

讲解: <http://www.cppblog.com/MatoNol/archive/2011/07/13/150766.aspx>
http://blog.sina.com.cn/s/blog_71ded6bf0100tn3d.html

POJ3678 【基础】

题目大意:

有 N 个布尔元素 $x_1 \cdots x_n$, 每个元素的取值不确定。给出 M 个逻辑运算 (和 AND、或 OR、异或 XOR) 的结果, 求是否存在一种满足要求的取值方案。

输入:

第一行有两个整数 N 和 M ($1 \leq N \leq 1000$, $1 \leq M \leq 1000000$)。接下来有 M 行, 每一行前面有三个整数 a, b, c 和一个字符串 s , 表示编号为 a 和 b 的元素经过逻辑操作 s 以后得出的值是 c 。 s 可能且只可能为 “AND”、“OR” 和 “XOR”。

输出:

一行, 如果有满足要求的方案, 输出 “YES”, 否则输出 “NO”。

题解:

这题是 2SAT 的入门题, 也是非常重要的一题, 因为已经包含了 2SAT 的所有三种运算的建边情况。我们规定如果第 i 个元素为 0 的点编号为 i , 第 i 个元素为 1 的点编号为 $i+n$ (换成 $2*i$ 和 $2*i+1$ 也可以, 这是无关紧要的)。下面我们逐个逐个来分析:

(1) $a \text{ and } b=1$: 这要求 ab 同时为 1, 那么取 $a+n$ 这个点就一定取 $b+n$ 这个点, 取 $b+n$ 这个点就一定取 $a+n$ 这个点, 所以连边 $(a+n, b+n)$ 和 $(b+n, a+n)$ 。并且由于不能取 a, b 这个两个点, 连边 $(a, a+n)$ 和 $(b, b+n)$, 因为 2SAT 里要求一组的两点不能同时取, 所以如果选了 a 或者 b 那么由于有这两条边的存在就必然违法, 因此不能选 a 或 b 。

(2) $a \text{ and } b=0$: 这要求 ab 不同时为 1, 即有一个 1 另一个必须是 0, 故连边 $(a, b+n)$ 和 $(b, a+n)$ 。两个同时为 0 的话不需要加上额外的限制。

(3) $a \text{ or } b=1$: 这要求 ab 之间至少有一个为 1, 即有一个是 0 另一个必须是 1, 和 (2) 相反, 所以连边 $(a+n, b)$ 和 $(b+n, a)$ 。

(4) $a \text{ or } b=0$: 这要求 ab 同时为 0, 所以和 (1) 类似, 连边 (a, b) 和 (b, a) , 又因 ab 不能有任一个取 1, 连边 $(a+n, a)$ 和 $(b+n, b)$ 。

(5) $a \text{ xor } b=1$: 这要求 ab 一个为 0 一个为 1。连边 $(a, b+n)$ 、 $(b, a+n)$ 、 $(a+n, b)$ 和 $(b+n, a)$ 。

(6) $a \text{ xor } b = 0$: 这要求 ab 同值。所以连边 (a, b) 、 (b, a) 、 $(a+n, b+n)$ 和 $(b+n, a+n)$ 。

构图以后缩点，看看是否有 i 和 $i+n$ 在同一个连通分量内，如果有的话表示 i 必须为 0 和 1，那么无解。

POJ3207 【基础】

题目大意：

（题目比较绕，我意译一下）有一个园，上面顺时针有 n 个点排布，依次编号为 0 到 $n-1$ 。要画 m 条边，每一条边连接两个点，边可以在圆的内部，也可以在圆的外部。求是否存在一种画法令这 m 条边不交叉。

输入：

第一行有两个整数 n 和 m ($1 \leq n \leq 1000$, $1 \leq m \leq 500$)，接下来有 m 行，每一行有两个整数，表示一条边连接的点的编号。

输出：

一行，如果 m 条边不会交叉，输出 “panda is telling the truth...”，否则输出 “the evil panda is lying again”。

题解：

第 i 条边有两种情况：内边，编号为 $2*i$ ，外边，编号为 $2*i+1$ 。以边的情况作为 2SAT 图中的点。有两种情况，两条边不能同时连内边：设一条边是 (a, b) 另一条是 (c, d) ，且 $a < b$, $c < d$, $(c < a \ \&\& \ a < d \ \&\& \ d < b)$ 或 $(a < c \ \&\& \ c < b \ \&\& \ b < d)$ 不能连内边。这就是 2SAT 中的一个冲突。这个时候在图上连以下四条边：
 $(2*i+1, 2*j)$, $(2*j+1, 2*i)$, $(2*i, 2*j+1)$, $(2*j, 2*i+1)$ 。随后 Tarjan 缩点，判断即可。

数据范围据 Discuss 和亲测有误，点数需要开大一点（我开到了 5000）。

POJ3905 【基础】

题目大意：

有 N 个候选人， M 组要求 ($1 \leq N \leq 1000$, $1 \leq M \leq 1000000$)，每组要求关系到两个候选人。“ $+i +j$ ”表示 ij 两人中至少有一人要被选中，“ $+i -j$ ”代表 i 被选中且 j 不被选中至少发生一个，“ $-i +j$ ”代表 i 不被选中且 j 被选中至少发生一个，“ $-i -j$ ”代表 ij 中至少有一个人不被选中。求是否有满足这 M 组关系的方案存在。

输入：

有若干组测试数据。每一组测试数据占一行。每一行开头有两个整数 n m ，接下来有 m 对整数（前面带+-号，如+1 +2）表示 M 组关系。

输出：

每一组测试数据输出一行，包含一个整数，如果有满足的方案输出 1，否则输出 0。

题解：

很简单的一题 2SAT，是对 POJ 3678 的一个小实践。规定 $2*i$ 表示第 i 个人被选中， $2*i+1$ 表示第 i 个人不被选中。那么第一种情况意味着如果其中一个人没有被选中，另一个人一定要被选中，所以加边 $(2*a+1, 2*b)$ 和 $(2*b+1, 2*a)$ ；第二/三种情况意味着如果 i/j 没被选中那么 j/i 必须被选中，如果 j/i 被选中那么 i/j 也要被选中（加边略）；第四种情况意味着如果其中一个人被选中那么另一个人一定不被选中，所以加边 $(2*a, 2*b+1)$ 和 $(2*b, 2*a+1)$ 。

POJ3648 【中等】

题目大意：

$N-1$ 对 ($1 \leq N \leq 30$) 夫妻去参加一对新人的婚礼。所有的夫妻和新人吃饭的时候要坐在一张长桌子的两边。新郎新娘分坐在桌子两侧。新娘有一些特别的要求。她要求任何一对夫妻不能坐在桌子的同一侧。另外，有几对出轨的关系（男女，男男或者女女都有可能），新娘也不希望任何一对出轨的人都坐在桌子的同一侧。问是否有满足新娘要求的安排。

输入：

有若干行测试数据。每一组测试数据的第一行有一对整数 N 和 M ， M 表示有多少组出轨关系。接下来有 M 行，每一行表示一对出轨关系：如 3h 7h 表示 3 号老公和 7 号老公出轨，7h 6w 表示 7 号老公和 3 号老婆出轨。连带新人在内的 N 对夫妻从 0 开始编号，新郎新娘编号是 0。 $N=M=0$ 时输入结束。

输出：

每一组测试数据输出一行。如果存在符合要求的安排，输出一组坐在新娘一侧的人员列表，如 1h 2h 3w 4h 5h 6h 7h 8h 9h 这样。（似乎没有要求顺序输出。）否则输出一行 “bad luck”。

题解：

构图不困难，按冲突构图即可，注意加上一条新娘到新郎的边，作为限制关系，即不选新郎。这题要求输出一组可行解，所以我用来写了我的模板。这里顺带吐槽一点，之前我看网上的某个模板，写得实在是冗长，调了半天也没有通过。而论文和 PPT 上又总是有点语焉不详的感觉。这次找了别的代码对着自己重新写了一个，总算写出来了……

P0J2296【中等】

题目大意：

在平面上给出 M 个点 ($1 \leq M \leq 100$) 的坐标 (x, y) ($-10000 \leq x, y \leq 10000$)，要放置 M 个大小相同的正方形。每个正方形的上边或者下边的中点要是某个给出的点。每一个点只和一个正方形关联。各个正方形之间不可以重叠。正方形的边要和坐标轴平行。问正方形的最大边长（整数）可以是多大。

输入：

文件第一行有一个整数，表示有多少组测试数据。

每一组测试数据的第一行有一个整数 M 。接下来有 M 行，每一行有两个整数 $x_i y_i$ ，表示一个点的坐标。

输出：

每一组测试数据输出一行，包含一个整数，即正方形的最大边长。

题解：

很显然，对于每一个点，其放置的正方形要么在上面要么在下面，符合 2SAT 的模型。规定对第 i 个点， i 表示正方形在这个点上面， $i+n$ 表示正方形在这个点下面。那么我们对边长进行二分枚举，对于每一个边长 r ，如果：

(1) 两个点之间的 x 坐标之差 $\geq r$ ，那么这两个点的正方形如何放都是没有关系的；

(2) 两个点之间的 y 坐标之差 $\geq 2r$ ，那么这两个点的正方形如何放都是没有关系的；

(3) 两个点之间的 y 坐标之差 $< r$ ，那么有两种情况：

a. 两点的 y 坐标不一样，那么只能是上面那个点把正方形放在上面，下面那个点把正方形放在下面；

b. 两点的 y 坐标一样，那么两个点的正方形一个放在上面一个放在下面，但是不能相同；

(4) $r \leq$ 两个点之间的 y 坐标之差 $< 2r$, 那么如果一个正方形放在上面或下面, 另一个也只能放在上面或下面。

因此根据这些限制进行建图、Tarjan 缩点和判断即可。

P0J3683 【中等】

题目大意:

一天里有 N ($1 \leq N \leq 1000$) 个婚礼, 第 i 个婚礼有一个起始时间 S_i 和结束时间 E_i , 按照习俗需要找牧师在婚礼最初的 L_i 分钟内或者最后的 L_i 分钟内致辞。但是只有一个牧师, 所以各个致辞时间不能重复。问有无可能正常安排这一天的所有婚礼。

输入:

第一行有一个整数 N 。接下来有 N 行, 每一行有三个参数 S_i 、 E_i 和 L_i , 各用一个空格分开。其中 S_i 和 E_i 是形如 $xx:xx$ 的时间, L_i 是整数。

输出:

如果可以正常安排, 则第一行输出 “YES”, 接下来第 i 行输出两个参数 S_i' 和 E_i' , 表示第 i 组新人婚礼致辞的开始时间和结束时间, 时间格式也是 $xx:xx$, 两个时间中间有一个空格分离。

如果无法正常安排, 输出一行 “NO”。

题解:

这题主要是一个区间的覆盖要考虑清楚, 然后就是正常的冲突建图求解了。

P0J2749 【中等】

题目大意:

John 农夫的牛分散在 N ($1 \leq N \leq 1000$) 个牛棚里, 而牛棚之间没有道路相连。现在 John 修建了一条路, 然后打算把所有的牛棚连接到路的一端或者另一端。但是有一些奶牛之间互相喜欢或者讨厌, 所以有些牛棚不能连到路的同一端或者一定要连到路的同一端。定义所有距离为曼哈顿距离。如果两个牛棚连接到道路的同一段, 那么两个牛棚间的距离为两个牛棚各自到连接到的道路端的距离之和, 如果连接到道路两端则再加上道路的距离。求应该怎么连接牛棚到道路两端, 令任意两个牛棚间的距离的最大值最小。

输入：

第一行有三个整数 N 、 A 和 B ， A 、 B 表示有多少对奶牛不能在一起，以及有多少对奶牛一定要在一起。接下来有 N 行，每一行有两个整数 $X_i Y_i$ ($-1000000 \leq X_i Y_i \leq 1000000$)，表示第 i 个牛棚的坐标。接下来有 A 行，每一行有两个整数，表示这两头奶牛不能连接到道路的同一段。接下来有 B 行，每一行有两个整数，表示这两头奶牛一定连接到道路的同一段。一只奶牛住一间牛棚，奶牛从 1 开始编号。

输出：

一行，包含一个整数，即最小的最大距离。

题解：

规定 i 为第 i 号牛棚连到道路的 A 端， $i+n$ 为第 i 号牛棚连到道路的 B 端。那么对于喜欢和不喜欢的关系，正常建图就好。然后二分最大距离，枚举任意两个牛棚，再枚举这两个牛棚连到道路的两端的情况，也就是一共四种，判断其距离是否大于当前二分的距离，如果是就相当于增加一个冲突关系。然后缩点求解即可。

P0J2723 【中等偏上】

题目大意：

有 M 扇门 ($1 \leq M \leq 2^{11}$)，依次排列，要先打开前面的一扇才能打开后面的一扇。有 N 对钥匙 ($1 \leq N \leq 2^{10}$)，每一对钥匙里只能选一把，每一把只能用一次。这 M 扇门每一扇门上面都有两个钥匙孔，只要插对了其中一个孔的钥匙门就可以打开。现在已经知道所有的门需要哪些钥匙，问最多可以开多少道门。

输入：

有若干行测试数据。第一行有两个整数 N 和 M ， $N=M=0$ 时输入结束。接下来有 N 行，每一行有两个整数，表示一对钥匙的编号。钥匙从 0 开始编号到 $2N-1$ 。接下来有 M 行，依次表示第 i 扇门可以由哪两把钥匙打开。

输出：

每一组测试数据输出一行，表示最多可以打开的门的数量。

题解：

钥匙的冲突按正常的冲突进行建边就可以了。至于门的话，我们需要二分搜索最大可以打开多少扇门，假设当前搜索可以打开前 mid 扇，那么对于每一扇可

以打开的，假设用的钥匙是 A_i 和 B_i ，那么不开 A_i 就开 B_i ，不开 B_i 就开 A_i ，所以连边是 $!A_i \rightarrow B_i$ 和 $!B_i \rightarrow A_i$ 。

这道题耗了我颇长的时间。首先是门的建边问题。我一开始是反过来的，但是发现不行，因为这样的话图就变成了二分图，边都是从一边指向另外一边。上网查了一下以后才知道是要反过来。想了一下以后才发现，因为一扇门可以是两把钥匙同时打开的，所以不是选了一个就一定不选另一个，而是如果有一个没选就必须选另外一个。这个逻辑关系很重要！然后我套原来的模板出了一点问题，一怒之下从隔 n 编号改成了相邻编号，并且从 0 开始免得各种麻烦。最后发现总是 TLE，百思不得其解，忽然想到原来是数组开得太小了，改了一下就过了。两个小时就这么没了……