Pracownia Fizyczna Zdalna
Instytut Fizyki
Centrum Naukowo Dydaktyczne

SPRAWOZDANIE Z ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

TEMAT:	Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego metodą wahadła matematycznego		
Wydział	Matematyki Stosowanej	Kierunek	Informatyka
Grupa/Sekcja	2/C	Rok akademicki	2021
Rok studiów	I	Semestr	2

Oświadczam, że niniejsze sprawozdanie jest całkowicie moim/naszym dziełem, że żaden z fragmentów sprawozdania nie jest zapożyczony z cudzej pracy. Oświadczam, że jestem świadoma/świadom odpowiedzialności karnej za naruszenie praw autorskich osób trzecich.

Lp.	Imię i nazwisko	Podpis
1.	Grzegorz Koperwas	
2.		
3.		

Ocena poprawności elementów sprawozdania

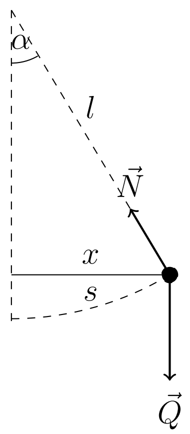
data oceny	wstęp i cel ćwiczenia	struktura sprawozdania	obliczenia	rachunek niepewności	wykres	zapis końcowy	wnioski

Ocena końcowa

OCENA lub LICZBA PUNKTÓW	
DATA PODPIS	

1. Wstęp teoretyczny

Celem doświadczenia jest wyznaczenie przyspieszenia grawitacyjnego g poprzez pomiar czasu w jakim wahadło wykona daną ilość cykli w zależności od jego długości.



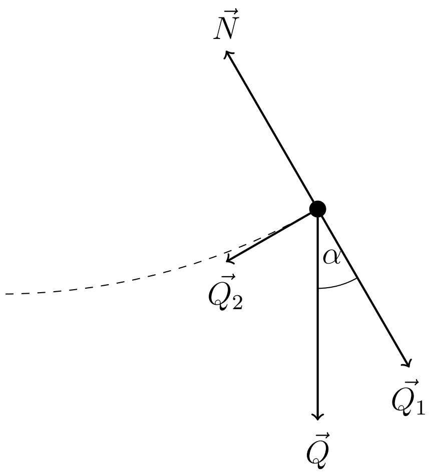
- Q - ciężar
- N - naciąg

Rysunek 1: Wahadło w stanie największego wychylenia

Wahadło matematyczne składa się z ciężarka, (Na rysunkach 1 oraz 2 oznaczony jest jako kropka), który porusza się po łuku (jego długość to s).

Na potrzeby naszego eksperymentu rozważamy małe drgania wahadła, gdzie $\alpha < 7°$, zatem możemy założyć[War]:

$$\sin \alpha \approx \alpha \tag{1}$$



- Q - ciężar
- N - naciąg

Rysunek 2: Rozkład sił na wahadle

Na rysunku 2 widzimy iż siła $\vec{Q_1}$ jest równoważona przez siłę $\vec{N}$, zatem siła $\vec{Q_2}$ jest siłą wypadkową.

$$\begin{aligned} \vec{Q} &= m\vec{g} \\ |Q_2| &= mg\sin\alpha = mg\frac{x}{l}, \quad \text{Z } (1.) \\ |Q_2| &\approx mg\frac{s}{l} \end{aligned}$$

Siła $\vec{Q_2}$ jest zwrócona do środka, zatem:

$$Q_2 = -\frac{mg}{l}s$$

Siła ta jest zależna od wychylenia wahadła, zatem jest ona siłą sprężystą[sci] w formie $F = -kx$, gdzie:

$$k = \frac{mg}{l}, \quad x = s$$

Zatem układ wykonuje ruchy harmoniczne, gdzie okres drgań T jest dany wzorem:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}} = \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \end{aligned}$$

Następnie wyliczamy z wzoru g:

$$\begin{aligned} T^2 &= 4\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \\ g &= \frac{4l\pi^2}{T^2} \end{aligned}$$

Na potrzeby sprawozdania obliczymy g jako nachylenie wykresu liniowego:

$$\begin{aligned} T^2 &= 4\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \\ T^2(l) &= \frac{4\pi^2}{g} \cdot l \end{aligned}$$

Gdzie nachylenie wykresu $T^2(l)$ to $\frac{4\pi^2}{g}$.

2. Wyniki pomiarów:

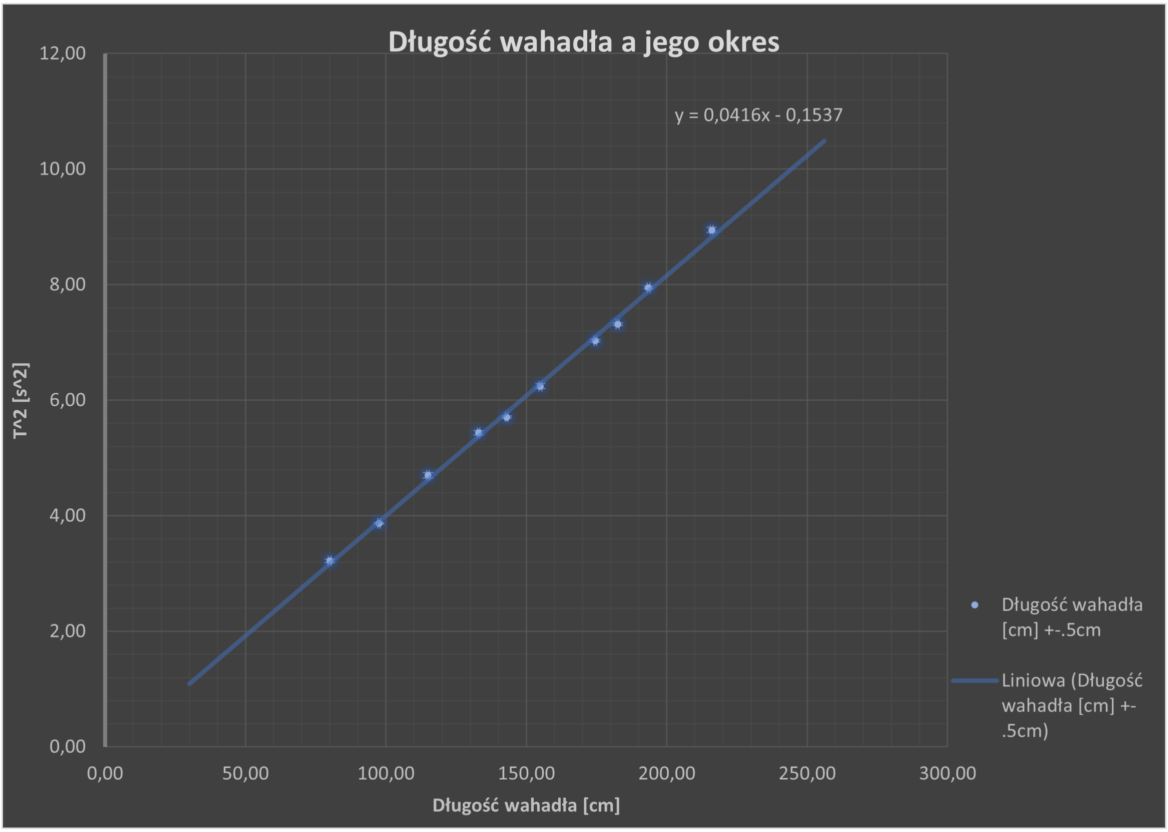
Długość wahadła [cm] $\pm 0{,}5 cm$	czas 10 okresów [s] $\pm 0{,}01 s$				
	t_{r1}	t_{r2}	t_{r3}	t_{r4}	t_{r5}
216,0	29,93	29,68	29,61	30,66	29,68
193,5	28,08	28,15	28,13	28,59	28,00
182,5	27,07	26,86	27,06	27,34	26,91
174,5	26,37	26,25	26,77	26,64	26,52
155,0	24,71	24,94	24,94	25,68	24,66
143,0	24,21	23,75	23,74	23,98	23,78
133,0	23,14	23,14	23,04	24,04	23,23
115,0	21,28	22,41	21,52	21,29	21,89
97,5	19,66	19,79	19,54	19,59	19,75
80,0	17,55	18,06	18,43	17,82	17,84

Tablica 1: Wyniki pomiarów

Długość wahadła [cm] $\pm 0.5 cm$	długość okresu [s] $\pm 0{,}01 s$ t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	Średni okres T[s] $\pm 0.01 s$	Odchylenie Standardowe [s]	T^2 [s^2]	$u(T^2)$
216,0	2,99	2,97	2,96	3,07	2,97	2,99	0,022	8,95	0,044
193,5	2,81	2,82	2,81	2,86	2,80	2,82	0,012	7,95	0,024
182,5	2,71	2,69	2,71	2,73	2,69	2,70	0,010	7,32	0,019
174,5	2,64	2,63	2,68	2,66	2,65	2,65	0,011	7,03	0,021
155,0	2,47	2,49	2,49	2,57	2,47	2,50	0,021	6,24	0,042
143,0	2,42	2,38	2,37	2,40	2,38	2,39	0,010	5,71	0,021
133,0	2,31	2,31	2,30	2,40	2,32	2,33	0,021	5,44	0,042
115,0	2,13	2,24	2,15	2,13	2,19	2,17	0,024	4,70	0,049
97,5	1,97	1,98	1,95	1,96	1,98	1,97	0,005	3,87	0,011
80,0	1,76	1,81	1,84	1,78	1,78	1,79	0,017	3,22	0,033

Tablica 2: Przetworzone wyniki pomiarów

3. Wykres



Rysunek 3: Wykres T^2 od l

Z wykresu odczytujemy:

- $a = 0{,}042\frac{m}{s^2};\ u\left(a\right) = 0{,}00065\frac{m}{s^2}$
- $b = -0{,}15s^2;\ u\left(b\right) = 0{,}10s^2$

4. Wnioski:

Według metody g obliczamy ze wzoru:

$$\frac{4\pi^2}{a \cdot 100} = g$$

Zatem dla $a = 0{,}41$ dostajemy wartość $g = 9{,}50$. Niepewność obliczmy ze wzoru:

$$\frac{g}{a} \cdot u\left(a\right) = u\left(g\right)$$

Zatem $u\left(g\right) = 0{,}15$.
Ostatecznie:

$$g = 9{,}50\frac{m}{s^2};\ u\left(g\right) = 0{,}15\frac{m}{s^2}$$

Porównanie z wartościami tablicowymi

g_f możemy obliczyć ze wzoru[AN13]:

$$g_f \approx 9{,}780318\left(1 + 0{,}0053024\sin^2\alpha - 0{,}0000058\sin^2 2\alpha\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}h$$

Gdzie

- $\alpha = 50{,}36°$ - szerokość geograficzna miejsca pomiaru
- $h = 278m$ - wysokość Gliwic nad poziomem morza.

Dla Gliwic $g_f = 9{,}81$. Zatem:

$$\begin{aligned} |g - g_f| &= |9{,}50 - 9{,}81| = 0{,}31 \\ 2 \cdot u\,(g) &= 2 \cdot 0{,}15 = 0{,}30 \\ 0{,}31 &\not\leq 0{,}30 \end{aligned}$$

Możliwe źródła błędów

Głównym źródłem błędów było nieprzykładne mierzenie czasu okresów, lepsza metoda pomiarowa lub większa liczba pomiarów pozwoliłaby na ograniczenie błędów przypadkowych. Zastosowanie metody pomiaru okresu za pomocą kamery i analizy materiału video było by dokładniejsze, mimo teoretycznie mniejszej dokładności ($\frac{1}{30}$ sekundy[1] zamiast 0,01 dla stopera zastosowanego w doświadczeniu), pozwoliła by ona wyeliminować błąd wynikający z refleksu prowadzącego doświadczenie.

Literatura

[AN13] Jadwiga Jaworska Alicja Nawrot, Dorota Karolczak. *Encyklopedia – fizyka z astronomią*. GREG, 2013.

[sci] sciencefacts.net. What is spring force. https://www.sciencefacts.net/spring-force.html. Dostęp: 2021-03-15.

[War] Politechnika Warszawska. Podręcznik Wydziału Fizyki Politechinki Warszawskiej. http://ilf.fizyka.pw.edu.pl/podrecznik/3/5/2. Dostęp: 2021-03-15.

[1]Dla kamery mogącej nagrywać tylko w 30 klatkach na sekundę