POJ3292【基础】

题目大意：
对于 C 语言的 for(i=A;i!=B;i+=C)循环语句，问在 k 位存储系统中，使用无符号型整数循环几次才会结束。注意，如果 i>2^k-1，那么由于越界，i 会变成 i-2^k-1。

输入：
有若干组测试数据，每一组包含一行，有四个整数 A、B、C 和 k。处理到文件结束。

输出：
对于每一组测试数据，输出一行：若在有限次内结束，则输出循环次数，否则输出“FOREVER”。

题解：
容易得到这是一个单变元模线性方程 Cx=(B-A)(mod 2^k)，记 C=a，B-A=b，2^k=n，得到单变元模线性方程的标准形式 ax=b(mod n)。由于数学原理比较冗长，建议上网搜索或者找线性代数的书或者参考《算法导论》，我不在此赘述，仅说一下解法。
记 d=gcd(a,n)，先使用扩展欧几里德求出 ax+ny=d 的解（扩展欧几里德可以求出 ax+by=gcd(a,b)的解 x、y）。如果 b 不能整除 d 则无解，否则 mod n 意义下的解有 d 个，可以先求出最小的解然后不断加上 n/d 来得到。这里我们只需要直接取最小的一个正整数解就可以了。

POJ2635【基础】

题目大意：
求正整数 K(4<=K<=10^100)是否有一个素因子小于 L(2<=L<=10^6)。

输入：
有若干组测试数据，每一组测试数据占一行。每一行有两个整数，第一个是 K，第二个是 L。当 K=L=0 时测试数据结束。

输出：
对于每一组测试数据，如果存在一个素因子小于 L，输出一行“BAD %d”，%d 表示最小的一个素因子。如果没有这样的素因子，输出一行“GOOD”。

题解：

高精度求模。由于 L 的范围不大所以可以先打表把所有素数打出来.然后用高精度存 L（我用的是 1000000000 进制），模余的时候相当于做除法一步一步往下模余即可。

POJ2305【基础】

题目大意：

给出两个在 b（2<=b<=10）进制下的非负整数 p 和 m，求 p 模 m 在 b 进制下的值。p 最多有 1000 位，m 最多有 9 位。

输入：

有若干组测试数据，每一组测试数据占 1 行。每一行第一个整数是 b，当 b=0 时测试数据结束，否则后面有两个空格分隔的整数 p 和 m。

输出：

对于每一组测试数据，输出一行，包含一个整数。

题解：

这题应该属于进制转换和大数的模运算的结合。思路是直接把 m、p 都转换到 10 进制下进行模余，然后再可以肯定 m 可以直接用一个 int 存下来。然后可以用高精度保存 m 再进行模，类似于 POJ 2635 一样，或者在将 m 转换为 10 进制的过程中直接进行模运算。道理很简单，因为(A*B)%C=((A%C)*(B%C))%C，(A+B)%C=((A%C)+(B%C))%C（这两条是大数模运算的基础）。

POJ1006【中等】

题目大意：

人生来就有三个生理周期，分别为体力、感情和智力周期，它们的周期长度为 23 天、28 天和 33 天。每一个周期中有一天是高峰。在高峰这天，人会在相应的方面表现出色。因为三个周期的周长不同，所以通常三个周期的高峰不会落在同一天。我们想知道何时三个高峰落在同一天。对于每个周期，给出从当前年份的第一天开始，到出现高峰的天数（不一定是第一次高峰出现的时间）。给出一个一年中的一个天数 D，求这个天数以后下一次出现三个高峰同一天的天数是给出的天数后的第几天。例如：给定时间为 10，下次出现三个高峰同天的时间是 12，则输出 2。

输入：

有若干组测试数据。每一组测试数据有四行，包括四个整数 p、e、i 和 d。p,e,i 分别表示体力、情感和智力高峰出现的时间（时间从当年的第一天开始

计算）。d 是给定的时间，可能小于 p、e、或 i。 所有给定时间是非负的并且小于 365, 所求的时间小于 21252。
当 p=e=i=d=-1 时，输入数据结束。

输出：
每一组测试数据输出一行，格式为“Case %d: the next triple peak occurs in %d days.”，第 1、2 个%d 分别表示测试数据编号（从 1 开始）和所求的天数差。

题解：
这题需要用到中国剩余定理来解模方程组。我们在几代中学过这个定理的多项式版本，即通用版，我先简要地叙述一次，证明此处略去请各位自己查：
对于方程组 f≡ri(mod gi)，其中 fi、ri、gi 为多项式，其中 gi 是互质的。记 G=g1*g2……gn，Gi=G/gi。由 Bezout 等式（若多项式 f、g 互素，必存在多显示 u、v 令 uf+vg=1 成立），知道必有 ui*gi+vi*Gi=1，则 sigma(i=1 to n,ri*vi*Gi)为满足要求的 f 的最低次数的解。
当多项式变成整数时，我们改一下叙述：
对于方程组 x≡ri(mod gi)，其中 gi 是互质的。记 G=g1*g2……gn，Gi=G/gi。存在 yi，令 Gi*yi≡1(mod gi)，则 x 的最小值为 sigma(i=1 to n,ri*Gi*yi)。由于 x 的和式中除了第 i 项，其他各项都是 gi 的倍数，所以 x 是满足要求的。而在求解 Gi*yi=1(mod gi)时，等于求解(Gi mod gi)*yi≡1(mod gi)（因为(a*b+c) mod b=c mod b），可以方便计算。
此题相当于求解：
x+d≡p(mod 23)
x+d≡e(mod 28)
x+d≡i(mod 33)
因此有 G1=924，y1=6；G2=759，y2=19；G3=644，y3=2。即 x=(5544*p+14421*e+1288*i-d)%21252。

POJ3101【中等】

题目大意：
一个恒星系统中有 n(2<=n<=1000)颗行星，已知它们的运转周期 ti(1<=ti<=10000)，求他们能够同线的最小周期。

输入：
第一行有一个整数 n，第二行有 n 个空格分隔的整数 ti。

输出：

一行，输出其共线的最小周期，形式是两个空格分隔的整数，依次是分子和分母。

题解：
任意两颗行星共线，设所需时间为 x，则 x/t1 - x/t2 = 0(mod 1/2)，因为运行距离差为半个周长的整数倍即可。整理得到（t2-t1)*x/(t1*t2) = 0(mod 1/2)。对所有的行星，以第一个作为参考标准，则 x/t1 - x/t2 = 0(mod 1/2)，x/t1 - x/t3 = 0(mod 1/2)，两式相减得到 x/t3 - x/t2 = 0(mod 1/2)，这样可以列出 n-1 条方程。
将上述式子变形：x*(2/t1-2/t2) = 0(mod 1)，那么问题就转化为求(2/t1-2/ti) (2<=i<=n)中分母的最小公倍数和分子的最大公约数。
分子求最大公约数问题不大，分母求最小公倍数则肯定会超出范围，因此需要用高精度。有一个算最小公倍数的方法，即对两个整数 a、b，将他们写成方幂积的形式，比如 2^2*3^1*5^3 和 2^1*3^4*5^2，然后取每一个幂的次数的较大者，即为 2^2*3^4*5^3。然后最后做一次高精度乘法即可。

POJ1845【中等偏上】

题目大意：
给出两个正整数 A、B（1<=A、B<=50000000）求 A^B 的所有约数之和 mod 9901。

输入：
一行，两个空格分隔的整数 A 和 B。

输出：
一行，一个所求的整数。

题解：
这题是一个超大数的模运算，涉及到几个要点。
首先对 A 进行素数分解：A=p1^a1*p2^a2*p3^a3*…*pn^an，故 A^B=p1^(a1*B)*p2^(a2*B)*…*pn^(an*B)。
由此我们得到 A^B 的所有约数之和：
sum = [1+p1+p1^2+...+p1^(a1*B)]
*[1+p2+p2^2+...+p2^(a2*B)]
*……
*[1+pn+pn^2+...+pn^(an*B)]
（因为对 pk^(ak*B)，序列 1、pk、pk^2、……、pk^(ak*B)都是 A^B 的约数，并且任意两个 k1 k2 得到的序列中的任意两项相乘还是 A^B 的约数）。

然后依次求 $1+pi+pi^2+...+pi^{(ai*B)}$即可。这里不能直接用等比数列求和，因为涉及到模运算，因此我们用类似 POJ 3233 的二分求解方法来进行二分递归+快速幂求解即可，方法如下：

若 n 为奇数,一共有偶数项，则：

$1 + p + p^2 + p^3 +...+ p^n$

$= (1+p^{(n/2+1)}) + p * (1+p^{(n/2+1)}) +...+ p^{(n/2)} * (1+p^{(n/2+1)})$

$= (1 + p + p^2 +...+ p^{(n/2)}) * (1 + p^{(n/2+1)})$

如：$1 + p + p^2 + p^3 + p^4 + p^5 = (1 + p + p^2) * (1 + p^3)$

若 n 为偶数,一共有奇数项,则:

$1 + p + p^2 + p^3 +...+ p^n$

$= (1+p^{(n/2+1)}) + p * (1+p^{(n/2+1)}) +...+ p^{(n/2-1)} * (1+p^{(n/2+1)}) + p^{(n/2)}$

$= (1 + p + p^2 +...+ p^{(n/2-1)}) * (1+p^{(n/2+1)}) + p^{(n/2)}$;

如：$1 + p + p^2 + p^3 + p^4 = (1 + p) * (1 + p^3) + p^2$