2025 年 2 月 25 日 星期二

Lec 2

Monopoly & Price Discrimination

- 定义：monopoly=市场中唯一的供应商
- 怎么维持垄断?

  Natural monopoly：固定成本高，规模效益递增的行业。e.g. 水电

  Government-granted monopoly：政府政策允许垄断。e.g. 专利

  Merger

  Strategically deter entry
- 垄断定价

  反需求函数$P(q)$（垄断市场中，选定价格和选定产量是等价的）

  成本函数$C(q)$

  利润：$\pi(q) = R(q) - C(q) = P(q)q - C(q)$

  利润最大化：

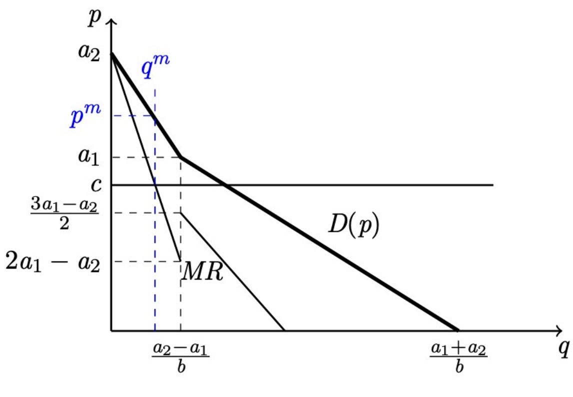


Figure 3: Case 2: $a_1 < \frac{a_2+2c}{3}$

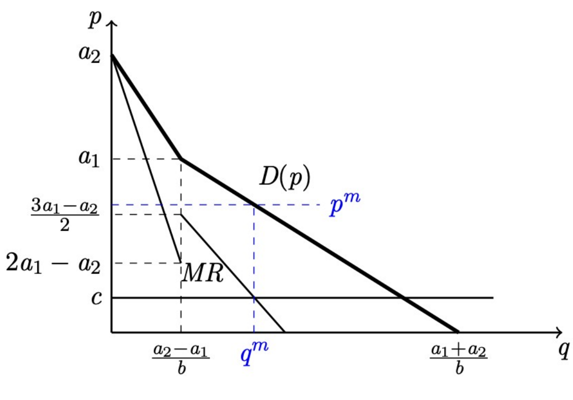


Figure 2: Case 1: $a_1 > \frac{a_2+c}{2}$

  $\frac{d\pi(q)}{dq} = \frac{dR(q)}{dq} - \frac{dC(q)}{dq} = 0$，i.e. MR=MC

  边际收益：$MR = P(q) + P'(q)q$

  增加 q 的效应：

  - 多卖一单位产品
  - 每单位产品价格下降

  $MR = P(q)(1 + \frac{P'(q)q}{P(q)}) = P(q)(1 - \frac{1}{\epsilon})$

- $\epsilon = -\frac{P}{P'(q)q}$是需求价格弹性
- $\epsilon > 1$，MR＞0，更低的价格增加总利润
- $0 < \epsilon < 1$，MR＜0，更低的价格减少总利润

利润最大化条件：$P(q^m)(1-\frac{1}{\epsilon}) = MC \to \frac{p^m - MC}{p^m} = \frac{1}{\epsilon}$；$q^m$是垄断产量，$p^m = P(q^m)$是垄断价格

- 反弹性原则：需求价格弹性和厂商定价负相关
- 式子的左侧是Lerner指数，度量了厂商的市场力量

例1

- 线性需求$P(q) = a - bq, a > 0, b > 0$
- $R(q) = q(a - bq)$，$MR = a - 2bq$
- $\epsilon = \frac{P(q)}{P(q) - MC} = \frac{P(q)}{a - P(q)}$，随P递增
- $\epsilon > 1$ iff. $P > a/2$

例2

- $P(q) = q^{-\frac{1}{\sigma}}, a > 0, b > 0$ or $Q(P) = P^{-\sigma}$
- $R(q) = q^{1-\frac{1}{\sigma}}$，$MR = (1 - \frac{1}{\sigma})q^{-\frac{1}{\sigma}}$
- $\epsilon = \sigma$，为常数

- 福利

  损失

  - $p^m > MC$→deadweight loss
  - 寻租行为
  - Deterring entry的成本
  - 为获得垄断力量而进行过度的R&D

  优点

  - 垄断利润刺激创新

- 多商品的垄断定价（考虑两个商品的情形）

  需求函数：$q_1 = Q_1(p_1, p_2)$，$q_2 = Q_2(p_1, p_2)$

成本函数：$C(q_1, q_2)$

利润最大化问题：$\max_{p_1, p_2} \pi = p_1 Q_1(p_1, p_2) + p_2 Q_2(p_1, p_2) - C(Q_1(p_1, p_2), Q_2(p_1, p_2))$

产品 I 的 FOC：$Q_i + p_i \frac{\partial Q_i}{\partial p_i} + p_j \frac{\partial Q_j}{\partial p_i} = \frac{\partial C}{\partial q_i}\frac{\partial Q_i}{\partial p_i} + \frac{\partial C}{\partial q_j}\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}$

考虑两个极端情形

- 需求相关，成本无关：$C(q_1, q_2) = C_1(q_1) + C_2(q_2)$

  FOC 变为$(p_i - C_i')\frac{\partial Q_i}{\partial p_i} = -Q_i - (p_j - C_j')\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}$，其中$C_i' = \frac{\partial C}{\partial q_i}$

  两侧同除$p_i(\partial Q_i / \partial p_i)$，得到$\frac{p_i - C_i'}{p_i} = \frac{1}{\epsilon_i} - \frac{p_j - C_j'}{p_i}\frac{\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}}{\frac{\partial Q_i}{\partial p_i}}$，其中$\epsilon_i = -\frac{\partial Q_i}{\partial p_i}\frac{p_i}{Q_i}$

  $\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}$的符号决定了 Lerner 指数和反弹性需求的关系

  当 i 和 j 是替代品（$\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}$>0），Lerner 指数高于反弹性需求，多产品垄断者设定比单独垄断更高的价格，因为其内化了两种商品的竞争效应

  当 i 和 j 是互补品（$\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}$<0），结果相反

- 成本相关，需求无关：$q_1 = Q_1(p_1)$，$q_2 = Q_2(p_2)$

  FOC 变为$\frac{pi - \frac{\partial C(q_i, q_j)}{\partial q_i}}{p_i} = \frac{1}{\epsilon_i}$

  产品 i 的 Lerner 指数取决于q_j

  由于规模经济的存在，多产品垄断者会比单独的厂商制定更低的价格

  规模不经济的情况下，结果相反

- 优势厂商模型

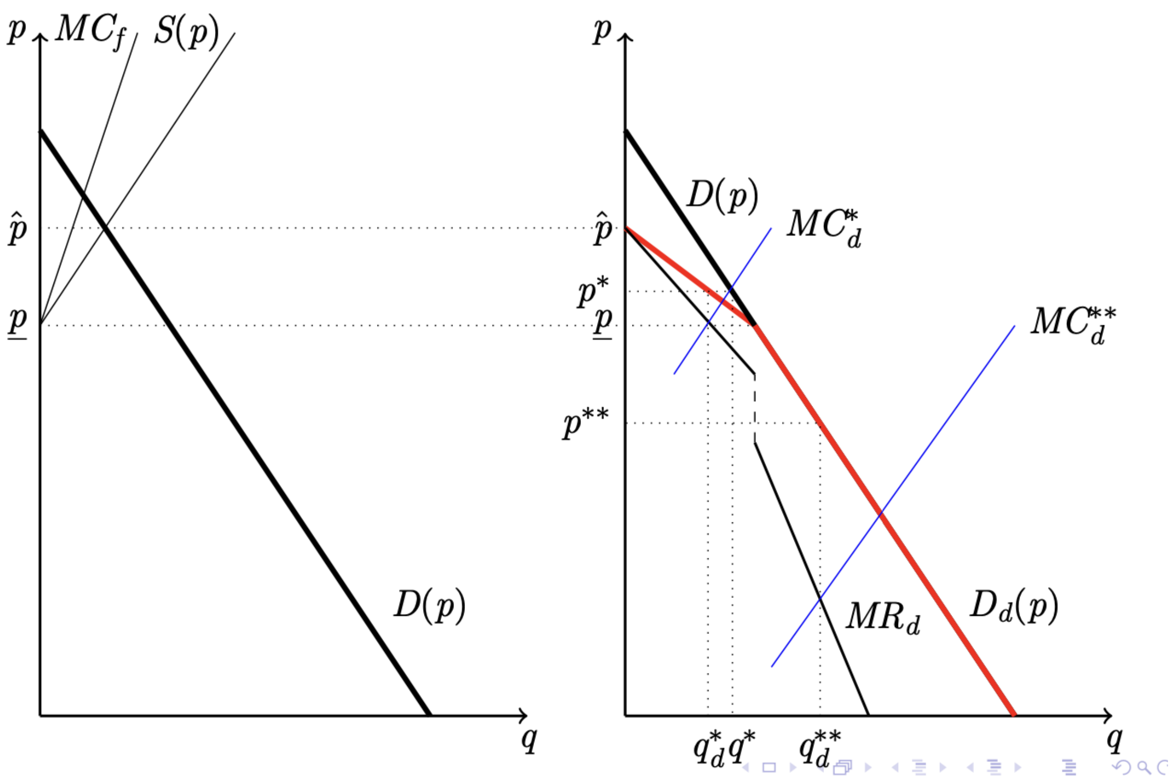
一个优势厂商（拥有定价权，生产成本更低，了解市场需求$D(P)$，可以预测边缘厂商的产量），若干完全竞争的边缘厂商（价格接受者）

产品同质

No-Entry Model

- N 个竞争性边缘厂商，没有新的厂商进入

- 主导厂商确定价格 p，每个边缘厂商的供给曲线MC_f是其高于最小平均成本$\underline{p}$的成本曲线
- 边缘厂商总供给$S(q) = nq_f(p)$，其中$q_f(p)$是一个边缘厂商的产出
- 主导厂商的剩余需求为$D_d(p) = D(p) - S(p)$，定价也服从反弹性需求规则

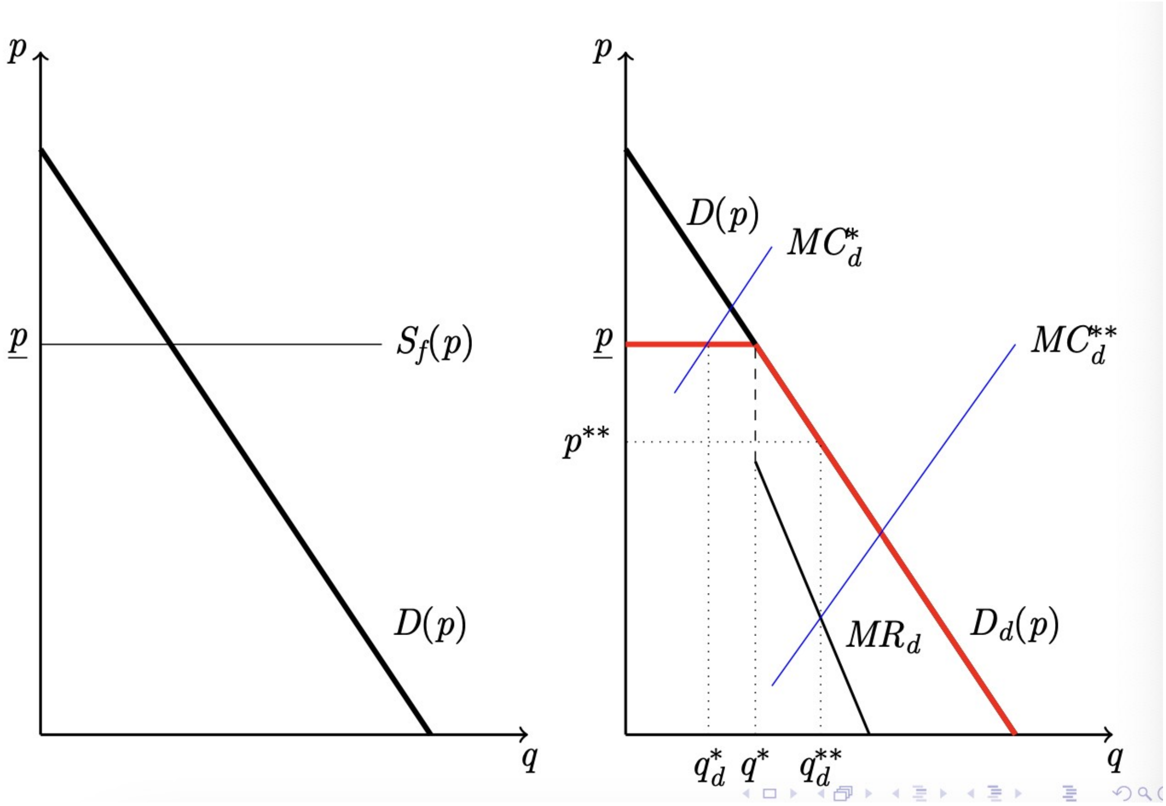


- 首先算出边缘厂商的份额，再从总份额中减去边缘厂商的份额得到主导厂商面临的需求曲线，利用 MR=MC 求解均衡点即可
- 如右图所示，当主导企业有较高成本时定价较高，反之亦然

Model with Entry

- 竞争性企业可以随意进入市场
- 边缘厂商长期无利润
- 超过最低平均成本的价格会导致边缘厂商进入并拉低价格
- 边缘厂商的进入限制了主导企业的市场力量

- 主导厂商通过成本优势得到正的利润



- Price Discrimination

  定义：产品价格差异无法反应成本的差异，称之为价格歧视

  例子

  - 同一个产品卖给不同的消费者价格不同
  - 同一个产品价格相同，但是服务消费者的成本不同 e.g. 全国包邮
  - 两种有细微差异的商品拥有细微的成本差异，但价格差异巨大

  由于用户对于产品的支付意愿不同，价格歧视是有利可图的

  必要条件

  - 厂商有一定的市场力量
  - 厂商可以区分不同支付意愿的顾客
  - 没有套利

  三类价格歧视

  - 第一类：完全价格歧视，个性化定价（personalized pricing）

    垄断厂商可以观测到每个消费者的需求曲线

    垄断厂商可以针对不同消费者设定不同的价格

- 消费者可能是只有一单位需求的，也可能有一个向下倾斜的需求曲线

垄断厂商可以从消费者处提取全部剩余，利润=总剩余

例 1

- N 个消费者，单位需求，商品对消费者 i 的价值是v_i，效用是$U_i = v_i - p$
- 垄断厂商知道所有的v_i，边际成本 c>0
- 垄断厂商行为

  对$v_i \geq c$，设定$p_i = v_i$

  对$v_i < c$，则不卖
- 此时，交易实现 iff $v_i \geq c$，这是有效率的，厂商从消费者处提取全部剩余

例 2

- N 个消费者，每个消费者有一个向下倾斜的需求曲线$P(q)$，其中$P(0) > c$
- 垄断者知道每个消费者的$P(q)$，边际成本为 c
- 垄断者有两个选择

  Two-part pricing

  - 每单位价格 p，固定费用 T（e.g. 山姆超市会员费+商品费用）
  - 最优定价：$p^* = c$；$T^* = \int_0^{q^*} (P(q) - c)\, dq$，其中$T^*$是每个消费者的剩余
  - 因为提取了消费者的所有剩余，因此是最优的
  - 如果消费者可以套利，上述定价方式会失效

-

-

-

  Block pricing

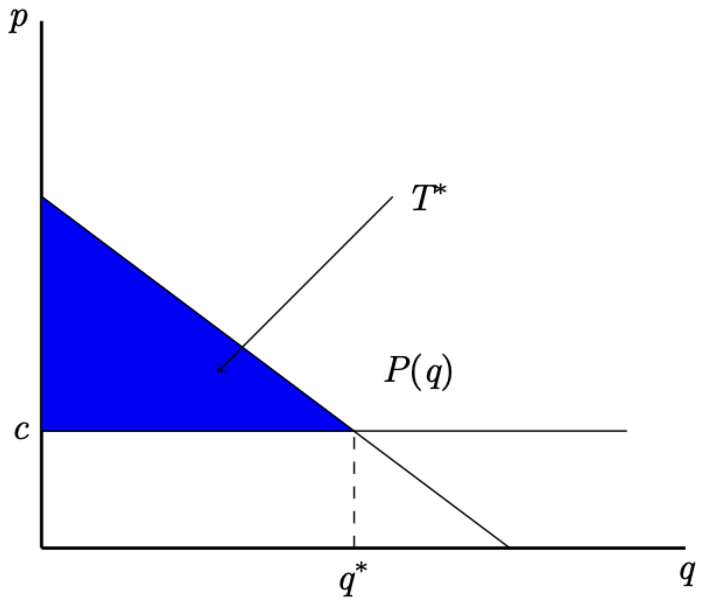


Figure 1: Two-part Tariff under First-degree Price Discrimination

- 固定费用$F^* = cq^* + \int_0^{q^*} (P(q) - c)\, dq$
- 只允许每个消费者买q^*单位产品
- 无法套利，因为人们只能买q^*个（假定消费者无法向其他人卖少于q^*的商品，即q^*是一个捆绑包）

- 第二类：间接价格歧视，菜单定价（menu pricing）

set up

- 假定有两类消费者：高需求（H）和低需求（L）
- 有λ比例是L型，$1-\lambda$比例是H型
- 消费者类型 i=H,L 效用：$V_i(q) = \theta_i V(q)$，其中$\theta_H > \theta_L > 0$，$V'(\cdot) > 0$，$V''(\cdot) < 0$
- 垄断者的边际成本是c
- 垄断者知道这两类消费者，但不能分辨他们

垄断者可以提供两种套餐(q_H, T_H)，(q_L, T_L)，其中$q_L < q_H$且$T_L < T_H$。因此(q_H, T_H)的目标用户是H，(q_L, T_L)的目标用户是L

垄断者面临的最优化问题是$\max_{(q_L,T_L),(q_H,T_H)} \lambda(T_L - cq_L) + (1-\lambda)(T_H - cq_H)$.

垄断者面临两类约束

- 个体理性约束（Individual Rationality constraints，IR）

本约束要求两类个体都有动力去买为他们设计的套餐（限制 1,2）：

$\theta_L V(q_L) - T_L \geq 0$

$\theta_H V(q_H) - T_H \geq 0$

- 激励性兼容约束（Incentive Compatibility constraints，IC）

本约束要求两类个体都更偏好于买为他们设计的套餐（限制 3,4）：

$\theta_L V(q_L) - T_L \geq \theta_L V(q_H) - T_H$

$\theta_H V(q_H) - T_H \geq \theta_H V(q_L) - T_L$

限制 1 和 4 说明限制 2 是松的，如果$q_H > q_L$则限制 3 也是松的，我们可以稍后检查

因此只有限制 1 和 4 是最优化时需要考虑的约束，我们有

$\theta_L V(q_L) - T_L = 0,$

$\theta_H V(q_H) - T_H = \theta_H V(q_L) - T_L.$

垄断者最优化问题转化为

$$\max_{q_L, q_H} \lambda[\theta_L V(q_L) - c q_L] + (1-\lambda)[\theta_H V(q_H) - c q_H - (\theta_H - \theta_L)V(q_L)].$$

因此，我们有

- $\lambda[\theta_L V'(q_L^S) - c] - (1-\lambda)(\theta_H - \theta_L)V'(q_L^S) = 0$，$(1-\lambda)[\theta_H V'(q_H^S) - c] = 0$

-

等价于 $\theta_L V'(q_L^S) = \dfrac{c}{1 - \frac{1-\lambda}{\lambda}\frac{\theta_H - \theta_L}{\theta_L}}$，$\theta_H V'(q_H^S) = c$

垄断者可以分辨不同类别的消费者，从而可以使用完美价格歧视的情况

- 垄断者可以设定$T_i = \theta_i V(q_i)$，$i = H, L$并最大化 $\lambda[\theta_L V(q_L) - c q_L] + (1-\lambda)[\theta_H V(q_H) - c q_H]$.
- 最优菜单是$\theta_L V'(q_L^*) = c$，$\theta_H V'(q_H^*) = c$
- 这个结果是有效的，因为对两类消费者而言，边际效用等于边际成本

区别于完美价格歧视，第二类价格歧视中，高需求的消费者享受正的剩余；低需求的消费者购买量比社会最优小，取得零剩余；垄断者比最优水平获得更少的剩余。总的来看，存在一些扭曲

- 第三类：直接价格歧视，分组定价（group pricing）

消费者依据可被观测的一些特征被分到不同的组（反应他们的支付意愿）里

在每个组里，向消费者收取线性价格（固定单价）

假定在$i = 1,2$组内的需求是$D_i(p)$，边际成本是c

垄断者面对的最优化问题是$\max_{p_1,p_2}\left\{(p_1-c)D_1(p_1)+(p_2-c)D_2(p_2)\right\}$（可以看作在两个垄断市场进行定价）

最优定价：反弹性法则：$\dfrac{p_i-c}{p_i}=\dfrac{1}{\epsilon_i}$，或$p_i=\dfrac{c}{1-\frac{1}{\epsilon_i}}$（对高弹性人群收低价，低弹性人群收高价）

厂商通过第三类价格歧视比线性定价更好，但对福利水平的影响不确定

关于福利，考虑线性需求的例子

- 假定有两组消费者$i=1,2$
- 第 i 组的需求函数：$D_i(p_i)=\dfrac{a_i-p_i}{b}$，$b>0$，$a_2>a_1>0$
- 第二组人数更多，需求弹性更低
- 厂商的边际成本$c\geq 0$，$c<a_1$
- 则各组的价格和销量为$p_i^*=\dfrac{a_i+c}{2}$，$q_i^*=\dfrac{a_i-c}{2b}$
- 总产出$Q^*=q_1^*+q_2^*=\dfrac{a_1+a_2-2c}{2b}$
- 厂商利润、消费者剩余和福利分别是
  $\pi^*=\dfrac{(a_1-c)^2+(a_2-c)^2}{4b},\quad CS^*=\dfrac{(a_1-c)^2+(a_2-c)^2}{8b},\quad W^*=\dfrac{3[(a_1-c)^2+(a_2-c)^2]}{8b}.$
- 在单一定价下，总需求$D(p)=D_1(p)+D_2(p)$，其中
  $$D(p)=\begin{cases}\frac{a_1+a_2-2p}{b}, & \text{if } p<a_1,\\ \frac{a_2-p}{b}, & \text{if } a_1\leq p<a_2,\\ 0, & \text{if } p\geq a_2.\end{cases}$$
- Case1：$a_1>\dfrac{a_2+c}{2}$，即第一组的需求不是特别小

  此时垄断价格和数量分别是$p^m=\dfrac{a_1+a_2+2c}{4},\quad q^m=\dfrac{a_1+a_2-2c}{2b}.$
- Case2：$a_1<\dfrac{a_2+2c}{3}$，即第一组的需求相对小

  此时垄断价格和数量分别是$p^m=\dfrac{a_2+c}{2},\quad q^m=\dfrac{a_2-c}{2b}.$
- Case3：$\dfrac{a_2+2c}{3}\leq a_1\leq\dfrac{a_2+c}{2}$

垄断价格和数量取决于比较以下两个利润：

$$\frac{(a_1+a_2-2c)^2}{8b} \quad \text{vs.} \quad \frac{(a_2-c)^2}{4b}.$$

因此，两组都可以购买如果$\frac{(a_1+a_2-2c)^2}{8b} \geq \frac{(a_2-c)^2}{4b}$，即 $a_1 \geq (\sqrt{2}-1)a_2+(2-\sqrt{2})c$，否则只有第二组会购买

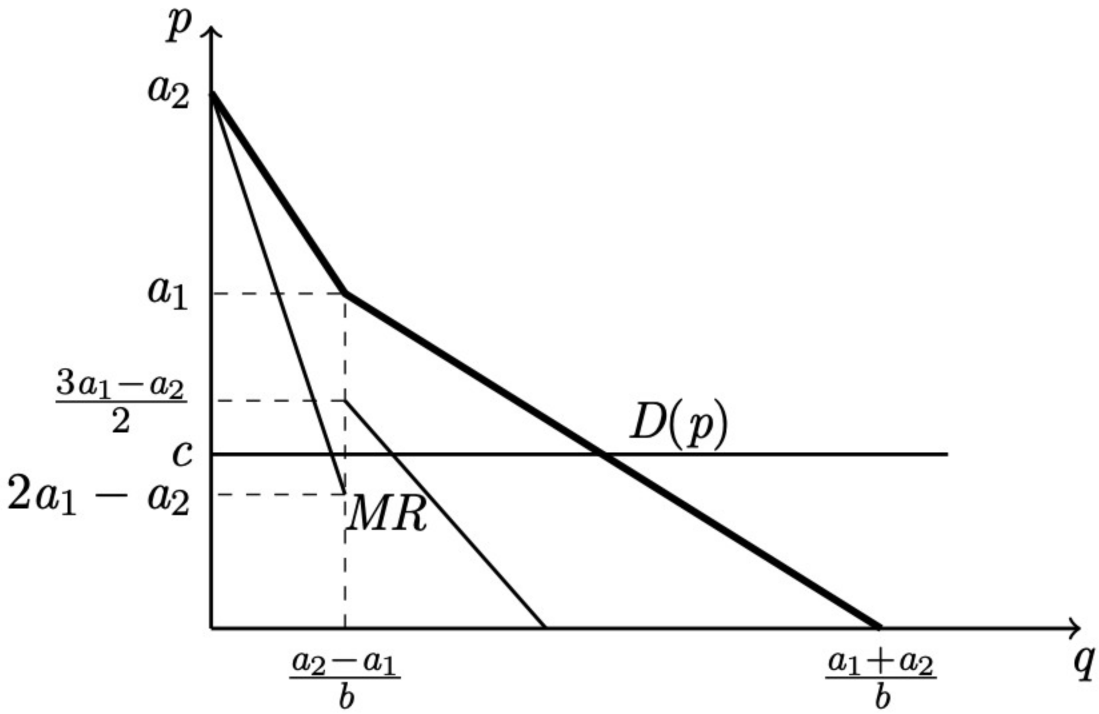


Figure 4: Case 3: $\frac{a_2+2c}{3} \leq a_1 \leq \frac{a_2+c}{2}$

Case (a)：$a_1 \geq (\sqrt{2}-1)a_2+(2-\sqrt{2})c$

- 垄断价格和数量为$p^m = \frac{a_1+a_2+2c}{4}$， $q^m = \frac{a_1+a_2-2c}{2b}$.
- 厂商利润、消费者剩余和福利分别是
  $\pi^m = \frac{(a_1+a_2-2c)^2}{8b}$， $CS^m = \frac{(3a_1-a_2-2c)^2+(3a_2-a_1-2c)^2}{32b}$， $W^m = \pi^m + CS^m$
- 此时$W^m > W^*$，即价格歧视降低了福利

Case (b)：$a_1 < (\sqrt{2}-1)a_2+(2-\sqrt{2})c$

- 垄断价格和数量为$p^m = \frac{a_2+c}{2}$， $q^m = \frac{a_2-c}{2b}$.

- 厂商利润、消费者剩余和福利分别是
  $$\pi^m = \frac{(a_2 - c)^2}{4b}, \quad CS^m = \frac{(a_2 - c)^2}{8b}, \quad W^m = \frac{3(a_2 - c)^2}{8b}$$
- 此时$W^m < W^*$，即价格歧视增加了福利

  单一价格下，垄断者只卖给第二组顾客，但价格歧视让垄断者也可以卖给第一组顾客，增加了利润，同时第一组顾客福利变好，第二组顾客的福利不受影响