

<http://pan.baidu.com/s/ldDtaYuH> 题解代码包下载地址

POJ2976 【基础】

题目大意：

给出两个数组 $a[i]$ 、 $b[i]$ ，这两个数组里的数都是整数，一共有 N ($1 \leq n \leq 1000$) 个，要从里面去掉 K ($1 \leq K \leq N$) 对数（去掉一对数的意思是同时去掉 $a[i]$ 和 $b[i]$ ），使得剩下的数满足 $T = \text{sigma}(a[i]) / \text{sigma}(b[i])$ 最大。

输入：

有若干组测试数据。每一组测试数据的第一行有两个整数 N 和 K ，接下来有两行，分别是 $a[i]$ 和 $b[i]$ 。 $N=K=0$ 时输出结束。

输出：

每一组数据输出一行，包含一个整数，即对 $T \times 100$ 四舍五入。

题解：

这是一题经典（裸）的 01 分数规划问题。关于分数规划，在胡伯涛的最小割论文里面有，网上也有一个更浅显一些的讲解在

<http://blog.csdn.net/hhaile/article/details/8883652>。这一题的代码我用的是二分法写的。

POJ3757 【基础】

题目大意：

一种分布式文件存储系统由一个调度服务器和 N 台 ($1 \leq N \leq 20000$) 后端服务器节点组成。现在调度服务器收到一个一个大小为 F MB 的文件请求，而这个文件在每一台后端服务器上都有完整的存储，需要选择 K 个后端服务器来传送 K 个分块的文件，并且这 K 个分块的文件大小需要相同。每一个后端服务器有三个参数 P 、 B 和 C ，表示数据 IO 吞吐速度 (MB/s)，和调度服务器的传输速度 (MB/s) 以及传输每 MB 文件所需要的花费。求如何选择，才能令总的传输花费最小。假定 F MB 的文件总能被平均分为 K 块。

输入：

第一行有两个整数和一个小数，分别是 N 、 K 和 F 。

接下来有 N 行，每一行有三个小数 P 、 B 和 C ，描述了一台后端服务器的三个参数。

输出：

一行，包含一个小数点后四位的小数，即最小的总花费。

题解：

这一题有一点绕，让我们一步一步来看：对于第 i 台后端服务器而言：

读取 MB 数据传送到服务器需要时间： $T_i = 1/P_i + 1/B_i$

每秒传输数据到服务器的 MB 数： $V_i = 1/T_i = 1/(1/P_i + 1/B_i)$

每秒传输数据到服务器的费用： $C'_i = C_i * V_i = C_i / (1/P_i + 1/B_i)$

那么单位时间总的传输速度为 $\sum(V_i)$ ，总传输费用为 $\sum(C'_i)$ ，要求最小化传输 F MB 所需的费用，即最小化 $\sum(C'_i) / \sum(V_i)$ 。由于我们对所有机器都做了标准化单位处理，所以不需要再考虑分块大小的问题，因为时间必然是一样的。接下来就是我们熟悉的 01 分数规划了。对于每一台机器，令其 $w = C'_i - mid * V_i$ ， mid 是二分枚举的最小比值。然后对所有的 w 进行升序排序，取前面 K 个的 $\sum(C'_i) / \sum(V_i)$ ，看看是否大于 0，然后再做调整。答案是 $\sum(C'_i) / \sum(V_i) * F$ 。

P0J3111【基础】

题目大意：

有 N ($1 \leq N \leq 100000$) 件珠宝，每一件有一个价值 v_i 和一个重量 w_i ，要从中挑选 K ($1 \leq K \leq N$) 件令 $\sum(v_i) / \sum(w_i)$ 最大。

输入：

文件的第一行有两个整数 N 和 K 。接下来有 N 行，每一行有两个整数，分别是第 i 件珠宝的 v_i 和 w_i 。

输出：

一行，包含 K 个空格分隔的整数，即应该取的珠宝的编号。采用 Special Judge，不一定要升序输出。

题解：

和 POJ2976 如出一辙，不过是取 K 个而不是去掉 K 个。方法还是二分搜索最大比值 mid ，每一个珠宝的 $key = v - mid * w$ ，然后对所有珠宝按 key 降序取前 K 个加和 key 看是否大于 0，然后缩小搜索范围。此题精度实测 0.00001 可以过。

POJ3621 【基础】

题目大意：

奶牛们要去大都会参观。已知有 L 个参观景点 ($2 \leq L \leq 1000$)，连接这些景点有 P ($1 \leq P \leq 5000$) 单向的牛行道，走每一条牛行道都需要一定的时间。已知每一个景点第一次参观的快乐值，并且一个景点可以经过多次但是只有第一次经过有快乐值。奶牛们从编号为 1 的景点出发。奶牛们希望它们的参观能够有最高的性价比，也就是 所有参观景点的快乐值之和 和 所有需要的走牛行道用时之和 的比值最大。奶牛们希望知道这个最大值。

输入：

有若干组测试数据。每一组测试数据的第一行有两个整数 L 和 P 。接下来有 L 行每一行有一个整数 H_i 表示第 i 个景点的快乐值。接下来有 P 行，每一行表示一条牛行道的信息，有三个整数 u 、 v 、 w ，分别表示牛行道的起始景点编号、到达景点编号和耗时。

输出：

对于每一组测试数据，输出一行，包含一个小数点后两位的小数，即最大的快乐/耗时比值。

题解：

这题是典型的最优比率生成环，属于 01 分数规划的问题。设答案为

$$\begin{aligned} ans = & (happy[x[1]] + happy[x[2]] + \dots + \\ & + happy[x[k]]) / (w[x[1]][x[2]] + w[x[2]][x[3]] + \dots + w[x[k- \\ & 1]][x[k]] + w[x[k]][x[1]]) \end{aligned}$$

上下都有 k 项，移项得到

$$ans * w[u][v] - happy[v] = 0, \text{ 故 } \sigma(ans * w[u][v] - happy[v]) = 0$$

所以可以采用 SPFA 判断负环来检验当前猜测的答案值偏大还是偏小。因为以 $ans * w[u][v] - happy[v]$ 作为 SPFA 三角不等式比较时的“边权”，易知如果有负环说明 $\sigma(ans * w[u][v] - happy[v]) < 0$ 。然后就是二分搜索了。

POJ2728 【基础】

题目大意：

在沙漠中有 N ($1 \leq N \leq 1000$) 个城市，每一个城市有一个坐标 (x, y) 和一个高度 h ($0 \leq x, y < 10000$, $0 \leq h < 100000000$)。任意两个城市之间都可以修一条直线相连的道路，道路长度为其直线长度。现在需要在各城市之间修建公路，使得所有城市之间都可以通过公路互相到达。要求所有修筑的道路的高度差之和比上长度之和的比值最小。

输入：

有若干组测试数据。每一组测试数据第一行有一个整数 N ，接下来有 N 行每一行有三个整数 x_i 、 y_i 和 h_i ，表示一个城市的坐标和高度。

输出：

每一组测试数据输出一行，包含一个小数点后三位的小数，即最小的比值。

输出：

这一题是典型的最优比率生成树，也是 01 分数规划的典型问题。根据 01 分数规划的形式，我们要求 $ans = \frac{\sum H}{\sum dis}$ (H 表示一条边的高度差) 最小，于是设 $w_i = H_i - mid * Dis_i$ ，以 w_i 作为新的边权，求最小生成树。然后求各边的权值和，按以往的方法进行二分搜索。

这题迭代法明显就比二分法快很多了。而迭代法的操作方式如下：

- 1、先随便猜测一个答案，作为迭代答案初始值；
- 2、根据当前迭代答案值（即 $w_i = H_i - mid * Dis_i$ 中的 mid ）求 w_i 后排序；
- 3、选出当前迭代值中需要的几对数，新的迭代答案值 $w_i' = \frac{\sum H_i}{\sum Dis_i}$ ；
- 4、重复 2、3，直到两次迭代值之间的差值小于阈值。

迭代法的正确性网上的证明有，我这里不赘述。

POJ3155 【难】

题目大意：

John 是某家公司的 CEO，某一天公司董事会董事长的儿子 Scott 进入了公司管理层，董事长让 John 给 Scott 一个团队来管理。John 担心 Scott 做得太好会抢了自己的位置，于是决定挑选出一个尽量难管的团队给 Scott。John 经过长

期的积累知道公司里每两个人之间在同一个团队中的合作是否有困难，而一个团队的合作难度系数就是这个团队中所有人中合作有困难的个数除以人数。现在他要挑选出一个合作难度系数最大的团队来给 Scott。

输入：

第一行有两个整数 n 和 m ($1 \leq n \leq 100$, $1 \leq m \leq 1000$)，表示公司有 n 个人（从 1 依次编号到 n ），其中有 m 对人互相合作有困难。接下来有 m 行，每一行有两个整数 a 、 b ，表示编号为 a 和 b 的两个人合作有困难。

输出：

第一行输出一个整数 k ，表示挑选出来的团队有多少人。接下来按升序输出这 k 个人编号，每一个编号一行。如果有多个解，输出任意一个即可。

题解：

这题在我做最小割的题目时没有解出来，当时用的是转化为最大权闭合子图的方式。现在重新做这道题，用的是 01 分数规划二分查找的方式，建图方式还是胡伯涛论文的方法。有一个比胡伯涛的论文简明粗暴一些的：

<http://blog.csdn.net/power721/article/details/6781518>，如果看胡伯涛论文比较吃力的可以先看看这个。

老实说这题难在对模型转化的理解。我至今仍然不是太熟练，还要仔细想才能想清楚怎么理解。功力还是不够啊。

另外，这题在 POJ 上的数据范围有些问题，点数最大应该是 $100+2$ ，但是我测了几次起码要开到 $300+2$ 才够，边数起码 5000（理论最小值是题目点数 $\times 2$ + 题目边数 $\times 2$ ），和题目给出的范围不一样。另外此题精度也是个大坑，用论文里的 $1/(n*n)$ 作为 ϵ 是会超时的，我测了一下最大精度到 0.001 都还是可以的。