## 2025年4月22日 星期二

# Lec 10

#### Innovation and R&D

- Introduction

R&D 的三个阶段

- Basic research: 学习基本知识

- Applied research: 设计

- Development: 将产品和工艺投入商业使用

### 两类创新

- 工艺创新: 相同的成本, 生产质量更高的产品; 相同的质量, 生产成本更低
- 产品创新: 创造新的产品
- 本节关注工艺创新
- 市场结构与创新

假定有一个厂商(研究实验室)进行了 R&D 并且为创新申请了专利研究厂商不能直接利用专利生产,但可以将专利授权给至多一个产业中的经济如果厂商选择应用创新,则其边际成本从 $\overline{c}$ 减少至 $\underline{c}$ 

市场需求函数为D(p)

假设时间无穷且连续, 利率为 r

问: 垄断厂商或完全竞争厂商愿意为创新支付多少? 对于研究厂商有足够的激励去进行 R&D 吗?

记边际成本为 c 时,每期的垄断价格为 $p^m(c)$ ,其中 $p^m(c)$ 是  $\max_p(p-c)D(p)$  的解,相应的垄断利润 $\Pi^m(c)=(p^m(c)-c)D(p^m(c))$ ,如果每期利润为 v,则折现后的当期  $V=\int_0^\infty e^{-rt}v=\frac{v}{r}$  利润为

首先考虑垄断的情况

- 由于创新降低了边际成本,每一期的 surplus 为 $v^m=\Pi^m(\underline{c})-\Pi^m(\overline{c})$ ,贴现的 surplus 为  $V^m=\int_0^\infty e^{-rt}v^m=\frac{v^m}{r}$ 

- 由包络定理,有
$$\frac{d\Pi^m}{dc} = \frac{\partial \Pi^m}{\partial p} \frac{dp^m}{dc} + \frac{\partial \Pi^m}{\partial c} = -D(p^m(c))$$

- 因此,有
$$V^m = \frac{1}{r}[\Pi^m(e) - \Pi^m(\bar{c})] = \frac{1}{r}\int_c^{\bar{c}} \left(-\frac{d\Pi^m}{dc}\right) dc = \frac{1}{r}\int_c^{\bar{c}} D(p^m(c)) dc$$

再考虑完全竞争市场的情况

- 很多厂商以边际成本<sub>7</sub>生产同质的商品
- 起初为Bertrand均衡,所有厂商获得0利润
- 假定一个企业购买了创新,将降低其边际成本至c

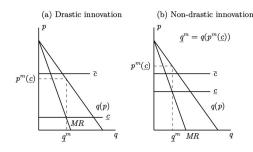


Figure 1: Drastic and non-drastic innovations

- 两类创新

非剧烈创新: 创新者仍然面对竞争, 即 $p^m(c) > \overline{c}$ 

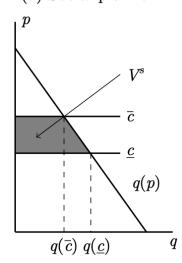
剧烈创新: 创新厂商称为垄断厂商, 即 $p^m(c) \leq \overline{c}$ 

本节考虑非剧烈创新

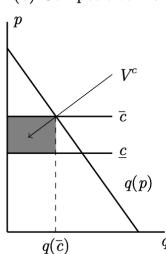
- Bertrand 均衡给出市场价格为 $\bar{c}$ ,创新者的利润为 $\Pi^c = (\bar{c} - \underline{c})D(\bar{c})$ ,因此,创新的动机为 $V^c = \frac{1}{r}(\bar{c} - c)D(\bar{c}) = \frac{1}{r}\int_{\bar{c}}^{\bar{c}}D(\bar{c})dc$ ,由于 $\bar{c} < p^m(c)$ ,我们有 $V^m = \frac{1}{r}\int_{\bar{c}}^{\bar{c}}D(p^m(c))dc < \frac{1}{r}\int_{\bar{c}}^{\bar{c}}D(\bar{c})dc = V^c$ 

- $V^{s} = \frac{1}{r} \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} D(c) dc$  社会计划者的创新动机=总福利的改变,即
- 由于 $D(\bar{c}) < D(c)$ ,  $\forall c < \bar{c}$ , 我们有 $V^c < V^s$
- 综上,我们有 $V^m < V^c < V^s$ ,可知相比于社会福利最大化的角度,对于厂商的创新激励总是过少;厂商在垄断时有更少的激励去创新
- 对于完全竞争市场中的厂商而言,创新可以把其从收支平衡拉向正利润;对于垄断厂商而言,创新只是把原来的垄断利润"替换"为了更大的垄断利润(替代效应);对于社会计划者而言,除了厂商自己的利润,还考虑了创新对消费者带来的福利,因此其对于创新的激励最大

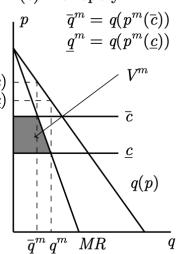
### (a) Social planner



(b) Competitive market



(c) Monopoly



Innovation incentive:  $V^s > V^c > V^m$ 

Figure 2: Incentives to innovate for a non-drastic innovation

- 寡头垄断下的创新

我们想证明,创新的激励与产商数量呈现倒 U 型曲线关系

考虑线性反需求函数P = a - Q, a > 0下的 Cournot 模型

假定n个厂商,初始边际成本为 $\bar{c} < a$ 

创新后,厂商边际成本减少为c

对于非剧烈创新,我们要求  $\frac{a+c}{2} > \overline{c}$ ,即 $a-\overline{c} > \overline{c} - \underline{c}$ ,因此我们用 $\psi$ 度量创新的相对大小,其中 $\psi = \frac{\overline{c} - \underline{c}}{a - \overline{c}}$ ,with  $0 < \psi < 1$ 

Cournot 模型中,n个厂商,厂商 i 的边际成本为 $c_i$ 时,厂商 i 的均衡利润为

$$\begin{split} \pi_i^* &= \left(\frac{a - nc_i + \sum_{j \neq i} c_j}{n + 1}\right)^2, \quad \text{由此可以算出创新者创新前后的利润} \\ \pi_{pre} &= \left(\frac{a - \bar{c}}{n + 1}\right)^2, \quad \text{and} \quad \pi_{post} = \left(\frac{a - n\underline{c} + (n - 1)\bar{c}}{n + 1}\right)^2 \end{split}$$

我们以创新后的利润增量度量厂商的创新动机,即

$$\Pi(n) = \pi_{post} - \pi_{pre} = \frac{n}{(n+1)^2} (2 + \psi n) \psi (a - \overline{c})^2$$

再比较随着n增加,创新动机的变化:

$$\Pi(n+1) - \Pi(n) = \frac{(2n^2 + 4n + 1)\psi - 2(n^2 + n - 1)}{(n+1)^2(n+2)^2} \psi(a - \overline{c})^2, \quad$$
 因此 $\Pi(n+1) > \Pi(n),$ 

Intuition: 厂商数量n增加有两个影响

- 竞争效应表明更多的厂商减少了创新和非创新厂商的利润
- 存在创新厂商的竞争优势,更多的厂商意味着更多的对手在用不经济的方式生 产
- 这解释了为什么创新激励随着厂商数量先增大后减小
- Monopoly threatened by entry

现在假设不只一个厂商可以创新

考虑垄断厂商面临进入威胁的情况

厂商 1 是现任公司,以边际成本 $\bar{c}$ 生产,得到垄断利润 $\Pi^m(\bar{c})$ 

厂商2是进入者,非常不经济(边际成本很高),但可以通过创新进入市场

两个厂商都可以选择创新,但只有一个厂商最终能够实现创新(专利)

如果无人创新,现任公司仍然取得 $\Pi^m(\bar{c})$ ,进入者获得 0 利润

如果现任公司创新,其获得每期利润 $\Pi^m(\underline{c})$ ,进入者获得 0 利润

如果进入者创新,记 $\Pi^d(\bar{c},\underline{c})$ 和 $\Pi^d(\underline{c},\bar{c})$ 为垄断者和进入者的每期利润(第一个参数为本厂商的边际成本,第二个参数为对方的边际成本)

创新对于现任公司 (incumbent) 和讲入者 (entrant) 的价值为

$$V_I = \frac{1}{r} (\Pi^m(\underline{c}) - \Pi^d(\overline{c}, \underline{c})), \quad V_E = \frac{1}{r} \Pi^d(\underline{c}, \overline{c})$$

垄断者更愿意创新,如果 $\Pi^m(\underline{c}) \ge \Pi^d(\bar{c},\underline{c}) + \Pi^d(\underline{c},\bar{c})$ 

- 若产品是同质的,这个条件说明垄断利润不小于两个竞争厂商的联合利润,这 显然成立
- 若产品是充分差异化的,则这个条件可能不满足 此时垄断者有更强的动机去创新,因为竞争会降低利润。这也成为效率效应(efficiency effect)。特别地,产品同质时,垄断利润 $\Pi^m(\bar{c})$ 比竞争利润  $\Pi^d(\bar{c},c)$ 更大
- R&D 竞争和合作

R&D 会产生溢出效应,因此创新的厂商有动机去在 R&D 中合作而非竞争

考虑 Cournot 双头垄断. 逆需求函数P = 1 - Q

两个厂商都可以投资 R&D 以减少边际成本

假定通过投资 $x_i$ ,厂商 i 可以减少边际成本为 $c_i = c - x_i - \beta x_j$ ,其中 $0 \le \beta \le 1$ 捕捉了 R&D 的溢出效应强度

R&D 的成本为
$$r(x_i) = \frac{x_i^2}{2}$$

考虑两个厂商在 R&D 上竞争/合作两种情况。在两种情况中,厂商都就产量进行竞争 Casel: 竞争

- 考虑两阶段博弈

厂商同时选择 R&D 决策 $x_1$ 和 $x_2$ 

厂商同时选择产量q1和q2

- 逆向推断法求解

Stage2中,给定 $x_1$ 和 $x_2$ ,厂商 i 的利润为 $\pi_i = (1 - q_i - q_j - c_i)q_i - r(x_i)$ 

厂商 i 的最优响应函数为 
$$R_i(q_j) = \frac{1-c_i-q_j}{2}$$
,均衡产量为 
$$q_i = \frac{1-2c_i+c_j}{3} = \frac{1-c+(2-\beta)x_i+(2\beta-1)x_j}{3}$$
,均衡价格为  $P = \frac{1+c_i+c_j}{3}$ 

厂商的产出与 R&D 正相关, 因为其降低了边际成本

当 $\beta$  < 1/2时,竞争对手的 R&D 对于厂商的产出为负相关,反之亦然

厂商 i 的利润可以写为
$$\pi_i = q_i^2 - r(x_i) = \frac{(1-c+(2-\beta)x_i+(2\beta-1)x_j)^2}{9} - \frac{x_i^2}{2}$$

在 stage1,最优选择
$$x_i$$
取决于 FOC 条件  $\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = 0$ ,即 
$$2(2-\beta)\frac{1-c+(2-\beta)x_i+(2\beta-1)x_j}{9} - x_i = 0$$
,这给出了厂商对于竞争对手的最优相应

以上两个等式可以解出均衡 R&D 水平

$$x_1^{NC} = x_2^{NC} = x^{NC} = 2(1 - c)\frac{2 - \beta}{9 - 2(2 - \beta)(1 + \beta)}$$

Case2: 合作

- 考虑两阶段博弈

厂商同时选择 R&D 决策 $x_1$ 和 $x_2$ 

厂商同时选择产量 $q_1$ 和 $q_2$ 

- Stage2的均衡与前相同

- Stagel 中,厂商选择x<sub>1</sub>和x<sub>2</sub>来最大化联合利润

$$\pi_1 + \pi_2 = \sum_{i \neq j}^2 \left[ \frac{(1 - c + (2 - \beta)x_i + (2\beta - 1)x_j)^2}{9} - \frac{x_i^2}{2} \right]$$

- $-x_{i}$ 的 FOC 为  $\frac{\partial(\pi_{i}+\pi_{j})}{\partial x_{i}}=\frac{\partial\pi_{i}}{\partial x_{i}}+\frac{\partial\pi_{j}}{\partial x_{i}}=0$ ,第一项与 Case1 的 FOC 相同,第二项捕捉了 R&D 溢出效应的外部性,即  $\frac{1-c+(2-\beta)x_{j}+(2\beta-1)x_{i}}{9}$  当 $\beta<1/2$ 时外部性是负的,反之亦然
- 考虑对称均衡 $x_1^C=x_2^C=x^C$ ,我们得到 $x^C=\dfrac{2(1-c)(1+\beta)}{9-2(1+\beta)^2}$ ,R&D 投入 $_x$ C随着 $_\beta$  递增

下面考虑厂商是否可以通过加入 R&D 合作提高利润

- R&D 竞争时, 
$$\pi^{NC} = \frac{(1-c)^2[9-2(2-\beta)^2]}{[9-2(2-\beta)(1+\beta)]^2}$$

- R&D 合作时,
$$\pi^C = \frac{9(1-c)^2}{[9-2(1+\beta)^2]^2}$$

- 可以证明 $\pi^C > \pi^{NC}$ ,说明厂商有动机进行 R&D 合作
- Conclusion: 鼓励厂商在R&D上进行合作甚至构成RJV (Research Joint Venture s) 是好的政策,可以帮助厂商获得更高的利润,提高产出,降低价格,提高消费者福利