الكلية الجامعية للعلوم التطبيقية
University College of Applied Sciences
Leader of Innovation رائدة الإبداع

مساق الرياضيات للحاسوب

الفصل الأول
الأنظمة العددية وتمثيل البيانات في الحاسب

الجزء الثاني: تحويل الأعداد بالصيغة العامة من نظام لاخر

تحويل الأعداد بالصيغة العامة

- المقصود بالصيغة العامة هو أن يكون العدد N يتكون من جزء صحيح وجزء كسري، ويفصل بينهما نقطة تسمى الفاصلة الكسرية. وبالتالي يقع الجزء الصحيح يسار الفاصلة بينما الجزء الكسري يكون يمين الفاصلة.

$$N = (a_n \ldots . a_2 a_1 a_0 \, . \, a_{-1} \; a_{-2} \; \ldots . \, a_{-m})_B$$

B تمثل أساس النظام العددي

a_i هي خانات العدد N في النظام العددي الذي أساسه **B**

حيث:

الجزء الصحيح هو: $a_0B^0 + a_1B^1 + a_2B^2 + \cdots + a_nB^n$

الجزء الكسري هو: $a_{-1}B^{-1} + a_{-2}B^{-2} + \cdots + a_{-m}B^{-m}$

النظام العشري

الأساس = 10

الأرقام المستخدمة 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0

المواضع	...	-3	-2	-1	.	0	1	2	3	...
قيم المواضع	... ...	10^{-3} $\frac{1}{1000}$	10^{-2} $\frac{1}{100}$	10^{-1} $\frac{1}{10}$	. .	10^{0} 1	10^{1} 10	10^{2} 100	10^{3} 1000	... ...

النظام الثنائي

الأساس = 2

الأرقام المستخدمة 1 , 0

المواضع	...	-3	-2	-1	.	0	1	2	3	...
قيم المواضع	... ...	2^{-3} 1/8	2^{-2} 1/4	2^{-1} 1/2	. .	2^{0} 1	2^{1} 2	2^{2} 4	2^{3} 8	... ...

النظام الثماني

الأساس = 8

الأرقام المستخدمة 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7

المواضع	...	-3	-2	-1	.	0	1	2	3	...
قيم	...	8^{-3}	8^{-2}	8^{-1}	.	8^{0}	8^{1}	8^{2}	8^{3}	...
المواضع	...	1/512	1/64	1/8	.	1	8	64	512	...

النظام السادس عشر

الأساس= 16

الأرقام المستخدمة 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

المواضع	...	-3	-2	-1	.	0	1	2	3	...
قيم	...	16^{-3}	16^{-2}	16-1	.	16^{0}	16^{1}	16^{2}	16^{3}	...
المواضع	...	1/4096	1/256	1/16	.	1	16	256	4096	...

مثال: أوجد تحليل العدد العشري $(1234.379)_{10}$ طبقا لقيم مواضعه.

$$(1234.379)_{10} = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} + 9 \times 10^{-3}$$

$$= 1000 + 200 + 30 + 4 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}$$

$$= 1000 + 200 + 30 + 4 + 0.3 + 0.07 + 0.009$$

مثال 2: حلل العدد $(203.65)_8$ طبقا لقيم مواضعه:

$$(203.65)_8 = (2\times 8^2) + (0\times 8^1) + (3\times 8^0) + (6\times 8^{-1}) + (5\times 8^{-2})$$

$$= 128 + 0 + 3 + 0.75 + 0.08$$

تحويل الأعداد بالصيغة العامة الى النظام العشري :

نتبع الخطوات التالية لتحويل عدد (ثنائى/ثماني/ سادس عشر) ⇐ عدد عشرى

1. كتابة العدد فى الشكل الموسع على النحو التالي:

$$N = (a_n \dots a_2\, a_1\, a_0\, .\; a_{-1}\, a_{-2} \dots a_{-m})_B$$

$$= a_0B^0 + a_1B^1 + a_2B^2 + \cdots + a_nB^n + a_{-1}B^{-1} + a_{-2}B^{-2} + \cdots + a_{-m}B^{-m}$$

القيم الموضعية تعتمد على أساس النظام B مرفوعا لأس يناظر رتبة الموضع، بحيث أن رتبة (أس) أول عدد على يسار الفاصلة هو (0) وتزيد 1 كلما اتجهنا يسارا، وأس أول عدد على يمين الفاصلة هو (-1) وتنقص ب 1 كلما اتجهنا يمينا.

2. ايجاد قيمة كل حد فى الشكل الموسع، وذلك بضرب الرقم في كل موضع بالقيمة الموضعية.

3. ايجاد حاصل جمع الحدود

تحويل الأعداد من النظام الثنائي الى النظام العشري

مثال: حول العدد الثنائي $(0.0101)_2$ إلى النظام العشري؟

$$(0.0101)_2 = 0\times 2^{0} + 0\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2} + 0\times 2^{-3} + 1\times 2^{-4}$$

$$= 0 + 0 + 0.25 + 0 + 0.0625 = 0.3125$$

حول العدد $(1101.01)_2$ إلى النظام العشري ؟

$$(11101.101)_2 = 1\times 2^{4} + 1\times 2^{3} + 1\times 2^{2} + 0\times 2^{1} + 1\times 2^{0} + 1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 1\times 2^{-2}$$

$$= 16 + 8 + 4 + 0 + 1 + 1/2 + 0 + 1/8$$

$$= (29.625)_{10}$$

تحويل الأعداد من النظام الثماني الى النظام العشري

مثال: حول العدد الثماني $(554.24)_8$ إلى النظام العشري؟

الحل:

الموضع	-1	-1	.	0	1	2
قيم المواضع	8^{-2} 1/64	8^{-1} 1/8	. .	8^0 1	8^1 8	8^2 64
العدد	4	2	.	4	5	5

$$4 \times \frac{1}{64} = 0.0625$$

$$2 \times \frac{1}{8} = 0.25$$

$$4 \times 1 = 4$$

$$5 \times 8 = 40$$

$$5 \times 64 = 320$$

إذن بالجمع نحصل على:

$$(554.24)_8 = 364.3125$$

مثال: حول العدد الثماني الى النظام العشري:

$$(203.652)_8 = (3\times8^0) + (0\times8^1) + (2\times8^2) + (6\times8^{-1}) + (5\times8^{-2}) + (7\times8^{-3})$$

$$= 3 + 0 + 128 + 0.75 + 0.08 + 0.014$$

$$= 131,844$$

تحويل الأعداد من النظام السادس عشر الى النظام العشري

مثال: حول العدد السادس عشر $(16C.B)_{16}$ إلى النظام العشري؟

الحل:

المواضع	-1	.	0	1	2
قيم المواضع	16^{-1} 1/16	. .	16^{0} 1	16^{1} 16	16^{2} 256
العدد	B	.	C	6	1

$$11 \times \frac{1}{16} = 0.6875$$

$$12 \times 1 = 12$$

$$6 \times 16 = 96$$

$$1 \times 256 = 256$$

إذن بالجمع نحصل على:

$$(16C.B)_{16} = 364.6875$$

مثال: حول العدد $(3A1.7F)_{16}$ الى النظام العشري؟

$$(3A1.7F)_{16} = (3*16^{2}) + (10*16^{1}) + (1*16^{0}) + (7*16^{-1}) + (15*16^{-2})$$

$$= 1 + 160 + 768 + 0.44 + 0.06$$

$$= 929.5$$

تحويل الأعداد بالصيغة العامة من النظام العشري للأنظمة الأخرى:

نتبع الخطوات التالية لتحويل عدد عشرى ⇐ ثنائى/ ثماني

نقوم بتحويل كل جزء من العدد N على حدا، بالنسبة للجزء الصحيح يتم بالقسمة المتتالية على أساس النظام المطلوب التحويل اليه كما تم شرحه سابقا. أما الجزء الكسري فيتم تحويله بالضرب المتتالي في أساس النظام المحول اليه العدد N، وفي كل عملية ضرب نقوم بفصل الجزء الصحيح من ناتج العملية ومن ثم ضرب الجزء الكسري الناتج في الأساس، ونستمر حتى يصبح الجزء الكسري يساوي صفر. ويكون المطلوب هو الأرقام الثنائية/الثمانية التي حصلنا عليها في نواتج القسمة (من اعلى لأسفل) على يمين الفاصلة الكسرية.

ملاحظة: في حال لم يصل الجزء الكسري الى الصفر، فنقوم بإيقاف العملية عند الوصول الى مستوى من الدقة المعقولة أو المحددة في السؤال.

تحويل الأعداد بالصيغة العامة من النظام العشري الى النظام الثنائي

مثال: حول العدد العشري0.3125 إلى النظام الثنائي؟

الجزء الكسري	الجزء الصحيح	ناتج الضرب	الأساس	العدد الكسري
0.652	0	0.625	2	0.3125
0.25	1	1.25	2	0.625
0.50	0	0.5	2	0.25
0.00	1	1.0	2	0.5

إذن:

$$0.3125 = (0.0101)_2$$

مثال: حول العدد العشري 0.6875 إلى النظام الثنائي؟

الجزء الكسري	الجزء الصحيح	ناتج الضرب	الأساس	العدد الكسري
0.375	1	1.375	2	0.6875
0.75	0	0.75	2	0.375
0.5	1	1.5	2	0.75
0.00	1	1.0	2	0.5

$$0.6875 = (0.1011)_2$$

العدد الكسري	الاساس	الجزء الصحيح	الجزء الكسري
0.6875	2	1	0.375
0.375	2	0	0.75
0.75	2	1	0.5
0.5	2	1	0.0

$$(0.6875)_{10} = (0.1011)_2$$

- **مثال: قم بتحويل الكسر العشري 0.126 إلى مكافئة الثنائي بدقة تصل إلى أربعة أرقام ثنائية**

العدد الكسري	الاساس	الجزء الصحيح	الجزء الكسري
0.126	2	0	0.252
0.252	2	0	0.504
0.504	2	1	0.008
0.008	2	0	0.016

$$(0.126)_{10} = (0.0010)_2$$

تحويل الأعداد بالصيغة العامة من النظام العشري الى النظام الثماني

مثال: حول العدد العشري 36.3125 إلى النظام الثماني؟

الحل:

أ. تحويل الجزء الصحيح من العدد العشري:

المراتب	باقي القسمة	ناتج القسمة	القاسم	المقسوم عليه
8^0	4	4	8	36
8^1	4	0	8	4

إذن:

$36 = (44)_8$

ب. تحويل الجزء الكسري من العدد العشري:

المراتب	الجزء الكسري	الجزء الصحيح	ناتج الضرب	الأساس	العدد الكسري
8^{-1}	0.5	2	2.5	8	0.3125
8^{-2}	0.0	4	4.0	8	0.5

إذن:

$0.3125 = (0.24)_8$

إذن: من ناتج (أ) و (ب) ينتج:

$36.3125 = (44.24)_8$

تحويل الأعداد بالصيغة العامة من النظام الثنائى الى الثمانى/ السادس عشر:

لتحويل الجزء الكسري في النظام الثنائي، نتبع نفس الأسلوب الذي شرح سابقا للعدد الصحيح وذلك بتقسيم العدد الثنائي إلى مجموعات، كل منها يتكون من 3 خانات في حالة النظام الثماني و 4 خانات في حالة النظام السادس عشر مع مراعاة أن يبدأ التقسيم من اليسار الى اليمين (بعد الفاصلة الكسرية) . وفي حال كانت المجموعة الأخيرة أقل من عدد الخانات المطلوبة فإننا نضيف أصفار للجزء الكسري في أقصى اليمين، ثم نستبدل كل مجموعة ثنائية بما يقابلها في النظام الثماني/ السادس عشر.

أما في حال تحويل الجزء الكسري للعدد من النظام الثماني الى النظام الثنائي، فنتبع نفس الأسلوب في حالة العدد الصحيح، حيث نستبدل كل رقم في النظام الثماني بثلاث أرقام مناظرة في النظام الثنائي. وبالمثل في حال النظام السادس عشر

تحويل الأعداد بالصيغة العامة من النظام الثنائي للثماني والعكس

: حول العدد $(11010111.1101)_2$ إلى النظام الثماني :

$$\underline{011}\ \ \underline{010}\ \ \underline{111}\ .\ \underline{110}\ \ \underline{100}$$

$$\downarrow\qquad\downarrow\qquad\downarrow\qquad\downarrow\qquad\downarrow$$

$$3\quad 2\quad 7\ .\ 6\quad 4$$

$$(11010111.1101)_2 = (327.64)_8$$

حول العدد $(321.64)_8$ إلى النظام الثنائي :

$$3\quad 2\quad 1\ .\ 6\quad 4$$

$$\downarrow\qquad\downarrow\qquad\downarrow\qquad\downarrow\qquad\downarrow$$

$$011\ \ 010\ \ 001\ .\ 110\ \ 100$$

$$(321.64)_8 = (11010001.1101)_2$$

تحويل الأعداد بالصيغة العامة من النظام الثنائي للسادس عشر والعكس

حول العدد $(1111011.10101)_2$ إلى النظام السادس عشري :

$$\underline{0111}\ \ \underline{1011}\ .\ \underline{1010}\ \ \underline{1000}$$

$$7\ \ \ B\ .\ A\ \ \ 8$$

$$(1111011.10101)_2 = (7B.A8)_{16}$$

حول العدد $(8D.9)_{16}$ إلى النظام الثنائي :

$$8\ \ \ D\ .\ 9$$

$$1000\ \ 1101\ .\ 1001$$

$$(8D.9)_{16} = (10001101.1001)_2$$