TRAVEAUX NOTÉS :

Les fractales

27/11/2020

* Position du Problème :

Dans son article célèbre (1), le mathématicien français B. Mandelbrot a montré que, dans la nature, de nombreuses structures obéissent à des règles de construction mathématiques : plantes, coquillages, polymères, colloïdes, aerosols ...

$(M) \begin{cases} M_0 \\ M_{n+1} \end{cases}$

30000

1/ Premières fractale :

x_0 M_0 y_0

À partir du point de coordonnées $(0.5 , 0.0)$, construire l'ensemble de 30 000 points $\{(x_n, y_n)\}$ tels que :

p = random.uniform(0,1)

$p = 0{,}16$

$$M_{n+1} \quad (x_{n+1}, y_{n+1}) = \begin{cases} (0{,}05\, x_n , 0{,}6\, y_n) & \text{avec une probabilité de } 10\% \quad [0 ; 0{,}1] \\ (0{,}05\, x_n , -0{,}5\, y_n + 1) & \text{avec une probabilité de } 10\% \quad [0{,}1 ; 0{,}2] \\ (0{,}46\, x_n - 0{,}32\, y_n , 0{,}39\, x_n + 0{,}38\, y_n + 0{,}6) & \text{avec une proba de } 20\% \quad [0{,}2 ; 0{,}4] \\ (0{,}47\, x_n - 0{,}15\, y_n , 0{,}17\, x_n + 0{,}42\, y_n + 1{,}1) & \text{avec une proba de } 20\% \\ (0{,}43\, x_n + 0{,}28\, y_n , -0{,}25\, x_n + 0{,}45\, y_n + 1) & \text{avec une proba de } 20\% \\ (0{,}42\, x_n + 0{,}26\, y_n , -0{,}35\, x_n + 0{,}31\, y_n + 0{,}7) & \text{avec une proba de } 20\% \end{cases}$$

2/ Algorithme de Barnsley :

Essayer : (30 000 pts)

$$(x_0, y_0) = (0.05 \,,\, 0{,}0)$$

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = \begin{cases} (0{,}5 \,,\, 0{,}27\, y_n) & 2\% \\ (-0{,}139\, x_n + 0{,}263\, y_n + 0{,}57 \,,\, 0{,}246\, x_n + 0{,}224\, y_n - 0{,}036) & 15\% \\ (0{,}17\, x_n - 0{,}215\, y_n + 0{,}408 \,,\, 0{,}222\, x_n + 0{,}176\, y_n + 0{,}0893) & 13\% \\ (0{,}781\, x_n + 0{,}034\, y_n + 0{,}1075 \,,\, -0{,}032\, x_n + 0{,}739\, y_n + 0{,}27) & 70\% \end{cases}$$

3/ Sierpinski :

Un autre objet fractale a été défini par Sierpinski de la façon suivante :

On considère le triangle formé par les 3 points de coordonnées :
$M_1 = (a_1, b_1)$, $M_2 = (a_2, b_2)$ et $M_3 = (a_3, b_3)$. Soit un point P_0 de coordonnées arbitraires $P_0 = (x_0, y_0)$ à l'intérieur du triangle $M_1M_2M_3$. Construire 15 000 points tels que :

P_{n+1} est le milieu de $[M_1 P_n]$ (avec une probabilité de 1/3)
P_{n+1} est le milieu de $[M_2 P_n]$ (1/3)
P_{n+1} est le milieu de $[M_3 P_n]$ (1/3).

Python : matplotlib.pyplot → plt

le code permettant de tracer les pts :

```
ax = plt.gca()
ax.set_xticks([])
ax.set_yticks([])
plt.plot(abscisses, ordonnees, 'b.')
plt.show()
```

listes coordonnées

il faut les construire

M_1
''
(abscisses[1], ordonnees[1])

3 points

A , B , C

x_A, y_A , x_B, y_B , x_C, y_C

?

30.000

abscisses

0		
x_A	x_B	x_C

ordonnées

0		
y_A	y_B	y_C

plt

donner !

A(abscisses[0], ordonnees[0])

⚠ délai ?

Durée de réalisation (+ github)

2 heures.

Vers la fin de la 1ère heure de la prochaine séance (en classe).