Przebieg zmienności funkcji

Jakub Hajto

9 stycznia 2017

Badana funckja

$$f(x) = \frac{x(x+1)}{x-1}$$

1. Dziedzina:
   $D = \mathbb{R} \backslash \{1\}$
2. Zbiór wartości:
   $Z_w = (-\infty, 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}, +\infty)$
3. Miejsca zerowe:
   $f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = -1 \vee x = 0$
4. Przecięcie z osią OY:
   f(0) = 0
5. Granice na krańcach przedziałów:
   a) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = -\infty$
   b) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$
   c) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$
   d) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
6. Asymptoty:
   a) ukośna:
      $y = x + 2$
   b) pionowa:
      $x = 1$
7. Pierwsza pochodna
   $f'(x) = \dfrac{x^2 - -2x - 1}{(x-1)^2} = \dfrac{(x - \sqrt{2} - 1)(x + \sqrt{2} - 1)}{(x-1)^2}$

a) $f \nearrow dla x \in (-\infty, \sqrt{2}-1) \cup (\sqrt{2}+1, +\infty)$

b) $f \searrow x \in (\sqrt{2}-1, \sqrt{2}+1)$

c) Ekstrema lokalne:

   i. W $x = \sqrt{2}-1$ istnieje maximum lokalne równe $3-2\sqrt{2}$

   ii. W $x = \sqrt{2}+1$ istnieje maximum lokalne równe $3+2\sqrt{2}$

8. Druga pochodna
$$f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3}$$

   a) Przedziały wypukłości ku górze
   $f\cap \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1)$

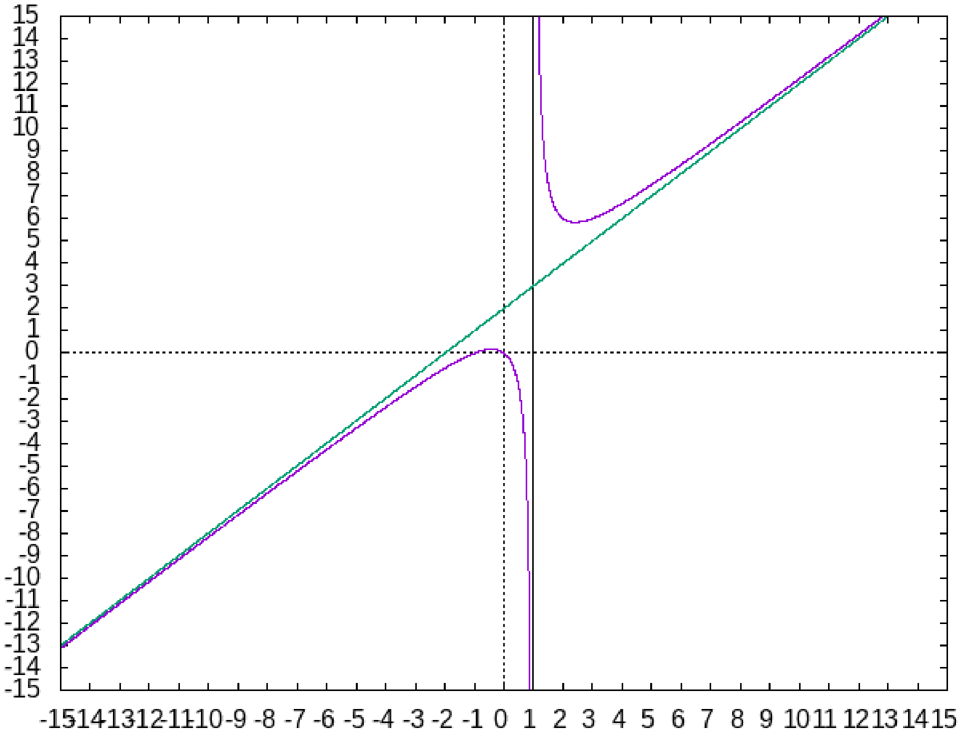
   b) Przedziały wypukłości ku dołowi
   $f\cup \Leftrightarrow x \in (1, \infty)$

9. Tabela

Przedziały	$(-\infty, \sqrt{2}-1)$	$\sqrt{2}-1$	$(\sqrt{2}-1, 1)$	1
$f(x)$	$-\infty \to 3-2\sqrt{2}$	$Max 3-2\sqrt{2}$	$(3-2\sqrt{2}, -\infty)$	$\times$
$f'(x)$	$+$	0	-	$\times$

Przedziały	$(1, \sqrt{2}+1)$	$\sqrt{2}+1$	$(\sqrt{2}+1, +\infty)$
$f(x)$	$\infty \to 3+2\sqrt{2}$	$3+2\sqrt{2}$	$(3+2\sqrt{2}, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	$+$

10. Wykres funkcji


15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-11
-12
-13
-14
-15
-15-14-13-12-11-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15