

# Teoretične osnove računalništva

Zapiski predavanj 2010/2011

23. februar 2011



This work is licensed under a Creative Commons  
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0  
Unported License

# Kazalo

<b>1</b>	<b>Turingov Stroj</b>	<b>2</b>
1.1	Zgodovina . . . . .	2
1.2	Definicija Turingovega stroja . . . . .	3
1.2.1	Trenutni opis . . . . .	3
1.2.2	Relacija $\vdash$ . . . . .	3
1.2.3	Tranzitivna ovojnica $\vdash^*$ relacije $\vdash$ . . . . .	3
1.3	Jezik Turingovega stroja . . . . .	3
1.3.1	Ugotavljanje pripadnosti besed Turingovemu jeziku . . . . .	4

# Poglavje 1

## Turingov Stroj

### 1.1 Zgodovina

Eden od Hilbertovih problemov (deseti po vrsti), je vprašanje, ali obstaja postopek, ki pove, če je neka poljubna diofantska enačba rešljiva - torej ali lahko ugotovimo, če ima polinom  $P(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$  celoštevilsko rešitev.

Matematiki so se precej ukvarjali s tem problemom in kmalu ugotovili, da pojem postopka oz. algoritma ni bil dovolj dobro definiran.

Osnovna intuitivna definicija se glasi nekako tako:

**Def.:** Algoritem je zaporedje ukazov, s katerimi se v končnem številu korakov opravi neka naloga.

Ostaja pa še kar nekaj odprtih vprašanj, npr.:

- Kakšni naj bodo ukazi?
  - Osnovni - algoritem ima veliko korakov
  - Kompleksni - algoritem nalogo reši v enem koraku
- Koliko ukazov naj bo?
  - Končno - ali je s tako množico res mogoče rešiti vsako nalogo?
  - Neskončno - kakšen izvajalec je sposoben uporabljati neskončno ukazov?
- So ukazi zvezni ali diskretni?
- V kakšnem pomnilniku so ukazi shranjeni?
  - Končnem
  - Neskončnem

Nekateri zgodnji poskusi formalizacije pojma algoritma:

- GK (Kurt Gödel, Stephen Kleene)
- HG (Jacques Herbrand, Kurt Gödel)
- (Andrey Markov),
- Produkcijski sistem (Emil Post),
- Lambda račun (Alonso Church, 1936)
- Turingov stroj (Alan Turing, 1936)

## 1.2 Definicija Turingovega stroja

**Def.:** Turingov stroj je sedmerka  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  kjer je:

- $Q$  končna množica stanj
- $\Sigma$  končna množica vhodnih simbolov,  $Q \cap \Sigma = \emptyset$
- $\Gamma$  končna množica tračnih simbolov,  $\Sigma \subset \Gamma$
- $\delta$  funkcija prehodov:  $Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, D\}$ ,  
kjer  $L$  in  $D$  označujeta premik levo ali desno
- $q_0$  začetno stanje,  $q_0 \in Q$
- $B$  prazen simbol,  $B \in \Gamma$
- $F$  množica končnih stanj,  $F \subseteq Q$

### 1.2.1 Trenutni opis

**Def.:**  $TO = \Gamma^* \times Q \times \Gamma^*$  je množica vseh trenutnih opisov.

Nek trenutni opis  $(\alpha_1, q, \alpha_2)$ , ali krajše  $\alpha_1 q \alpha_2$  opisuje konfiguracijo Turingovega stroja.

Iz  $\alpha_1$  in  $\alpha_2$ , lahko razberemo:

- če je  $\alpha_1 = \varepsilon$ , je okno skrajno levo
- če je  $\alpha_2 = \varepsilon$ , je okno nad  $B$  in so naprej sami  $B$ -ji

### 1.2.2 Relacija $\vdash$

**Def.:** Če sta  $u, v$  trenutna opisa, ter  $v$  neposredno sledi iz  $u$  v enem koraku Turingovega stroja, tedaj pišemo  $u \vdash v$ .

Naj bo  $x_1 \dots x_{i-1} q x_i \dots x_n$  trenutni opis:

- če je  $\delta(q, x_i) = (p, Y, D)$ :  
 $x_1 \dots x_{i-1} q x_i \dots x_n \vdash x_1 \dots x_{i-1} Y p x_{i+1} \dots x_n$
- če je  $\delta(q, x_i) = (p, Y, L)$ :  
\* če je okno na robu ( $i = 1$ ), se Turingov stroj ustavi, ker je trak na levi omejen.  
\* če okno ni na robu ( $i > 1$ ), potem:  $x_1 \dots x_{i-1} q x_i \dots x_n \vdash x_1 \dots p x_{i-1} Y x_{i+1} \dots x_n$

### 1.2.3 Tranzitivna ovojnica $\vdash^*$ relacije $\vdash$

**Def.:**  $u \vdash^* v$ , če obstaja tako zaporedje  $x_i, (i \in [0, 1, \dots, k], k \geq 0)$ , da velja  $u = x_0, v = x_k$  in  $x_0 \vdash x_1 \wedge x_1 \vdash x_2 \wedge \dots \wedge x_{k-1} \vdash x_k$

Torej, trenutni opis  $v$  sledi iz  $u$ , v  $k$  korakih Turingovega stroja.

## 1.3 Jezik Turingovega stroja

**Def.:** Jezik Turingovega stroja je definiran kot:

$$L(M) = \{w \mid w \in \Sigma^* \wedge q_0 w \vdash^* w_1 q w_2 \wedge w_1, w_2 \in \Gamma^* \wedge q \in F\}$$

Z besedami to pomeni, da je  $L(M)$  množica besed  $w \in \Sigma^*$ , ki če jih damo na vhod stroju  $M$ , povzročijo, da se stroj  $M$  v končno mnogo korakih znajde v končnem stanju.

**Def.:** Jezik  $L$  je Turingov jezik, če obstaja Turingov stroj  $M$ , tak, da je  $L = L(M)$ .

### 1.3.1 Ugotavljanje pripadnosti besed Turingovemu jeziku

Pri vprašanju ali je neka beseda v jeziku, Turingove jezike ločimo na:

- Odločljive - obstaja algoritem, s katerim se lahko za poljubno besedo odločimo, ali pripada jeziku.
- Neodločljive - v splošnem ni algoritma, ki bi za poljubno vhodno besedo z DA ali NE odgovoril na vprašanje pripadnosti.
  - če je odgovor DA, to ugotovimo v nekem končnem številu korakov.
  - če je odgovor NE, pa ni nujno, da se bo stroj kdaj ustavil.