Tahmin

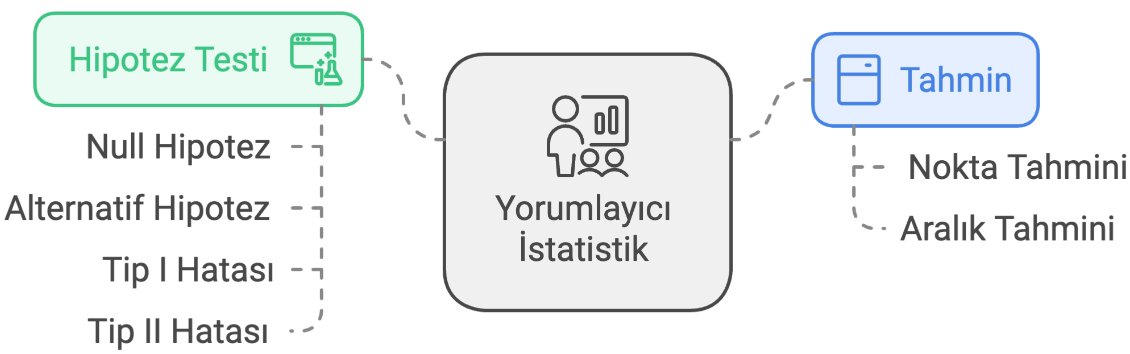
Hakan Mehmetcik

2024-11-28

Yorumlayıcı İstatistiğin İki Ana Alanı

Yorumlayıcı istatistik geleneksel olarak iki ana alana ayrılır:

1. **Tahmin**
2. **Hipotez Testi**

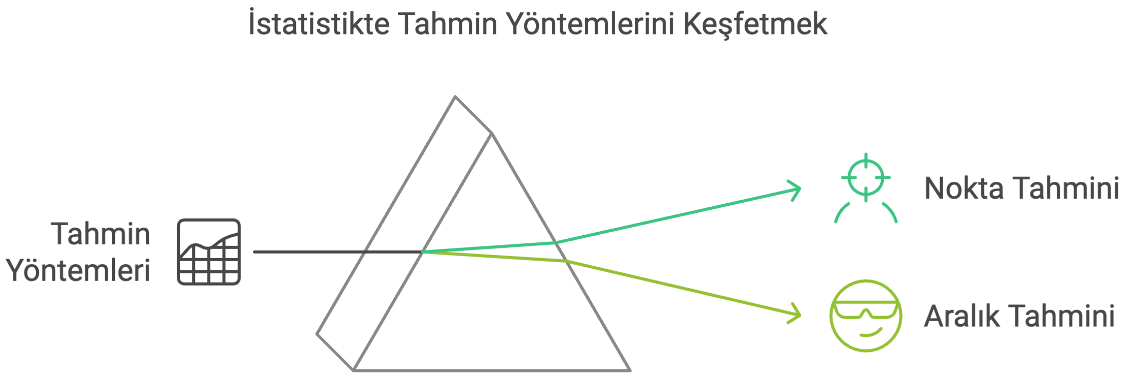


Tahmin (Estimation)

Tahmin, örneklem verilerini kullanarak popülasyondaki bilinmeyen bir parametrenin değerini tahmin etmeyi içerir. Örneğin, bir şehirdeki tüm yetişkinlerin ortalama boyunu bilmek istiyorsanız, o şehirden bir grup insanın boyunu ölçebilirsiniz. Bu örneklemin ortalama boyu, şehirdeki tüm yetişkinlerin ortalama boyunu tahmin etmeye yardımcı olur.

Tahmin iki türdedir:

- **Nokta Tahmini (Point Estimation):** Bir parametre için (örneğin, ortalama boy) tek bir en iyi tahmin sağlar.
- **Aralık Tahmini (Interval Estimation):** Parametrenin düşmesi muhtemel olduğu bir aralık verir. Örneğin, "ortalama boyun 1,65 cm ve 1,75 cm arasında olduğunu ve bu tahmine %95 güven duyulduğunu" belirtebilir.



Nokta Tahmini (Point Estimation)

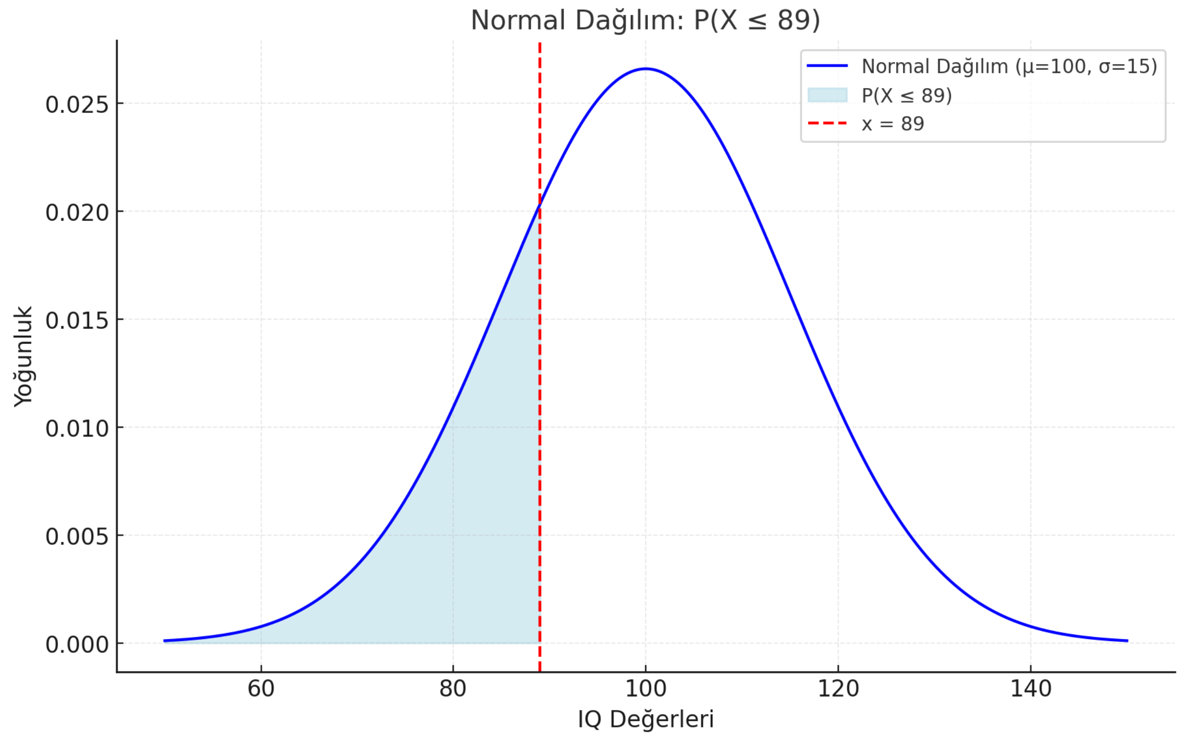
- Bir popülasyon parametresinin tek bir sayısal değerle tahmin edilmesidir.

İstatistikte, R dilindeki **pnorm** fonksiyonu, normal dağılım için kümülatif dağılım fonksiyonunu (CDF) hesaplamak için kullanılır. Eğer popülasyonun gerçek ortalaması (\mu) ve standart sapması (\sigma) biliniyorsa, olasılıkları hesaplamak için **pnorm** fonksiyonunu doğrudan kullanabilirsiniz.

```
# Sahte IQ puanları oluşturalım
set.seed(178) # Rastgele sayı üretimini sabitle
IQ <- rnorm(n=1000, mean=100, sd=15) # 1000 IQ puanı üret (ortalama=100, sd=15)
IQ <- round(IQ) # IQ puanlarını tam sayıya yuvarla


# Nokta Tahmini (Point Estimation)
mean_est <- mean(IQ) # Ortalama IQ puanı
sd_est <- sd(IQ) # IQ puanlarının standart sapması

# Bir öğrencinin IQ puanının 89 veya daha düşük olma olasılığını hesapla
prob <- pnorm(89, mean=mean_est, sd=sd_est)
```

```
# Sonucu yazdır
print(paste("Bir öğrencinin IQ puanının 89 veya daha düşük olma olasılığı:", round(prob, 4)))
```

```
[1] "Bir öğrencinin IQ puanının 89 veya daha düşük olma olasılığı: 0.2366"
```



Grafikte, normal dağılım ($\mu = 100, \sigma = 15$) gösterilmektedir. Kırmızı kesik çizgi, x=89'u temsil ederken, mavi gölgeli alan P(X 89) olasılığını ifade etmektedir. Bu, X rastgele değişkeninin 89 veya daha düşük IQ'da olma olasılığıdır.

Peki 89'dan büyük olma olasılığını nasıl hesaplarız?

```
# eğer hesapladığınız olasılığı 1'den çıkartırsanız tersi olasılığı bulursunuz
1-prob
```

```
[1] 0.7634349
```

```
# Sonucu yazdır
print(paste("Bir öğrencinin IQ puanının 89'dan büyük olma olasılığı:", round(1-prob, 4)))
```

```
[1] "Bir öğrencinin IQ puanının 89'dan büyük olma olasılığı: 0.7634"
```

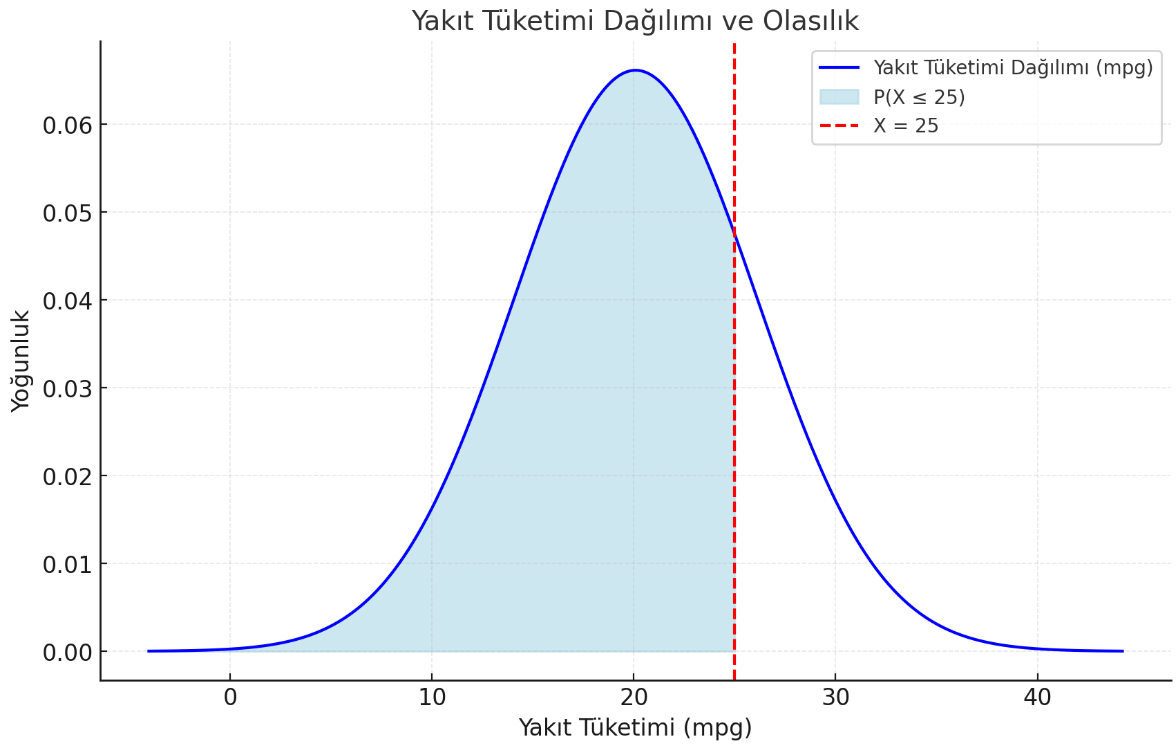
Bir ek örnek olarak mtcars veri setinden tahmini bir yakıt tüketimi dağılımına bakalım ve bu veri setinden rastgele bir araç seçtiğimizde yakıt tüketiminin mil başına 25 glaondan daha az olma ihtimalini kontrol edelim.

```r
# Ortalama yakıt tüketimi
mean_mpg <- mean(mtcars$mpg)  # Ortalama yakıt tüketimi (mpg)
sd_mpg <- sd(mtcars$mpg)      # Yakıt tüketimi standart sapması
value <- 25                  # Kontrol edilecek değer

# P(X   25) olasılığını hesaplama
prob <- pnorm(25, mean=mean_mpg, sd=sd_mpg)

# Sonuçları yazdır
cat("mtcars veri setindeki ortalama yakıt tüketimi (mpg):", mean_mpg, "\n")
```

```
mtcars veri setindeki ortalama yakıt tüketimi (mpg): 20.09062
```

```r
cat("Yakıt tüketiminin 25 veya daha düşük olma olasılığı (P(X   25)):", round(prob, 4), "\n")
```

```
Yakıt tüketiminin 25 veya daha düşük olma olasılığı (P(X   25)): 0.7923
```



Grafik, mtcars veri setinden tahmini bir yakıt tüketimi dağılımını göstermektedir. Kırmızı kesik çizgi X=25 değerini temsil ederken, mavi gölgeli alan P(X 25), yani yakıt tüketiminin 25 mpg veya daha az olma olasılığını ifade eder.

Yakıt tüketiminin 25 galondan fazla olma ihtimali?

```
# basit bir şekilde 25'ten küçük olma olasılığını 1'den çıkartırsanız büyük olma olasılığını

1- pnorm(25, mean=mean_mpg, sd=sd_mpg)
```

```
[1] 0.2076591
```

```
# sonucu yazdıralım

cat("Yakıt tüketiminin 25 veya daha düşük olma olasılığı (P(X   25)):", round(1- pnorm(25, me
```

```
Yakıt tüketiminin 25 veya daha düşük olma olasılığı (P(X   25)): 0.2077
```

Z-Skoru

Ancak, popülasyonun gerçek parametrelerini bilmiyorsanız ve örneklem verileriyle çalışıyorsanız, genellikle z-skoru değerlerini hesaplamalarınızda kullanırsınız.

Z-Skoru Nedir?

Z-skoru, bir veri noktasının bir dağılım içindeki ortalamadan ne kadar uzakta olduğunu standart sapma cinsinden ifade eden bir ölçüttür. Z-skoru, bir veriyi standart normal dağılıma (ortalama = 0, standart sapma = 1) dönüştürmek için kullanılır.

Formül:

$$z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

- X: Değer
- : Ortalama (popülasyon ortalaması)
- : Standart sapma (popülasyon standart sapması)

Z-Skorunun Anlamı:

- **Pozitif Z-Skoru:** Veri, ortalamanın üzerindedir.
- **Negatif Z-Skoru:** Veri, ortalamanın altındadır.
- z=0: Veri, tam olarak ortalamadadır.

Örnek: Bir öğrencinin sınav puanı 85, sınıfın ortalama puanı 70 ve standart sapması 10 ise:

$$z = \frac{(85 - 70)}{10} = 1.5$$

Bu, öğrencinin puanının sınıf ortalamasının 1.5 standart sapma üzerinde olduğunu gösterir.

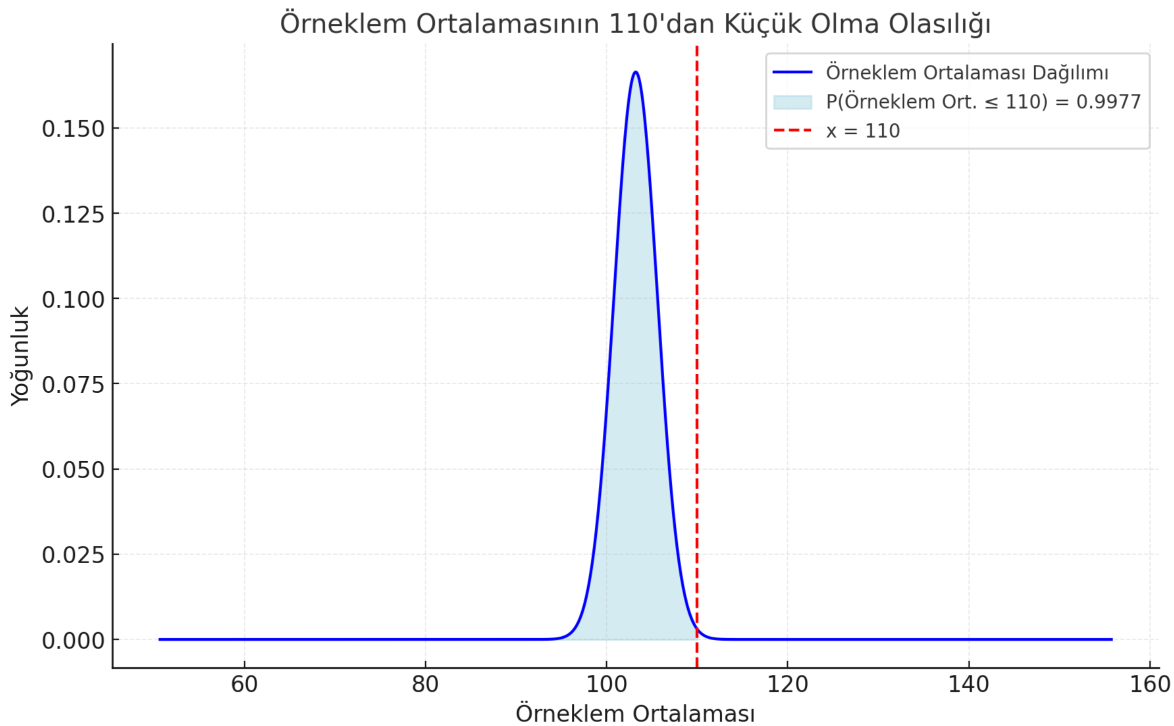
> **Note**
>
> **Z-skoru**, verileri standartlaştırarak olasılıkları hesaplamaya olanak tanır.

R'da bir örnekle bakacak olursak:

```r
# 100 ortalama ve 15 standart sapma ile normal dağılımdan 30 veri noktası oluştur
veri <- rnorm(n = 30, mean = 100, sd = 15)

# Örneklem ortalamasını ve standart sapmasını hesapla
x_bar <- mean(veri) # Örneklem ortalaması
s <- sd(veri)       # Örneklem standart sapması

prob <- pnorm(110, 100, 15)

# 110 değeri için z-skorunu hesapla
z <- (110 - x_bar) / (s / sqrt(length(veri)))

# Örneklem ortalamasının 110'dan küçük olma olasılığını hesapla
olasilik <- pnorm(z)

# Sonucu yazdır
print(paste("Örneklem ortalamasının 110'dan küçük olma olasılığı:", olasilik, 4))
```

```
[1] "Örneklem ortalamasının 110'dan küçük olma olasılığı: 0.999967756711038 4"
```

Bu bağlamda **pnorm(z)**'nin yorumlanması: Örneğimizde, z, 110 değerinin örneklem ortalamasından kaç standart hata uzaklıkta olduğunu temsil eder. **pnorm** kullanarak aslında şu soruyu sormuş oluyorsunuz: "Örneklem ortalamasının popülasyon ortalamasını tarafsız bir şekilde temsil ettiği ve örneklem ortalamalarının dağılımının normal olduğu varsayımıyla, gerçek popülasyon ortalamasının 110'dan küçük olma olasılığı nedir?"



Grafikte, rastgele oluşturulan bir örneklemin ortalama dağılımı ve $P(\text{Örneklem Ortalaması} \leq 110)$ olasılığı gösterilmektedir. Kırmızı kesik çizgi x=110'ı temsil ederken, mavi gölgeli alan bu değerin altında kalan olasılık alanını ifade eder. Hesaplanan oldukça yüksek olasılık (0.999874859905791 veya yaklaşık %99.99), örnekleme dayalı olarak gerçek popülasyon ortalamasının 110'dan küçük olmasının son derece olası olduğunu gösterir.

Peki ya daha büyük değerlere bakmayı düşünsek!

```
# Parametreleri tanımla
mean <- 100  # Ortalama
sd <- 15     # Standart sapma
n <- 30      # Örneklem büyüklüğü
value <- 110 # Kontrol edilecek değer

# Z-skorunu hesapla
z <- (value - mean) / (sd / sqrt(n))

# Standart normal rastgele bir değişkenin z'den büyük olma olasılığını hesapla
prob <- 1 - pnorm(z)

# Sonucu yazdır
print(paste("Standart normal bir rastgele değişkenin", z, "değerinden büyük olma olasılığı:"
```

```
[1] "Standart normal bir rastgele değişkenin 3.65148371670111 değerinden büyük olma olasılığı
```

Aralık Tahmin Yapma

Esasında aralık tahmini yapmak nokta tahmini yapma ile benzerdir. Tek yapılması gereken alt ve üst sınırlar için nokta tahmini yapmak ve noktalar arası farkı almaktır.

Örnek 1:

Örneğin, yukarıdaki örnekte kullandığımız IQ verisetinden rastgele seçilen bir öğrencinin IQ'sunun 89 ile 101 arasında olma olasılığı nedir sorusu için ilk yapmamız gereken alt sınır 89 ve üst sınır 101 arası nokta tahminlerini yapmak ve çıkan sonucu (büyükten küçüğü) çıkarmaktır.

```r
# 89 için olasılık
having_89 <- pnorm(89, mean_est, sd_est)
# 101 için olasılık
having_101 <- pnorm(101, mean_est, sd_est)

# Sonucu yazdır
cat("Rastgele bir seçimin 89 ile 101 arasında olma olasılığı:", having_101 - having_89)
```

```
Rastgele bir seçimin 89 ile 101 arasında olma olasılığı: 0.2937401
```

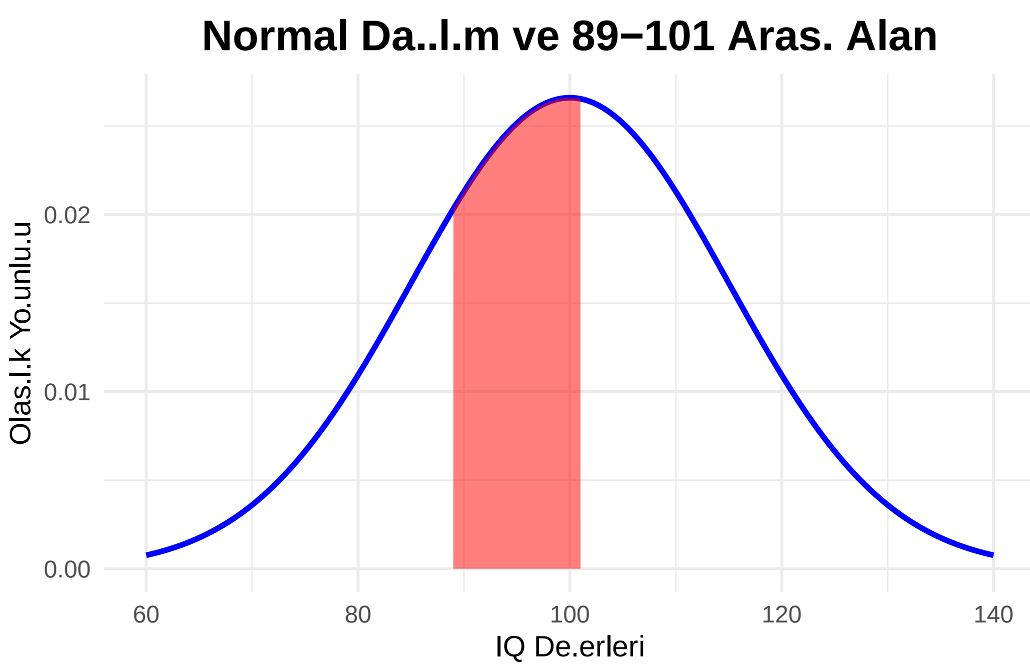
Bunu Görselleştirelim:

```r
library(ggplot2)

# Verileri tanımlama
mean_est <- 100    # Ortalama
sd_est <- 15       # Standart sapma

# x değerlerini oluştur (dağılımı çizmek için)
x_values <- seq(60, 140, by = 0.1) # 60 ile 140 arasında değerler
y_values <- dnorm(x_values, mean = mean_est, sd = sd_est) # Yoğunluk hesaplama

# Verileri birleştirme
data <- data.frame(x = x_values, y = y_values)

# ggplot ile çizim
```

```r
plot <- ggplot(data, aes(x = x, y = y)) +
  geom_line(color = "blue", size = 1) +  # Normal dağılım çizgisi
  geom_area(data = subset(data, x >= 89 & x <= 101), aes(x = x, y = y),
            fill = "red", alpha = 0.5) +  # 89-101 arası alan
  labs(
    title = "Normal Dağılım ve 89-101 Arası Alan",
    x = "IQ Değerleri",
    y = "Olasılık Yoğunluğu"
  ) +
  theme_minimal() +
  theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 16, face = "bold")
  )
```

```
Warning: Using `size` aesthetic for lines was deprecated in ggplot2 3.4.0.
i Please use `linewidth` instead.
```

```r
# Çizimi göster
print(plot)
```



Örnek 2: Z Skoru Kullanma

Öncelikle IQ puanları için tipik parametreleri tanımlayalım: bir ortalama (\mu) 100 ve bir standart sapma (\sigma) 15. Daha sonra, bir IQ puanının 85 ile 115 arasında olma olasılığını hesaplayacağız.

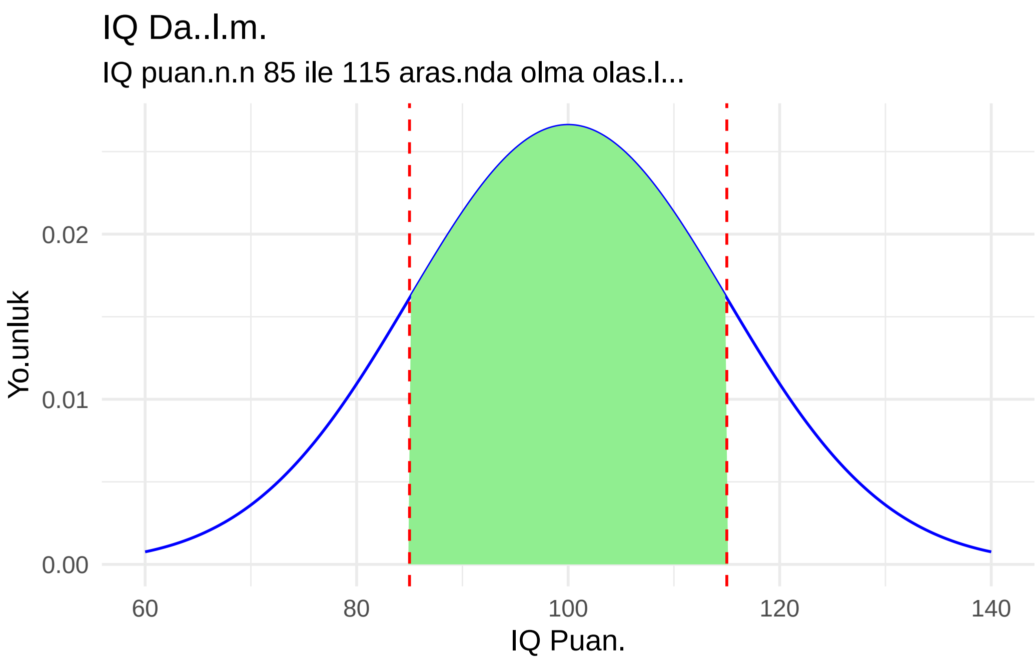
```r
# 1. Parametreleri Tanımla
mean_IQ <- 100  # Ortalama IQ
sd_IQ <- 15     # Standart sapma
lower_bound <- 85  # Alt sınır
upper_bound <- 115  # Üst sınır

# 2. z-skorlarını hesapla
z_lower <- (lower_bound - mean_IQ) / sd_IQ  # Alt sınır z-skoru
z_upper <- (upper_bound - mean_IQ) / sd_IQ  # Üst sınır z-skoru

# 3. Olasılıkları Hesapla
prob_lower <- pnorm(z_lower)  # P(X < 85)
prob_upper <- pnorm(z_upper)  # P(X < 115)
prob_interval <- prob_upper - prob_lower  # P(85 < X < 115)

# 4. Sonuçları Yazdır
cat(sprintf("Rastgele seçilen bir öğrencinin IQ puanının %s ile %s arasında olma olasılığı ya
            lower_bound, upper_bound, prob_interval))
```

```
Rastgele seçilen bir öğrencinin IQ puanının 85 ile 115 arasında olma olasılığı yaklaşık 0.682
```

Bunu da görselleştirelim:

```r
library(ggplot2)
# grafik oluşturalım
x <- seq(60, 140, length.out=300)  # X ekseni için aralık
y <- dnorm(x, mean=mean_IQ, sd=sd_IQ)  # Normal dağılım yoğunluk fonksiyonu

# ggplot fonksiyonu ile grafiği çizelim
ggplot(data=NULL, aes(x=x)) +
  geom_line(aes(y=y), color="blue") +  # Normal dağılım eğrisi
  geom_area(aes(y=ifelse(x >= lower_bound & x <= upper_bound, y, 0)), fill="lightgreen") +  #
  geom_vline(xintercept=lower_bound, linetype="dashed", color="red") +  # Alt sınır çizgisi
  geom_vline(xintercept=upper_bound, linetype="dashed", color="red") +  # Üst sınır çizgisi
  labs(
    title="IQ Dağılımı",
```

```
    subtitle=sprintf("IQ puanının %s ile %s arasında olma olasılığı", lower_bound, upper_bou
    x="IQ Puanı",
    y="Yoğunluk"
  ) +
  theme_minimal()
```



Z-Skoru mu Doğrudan Değer mi?

Durum	**Kullanım**	**Kod Örneği**
Standart normal dağılım (=0, =1)	Z-skoru girilmeli	`pnorm(-1.5)`
Orijinal dağılım (0, 1)	Veri değerleri ve dağılım parametreleri girilmeli	`pnorm(85, mean=100, sd=15)`

Note

Standart Normal Dağılımı Dönüşütürme basit bir şekilde verilerin z-skorlarının hesaplanmasıdır. Örneğin veri setimiz 4 kişilik bir örneklemin 85, 100, 115, 130 şeklinde IQ skorları olduğunu var sayalım,:

```
# Veriler
x <- c(85, 100, 115, 130)  # IQ değerleri
mu <- 100  # Ortalama IQ
sigma <- 15  # Standart sapma

# Standart normal dağılıma dönüştürme (z-skoru hesaplama)
z_scores <- (x - mu) / sigma
z_scores
```

```
[1] -1  0  1  2
```

Bu durumda **standart normal dağılıma dönüşütürlmüş veriler -1, 0, 1, 2 olacaktır. Yani z-scorlarıdır.** Standart normal dağılıma dönüştürmek, verilerinizi ortalamadan ve standart sapmadan bağımsız bir ölçekte ifade etmeyi sağlar. ,
Örneğin **`mtcars` veri setini kullanarak standart normal dağılıma dönüştürmeyi açıklayalım.**
`mtcars` veri setinde **"mpg"** (mil/gallon) sütununu kullanacağız. Bu sütun, bir aracın yakıt verimliliğini temsil eder. Ham değerleri standart normal dağılıma dönüştürüp **z-skorlarını** hesaplayacağız.

Adım 1: Veriyi İnceleyelim

Öncelikle, `mtcars` veri setinin özetine bakalım ve ortalama ile standart sapmayı hesaplayalım.

```
# mtcars veri setini yükle
data(mtcars)

# mpg sütununun özet istatistikleri
summary(mtcars$mpg)
```

```
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max. 
  10.40   15.43   19.20   20.09   22.80   33.90 
```

```
# Ortalama ve standart sapmayı hesaplayalım
mean_mpg <- mean(mtcars$mpg)  # Ortalama
sd_mpg <- sd(mtcars$mpg)      # Standart sapma

cat("mpg için Ortalama:", mean_mpg, "\n")
```

```
mpg için Ortalama: 20.09062
```

```r
cat("mpg için Standart Sapma:", sd_mpg, "\n")
```

```
mpg için Standart Sapma: 6.026948
```

Bu, `mtcars` veri setindeki **mpg** değerlerinin ortalamasının 20.09, standart sapmasının ise 6.03 olduğunu gösterir.

Adım 2: Standart Normal Dağılıma Dönüştürme

Şimdi, **mpg** sütunundaki her bir değeri standart normal dağılıma dönüştürmek için z-skorlarını hesaplayalım:

```r
# Z-skorlarını hesapla
mtcars$z_mpg <- (mtcars$mpg - mean_mpg) / sd_mpg

# İlk birkaç sonucu görelim
head(mtcars[, c("mpg", "z_mpg")])
```

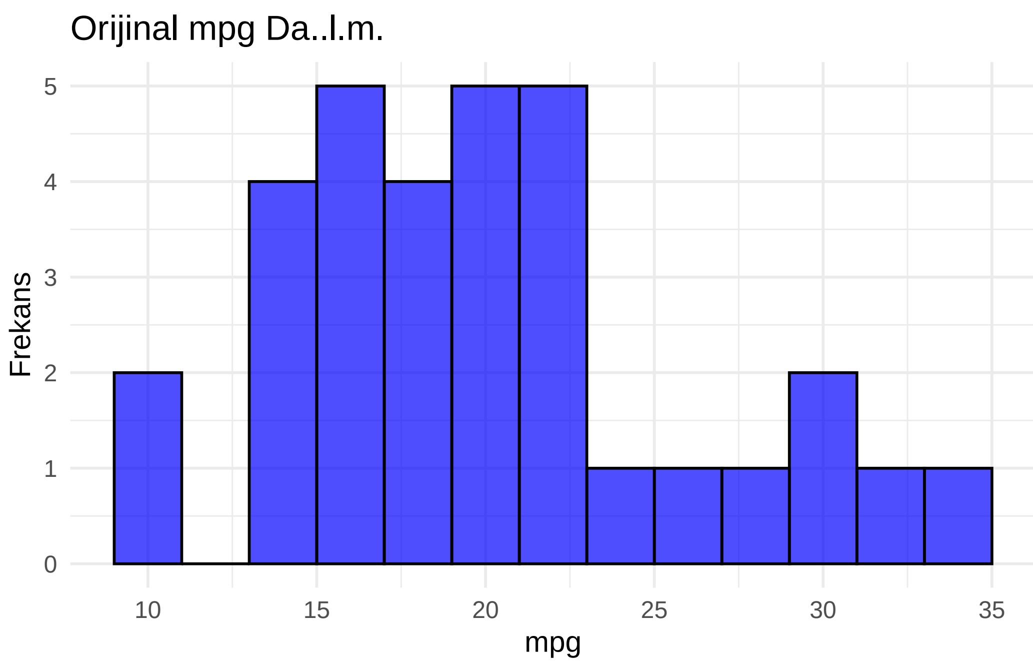
```
                   mpg      z_mpg
Mazda RX4         21.0  0.1508848
Mazda RX4 Wag     21.0  0.1508848
Datsun 710        22.8  0.4495434
Hornet 4 Drive    21.4  0.2172534
Hornet Sportabout 18.7 -0.2307345
Valiant           18.1 -0.3302874
```

- **Birinci araç** için **mpg** = **21.0** ve **z-skoru** = **0.15**.
  - Bu araç, ortalamadan 0.15 standart sapma yukarıda.
- **Altıncı araç** için **mpg** = **18.1** ve **z-skoru** = **-0.33**.
  - Bu araç, ortalamadan 0.33 standart sapma aşağıda.

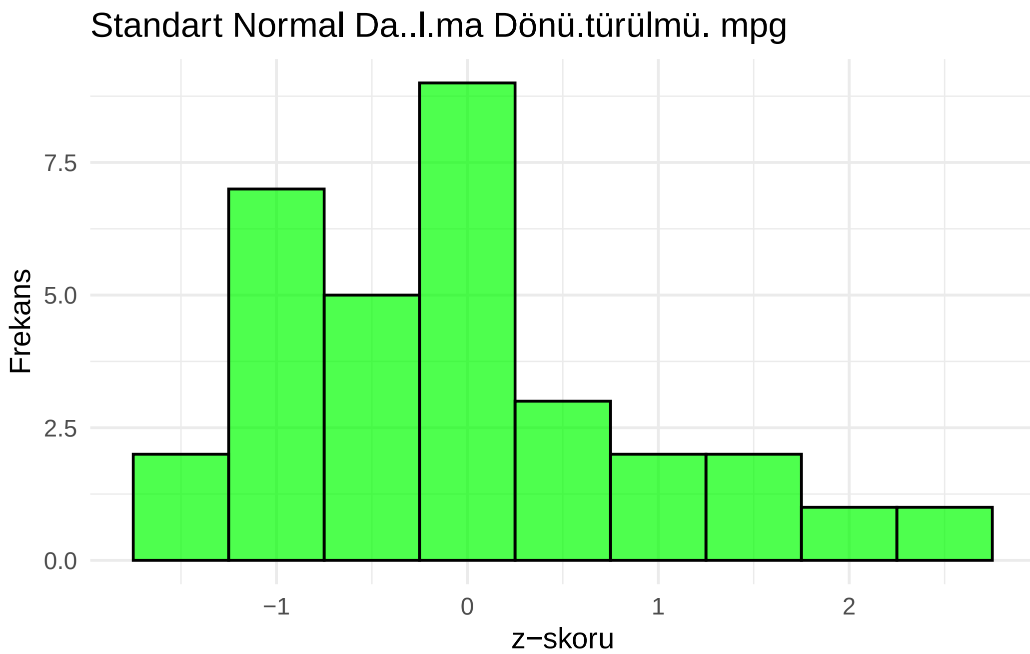
Adım 3: Görselleştirme

Verileri standart normal dağılıma dönüştürdüğümüzü göstermek için bir histogram çizelim. Orijinal **mpg** değerlerini ve z-skorlarını görselleştireceğiz.

```
# Gerekli kütüphane
if(!require(ggplot2)) install.packages("ggplot2", dependencies=TRUE)
library(ggplot2)

# Orijinal mpg histogramı
ggplot(mtcars, aes(x=mpg)) +
  geom_histogram(binwidth=2, fill="blue", alpha=0.7, color="black") +
  labs(title="Orijinal mpg Dağılımı", x="mpg", y="Frekans") +
  theme_minimal()
```




```
# Z-skorlarının histogramı
ggplot(mtcars, aes(x=z_mpg)) +
  geom_histogram(binwidth=0.5, fill="green", alpha=0.7, color="black") +
  labs(title="Standart Normal Dağılıma Dönüştürülmüş mpg", x="z-skoru", y="Frekans") +
  theme_minimal()
```



Adım 4: Olasılık Hesaplama

Örnek: P(15 mpg 25)
Bu aralıktaki olasılığı hesaplayalım:

1. **Ham değerleri z-skorlarına çevir:**
   - Alt sınır (x=15): $z_{\text{lower}} = \frac{15-20.09}{6.03} \approx -0.84$
   - Üst sınır (x=25): $z_{\text{upper}} = \frac{25-20.09}{6.03} \approx 0.81$
2. **`pnorm` ile olasılık hesapla:**

```
# Ham değerlerin z-skorlarını hesapla
z_lower <- (15 - mean_mpg) / sd_mpg
z_upper <- (25 - mean_mpg) / sd_mpg

# Olasılığı hesapla
prob <- pnorm(z_upper) - pnorm(z_lower)
cat("P(15 <= mpg <= 25):", prob, "\n")
```

```
P(15 <= mpg <= 25): 0.5931861
```

Yani, yaklaşık %58 olasılıkla, rastgele bir aracın yakıt verimliliği 15 ile 25 arasında olacaktır.

Z-Skorları Olmadan Olasılık Hesaplama

Eğer z-skorlarını kullanmadan hesap yapmak istiyorsanız, **pnorm** fonksiyonunun parametrelerine ham değerleri, ayrıca ortalama ve standart sapmayı ekleyerek hesap yapabilirsiniz. Örneğin:

```
# Olasılığı doğrudan ham değerlerle hesapla
prob <- pnorm(25, mean=mean_mpg, sd=sd_mpg) - pnorm(15, mean=mean_mpg, sd=sd_mpg)
cat("P(15 <= mpg <= 25):", prob, "\n")
```

```
P(15 <= mpg <= 25): 0.5931861
```

Sonuç: Z-Skoru Şart mı?

Hayır, z-skoru olasılık hesaplamaları için şart değildir. Doğrudan ham değerler ve dağılım parametreleri (ortalama ve standart sapma) kullanılarak aynı sonuca ulaşabilirsiniz. Ancak z-skorları:

- Verileri standartlaştırır,
- Karşılaştırmayı kolaylaştırır,
- Dağılımın genel özelliklerini daha iyi anlamanızı sağlar.

Özellikle eğitim ve standart hesaplamalarda, z-skorlarını öğrenmek ve kullanmak faydalıdır, çünkü daha karmaşık analizlerin temelini oluşturur.

Güven Aralığı ile Tahmin Yapma (Confidence Interval)

Güven aralığı, bir popülasyon parametresinin (örneğin ortalama veya oran) belirli bir olasılık seviyesinde hangi değerler arasında yer alabileceğini ifade eden bir aralıktır. Güven aralığı, bir tahminin güvenilirliğini ve belirsizliğini ölçmek için istatistikte kullanılan önemli bir araçtır.

---

1. Güven Aralığı Nedir?

Bir güven aralığı, örneklem verilerinden hesaplanır ve iki sınırdan oluşur:

- **Alt Sınır:** Parametrenin olası en düşük değeri.
- **Üst Sınır:** Parametrenin olası en yüksek değeri.

Örnek: Bir sınıftaki öğrencilerin ortalama IQ'su için %95 güven aralığı [98,100] ise, bu şu anlama gelir:

- %95 güvenle, gerçek popülasyon ortalaması bu aralık içinde yer alır.

2. Güven Aralığının Unsurları

1. **Güven Düzeyi (Confidence Level):**
   - Güven aralığının ne kadar güvenilir olduğunu ifade eder.
   - Genellikle %90, %95 veya %99 olarak seçilir.
   - Örneğin, %95 güven düzeyi, 100 örneklemden 95'inde gerçek popülasyon parametresinin aralık içinde olacağını belirtir.
2. **Standart Hata (Standard Error):**
   - Örneklem ortalamasının popülasyon ortalamasından ne kadar sapabileceğini ölçer.
   - Formülü:
   $$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$
     - : Standart sapma
     - n: Örneklem büyüklüğü
3. **Kritik Z veya t-Değeri:**
   - Güven aralığını belirlemek için kullanılan çarpan.
   - Normal dağılım için kritik z-değeri, güven düzeyine göre seçilir (z=1.96 için %95 güven düzeyi).
   - Örneklem büyüklüğü küçükse (n<30), t-dağılımı kullanılır.
4. **Tahmin Edilen Değer:**
   - Genellikle örneklem ortalamasıdır ($\bar{x}$) .

---

3. Güven Aralığı Nasıl Hesaplanır?

Güven aralığı, aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$\text{Güven Aralığı} = \bar{x} \pm (z_{\alpha/2} \times SE)$$

- $\bar{x}$: Örneklem ortalaması
- $z_{\alpha/2}$: Kritik z-değeri
- SE: Standart hata

Örnek:

- Ortalama ($\bar{x}$) = 100
- Standart sapma ( ) = 15
- Örneklem büyüklüğü (n) = 30
- Güven düzeyi: %95 (z=1.96)

Standart hata:

$$SSE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{30}} = 2.74$$

Güven aralığı:

$$\text{Güven Aralığı} = 100 \pm (1.96 \times 2.74) = [94.63, 105.37]$$

Bu durumda, gerçek popülasyon ortalamasının %95 güvenle 94.63 ile 105.37 arasında olduğunu söyleyebiliriz.

---

4. Güven Aralıklarının Kullanım Alanları

1. **Popülasyon Parametrelerini Tahmin Etmek:**
   - Gerçek popülasyon ortalaması, oranı veya farkını tahmin etmek için kullanılır.
2. **Hipotez Testi:**
   - Güven aralığı, H0 hipotezinin reddedilip reddedilemeyeceğini belirlemek için kullanılabilir.
3. **Kıyaslama:**
   - Farklı gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını değerlendirmek için.

Örnek 1:

Bir örneklemde, sosyal medyada geçirilen günlük ortalamayı hesaplıyoruz:

- Örneklem ortalaması ($\bar{x}$): 3 saat.
- Standart sapma (s): 0.5 saat.
- Örneklem büyüklüğü (n): 100.
- Güven düzeyi: %95.

1. Örneklem Değerlerini Tanımla

Kodun ilk kısmında güven aralığını hesaplamak için gereken örneklem bilgileri tanımlanır:

```
# Örneklem değerleri
mean_x <- 3         # Örneklem ortalaması
sd_x <- 0.5         # Standart sapma
n <- 100            # Örneklem büyüklüğü
confidence <- 0.95 # Güven düzeyi
```

2. Z-Skorunu Hesapla

Kritik z-değeri, %95 güven aralığı için hesaplanır. Bu, toplam alanın $1-\alpha/2 = 0.975$ kısmının altında kalan z-değeridir:

```
z <- qnorm((1 + confidence) / 2)
```

Açıklama:

- (1+confidence)/2: %95 güven düzeyi için yukarıdaki kritik alanı belirler.
  - (1+0.95)/2=0.975.
  - Bu, standart normal dağılımda toplam alanın %97.5'ine denk gelir.
- `qnorm(0.975)`: Standart normal dağılımdan bu alan için z-değerini bulur.
  - z=1.96, yani %95 güven düzeyi için kullanılan standart z-skorudur.

3. Standart Hata Hesapla

Standart hata (SE), standart sapmanın örneklem büyüklüğüne bağlı ölçeklenmiş bir versiyonudur:

```
se <- sd_x / sqrt(n)
```

4. Alt ve Üst Sınırları Hesapla

Alt ve üst sınırlar, güven aralığı formülüne göre hesaplanır:

```
lower_bound <- mean_x - z * se
upper_bound <- mean_x + z * se
```

5. Güven Aralığını Oluştur

Son adımda, alt ve üst sınırlar bir vektör olarak birleştirilir:

```
confidence_interval <- c(lower_bound, upper_bound)
cat("Bu, %95 güven düzeyinde, popülasyonun gerçek ortalamasının", round(confidence_interval,
```

```
Bu, %95 güven düzeyinde, popülasyonun gerçek ortalamasının 2.9 3.1 saat arasında olduğunu gö
```

Örnek 2:

Aynı işlemi yukarıda daha önce yaptığımız IQ veri seti içinde yapabiliriz (çünkü örneklem sayımız n>30, n=1000) olduğu için.

1. Örneklem Değerlerini Tanımla

Kodun ilk kısmında güven aralığını hesaplamak için gereken örneklem bilgileri tanımlanır:

```
mean_est <- 100    # Örneklem ortalaması
sd_est <- 15       # Standart sapma
n <- 1000          # Örneklem büyüklüğü
confidence <- 0.99      # %99 güven aralığı için anlamlılık seviyesi
```

2. Kritik Z-Skoru Hesaplama

Kritik z-değeri, %99 güven aralığı için =0.01. Bu durumda:

$$z = qnorm(1 - \alpha/2) = qnorm(0.995)$$

```
z <- qnorm(1 - confidence / 2)
```

3. Standart Hata Hesapla

Standart hata (SE), standart sapmanın örneklem büyüklüğüne bağlı ölçeklenmiş bir versiyonudur:

```
se <- sd_est / sqrt(n)
```

4. Alt ve Üst Sınırları Hesapla

Alt ve üst sınırlar, güven aralığı formülüne göre hesaplanır:

```
lower_bound <- mean_est - z * se
upper_bound <- mean_est + z * se
```

5. Güven Aralığını Oluştur

Son adımda, alt ve üst sınırlar bir vektör olarak birleştirilir:

```
confidence_interval <- c(lower_bound, upper_bound)
cat("Bu, %99 güven düzeyinde, popülasyonun gerçek ortalamasının", round(confidence_interval,
```

```
Bu, %99 güven düzeyinde, popülasyonun gerçek ortalamasının 99.99 100.01 IQ skoru arasında ol
```

t-Dağılımını Kullanma Durumu

Eğer örneklem büyüklüğü küçükse (n<30) veya popülasyon standart sapması bilinmiyorsa, t-dağılımı kullanılır:

$$GA = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Burada:

- t: İstenen güven düzeyine ve serbestlik derecesine (df=n−1) göre t-dağılım tablosundan alınan t-skoru

R'da `qnorm()` kullanarak güven aralığı hesaplama, büyük örneklemlerde (örneğin n 30) standart normal dağılım varsayılarak yapılır. Eğer küçük örneklemle çalışıyorsanız, **t-dağılımı** kullanarak `qt()` ile aynı işlemi yapabilirsiniz. R'daki `qt()` fonksiyonu, **t-dağılımı tablosundan kritik değerleri** bulmak için kullanılır. Bu fonksiyon özellikle **küçük örneklemler** (n<30) veya popülasyon standart sapmasının bilinmediği durumlarda güven aralığı ve hipotez testlerinde kullanılır.

qt(p,df) fonksiyonunda:

- **`p` (Probability):** Dağılımın altında kalan alanın oranı. Genellikle (güven düzeyi)/2 formülüyle hesaplanır.
  - Örneğin, %95 güven düzeyi için p=0.975.
- **`df` (Degrees of Freedom):** Serbestlik derecesi. Genellikle df=n−1 formülüyle bulunur.

Adımlar: t-dağılımı ile Kritik Değer Bulma

Örnek 3:

Bir örneklemin ortalaması 3 saat, standart sapması 0.5 saat ve örneklem büyüklüğü 10. Güven düzeyi %95.

1. Serbestlik Derecesi (df) Hesapla: df=n−1

```
n <- 10
df <- n - 1  # Serbestlik derecesi
```

2. Güven Düzeyine Göre `p` Hesapla: %95 güven düzeyi için:

```
confidence <- 0.95
p <- (1 + confidence) / 2  # Güven düzeyi için p
```

3. `qt()` ile t-değerini Bul:

```
t_value <- qt(p, df)  # Kritik t-değeri
```

4. Güven Aralığını Hesapla: Güven aralığı denklemi:

```
mean_x <- 3  # Örneklem ortalaması
sd_x <- 0.5  # Standart sapma
se <- sd_x / sqrt(n)  # Standart hata

lower_bound <- mean_x - t_value * se
upper_bound <- mean_x + t_value * se
confidence_interval <- c(lower_bound, upper_bound)
confidence_interval
```

```
[1] 2.642322 3.357678
```

```
# Yaşam süresi tahmini (gapminder veri seti)
if(!require(gapminder)) install.packages("gapminder")
```

```
Loading required package: gapminder
```

```
library(gapminder)

# Ortalama ve standart sapma hesaplama
mean_life <- mean(gapminder$lifeExp)  # Ortalama yaşam süresi
sd_life <- sd(gapminder$lifeExp)      # Standart sapma
n_life <- length(gapminder$lifeExp)  # Örneklem büyüklüğü

# P(X   70) olasılığını hesaplama
value <- 70
```

```r
prob <- pnorm(value, mean=mean_life, sd=sd_life)

# Güven aralığı hesaplama
alpha <- 0.05  # %95 güven düzeyi
z <- qnorm(1 - alpha / 2)  # Kritik z-değeri
error <- z * (sd_life / sqrt(n_life))  # Hata payı
lower_bound <- mean_life - error
upper_bound <- mean_life + error

# Sonuçları yazdırma
cat(sprintf("Gapminder veri setindeki ortalama yaşam süresi: %.2f yıl (%s%% güven aralığı: %
            mean_life, 100 * (1 - alpha), lower_bound, upper_bound))
```

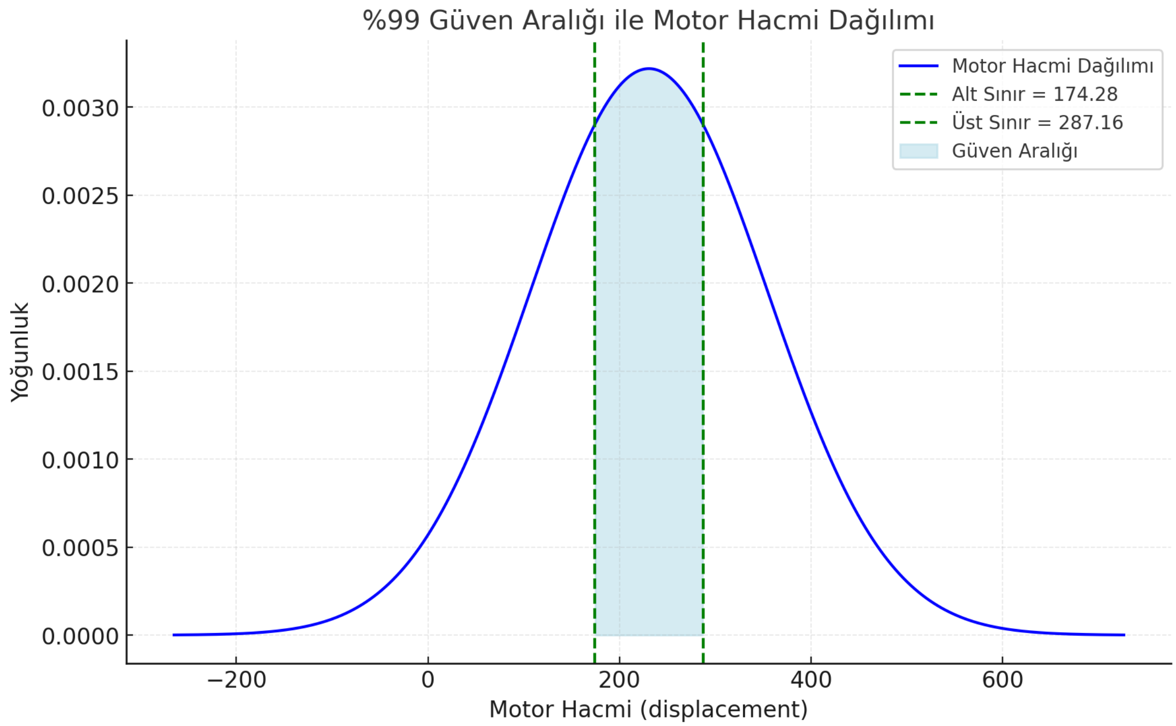
```
Gapminder veri setindeki ortalama yaşam süresi: 59.47 yıl (95% güven aralığı: 58.86 - 60.09)
```

```r
cat(sprintf("Rastgele seçilen bir kişinin yaşam süresinin 70 yıldan az olma olasılığı: %.4f\
```

```
Rastgele seçilen bir kişinin yaşam süresinin 70 yıldan az olma olasılığı: 0.7924
```

```r
# Güven aralığı ile displacement tahmini
mean_disp <- mean(mtcars$disp)  # Ortalama motor hacmi
sd_disp <- sd(mtcars$disp)      # Standart sapma
n_disp <- length(mtcars$disp)   # Örneklem büyüklüğü
alpha <- 0.01  # %99 güven düzeyi
z <- qnorm(1 - alpha / 2)  # Kritik z-değeri

# Güven aralığı
error <- z * (sd_disp / sqrt(n_disp))
lower_bound <- mean_disp - error
upper_bound <- mean_disp + error

cat(sprintf("mtcars veri setindeki ortalama motor hacmi: %.2f (displacement) (%s%% güven aral
            mean_disp, 100 * (1 - alpha), lower_bound, upper_bound))
```

```
mtcars veri setindeki ortalama motor hacmi: 230.72 (displacement) (99% güven aralığı: 174.29
```



Grafikte, motor hacmi dağılımı ve %99 güven aralığı gösterilmektedir:

- **Yeşil kesik çizgiler**: Alt ve üst sınırları temsil eder.
- **Mavi gölgeli alan**: Güven aralığı içindeki değerleri ifade eder.