

# Przebieg zmienności funkcji

Jakub Hajto

9 stycznia 2017

Badana funkcja

$$f(x) = \frac{x(x+1)}{x-1}$$

1. Dziedzina:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

2. Zbiór wartości:

$$Z_w = (-\infty, 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}, +\infty)$$

3. Miejsca zerowe:

$$f(x) = 0 \iff x = -1 \vee x = 0$$

4. Przecięcie z osią OY:

$$f(0) = 0$$

5. Granice na krańcach przedziałów:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

6. Asymptoty:

- a) ukośna:

$$y = x + 2$$

- b) pionowa:

$$x = 1$$

7. Pierwsza pochodna

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2} = \frac{(x - \sqrt{2} - 1)(x + \sqrt{2} - 1)}{(x-1)^2}$$

a)  $f \nearrow dla x \in (-\infty, \sqrt{2} - 1) \cup (\sqrt{2} + 1, +\infty)$

b)  $f \searrow x \in (\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1)$

8. Druga pochodna

$$f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3}$$

a) Przedziały wypukłości ku górze

$$f \cap \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1)$$

b) Przedziały wypukłości ku dołowi

$$f \cup \Leftrightarrow x \in (1, \infty)$$

9. Tabela

Przedziały	$(-\infty, \sqrt{2} - 1)$	$\sqrt{2} - 1$	$(\sqrt{2} - 1, 1)$	1
$f(x)$	$-\infty \rightarrow 3 - 2\sqrt{2}$	$Max 3 - 2\sqrt{2}$	$(3 - 2\sqrt{2}, -\infty)$	$\times$
$f'(x)$	+	0	-	$\times$
Przedziały	$(1, \sqrt{2} + 1)$	$\sqrt{2} + 1$	$(\sqrt{2} + 1, +\infty)$	
$f(x)$	$\infty \rightarrow 3 + 2\sqrt{2}$	$3 + 2\sqrt{2}$	$(3 + 2\sqrt{2}, +\infty)$	
$f'(x)$	-	0	+	

10. Wykres funkcji

