

POJ1985 【基础】

题目大意：

给出一幅无向图，图上的点都是相互连通的，求这幅图中距离最远的两点之间的距离。

输入：

第一行有两个整数 n 和 m ($1 \leq n \leq 50000$, $1 \leq m \leq 100000$)，表示有 n 个点和 m 条边。接下来有 M 行，每行有三个空格分隔的数字 u 、 v 、 w 表示这条边连接 u 、 v 这两点，距离为 w ；然后这一行还有一个大写字母（其实是没有用的）。

输出：

一行，一个整数，即最远两点之间的距离。

题解：

这题是典型的求一棵树的直径。做法很简单：先随便选一个点作为起点，做一次深搜/广搜，找到离这个点最远的 P 点；然后以 P 点为起点，再做一次搜索，找到离 P 点最远的点以及其距离即可。证明也很显然，因为距离某一个点最远的点一定是在树的边缘，而最远的两个点一定都是在树的边缘上的。但是这里不能用点的度为 1 的方式来进行边缘判断，因为比如给出的图是一个环的话那么就无法进行判断了。

类似的题目还有 POJ 2631 和 POJ 1849，这里不作译解，仅附上代码。

POJ2449 【中等】

题目大意：

给出一幅有向图和源点汇点，求从源点到汇点的第 K 短路的长度。

输入：

第一行有两个整数 N 和 M ($1 \leq N \leq 1000$, $1 \leq M \leq 100000$)，表示有 N 个点和 M 条有向边。各点的编号为 1 到 N 。接下来有 M 行，每一行有三个整数 u 、 v 、 w ，表示一条从 u 到 v 的边的长度为 w 。最后一行有三个整数 S 、 T 、 K ，表示源点、汇点的编号和要求的第 K 短路。

输出：

一行，一个整数，即第 K 短路的长度。

题解：

这题是一个第 K 短路的模板，需要用到 A* 算法。A* 算法是一个启发式的最短路搜索算法，其核心思想是：对于一个点 x ，给出一个估值函数

$f(x)=g(x)+h(x)$ ， $g(x)$ 表示当前点到源点的最短距离， $h(x)$ 是当前点到汇点的距离估计值。在广搜过程中维持 $f(x)$ 的优先队列，优先取出队列中 $f(x)$ 值最小的点进行扩展。在 K 短路中，我们先做一次反向的 SPFA，求出汇点到各点的最短距离，作为 $h(x)$ ；A* 广搜中不需要判断新的点是否在待扩展队列中，直接入队，只要这个点入队的次数等于 K 就得到结果。同时需要注意，如果源点与汇点相同，K 需要+1，道理很显然。

这题有一些奇怪，不知道为什么我的 AStar 函数返回一个值再输出就会出错，直接输出然后返回就不会出错 Orz……

P0J3463 【中等】

题目大意：

给出一副有向图和源点汇点。如果源点到汇点的次短路的长度=最短路的长度+1，那么求最短路的路径数和次短路的路径数之和；否则求最短路的路径数之和。

输入：

第一行有一个整数 T，表示有 T 组测试数据。

每一组测试数据开头有两个整数 N 和 M ($1 \leq N \leq 1000$, $1 \leq M \leq 10000$)，表示有 N 个点和 M 条有向边。各点的编号为 1 到 N。接下来有 M 行，每一行有三个整数 u、v、w，表示一条从 u 到 v 的边的长度为 w。最后一行有两个整数 S、T，表示源点、汇点的编号。

输出：

对每一组测试数据，输出一行，包含一个整数，即所求的路径数之和。

题解：

这题用 K 短路的反向 SPFA+A* 是肯定能得到正确答案的——不过会严重超时罢了。于是我试着在正向 SPFA 的时候记录最短路和次短路数目，但是失败了，因为最短路的路径数可以靠记录被更新距离查询的次数来获得，但是次短路的就不能这么做了，原因我也还没想明白。上网搜了一下，普遍都是用 Dijkstra 来做最短路顺便求次短路，并且在求最短路和次短路过程中有一点 DP 的感觉。所以我去补习了一次 Dijkstra（其实感觉 Di j 和 SPFA 还是很相似的，所以

理解起来并不困难），然后对照着网上的一个代码抄了一次，并且自己加上了理解的注释，权且当作是弄明白了这道题。所以具体的做法请看代码吧，因为有点复杂这里脱离了代码也讲不清楚。

P0J1639 【中等】

题目大意：

有 N ($1 \leq N \leq 20$) 个小矮人要去聚餐。他们可以直接从家里开一种巨大的轿车去公园，但是公园的停车位有限，最多只能停 K ($1 \leq K \leq N$) 辆车。但是小矮人可以先开车去别的小矮人家，然后把自己的车停在那里，坐他的小伙伴的车去下一个小矮人的家或者去公园。每个小矮人的家的车库都足够大可以停任意多的车。给出哪些小矮人的家之间有道路和哪些小矮人的家到公园有道路，以及道路的长度，求所有小矮人开车的行驶里程之和的最小值。

输入：

第一行有一个整数 M ，表示有多少条道路。这些道路都是双向的。然后有 M 行，每一行有两个空格分隔的字符串和一个整数，两个字符串是两个小矮人的名字，或者“Park”即公园，数字表示道路的长度。最后一行有一个整数 K 表示公园的车容量。

输出：

一行：Total miles driven: %最小的行驶里程之和%

题解：

从形式上很容易判断要求的是最小生成树，不过对其中的某一个点有度的限制，即其度不能超过一个整数，即“ K 度限制最小生成树”（有很多种叫法，我是这么叫的）。

算法流程略有一点复杂，但是不难理解：

- 1、将受限点（ROOT）从图中删除，将得到 P 个连通分量。
- 2、对每个连通分量求最小生成树。
- 3、从每个连通分量中找与 ROOT 关联的权值最小的边，与 ROOT 相连接，这样将得到 ROOT 的 P 度限制最小生成树（即一般意义上的最小生成树）。
- 4、如果 $K < P$ 那么无解。
- 5、如果 $K > P$ 那么考虑构建 $P+1$ 度最小生成树，即加入每一条与 ROOT 相连的且不在当前的树中的边。

6、显然在第 5 步将一条新的边加入树中，必然会构成一个环，那么删掉该环中与 ROOT 不直接关联的权值最大边，将得到加入该边后的最小生成树，且 ROOT 是 $P+1$ 度的。

7、枚举上述 6 的边，找一条边令加入后树权值的增加最小，即得到 $P+1$ 度限制的最小生成树。

8、重复 5、6、7，直到 K 度最小生成树出现。

实现起来也略有一点复杂，不过也是不难理解。代码里有详细的注释，其中求最小生成树用了 Prim 算法，并且没有用堆优化。

P0J3164 【中等】

题目大意：

给出一幅有向带权图，和一个特殊的点 Root，要求构造一棵以 Root 为根的有向生成树，令 Root 点可以到达其他的任何一个点。判断能否构造出符合要求的树，如果可以则令这棵有向生成树的权值和最小。

输入：

有若干组测试数据，需要处理到文件结束。每一组测试数据的第一行有两个整数 n 和 m ($N \leq 100$, $m \leq 10000$)，表示一共有 n 个点和 m 条有向边。接下来有 n 行，每一行有两个数用空格分开，表示第 i 个点的坐标。接下来有 m 行，每一行有两个整数 u 、 v ，表示有一条从 u 到 v 的边，边权为两点坐标的直线距离。规定 Root 点的编号为 1。

输出：

每一组测试数据输出一行，如果不存在所求的书即输出 “poor snoopy”，否则输出一个小数点后两位的小数，表示所求的有向生成树的最小权值和。

题解：

这一题是一个最小树形图的裸模型，关于其算法介绍参见

<http://blog.csdn.net/wsniyufang/article/details/6747392>。由于我写的代码用的是邻接矩阵，所以复杂度稍微高一点达到了 $O(n^3)$ ，唯一的优点是理解起来方便一些。代码里有比较详细的注释。