



مساق الرياضيات للحاسوب

الفصل الأول الأنظمة العددية وتمثيل البيانات في الحاسب

Number Systems and **Data** Representation in Computer

بنهاية هذا الفصل يصبح الطالب قادراً علي ما يلي:

✓ التعرف علي الأنظمة العددية المختلفة: النظام العشري، النظام الثنائي، النظام الثماني، والنظام السادس عشري.

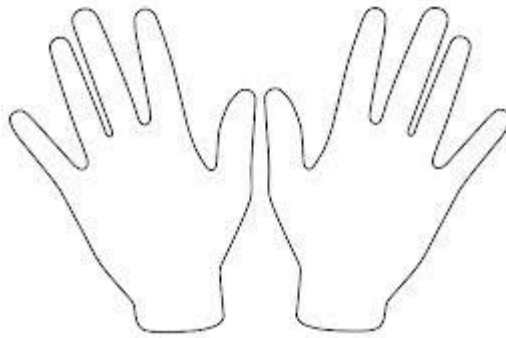
✓ كيفية تحويل قيم الأعداد من نظام عددي الي نظام عددي آخر.

✓ اجراء العمليات الحسابية في النظام الثنائي.

✓ كيفية تمثيل البيانات في الأنظمة الرقمية.

توجد العديد من الأنظمة العددية لتمثيل الأرقام. أشهر هذه الأنظمة هو النظام العشري الذي يتألف من عشرة أرقام هي:

9,8,7,6,5,4,3,2,1,0



مقدمة (تكملة)

النظام العشري لتمثيل الأرقام ليس هو النظام الوحيد، حيث توجد نظم أخرى لتمثيل الأرقام، وهي مفيدة في الأنظمة الرقمية مثل الحاسبات الالكترونية، المعالجات الدقيقة، وغيرها، نذكر منها:

النظام الثنائي (Binary System):

و يتألف من رقمين هما: 0، 1

النظام الثماني (Octal System):

ويتألف من 8 أرقام هي : 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7

النظام السادي عشري (Hexadecimal System)

ويتألف من 16 رقم هي: 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، A، B، C، D، E، F

وسنتحدث بالتفصيل عن الأنظمة العددية المذكورة في السلايد القادمة

النظام العشري (Decimal System)

كما أسلفنا، فإن النظام العشري يتكون من 10 أرقام.

□ أساس النظام يساوي 10

القيمة الموضعية للخانات هي: $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots$ ، وهكذا

إذا أخذنا، مثلاً، العدد 1967 فإن:

7 تسمى خانة الآحاد، 6 خانة العشرات، 9 خانة المئات، 1 خانة الألوف. ونلاحظ أن الخانات تكون بمضاعفات العشرة.

آلاف	مئات	عشرات	آحاد		
1	9	6	7	=	الخانات
10^3	10^2	10^1	10^0	=	القيمة الموضعية
(1×1000)	(9×100)	(6×10)	(7×1)	=	قيمة العدد
1967	=	1000 +	900 +	60 +	7 =

النظام العشري (Decimal System) (تكملة)

الخانة أقصى اليمين (خانة الآحاد) هي الأقل وزناً، لذا تسمى بالخانة الأقل أهمية (Least Significant Digit-LSD)

الخانة أقصى اليسار هي الخانة الأكثر وزناً لذا تسمى بالخانة الأكثر أهمية (Most Significant Digit-MSD)

لإيجاد قيمة أى عدد نضرب كل رقم بقيمته الموضعية ثم نجمع النواتج المختلفة .

النظام الثنائي (Binary System):-

الحاسب الآلي لا يستطيع فهم البيانات التي تتعامل بها نحن البشر مثل الأرقام العشرية والرموز (% @ & \$ × ÷) و الحروف (أ ب ت) ما لم يتم تحويلها إلى شكل يستطيع فهمه ومعالجته. الحاسب يستجيب فقط للإشارات الإلكترونية، وهذا يتماشى مع ما يعرف بالنظام الثنائي والذي يمكن من خلاله تمثيل حالتي مرور أو عدم مرور التيار الكهربائي أو حالتي التشغيل وعدم التشغيل On/Off. النظام الثنائي هو المستخدم لتمثيل الأرقام والحروف والرموز في الحاسب داخلياً.

خصائص النظام الثنائي:-

- أساس النظام يساوي 2
- مجموعة الرموز المستخدمة في النظام $\{0,1\}$.
- القيمة الموضعية للجزء الصحيح هي 2^0 ، 2^1 ، 2^2 ، 2^3 ...

مثال: حل العدد $(10110)_2$ إلى مراتبه:

$$\begin{aligned}(10110)_2 &= 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 \\ &= 0 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 4 + 0 \times 8 + 1 \times 16\end{aligned}$$

النظام الثماني (Octal System):-

خصائص النظام الثماني :-

- أساس النظام يساوى 8
- مجموعة الرموز المستخدمة فى النظام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- القيمة الموضعية للجزء الصحيح هى $8^0, 8^1, 8^2, 8^3, \dots$

مثال: أكتب العدد $(253)_8$ فى الشكل الموسع:

$$\begin{aligned}(253)_8 &= 3 \times 8^0 + 5 \times 8^1 + 2 \times 8^2 \\ &= 3 \times 1 + 5 \times 8 + 2 \times 64\end{aligned}$$

النظام السادس عشرى (Hexadecimal System) :-

يستمد هذا النظام اهميته من استخدامه فى الحواسيب فى عنونة الذاكرة الرئيسية والبوابات .

خصائص النظام السداسى عشرى:-

□ أساس النظام يساوى 16

□ مجموعة الرموز المستخدمة فى النظام {0 , 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8, 9, A, B, C, D, E, F}

A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15

□ القيمة الموضعية للجزء الصحيح هى 16^0 ، 16^1 ، 16^2 ، 16^3 ...

مثال: أكتب العدد $(3A4D)_{16}$ فى الشكل الموسع :

$$\begin{aligned}(3A4D)_{16} &= 13 \times 16^0 + 4 \times 16^1 + 10 \times 16^2 + 3 \times 16^3 \\ &= 13 \times 1 + 4 \times 16 + 10 \times 256 + 3 \times 4096\end{aligned}$$

الخلاصة

System النظام	Digits الأعداد	Base الأساس
Decimal System النظام العشري	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	10
Binary System النظام الثنائي	0,1	2
Octet System النظام الثماني	0,1,2,3,4,5,6,7	8
Hexadecimal System النظام الست عشري	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F	16

الربط بين الأنظمة الأربعة للأرقام من 0 - 15

النظام العشري	النظام الثنائي	النظام الثماني	النظام السادس عشر
0	0000	000	0
1	0001	001	1
2	0010	002	2
3	0011	003	3
4	0100	004	4
5	0101	005	5
6	0110	006	6
7	0111	007	7
8	1000	010	8
9	1001	011	9
10	1010	012	A
11	1011	013	B
12	1100	014	C
13	1101	015	D
14	1110	016	E
15	1111	017	F

الصيغة الموسعة لتمثيل العدد الصحيح بأي نظام عددي

نظرية (1-1-1) : إذا كان B عدد صحيح أكبر من الواحد الصحيح فإن أي عدد صحيح موجب N يمكن أن يكتب بطريقة وحيدة على الصورة:

$$N = a_m B^m + a_{m-1} B^{m-1} + \dots + a_2 B^2 + a_1 B + a_0$$

حيث:

$$0 \leq a_i < B, \quad a_m \neq 0$$

B تمثل أساس النظام العددي المراد تمثيل العدد N باستخدامه

a_i هي الأرقام المكونة (أو خانات) العدد N في النظام المراد استخدامه

m هي عدد خانات العدد N في النظام المراد استخدامه ناقص 1

التحويل بين الأنظمة العددية المختلفة

التحويل من النظام الثنائي الى النظام العشري :-

نتبع الخطوات التالية لتحويل عدد ثنائي الى عدد عشري:-

1. كتابة العدد فى الشكل الموسع
2. ايجاد قيمة كل حد فى الشكل الموسع
3. ايجاد حاصل جمع الحدود

تحويل الأعداد من النظام الثنائي الى النظام العشري

مثال : لديك العدد الثنائي (101101)، أوجد القيمة المكافئة لهذا العدد في النظام العشري.

- اكتب العدد الثنائي المعطى في المثال مستخدماً الصيغة الموسعة على النحو الآتي:

$$\begin{aligned}101101 &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\&= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 \\&= 45\end{aligned}$$

مثال: اكتب العدد $(100101)_2$ بالنظام العشري؟

الحل:

$$\begin{aligned}(100101)_2 &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\&= 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 37\end{aligned}$$

التحويل من النظام الثماني الى النظام العشري :-

نتبع الخطوات التالية لتحويل عدد ثماني الى عدد عشري :-

1. كتابة العدد الثماني فى الشكل الموسع
2. ايجاد قيمة كل حد فى الشكل الموسع
3. ايجاد حاصل جمع الحدود

تحويل الأعداد من النظام الثماني الى النظام العشري

مثال: حول العدد الثماني $(554)_8$ إلى النظام العشري؟

الحل:

الموضع	0	1	2
قيم المواضع	8^0	8^1	8^2
	1	8	64
العدد	4	5	5

$$4 \times 1 = 4$$

$$5 \times 8 = 40$$

$$5 \times 64 = 320$$

إذن بالجمع نحصل على:

$$(554)_8 = 364$$

مثال: إكتب العدد $(1257)_8$ بالنظام العشري؟

الحل:

$$\begin{aligned}(1257)_8 &= 1 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 7 \times 8^0 \\ &= 512 + 128 + 40 + 7 = 687\end{aligned}$$

التحويل من النظام السداسي عشري الى النظام العشري (تكملة):-

مثال:

حول العدد $(3F)_{16}$ الى المكافئ في النظام العشري

الحل:

كتابة العدد في الشكل الموسع، ثم أيجاد قيم الأس، ثم إيجاد قيمة كل حد، ثم جمع النتيجة، وأخيراً إيجاد الناتج:

$$(3F)_{16} = 3 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 3 \times 16 + 15 \times 1 = 48 + 15 = 63$$

$$\therefore (3F)_{16} = (63)_{10}$$


مثال: إكتب العدد $(150BE)_{16}$ بالنظام العشري؟

الحل:

$$\begin{aligned}(150BE)_{16} &= 1 \times 16^4 + 5 \times 16^3 + 0 \times 16^2 + 11 \times 16^1 + 14 \times 16^0 \\ &= 65536 + 20480 + 0 + 176 + 14 = 86206\end{aligned}$$

التحويل من النظام العشري الى النظام الثنائي :

- عند تحويل عدد عشري إلى نظيره في النظام الثنائي، نقوم بالقسمة المتتالية للعدد العشري المراد تحويله على أساس النظام الثنائي (2) وتسجيل الباقي بعد كل عملية قسمة (0 أو 1)، ويتم تكرار هذه العملية حتى يصبح ناتج القسمة يساوي صفر. فنحصل على العدد الثنائي من ترتيب بواقي القسمة من الأسفل إلى الأعلى.
- لنطبق هذه الطريقة على العدد 37 كما هو مبين:

2	37	باقي القسمة		<p>اقرأ بواقي القسمة من الأسفل إلى الأعلى لتحصل على النظير الثنائي للعدد العشري 37 وهو 100101</p>
2	18	1		
2	9	0		
2	4	1		
2	2	0		
2	1	0		
2	0	1		

• تحويل الرقم 40 من العشري الى الثنائي؟

• 101000

2	40	
2	20	0
2	10	0
2	5	0
2	2	1
2	1	0
2	0	1



$$\begin{aligned} &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\ &= 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 0 \\ &= 40 \end{aligned}$$

مثال: حول العدد العشري 364 إلى النظام الثنائي؟
الحل:

المراتب	باقي القسمة	نتيج القسمة	القاسم	المقسوم
2^0	0	182	2	364
2^1	0	91	2	182
2^2	1	45	2	91
2^3	1	22	2	45
2^4	0	11	2	22
2^5	1	5	2	11
2^6	1	2	2	5
2^7	0	1	2	2
2^8	1	0	2	1

إذن:

$$364 = (101101100)_2$$

التحويل من النظام العشري الى النظام الثماني :

لتحويل العدد من النظام العشري الى النظام الثماني نتبع طريقة الباقي المستخدمة عند التحويل من النظام العشري الى الثنائي، مع الاخذ في الاعتبار ان القسمة ستكون على أساس النظام الثماني (8) وباقي القسمة سيكون ضمن الارقام (0-7).

مثال: حول العدد 250 إلى النظام الثماني؟

الحل:

المقسوم	القاسم	ناتج القسمة	باقي القسمة	المراتب
250	8	31	2	8^0
31	8	3	7	8^1
3	8	3	3	8^2

إذن:

$$250 = (372)_8$$

مثال: حول العدد 1989 إلى النظام الثماني؟

الحل:

المقسوم	القاسم	ناتج القسمة	باقي القسمة	المراتب
1989	8	248	5	8^0
248	8	31	0	8^1
31	8	3	7	8^2
3	8	0	3	8^3

إذن:

$$1989 = (3705)_8$$

التحويل من النظام العشري الى السادس عشر:

لتحويل العدد من النظام العشري الى النظام السادس عشر نتبع طريقة الباقي، مع الاخذ في الاعتبار ان القسمة ستكون على العدد (16) وباقي القسمة سيكون ضمن الارقام (0-15) ويتم التعويض عن الباقي من 10-15 بالأحرف من A-F.

مثال: حول العدد 125 إلى النظام السادس عشر؟

الحل:

المراتب	باقي القسمة	ناتج القسمة	القاسم	المقسوم
16^0	13=D	7	16	125
16^1	7	0	16	7

إذن:

$$125 = (7D)_{16}$$

مثال: حول العدد 1989 إلى النظام السادس عشر؟

الحل:

المراتب	باقي القسمة	ناتج القسمة	القاسم	المقسوم
16^0	5	124	16	1989
16^1	C=12	7	16	124
16^2	7	0	16	7

إذن:

$$1989 = (7C5)_{16}$$

التحويل من النظام الثنائي الى النظام الثماني والعكس:

- 1- نقسم العدد الثنائي إلى مجموعات، كل منها يتكون من 3 خانات مع مراعاة أن يبدأ التقسيم من اليمين.
- 2- إذا كانت المجموعة الأخيرة غير مكتملة فإننا نضيف في نهايتها أصفار حتى تصبح مكونة من ثلاث خانات
- 3- نحول كل مجموعة ثنائية إلى ما يقابلها في النظام الثماني كما في الجدول أدناه.
- 4- نضم الأرقام الناتجة مع بعضها لنحصل على العدد المطلوب في النظام الثماني.

عند التحويل من النظام الثماني الى الثنائي، فإننا نستبدل كل خانة (رمز) في العدد الثماني بما يكافئه في النظام الثنائي من 3 خانات، ثم نضم الأرقام الثنائية مع بعضها لنحصل على العدد المطلوب. مع مراعاة أن نبدأ من اليمين الى اليسار، مع حذف الأصفار في الطرف الأيسر إن وجدت.

حول العدد الثنائي $(11111000101)_2$ إلى مكافئه في النظام الثماني؟

الحل

يتم تقسيم العدد $(11111000101)_2$ إلى مجموعات ثلاثية كالآتي:

011 111 000 101

3 7 0 5

تصبح النتيجة كالتالي: $(3705)_8$

الثنائي	الثماني
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

مثال: حول العدد الثماني $(554)_8$ إلى النظام الثنائي؟

الحل:

5	5	4	العدد الثماني
101	101	100	العدد الثنائي

إذن:

$$(554)_8 = (101101100)_2$$

مثال: حول العدد الثنائي $(101101100)_2$ إلى النظام الثماني؟

الحل:

101	101	100	ثنائي
5	5	4	ثماني

إذن:

$$(101101100)_2 = (554)_8$$

التحويل من النظام الثنائي الى النظام السادس عشر والعكس:

- 1- نقسم العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها يتكون من 4 خانات مع مراعاة أن يبدأ التقسيم من اليمين.
- 2- إذا كانت المجموعة الأخيرة غير مكتملة فإننا نضيف في نهايتها أصفار حتى تصبح مكونة من أربعة خانات.
- 3- نحول كل مجموعة ثنائية إلى ما يقابلها في النظام السادس عشر كما في الجدول.
- 5- نضم الأرقام الناتجة مع بعضها لنحصل على الجواب المطلوب في النظام السداسي عشر.

عند التحويل من النظام السادس عشر الى الثنائي، فإننا نستبدل كل خانة (رمز) في العدد السادس عشر بما يكافئه في النظام الثنائي من 4 خانات ، ثم نضم الأرقام الثنائية مع بعضها لنحصل على العدد المطلوب. مع مراعاة أن نبدأ من اليمين الى اليسار، مع حذف الأصفار الناتجة عن التحويل في الطرف الأيسر إن وجدت.

حول العدد الثنائي $(101001101101111001101)_2$ إلى مكافئه في النظام السادس عشر؟
الحل

يتم تقسيم العدد $(101001101101111001101)_2$ إلى مجموعات رباعية كالآتي:

0001 0100 1101 1011 1100 1101

1 4 13 11 12 13

1 4 D B C D

تصبح النتيجة كالتالي: $(14DBCD)_{16}$

ملاحظة: طريقة سهلة لإيجاد قيمة كل رباعية وذلك من خلال ترقيمها (8 4 2 1) وجمع كل الأرقام التي أسفلها رقم واحد كما يلي:

8 4 2 1

1 0 1 1

$$D = 11 = 8 + 2 + 1 =$$

وهكذا مع باقي الرباعيات

الثنائي	السادس عشر
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

مثال: حول العدد $(11111000101)_2$ إلى النظام السادس عشر.

الحل:

0111	1100	0101	العدد الثنائي
7	C	5	العدد السادس عشر

إذن:

$$(11111000101)_2 = (7C5)_{16}$$

مثال: حول العدد $(2F5)_{16}$ إلى النظام الثنائي.

الحل:

2	F	5	العدد السادس عشر
0010	1111	0101	العدد الثنائي

إذن:

$$(2F5)_{16} = (1011110101)_2$$

التحويل من النظام الثماني الى النظام السادس عشر والعكس:

يلزمنا في هذه الحالة استخدام نظام وسيط للتحويل له أولاً، وهذا النظام الوسيط إما أن يكون النظام العشري أو الثنائي. والثنائي أسهل لذلك سنستخدمه مع مراعاة أن يتم البدء من اليمين.

مثال: حول العدد $(3705)_8$ إلى النظام السادس عشر.

الحل:

$$(3705)_8 = (011 \ 111 \ 000 \ 101)_2 = (0111 \ 1100 \ 0101)_2 = (7C5)_{16}$$

مثال: حول العدد $(7D)_{16}$ إلى النظام الثماني.

الحل:

$$(7D)_{16} = (0111 \ 1101)_2 = (001 \ 111 \ 101)_2 = (175)_8$$

مثال: حول العدد $(7C5)_{16}$ إلى النظام الثماني.

الحل:

$$(7C5)_{16} = (0111 \ 1100 \ 0101)_2 = (011 \ 111 \ 000 \ 101)_2 = (3705)_8$$