Reguła de L' Hospitala. Badanie funkcji

Literatura

- *R. Grzymkowski, Matematyka zadania i odpowiedzi, Gliwice 2002*
- *W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach cz.I, wydanie dowolne*
- *A.Leksińska, W.Leksiński,W.Żakowski, Rachunek różniczkowy i całkowy z zastosowaniami, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1974.*
- *M.Geweryt, Z.Skoczylas, Analiza Matematyczna1, Przykłady i zadania. Wrocław 2002*

1. Wykorzystując regułę de L'Hospitala obliczyć granice

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln(1+x)}{2x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\ln\cos x}$ c) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{\ln\sin 2x}$ d) $\lim\limits_{x\to\pi}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{\pi-x}\right)$ e) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x}-\ln x\right)$

f) $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$ g) $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)\ln ctg\pi x$ h) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\sin x}$ i) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\ln x\right)^{\frac{1}{x}}$ j) $\lim\limits_{x\to\infty} x(\pi-2arctgx)$

2. Wyznaczyć asymptoty funkcji

a) $y=\frac{x^2}{x+3}$ b) $y=\frac{x^3}{2x^2-4x-6}$ c) $y=xe^{\frac{2}{x}}$ d) $y=\frac{e^x}{e^x-1}$ e) $y=x\ln(1-x^2)$

f) $y=(x-1)\ln x$ g) $y=\frac{\ln x}{x}$ h) $y=x-2arctgx$ i) $y=\sqrt{x^2-1}$ j) $y=\frac{\sin x}{x}$

3. Wyznaczyć przedziały monotoniczności i ekstremum funkcji

a) $f(x)=\frac{x^2}{x^2-4}$ b) $y=e^{\frac{1}{3}x^3-x^2}$ c) $f(t)=\ln\frac{e^t}{t+1}$ d) $f(x)=x^3e^x$ e) $y=xe^{\frac{2}{x}}$

f) $f(x)=x\sqrt{1-x}$ g) $f(x)=\arcsin x+2\sqrt{1-x^2}$ h) $y=\sqrt[3]{2x^2-x^3}$

4. Korzystając z II warunku wystarczającego istnienia ekstremum znaleźć wszystkie ekstrema funkcji

a) $y=x^3-3x^2+2$ b) $y=(x-4)e^x$ c) $y=x(x-4)^3$

5. Wyznaczyć przedziały wypukłości, wklęsłości i punkty przegięcia wykresu funkcji

a) $f(x)=\frac{1}{x}+4x^2$ b) $f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}$ c) $f(x)=\sqrt[3]{x}$

d) $f(u)=e^{arctgu}$ e) $y=(x-1)\ln x$ f) $y=\frac{x}{\ln x}$

6. Wyznaczyć przedział, na którym funkcja

a) $f(x)=xe^{-x}$ jest jednocześnie malejąca i wypukła

b) $f(x)=x+arctgx$ jest jednocześnie rosnąca i wklęsła

c) $f(x)=2x^2-\ln x$ jest jednocześnie rosnąca i wypukła

7. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

a) $y=\frac{x^2-5x+10}{x-2}$ b) $y=\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$ c) $y=x+\frac{1}{x}$ w przedziale $(0,2\rangle$

d) $y=\ln x+\frac{1}{\ln x}$ w przedziale $\left\langle e^{-2},e^{-1/2}\right\rangle\cup\left\langle e^{1/2},e^2\right\rangle$

Dodatek (asymptpty funkcji –zadanie 2)