

POJ1654【基础】

题目大意：

一个机器人站在坐标系的原点，每一次可以沿平行于坐标轴方向走 1 个单位到下一个整点或者沿对角线方向走 $\sqrt{2}$ 个单位到下一个顶点。给出一个步行序列，保证机器人最后回到原点，求其走的路线围成的多边形的面积。步行序列中的 2、4、6、8 分别表示向南、东、西、北走一格（东和北是 x y 轴的正方向），1、3、7、9 分别是东北、西北、东南和西南，5 只会在序列的最后一位出现，表示站在原地不动了。

输入：

第一行有一个整数 t ，表示有 t 组测试数据。每一组测试数据有一行，包含一个长度小于等于 1000000 的字符串，字符串是由数字组成的，表示一个步行序列。

输出：

每一组测试数据输出一行，即围成的多边形面积。如果面积是整数，则输出一个整数，否则输出一位小数。

题解：

求多边形面积的方法是将多边形分割为多个三角形，而求三角形面积使用的是两个向量的叉积，具体实现见代码。这题有人说有精度问题，实测用 `double` 类型存储面积再转为 `long long` 是没有问题的。

POJ1408【基础】

题目大意：

有一个 1×1 的正方形，左下角在原点，两条边和坐标轴正半轴重合。每条边上有 n 个点（不包括顶点， $1 \leq n \leq 30$ ），上下边上的点按序号对应连线后不会互相交叉，左右边上的点也是如此。这些连线将正方形分隔成 $(n-1) \times (n-1)$ 个四边形。求最大的四边形的面积。

输入：

有若干组测试数据。每一组测试数据第一行有一个整数 n ，当 $n=0$ 时测试数据结束。接下来有四行，每一行有 n 个小数，分别是下、上、左、右边上的点对应的坐标（上下边对应 x 坐标，左右边对应 y 坐标）。

输出：

每一组测试数据输出一行，包含一个整数，即最大的小四边形的面积。

题解：

依次求出各线的交点后枚举每一个小四边形求其面积。为了统一化处理，将正方形四个顶点也加入到交点集中。然后求多边形面积。

POJ1265 【基础】

题目大意：

有一个机器人，一开始在 (0, 0) 点，每一次一定会走去一个整数坐标格点，最后走回原点，路径围成一个多边形。这些点是逆时针排布的。求：1、多边形的边覆盖的整点数有多少个；2、这个多边形内部的整数坐标格点有多少个；3、这个多边形的面积是多少。

输入：

第一行有一个整数 t ，表示有 t 组测试数据。每一组测试数据第一行有一个整数 n ，表示多边形有 n 个点。接下来有 n 行，每一行有两个整数，表示下一个点与当前点的 xy 坐标的差 (dx, dy)。

输出：

每一组测试数据先输出一行 “Scenario # d :”， d 表示当前测试数据组编号。接下来输出一行，包含：两个整数即多边形内部的整点数和多边形边上的整点数，以及一个一位小数，即多边形的面积。

题解：

这题要通过 Pick 定理来求多边形内的整点。Pick 定理可见

<http://blog.csdn.net/tsaid/article/details/7096631> 以及

<http://www.matrix67.com/blog/archives/768>。多边形边上经过的整点数等于 x y 改变值绝对值的最大公约数。面积可以通过叉乘计算得到，与 POJ 1408 算法一样。

POJ2954 【基础】

题目大意：

给出一个三角形的三个顶点，确保这三个顶点都在整点上，求三角形内部有多少个整点。

输入：

有若干组测试数据，每一组测试数据有一行，包括三对整数，表示三个顶点的 x y 坐标。六个整数全部为 0 时测试数据结束。

输出：

每组测试数据一行，包含一个整数，即三角形内部有多少个整点。

题解：

POJ 1265 的弱化版。

POJ1385 【基础】

题目大意：

给出一个多边形的各顶点，求这个多边形的重心。

输入：

第一行有一个整数 t ，表示有 t 组测试数据。

每一组测试数据第一行有一个整数 n ，表示有 n 个点 ($1 \leq n \leq 1000000$)。接下来有 n 行每一行有两个整数，表示一个顶点的坐标（绝对值小于 20000），顶点是按逆时针顺序给出的。

输出：

每一组测试数据输出一行，包含空格隔开的两个两位小数，即重心的 xy 坐标。

题解：

求解多边形重心。有两种情况：

求多边形重心的题目大致有这么几种：

1、质量集中在顶点上。 n 个顶点坐标为 (x_i, y_i) ，质量为 m_i ，则重心

$$X = \frac{\sum (x_i \times m_i)}{\sum m_i}$$

$$Y = \frac{\sum (y_i \times m_i)}{\sum m_i}$$

特殊地，若每个点的质量相同，则

$$X = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$Y = \sigma(y_i) / n$$

2、质量分布均匀。本题就是这一类型，算法和上面的不同。

首先考虑质量均匀的三角形重心，因为我们知道多边形可以被分割为三角形：

$$X = (x_0 + x_1 + x_2) / 3$$

$$Y = (y_0 + y_1 + y_2) / 3$$

面对多边形时，以第一个顶点为基准，分别连接 $p[i]$ 、 $p[i+1]$ ，

$1 < i < n$ ，则可将多边形划分为若干个三角形。求出每个三角形的重心和质量，可以构造一个新的多边形，顶点为所有三角形的重心，顶点质量为三角形的质量，然后转化为情况 1。

POJ2986 【难】

题目大意：

给出一个三角形的三个顶点坐标和圆的圆心及半径，求三角形与圆重叠的面积。

输入：

有若干组测试数据，每一组测试数据有一行。前三对空格分隔的小数表示一个三角形的三个点的 x y 坐标，第四对空格分隔的小数表示圆心的 x y 坐标，最后一个小数表示圆的半径。

输出：

每一组测试数据输出一行，即一个两位小数，表示重叠的面积。

题解：

POJ 3675 的简化版本。