



مساق الرياضيات للحاسوب

الفصل الأول الأنظمة العددية وتمثيل البيانات في الحاسب

الجزء الثالث: العمليات الحسابية على النظام الثنائي

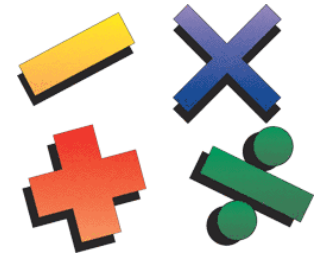
إجراء العمليات الحسابية على الأعداد الثنائية الموجبة

- يمكن إجراء العمليات الحسابية من جمع وطرح وضرب وقسمة كما هو الحال في النظام العشري مع مراعاة أن أساس النظام المستعمل هنا هو 2.

عملية الجمع:

- إن أبسط عملية جمع في النظام الثنائي هي التي تتم بين عددين كل منهما يتكون من خانة واحدة فقط. وبما أن كل خانة يمكن أن تكون إما 0 أو 1 فإن عملية جمع العددين تأخذ أربع احتمالات كالآتي:

- $0 + 0 = 0$
- $0 + 1 = 1$
- $1 + 0 = 1$
- $1 + 1 = 0 \rightarrow 1$ محمل (Carry)



- وبالاعتماد على هذه الاحتمالات يمكن تنفيذ عملية جمع ثنائية لأي عدد من الخانات، بحيث نضع العددين تحت بعضهما ونبدأ الجمع من أقصى اليمين.

جمع الأعداد الثنائية الموجبة

إذا كانت الأعداد الثنائية مكونة من أكثر من خانة واحدة فإن عملية الجمع تنفذ بنفس طريقة الجمع في النظام العشري مع مراعاة أن أساس النظام العد المستخدم هو 2.

مثال 1: جمع العددين الثنائيين (101) + (11)

$$\begin{array}{r} \text{المحمول} \\ 111 \\ 101 \\ + \\ 011 \\ \hline 1000 \end{array}$$

مثال: إحسب $(111)_2 + (111)_2$

الحل:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ 1 \quad 1 \quad 1 \\ + \\ \hline 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

إذن: $(111)_2 + (111)_2 = (1110)_2$

مثال 3: احسب $(101101)_2 + (1011)_2$

	1	1	1	1		
1	0	1	1	0	1	
						+
0	0	1	0	1	1	
1	1	1	0	0	0	

$$(101101)_2 + (1011)_2 = (111000)_2$$

اذن

ملاحظة: ناتج جمع $1 + 1 + 1 = 1$ <== 1 محمل

مثال 4: اجمع العددين $(11010.1)_2$ و $(1011.01)_2$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ .\ 1\ 0 \\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ .\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ .\ 1\ 1 \end{array} +$$

مثال 5: ما ناتج جمع العددين $(11011.101)_2$ و $(1110.11)_2$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ .\ 1\ 0\ 1 \\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ .\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ .\ 0\ 1\ 1 \end{array} +$$

عملية الطرح في النظام الثنائي

(إذا كان المطروح أقل من المبروح منه):

- كما في عملية الجمع، فإن أبسط عملية طرح بين عددين ثنائيين لها أربع احتمالات:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \rightarrow \text{استلاف 1 (Borrow)}$$

$$\text{حيث: } (10)_2 - (1)_2 = (1)_2$$

مثال: اطرح العددين الثنائيين $(110)_2 - (010)_2$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 0 \\ 0 \quad 1 \quad 0 \quad - \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

مثال: احسب $(100111)_2 - (10101)_2$

$$\begin{array}{r}
 010111 \\
 +010101 \\
 \hline
 101010
 \end{array}$$

مثال: إחסب $(1110001)_2 - (1011)_2$

$$\begin{array}{cccccc}
 & & 0 & 1 & 1 & 10 & \text{الحل:} \\
 1 & 1 & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \quad - \\
 \hline
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0
 \end{array}$$

$$(1110001)_2 - (1011)_2 = (1100110)_2 \quad : \text{نذ}$$

مثال: إحصب $(100110)_2 - (1110)_2$

الحل:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad - \\ \hline 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

إذن: $(100110)_2 - (1110)_2 = (11000)_2$

مثال: إحصب $(111001)_2 - (1011)_2$

الحل:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad - \\ \hline 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

إذن: $(111001)_2 - (1011)_2 = (101110)_2$

عملية الضرب في النظام الثنائي

احتمالات عملية الضرب في النظام الثنائي هي:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

- نضع العددين تحت بعضهما، ونبدأ الضرب من أقصى اليمين.
- عملية الضرب تنفذ بنفس طريقة الضرب في النظام العشري، فنضرب الرقم الأول من العدد الثاني بجميع أرقام العدد الأول ثم نضع النتيجة تحت عناصر الرقم الأول.
- نضرب الرقم الثاني من العدد الثاني بجميع أرقام العدد الأول مع إزاحة الأرقام خانة واحدة جهة اليسار، وبالمثل نكرر العملية مع باقي أرقام العدد الثاني.
- نجري جمع للصفوف التي حصلنا عليها من عمليات الضرب جمعا ثنائيا.
- **ملاحظة :** بإمكانك أن تتأكد من ناتج عملية الضرب بتحويل الأعداد الثنائية الى المكافئ العشري ومقارنة النتائج.

الحل:

مثال: إحسب $(111)_2 \times (101)_2$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 1 \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 0 \quad 0 \quad 0 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 5 \times \\
 \hline
 35
 \end{array}$$

مثال: إحسب $(100110)_2 \times (1110)_2$

الحل:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 \\
 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0
 \end{array}
 \end{array}$$

إذن: $(100110)_2 \times (1110)_2 = (1000010100)_2$

مثال: احسب $(1101)_2 \times (1011)_2$

الحل:

				1	1	0	1	×
				1	0	1	1	
				<hr/>				
				1	1	0	1	
			1	1	0	1		+
		0	0	0	0			+
	1	1	0	1				+
<hr/>								
1	0	0	0	1	1	1	1	

$$(1101)_2 \times (1011)_2 = (10001111)_2 \quad \text{: إذن}$$

ملاحظة:

في حال وجود أصفار كثيرة في العدد الثاني، فبدلاً من الضرب في صفر وجمع عدة صفوف تحوي أصفار فقط، نستطيع تجاوز هذه الخطوة بإزاحة الأرقام يساراً خانة واحدة لكل صفر وهكذا.

مثال: احسب $(10111)_2 \times (10001)_2$

$$\begin{array}{r} 10111 \\ 10001 \\ \hline 10111 \\ 10111 \\ 10001 \\ \hline 110000111 \end{array}$$

عملية القسمة في النظام الثنائي

- تجري عملية القسمة في النظام الثنائي بنفس الطريقة التي تجري بها في النظام العشري، بحيث يتم ترتيب الأعداد (المقسوم والمقسوم عليه) بنفس الشكل.
- نأخذ أرقاما من المقسوم من جهة اليسار مساويا لعدد أرقام المقسوم عليه، فان كان العدد المكون من تلك الأرقام أكبر من أو يساوي المقسوم عليه نضع 1 في حاصل القسمة (الناتج)، ثم نكتب أرقام المقسوم عليه تحت الأرقام المختارة، ونجري عملية الطرح ونوجد الباقي، أما اذا كانت تلك الأرقام أصغر من المقسوم عليه نضع 0 في حاصل القسمة.
- ننزل الرقم التالي من المقسوم إلى الباقي لتحصل على رقم جديد.
- نكرّر العملية السابقة حتى يصبح باقي القسمة يساوي صفر.
- في حال انتهت أرقام المقسوم ولم نصل الى باقي القسمة صفر، نضع فاصلة كسرية في حاصل القسمة ونضيف صفرا للباقي ونجري عملية القسمة بنفس الطريقة.
- نستمر في إضافة الأصفار بنفس الطريقة الى أن تنته القسمة أو نكتفي بعدد محدد من الخانات بعد الفاصلة في حال كانت القسمة غير منتهية.

مثال: ما هو ناتج قسمة $(1001)_2$ على $(11)_2$

$$\begin{array}{r}
 011 \\
 11 \overline{) 1001} \\
 \underline{11} \\
 11 \\
 \underline{11} \\
 00
 \end{array}$$

مثال: أوجد $(11011)_2 \div (11)_2$

الحل:

$$\begin{array}{r}
 0 1 0 1 \\
 11 \overline{) 11011} \\
 \underline{11} \\
 00011 \\
 11 \\
 \underline{11} \\
 00
 \end{array}$$

إذن:

$$(11011)_2 \div (11)_2 = (1001)_2$$

مثال: أوجد $(1001011)_2 \div (101)_2$

الحل:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \end{array} \overline{) \begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & & & \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 0 & & \\ & & 1 & 0 & 1 & & \\ \hline & & & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & & 1 & 0 & 1 & \\ \hline & & & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & & 1 & 0 & 1 & \\ \hline & & & 0 & 0 & 0 &
 \end{array}
 \end{array}$$

إذن:

$$(1001011)_2 \div (101)_2 = (1111)_2$$

مثال: إحسب $(10110)_2 \div (111)_2$

			0	0	0	1	1	.	0	0	1	0	0	1		
1	1	1	1	0	1	1	0									
				1	1	1										
			1	0	0	0										
				1	1	1										
				0	0	1	0	0	0							
						0	1	1	1							
						0	0	0	1	0	0	0				
									0	1	1	1				
						0	0	0	0	0	0	0	1			

اذن عملية القسمة غير منتهية وبذلك نكتفي بعدد محدد من الخانات، وبالتالي:

$$(10110)_2 \div (111)_2 = (11.001001)_2$$

- رابط مهم يمكن من خلاله القيام بأي عملية تحويل بين أنظمة الأعداد المختلفة، وكذلك إجراء العمليات الحسابية على الأعداد في أي نظام عددي.

<https://www.rapidtables.com/calc/math/base-calculator.html>

Base Converter

Base calculator

Base converter

Convert number from any base to any base:

Enter number

From Base

10 (decimal)

To base

16 (hex)

= Convert

× Reset

↕ Swap

Result number

Base Calculator

Base calculator

Base converter

Base calculations with 2 numbers

Select base

10 (decimal)

First number

Operation

+

Second number

= Calculate

× Reset

Result number