

## Lista nr 2

### Prawdopodobieństwo geometryczne

**Zad. 1.** Z przedziału  $[0,1]$  wybieramy losowo dwie liczby  $p$  i  $q$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że równanie  $x^2 + px + q = 0$  będzie miało dwa różne pierwiastki rzeczywiste?

**Zad.2.** Z odcinka  $[0,1]$  wybrano losowo punkt o współrzędnej  $x$ . Wyznaczyć:

a)  $P\left(\min\left(x, \frac{1}{4}\right) < a\right)$

b)  $P\left(\max\left(x, \frac{1}{2}\right) < a\right)$

**Zad. 3.** Z kwadratu jednostkowego wybrano losowo punkt o współrzędnych  $(x, y)$ . Wyznaczyć:

a)  $P(\min(x, y) < a)$

b)  $P(\max(x, y) < a)$

c)  $P(|x - y| < a)$

d)  $P\left(\frac{1}{2}(x + y) < a\right)$

**Zad. 4.** Na koło losowo rzucono punkt. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że punkt trafi do wnętrza: a) kwadratu wpisanego w koło; b) trójkąta równobocznego wpisanego w koło.

**Zad.5.** Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrany punkt koła  $x^2 + y^2 < 4$  leży na zewnątrz kwadratu  $|x| < 1, |y| < 1$ .

**Zad. 6.** Odcinek o długości 10 cm podzielono w sposób losowy na trzy części. Obliczyć prawdopodobieństwo, że z tych części można zbudować trójkąt. Czy prawdopodobieństwo to zmienia się, jeśli założymy, że długość każdej z części jest liczbą całkowitą?

**Zad. 7.** Płaszczyznę poliniowano prostymi równoległymi, między którymi odległość wynosi  $2a$ . Na płaszczyznę tę losowo rzucono monetę o promieniu  $r < a$ . Znaleźć prawdopodobieństwo, że moneta nie upadnie na żadną z tych prostych.

**Zad. 8.** Na odcinku  $OA$  o długości  $L$  leżącym na osi liczbowej  $OX$  losowo wybrano dwa punkty  $B(X)$  i  $C(Y)$ . (Współrzędna punktu  $C$  jest oznaczona przez  $Y$  w celu uproszczenia dalszych rozważań.) Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że długość odcinka  $BC$  jest mniejsza od mniejszej z długości odcinków  $OC$  lub  $OB$ . (Punkty rzucamy niezależnie od siebie!).

**Zad. 9.** Sygnalizator odbiera sygnały od dwóch urządzeń, przy czym wpłynięcie każdego z sygnałów jest jednakowo możliwe w dowolnej chwili okresu czasu  $T$ . Sygnalizator działa normalnie, jeśli różnica czasu między chwilami wpłynięcia sygnałów jest mniejsza od  $t$  ( $t < T$ ). Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że sygnalizator działa normalnie w czasie  $T$ , jeśli każde z urządzeń wysłało po jednym sygnale.

**Zad. 10.** Losowo wybrano dwie dodatnie liczby  $X$  i  $Y$  takie, że każda z nich jest nie większa od 2. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że iloczyn  $XY$  będzie nie większy niż 1, a iloraz  $Y/X$  nie większy niż 2.

**Zad. 11.** Losowo wybrano dwie dodatnie liczby  $X$  i  $Y$  takie, że każda z nich jest nie większa niż 1. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że suma  $X + Y$  będzie nie większa niż 1, a iloczyn  $XY$  nie mniejszy niż 0,09.

**Zad. 12.** Zadanie Buffona. Płaszczyznę poliniowano prostymi równoległymi, między którymi odległość jest równa  $2a$ . Na płaszczyznę losowo rzucono igłę o długości  $2l$  ( $l < a$ ). Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że igła upadła na którąkolwiek prostą.

**Zad. 13.** Na płaszczyznę naniesiono siatkę kwadratową o boku  $a$ . Na płaszczyznę tę losowo rzucono monetę o promieniu  $r < a/2$ . Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że moneta nie upadnie na żaden z boków kwadratu.