

Przebieg zmienności funkcji

Jakub Hajto

9 stycznia 2017

Badana funkcja

$$f(x) = x^4 + x^3$$

1. Dziedzina:

$$D = \mathbb{R}$$

2. Zbiór wartości:

$$Z_w = \left(-\frac{27}{256}, +\infty\right)$$

3. Miejsca zerowe:

$$f(x) = 0 \iff x = 0 \vee x = -1$$

4. Przecięcie z osią OY:

$$f(0) = 0$$

5. Granice na krańcach przedziałów:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

6. Pierwsza pochodna

$$f'(x) = x^2(3 + 4x)$$

a) $f \nearrow$ dla $x \in \left(-\frac{3}{4}, 0\right) \cup (0, +\infty)$

b) $f \searrow$ dla $x \in \left(0, -\frac{3}{4}\right)$

- c) Ekstrema lokalne:

i. W $x = \frac{1}{4}$ istnieje maximum lokalne równe $-\frac{1}{2}$

7. Druga pochodna

$$f''(x) = 6x(1 + 2x)$$

a) Przedziały wypukłości ku górze

$$f \cap \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

b) Przedziały wypukłości ku dołowi

$$f \cup \Leftrightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (0, +\infty)$$

c) Punk przecięcia w $x = 0$

d) Punk przecięcia w $x = -\frac{1}{2}$

8. Tabela

Przedziały	$(-\infty, -\frac{3}{4})$	$-\frac{3}{4}$	$(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2})$	$-\frac{1}{2}$	$(-\frac{1}{2}, 0)$	0	$(0, \infty)$
$f(x)$	$(-\infty, 0)$	0	$(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{8})$	$-\frac{1}{8}$	$(-\frac{1}{8}, 0)$	0	$(0, \infty)$
$f'(x)$	-	0	+	+	+	0	+
$f''(x)$	+	+	+	0	-	0	+

