基于四足机器人稳定性的对角步态规划*

李宏凯¹,李志^{1,2},郭朝龙^{1,3},戴振东¹,李伟波⁴ (1.南京航空航天大学 仿生结构与材料防护研究所,江苏 南京 210016; 2.南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016; 3.南京航空航天大学 自动化学院,江苏 南京 210016; 4.南京机电液压工程研究中心,江苏 南京 210061)

摘要:四足机器人步态规划的合理性直接影响机器人的稳定性。文中结合虚拟腿、线性倒立摆和零力矩点原理,以占空比为 0.5 的对角步态为基础,在运动相过渡阶段加入 10%周期的四足支撑过程。在支撑相时,用平滑的零力矩点轨迹推导出机器人质心轨迹,从而得到支撑相的足端轨迹;在摆动相时,结合椭圆与三次多项式规划了足端摆动相的轨迹,保证位置和速度的连续平滑性。通过动力学分析软件仿真分析,验证了新步态的合理性。

关键词:四足机器人;虚拟腿;线性倒立摆(LIPM);零力矩点(ZMP)

中图分类号:TP24 文献标识码:A 文章编号:1001-2354(2016)01-0064-06

Gait planning of trotting based on quadruped robot's stability

LI Hong-kai¹, LI Zhi^{1,2}, GUO Chao-long^{1,3}, DAI Zhen-dong¹, LI Wei-bo⁴
(1.Institute of Bio-inspired Structure and Surface Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016;

2. School of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016;

3.School of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016;
4.AVIC Nanjing Engineering Institute, Nanjing 210016)

Abstract: The stability of quadruped robot was directly influenced by the rationality of gaiting planning. This study was built on the virtual leg principle, linear inverted pendulum model (LIPM) and ZMP. This paper added quadruped support phase of 10% period reasonably based on trotting gait with duty cycle of 0.5 in the motion transition stage. During stance phase, smooth ZMP trajectory was used to deduce robot's COM trajectory, so as to obtain foot trajectory of the stance phase. The foot trajectory of the swing phase was planned by ellipse and cubic polynomial during swing phase in order to ensure the consecutiveness and smoothness of location and velocity. As a result, the rationality of new gait was verified by dynamic simulations.

Key words; quadruped robot; virtual leg; linear inverted pendulum model (LIPM); zero moment point (ZMP)

四足机器人以其在复杂地面的高适应能力和优异的移动性能成为近年来国内外机器人领域的研究热点[1]。但是四足机器人是个复杂的多自由度刚性系统,快速移动过程中容易失去平衡而倾倒,而合理的步态规划可以从基础层面上提高机器人的稳定性,这就使得步态规划成为四足机器人动态稳定性的研究重点[2]。

四足机器人的研究始于 20 世纪 60 年代, 迄今为止,国内外学者提出了多种稳定性判据和简化模型:稳定性判据如稳定裕度、能量稳定裕度(ESM)、静稳定裕度(SSM)、零力矩点(ZMP)[3-4]和 Foot Rotator Index(FRI)[5]等,简化模型如虚拟腿[6]、倒立摆、线性倒立摆[7]、无框轮和被动圆规步态[8]等。其中,零力矩点、倒立摆和虚拟腿原理已经在实际应用中取得了巨大成功,当

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51205194,61233014)

^{*} 收稿日期:2014-04-15;修订日期:2015-07-19

今世界上最具代表性四足机器人 BigDog 就是美国波士顿动力公司基于这些理论研制而成的^[9-10]。

零力矩点最早由南斯拉夫学者 Vukobrastovic [3-4] 在 1972 年提出;而线性倒立摆是在二维倒立摆的基础上发展而来的。零力矩点和线性倒立摆在双足机器人上得到了广泛而成熟的应用。例如日本的 Kajita 团队研制的 HRP-2 [7,11]和本田公司研制的 ASIMO 等仿人机器人。虚拟腿原理最初是 Sutherland 提出的,而Raibert [6,12]将其应用于四足机器人的研究上,并于 20世纪八九十年代在单足、双足和四足机器人方面做了非常出色的工作。

对角步态是四足动物非常常见的一种步态,其特点是将高速度和低能耗很好地结合。在四足动物实际行走过程中存在有短时间的四足支撑过程,为研究方便,大部分学者都把这种步态的占空比当成 0.5,即对角两腿落地时另外两对角腿开始抬起^[13],而忽略了四足支撑过程。这样存在的问题就是在支撑腿和摆动腿交替的瞬间,质心的速度会发生突变,同时由于四足机器人的刚性结构,便会导致机身受到极大的地面冲击,进而严重影响其稳定性。Rong X W 等^[14]规划了占空比为 0.5 的足端轨迹,在摆动相采用三次曲线,在支撑相采用直线,该方法没有充分考虑到支撑相时的轨迹规划对稳定性的影响。

文中首先根据稳定性的需求规划出零力矩点轨迹,并在占空比为 0.5 的基础上添加了 10%周期的四足支撑相,同时结合线性倒立摆原理规划出质心的轨迹,从而得到了支撑相的足端轨迹。对于摆动相过程,由于目前常用的正弦曲线足端轨迹在支撑相与摆动相的相位交替处会造成足端速度与质心速度的不一致,进而对机身会产生严重的冲击,所以结合椭圆与三次多项式规划了机器人摆动相的足端轨迹。最后根据所规划的对角步态对四足机器人进行了仿真分析,验证了该轨迹规划下四足机器人运动的稳定性。

1 支撑相足端轨迹规划

四足机器人对角步态行走的过程中,其支撑脚所构成的支撑多边形是一个狭长的带状区域,通常将这一带状区域近似为一条支撑对角线。为使问题便于分析,现假设:

(1)四足机器人结构均匀,机身质心在其几何中心;

- (2)路况良好,行走过程中对角腿运动步调一致, 同时触地和离地;
- (3)足端与地面的接触过程中没有明显打滑现象。如图 1 所示,随着对角支撑脚的交替运动,四足机器人质心由 A_1 依次移动到 A_2 和 A_3 。质心由 A_1 移动到 A_3 为一个周期,令步幅周期为 T,周期步长为 D=2S,抬腿高度为 H,占空比为 β 。

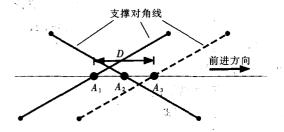


图 1 对角步态的支撑平面投影图

1.1 线性倒立摆与零力矩点的结合模型

线性倒立摆是将机器人的支撑腿假想为可伸缩的无质量摆杆,并且假设倒立摆摆动时通过摆杆的伸缩来保证机器人质心高度 H_m 不变[15],如图 2 所示。零力矩点的最初定义是指地面反作用力作用在脚掌接触平面内、沿水平面的两个垂直轴方向的力矩分量分别为零的点[4];图 2 中模型被将简化在竖直平面内,则零力矩点为水平 X 轴上的一点。由线性倒立摆和零力矩点的定义知,质心的竖直加速度为零,作用在零力矩点处的水平分力矩为零,故有:

$$H_{m}m\ddot{x}_{m}-(x_{m}-x_{ZMP})mg=0$$
 (1)
式中: H_{m} ——质心高度;

g----重力加速度;

m——总质量,均为定值;

 x_m, x_{AMP} ——质心和零力矩点在前进方向上离原点的距离。

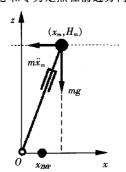


图 2 线性倒立摆与零力矩点简图

由式(1)可得到:

$$\ddot{x}_{\rm m} = \frac{g}{H_{\rm m}} (x_{\rm m} - x_{\rm ZMP}) \tag{2}$$

由式(2)推导出 x_m 与 x_{ZMF} 的关系为:

$$x_{m} = x_{ZMP} + C_{1} e^{kt} + C_{2} e^{-kt}$$
 (3)

式中: $k=\sqrt{\frac{g}{H_m}}$;

 C_1, C_2 ——未知常数。

1.2 零力矩点轨迹

根据零力矩点原理,要保证其稳定行走,零力矩点需要在支撑多边形内;而四足机器人以占空比为 0.5 的对角步态行走时,在任意时刻支撑脚与地面的投影均为一条对角直线。在四足机器人行走过程中,零力矩点离支撑对角线距离越远机器人稳定性越差;如果任意时刻零力矩点均在支撑对角线的中点上,在理论上就可保证四足机器人具备最大的稳定裕度。

虚拟腿原理[6]是指由于四足动物身体结构上的对称性,可以将运动规律和动力学特性分别相同且步调一致的两条腿等效为一条虚拟腿。那么在理想条件下四足机器人的跳跃步态、对角步态和踱步步态均可以等效为双腿的步态,从而使得问题得到大大简化。结合虚拟腿原理,四足机器人的对角步态可简化为两虚拟腿绕机体质心在竖直平面内互不干涉的交替运动,支撑对角线中点也可看作两虚拟腿中的一条支撑腿与地面的接触点。

如图 3 所示,四足机器人在行走过程中,均保证零力矩点在虚拟支撑腿与地面的接触点处,以期在理论上获得最佳的稳定性能。然而在虚拟支撑腿与摆动腿的交替瞬间 T/2 时刻,零力矩点位置瞬间前移了 S,这一位置的突变导致质心速度不能平滑过渡和质心加速度的突变,进而对机身产生严重的冲击[7],这对刚性结构的机器人而言是极其不利的。为解决这一问题,考虑在两虚拟腿运动相转换过程中加入时间 t_0 = $\frac{1}{10}$ T 的四足支撑过程,使得零力矩点从前一虚拟支撑腿光滑地移动到后一虚拟支撑腿,以避免质心加速度的不连续。

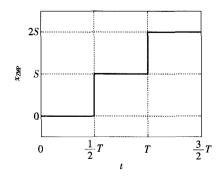


图 3 $\beta=0.5$ 时的零力矩点轨迹

指定四足支撑相开始和结束时的时间和位置,同

时为满足速度条件,规划的零力矩点轨迹多项式最高次数必须最少为 3 次,此时占空比 $\beta=1/2+t_0/T=0.6$ 。则零力矩点的轨迹为:

$$x_{\text{ZMP}} = \begin{cases} x_{\text{ZMP}_0} & (\frac{t_0}{2} \leqslant t \leqslant \frac{T}{2} - \frac{t_0}{2}) \\ x_{\text{ZMP}_0} + a_0 + a_1(t - \frac{T}{2} + \frac{t_0}{2}) + a_2(t - \frac{T}{2} + \frac{t_0}{2})^2 + \\ a_3(t - \frac{T}{2} + \frac{t_0}{2})^3 & (\frac{T}{2} - \frac{t_0}{2} \leqslant t \leqslant \frac{T}{2} + \frac{t_0}{2}) \\ x_{\text{ZMP}_0} + S & (\frac{T}{2} + \frac{t_0}{2} \leqslant t \leqslant T - \frac{t_0}{2}) \end{cases}$$

$$(4)$$

式中: x_{ZMP_0} ——前一周期末时零力矩点的位置;

 a_0, a_1, a_2, a_3 ——四足支撑相阶段三次多项式的系数。

如图 4 所示,通过双支撑相始末两点 M_1 和 M_2 的位置和速度的连续,可以得到 4 个已知条件,进而求得三次多项式的 4 个未知系数。

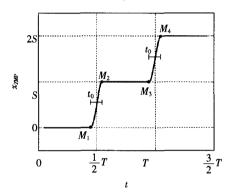


图 4 β>0.5 时的零力矩点轨迹

1.3 质心轨迹

结合式(3)中 x_{ZMP} 与 x_m 的关系,可以得到质心的轨迹为.

$$x_{m} = \begin{cases} x_{\text{ZMF}_{0}} + C_{1} e^{\frac{k(t - \frac{t_{0}}{2})}{2}} + C_{2} e^{-\frac{k(t - \frac{t_{0}}{2})}{2}} & (\frac{t_{0}}{2} \leqslant t \leqslant \frac{T}{2} - \frac{t_{0}}{2}) \\ x_{\text{ZMF}_{0}} + C_{3} e^{\frac{k(t - \frac{T}{2} + \frac{t_{0}}{2})}{2}} + C_{4} e^{-\frac{k(t - \frac{T}{2} + \frac{t_{0}}{2})}{2}} + a_{0} + a_{1}(t - \frac{T}{2} + \frac{t_{0}}{2}) + \\ a_{2}(t - \frac{T}{2} + \frac{t_{0}}{2})^{2} + a_{3}(t - \frac{T}{2} + \frac{t_{0}}{2})^{3} & (\frac{T}{2} - \frac{t_{0}}{2} \leqslant t \leqslant \frac{T}{2} + \frac{t_{0}}{2}) \\ x_{\text{ZMP}_{0}} + C_{1} e^{\frac{k(t - \frac{T}{2} - \frac{t_{0}}{2})}{2}} + C_{2} e^{-\frac{k(t - \frac{T}{2} - \frac{t_{0}}{2})}{2}} + S & (\frac{T}{2} + \frac{t_{0}}{2} \leqslant t \leqslant T - \frac{t_{0}}{2}) \end{cases}$$

式中: C_1, C_2, C_3, C_4 —相应系数。

根据边界点位置和速度的关系可以列出 4 个方程,从而解出这 4 个系数,得到的质心速度如图 5a 所示,整个运动周期质心速度都平缓变化。图 5b 表示虚拟腿的运动简图,虚拟腿在支撑相时依次由双支撑相、单支撑相和双支撑相构成:在双支撑相时两虚拟腿同时支撑,在单支撑相时后腿抬起,前腿继续起支撑作用,如此交替运动,因而由质心轨迹可以得到虚拟腿的

支撑相足端轨迹。 S_0 和 S_1 分别表示在双支撑相和单支撑相过程中质心移动的位移。

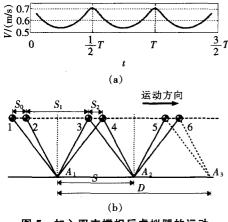


图 5 加入双支撑相后虚拟腿的运动

2 摆动相足端轨迹规划

结合动物步行的运动规律可知,四足机器人的质心轨迹是由两虚拟腿在支撑相的轨迹组合而成。就单个虚拟腿而言,在进入双支撑相的瞬间,足端的速度必须与质心的速度相一致,才能保证质心速度的连续稳定变化,从而减小地面对机身的冲击。这就意味着,单足在进入双支撑相之前,已经有一段反方向加速的移动过程,使得单腿在摆动相结束时的足端速度与在支撑相开始时的足端速度相等。

四足机器人常用的足端轨迹[16](图 6 所示)是根据 正弦曲线规划而来的,其优点是理论上保证了足端在 触地时刻的速度和加速度为零;但是在非理想路面上 行走时,机体倾斜便导致摆动腿尚未落地时支撑腿便 已经抬起,进而增大了机器人的不稳定性,同时考虑到 加入了四足支撑相,使得这种正弦轨迹无法满足实际 稳定性要求。为了解决这一问题,结合 Kyeong Yong Kim 提出的基于椭圆的足端轨迹[17],对摆动相的足端 轨迹进行了重新规划。

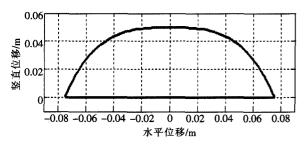


图 6 正弦曲线轨迹

如图 7 所示,摆动相从 M 点开始,由 \widehat{ME} , \widehat{EF} , \widehat{FN}

构成, \widehat{EF} 为椭圆的上半段, \widehat{ME} 与 \widehat{NF} 是关于椭圆短轴 l 对称的三次多项式曲线。E 点相对于起点 M 坐标为 (x_E, z_E) ,点 O 为椭圆的中心,则其坐标为 $((S+S_0)/2, H-z_E)$ 。 令足端在摆动相的运动时间为 T_1 ,在 \widehat{ME} 和 \widehat{EF} 两段曲线中的时间分别 T_{11} 和 T_{12} ,则 $T_{11}=(1-\beta)T$, $T_{12}=T_1-2T_{11}$ 。则摆动相的轨迹可规划为:

ME 段:

$$\begin{cases} x = S(b_{10} + b_{11}t + b_{12}t^2 + b_{13}t^3) \\ z = H(b_{20} + b_{21}t + b_{22}t^2 + b_{23}t^3) \end{cases}$$
 $0 \le t \le T_{11}$ (6)

EF 段:

$$\begin{cases} z = -a\cos((t - T_{11})\pi/T_1) + (S + S_0)/2 \\ z = b\sin((t - T_{11})\pi/T_1) + z_E \end{cases} T_{11} \le t \le T_{12} + T_{11}$$
 (7)

FN 段.

$$\begin{cases} x = S[b_{10} + b_{11}(T_1 - t) + b_{12}(T_1 - t)^2 + b_{13}(T_1 - t)^3] \\ z = H[b_{20} + b_{21}(T_1 - t) + b_{22}(T_1 - t)^2 + b_{23}(T_1 - t)^3] \end{cases} T_{11} + T_{12} \le t \le T_{11}$$
 (8)

式中:a,b——椭圆段 \widehat{EF} 长轴和短轴的长度,

$$a=(S+S_0)/2-x_E, b=H-z_{E\circ}$$

由位置和速度的关系,可求得系数 b_{10} , b_{11} , b_{12} , b_{13} , b_{20} , b_{21} , b_{22} , b_{23} ,从而得到足端在摆动相时的类椭圆轨迹。

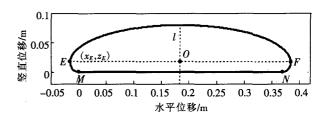
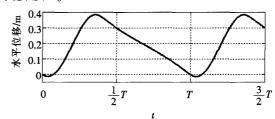


图 7 新规划足端轨迹

结合支撑相的足端轨迹,便可得到整个步行周期中的单腿足端轨迹。取占空比 β =0.6,周期T=1 s,周期步幅D=0.6 m,S₀=0.069 m:如图 8a、图 8b分别描述了水平方向和竖直方向的足端位移;图 9a、9b分别描述了水平方向和竖直方向的足端速度,在整个周期过程中速度无明显突变,并且在支撑相阶段速度缓慢变化,从而保证机器人移动过程中的稳定性。



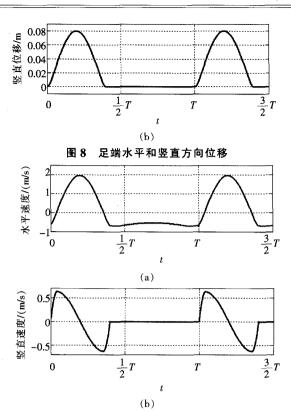


图 9 足端水平和竖直方向速度

3 仿真结果

简化模型,忽略机器人横向的运动,并结合四足机器人的运动学逆解[14],可以得到在侧视平面上单腿髋关节和膝关节的关节角度,如图 10 所示。对四足机器人进行仿真,模型如图 11 所示,在小腿上创建弹簧以缓解触地时的冲击力对机器人稳定性的影响;固定髋关节的横向自由度,并以角度驱动机器人实现对角步态行走。其中,机器人总质量 m=66 kg,大腿长度 $L_1=0.357$ m,小腿长度 $L_2=0.605$ m,质心高度 $H_m=0.86$ m。

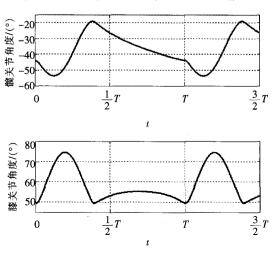


图 10 单腿髋关节与膝关节的角度

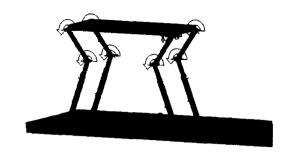


图 11 四足机器人 ADAMS 模型

在前 5 个周期内机身在前进方向的速度如图 12 所示,稳定阶段的速度范围为 0.56~0.77 m/s,与预期规划的理论速度(图 5a)比较吻合;但是与之相比,机身质心速度有小幅的波动,这主要是由于地面对机体的冲击导致质心偏离支撑对角线,进而影响机身的速度与倾斜角等相关的稳定性衡量因素。图 13 从上到下依次表示了在前 5 个周期内机身的横滚角、偏转角和俯仰角等倾斜角的变化曲线,其变化范围如表 1 所示。可以看到,倾斜角度都比较有规律地小幅度变化,机器人移动平稳,没有明显的晃动、偏转和倾倒趋势。

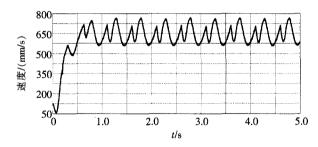


图 12 机身质心前进方向速度

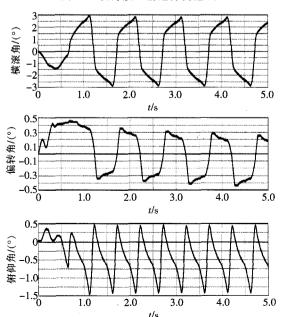


图 13 机身的倾斜角度

表 1 机身倾斜角的变化范围

横滚角	偏转角	俯仰角
-2.85°~2.95°	-0.44°~0.45°	-1.45°~0.46°

4 结论

从四足机器人的稳定性出发规划了其对角步态轨迹。首先根据零力矩点和线性倒立摆原理规划了支撑相足端轨迹,同时加入了四足支撑过程来增加机器人的稳定性;然后结合椭圆与三次多项式规划了摆动相的足端轨迹,使得在相位转换过程中质心与足端的速度协调一致。这种步态规划保证了机器人零力矩点在支撑对角线的中心,平滑了支撑相与摆动相交替时的零力矩点轨迹,避免了质心加速度的突变,减小了地面对机身的冲击,从而从步态规划的角度上使得四足机器人理论上具有很强的稳定性。通过仿真分析,机器人运动平稳,机身的前进速度有规律地小幅度变化,并且机身的倾斜角都在合理的范围内,验证了步态规划的合理性与可靠性。

参考文献

- [1] 戴振东. 非连续约束变结构杆机构机器人:运动与控制的若干仿生基础问题[J]. 科学通报,2008,53(6):618-622.
- [2] Byl K, Shkolnik A, Prentice Sam, et al. Reliable dynamic motions for a stiff quadruped[J]. Experimental Robotics, 2009, 54:319-328.
- [3] Vukobratovic M, Stepanenko J. On the stability of anthropomorphic system[J]. Mathematical Bioscience, 1972, 15; 1-37.
- [4] Vukobratovic M, Borovac B. Zero-moment point; thirty five years of its life[J]. International Journal of Humanoid Robotics, 2004, 1(1):157-173.
- [5] Goswami A. Postural stability of biped robots and the foot ro-

- tation indicator point[J]. International Journal of Robotics Research, 1999, 18(6):523-533.
- [6] Raibert M H. Running on four legs as they were one [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1986, 2(2):70-82.
- [7] Kajita S, Hirukawa H, Yokoi K, 等. 仿人机器人[M]. 管贻生, 译. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [8] Byl K. Metastable legged-robot locomotion [D]. Massachusetts; MIT Press, 2008.
- [9] Buehler M, Playter R, Raibert M H. Robots step outside [C]// Ilmenau: International Symposium of Adaptive Motion of Animal and Machines, 2005: 1-4.
- [10] 丁良宏,王润孝. 浅析 Big Dog 四足机器人[J]. 中国机械工程,2011,23(5):505-514.
- [11] Kajita S, Kanehiro F, Kaneko K, et al. Biped waiking pattern generation by using preview control of zero-moment point[J]. Robotics and Automation, 2003(2):1620-1626.
- [12] Raibert M H. Legged robots that balance[M]. Massachusetts: MIT Press, 1986.
- [13] 何冬青,马培荪,曹曦. 四足机器人对角小跑起步姿态对稳定步行的影响[J]. 机器人,2004,26(6):529-537.
- [14] Rong X W, Li Y B, Ruan J H, et al. Design and simulation for a hydraulic actuated quadruped robot[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26(4):1171-1177.
- [15] 冯帅,马州. 虚拟线性倒立摆模型在行走机器人双腿支撑相中的应用[J]. 清华大学学报,2011,51(7):960-965.
- [16] Sakakibara Y, Kan K. Foot trajectory for a quadruped walking machine [J]. IEEE Intelligent Robots and Systems, 1990;315-322.
- [17] Kim K Y, Park J H. Ellipse-based leg-trajectory generation for galloping quadruped robots [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2008, 22; 2099–2106.

作者简介:李宏凯(1981—),男,助理研究员,工学博士,研究方向:智能机器人技术。E-mail;hklee@nuaa.edu.cn