

Przebieg zmienności funkcji

Jakub Hajto

8 stycznia 2017

Badana funkcja

$$f(x) = \frac{x(x+1)}{x-1}$$

1. Dziedzina:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

2. Zbiór wartości:

$$Z_w = (-\infty, 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}, +\infty)$$

3. Miejsca zerowe:

$$f(x) = 0 \iff x = -1 \vee x = 0$$

4. Przecięcie z osią OY:

$$f(0) = 0$$

5. Granice na krańcach przedziałów:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

6. Asymptoty:

- a) ukośna:

$$y = x + 2$$

- b) pionowa:

$$x = 1$$

7. Pierwsza pochodna

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2} = \frac{(x - \sqrt{2} - 1)(x + \sqrt{2} - 1)}{(x-1)^2}$$

a) $f \nearrow$ dla $x \in (-\infty, \sqrt{2} - 1) \cup (\sqrt{2} + 1, +\infty)$

b) $f \searrow$ dla $x \in (\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1)$

8. Druga pochodna

$$f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3}$$

a) Przedziały wypukłości ku górze

$$f \cap \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1)$$

b) Przedziały wypukłości ku dołowi

$$f \cup \Leftrightarrow x \in (1, \infty)$$