西瓜书复习笔记03

- **线性模型：**
  - 如何判断线性模型：
    主要是看一个乘法式子中自变量x前的系数w，如果w只影响一个x，那么此模型为线性模型。
    或者判断决策边界线是否为直线。
- **线性回归：**
  - 什么是线性回归：
    线性回归试图学得一个线性模型尽可能的准确预测输出值。
  - 特征处理：
    - 连续值不作处理。
    - 离散值可以通过连续化变为连续值。
      （‘高’，‘中’，‘矮’可转化为{1.0， 0.5， 0.0}）
  - 均方误差：

$$E(f;D)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(f\left(\boldsymbol{x}_i\right)-y_i\right)^2$$

  - 最小二乘法：
    基于均方误差最小化来进行模型求解，试图找到一条线使所有样本到直线上的欧式距离之和最小。
  - 最小化损失函数：

$$\underset{(w,b)}{\arg\min}\sum_{i=1}^{m}\left(y_i-wx_i-b\right)^2$$

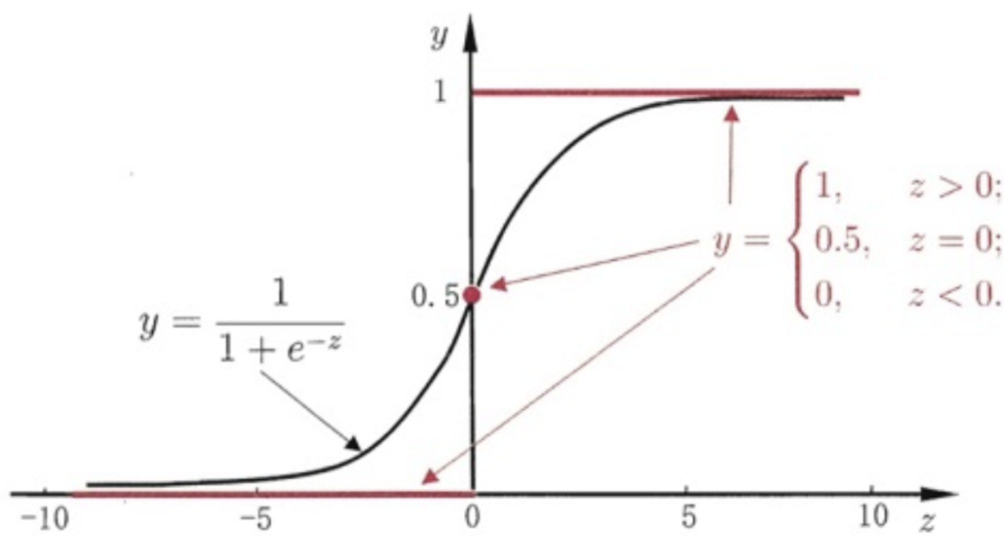
  - 求解过程：
    - 一元线性回归可以将E分别与w和b求导，然后令两个式子为0，可得到w和b的最有闭式解。（最小二乘法）
    - 多元线性回归，同样可以使用最小二乘法，对每个wi求偏导，使所有式子为0，最后解矩阵方程组。但高维数据很难计算。（最小二乘法）
    - 多元线性回归求最小化损失函数最常用的是梯度下降法。
- **梯度下降：**
  - 什么是梯度下降：
    在求解损失函数的最小值时，可以通过梯度下降法来一步步的迭代求解，得到最小化的损失函数和模型参数值。

- 梯度下降流程：
  初始化损失函数的参数w，根据梯度下降的步长更新参数w，重复这个过程一直到无法更新（梯度为0），获得最优解。
- 最优解：
  梯度下降法不一定能求得全局最优解，有可能是一个局部最优解。但是如果损失函数是凸函数那么结果一定是最优解。
- 迭代更新：

$$w_{new} = w_t - \alpha \nabla E(w,b) = w - a \frac{\partial E(w,b)}{\partial w}$$

  下一时刻的权重等于这一时刻的权重减去学习率乘以损失函数对wi的梯度。所有权值W是一起更新的。
- 学习率：
  α的取值范围(0,1]。
  如果学习率太小，增加收敛的迭代次数，使系统的算力负荷。
  如果学习率太大，那么可能会在最小值旁边震荡，无法收敛。
- 如何去确定学习率：
  - 网格搜索：设定迭代次数，设定几个参数比较结果，但计算量大。
  - 梯度限制：设定大量迭代，当梯度向量变的小于某个值时停止。
- 梯度下降的方向：
  朝最优点方向，也就是斜率的反方向，也就是负梯方向更新。
- 初始值怎么选择：
  离最优点越近越好，减少收敛的迭代次数。
- 几种梯度下降的方法：
  - 批量随机下降：
    每一次迭代时使用所有样本来进行梯度的更新。
    优点：更准确的朝极值所在方向。
    缺点：算力负荷。
  - 随机梯度下降：
    每次迭代使用一个样本来对参数进行更新。在局部最优点梯度仍然不为0，可以跳出局部最小继续搜索。
    优点：训练速度快。
    缺点：准确度下降，可能收敛到局部最优。
  - 小批量梯度下降：
    每次迭代 使用batch_size个样本来对参数进行更新。
- 跳出局部最优点的方法：
  - 模拟退火
  - 神经网络中初始化不同的参数，取其中误差最小的解作为最终参数。

- 随机梯度下降。

- **逻辑回归（LR）：**
  - 什么是逻辑回归：
    对于二分类问题，逻辑回归算法就是在样本数据中寻找一个超平面，然后把样本数据分割成不同的类别，并且能对新数据进行分类。
  - 输出标签：
    二分类问题，标签为{0,1}
  - 特征处理：
    连续值离散化。
    离散值不作处理。
  - 为什么要对特征进行离散化：
    将连续值离散为一系列0、1特征交给逻辑回归模型
    - 非线性：逻辑回归属于广义线性模型，表达能力受限，将特征离散化为N个后，每个变量都有单独的权重，相当于引入非线性，加大拟合能力。
    - 鲁棒性：对异常数据有特别强的鲁棒性。例如身高大于例如1.7m为1，那么异常数据5m就不会对模型造成很大干扰。
    - 速度快：稀疏向量计算内积速度快。
  - Sigmoid函数：
    - 

    - Sigmoid函数良好的性质：
      Sigmoid可以将样本点映射到（0，1）区间内
      Sigmoid函数连续可导
  - 手推LR：
    - 构造假设函数：
      h(x)表示样本预测为正例的概率：

$$h_w(x) = \frac{1}{1 + e^{-w^\top x}}$$

有：

$$\begin{cases} p(y=1|x)=h_w(x) \\ p(y=0|x)=1-h_w(x) \end{cases}$$

合并：

$$P(y|x)=(h_w(x))^y\cdot(1-h_w(x))^{1-y}$$

- 构造损失函数
  服从伯努利分布，用极大似然估计w和b
  极大似然：

$$L(w)=\prod_{i=0}^{m}P\left(y_i|x_i\right)=\left(h_w\left(x_i\right)\right)^{y_i}\cdot\left(1-h_w\left(x_i\right)\right)^{1-y_i}$$

  对数极大似然：

$$\ln L(w)=\sum_{i=0}^{m}y_i\ln\left(h_w\left(x_i\right)\right)+\left(1-y_i\right)\ln\left(1-h_w\left(x_i\right)\right)$$

  求极大似然，等价于最小化：

$$\operatorname{loss}(w)=-\frac{1}{m}\ln L(w)$$

  损失函数：

$$\operatorname{loss}(w)=-\frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m}y_i\ln\left(h_w\left(x_i\right)\right)+\left(1-y_i\right)\ln\left(1-h_w\left(x_i\right)\right)$$

- 损失函数优化
  求解：

$$\boldsymbol{w}^*=\underset{\boldsymbol{w}}{\arg\min}\,\ell(w)$$

  最小化损失函数：

        - 梯度下降（同上）
        - 牛顿法:

$$w^{t+1}=w^t-\left(\frac{\partial^2\ell(w)}{\partial w\partial w^{\mathrm{T}}}\right)^{-1}\frac{\partial\ell(w)}{\partial w}$$

      正则化：
        - L1正则:

$$\min_w \operatorname{loss}(w)+\alpha\|w\|_1$$

        - L2正则:

$$\min_w \operatorname{loss}(w)+\alpha\|w\|_2^2$$

    - 为什么逻辑回归加了Sigmoid依然是线性模型，而BP神经网络加了Sigmoid之后变成了非线性模型：
      LR中的Sigmoid函数只是将实值转化为0/1值（只是映射到0-1区间之内）。
      然而BP神经网络中的激活函数确实可以带来非线性。神经网络的每一个节点都是一个LR模型，下一层的变量x可能受上一层的权重影响，因此模型呈现非线性。
      https://www.cnblogs.com/toone/p/8574294.html

- # 线性判别分析（LDA）