2025 年 3 月 18 日 星期二

Lec 5

Cournot Competition

- 研究对象：oligopoly
- 特点：有策略互动
- Cournot model：竞争产量
- Bertrand model：竞争价格
- Timing

  Simultaneous

  Sequential（Stackelberg model）
- Cournot Duopoly

  两个厂商，同质的产品，边际成本c，逆需求函数为$p = a - Q$，其中$Q = q_1 + q_2$为总产出，$a > c \geq 0$，两个厂商同时选择产出

  根据博弈论内容，可知解为

  - $q_1^* = q_2^* = \dfrac{a-c}{3}$
  - $Q^* = \dfrac{2(a-c)}{3}$
  - $p^* = \dfrac{a+2c}{3}$
  - $\pi_1^* = \pi_2^* = \dfrac{(a-c)^2}{9}$

  当两个厂商边际成本不同时，假定$0 < c_1 < c_2 < a$，根据博弈论内容可知

  - 厂商 1 的边际成本下降导致

    直接效应：厂商 1 的产量增加

    间接效应：为了响应厂商 1 增加产量，厂商 2 被迫降低产量，给了厂商 1 继续增加产量的动力

  多个对称厂商的情况

  - n个厂商，用q_i表示厂商i的产量，$Q = q_1 + q_2 + ... + q_n$为总产量，每个厂商都有相同的边际产出$0 \leq c < a$

- Prop：不存在一个某些厂商不生产的Nash均衡（证明见slides Lec5 P25）
- 因此Nash均衡一定是内点解，即对任意的i，$q_i^* = \dfrac{a - c - q_{-i}^*}{2}$
- 从而，解得：

$$q_i^* = q^* = \frac{a - c}{n + 1}$$

$$Q^* = \frac{n}{n + 1}(a - c)$$

$$p^* = \frac{a + nc}{n + 1}$$

$$\pi^* = \frac{(a - c)^2}{(n + 1)^2}$$

- 当n增加时，q^*下降，Q^*上升，p^*下降，π^*下降
- $n \to \infty$时，$Q^* \to a - c$，$p^* \to c$，结果趋于完全竞争市场

多个不对称厂商的情况

- n个厂商，厂商i的边际成本是c_i，我们假定厂商们的边际成本相差不大，即对于任意的i，有$c_i < \dfrac{a + n\bar{c}}{n + 1}$，其中$\bar{c} \equiv \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i$
- 此时，唯一的Cournot均衡解为

$$q_i^* = \frac{a - c_i + n(\bar{c} - c_i)}{n + 1}$$

$$p^* = \frac{a + n\bar{c}}{n + 1}$$

$$\pi_i^* = \frac{(a - c_i + n(\bar{c} - c_i))^2}{(n + 1)^2}$$

- 下面尝试衡量市场的Lerner 指数

厂商i的均衡产出为$q_i^* = \dfrac{a - c_i - Q^* + q_i^*}{2} \Rightarrow p^* - c_i = q_i^*$

等价的，$\dfrac{p^* - c_i}{p^*} = \dfrac{Q^* q_i^*}{p^* Q^*} = \dfrac{Q^* s_i^*}{p^*}$，其中$s_i^*$为产商$i$的市场份额

给定需求价格弹性$\epsilon = -\dfrac{dQ}{dp}\dfrac{p^*}{Q^*}$，在均衡中有$\dfrac{p^* - c_i}{p^*} = \dfrac{s_i^*}{\epsilon}$，即技术越高的企业市场份额越大

上式左右两侧同时乘以s_i^*并加总，得到

- 左侧：$\sum_{i=1}^{n} s_i^* \frac{p^* - c_i}{p^*} = \frac{p^* - \tilde{c}}{p^*}$
- 右侧：$\sum_{i=1}^{n} \frac{(s_i^*)^2}{\epsilon} = \frac{HHI}{\epsilon}$
- 该产业的Lerner指数为$\frac{p^* - \tilde{c}}{p^*} = \frac{HHI}{\epsilon}$

- Free Entry

  长期来看，厂商可以任意进入或退出市场

  假定厂商i制造q_i单位商品的总花费为$cq_i + f$，其中f为固定成本

  长期中厂商数量是内生的，零利润条件$\pi = \frac{(a-c)^2}{(n+1)^2} - f = 0$决定了均衡中的厂商数$n^e = \frac{a-c}{\sqrt{f}} - 1$

  具有社会效率的厂商数量

  - 社会计划者最大化总福利$W = CS + PS = \frac{n(n+2)(a-c)^2}{2(n+1^2)} - nf$
  - 社会最优的厂商数量为$n^s = \left(\frac{a-c}{\sqrt{f}}\right)^{\frac{2}{3}} - 1$，这说明自由竞争的情况会导致过多的厂商进入市场

  记每个厂商的产出和利润为$q(n)$和$q(n)$，总产出$Q(n) = nq(n)$

  - 在自由竞争下，均衡厂商数量n^e取决于零利润条件$\pi(n^e) = (P(Q(n^e)) - c)q(n^e) - f = 0$
  - 具有社会效率的厂商数量n^e最大化总福利$W(n) = \int_0^{Q(n)} (P(Q) - c)\, dQ - nf$，即$W'(n^s) = 0$
  - 考虑n增加对$W(n)$的影响：$W'(n) = (P(Q(n)) - c)\frac{dQ(n)}{dn} - f = \pi(n) + n(P(Q(n)) - c)\frac{dq(n)}{dn}$
  - 新的厂商进入对于福利的影响有

    新厂商获得额外的利润：$\pi(n) > 0$

    “Business-stealing effect”：$\frac{dq(n)}{dn} < 0$

    因此，我们有$\pi(n) > W'(n)$，这说明$W'(n^s) = 0 < \pi(n^s)$，因而$n^e > n^s$

由于每个厂商只考虑自己的利润变化，不考虑其他厂商的损失，会产生过度进入

- 对于进入的厂商征税可以增加社会总福利