Lista nr 1

Zad. 1. Na szczyt góry prowadzi 5 dróg. Każda z nich nadaje się również do zejścia. Zakładamy ponadto, że wszystkie trasy są równorzędne. Obliczyć prawdopodobieństwo spotkania się dwóch znajomych, z których jeden wchodzi na szczyt, a drugi jest już w drodze powrotnej.

Zad. 2. Z potasowanej 52-kartowej talii wyciągamy w sposób losowy 26 kart. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wśród wyciągniętych kart będzie połowa czerwonych i połowa czarnych?

Zad. 3. Urna zawiera trzy kule białe i cztery kule czarne. Z urny losujemy bez zwracania trzy razy po jednej kuli. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kul otrzymamy dwie kule białe i jedną czarną.

Zad. 4. Z dziesięciu pracowników należy utworzyć: a) dwa zespoły liczące po 4 i 6 pracowników, b) trzy zespoły liczące po 5, 3 i 2 pracowników, c) pięć zespołów dwuosobowych. Dla każdego podziału na zespoły znaleźć prawdopodobieństwo tego, że dwóch ustalonych pracowników znajdzie się w tym samym zespole przy założeniu, że podział na zespoły odbywa się losowo.

Zad. 5. Cyfry 1,2,3,4,5 są zapisane na pięciu kartkach tak, że każdej cyfrze odpowiada jedna kartka. W sposób losowy pobieramy jednocześnie trzy kartki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma otrzymanych cyfr jest liczbą parzystą?

Zad. 6. Grający w totolotka wybiera 6 spośród 49 dyscyplin sportowych (oznaczonych po prostu kolejnymi liczbami). Wygrana zależy od tego, ile spośród wylosowanych liczb (dyscyplin sportowych) pokryje się z liczbami wybranymi przez grającego. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wszystkie 6 wylosowanych liczb pokryje się z liczbami wybranymi przez grającego, że 5 spośród wylosowanych liczb pokryje się z wybranymi itd.?

Zad. 7. Dwudziestoosobowa grupa studencka, w której jest 6 kobiet, otrzymała 5 biletów do teatru. Bilety rozdziela się drogą losowania. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród posiadaczy biletów znajdą się dokładnie 3 kobiety?

Zad. 8. A, B i jeszcze 8 osób stoją w kolejce. Zakładając, że wszystkie możliwe ustawienia w kolejce są jednakowo prawdopodobne, znaleźć prawdopodobieństwo tego, że między A i B w kolejce stoją 3 osoby.

Zad. 9. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że układając losowo litery S, T, A, T, Y, S, T, Y, K, A utworzy się słowo STATYSTYKA?

Zad. 10. Rzucamy n kostek do gry. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek będzie mniejsza niż $6n$-1.

Zad. 11. Rzucamy 3 razy kostką. Jaka jest szansa, że za każdym razem otrzymamy inną liczbę oczek?

Zad. 12. Rzucamy n symetrycznych kostek do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że przynajmniej na jednej z nich wypadnie 6 oczek? Iloma kostkami sześciennymi trzeba rzucać, aby prawdopodobieństwo zdarzenia A było większe od ½?

Zad. 13. Wykręcając numer telefonu, abonent zapomniał ostatnie trzy cyfry. Pamiętając tylko, że te cyfry są różne, wykręcił je na chybił trafił. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że wykręcił właściwe cyfry.

Zad. 14. Liczbę trzycyfrową utworzono w sposób następujący: spośród cyfr 1,2,..,9 wylosowano najpierw cyfrę setek, potem z pozostałych ośmiu cyfrę dziesiątek, następnie z pozostałych siedmiu cyfrę jedności. Obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania liczby parzystej.

Zad. 15. „Sekretny" zamek ma na wspólnej osi 4 tarcze, z których każda jest podzielona na 5 sektorów z napisanych na nich cyframi. Zamek otwiera się tylko w takim położeniu tarcz, przy którym cyfry tworzą określoną liczbę czterocyfrową. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że przy przypadkowym ustawieniu tarcz zamek będzie można otworzyć.

Zad. 16. Na parterze 10-piętrowego budynku do windy wsiadło 6 osób. Obliczyć prawdopodobieństwo danego zdarzenia, przyjmując, że dla każdej z tych sześciu osób losowy jest numer piętra, na którym ta osoba wysiądzie: a) żadne dwie osoby nie wysiądą na tym samym piętrze, b) każda osoba wysiądzie na piętrze o numerze parzystym, c) każda z osób wysiądzie przynajmniej na trzecim piętrze.

Zad. 17. 10 osób wsiada do pustego pociągu. Każda losowo wybiera jeden z 4 wagonów. Jaka jest szansa, że wszystkie wagony będą zajęte?

Zad. 18. Rzucamy 10 razy symetryczną kostką sześcienną. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że jedynka wypadnie: a) co najmniej 2 razy, b) co najwyżej 9 razy, c) dokładnie 1 raz, d) więcej niż 1 raz.

Zad. 19. Grupa studencka składa się z 30 osób. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że żadne dwie osoby z tej grupy nie obchodzą urodzin tego samego dnia. Przyjmujemy, że liczba dni w roku jest równa 365.

Zad. 20. Dwie osoby rzucają po n razy symetryczną monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że każda z nich otrzyma tę samą liczbę orłów?

Zad. 21. Rzucamy symetryczną monetą, dopóki dwa razy pod rząd nie wypadnie orzeł. Obliczyć prawdopodobieństwo, że liczba rzutów nie będzie większa od 5.

Zad. 22. Rozpatrujemy jednokrotny rzut symetryczną kostką do gry. Niech A oznacza zdarzenie, że wypadła parzysta liczba oczek, natomiast zdarzenie B, że wypadła liczba oczek większa od 3. Wyznaczyć $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, A', B'.

Zad. 23. Z partii układów scalonych wybieramy losowo 5 sztuk. Interesuje nas liczba wylosowanych wadliwych układów. Określić zbiór zdarzeń elementarnych. Niech A oznacza zdarzenie, że wybrano co najmniej dwa wadliwe układy, natomiast zdarzenie B oznacza wybranie nie więcej niż 4 wadliwych układów. Wyznaczyć $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, A', B'.

Zad. 24. Udowodnić, że dla dowolnych zdarzeń A, B zachodzi $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

Zad. 25. Udowodnić, że dla dowolnych zdarzeń A, B zachodzi nierówność Bonferroniego:
$P(A\cap B)\geq 1-P(A')-P(B')$.

Zad. 26. Niech $P(A)=0{,}6$, $P(B)=0{,}7$ oraz $P(A\cup B)=0{,}8$. Obliczyć $P(A'\cap B')$, $P(B\cap A')$, $P(B\cup A')$.

Zad. 27. Niech $P(A)=0{,}5$, $P(B)=0{,}7$ oraz $P(A'\cap B')=0{,}2$. Obliczyć $P(A\cup B)$, $P(A\cup B')$, $P(A\cap B')$

Zad. 28. Jan i Piotr chodzą na wykład z analizy matematycznej. Jan chodzi na co drugi wykład, Piotr opuszcza 10% wykładów, natomiast na 45% wykładów są obecni obaj. Obliczyć prawdopodobieństwo, że

a) choć jeden z nich jest na wykładzie
b) dokładnie jeden z nich jest na wykładzie
c) żaden z nich nie jest na wykładzie