

2025 年 3 月 11 日 星期二

Lec 3

Tying and Bundling

- Tie-in Sales (搭售)

e.g. 打印机和墨盒, 游戏机和卡带

特征

- 两种商品往往需要捆绑使用, 并且需求量不同 (通常假定其中一个是单位需求的)
- 其中一个产品的生产厂商具有较强的市场力量 (游戏机只有索尼、任天堂, 但是卡带谁都可以造) → 通过搭售可以将市场力量扩展到其他市场

模型

- setup

厂商出租相机, 销售胶卷

两类消费者, 类型为 $i = H, L$, λ 比例是低需求的, $1 - \lambda$ 是高需求的

消费者效用 $V_i(q) = \theta_i V(q)$, 其中 q 为消费数量, $\theta_H > \theta_L$, $V'(q) > 0$, $V''(q) < 0$

生产胶卷的边际成本为 c , 出租相机的成本为 0; 胶卷市场是完全竞争的 ($p = c$)

- Case 1 厂商不能实施价格歧视

假定有效产量为 q_i^* , 其中 $\theta_i V'(q_i^*) = c$, for $i = H, L$

假定向两类消费者都销售是最优的决策 (即 λ 不是很小)

最优化选择是以 $p = c$ 销售胶卷, 并收取相机租金 $F = \theta_L V(q_L^*) - c q_L^*$

例子: $V(q) = 10q - \frac{1}{2}q^2$, $\theta_H = 1$, $\theta_L = \frac{1}{2}$, $c = 2$, $\lambda = \frac{3}{4}$

- 不实施搭售:

$$p = 2, q_H^* = 8, q_L^* = 6$$

$$F = \theta_L V(q_L^*) - p q_L^* = 9$$

$$\text{总利润 } \Pi^N = 9$$

- 实施搭售:

假定厂商设定 $p = 2.2$

$$\text{则 } q_L = 5.6, q_H = 7.8, F = \theta_L V(q_L) - p q_L = 7.84$$

$$\text{总利润 } \Pi^T = \lambda[F + (p - c)q_L] + (1 - \lambda)[F + (p - c)q_H] = 9.07$$

此时搭售可以产生更高利润

- Case2 厂商可以实施二级价格歧视，即设计两个套餐 (q_H, T_H) 和 (q_L, T_L)
不实施搭售：

$$q_H = q_H^*, \quad q_L = q_L^S, \quad \theta_L V'(q_L^S) = \frac{c}{1 - \frac{1-\lambda}{\lambda} \frac{\theta_H - \theta_L}{\theta_L}},$$

$$\text{- 最优套餐为}$$

$$T_H = \theta_H V(q_H^*) - (\theta_H - \theta_L)V(q_L^S), \quad T_L = \theta_L V(q_L^S)$$

实施搭售：

- $q_H = 8, q_L = 4, T_L = 16, T_H = 32$
- 总利润 $\Pi = \frac{1}{4} \times (32 - 2 \times 8) + \frac{3}{4} \times (16 - 2 \times 4) = 10$
- 此时搭售可以产生更高利润
- Bundling (捆绑)
e.g. 买 Windows 送 IE、肯德基套餐→区别与搭售，捆绑的商品比例是固定的例子
- 假定两个消费者都想买电脑和显示器，其支付意愿如下：



-

- 电脑的边际成本是 1000，显示器的边际成本是 300
- 不捆绑的情况

$$\text{电脑最优价格: } P_c = 1500 \rightarrow \pi_c = 500$$

$$\text{显示器最优价格: } P_m = 600 \rightarrow \pi_m = 300$$

$$\text{总利润 } \Pi^N = 800$$

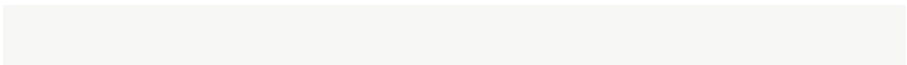
- 捆绑的情况
最优总价: $P = 1800 \rightarrow \Pi^B = 1000$

绑定提高利润的原因：消费者对于商品的支付意愿相反（否则捆绑会导致总利润下降）。因此在没有绑定的时候，厂商只能向高价值的消费者销售，而在有绑定的情况下可以向两个消费者都出售商品。

- Mixed Bundling (混合捆绑)

既可以单独买，也可以打包买

例子



-

- 厂商的最优策略

不捆绑

- $P_c = 1300, \pi_c = 600$

- $P_m = 600, \pi_m = 600$

- $\Pi_N = 1200$

捆绑

- $P_B = 1700, \Pi_B = 1600$

混合捆绑

- 消费者 1

卖电脑不赚钱

卖显示器 $P_m = 800, \pi_m = 500$

- 消费者 2 和 3

卖电脑和显示器

由于效用是相反的，因此捆绑销售

$P_B = 1700, \Pi = 400$ for each

- 消费者 4

卖显示器不赚钱

卖电脑 $P_c = 1500, \pi_c = 500$

- 最优策略是混合捆绑, $P_c = 1500, P_m = 800, P_B = 1700$

总利润 $\Pi_M = 500 + 500 + 400 \times 2 = 1800$, 比不捆绑或纯捆绑都高

垄断厂商捆绑模型

- setup

垄断厂商以 0 成本生产两种商品 A 和 B

一单位数量的消费者对两种商品有偏好, 每个消费者对商品 $i = A, B$ 的价值是 (θ_A, θ_B)

消费者依照密度函数 $f(\theta_A, \theta_B)$ 分布

假定 θ_A 和 θ_B 在 $[0, 1]$ 上独立均匀分布

消费者总效用等于对两种商品的效用之和

垄断者可以选择单独销售、纯捆绑、混合捆绑

- 单独销售

垄断厂商设定两个价格 p_A 和 p_B 来最大化利润: $\pi = \max_{p_A, p_B} p_A(1 - p_A) + p_B(1 - p_B)$

因此, 最优价格为: $p_A^s = p_B^s = \frac{1}{2}$,

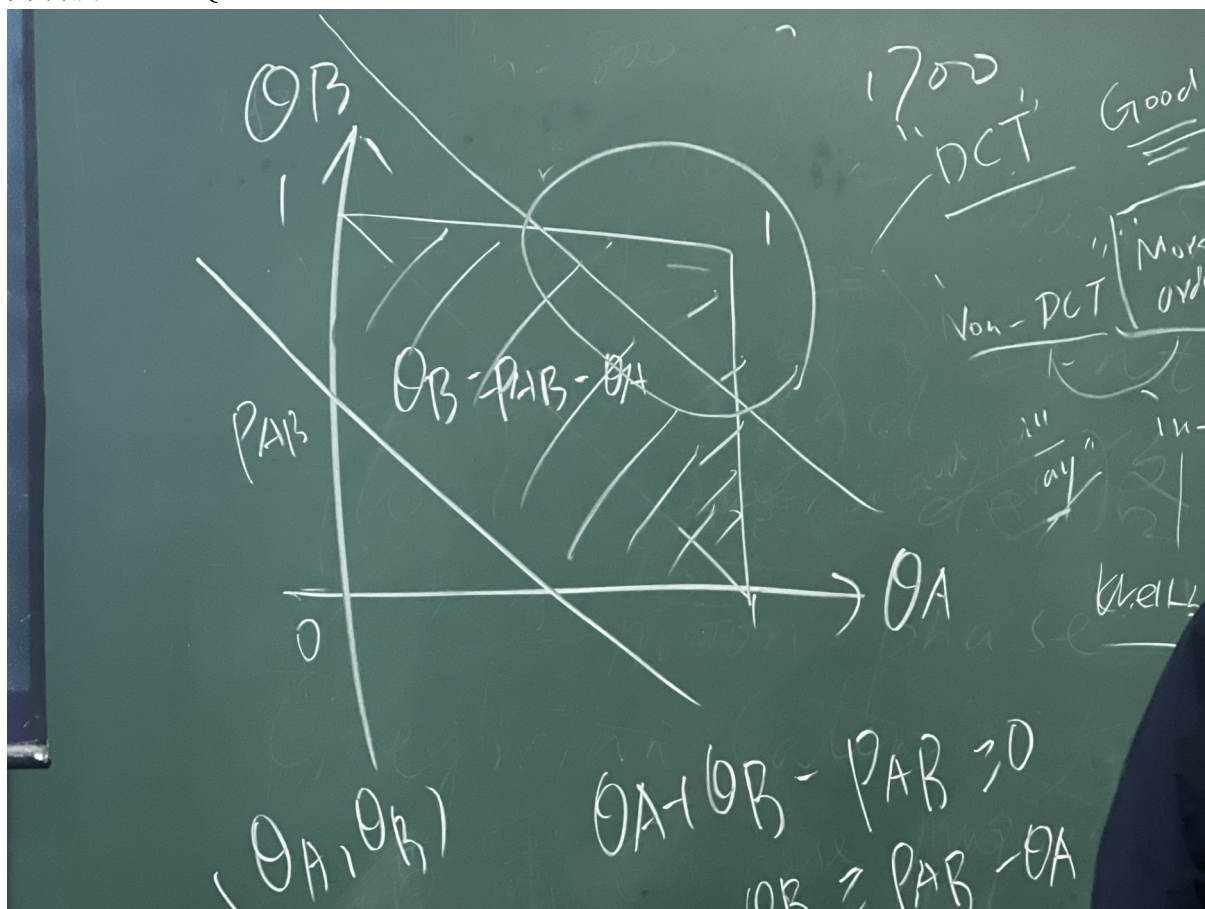
厂商利润: $\pi^s = \frac{1}{2}$.

- 纯捆绑

厂商可以设定捆绑价格 $p_{AB} = p_A^s + p_B^s = 1$ 来达到单独销售的效果

实际上, 垄断厂商可以做的严格更优

厂商利润:
$$\pi = \begin{cases} \frac{1}{2} p_{AB} (2 - p_{AB})^2, & \text{if } 1 \leq p_{AB} < 2; \\ p_{AB} \left(1 - \frac{1}{2} p_{AB}^2\right), & \text{if } p_{AB} < 1. \end{cases}$$



图中的正方形表示的是消费者 (θ_A, θ_B)

消费者剩余: $\theta_A + \theta_B - p_{AB}$, > 0 时才会买。移项得到 $\theta_B > p_{AB} - \theta_A$, 位于这条线上方的部分的消费者会选择购买。因此, $p_{AB} = 1$ 将利润分成了两断。

p_{AB} 的升高对于厂商利润的影响为:

$$\frac{d\pi}{dp_{AB}} = \begin{cases} \frac{1}{2} (2 - p_{AB})(2 - 3p_{AB}) < 0, & \text{if } 1 \leq p_{AB} < 2; \\ 1 - \frac{3}{2} p_{AB}^2, & \text{if } p_{AB} < 1. \end{cases}$$

最优价格: $1 - \frac{3}{2} p_{AB}^2 = 0$, 即 $p_{AB}^b = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0.82 < 1$.

最优利润为: $\pi^b = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0.544 > 0.5$.

因此, 捆绑选择了一个更低的价格, 同时产生了更高的利润

- 混合捆绑

厂商可以确定单独售价 p_A 和 p_B 以及捆绑售价 p_{AB}

$\theta_k - p_k = \theta_A + \theta_B - p_{AB}$ 时, 消费者对于产品 k 和捆绑销售无差异

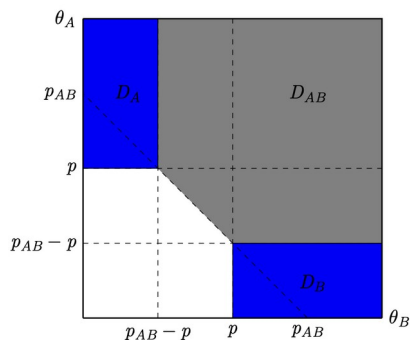


Figure 1: Demand structures under mixed bundling

我们假定 $p_A = p_B = p$ (对称性)

假定捆绑提供折扣 (i.e. $p_{AB} < 2p$)

消费者需求函数: $D_A(p, p_{AB}) = D_B(p, p_{AB}) = (1 - p)(p_{AB} - p)$,

$$D_{AB}(p, p_{AB}) = (1 - p_{AB} + p)^2 - \frac{1}{2}(2p - p_{AB})^2$$

厂商的利润: $\pi(p, p_{AB}) = 2p(1 - p)(p_{AB} - p) + p_{AB}[(1 - p_{AB} + p)^2 - \frac{1}{2}(2p - p_{AB})^2]$

FOC: $2(2 - 3p)(p_{AB} - p) = 0$, which gives $p_A^m = p_B^m = \frac{2}{3}$

将 $p = \frac{2}{3}$ 代入 FOC, 得到 $p_{AB}^m = \frac{1}{3}(4 - \sqrt{2})$

此时垄断者利润为 $\pi^m = \frac{2}{27}(6 + \sqrt{2}) \approx 0.549$

此时垄断者取得最高利润, 混合捆绑中单独销售的商品比单独销售时定价更贵, 混合捆绑中的捆绑价格也比纯捆绑中的定价更高