 粉质黏土	2.2	19.2	9.0	18.5	30.0	1.03
④ ₁ 粉土	1.6	18.9	9.2	25.6	30.7	0.95
④ ₂ 粉砂、粉土	6.6	19.0	8.4	27.5	29.9	0.86
⑤粉质黏土	5.3	19.0	9.0	17.5	31.2	1.01
⑥ ₁ 粉质黏土	5.8	20.2	36.6	16.5	22.7	0.21

4.2 工程围护结构及开挖情况

车站主体结构采用 800 mm 的地下连续墙结构,首道支撑采用 800 mm×800 mm 的钢筋混凝土支撑,第 2~4 道采用 $\phi 609$ mm($t=16$ mm)钢支撑.地连墙深度为 28 m. CX3 测点的开挖情况如下:①开挖 1.5 m,并在 1.0 m 处加第 1 道钢筋混凝土支撑(工况 1);②开挖至 5.9 m,并在 5.4 m 处加第 2 道钢支撑并施加 720 kN 的预加轴力(工况 2);③开挖至 9.5 m,并在 9.0 m 处加第 3 道钢支撑并施加 800 kN 的预加轴力(工况 3);④开挖至 12.7 m,并在 12.2 m 处加第 4 道钢支撑并施加 720 kN 的预加轴力(工况 4);⑤开挖至 15.27 m(工况 5).

对于砂土采用水土分算模式来计算支护结构的土体压力,对于粉土和黏性土采用水土合算的模式来计算支护结构的土体压力,地面超载为 20 kPa,基坑开挖面以下主动区土体压力为矩形分布.第 1~4 道支撑的刚度由式(3)确定,混凝土支撑 $\alpha=1.0$,钢支撑 $\alpha=0.8$, $L=18.7$ m,钢筋混凝土水平支撑间距为 $S=6$ m,钢支撑的水平间距为 $S=3$ m,刚度分别为 342.246, 174.28, 174.28, 174.28 MPa.根据地连墙的埋置深度,本文分别对挠曲线方程的 2 种假设边界条件进行验证,结果表明:2 种边界条件基本没有差别,即可以看成下端固定,也可以看成下端自由.

4.3 优化结果分析

本文采用 Matlab 中有约束的非线性最优化设计方法对工况 3、工况 4、工况 5 中的④₂粉砂、粉土、⑤粉质黏土、⑥₁粉质黏土等三层土的 m 值进行了反演,根据式(6)进行了优化设计,其 m 值的范围是根据上海地区设计经验,一般黏性土为 1.000~10.000 MN/m⁴(见表 2).根据表 3 中 m 值的初始值,计算地连墙 CX3 的各深度处的水平位移值(见图 4),然后根据实测水平位移值与此時計

算的水平位移值建立目标函数,按照有约束非线性最优化规划的方法进行优化,当相邻 2 次的 f 值小于 10^{-7} 时程序终止,此时的 m 值就是待求的 m 值;当相邻 2 次的 f 值大于 10^{-7} 时程序重新赋予 m 值,如此进行下去(见图 3).在用 Matlab 有约束非线性最优化规划时,初值不影响反演结果.为了反演更加接近苏州地质情况,可以把 m 的取值范围适当扩大.根据有约束非线性最优化方法进行反演 m 值.目标函数在以上各工况中取得的最小值分别为 $f_3=5.8349$,迭代次数 259 次; $f_4=3.6283$,迭代次数 83 次; $f_5=17.2237$,迭代次数为 74 次.由于 CX3 中有 56 个测点,所以目标函数的最小值能够满足要求.

表 2 上海地区 m 参考值^[1] MN/m⁴

地基分类	m
$I_L \geq 1$ 的黏性土、淤泥	1.000~2.000
$1.0 > I_L \geq 0.5$ 的黏性土、粉砂、松散砂	2.000~4.000
$0.5 > I_L \geq 0$ 的黏性土、细砂、中砂	4.000~6.000
坚硬的黏土、粉质黏土、砂质粉土、粗砂	6.000~10.000

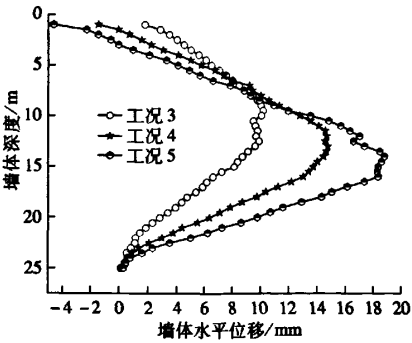


图 4 地连墙 CX3 点的实测水平位移

由表 3 和图 5 可知,优化的效果很好,同时可以用工况 3 优化所得的 m 值来预测工况 4 的水平位移值(见图 6).

在工况 4 的条件下,预测值最大的误差为 12.4%,可以满足要求.

表 3 地基土 m 值反演优化值 MN/m^4

土层	工况 3	工况 4	工况 5	优化范围
④ _{1s} 粉质黏土	3.000			1.000 ~ 3.000
④ ₁ 粉土	3.000			1.000 ~ 3.000
④ ₂ 粉砂、粉土	3.351	1.671	1.000	1.000 ~ 4.000
⑤ 粉质黏土	1.502	2.490	1.646	1.000 ~ 3.000
⑥ ₁ 粉质黏土	12.000	12.000	12.000	6.000 ~ 12.000

注: m 值初值为 1.000 MN/m^4 .

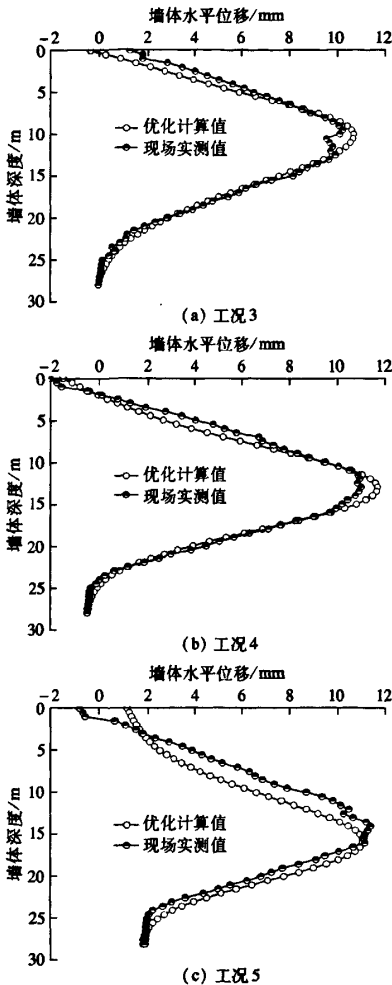


图 5 优化计算值与现场实测值比较曲线

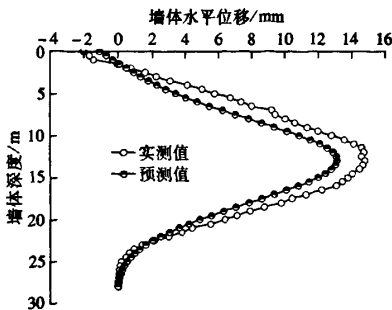


图 6 工况 4 的实测值与预测值比较曲线

实际工程中根据《建筑基坑支护技术规程》(JGJ 120—99)中的经验公式计算得到 m 值,即④₂ 层粉质黏土 13.220 MN/m^4 ,⑤层粉质黏土 5.275 MN/m^4 ,⑥₁ 层粉质黏土 7.455 MN/m^4 ,这与反分析出来的各层 m 值有较大区别,如④₂ 层粉质黏土层的 m 值比反算出来的要大很多. 这样会带来安全隐患,即实际的侧向位移会比 10 mm 大很多,而⑥₁ 层粉质黏土的 m 值要比反算的稍小一点,这也说明设计较为安全.

5 结论

- 1) 采用位移反分析的方法来计算 m 值是一种较简便的方法,更为符合实际情况,比查表法和经验法更为精确.但同时位移反分析法是建立在准确的现场实测数据基础之上的,所以详细、准确的检测数据是必不可少的.
- 2) 利用动态开挖的方法对各个工况下的 m 值进行了反演,从反演的结果看出:苏州地区④₂ 层粉质黏土为 $1.000 \sim 3.351 \text{ MN/m}^4$,⑤层粉质黏土为 $1.502 \sim 2.490 \text{ MN/m}^4$,⑥₁ 层粉质黏土为 12.000 MN/m^4 ,随着开挖的进行各土层的 m 值逐渐减小.
- 3) 利用深基坑支护开挖过程中所获工况的监测信息,通过有约束非线性最优化方法来反分析 m 值,从反分析得到的 m 值可以来预测下一工况的挡土墙水平变形量、内力及支撑力.通过分析预测指导施工,通过施工信息反馈修改设计,使设计及施工逼近实际.
- 4) 通过运用实测数据进行位移反分析所求得的计算参数 m 值,来预测的支护结构位移和实测位移是一致的,说明该方法在深基坑开挖和预测方面的应用是合理可行的.

参考文献 (References)

[1] 刘建航,侯学渊. 基坑工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社,1997.

[2] 肖宏彬,王永和,王星华. 多支撑挡土结构考虑开挖过程的有限元分析方法[J]. 岩土工程学报,2004,26(1):47-51

Xiao Hongbin, Wang Yonghe, Wang Xinghua. Finite element analysis of multi-braced retaining structures with consideration of the effect of staged excavation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(1):47-51. (in Chinese)

[3] 罗战友,刘薇,夏建中. 基坑内土体加固对围护结构变形的影响分析[J]. 岩土工程学报,2006,28(增刊):

- 1538 - 1540.
- Luo Zhanyou, Liu Wei, Xia Jianzhong. Effect of improvement soils on lateral deformation of foundation pits [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, 28(sup): 1538 - 1540. (in Chinese)
- [4] 杨敏,熊巨华,冯又全. 基坑工程中的位移反分析技术与应用[J]. 工业建筑,1998,28(9):1-6.
Yang Min, Xiong Juhua, Feng Youquan. Study on back-analysis for deep excavation [J]. *Industrial Construction*, 1998, 28(9): 1 - 6. (in Chinese)
- [5] 建设部标准定额研究所. GJ120—99 建筑基坑支护技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社,1999.
- [6] 杨有海,武进广. 杭州地铁秋涛路车站深基坑支护结构性状分析[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(增刊):3386-3392.
Yang Youhai, Wu Jinguang. Analysis of retaining structures for deep foundation pit of Qiu Tao Road station in Hang Zhou metro [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(sup): 3386 - 3392. (in Chinese)
- [7] 王旭东,黄力平,阮永平,等. 基坑工程中地土水平抗力比例系数 m 值的反分析[J]. 南京建筑工程学院学报,1998,45(2):48-54.
Wang Xudong, Huang Liping, Ruan Yongping, et al. Back-analysis m value of sub grade reaction in excavation [J]. *Journal of Nanjing Architectural and Civil Engineering Institute*, 1998, 45(2): 48 - 54. (in Chinese)
- [8] 张强勇. 弹性地基梁杆系有限元法在深大基坑工程支护设计中的应用[J]. 建筑学报,2005,26(3):114-118.
Zhang Qiangyong. Application of bar system FEM for beam on elastic foundation in supporting design for a deep and large foundation pit engineering [J]. *Journal of Building Structures*, 2005, 26(3): 114 - 118. (in Chinese)
- [9] 崔奕,姜忻良,鲍鹏. 变基床系数弹性地基梁解法及其应用[J]. 岩土力学,2003,24(4):565-567.
Cui Yi, Jiang Xinliang, Bao Peng. Computing method of elastic foundation beam with variable bedding value and its application [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, 24(4): 565 - 567. (in Chinese)
- [10] 谭新,丁万涛. Runge-Kutta 法求解弹性地基梁的数值方法及其在基坑施工分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报,2003,22(增刊):2328-2332.
Tan Xin, Ding Wantao. Numerical analysis on beams on elastic foundation by Runge-Kutta method and its application to pit construction [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(sup): 2328 - 2332. (in Chinese)
- [11] 陈灿寿,张尚根,余有山. 深基坑支护结构变形计算[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(12):2065-2068.
Chen Canshou, Zhang Shanggen, Yu Youshan. Prediction of retaining structure displacement in foundation pit [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(12): 2065 - 2068. (in Chinese)
- [12] 焦远俊,邵化用,秦建设. 位移反分析法在基坑开挖分析中的应用[J]. 建筑施工,2005,27(2):15-17.
Jiao Yuanjun, Shao Huayong, Qin Jianshe. Application of reverse analysis method for displacement to foundation pit excavation analysis [J]. *Building Construction*, 2005, 27(2): 15 - 17. (in Chinese)
- [13] 杨林德,仇圣华,杨志锡. 基坑围护位移量及其稳定性预测[J]. 岩土力学,2001,22(3):267-270.
Yang Linde, Qiu Shenghua, Yang Zhixi. Prediction on displacement and stability of frame bracing structure of foundation pit [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2001, 22(3): 267 - 270. (in Chinese)
- [14] 龚纯,王正林. 精通 MATLAB 最优化计算[M]. 北京:电子工业出版社,2009.
- [15] 薛定宇,陈阳泉. 高等应用数学问题的 MATLAB 求解[M]. 北京:清华大学出版社,2004.