

Przebieg zmienności funkcji

Jakub Hajto

8 stycznia 2017

Badana funkcja

$$f(x) = \frac{x^2(x-11)}{(x-2)^2}$$

1. Dziedzina:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

2. Zbiór wartości:

$$Z_w =]-\infty, +\infty)$$

3. Miejsca zerowe:

$$f(x) = 0 \iff x = 11 \vee x = 0$$

4. Przecięcie z osią OY:

$$f(0) = 0$$

5. Granice na krańcach przedziałów:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

6. Asymptoty:

- a) ukośna:

$$y = x + 3$$

- b) pionowa:

$$x = 2$$

7. Pierwsza pochodna

$$f'(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 4x}{(x-2)^3} = \frac{x(x^2 - 6x + 4)}{(x-2)^3} = \frac{x(x-3+\sqrt{5})(x-3-\sqrt{5})}{(x-2)^3}$$

a) $f \nearrow dla x \in (-\infty, 0) \cup (3 - \sqrt{5}, 2) \cup (3 + \sqrt{5}, \infty)$

b) $f \searrow x \in (0, 3 - \sqrt{5}) \cup (2, 3 + \sqrt{5})$

8. Druga pochodna

$$f''(x) = \frac{8(2x-1)}{(x-2)^4}$$

a) Przedziały wypukłości ku górze

$$f \cap \Leftrightarrow x \in (-\infty, \frac{1}{2})$$

b) Przedziały wypukłości ku dołowi

$$f \cup \Leftrightarrow x \in (\frac{1}{2}, 2) \cup (2, +\infty)$$

9. Tabela

10. Wykres funkcji