

\* Position du problème :

Dans un article célèbre<sup>(1)</sup>, le mathématicien français B. Mandelbrot a montré que, dans la nature, de nombreuses structures obéissent à des règles de construction mathématiques : plantes, coquillages, polymères, colloïdes, aérosols ...

1/ Première fractale :

À partir du point de coordonnées  $(0.5, 0.0)$ , construite l'ensemble de 30 000 points  $\{(x_n, y_n)\}$  tels que :

$x_0 \quad M_0 \quad y_0$

$(M) \begin{cases} M_0 \\ M_{n+1} \end{cases}$   
30000

$p = \text{random. uniform}(0,1)$   
 $p = 0.16$

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = \begin{cases} (0.05 x_n, 0.6 y_n) & \text{avec une probabilité de } 10\% [0; 0.1] \\ (0.05 x_n, -0.5 y_n + 1) & \text{avec une probabilité de } 10\% [0.1; 0.2] \\ (0.46 x_n - 0.32 y_n, 0.39 x_n + 0.38 y_n + 0.6) & \text{avec une proba de } 20\% [0.2; 0.4] \\ (0.47 x_n - 0.15 y_n, 0.17 x_n + 0.42 y_n + 1.1) & \text{avec une proba de } 20\% \\ (0.43 x_n + 0.28 y_n, -0.25 x_n + 0.45 y_n + 1) & \text{avec une proba de } 20\% \\ (0.42 x_n + 0.26 y_n, -0.35 x_n + 0.31 y_n + 0.7) & \text{avec une proba de } 20\% \end{cases}$$

2/ Algorithme de Barnsley :

Essayer :

(30000 pts)

$$(x_0, y_0) = (0.05, 0.0)$$

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = \begin{cases} (0.5, 0.27y_n) & 2\% \\ (-0.139x_n + 0.263y_n + 0.57, 0.246x_n + 0.224y_n - 0.036) & 15\% \\ (0.17x_n - 0.215y_n + 0.408, 0.222x_n + 0.176y_n + 0.0893) & 13\% \\ (0.781x_n + 0.084y_n + 0.107, -0.032x_n + 0.739y_n + 0.27) & 70\% \end{cases}$$

### 3/ Sierpinski :

Un autre objet fractale a été défini par Sierpinski de la façon suivante :

On considère le triangle formé par les 3 points de coordonnées :

$M_1 = (a_1, b_1)$  ,  $M_2 = (a_2, b_2)$  et  $M_3 = (a_3, b_3)$ . Soit un point  $P_0$  de coordonnées arbitraires  $P_0 = (x_0, y_0)$  à l'intérieur du triangle  $M_1 M_2 M_3$ . Construire 15 000 points tels que :

$P_{n+1}$  est le milieu de  $[M_1 P_n]$  (avec une probabilité de  $1/3$ )

$P_{n+1}$  est le milieu de  $[M_2 P_n]$  ( $1/3$ )

$P_{n+1}$  est le milieu de  $[M_3 P_n]$  ( $1/3$ ).

Python = matplotlib.pyplot → plt

le code permettant de tracer les pts :

```
ax = plt.gca()
```

```
ax.set_xticks([])
```

```
ax.set_yticks([])
```

```
plt.plot(abscisses, ordonnees, 'b.')
```

```
plt.show()
```

il faut les  
constituer

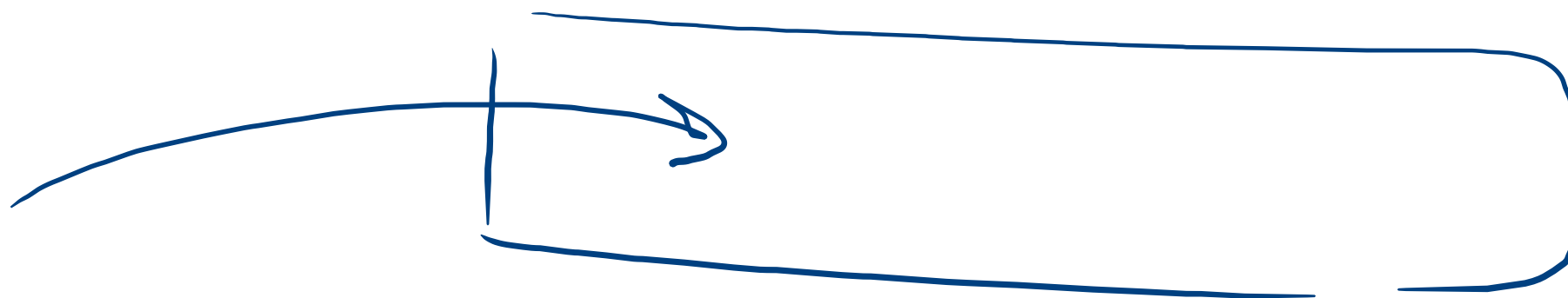
listes coordonnées

M<sub>n</sub>  
"

(abscisses[1], ordonnees[1])

3 points

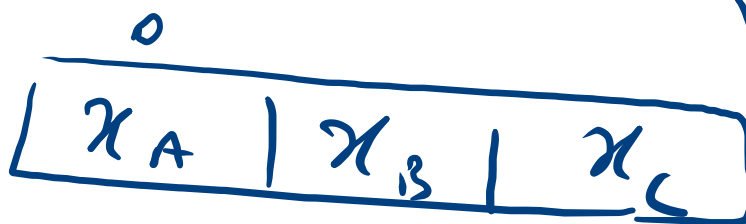
A, B, C  
 $x_A, y_A$     $x_B, y_B$     $x_C, y_C$



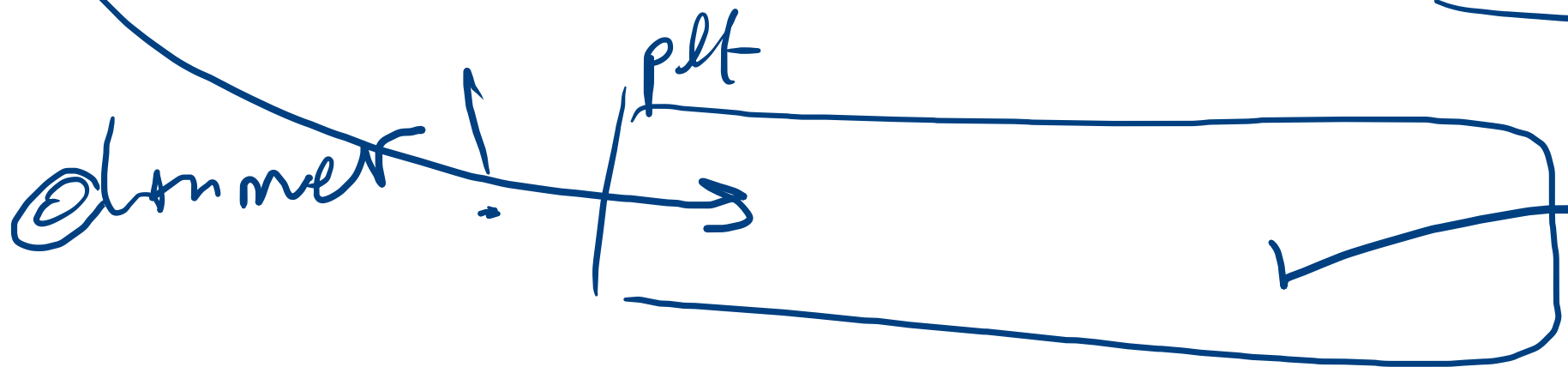
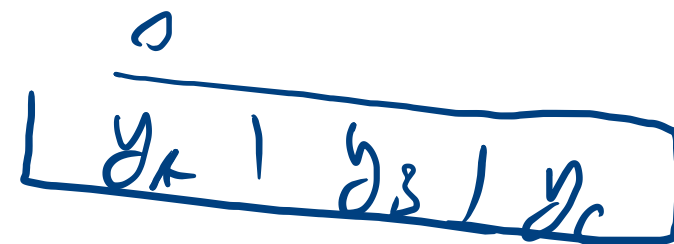
?

30000

abscisses



ordonnées



A(  
  abscisses[0],  
  ordonnees[0])



début ?

Durée de réalisation  
(+ github)

2 heures

Vers la fin de la 1<sup>ère</sup> heure  
de la prochaine séance (en  
classe).