Mapping

February 17, 2025

We are using a for most of the elements, where the superscript in parentheses is r, the horizontal index of the block M_{1r} . For each block M_{1r} , every element on the block diagonal $(1,1),(2,2),\ldots,(i,i),\ldots,(n-r,n-r)$ has the subscript i, so any such element, and its occurrences in any other place in the matrix, are $a_i^{(r)}$. In addition, we have

- $a_0^{(r)}$, the element in the location (r,1) of each block.
- a', the element in the location (1,2) of the block $M_{1,n-2}$.
- a'', the element in the location (n-1,1) of the block $M_{1,n-2}$.

For the block $M_{1,n-1}$, we will use $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$.

The mapping between our notations and the notations of Berman are

- $a_{11} \to a_1^{(2)}$
- $a_{22} \to a_2^{(2)}$
- $a_{33} \to a_3^{(2)}$
- $b_{11} \to a_1^{(3)}$
- $b_{12} \rightarrow a'$
- $b_{22} \to a_2^{(3)}$
- $b_{31} \to a_0^{(3)}$
- $b_{41} \rightarrow a''$
- $c_1 \to a' a_0^{(2)} + b_1$
- $c_2 \rightarrow a_2^{(3)} a_0^{(2)} + b_2$
- $c_3 \rightarrow a_0^{(3)} a_3^{(2)} + b_3$
- $c_4 \to a'' a_3^{(2)} + b_4$

$$N_{2,0}N_{2,2}N_{2,1}N_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & a_0^{(2)} & a_2^{(2)} & 0 & a_0^{(2)}a_2^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_1^{(2)} & a_3^{(2)} & & -a_1^{(2)}a_3^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_2^{(2)} & & a_1^{(2)}a_2^{(2)} \\ & & 1 & 0 & 0 & a_2^{(2)} & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 & a_0^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(2)}a_3^{(2)} \\ & & 0 & 0 & 1 & 0 & -a_1^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 0 & 1 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$N_3'N_{2,0}N_{2,2}N_{2,1}N_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1^{(2)} & 0 & 0 & a_2^{(2)} & 0 & a_0^{(2)}a_2^{(2)} & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & a_0^{(2)} & a_2^{(2)} & 0 & a_0^{(2)}a_2^{(2)} & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_1^{(2)} & a_3^{(2)} & & -a_1^{(2)}a_3^{(2)} & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_2^{(2)} & & a_1^{(2)}a_2^{(2)} & \\ & & 1 & 0 & 0 & a_2^{(2)} & 0 & \\ & & 0 & 1 & 0 & a_0^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(2)}a_3^{(2)} & \\ & & & 0 & 0 & 1 & 0 & -a_1^{(2)} & \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} & \\ & & & & 0 & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ & & & & 1 & a_0^{(2)} & \\ &$$

$$N_3''N_3'N_{2,0}N_{2,2}N_{2,1}N_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1^{(2)} & 0 & 0 & & a' & a'a_0^{(2)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & a_0^{(2)} & a_2^{(2)} & 0 & a_0^{(2)}a_2^{(2)} & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_1^{(2)} & a_3^{(2)} & & -a_1^{(2)}a_3^{(2)} & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_2^{(2)} & a'' & a_1^{(2)}a_2^{(2)} & a''a_3^{(2)} \\ & & 1 & 0 & 0 & a_2^{(2)} & 0 & & \\ & & 0 & 1 & 0 & a_0^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(2)}a_3^{(2)} \\ & & & 0 & 0 & 1 & 0 & -a_1^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 0 & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\$$

$$N_{3,2}N_3''N_3'N_{2,0}N_{2,2}N_{2,1}N_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1^{(2)} & 0 & 0 & a_1^{(2)} & 0 & a_2^{(2)} & 0 & a_0^{(2)}a_2^{(2)} & a_2^{(3)} & a_2^{(3)}a_2^{(2)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & a_0^{(2)} & a_2^{(2)} & 0 & a_0^{(2)}a_2^{(2)} & a_2^{(3)} & a_2^{(3)}a_0^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_1^{(2)} & a_3^{(2)} & & -a_1^{(2)}a_3^{(2)} & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_2^{(2)} & a'' & a_1^{(2)}a_2^{(2)} & a''a_3^{(2)} \\ & & 1 & 0 & 0 & a_2^{(2)} & 0 & a_2^{(3)} \\ & & 0 & 1 & 0 & a_0^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(2)}a_3^{(2)} \\ & & & 0 & 1 & 0 & -a_1^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & & 1 & 0 & 1 & a_0^{(2)} \\ & & & & & 1 & 1 & 0 \\ \end{bmatrix}$$

$$N_{3,2}N_3''N_3'N_{2,0}N_{2,2}N_{2,1}N_{2,3}N_{3,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1^{(2)} & 0 & 0 & a_1^{(3)} & a' & a'a_0^{(2)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & a_0^{(2)} & a_2^{(2)} & 0 & a_0^{(2)}a_2^{(2)} & a_2^{(3)} & a_2^{(3)}a_0^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_1^{(2)} & a_3^{(2)} & & -a_1^{(2)}a_3^{(2)} & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -a_2^{(2)} & a'' & a_1^{(2)}a_2^{(2)} - a_1^{(3)} & a''a_3^{(2)} \\ & & 1 & 0 & 0 & a_2^{(2)} & 0 & a_2^{(2)} \\ & & 0 & 1 & 0 & a_0^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(2)}a_0^{(2)} \\ & & 0 & 0 & 1 & 0 & -a_1^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & a_3^{(2)} \\ & & & & 1 & 0 & 1 \\ & & & & 1 & 0 \\ & & & & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$N_{3,0}N_{3,2}N_3^{\prime\prime}N_3^{\prime\prime}N_{2,0}N_{2,2}N_{2,1}N_{2,3}N_{3,1} =$

1	0	0	0	$a_1^{(2)}$	0	0	$a_1^{(3)}$	a'	$a'a_0^{(2)}$	
0	1	0	0	$a_1^{(2)}$ $a_0^{(2)}$	$a_2^{(2)}$	0	$a_0^{(2)}a_2^{(2)}$	$a_2^{(3)}$	(2) (2)	
0	0	1	0	0	$-a_1^{(2)}$	$a_3^{(2)}$	$a_0^{(3)}$	(2) (2)	$\begin{bmatrix} a_2^{(3)} a_0^{(2)} \\ a_0^{(3)} a_3^{(2)} \\ a_0'' a_1^{(2)} \end{bmatrix}$	
0	0	0	1	0	0	$-a_2^{(2)}$	$a^{\prime\prime}$	$-a_1^{(2)}a_3^{(2)} a_1^{(2)}a_2^{(2)} - a_1^{(3)}$	u u_3 1	
				1	0	0	$a_2^{(2)}$	0	$a_2^{(3)}$	
				0	1	0	$a_2^{(2)} \\ a_0^{(2)}$	$a_3^{(2)}$	(2) (2)	
				0	0	1	0	$-a_1^{(2)}$	$\begin{bmatrix} a_0^{(2)} a_3^{(2)} \\ a_0^{(3)} \end{bmatrix}$	
							1	0		
							0	1	$\begin{bmatrix} a_3^{(2)} \\ a_0^{(2)} \end{bmatrix}$	
									1	

$N_{3,0}N_{3,2}N_3^{\prime\prime}N_3^{\prime\prime}N_{2,0}N_{2,2}N_{2,1}N_{2,3}N_{3,1}N_4 =$

[1	0	0	0	$a_1^{(2)}$	0	0	$a_1^{(3)}$	a'	$a'a_0^{(2)} + b_1$
0	1	0	0	$a_1^{(2)} \\ a_0^{(2)}$	$a_2^{(2)}$	0	$a_0^{(2)}a_2^{(2)}$	$a_{2}^{(3)}$ $-a_{1}^{(2)}a_{3}^{(2)}$	(9) (9) 1
0	0	1	0	0	$-a_1^{(2)}$	$a_3^{(2)}$	(2)	$-a_1^{(2)}a_3^{(2)}$	$u_0 u_0 \pm u_{31}$
0	0	0	1	0	0	$-a_2^{(2)}$	$a^{\prime\prime}$	$-a_1^{(2)}a_3^{(2)} a_1^{(2)}a_2^{(2)} - a_1^{(3)}$	$a''a_3^{(2)} + b_4$
				1	0	0	$a_2^{(2)}$	0	$a_2^{(3)}$
				0	1	0	$a_0^{(2)}$	$a_{3}^{(2)}$	$a_0^{(2)}a_3^{(2)}$
				0	0	1	0	$-a_1^{(2)}$	$\begin{bmatrix} a_0^{(3)} \\ a_0^{(2)} \\ a_3^{(2)} \\ a_0^{(2)} \end{bmatrix}$
							1	0	$a_3^{(2)}$
							0	1	$a_0^{(2)}$
L									1