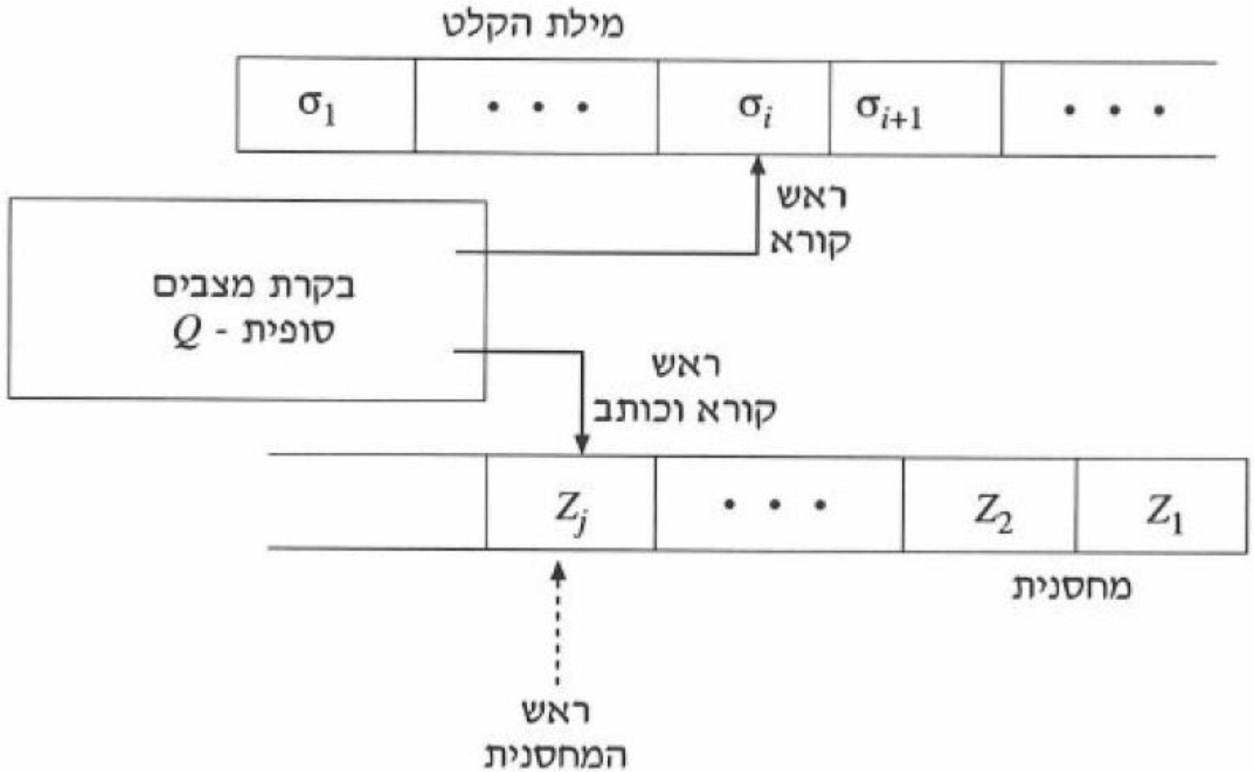
אוטומט מחסנית

אוטומטים ושפות פורמאליות

תיאור גרפי של אוטומט-מחסנית



דוגמה

אוטומט-מחסנית המקבל את $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

הקלט			
b	a	המצב	ראש המחסנית
"היתקעות"	כתוב A (במקום $\dashv$) בראש המחסנית ; הישאר ב- q_0 .	q_0	$\dashv$
מחק A מראש המחסנית ; עבור ל- q_1 .	כתוב A נוסף בראש המחסנית ; הישאר ב- q_0 .	q_0	A
מחק A מראש המחסנית ; הישאר ב- q_1 .	"היתקעות"	q_1	A

	הפעולה שתתבצע	יתרת הקלט	תוכן המחסנית	המצב
(1	קריאת a וספירתו	$aabb$	$\dashv$	q_0
(2	קריאת a וספירתו	abb	A	q_0
(3	קריאת b ומעבר למצב השוואה	bb	AA	q_0
(4	קריאת b והשוואה	b	A	q_1
(5		ε	ε	q_1

קבלה : המחסנית התרוקנה עם סיום הקלט.

	הפעולה שתתבצע	יתרת הקלט	תוכן המחסנית	המצב
(1	קריאת a וספירתו	abb	$\dashv$	q_0
(2	השוואת b	bb	A	q_0
(3		b	ε	q_1

דחייה : המחסנית התרוקנה לפני סיום הקלט.

	הפעולה שתתבצע	יתרת הקלט	תוכן המחסנית	המצב
(1	קריאת a וספירתו	aab	$\dashv$	q_0
(2	קריאת a וספירתו	ab	A	q_0
(3	השוואת b	b	AA	q_0
(4		ε	A	q_1

דחייה : הקלט נגמר עם מחסנית לא-ריקה.

	הפעולה שתתבצע	יתרת הקלט	תוכן המחסנית	המצב
(1	קריאת a וספירתו	$aaba$	$\dashv$	q_0
(2	קריאת a וספירתו	aba	A	q_0
(3	קריאת b ומעבר למצב השוואה	ba	AA	q_0
(4		a	A	q_1

דחייה : האוטומט "נתקע" ואינו יכול להמשיך בקריאת הקלט.

ראש המחסנית	המצב	הקלט a	הקלט b
$\dashv$	q_0	כתוב A (במקום $\dashv$) בראש המחסנית ; הישאר ב- q_0 .	"היתקעות"
A	q_0	כתוב A נוסף בראש המחסנית ; הישאר ב- q_0 .	מחק A מראש המחסנית ; עבור ל- q_1 .
A	q_1	"היתקעות"	מחק A מראש המחסנית ; הישאר ב- q_1 .

אוטומט מחסנית – הגדרה פורמאלית

אוטומט-מחסנית M נתון על-ידי $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \dashv, F)$, כאשר

Q – קבוצה סופית לא ריקה של מצבים.

Σ – א״ב הקלט.

Γ – א״ב המחסנית.

$q_0 \in Q$ – המצב ההתחלתי.

$\dashv \in \Gamma$ – האות ההתחלתית במחסנית.

$F \subseteq Q$ – קבוצת המצבים המקבלים.

δ – פונקציית המעברים $\delta:\ Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma^*}$

הערה: Σ ו- Γ הנן קבוצות סופיות ולא ריקות מעצם הגדרתן כ-א״ב.

פונקציית מעברים

אנו נפרש את δ באופן הזה:

אם $\delta(q, \sigma, Z) = \{(q_1, \alpha_1), \ldots, (q_k, \alpha_k)\}$ עבור $q \in Q$, $\sigma \in \Sigma$, $Z \in \Gamma$, $q_1, \ldots, q_k \in Q$, $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \Gamma^*$, $1 \le k$, אז נאמר כי כאשר האוטומט M נמצא במצב q, קורא את אות הקלט σ ו"רואה" את Z בראש המחסנית, הוא באופן לא דטרמיניסטי, עבור j כלשהו בין 1 ל- k, עובר למצב q_j ומחליף את ראש המחסנית Z במילה α_j.

$$\delta(q, \varepsilon, Z) = \{(q_1, \alpha_1), \ldots, (q_k, \alpha_k)\}$$

הערה: ייתכן כי δ תהיה מוגדרת גם עבור (q, σ, Z) וגם עבור (q, ε, Z), וגם זה יוצר אי-דטרמיניזם. האוטומט יכול "להחליט" אם לקרוא את אות הקלט הבאה במעבר הבא או לבצע מסע-ε.

כתיבה למחסנית - מקרים

1. $\delta(q, \sigma, Z) \ni (q', \varepsilon)$ – כתיבת ε (במקום ראש המחסנית הנוכחי Z) פירושה **מחיקה** (של ראש המחסנית).
2. $\delta(q, \sigma, Z) \ni (q', Z)$ – כתיבת Z "במקום" Z פירושה אי-שינוי תוכן המחסנית.
3. $\delta(q, \sigma, Z) \ni (q', \alpha Z)$, $\alpha \neq \varepsilon$ – פירושה הוספת α למחסנית מעל Z. באופן פורמלי Z נמחק ונכתב שוב. אם $\alpha = Z_1 Z_2 \ldots Z_k$, אז ראש המחסנית יהיה Z_1, מתחתיו Z_2, וכן הלאה עד Z_k ומתחתיו Z.
4. $\delta(q, \sigma, Z) \ni (q', \alpha Z')$, $Z' \neq Z$ – המרת Z במילה $\alpha Z'$ (שים לב למקרה הפרטי $\alpha = \varepsilon$).

סימונים

בדרך-כלל נציין מילות מחסנית ב- α, β, γ :

אותיות מחסנית ב- X, Y, Z ;

מילות קלט ב- x, y, z, w ;

ואותיות קלט ב- a, b, c, σ .

דוגמה 1

אוטומט-מחסנית המקבל את $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

$\Gamma = \{\dashv, A\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$

$F = \phi$

$\delta(q_0, a, \dashv) = \{(q_0, A)\}$

$\delta(q_0, a, A) = \{(q_0, AA)\}$

$\delta(q_0, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$

$\delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$

הגדרות

עבור אוטומט-מחסנית M כנזכר לעיל תיאור רגעי (ID) הוא שלשה (q, w, γ) באופן ש-

$q \in Q$ – המצב הנוכחי

$w \in \Sigma^*$ – יתרת הקלט

$\gamma \in \Gamma^*$ – תוכן המחסנית.

למשל בדוגמה **1** , אם מילת הקלט היא $aabb$, המצב הרגעי של אוטומט-המחסנית אחרי ביצוע שני מעברים הוא (q_0, AA, bb).

הגדרות

עבור אוטומט-מחסנית M כנזכר לעיל נאמר כי $\mathrm{ID}_2 = (p, w, \beta\alpha)$ הוא **עוקב** ל- $\mathrm{ID}_1 = (q, aw, Z\alpha)$, אם ורק אם $(p, \beta) \in \delta(q, a, Z)$. ($a \in \Sigma$ או $a = \varepsilon$.)

נסמן יחס זה ב- $(q, aw, Z\alpha) \underset{M}{\vdash} (p, w, \beta\alpha)$.

נסמן ב- $\underset{M}{\vdash}^{*}$ את הסגור הרפלקסיבי-טרנזיטיבי של $\underset{M}{\vdash}$. כלומר,

$$(q, w, \alpha) \underset{M}{\vdash}^{*} (p, x, \beta)$$

השפה של אוטומט מחסנית

השפה המתקבלת על-ידי אוטומט-מחסנית

יהי $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \dashv, F)$ אוטומט-מחסנית.

א. **השפה המתקבלת על-ידי הגעה למצב מקבל**, שנסמנה ב- $L_f(M)$, היא

$$L_f(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists p \in F,\ \gamma \in \Gamma^*, (q_0, w, \dashv) \underset{M}{\vdash^*} (p, \varepsilon, \gamma)\}$$

ב. **השפה המתקבלת על-ידי ריקון המחסנית**, שנסמנה ב- $L_e(M)$, היא

$$L_e(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists p \in Q, (q_0, w, \dashv) \underset{M}{\vdash^*} (p, \varepsilon, \varepsilon)\}$$

הגדרה

אוטומט $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \dashv, F)$ ייקרא דטרמיניסטי, אם ורק אם מתקיימים שני התנאים האלה:

1. לכל $q \in Q$, $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ ו- $Z \in \Gamma$

$$| \, \delta(q, a, Z) \, | \leq 1$$

2. לכל $q \in Q$ ו- $Z \in \Gamma$
   אם $\delta(q, \varepsilon, Z) \neq \phi$
   אז לכל $\sigma \in \Sigma$, $\delta(q, \sigma, Z) = \phi$.

אוטומט מחסנית ל-"שפה ראי מסומנת"

$$\Sigma = \{a, b, c\} \quad L_{mp} = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

$$M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b, c\}, \{\dashv, A, B), \delta, q_0, \dashv, \phi)$$

העתקת האות הראשונה למחסנית :

$$\delta(q_0, a, \dashv) = (q_0, A)$$
$$\delta(q_0, b, \dashv) = (q_0, B)$$

העתקת אות נוספת למחסנית :

$$\delta(q_0, a, A) = (q_0, AA)$$
$$\delta(q_0, b, A) = (q_0, BA)$$
$$\delta(q_0, a, B) = (q_0, AB)$$
$$\delta(q_0, b, B) = (q_0, BB)$$

החלפת מצב אחרי קריאת w , $w \neq \varepsilon$:

$$\delta(q_0, c, A) = (q_1, A)$$
$$\delta(q_0, c, B) = (q_1, B)$$

החלפת מצב במקרה $w = \varepsilon$:

$$\delta(q_0, c, \dashv) = (q_1, \varepsilon)$$

התאמת a ל- A ומחיקה :

$$\delta(q_1, a, A) = (q_1, \varepsilon)$$

התאמת b ל- B ומחיקה :

$$\delta(q_1, b, B) = (q_1, \varepsilon)$$

אוטומט מחסנית ל-"שפה ראי מסומנת"

$$
\begin{aligned}
(q_0, baacaab, \dashv) \;&\vdash (q_0, aacaab, B)\\
&\vdash (q_0, acaab, AB)\\
&\vdash (q_0, caab, AAB)\\
&\vdash (q_1, aab, AAB)\\
&\vdash (q_1, ab, AB)\\
&\vdash (q_1, b, B)\\
&\vdash (q_1, \varepsilon, \varepsilon)
\end{aligned}
$$

אוטומט מחסנית ל-"שפה ראי בלתי מסומנת"

$$\Sigma = \{a, b\} \qquad L_{nmp} = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$$

$$M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{\dashv, A, B\}, \delta, q_0, \dashv, \phi)$$

העתקת אות ראשונה למחסנית:

$$\delta(q_0, a, \dashv) = \{(q_0, A)\}$$
$$\delta(q_0, b, \dashv) = \{(q_0, B)\}$$

בחירה בין העתקה להשוואה:

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_0, AA), (q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_0, b, B) = \{(q_0, BB), (q_1, \varepsilon)\}$$

העתקה:

$$\delta(q_0, b, A) = \{(q_0, BA)\}$$
$$\delta(q_0, a, B) = \{(q_0, AB)\}$$

השוואה ומחיקה:

$$\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_1, b, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

ניחוש ש- $w = \varepsilon$, וקבלה:

$$\delta(q_0, \varepsilon, \dashv) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

אוטומט מחסנית ל-"שפה ראי בלתי מסומנת"

$$
\begin{tikzcd}
(q_0, abba, \dashv) \arrow[r, "\text{ניחוש}", "w=\varepsilon \text{ -ש}"'] \arrow[d] & (q_1, abba, \varepsilon) \; \text{דחייה} & \\
(q_0, bba, A) \arrow[d] & & \\
(q_0, ba, BA) \arrow[r, "\text{ניחוש}", "\text{נכון}"'] \arrow[d, "\text{״החטאת״ האמצע}"] & (q_1, a, A) \arrow[r] & (q_1, \varepsilon, \varepsilon) \; \text{קבלה} \\
(q_0, a, BBA) \arrow[d] & & \\
(q_0, \varepsilon, ABBA) \; \text{דחייה} & &
\end{tikzcd}
$$

אוטומט מחסנית ל-"שפת סוגריים מאוזנים"

מילה של סוגריים מאוזנים היא למשל מהצורה [][[[]][]]. במילה כזו לכל סוגר שמאלי,], יש סוגר ימני, [, "המתאים לו".
נחליט שגם המילה ε בשפה.

$$M = (\{q_0\}, \{[,]\}, \{\dashv, X\}, \delta, q_0, \dashv, \phi)$$

כש- δ מוגדרת באופן הזה:

המונה מאותחל ל- 1 בקריאת] ראשון:

$$\delta(q_0, [, \dashv) = (q_0, X\dashv)$$

המונה עולה ב- 1 בקריאת] נוסף:

$$\delta(q_0, [, X) = (q_0, XX)$$

המונה יורד ב- 1 בקריאת [:

$$\delta(q_0,], X) = (q_0, \varepsilon)$$

"ניחוש" שמילת הקלט נסתיימה:

$$\delta(q_0, \varepsilon, \dashv) = (q_0, \varepsilon)$$

אוטומט מחסנית עם מצבים מקבלים

$$\Sigma = \{a, b, c\} \quad L = \{wcw' \mid w \in \{a, b\}^+,\ w' \in \{a, b\}^*,\ w' \neq w^R\}$$

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \{A, B, \dashv\}, \delta, q_0, \dashv, \{q_2, q_3\})$$

העתקת האות הראשונה:

$$\delta(q_0, a, \dashv) = (q_0, A\dashv)$$
$$\delta(q_0, b, \dashv) = (q_0, B\dashv)$$

העתקת אות נוספת:

$$\delta(q_0, a, A) = (q_0, AA)$$
$$\delta(q_0, a, B) = (q_0, AB)$$
$$\delta(q_0, b, A) = (q_0, BA)$$
$$\delta(q_0, b, B) = (q_0, BB)$$

מעבר למצב השוואה:

$$\delta(q_0, c, A) = (q_1, A)$$
$$\delta(q_0, c, B) = (q_1, B)$$

השוויון נשמר – ממשיכים להשוות:

$$\delta(q_1, a, A) = (q_1, \varepsilon)$$
$$\delta(q_1, b, B) = (q_1, \varepsilon)$$

השוויון מופר – מעבר למצב המקבל q_2:

$$\delta(q_1, a, B) = (q_2, B)$$
$$\delta(q_1, b, A) = (q_2, A)$$

הקלט מהצורה wcw^Rx – מעבר למצב המקבל q_2:

$$\delta(q_1, a, \dashv) = (q_2, \dashv)$$
$$\delta(q_1, b, \dashv) = (q_2, \dashv)$$

המשך קריאת הקלט במצב המקבל q_2:

לכל $Z \in \Gamma$ ולכל $\sigma \in \{a, b\}$ $\qquad \delta(q_2, \sigma, Z) = (q_2, Z)$

ניחוש שאות הקלט הייתה אחרונה, הקלט מהצורה $xycy^R$:

$$\delta(q_1, \varepsilon, A) = (q_3, A)$$
$$\delta(q_1, \varepsilon, B) = (q_3, B)$$

אוטומט מחסנית עם מצבים מקבלים

שקילות אופני קבלה של אוטומט מחסנית

משפט 1

אם $L = L_f(M_1)$ עבור $M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \dashv_1, F)$, הרי קיים אוטומט-מחסנית M_2 כך ש- $L = L_e(M_2)$.

הוכחה

הרעיון הכללי הוא ש- M_2 יתנהג כמו M_1 לגבי הקלט, וכאשר M_1 ייכנס למצב מקבל ימשיך M_2 וירוקן את המחסנית. אולם, צריך להיזהר מ"מוקש" מסוים בדרך: ייתכן כי M_1 מרוקן את מחסניתו מבלי להגיע למצב מקבל עם סיום הקלט. במקרה כזה M_2 צריך לדחות, אולם גם מחסניתו ריקה! לכן נשתמש במחסנית בעלת "תחתית כפולה": בתחילת הפעולה תהיה התחתית $\dashv_2$, האות ההתחלתית של M_2 .

כפעולה ראשונה יכתוב M_2 את $\dashv_1$ (האות ההתחלתית של M_1) על גבי $\dashv_2$, ומעתה יוכל להתנהג בביטחון כ- M_1 , מאחר ש- M_1 אינו יכול למחוק את $\dashv_2$!

שקילות אופני קבלה של אוטומט מחסנית

$$M_2 = \{Q \cup \{q_e, q_0'\}, \Sigma, \Gamma \cup \{\dashv_2\}, \delta', q_0', \dashv_2, \phi)$$

כאשר $q_e, q_0' \notin Q$ וכן $\dashv_2 \notin \Gamma$.

להלן הגדרת δ':

א.	$\delta'(q_0', \varepsilon, \dashv_2) = \{(q_0, \dashv_1\dashv_2)\}$	סימון התחתית ל- M_1 והכנה לסימולציה
ב.	$\delta'(q, a, Z)$ כולל את כל האיברים של $\delta(q, a, Z)$ עבור $q \in Q$, $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, $Z \in \Gamma$.	סימולציה של M_1
ג.	לכל מצב מקבל $q \in F$ ולכל $Z \in \Gamma \cup \{\dashv_2\}$, $\delta'(q, \varepsilon, Z)$ כולל את (q_e, ε).	עם גילוי מצב מקבל של M_1 יכול M_2 להיכנס למצב מחיקה
ד.	לכל $Z \in \Gamma \cup \{\dashv_2\}$ $\delta'(q_e, \varepsilon, Z) = \{(q_e, \varepsilon)\}$	המשך מחיקה עד ריקון המחסנית.

שקילות אופני קבלה של אוטומט מחסנית

משפט 2

אם $L = L_e(M_1)$ עבור $M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \dashv_1, \phi)$, הרי קיים אוטומט-מחסנית M_2 כך ש- $L = L_f(M_2)$.

הוכחה

גם כאן הרעיון הוא ש- M_2 יבצע סימולציה של M_1 , וכאשר M_1 ירוקן את מחסניתו, ייכנס M_2 למצב מקבל. גם כאן נכניס תחתית כפולה למחסנית, וכאשר ההעתק של M_1 ב- M_2 ימחק את $\dashv_1$, תתגלה התחתית ה"אמיתית" $\dashv_2$, אשר תכוון את האוטומט למצב המקבל (היחיד!).

שקילות אופני קבלה של אוטומט מחסנית

$M_2 = (Q \cup \{q_0', q_f\}, \Sigma, \Gamma \cup \{\dashv_2\}, \delta', q_0', \dashv_2, \{q_f\})$ (כאשר $\dashv_2 \notin \Gamma,\ q_0', q_f \notin Q$).

א. $\delta'(q_0', \varepsilon, \dashv_2) = \{(q_0, \dashv_1\dashv_2)\}$ — סימון התחתית והכנה לסימולציה

ב. $\delta'(q, a, Z) = \delta(q, a, Z)$ לכל $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, $q \in Q$, $Z \in \Gamma$. — סימולציה של M_1

ג. לכל $q \in Q$, $\delta'(q, \varepsilon, \dashv_2) = \{(q_f, \varepsilon)\}$ — הגעה למצב מקבל עם ריקון מחסנית M_1

צורות נורמאליות של דקדוקים חסרי הקשר

הצורה הנורמלית של חומסקי

כל שפה חופשית-הקשר שאינה מכילה את ε אפשר ליצור באמצעות דקדוק שכל כלליו הם מהצורה $A \to BC$ או $A \to a$, כש- A, B ו- C משתנים ו- a סימן טרמינלי.

הצורה הנורמלית של גרייבך

כל שפה חופשית-הקשר שאינה מכילה את ε אפשר ליצור באמצעות דקדוק שכל כלליו הם מהצורה $A \to a\alpha$ כש- A משתנה, a סימן טרמינלי ו- α מילה המורכבת מאפס או יותר משתנים.

שקילות של שפות חסרות הקשר ואוטומט מחסנית

משפט

לכל שפה חופשית-הקשר L קיים אוטומט-מחסנית M כך ש- $L = L_e(M)$.

הוכחה

כדי לפשט את התיאור נניח כי $\varepsilon \notin L$

יהי $G = (V, T, P, S)$ דקדוק חופשי-הקשר בצורה הנורמלית של גרייבך כך ש- $L = L(G)$.

נגדיר:

$$M = (\{q_0\}, T, V, \delta, q_0, S, \phi)$$

נגדיר את δ בהתאמה לכללי-P.

עבור כל כלל $A \to a\alpha$ $\delta(q_0, a, A)$ תכיל את (q_0, α):

לכל $A \in V$, $a \in T$,

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_0, \alpha) \mid A \to a\alpha \in P,\ \alpha \in V^*\}$$

כלומר, כל אימת שמופעל כלל גזירה בדקדוק, מעתיק האוטומט את אגף ימין למחסנית, פרט לאות הראשונה שכבר נתגלתה בקלט.

שקילות של שפות חסרות הקשר ואוטומט מחסנית

טענה

לכל $x \in T^*$ ו- $\alpha \in V^*$: $S \underset{G}{\Rightarrow}^* x\alpha$ (בגזירה שמאלית ביותר) אם ורק אם

$$(q_0, x, S) \underset{M}{\vdash}^* (q_0, \varepsilon, \alpha)$$

דוגמה

נתבונן בדקדוק G שכלליו הם :

$$S \rightarrow a \mid aS \mid aSBS$$
$$B \rightarrow b$$

הדקדוק נתון בצורה הנורמלית של גרייבך.

עבור האוטומט M המתאים נקבל את הכללים האלה :

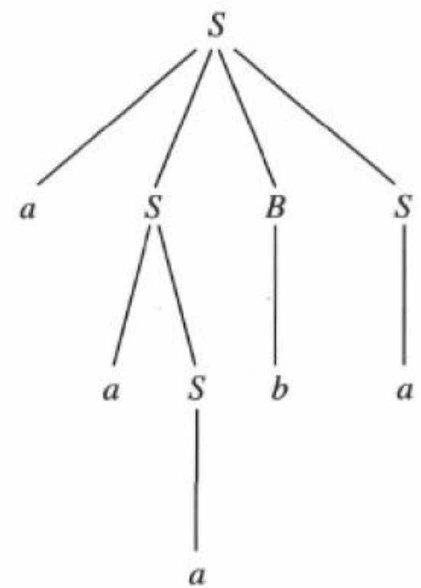
$$\delta(q_0, a, S) = \{(q_0, \varepsilon), (q_0, S), (q_0, SBS)\}$$
$$\delta(q_0, b, B) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

שקילות של שפות חסרות הקשר ואוטומט מחסנית

עבור הגזירה

$$\overset{\downarrow}{S} \Rightarrow a\overset{\downarrow}{S}BS \Rightarrow aa\overset{\downarrow}{S}BS \Rightarrow aaa\overset{\downarrow}{B}S \Rightarrow aaab\overset{\downarrow}{S} \Rightarrow aaaba$$

אשר עץ הגזירה שלה הוא



$$S \rightarrow a \mid aS \mid aSBS$$
$$B \rightarrow b$$

$$\delta(q_0, a, S) = \{(q_0, \varepsilon), (q_0, S), (q_0, SBS)\}$$
$$\delta(q_0, b, B) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

נקבל באוטומט את החישוב המקבל הזה :

$$(q_0, aaaba, S) \vdash (q_0, aaba, SBS) \vdash (q_0, aba, SBS) \vdash (q_0, ba, BS)$$
$$\vdash (q_0, a, S) \vdash (q_0, \varepsilon, \varepsilon)$$

שאלה 1

נתונה שפה :

$$L = \{w^R\overline{w} \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

כך ש-$\overline{w}$ מתקבל מ-w ע״י היפוך של כל ה a-ים ל b-ים וההפך. למשל, אם $w = abaab$ אזי $\overline{w} = babba$.

א. **(6 נק׳)** בנו דקדוק חסר הקשר עבור השפה L.

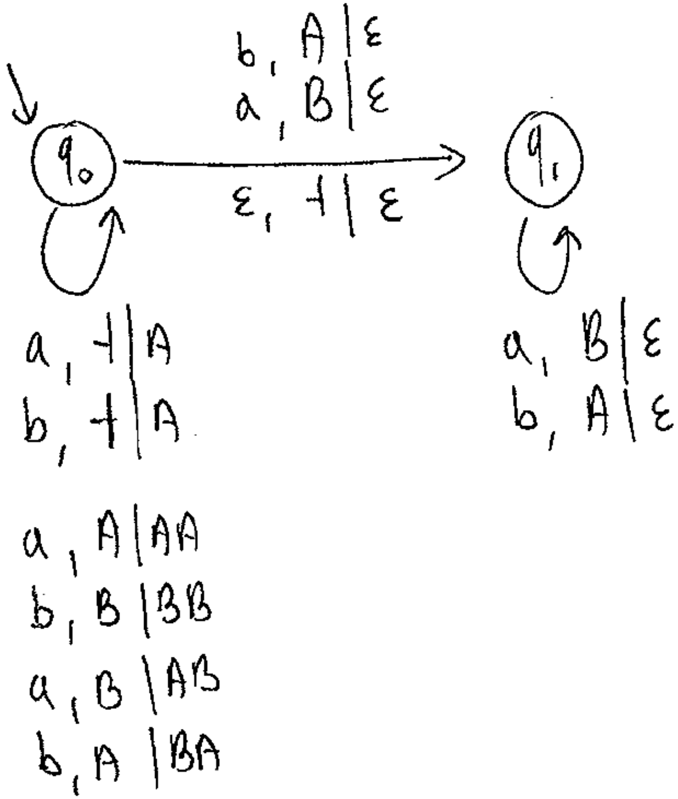
ב. בנו אוטומט מחסנית עבור השפה L (יש לבנות אוטומט עם כמות מצבים מינימלי ככל האפשר).

- **(7 נק׳)** ציירו את האוטומט.
- **(7 נק׳)** הגדירו באופן פורמלי את האוטומט.

פתרון

$$L = \{w^R\overline{w} \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

$$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid \varepsilon$$



$$M = (\{q_0, q_1\}, \{a,b\}, \{A, B, \dashv\}, \delta, q_0, \dashv, \phi)$$

δ:

$$\delta(q_0, a, \dashv) = \{(q_0, A)\}$$
$$\delta(q_0, b, \dashv) = \{(q_0, B)\}$$

$$\delta(q_0, b, A) = \{(q_0, BA), (q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_0, a, B) = \{(q_0, AB), (q_1, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_0, AA)\}$$
$$\delta(q_0, b, B) = \{(q_0, BB)\}$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, \dashv) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_1, a, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

שאלה 2

נתונה שפה :

$$L = \{a^n b^m c^k \mid k > n + m\}$$

א. **(6 נק׳)** בנו דקדוק חסר הקשר עבור השפה L.

ב. בנו אוטומט מחסנית עבור השפה L (יש לעשות אוטומט עם כמות מצבים מינימלי ככל האפשר).

- **(7 נק׳)** ציירו את האוטומט.
- **(7 נק׳)** הגדירו באופן פורמלי את האוטומט.

פתרון

$L = \{a^n b^m c^k \mid k > n + m\}$

א

$G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S)$

P:

$S \rightarrow aSc \mid A$

$A \rightarrow bAc \mid B$

$B \rightarrow Bc \mid c$

ב