

实际上最优匹配的题目，大多数都可以通过最小费用最大流来解决，因为他们的条件与要求几乎都是一样的。不过总体上来说，KM 算法 $O(N^3)$ （ N 代表点数， E 代表边数）的稳定性总是要优于费用流的算法的，因为 SPFA 费用流的时间复杂度不稳定，并且一般在 $O(N \cdot E^2)$ 到 $O(N^2 \cdot E)$ 之间徘徊，除非是稀疏图，否则费用流的效率很难和 KM 算法比肩。因此这次的代码里面我有部分的题目用了两种做法，有些题目只用了 KM 算法。

P0J2195【基础】

题目大意：

地图上有若干个人和若干间房子，现在要让所有人都走到房子里，每间房子只能容纳一个人。人在地图上可以上下左右行走，每走一格则要花费 1 元，求让所有人进入房子所需要的最小花费。

输入：

有若干组测试数据。每一组测试数据的第一行有两个整数 N 和 M ，表示地图是 N 行 M 列的。接下来给出一个 $N \times M$ 的矩阵，如果一个点是“.”则表示是空地，“m”代表这一格有一个人，“H”代表这一格有一间房子。 $N=M=0$ 时代表测试数据结束。 $1 \leq N, M \leq 100$ ，最多有 100 个房子。

输出：

对于每一组测试数据，输出一行，包含一个整数，即最少需要花费的价钱。

题解：

最小费用最大流的做法请见费用流题解。KM 算法的建图和最小费用最大流的一样，写法不同，我用这题做了我的 KM 模板。不得不说，在这道题上，KM 算法能比 SPFA 费用流跑得快得多了（0ms：125ms）。

P0J3565【基础】

题目大意：

有 N 只蚂蚁和 N 棵苹果树（ $1 \leq N \leq 100$ ），要为每一只蚂蚁分配一棵苹果树。蚂蚁们使用特殊的化学物质来标记它们的洞穴到苹果树的路线，因此两只蚂蚁的路线之间不能有重复。现在请求出一种可行的分配方式。

输入：

第一行有一个整数 N 。接下来 N 行每一行有两个整数 x_i, y_i ，分别表示一个蚂蚁窝的坐标 ($-10000 \leq x_i, y_i \leq 10000$)，接下来 N 行每一行有两个整数表示一棵苹果树的坐标。

输出：

N 行，第 i 行有一个整数 A_i ，表示第 A_i 棵苹果树分配给第 i 个蚂蚁。

题解：

这一题的做法和 POJ2195 一样，不过需要把相应的一些变量改成 `double` 类型而言（最坑爹的是不知道为什么读入坐标也要 `double`，反正 `int` 读入是会挂的……）。考虑到 `link` 数组的意义，我们把苹果树放在 X 部蚂蚁放在 Y 部来进行匹配，然后输出的时候直接输出 `link` 数组即可。

POJ3686 【中等】

题目大意：

有 N 个订单和 M 个机器 ($1 \leq N, M \leq 50$)，已知第 i 个订单在第 j 个机器完成的时间为 M_{ij} ，每台机器同一时刻只能处理一个订单，机器必须完整地地完成一个订单后才能接着完成下一个订单。请求出 N 个订单完成时间的平均值最少为多少。

输入：

第一行有一个整数，表示有多少组测试数据。

接下来每一组测试数据的第一行是一个空行，与上一组测试数据分割。每个测试数据的第二行有两个整数 N 和 M 。接下来是一个 N 行 M 列的矩阵，第 i 行第 j 列表示 M_{ij} 的值。

输出：

每一组测试数据一行，一个小数，保留到小数点后 6 位。

题解：

这一题理解上有一些困难（我觉得是题目叙述的原因……），所以重在建图。应该说是那么多台机器，某一时刻只能开一台，然后其他等着。也就是说，假设某个机器处理了 k 个玩具，那么对于这些玩具，有两种时间，一种是真正处理的时间，一种是等待的时间，等待的时间就是之前所有处理的玩具的时间。假设这 k 个玩具真正用在加工的时间分为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$ ，那么每个玩具实际的时间是加工的时间+等待时间，分别为 $a_1, a_1+a_2,$

$a_1+a_2+a_3+\dots+a_1+a_2+\dots+a_k$ 。求和之后变为 $a_1*k + a_2*(k-1) + a_3*(k-2) + \dots + a_k$ 。这个我想了很久才想清楚，只能说……题目描述得实在是精简（不相信的话请去看原题……）。

因此，对每个机器，最多可以处理 n 个玩具，所以可以拆成 n 个点， $1\sim n$ 分别代表某个玩具在这个机器上倒数第几个被加工的，所以我们对于每个玩具 i ，机器 j 中拆的每个点 k ，连接一条 $m[i][j]*k$ 权值的边。

如果是用最小费用最大流的话只要再加上超级源点和超级汇点就可以了。如果是 KM 算法的话，构图和费用流构图方式一样，只是不需要源点和汇点以及相关的边。

POJ2400 【中等】

题目大意：

有 N 个老板和 N 个 ($0 < N < 15$) 雇员，每个老板/雇员都对所有的雇员/老板有一个排名。现在要给每个老板分配一个雇员，让这 N 对雇佣关系的平均排名最高（数值最小）。

输入：

第一行包含一个整数，表示有多少组测试数据。

每一组测试数据的第一行有一个整数 N 。接下来有 N 行，每一行 N 个整数，第 i 行第 j 个整数表示第 i 位老板心目中排第 j 位的员工。接下来又有 N 行，每一行 N 个整数，第 i' 行第 j' 个整数表示第 i' 位员工心目中排第 j' 位的老板。

输出：

输出平均排名最高的那种情况。如果有多种最优解，按升序进行输出。输出格式如下（注意，最优平均排名是指将所有匹配情况的排名，第一名为 0，第二名为 1，以此类推加和以后再除以 $2N$ ）：

Data Set 1, Best average difference: %最优平均排名%

Best Pairing 1

Supervisor %老板编号% with Employee %员工编号%

.....

Supervisor %老板编号% with Employee %员工编号%

.....

Best Pairing k

Supervisor %老板编号% with Employee %员工编号%

.....

Supervisor %老板编号% with Employee %员工编号%

Data Set 2, Best average difference: %最优平均排名%

Best Pairing 1

Supervisor %老板编号% with Employee %员工编号%

.....

Supervisor %老板编号% with Employee %员工编号%

题解:

虽然给出了两张图但是只要把对应的一种员工-老板的组合的总排名加起来作为这一条边的权即可。另外考虑到 link 数组的意义以及后面需要输出匹配的情况，将员工放在 X 部进行匹配，老板放在 Y 部进行匹配。求出最优解后按升序深搜得到所有的解即可。